МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно–технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XLII N 2 **Нижний Новгород** **1999**

Содержание

УДК 621.371.24: 621.3.029.65

РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ОСЛАБЛЕНИЯ РАДИОВОЛН В СНЕГОПАДАХ НА ЧАСТОТАХ 138 И 247 ГГЦ

Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов

На приземной радиотрассе длиной 1025 м проведены сравнительные квазисинхронные измерения ослабления радиоволн снегопадами на частотах 138 и 247 ГГц. Установлено, что на отдельных стадиях снегопада между коэффициентами ослабления на частотах 138 ГГц ($\Gamma(138)$) и 247 ГГц ($\Gamma(247)$) имеет место устойчивая, близкая к функциональной взаимосвязь. В двух снегопадах из шести зарегистрированных такая взаимосвязь сохранялась в течение всего времени выпадения осадков. Наблюдались также случаи, когда связь между $\Gamma(138)$ и $\Gamma(247)$ имела "гистерезисный"характер. Анализ всей совокупности полученных данных в целом показал наличие между $\Gamma(138)$ и $\Gamma(247)$ линейной корреляционной связи с коэффициентом корреляции около 0,97 , при этом средняя величина отношения $\Gamma(247)/\Gamma(138)$, характеризующего частотную зависимость ослабления в снегопадах, оказалась равной 3,8 (при интервале наблюдаемых значений отношения коэффициентов ослабления от 1,6 до 6,2). Результаты эксперимента сопоставлены с данными других измерений.

Ослабление миллиметровых радиоволн в снегопадах по сравнению с ослаблением их в других гидрометеорах остаётся пока, пожалуй, наименее изученным. Это объясняется, с одной стороны, трудностями расчёта характеристик поглощения и рассеяния снежных частиц и построения адекватной модели снегопада вследствие многообразия снежных кристаллов и хлопьев, их сложной внутренней структуры, вариаций их плотности и влагосодержания, а с другой — трудностями экспериментального характера, связанными с получением данных о параметрах отдельных снежинок и снегопада в целом. Как уже отмечалось в [1], используемая при расчётах ослабления простейшая модель снегопада, согласно которой снежинки рассматриваются как однородные шары с диаметрами, равными диаметрам образующихся при таянии снежинок капель, и показателем преломления, соответствующим диэлектрической смеси воды, льда и воздуха, приводит к приемлемым результатам лишь на частотах $\nu \leq 30$ ГГц. Разработка же более совершенных моделей, пригодных для расчётов и на более высоких частотах, началась лишь в последнее время [2—4]. Что касается экспериментальных исследований ослабления радиоволн в снегопадах, то в миллиметровой области спектра (особенно в её коротковолновом участке) они довольно малочисленны (см. сводные данные в [5]), так что для установления закономерностей ослабления радиоволн в снегопадах и оценки возможностей разрабатываемых теоретических моделей необходимо дальнейшее накопление опытных данных.

В настоящей работе представлены результаты сравнительных квазисинхронных измерений ослабления радиоволн снегопадами на частотах 138 и 247 ГГц. Измерения выполнялись на полигонном стенде НИРФИ на территории загородной лаборатории "Зимёнки"(Нижегородская область). Радиотрасса проходила на высоте 2,5—5 м над ровной подстилающей поверхностью и имела длину $L = 1025$ м. Антенная система передающего устройства, построенная по схеме Грегори, состояла из эллиптического облучателя диаметром 100 мм и параболического зеркала диаметром 920 мм с фокусным расстоянием 365 мм. Такое же зеркало с установленным в его фокусе детектором использовалось в приёмном устройстве. Источниками излучения служили две одновременно задействованные лампы обратной волны (ЛОВ) [6], работавшие на общую антенну. Способ совмещения пучков излучения ламп поясняется рис. 1. Пучки излучения ЛОВ (1) и (2), формируемые пирамидальными рупорами, поступают на обтюратор (3), который выполнен в виде металлического диска с секторными вырезами, имеющего с обеих сторон плоскую зеркальную поверхность. Излучение ЛОВ (1) в течение половины периода модуляции проходит через обтюратор (луч $1'$) и через отверстие в центре параболического зеркала поступает на облучатель, а в течение второго полупериода отражается от обтюратора в сторону (луч $1''$) и используется для непрерывного контроля уровня излучаемой мощности. Аналогичным образом модулируется и излучение ЛОВ (2), разница лишь в том, что теперь на облучатель антенны поступает отражённое от обтюратора излучение (луч $2''$), а на измеритель уровня излучаемой мощности — прошедшее через него (луч $2'$). Частота модуляции равнялась 12 Гц. Изменение потоков излучения от первой или второй ЛОВ осуществлялось при помощи установленных перед их рупорами электрически управляемых заслонок с поглощающими покрытиями (на рис. 1 не показаны). Поперечный размер пучка излучения (на уровне 0,5 по интенсивности) в месте расположения приёмного устройства на рабочих частотах не превышал 3 м.

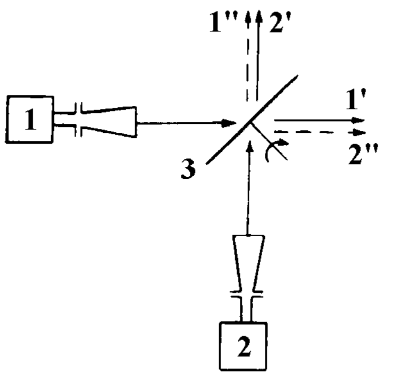


Рис. 1. Совмещение направлений потоков излучения от источников (1), (2).

В качестве детекторов в приёмном устройстве и измерителе уровня излучаемой мощности использовались неселективные оптико—акустические приёмники ОАП—7, ОАП—5М. Их чувствительность контролировалась путём подачи на них калибровочных сигналов, представлявших собой ближнее инфракрасное излучение ламп накаливания. Регистрация сигнала с выхода приёмного устройства осуществлялась как в приёмном, так и в передающем пунктах (в последний сигнал передавался по кабелю). В передающем пункте для этой цели использовался один из каналов самописца КСПП—4, на другой его канал поступал сигнал с измерителя излучаемой мощности передатчика. Такая система регистрации значительно облегчала как сам процесс измерений, так и обработку получаемого экспериментального материала.

Для поддержания приемлемого температурного режима в помещениях, в которых размещались передающее и приёмное устройства, а также с целью устранения воздействия на детекторы порывов ветра оконные проёмы перед антеннами закрывались прозрачными для излучения плёнками из лавсана или полиэтилена. Во избежание попадания на плёнки снега над проёмами были установлены навесы, а для предотвращения конденсации паров воды на плёнках последние подогревались электротепловентиляторами.

Процедура измерений заключалась в следующем. Перед каждым сеансом измерений (а в случае продолжительного сеанса - и во время его) производилось взаимное нацеливание передающей и приёмной антенн по максимуму сигнала приёмного устройства. Эти подстройки выполнялись всегда на частоте $\nu = 247$ ГГц, поскольку диаграмма направленности передающей антенны на ней была значительно уже, чем на частоте $\nu = 138$ ГГц.* Затем регистрировались сигналы измерителя уровня излучаемой мощности и приёмного устройства поочередно на $\nu = 247$ ГГц (ЛОВ(1)) и 138 ГГц (ЛОВ(2)) и периодически осуществлялась калибровка их чувствительности. Продолжительность записей сигналов на обеих частотах во время снегопада в зависимости от скорости изменения уровня принимаемого сигнала изменялась от 5—7 с до нескольких минут. Регистрация сигналов сопровождалась измерениями температуры воздуха T, парциального давления водяного пара e и атмосферного давления P.

Коэффициент ослабления радиоволн снегопадом определялся по формуле

$$\Gamma = \frac{10}{L} \lg \frac{I_0}{I} - \Delta\Gamma_{\text{м}} ,$$

*Диаграммы направленности передающей антенны на частотах 138 и 247 ГГц были не совсем соосны, вследствие чего сигнал, регистрируемый на $\nu = 138$ ГГц, был приблизительно на 15% меньше его максимального уровня, получаемого при взаимном нацеливании антенн на этой частоте. Это обстоятельство, однако, не сказывалось существенным образом на точности определения коэффициента ослабления сигнала снегопадом (см. ниже).

где $I_0 = \dfrac{I_{r0}(\nu, e_0, P_0, T_0) I^k_{t0}}{I_{t0}(\nu) I^k_{r0}}$ и $I = \dfrac{I_r(\nu, e, P, T) I^k_t}{I_t(\nu) I^k_r}$ — приведённые уровни сигнала соответственно в отсутствие и при наличии снегопада на радиотрассе, I_t и I_r — уровни излучаемой и принимаемой мощности, I^k_t и I^k_r — уровни калибровочных сигналов, $\Delta\Gamma_{\text{м}} = \Gamma_{\text{м}}(\nu, e, P, T) - \Gamma_{\text{м}}(\nu, e_0, P_0, T_0)$, $\Gamma_{\text{м}}$ — коэффициент молекулярного поглощения водяным паром. Сигналы I_0 и I измерялись в течение одного и того же сеанса наблюдений. Лишь в одном случае, когда это сделать не удалось, сигнал I_0 брался из измерений, проведённых в отсутствие снегопада во время ближайшего сеанса. Величина $\Delta\Gamma$м определялась расчётным путём по полуэмпирической модели поглощения [7]. Как показали экспериментальные оценки, погрешность определения коэффициентов ослабления снегопада на частотах 138 и 247 ГГц не превышала соответственно $\pm 0{,}07$ и $\pm 0{,}1$ дБ/км.

Всего за время наблюдений в течение декабря месяца было зарегистрировано шесть снегопадов с максимальной интенсивностью по эквивалентному содержанию жидкой воды от приблизительно 0,5 до 2,7 мм/ч и продолжительностью примерно от 2 до 6 часов. Температура воздуха на высоте радиотрассы во время снегопадов была $-7 \div +0{,}5^\circ$ С. При помощи проведённых измерений было установлено следующее.

1. На отдельных стадиях снегопада между коэффициентами ослабления $\Gamma(138)$ и $\Gamma(247)$ имеет место устойчивая, близкая к функциональной взаимосвязь. Наиболее часто наблюдалась нелинейная взаимосвязь, достаточно хорошо аппроксимируемая степенной функцией вида $\Gamma(247) = a\Gamma^b(138)$.* Продолжительность стадии, где параметры a и b постоянны, колеблется в широких пределах: для зарегистрированных нами снегопадов она изменялась от приблизительно 15 мин до 2 ч и более. В двух снегопадах из шести устойчивая, почти функциональная связь между $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$ сохранялась на протяжении всего времени выпадения осадков (около 2 ч и 3ч). Значения параметров аппроксимации a и b, полученные для разных стадий снегопадов, лежат в интервалах: $a = 2{,}8 \div 4{,}6$; $b = 0{,}6 \div 1{,}3$. Относительные величины среднеквадратичных отклонений экспериментальных точек от соответствующих аппроксимирующих кривых составляли при этом 8–20%, а коэффициент корреляции между $\lg\Gamma(247)$ и $\lg\Gamma(138)$ (или между $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$ в случае линейной взаимосвязи этих величин) имел значения 0,97–0,99. Примеры высококоррелированной взаимосвязи между $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$ даны на рис. 2–4. Следует отметить, что иногда на временных интервалах порядка 15–30 мин наблюдались случаи сравнительно слабой связи $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$, когда коэффициент корреляции снижался до 0,7–0,55.

2. Взаимосвязь между коэффициентами ослабления снегопада на некоторых его стадиях может иметь “гистерезисный"характер. Нами были зарегистрированы четыре случая, когда график зависимости $\Gamma(247)$ от $\Gamma(138)$ образовывал петлю. Пример такой гистерезисной петли дан на рис. 4 (светлые кружки). Во всех четырёх случаях восходящая ветвь петли располагалась ниже нисходящей. Хотя разница в значениях $\Gamma(247)$, принадлежащих верхней и нижней ветвям (при $\Gamma(138) = \text{const}$), была невелика — около $0{,}2 \div 0{,}4$ дБ/км — можно всё же достаточно уверенно утверждать, что появление этих петель не связано с ошибками измерений; по-видимому, оно обусловлено процессами трансформации микрофизических характеристик снегопада при переходах от стадии его усиления (ослабления) к стадии ослабления (усиления). Заметим, что

*Нелинейность взаимосвязи между $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$ свидетельствует о том, что на рассматриваемых частотах зависимости коэффициентов ослабления снегопада от его интенсивности различны и что по крайней мере на одной из частот величина Γ не пропорциональна интенсивности снегопада, как это нередко предполагается.

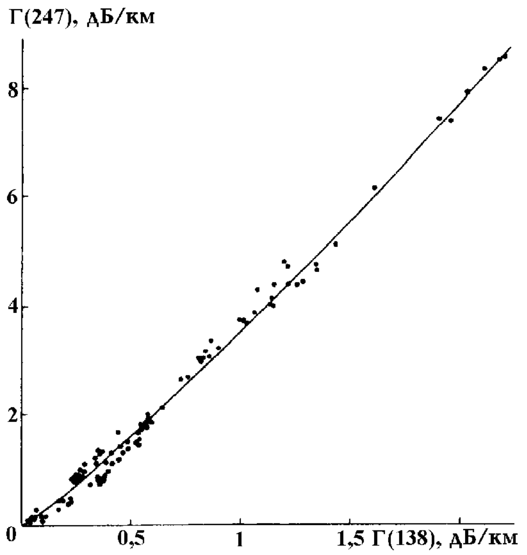


Рис. 2. Пример устойчивой взаимосвязи между коэффициентами ослабления Г(247) и Г(138) на протяжении всего снегопада, время наблюдений $\Delta t \approx 3$ ч. Линия —- кривая регрессии ($a = 3{,}48$; $b = 1{,}14$). $T = = (0{,}2 \div 0{,}5)$ °C.

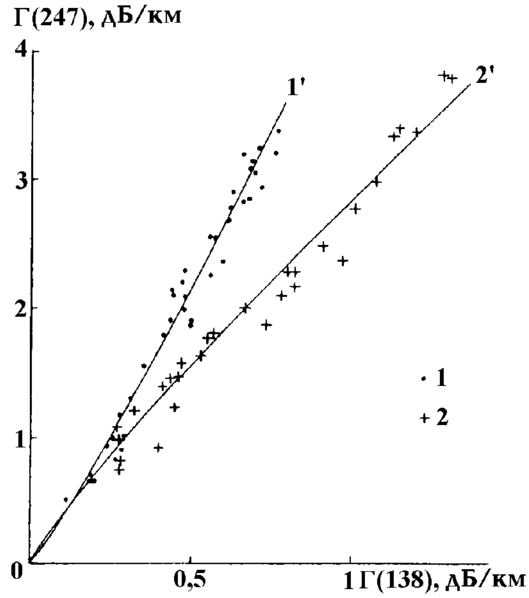


Рис. 3. Взаимосвязь между Г(247) и Г(138) на двух смежных стадиях снегопада. 1 — Δt = 43 мин, 2 — $\Delta t = 47$ мин; 1',2' — линии регрессии ($a = 4{,}62$, $b = 1{,}13$ (1'); $a = 2{,}8$, $b = 0{,}88$ (2')). $T = -(2{,}9 \div 2{,}4)$ °C.

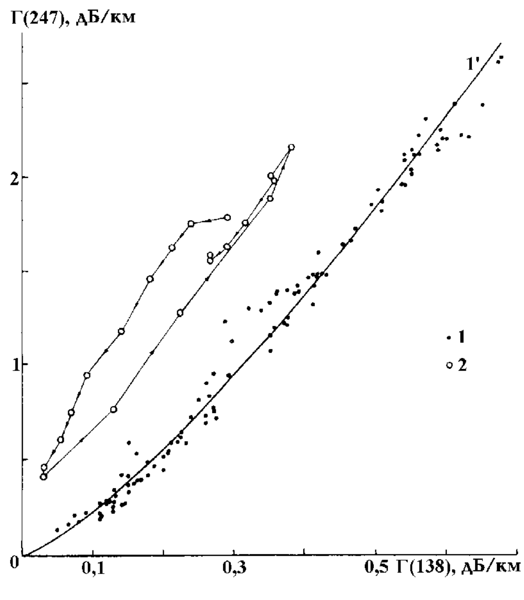


Рис. 4. Проявление гистерезисного эффекта во время снегопада. 1 — Δt = 2 ч 25 мин, 2 — Δt = 16 мин, стрелки показывают временную последовательность экспериментальных точек; 1' — линия регрессии ($a = 4{,}5$, $b = 1{,}3$). $T = = -(1{,}9 \div 1{,}6)$ °C.

в дождях гистерезисные эффекты наблюдались неоднократно; они проявлялись как во взаимосвязи коэффициентов ослабления, одновременно измерявшихся на разных частотах [8], так и в зависимости коэффициента ослабления от интенсивности дождя [9, 10]. Однако если в случае дождей эти эффекты в конечном счёте объясняются изменением распределения капель дождя по размерам (например благодаря гравитационной сепарации капель) [8—10], то в случае снегопадов конкретная их интерпретация вследствие зависимости коэффициента ослабления снегопада от многих факторов затруднена и, как нам представляется, может быть дана лишь в результате проведения комплексных исследований, когда измерения ослабления радиоволн будут сопровождаться получением достаточно полных сведений о параметрах снегопада.

3. Совокупность полученных экспериментальных данных (рис. 5) свидетельствует о том, что отношение Г(247)/Г(138), характеризующее частотную зависимость ослабления в снегопадах, может изменяться в широких пределах, особенно в области малых ослаблений. Так, в интервале ослаблений $0{,}3 \le \Gamma(138) \le 0{,}5$ дБ/км, где относительные погрешности измеренных коэффициентов ослабления Г(138) и Г(247) уже сравнительно невелики, наблюдаемые значения отношения Г(247)/Г(138) лежат в интервале примерно от 1,6 до 6,2. С ростом ослабления интервал значений $\Gamma(247)/\Gamma(138)$ несколько сужается. В частности, при $\Gamma(138) \sim 1$ дБ/км он ограничен значениями 2,5 и 4,9. В целом для совокупности данных, представленных на рис. 5, имеет место линейная корреляционная связь, которая, если воспользоваться методом обобщённой оценки ортогональной регрессии $\Gamma(247)$ по $\Gamma(138)$ (см., наример, [11]), может быть описана уравнением

$$\Gamma(247) = -0{,}01(\pm 0{,}03) + 3{,}80(\pm 0{,}04)\Gamma(138),$$

где в скобках указаны среднеквадратичные отклонения найденных значений параметров регрессии. Соответствующая этому уравнению линия регрессии изображена на рис. 5. Тот факт, что прямая регрессии проходит практически через начало координат, можно рассматривать как свидетельство отсутствия в экспериментальных значениях коэффициентов ослабления существенных систематических ошибок. Заметим, что уравнение ортогональной регрессии $\Gamma(138)$ по $\Gamma(247)$ является взаимно обратным по отношению к приведённому выше уравнению, т. е. в обоих случаях получается одна и та же прямая регрессии. Таким образом, согласно полученному регрессионному соотношению, средняя величина отношения $\Gamma(247)/\Gamma(138)$ в исследованном диапазоне ослаблений составляет около 3,8. Для коэффициента корреляции между $\Gamma(247)$ и $\Gamma(138)$ данные рис. 5 приводят к значению, примерно равному 0,97.

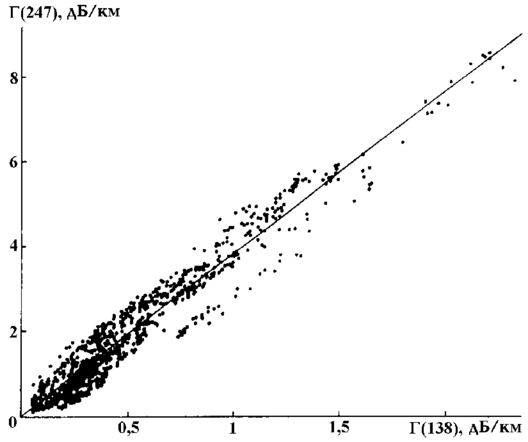


Рис. 5. Совокупность экспериментальных данных, полученных во время шести снегопадов, и прямая регрессии. $T = (-7 \div +0{,}5)°$C.

Следует отметить, что поскольку измерения выполнялись нами при разных температурах воздуха, причём отчасти и при положительных (до +0,5° C), то не контролировавшееся при измерениях влагосодержание снега в разных снегопадах, вообще говоря, могло быть различным. Мы проанализировали экспериментальный материал, пытаясь обнаружить температурную зависимость отношения $\Gamma(247)/\Gamma(138)$, однако более или менее чёткой тенденции к изменению его величины с температурой не выявили.

В заключение сравним полученное нами среднее значение отношения $\Gamma(247)/\Gamma(138)$, равное 3,8 , с его значениями по данным других работ. По измерениям [12] коэффициента ослабления снегопада в зависимости от его интесивности, проведённым на рассматриваемых частотах при приземной температуре воздуха $T = -5 \div +0{,}4°$ C (снег был отнесён в [12] к категории влажного), величина $\Gamma(247)/\Gamma(138) \approx 4{,}3$. Согласно аппроксимации частотной зависимости ослабления радиоволн снегопадами, предложенной на основе обобщения имеющихся экспериментальных данных в работе [5], $\Gamma(247)/\Gamma(138) \approx 3{,}5$. Можно считать, что приведённые значения хорошо согласуются друг с другом, особенно если иметь в виду возможное различие не всегда контролировавшихся в экспериментах микрофизических параметров снегопадов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пожидаев В. Н. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 1. С. 49.
2. Вербус В. А., Ошарин А. М. — В сб.: Тез. докл. 4-й Всес. шк. по распростр. миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. — Н. Новгород, 1991. С. 54.
3. Chylek P., Zhan J., Pinnick R. G. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1993. V. 14. № 11. P. 2295.
4. Ошарин А. М. — В сб.: Материалы 7-й Междунар. Крымской конф. "СВЧ-техника и телекоммуникац. технологии"(Кры Ми Ко'97). Севастополь, Крым, Украина, 15–18 сент. 1997. Т. 2. С. 678.

5. Пожидаев В. Н. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 10. С. 1764.
6. Гершензон Е. М., Голант М. Б., Негирев А. А., Савельев В. С. Лампы обратной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн. / Под ред. Н. Д. Девяткова. — М.: Радио и связь, 1985. — 136 с.
7. Катков В. Ю. // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 12. С. 1441.
8. Sweeney D. G., Pratt T., Bostian C. W. // Electronics Letters. 1992. V. 28. № 1. P. 76.
9. Катков В. Ю., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41. № 2. С. 171.
10. Катков В. Ю., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1997. Т. 40. № 5. С. 626.
11. Грановский В. А., Сирая Т. Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 288 с.
12. Furashov N. I., Katkov V. Yu., Sverdlov B. A. — In: Abstracts of the 25-th General Assambly of URSI, Lille, France, 1996. P. 266.

Научно—исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
21 апреля 1998 г.

RESULTS OF COMPARATIVE MEASUREMENTS OF RADIOWAVE ATTENUATION BY FALLING SNOW AT 138 AND 247 GHZ

N. I. Furashov, B. A. Sverdlov

We perform the comparative quasi-synchronous measurements of the radiowave attenuation by falling snow at frequencies 138 and 247 GHz over a near-ground path with a length of 1025 m. The relationship between the attenuation coefficients Γ(138 GHz) and Γ(247 GHz) at distinct stages of a snowfall event is found to be stable, nearly functional. For two snowfall events out of six studied such a stable relationship was observed during the entire time of the precipitation. Several cases were also registered when the relationship between Γ(138) and Γ(247) had “hysteresis"character. Analysis of the complete data obtained showed the existence of the linear correlation between Γ(138) and Γ(247) with the correlation coefficient of about 0.97 in this case. The average value of the ratio Γ(247)/Γ(138), characterizing the frequency dependence of the snow fall attenuation, turned out to be equal to 3.8 (at the interval of the observed values of this ratio from 1.6 to 6.2). The results of the experiment are compared with the data from other measurements.

УДК 518.517.9

МЕТОД ОПЕРАТОР–ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕР ИММИТАНСНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

М. В. Давидович

Предложены новые поверхностные интегральные уравнения для решения граничных задач электродинамики, основанные на применении интегральных оператор–функций. Полученные уравнения имеют пониженную сингулярность ядер и пригодны для алгоритмизации задач с некоординатными границами поверхностей с использованием кусочно–постоянных базисов. В качестве примера приведён расчёт дисперсии основной волны микрополосковой линии.

1. ВВЕДЕНИЕ. ИММИТАНСНЫЕ ОПЕРАТОР–ФУНКЦИИ

Поверхностные иммитансные интегральные уравнения (ИУ) и образующие их интегральные оператор–функции (ОФ), или интегральные операторы, широко используются для алгоритмизации задач прикладной электродинамики, в частности, для моделирования планарных одномерных и двухмерных электродинамических структур (ЭС) [1–16]. Несмотря на то, что существует большое число работ, где ЭС моделируются на основе ИУ, получаемых непосредственно путём применения метода сшивания к компонентам полей [1–11], в последнее время появились работы, в которых исходные ИУ преобразованы к новым уравнениям с менее сингулярными ядрами [13–23]. Сильная сингулярность (неинтегрируемая особенность [1]) ядер исходных ИУ делает затруднительным получение численных решений, особенно для двумерных некоординатных границ. В данной работе предлагаются новые типы поверхностных ИУ, имеющие пониженную сингулярность ядер.

Поля в частичных областях ЭС выразим через электрический и магнитный векторы Герца, направленные нормально к границам раздела сред и имеющие вид Фурье–трансформант. Пусть для простоты рассматриваемая область представляет собой планарную ЭС с несколькими диэлектрическими границами раздела и одной границей S, на которой заданы граничные условия. В дальнейшем будем представлять потенциалы Герца и поля в виде Фурье–трансформант, обозначая индексом i эти величины для i-й частичной области, например:

$$\vec{\Pi}_i^e(x,y,z) = \frac{\vec{z}_0}{(2\pi)^2} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(\alpha,\beta)\cdot \mathrm{e}^{-j\alpha x - j\beta y} d\alpha\, d\beta\,,$$
$$\vec{\Pi}_i^m(x,y,z) = \frac{\vec{z}_0}{(2\pi)^2} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \Psi_i(\alpha,\beta)\cdot \mathrm{e}^{-j\alpha x - j\beta y} d\alpha\, d\beta\,, \tag{1}$$

и понимая под интегрированием по α и β в случае конечной поверхности сшивания S суммирование по соответствующим индексам. Например, для экранированного микрополоскового резонатора с боковыми размерами экрана a и b имеем $\alpha = m\pi/a$ и $\beta = n\pi/b$ [4]. Поверхность S представляется в виде суммы непересекающихся металлической и апертурной частей: $S = S_{\mathrm{M}} + S_{\Sigma}$. Пусть на металлической части поверхности сшивания S_{M} задан электрический ток $\vec{J}(x,y)$. Тогда, используя уравнения

Максвелла и производя сшивание касательных компонент полей, получим интегральную ОФ, определяющую касательное к поверхности S электрическое поле $\vec{E}_\tau(x,y)$ через финитную функцию $\vec{J}(x,y)$ в виде

$$\vec{E}(\vec{r}_\tau) = \int\limits_{S_\text{M}} \widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \vec{J}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}) dS', \tag{2}$$

где $\vec{r}_\tau \in S$, $\vec{r}_\tau = \vec{x}_0 x + \vec{y}_0 y$, $dS = dx \cdot dy$, а ядро, или поверхностная тензорная функция Грина (ФГ), имеет вид [6]

$$\widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int\limits_S \widehat{g}\,(\alpha,\beta) \cdot \mathrm{e}^{-j\alpha(x-x')-j\beta(y-y')} d\alpha\, d\beta, \tag{3}$$

где

$$\widehat{g}\,(\alpha,\beta) = \frac{jZ_0}{\alpha^2+\beta^2} \left\| \begin{array}{cc} \frac{\alpha^2}{k_0 D^e} - \frac{\beta^2 k_0}{D^m} & \alpha\beta\left(\frac{1}{k_0 D^e} + \frac{k_0}{D^m}\right) \\ \alpha\beta\left(\frac{1}{k_0 D^e} + \frac{k_0}{D^m}\right) & \frac{\beta^2}{k_0 D^e} - \frac{\alpha^2 k_0}{D^m} \end{array} \right\|.$$

Здесь $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, k_0 — волновое число в вакууме, D^e и D^m — характеристические функции электрических и магнитных волн в подложке, вид которых определяется конкретным строением ЭС. Полюса в (3), соответствующие уравнениям $D^e = 0$ и $D^m = 0$, определяют электрические и магнитные поверхностные волны с амплитудой, пропорциональной $\mathrm{e}^{-j\alpha x - j\beta y}$, которые могут распространяться в многослойной ЭС при отсутствии металлизированной поверхности S_M. Для двухслойной ЭС с толщинами слоёв h_1 и h_2, экранированной сверху и снизу, функции D^e и D^m имеют вид [2, 6]

$$D^e = \frac{\varepsilon_1}{q_1}\operatorname{cth}(q_1 h_1) + \frac{\varepsilon_2}{q_2}\operatorname{cth}(q_2 h_2), \quad D^m = \frac{q_1}{\mu_1}\operatorname{cth}(q_1 h_1) + \frac{q_2}{\mu_2}\operatorname{cth}(q_2 h_2),$$

где $q_i = (\alpha^2 + \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_i \mu_i)^{1/2}$, ε_i и μ_i — нормированная на ε_0 диэлектрическая и магнитная проницаемости i-й частичной области. В случае многослойной ЭС эти функции выражаются через трансформированные к поверхности S импедансы. Соответствующие функции при отсутствии экранов могут быть получены из вышеприведённых предельными переходами (например при $h_2 \to \infty$) при введении бесконечно малых потерь в средах. В этом случае тензорные ФГ становятся несамосопряжёнными, и возможно излучение пространственных волн. Наложение оставшегося граничного условия $\vec{E}_\tau(\vec{r}_\tau) = 0$ при $\vec{r}_\tau \in S_\text{M}$ с учётом условия $\vec{J}_0(\vec{r}_\tau) = 0$ при $\vec{r}_\tau \in S_\Sigma$ приводит к импедансному интегральному уравнению (ИИУ)

$$\int\limits_{S_\text{M}} \widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \vec{J}_0(\vec{r}_\tau^{\,\prime}) dS' = 0, \tag{4}$$

где $\vec{r}_\tau \in S_\text{M}$. Если на апертурной части S_Σ поверхности S задано касательное электрическое поле $\vec{E}_\tau(\vec{r}_\tau)$, то можно записать дуальную (2) интегральную ОФ

$$\vec{J}(\vec{r}_\tau) = \int\limits_{S_\Sigma} \breve{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \vec{E}(\vec{r}_\tau^{\,\prime})\, dS', \tag{5}$$

где $\vec{r}_\tau \in S$, $\breve{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) = \dfrac{1}{(2\pi)^2} \displaystyle\int\limits_S \breve{g}\,(\alpha,\beta) \cdot \mathrm{e}^{-j\alpha(x-x')-j\beta(y-y')} d\alpha\, d\beta$, а Фурье—трансформанта ФГ имеет вид

$$\breve{g}\,(\alpha,\beta) = \frac{-j}{Z_0} \times \left\| \begin{array}{cc} \operatorname{cth}(q_1 h_1)\dfrac{\beta^2 - k_1^2}{q_1 k_1} - \operatorname{cth}(q_2 h_2)\dfrac{\beta^2 - k_2^2}{q_2 k_2} & -\alpha\beta\left(\dfrac{\operatorname{cth}(q_1 h_1)}{q_1 k_1} + \dfrac{\operatorname{cth}(q_2 h_2)}{q_2 k_2}\right) \\ -\alpha\beta\left(\dfrac{\operatorname{cth}(q_1 h_1)}{q_1 k_1} + \dfrac{\operatorname{cth}(q_2 h_2)}{q_2 k_2}\right) & \operatorname{cth}(q_1 h_1)\dfrac{\beta^2 - k_1^2}{q_1 k_1} - \operatorname{cth}(q_2 h_2)\dfrac{\beta^2 - k_2^2}{q_2 k_2} \end{array} \right\|.$$

Последнее выражение можно также представить в форме

$$\breve{g}(\alpha,\beta)=\frac{-j}{Z_0\chi^2}\left\|\begin{array}{cc}\alpha^2k_0D^e-\dfrac{\beta^2D^m}{k_0} & \alpha\beta\left(k_0D^e+\dfrac{D^m}{k_0}\right)\\ \alpha\beta\left(k_0D^e+\dfrac{D^m}{k_0}\right) & \beta^2k_0D^e-\dfrac{\alpha^2D^m}{k_0}\end{array}\right\|,$$

где $chi^2\equiv\alpha^2+\beta^2$. Наложение теперь граничного условия $\vec{J}_\tau(\vec{r}_\tau)=0$ при $\vec{r}_\tau\in S_{\text{M}}$ даёт адмитансное интегральное уравнение (АИУ)

$$\int\limits_{S_\Sigma}\breve{G}(\vec{r}_\tau,\vec{r}^{\,\prime}_\tau)\vec{E}_{\tau0}(\vec{r}^{\,\prime}_\tau)dS'=0,\tag{6}$$

где $\vec{r}_\tau\in S_\Sigma$, $\vec{E}_{\tau0}(\vec{r}_\tau)=0$ при $\vec{r}_\tau\in S_{\text{M}}$. Заметим, что $\vec{J}_0$ и $\vec{E}_{\tau0}$ — точные решения соответственно уравнений (4) и (6), например поверхностный ток и касательное к границе раздела электрическое поле собственного колебания микрополоскового резонатора, а $\vec{J}$ и $\vec{E}$ могут быть произвольными функциями, например суммами собственных токов или полей резонатора и сторонних токов или полей, возбуждающих резонатор. В последнем случае однородные уравнения (4), (6) становятся неоднородными. Задание тока (или электрического поля) в виде $\vec{J}_0(x,y)=\vec{J}(x)\mathrm{e}^{-j\gamma y}$ сводит двумерную задачу к одномерному ИУ для нахождения постоянных распространения γ собственных волн микрополосковой линии (МПЛ).

Приведённые типы ИИУ и АИУ широко использовались для решения спектральных задач электродинамики, главным образом для нахождения собственных волн планарных линий передачи, и реже — для моделирования координатных резонансных ЭС. При этом, как правило, применялись полиномиальные базисы [6, 13, 20—22] (например взвешенные полиномы Чебышева, удовлетворяющие условиям на ребре), тригонометрические базисы [4, 11], квадратурные суммы [14] с выделением особенности и интерполяцией по чебышевским узлам. Применение уравнений (4), (6) для двумерных областей с некоординатными границами сопряжено с трудностями, связанными с наличием сильной сингулярности их ядер. Эти ядра имеют неинтегрируемую особенность [1], связанную для $\widehat{G}(\vec{r}_\tau,\vec{r}^{\,\prime}_\tau)$ с электрической частью ФГ, а для $\breve{G}(\vec{r}_\tau,\vec{r}^{\,\prime}_\tau)$ — с магнитной частью. В этом случае в ФГ удобно разделить электрическую и магнитную части [1, 11]. Наличие неинтегрируемой особенности в виде производной от особенности Коши в ИИУ для МПЛ легко видеть из асимптотического представления интегральной ФГ (3) при больших значениях α:

$$\frac{jZ_0}{(2\pi)^2k_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|\alpha|\cdot\mathrm{e}^{-j\alpha(x-x')}d\alpha=\frac{jZ_0}{2\pi^2k_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{|x-x'|}\right).$$

Сильная сингулярность (гиперсингулярность) ядра есть следствие существования и единственности обратного оператора (ОФ). Так как полученные ОФ дифференцируемые, то в случае их квадратичной интегрируемости всякая только интегрируемая функция преобразовывалась бы в дифференцируемую, поэтому не существовал бы обратный оператор. Лишь поскольку ядро имеет сингулярности, существует обратная ОФ и можно говорить о разрешимости ИУ. Поэтому сингулярные ИУ определяют корректно поставленную задачу. Однако при замене ядра на вырожденное (например путём усечения интегралов или сумм) задача становится некорректно поставленной [22].

Неинтегрируемая особенность не позволяет использовать удобные для некоординатных областей кусочно—постоянные базисные функции. Кроме того, системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) поддающихся моделированию структур имеют плохо сходящиеся матричные элементы. В связи с этим в ряде работ предприняты попытки понижения порядка (степени) сингулярности поверхностных ИУ [13–23], основанные на диагонализации тензорных ядер [14], полуобращении интегрального оператора [20–22], сшивании потенциалов вместо полей [18], переносе операций дифференцирования с ядер на искомые функции с использованием векторных интегральных теорем [15–17, 22]. Получаемые при этом ИУ имеют, как правило, более сложный вид по сравнению с исходными и требуют определения дополнительных величин (констант или функций), например решения уравнения Лапласа [18] или Пуассона [23]. Метод работ [20–22] применим лишь к одномерным ИУ. Диагонализацию тензорных ядер [14] можно обобщить на двумерный случай, при этом возможны различные типы замены переменных в Фурье–пространстве, понижающие сингулярность ядра до особенностей типа $1/r$ (здесь $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}$) или $\ln(r)$ или даже приводящие к регулярному ядру. При этом понижение сингулярности ИУ одного типа приводит к её повышению для дуального ему ИУ.

2. НОВЫЕ ТИПЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Цель данной работы — получение новых типов поверхностных ИУ путём понижения сингулярности ядер ИИУ и АИУ на основе интегральных ОФ. Прежде всего заметим, что подстановка (2) в (5) и наоборот приводит к тождествам, справедливым для любых функций $\vec{J}$, $\vec{E}_\tau$:

$$\vec{J}(\vec{r}_\tau) - \int\limits_S \breve{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \int\limits_{S_{\rm M}} \widehat{G}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}, \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) \vec{J}(\vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) dS'' \, dS' = 0, \tag{7}$$

$$\vec{E}(\vec{r}_\tau) - \int\limits_S \widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \int\limits_{S_\Sigma} \breve{G}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}, \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) \vec{E}(\vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) dS'' \, dS' = 0 \tag{8}$$

(где $\vec{r}_\tau \in S$), так как, согласно (3), $\widehat{g}(\alpha,\beta) \circ \breve{g}(\alpha,\beta) = \overleftrightarrow{I}$, где $\overleftrightarrow{I}$ — единичный тензор, и

$$\int\limits_S \widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \circ \breve{G}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}, \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) dS' = \overleftrightarrow{I}\, \delta(\vec{r}_\tau - \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}). \tag{9}$$

Ток $\vec{J}$ в (7) отличен от нуля только на металлизированной поверхности $S_{\rm M}$, а поле $\vec{E}_\tau$ в (8) — на апертурной поверхности S_Σ. Внешние интегралы в соотношениях (7) и (8) распространены на всю область S, так как функции (2), (5) не обязательно равны нулю соответственно на $S_{\rm M}$ и S_Σ. Представим интегралы по поверхности S как сумму интегралов по $S_{\rm M}$ и S_Σ. Подчиняя теперь в (7) функцию $\vec{J}$ уравнению (4), а функцию $\vec{E}_\tau$ в (8) уравнению (6), прийдём к новым уравнениям неиммитансного типа с пониженной сингулярностью ядер:

$$\int\limits_{S_{\rm M}} \breve{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \int\limits_{S_{\rm M}} \widehat{G}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}, \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) \vec{J}_0(\vec{r}^{\,\prime\prime}) dS'' \, dS' = 0, \tag{10}$$

где $\vec{r}_\tau \in S_\Sigma$, и

$$\int\limits_{S_\Sigma} \widehat{G}(\vec{r}_\tau, \vec{r}_\tau^{\,\prime}) \int\limits_{S_\Sigma} \breve{G}(\vec{r}_\tau^{\,\prime}, \vec{r}_\tau^{\,\prime\prime}) \vec{E}_{\tau 0}(\vec{r}^{\,\prime\prime}) dS'' \, dS' = 0, \tag{11}$$

где $\vec{r}_\tau \in S_{\rm M}$. Уравнения (10), (11) можно преобразовать, заменяя область интегрирования во внешнем интеграле, например $S_{\rm M}$ на $S - S_\Sigma$, и используя соотношение (9). При этом областью интегрирования в (10) становится S_Σ, а в (11) область интегрирования меняется на $S_{\rm M}$. Покажем эквивалентность ИУ (10) и (11) соответственно уравнениям (6) и (4). Условие $\vec{J} = 0$ на апертурной поверхности S_Σ, эквивалентное АИУ (6), в применении к (7) даёт уравнение (10). Пусть справедливы ИУ (10) и соответствующее ему ИУ, где внешнее интегрирование производится по области S_Σ. Тогда, складывая эти ИУ и используя соотношение (9), получим $\vec{J} = 0$ на поверхности S_Σ. Аналогично доказываются утверждения для второй пары уравнений. Таким образом, для того чтобы функция $\vec{J}$, определённая на поверхности $S_{\rm M}$, удовлетворяла уравнению (6), где ОФ $\vec{E}_\tau$ задана уравнением (2), а функция $\vec{E}_\tau$, определённая на поверхности S_Σ, удовлетворяла бы уравнению (4), где ОФ $\vec{J}$ задана уравнением (5), необходимо и достаточно, чтобы эти функции удовлетворяли соответственно уравнениям (10) и (11).

3. ЯВНОЕ ВЫДЕЛЕНИЕ НЕИНТЕГРИРУЕМОЙ ОСОБЕННОСТИ

Проведём явное выделение неинтегрируемой особенности в ФГ в двумерном и одномерном случаях. Рассмотрим асимптотические значения Фурье—трансформант тензорных ядер при $|\alpha| \to \infty$, $|\beta| \to \infty$, что формально эквивалентно условию $k_0 \to 0$. Обозначая индексом 0 ядра при $k_0 \to 0$, имеем

$$\widehat{g}_0(\alpha,\beta) = \frac{jZ_0}{\chi k_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)} \left\| \begin{matrix} \alpha^2 & \alpha\beta \\ \alpha\beta & \beta^2 \end{matrix} \right\|$$

для импедансной ФГ и

$$\breve{g}_0(\alpha,\beta) = \frac{-j(\mu_1^{-1}+\mu_2^{-1})}{Z_0 k_0 \chi} \left\| \begin{matrix} -\beta^2 & \alpha\beta \\ \alpha\beta & -\alpha^2 \end{matrix} \right\|$$

для адмитансной ФГ. Рассмотрим сходящийся при $x^2+y^2>0$ интеграл

$$g(x,y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\alpha\, d\beta \cdot \frac{\mathrm{e}^{-j\alpha x - j\beta y}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} = \frac{4}{(2\pi)^2} \int\limits_0^{\infty}\int\limits_0^{\infty} d\alpha\, d\beta \cdot \frac{\cos(\alpha x)\cos(\beta y)}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\,.$$

Его вычисление можно выполнить несколькими способами, используя, например, полярные координаты или покоординатное интегрирование. Если произвести интегрирование по x, используя соотношение 2.5.6.4 из [24], то

$$g(x,y) = \frac{4}{(2\pi)^2} \int\limits_0^{\infty} d\beta \cdot K_0(\beta x)\cos(\beta y),$$

где $K_0(\beta x)$ — функция Макдональда. Если теперь воспользоваться соотношениями 2.16.14.1—3 из [25], то окончательно найдём

$$g(x,y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}\,. \tag{12}$$

Теперь с учётом приведённых соотношений можно записать

$$\breve{G}_0(x,y) = \frac{-j(\mu_1^{-1}+\mu_2^{-1})}{2\pi Z_0 k_0} \left\| \begin{matrix} \partial^2 g/\partial y^2 & -\partial^2 g/\partial x\partial y \\ -\partial^2 g/\partial x\partial y & \partial^2 g/\partial x^2 \end{matrix} \right\|, \tag{13}$$

$$\widehat{G}_0(x,y) = \frac{-jZ_0}{2\pi k_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)} \left\| \begin{matrix} \partial^2 g/\partial x^2 & \partial^2 g/\partial x\partial y \\ \partial^2 g/\partial x\partial y & \partial^2 g/\partial y^2 \end{matrix} \right\|. \tag{14}$$

Полученные соотношения необходимо понимать как обобщённые функции и рассматривать их как результат воздействия интегральных операторов типа (2). Заметим, что все ФГ для неограниченных областей имеют зависимость типа $G(x-x', y-y')$, поэтому возможны замены производных по координатам источника и точки наблюдения: $\partial G/\partial x = -\partial G/\partial x'$, $\partial G/\partial y = -\partial G/\partial y'$. Аналогично находятся сингулярные части и для ядер, полученных применением одной из процедур понижения сингулярности. В результате можно установить, что в двумерном случае могут существовать особенности типа двумерной логарифмической $\ln(r)$, типа двумерной особенности Коши $1/r$ и её производных. В одномерном случае имеются особенности типа Коши $1/x$ и её первой производной, а также логарифмическая особенность $\ln(|x|)$. Наложение иммитансных условий приводит к особенности в виде дельта-функции (такую особенность также могут иметь некоторые неиммитансные ФГ). Отметим, что в исходных уравнениях работ [20–22] особенность типа Коши является максимальной, поскольку вместо поперечной компоненты тока рассматривается её производная. Особенность $1/r$ является интегрируемой в конечной области, а её одномерный аналог — особенность $1/x$ — интегрируема в смысле главного значения по Коши. Все логарифмические (слабые) особенности являются интегрируемыми, а соответствующие им ОФ фредгольмовы.

Как результат, ФГ можно представить в виде суммы сингулярной и регулярной частей:

$$G(\vec{r}-\vec{r}^{\,\prime}) = G_0(\vec{r}-\vec{r}^{\,\prime}) + \Delta G(\vec{r}-\vec{r}^{\,\prime}). \tag{15}$$

Построив квадратичные функционалы в виде скалярных произведений соответствующих интегральных операторов типа (4) или (6), дважды проинтегрируем по частям интегралы от сингулярной ФГ с учётом (13) и (14), что приведёт к функционалу со слабо сингулярным ядром. При этом контурные интегралы для (13) не возникают из-за исчезновения нормальной компоненты тока на контуре. Стационарное значение найденного функционала можно искать в классе кусочно–постоянных или кусочно–линейных функций.

4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЯДРА И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Уравнение (10) для МПЛ записывается как

$$\int\limits_{|x'|\le w} \tilde{G}(x,x')\vec{J}_0(x')dx' = 0, \tag{16}$$

где $|x| \ge w$, w — полуширина МПЛ,

$$\tilde{G}(x,x') = \int\limits_{|x''|\ge w} \breve{G}(x,x'') \circ \widehat{G}(x'',x')dx''. \tag{17}$$

Уравнение (16) можно преобразовать с учётом одномерных аналогов соотношений (7) и (9), при этом ФГ $\tilde{G}$ заменяется на $\bar{G}$:

$$\bar{G}(x,x') = \int\limits_{|x''|\le w} \breve{G}(x,x'') \circ \widehat{G}(x'',x')dx''. \tag{18}$$

Уравнение (16) неудобно для численного решения, так как область определения решения (область задания тока $|x| \le w$) не совпадает с областью значений $|x| \ge w$ интегральной ОФ. Поэтому получим другие уравнения, воспользовавшись соотношением (7) для $|x| \le w$, что даёт

$$\vec{J}_0(x) - \int\limits_{|x'\le w} \tilde{G}(x,x')\vec{J}_0(x')dx' = 0, \tag{19}$$

где $|x| \le w$, и эквивалентное ему, с учётом (9), уравнение

$$\int\limits_{|x'\le w} \bar{G}(x,x')\vec{J}_0(x')dx' = 0, \tag{20}$$

где $|x| \le w$. Рассмотрим алгоритм нахождения решения ИУ (20) на кусочно–постоянном базисе $u_i(x)$. Выполнив интегрирование в (18), найдём

$$\bar{G}(x,x') = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\beta \frac{\sin[(\alpha-\beta)w]}{\alpha-\beta} \cdot \mathrm{e}^{-j\alpha x + j\beta x'} \cdot \breve{g}(\alpha,\gamma) \circ \widehat{g}(\beta,\gamma). \tag{21}$$

ФГ (21) имеет максимальные особенности типа $\dfrac{1}{(w \pm x)(w \mp x')}$, соответствующие компоненте $\bar{G}_{yx}$, что может быть получено путём аналитического вычисления двойного интеграла от асимтотического значения подынтегрального выражения в (17) при больших α и β. Так как компонента тока J_x исчезает на краях полоски, матричные элементы с этими особенностями интегрируемы, а максимальную особенность интегрированием по частям можно свести к логарифмической. ФГ (21) также интегрируема в том смысле, что от неё существует двойной интеграл по x и x' по любой двумерной области, лежащей в квадрате $|x| < w$, $|x'| < w$. Следовательно, можно использовать кусочно–постоянный базис $(u_n^x(x),\, u_n^y(x))$ для представления тока при решении уравнения (20):

$$J_x(x) = \sum_{n=1}^{N_x} X_i u_n^x(x), \quad J_y(x) = \sum_{n=1}^{N_y} Y_i u_n^y(x). \tag{22}$$

В общем случае для поиска всех волн базисные функции должны быть определены в области $-w \le x \le w$. При поиске определённого типа волн для снижения размерности получаемых систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) целесообразно использовать условия чётности (нечётности) компонент тока на полоске. Рассмотрим нахождение волн с условиями симметрии $J_x(x) = -J_x(-x)$, $J_y(x) = J_y(-x)$, которым соответствует основная волна МПЛ, на базисе $\mathrm{N}_x = \mathrm{N}_y = \mathrm{N}$, $u_n^x(x) = u_n^y(x) = u_n(x)$. Тогда

$$u_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } \ (n-1)w/N \le x \le nw/N; \\ 0 & \text{при } \ (n-1)w/N > x; \ \ nw/N < x. \end{cases}$$

Дисперсионное уравнение получается приравниванием нулю определителя блочной матрицы СЛАУ

$$\begin{aligned} \Gamma^{xx} \circ \mathbf{X} + \Gamma^{xy} \circ \mathbf{Y} = 0, \\ \Gamma^{yx} \circ \mathbf{X} + \Gamma^{yy} \circ \mathbf{Y} = 0, \end{aligned} \tag{23}$$

записанной для векторов $\mathbf{X} = (X_1,\ldots,X_N)$, $\mathbf{Y} = (Y_1,\ldots,Y_N)$. Приведём (с точностью до множителя) вид матричных элементов, ограничившись матрицей–блоком Γ^{xx}:

$$\begin{aligned} \Gamma^{xx}_{mn} &= \int\limits_0^{\infty} d\alpha \int\limits_0^{\infty} d\beta \cdot \Big\{ \breve{g}_{xx}(\alpha,\gamma)\widehat{g}_{xx}(\beta,\gamma) \cdot \left[\frac{\sin[(\alpha-\beta)w]}{\alpha-\beta} - \frac{\sin[(\alpha+\beta)w]}{\alpha+\beta}\right] + \\ &+ \ \breve{g}_{xy}(\alpha,\gamma)\widehat{g}_{yx}(\beta,\gamma) \cdot \left[\frac{\sin[(\alpha-\beta)w]}{\alpha-\beta} + \frac{\sin[(\alpha+\beta)w]}{\alpha+\beta}\right]\Big\} \times \\ &\times \ \frac{\sin\left(\frac{\alpha\,\Delta x}{2}\right)}{\alpha} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\beta\,\Delta x}{2}\right)}{\beta} \cdot \sin(\alpha x_m) \cdot \sin(\beta x_n). \end{aligned} \tag{24}$$

При получении (24) учтена симметрия пространственной области, чётность (нечётность) компонент тока по координате x, а также чётность (нечётность) компонент тензоров по переменным интегрирования. Матричные элементы других блоков имеют вид сходящихся интегралов типа (24) и отличаются компонентами тензоров при квадратных скобках и последней парой тригонометрических функций (заменой одного или обоих синусов на соответствующий косинус). Из явного вида тензоров $\breve{g}$ и $\widehat{g}$ для матричных элементов следуют свойства симметрии $\Gamma^{xx}_{mn} = \Gamma^{xx}_{nm}$, $\Gamma^{xy}_{mn} = \Gamma^{yx^*}_{nm}$, $\Gamma^{yy}_{mn} = \Gamma^{yy}_{nm}$. Полученные матричные элементы типа (24) сходятся медленно. Для улучшения их сходимости целесообразно вычесть и добавить к подынтегральным выражениям соответствующие члены со значениями тензоров $\breve{g}$ и $\widehat{g}$ при $|\alpha| \to \infty$ и $|\beta| \to \infty$. Первые члены вместе с элементами типа (24) вычисляются путём усечения интегралов, а для вторых можно получить аналитические значения интегралов с полубесконечными пределами, воспользовавшись формулами из [24]. В частности, удобно использовать следующие соотношения:

$$\int\limits_0^\infty \frac{1}{x+y} \left\{ \begin{array}{c} \sin(bx) \\ \cos(bx) \end{array} \right\} dx = \pm \mathrm{ci}(by) \left\{ \begin{array}{c} \sin(bx) \\ \cos(bx) \end{array} \right\} - \mathrm{si}(by) \left\{ \begin{array}{c} \cos(bx) \\ \sin(bx) \end{array} \right\},$$

где $b > 0$, $\arg(y) < \pi$,

$$\int\limits_0^\infty \frac{1}{x-y} \left\{ \begin{array}{c} \sin(bx) \\ \cos(bx) \end{array} \right\} dx = \mp [\mathrm{si}(by) + \pi] \left\{ \begin{array}{c} \cos(bx) \\ \sin(bx) \end{array} \right\} - \mathrm{ci}(by) \left\{ \begin{array}{c} \sin(bx) \\ \cos(bx) \end{array} \right\},$$

где $\{b, y\} > 0$.

В качестве иллюстрации и численного подтверждения полученных ИУ на рис. 1 приведены результаты вычисления дисперсии основной волны МПЛ на основе соотношений (23), (24) и дано их сравнение с результатами, приведёнными в работе [26]. Как показывают расчёты, уже небольшое число дискретизаций полоски (2—3) приводит к довольно точным численным результатам. Кривые 1 и 3 соответствуют трём равномерным разбиениям полуполосы $(0, w)$, а кривая 2 — четырём. Во всех случаях учтены x- и y-компоненты тока. Учёт только y-компоненты тока даёт удовлетворительные результаты лишь в низкочастотной области. Символами обозначены результаты работы [26] для соответствующих кривых. Сходимость вычислений к точному значению в зависимости от числа дискретизаций для $\varepsilon_1 = 9{,}6$, $\varepsilon_2 = \mu_1 = \mu_2 = 1$, $w/h_1 = 1$, $h_2/h_1 = 50$ приведена в таблице.

Таблица

Зависимость замедления γ/k_0 от числа дискретизаций на половине полоски

k_0h_1	$\mathrm{N}_x = 0, \mathrm{N}_y = 2$	$\mathrm{N}_x = \mathrm{N}_y = 2$	$\mathrm{N}_x = \mathrm{N}_y = 3$	$\mathrm{N}_x = \mathrm{N}_y = 4$	Точное значение
0,0	2,868	2,775	2,677	2,654	2,628
0,1	3,203	2,865	2,743	2,725	2,703
0,8	4,378	2,951	3,072	3,038	3,001

Ядро ИУ типа (10), (11) для произвольной двумерной некоординатной области, аппроксимируемой прямоугольными элементами, может быть представлено как сумма ядер типа (21) для этих элементов. Поскольку такие ядра интегрируемы, для алгоритмизации можно использовать двумерный кусочно—постоянный базис. Предложенный метод может быть полезен для алгоритмизации конфигурационно сложных граничных задач, например для неоднородностей планарных, в том числе и микрополосковых, линий.

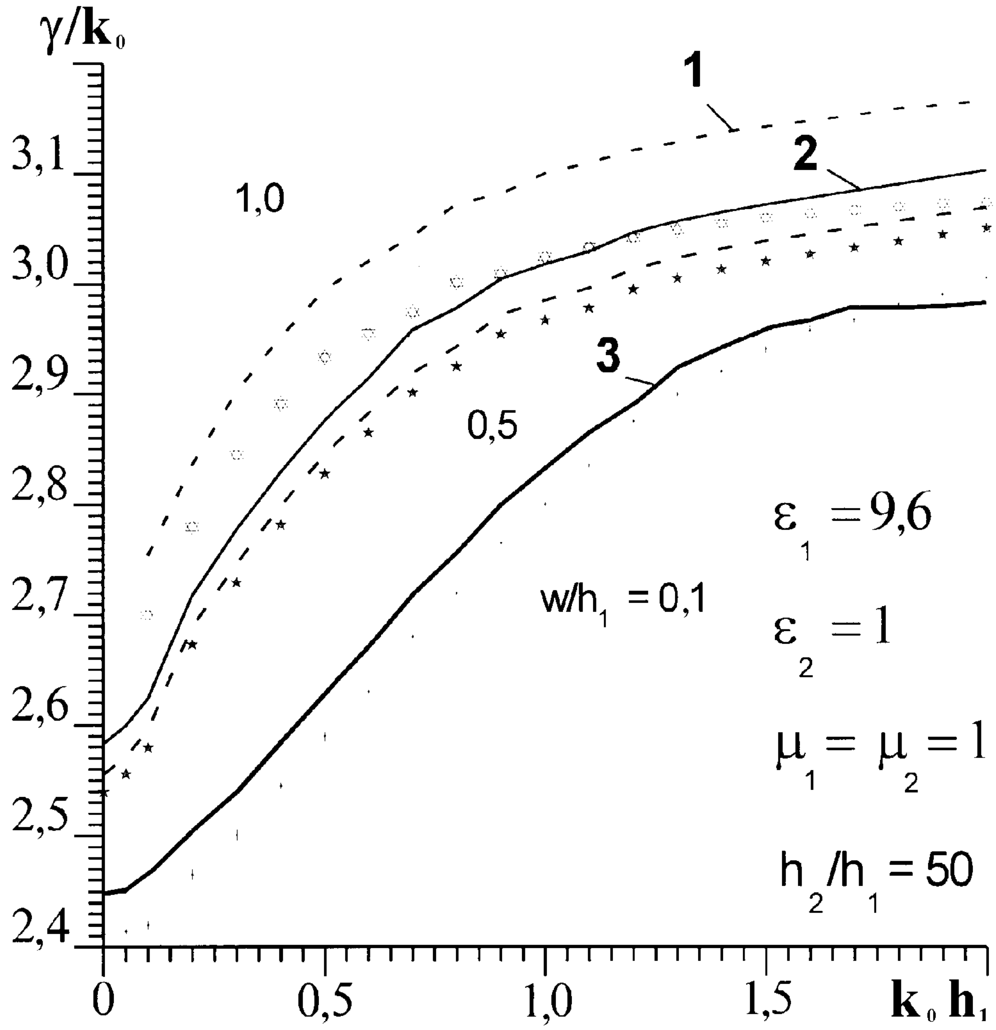


Рис. 1.

5. ВЫВОДЫ

Получены новые двумерные неиммитансные поверхностные интегральные уравнения с пониженной по сравнению с иммитансными уравнениями сингулярностью ядер. Произведено выделение особенностей ФГ и предложены функционалы со слабо сингулярными ядрами. Полученные соотношения удобны для расчёта регулярных и нерегулярных (в том числе и многослойных) ЭС с произвольной металлизацией границ раздела путём применения кусочно—постоянных или кусочно—линейных базисов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский В. В. //Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. № 3. С. 457.
2. Вайнштейн Л. А., Фиалковский А. Т. //Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21. № 6. С. 1137.
3. Никольский В. В. //Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. № 4. С. 657.
4. Никольский В. В., Пугачева Т. В. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 8. С. 1028.
5. Ильинский А. С., Шестопалов Ю. В. //Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. № 10. С. 2064.

6. Давидович М. В. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1984. Вып. 6. С. 28.
7. Давидович М. В. //Радиотехника. 1985. № 5. С. 74.
8. Лерер'А. М. //Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 7. С. 1418.
9. Давидович М. В. //Радиотехника. 1990. № 6. С. 68.
10. Давидович М. В. //Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 12. С. 2143.
11. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ /Под ред. В. В. Никольского. — М.: Радио и связь, 1982.
12. Ильинский А. С., Шестопалов Ю. В. Применение методов спектральной теории в задачах распространения волн. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. — 184 с.
13. Mittra R., Itoh T. //IEEE Trans. MTT. 1971. V. MTT-19. № 1. P. 47.
14. Гиппсман А. И., Самохин Г. С. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 5. С. 545.
15. Веснин С. Г. //Изв. Вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 10. С. 1211.
16. Веснин С. Г. Автоматизированное проектирование устройств и систем СВЧ: Межвуз. науч. сб. — М.: МИРЭА, 1984. С. 34.
17. Никольский В. В., Веснин С. Г. //Изв. Вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 10. С. 1302.
18. Лерер А. М. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 4. С. 507.
19. Давидович М. В. //Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 11. С. 2224.
20. Неганов В. А. //Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 11. С. 2251.
21. Неганов В. А. Электродинамическая теория полосково—щелевых структур СВЧ. — Самара: Изд-во Самарского ун-та, 1991. — 240 с.
22. Неганов В. А., Нефедов Е. И., Яровой Г. П. Полосково—щелевые структуры сверх- и крайневысоких частот. — М.: Наука. Физматлит, 1996. — 304 с.
23. Давидович М. В., Мещанов В. П. // Электродинамика и техника СВЧ и КВЧ. 1996. Вып. 3(11). С. 50.
24. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.
25. Прудников А. П., Брычков О. И., Маричев Ю. А. Интегралы и ряды. Специальные функции. — М.: Наука, 1983.
26. Справочник по расчёту и конструированию СВЧ полосковых устройств /Под ред. В. И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982.

Саратовский государственный
технический университет,
г.Саратов, Россия

Поступила в редакцию
15 мая 1998 г.

OPERATOR-FUNCTION METHOD FOR KERNEL REGULARIZATION OF IMMITTANCE INTEGRAL ELECTRODYNAMIC EQUATIONS

M. V. Davydovich

We propose the novel surface integral equations for the solution of electrodynamic boundary-value problems. The equations are based on the use of integral operator functions. The kernels of the obtained equations have weaker singularity and are applicable for the algorithmization of the problems with non-coordinate surface boundaries using the piece-wise constant bases. The example of the caclulation of the basic mode dispersion of a microstrip line is described.

УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ НА СТРУКТУРУ ИОННО–ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

В. А. Павлов

Исследовано влияние магнитного поля на ионно–звуковое возмущение слабоионизованной плазмы перед фронтом сильной ударной волны нейтральной компоненты. Изучены различные режимы (дозвуковой, звуковой, сверхзвуковой). Особое внимание уделено ситуации образования разрывного поля в плазме.

Исследованию закономерностей при образовании ударной ионно–звуковой волны в слабоионизованной плазме уделялось значительное внимание [1–4]. Изучалось [2, 4] влияние диссипации на структуру ионно–звуковой волны в различных режимах (“дозвуковой", “звуковой"и “сверхзвуковой"). При этом была отмечена [4] принципиальная роль вязкости в формировании ударной волны. Влияние внешнего магнитного поля в горячей неизотермической плазме при условии $T_e \gg T_i \gg T_n$ (T — температура, индексы e, i, n относятся соответственно к электронам, ионам и нейтральным частицам) может конкурировать с вкладом диссипации в формирование ударной волны. В настоящей работе исследуется влияние магнитного поля на структуру ионно–звуковой волны в приближении двухжидкостной гидродинамики.

1. Исследуем стационарный процесс в слабоионизованной неизотермической ($T_e \gg T_i \gg T_n$) анизотропной плазме. Возмущение в плазме возбуждается стационарной сильной ударной волной нейтральной компоненты, задаваемой в виде “ступеньки"(идеализация бесконечно малой ширины фронта):

$$\begin{gathered}
\vec{v}_n = v_{n1}\eta(-\xi)\vec{e}_R; \quad \vec{e}_R = \cos\delta\cdot\vec{e}_x + \sin\delta\cdot\vec{e}_z; \quad |\vec{e}_R| = 1; \\
v_n = v_{n1}\eta(-\xi); \quad \xi = R - ct; \quad \eta(R) = \begin{cases} 1; & R < 0; \\ 0; & R > 0; \end{cases} \\
\rho_n = \rho_{n0} + (\rho_{n1} - \rho_{n0})\eta(-\xi); \quad \rho_{n1}(\rho_{n0})^{-1} \approx (\gamma+1)(\gamma-1)^{-1}, \\
v_{n1}c^{-1} \approx 2(\gamma+1)^{-1} \approx -\rho_{n0}(\rho_{n1})^{-1}; \quad c \gg m_n^{-\frac{1}{2}}(æT_n)^{\frac{1}{2}},
\end{gathered} \tag{1}$$

где t, R — время и координата, ортогональная фронту ударной волны, $c = \mathrm{const}$ — скорость ударной волны, v_n, ρ_n — скорость и плотность нейтральной компоненты плазмы, индексы 0 и 1 относятся к состояниям перед фронтом и позади фронта, æ — постоянная Больцмана, m_n — масса нейтральной частицы, γ — отношение удельных теплоёмкостей нейтрального газа, $\left(\dfrac{\pi}{2} - \delta\right)$ — угол между векторами $\vec{v}_n$ и $\vec{H}_0 = H_0\vec{e}_z$ ($\vec{H}_0$ — внешнее магнитное поле). Перемещение нейтральной компоненты порождает стационарное возмущение плазменной компоненты. Слабая ионизованность плазмы позволяет ограничиться несамосогласованным описанием и пренебречь обратным воздействием заряженных частиц на нейтральную компоненту. Будем основываться на следующей двухжидкостной модели среды, в которой движение нейтральной компоненты считается заданным:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \mathrm{div}(n_e\vec{v}_e) = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div}(n_i\vec{v}_i) = 0; \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_i\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\right)\vec{v}_i = -\frac{|e|}{m_i}\{\vec{E} + \mu[\vec{v}_i, \vec{H}]\} - \nu_{in}(\vec{v}_i - v_n\vec{e}_R); \tag{4}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_e\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\right)\vec{v}_e = -\frac{|e|}{m_e}\{\vec{E} + \mu[\vec{v}_e, \vec{H}]\} - \frac{æT_e}{m_e}\nabla\ln\left(\frac{n_e}{n_0}\right); \tag{5}$$

$$T_e = \text{const}; \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'; \quad \vec{H}_0 = H_0\vec{e}_z = \text{const}.$$

В системе уравнений (2)–(5) $\vec{E}$ — электрическое поле, e — заряд электрона, ν_{in} — частота соударений ионов и нейтральных частиц, μ — магнитная проницаемость вакуума, $\vec{H}'$ — возмущение внешнего магнитного поля, $m_{e,i}$ и $n_{e,i}$ — соответственно масса и концентрация электронов и ионов.

Роль анизотропии в (4), (5) оценим в приближении $[\vec{v}, \vec{H}] \approx [\vec{v}, \vec{H}_0]$; $|\vec{H}'| \ll H_0$.

Будем считать, что перед фронтом ударной волны ($\xi > 0$) выполнено условие $T_e \gg T_i \gg T_n^{(0)}$, а за фронтом ($\xi < 0$) соотношение между температурами T_e и T_i произвольное (оно определяется интенсивностью ударной волны). Поэтому возможна реализация трёх режимов: "дозвуковой"($c < v_s$), "звуковой"($c = v_s$) и "сверхзвуковой"($c > v_s$) ударной волны, где $v_s = (æT_e m_i^{-1})^{1/2}$. Отметим, что описание (2)–(5) в области $\xi < 0$ может оказаться неудовлетворительным (в частности, из-за возможного нарушения условия $T_e \gg T_i$).

Наличие магнитного поля $\vec{H}_0$ приводит к тому, что появляются новые, поперечные к фронту компоненты скорости ионов и электронов. Ориентация вектора $\vec{v}_n$ существенно влияет на движение электронной компоненты. Ограничимся здесь одним из простейших случаев: $\delta_0 < \delta \ll 1$, когда фронт почти параллелен вектору $\vec{H}_0$ (нормаль к фронту задаётся ортом $\vec{e}_R \parallel \vec{v}_n$). Значение $\delta = \delta_0$, $\delta_0 < 1$, является критическим, изменяющим существенно режим движения электронов. Величина δ_0 будет оценена ниже.

Процесс, возбуждаемый ударной волной (1), будем считать стационарным, зависящим от одной переменной $\xi = R - ct$, при этом $\nabla = \vec{e}_R\dfrac{d}{d\xi}$. Проекции уравнения (5) на оси $\vec{x}$, $\vec{y}$ и $\vec{z}$ имеют вид:

$$\frac{d}{d\xi}\left(-cv_{ex} + v_s^2\frac{m_i}{m_e}\ln\left(\frac{n_e}{n_0}\right)\cos\delta + \frac{1}{2}\frac{v_{ex}^2}{\cos\delta}\right) = -\omega_H v_{ey} - |e|E_x, \tag{6}$$

$$\frac{d}{d\xi}(-cv_{ey}) + \frac{v_{ex}}{\cos\delta}\frac{d}{d\xi}v_{ey} = \omega_H v_{ex} - |e|E_y, \tag{7}$$

$$\frac{d}{d\xi}\left\{-cv_{ez} + \frac{1}{2}v_{ez}v_{eR} + v_s^2\frac{m_i}{m_e}\ln\left(\frac{n_e}{n_0}\right)\sin\delta\right\} = -|e|E_z, \tag{8}$$

где $\omega_H \equiv |e|\mu H_0 m_e^{-1}$.

В ионно–звуковых волнах поле $\vec{E}$ потенциально $\vec{E} = -\nabla\varphi$. Выдвинем гипотезу о том, что в диапазоне углов δ, удовлетворяющих условию $\delta_0 < \delta \ll 1$, имеет место представление

$$\vec{E} \approx -\nabla\varphi = -\frac{d\varphi}{d\xi}\vec{e}_R; \quad \vec{E}_y = 0. \tag{9}$$

На самом деле, представление (9) имеет место при выполнении условия

$$v_s^2\frac{m_i}{m_e}\delta \gg \left|-cv_{ez} + \frac{1}{2}v_{ez}v_{en}\right| \approx c|v_{ez}|.$$

Пренебрежение членом $\dfrac{1}{2}v_{ez}v_{eR}$ при проведении оценок оправдано для слабонелинейных процессов. Таким образом, критический угол δ_0 может быть представлен в виде $\delta_0 \approx m_e m_i^{-1}c|v_{ez}|v_s^{-2} \approx\approx m_e m_i|v_{ez}|v_s^{-1}$

при $c \sim v_s$. В случае процесса, близкого к ионно–звуковому, имеет место неравенство

$$(m_i m_e^{-1})^{1/2} \lesssim |v_{ez}| v_s^{-1} < 1$$

и справедливо соотношение

$$m_e m_i^{-1} < \delta_0 < (m_e m_i^{-1})^{1/2}.$$

В результате, из выражений (8) и (9) находим

$$\varphi = v_s^2 m_i m_e^{-1} \ln(n_e n_0^{-1}).$$

Следует отметить, что использование (9) служит одновременно оправданием пренебрежения возмущением магнитного поля $\vec{H}'$, поэтому в уравнениях (4), (5) предполагалось $\vec{H} \approx \vec{H}_0$. С учетом (9), (10) уравнения (6), (7) принимают вид:

$$\frac{d^2 v_{e\perp}}{d\xi^2} + \frac{\omega_H^2}{c^2} v_{e\perp} \approx 0, \quad v_{e\perp} \approx v_0 \sin\left(\frac{\omega_H}{c}\xi\right),$$

где $\perp$ означает нормальную к магнитному полю компоненту скорости (v_{ex} или v_{ey}). Соотношения (4) и (9) представляют собой систему двух связанных уравнений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{iR}\frac{\partial}{\partial R}\right) v_{iR} = -v_s^2 n_e^{-1}\frac{\partial n_e}{\partial R} - \nu_{in}(v_R - v_n) + \Omega v_{iy}\,, \tag{10}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{iR}\frac{\partial}{\partial R}\right) v_{iy} = -\nu_{in} v_{iy} - \Omega v_{iR}\,. \tag{11}$$

Проекция уравнения (4) на ось y позволяет оценить

$$v_{iy} \sim \Omega v_{iR} \nu_{in}^{-1},$$

где $\Omega \equiv \Omega_H \sin Q$, $Q = \dfrac{\pi}{2} - \delta$, $\Omega_H \equiv |e|\mu H_0 m_i^{-1}$.

Таким образом, поперечная компонента v_{iy} является величиной первого порядка малости по отношению к магнитному полю $\vec{H}_0$.

При исследовании полей ограничимся длинноволновым приближением

$$n_e^{-1}\frac{\partial n_e}{\partial R} \simeq n_i^{-1}\frac{\partial n_i}{\partial R} \equiv n^{-1}\frac{\partial n}{\partial R},$$

соответствующим слабому нарушению нейтральности плазмы. Условием соблюдения квазинейтральности плазмы является неравенство

$$l \gg r_D\,,$$

где $r_D \equiv (\varepsilon_0 æ T_e 2^{-1} e^{-2} n_0^{-1})^{1/2}$ — радиус экранирования Дебая, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. При этом уравнение (2) даёт соотношение между n_i и v_{iR}:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R}(n_i v_{iR}) = 0, \tag{12}$$

и в уравнении (10) можно сделать замену

$$n_e^{-1}\frac{\partial n_e}{\partial R} \to n_i^{-1}\frac{\partial n_i}{\partial R}\,. \tag{13}$$

Отметим, что в линейном приближении при $\vec{v}_n = 0$ система уравнений (10)–(13) даёт известное дисперсионное уравнение для ионно–циклотронных волн:

$$(\omega + i\nu_{in})^2 - \Omega^2 = k^2 v_s^2 (1 + i\nu_{in}\omega^{-1}).$$

При $\Omega \ll \omega$ либо при $\Omega \ll kv_s$ роль магнитного поля для волн малой амплитуды становится пренебрежимо малой, поскольку волны малой амплитуды описываются ионно–звуковым приближением. При этом в уравнениях (10)–(13) $\Omega \to 0$, в уравнениях (4), (5) $H \to 0$, $\dfrac{d\vec{v}_e}{dt} \to 0$.

Согласно (12), имеем в стационарном режиме представление

$$\frac{n_i}{n_0} = \frac{c}{c - v_{Ri}}\,.$$

Нелинейную систему (10)–(13) для стационарного процесса можно свести к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка

$$L_1 L_2 w + \Omega^2 (c - w) = 0, \tag{14}$$

где $L_2 w \equiv (w^2 - v_s^2) w^{-1} \dfrac{dw}{d\xi} - \nu_{in} w - \nu_{in}(v_n - c)$, $L_1 f \equiv -w \dfrac{df}{d\xi} + \nu_{in} f$, $w = c - v_{Ri}$.

Если к уравнению (14) подходить формально, то можно заметить, что при $\Omega = 0$ (14) остаётся уравнением второго порядка, однако исходные уравнения (10)–(11) при этом расщепляются на две системы: одна описывает возбуждение ионного звука за счёт движения нейтралов (неоднородное уравнение):

$$L_2 w = 0, \quad \Omega = 0, \quad v_n \neq 0 \ \text{ при } \ \xi < 0, \tag{15}$$

а вторая система

$$L_1 v_{yi} = 0, \quad \Omega = 0$$

представляет собой однородное уравнение, соответствующее условию $v_{ye} = 0$ при $\Omega = 0$. Таким образом, (14) при $\Omega = 0$ должно переходить в уравнение первого порядка $L_2 w = 0$, и в этом смысле мы имеем здесь дело с так называемым "сингулярным возмущением-[5]. Однако в отличие от [5] сингулярность в (14) возникает не за счёт малого коэффициента при старшей производной, а за счёт предельного перехода при $\Omega \to 0$ к (15) от исходной системы (10)–(13).

Сформулируем два граничных условия при $\xi = \infty$ и $\xi = 0$ для уравнения (14):

$$w(\infty) = c \text{ — отсутствие возмущения на бесконечности перед фронтом;} \tag{16}$$

$$w(0) = c - \beta v_{n1}\,, \quad \beta \leq 1. \tag{17}$$

При $\beta = 1$ имеем приближение полного увлечения ионов нейтральными частицами на фронте ударной волны нейтральной компоненты $\xi = 0$. Именно таким приближением ниже мы и ограничимся. Особо подчеркнём, что условия (16), (17) для физической задачи должны выполняться и в предельном случае ($\Omega = 0$) уравнения первого порядка (15).

2. Исследуем свойства $w(\xi)$ при $\xi \to 0$ (в дальней зоне перед фронтом). Так как в этой области $w(\xi) \to c$, то для грубых оценок ограничимся линейным приближением

$$w \simeq c + c^{(1)} \exp\left(-\xi \zeta_0^{-1}\right), \quad \xi \to \infty, \ \ \zeta_0 > 0.$$

Согласно (14), для параметра ζ_0 будем иметь уравнение второго порядка

$$\zeta_0^{-2} + \zeta_0^{-1} A_1 + A_2 = 0, \tag{18}$$

где

$$A_1 \equiv \nu_{in}(2c^2 - v_s^2)c^{-1}(c^2 - v_s^2)^{-1},$$
$$A_2 \equiv (\nu_{in}^2 + \Omega^2)(c^2 - v_s^2)^{-1}.$$

Отметим следующие свойства коэффициентов A_1, A_2 и коэффициента ζ_0:

$A_1 < 0$, $A_2 < 0$, $\zeta_0 > 0$ при $c < v_s$ (дозвуковой случай);

$A_1 > 0$, $A_2 > 0$, $\zeta_0 < 0$ при $c \gtrsim v_s$ (сверхзвуковой и звуковой случаи).

В последнем случае $\zeta_0 < 0$ и нарушается условие линеаризации. Поэтому область $\xi \to +\infty$ при $c \geq v_s$ должна исследоваться на основе нелинейных уравнений (ниже будет показано, что при $c > v_s$ существует разрывное решение).

Согласно (18), в дозвуковой ситуации имеем представление для пространственного масштаба ζ_0 убывания $v_R(\xi)$ при $\xi \to +\infty$:

$$\zeta_0 = \frac{c(v_s^2 - c^2)}{\nu_{in}^{(0)}(c^2 + c_*^2)}, \quad \text{при} \quad c < v_s\,, \tag{19}$$

где

$$c_*^2 \equiv v_s^2 2^{-1}[(1+\Delta)^{1/2} - 1], \quad \Delta \equiv 4\Omega^2(\nu_{in}^{(0)})^{-2}c^2|v_s^2 - c^2|v_s^{-4}.$$

Параметр Δ — величина второго порядка малости, и магнитное поле H_0 в дальней зоне $\xi \to +\infty$ оказывает слабое (квадратичное по полю H_0) влияние на пространственный масштаб $\zeta_0(\Omega)$, уменьшая его с ростом H_0. Однако наличие H_0 приводит к возникновению новой, поперечной к фронту компоненты скорости

$$v_{yi} \simeq -\Omega(\nu_{in}^{(0)} + c\zeta_0^{-1})^{-1}, \quad \xi \gg \zeta_0\,, \tag{20}$$

причём $v_{yi}v_{Ri}^{-1} \sim \Delta$ (отношение компонент v_{yi} и v_{Ri} пропорционально H_0 в первой степени).

В сильной ударной волне нейтральной компоненты ширина вязкого скачка ζ_n порядка длины свободного пробега:

$$\zeta_n \simeq \frac{\bar{v}_n^{(1)}}{v_{in}^{(1)}} \quad (\bar{v}_n \text{ — средняя тепловая скорость нейтральных частиц}).$$

Иерархия пространственных масштабов $\zeta_0 \gg \zeta_n$ имеет место при выполнении неравенства

$$\frac{c}{v_s} \ll \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^{1/2},$$

которое выполняется автоматически, так как в анализируемой ситуации $(cv_s^{-1}) < 1$, а $T_e \gg T_i$.

3. Ситуация $\Omega = 0$ (уравнение (15) с граничными условиями (16), (17)) исследовалась в работе [4]. Поэтому в данной статье кратко изложим лишь необходимые для дальнейшего рассмотрения сведения.

Интегрирование уравнения (15) позволяет найти явное аналитическое представление $\xi = \xi(v_{Ri})$. Само уравнение (15) представляет собой взаимную связь между функцией v_{Ri} и её производной $\dfrac{dv_{Ri}}{d\xi}$, что позволяет построить фазовый портрет для всех ситуаций: $c < v_s$, $c = v_s$, $c > v_s$.

С учётом двух граничных условий (16), (17) получаются следующие закономерности для $v_{Ri}(\xi)$ (см. рис. 1):

1). При $c < v_s$, $\xi \geq 0$, $\Omega = 0$ существует непрерывное решение $v_{Ri}(\xi)$, такое, что граничные условия выполняются:

$$v_{Ri}(0) = v_{n1}, \quad v_{Ri}(\infty) = 0.$$

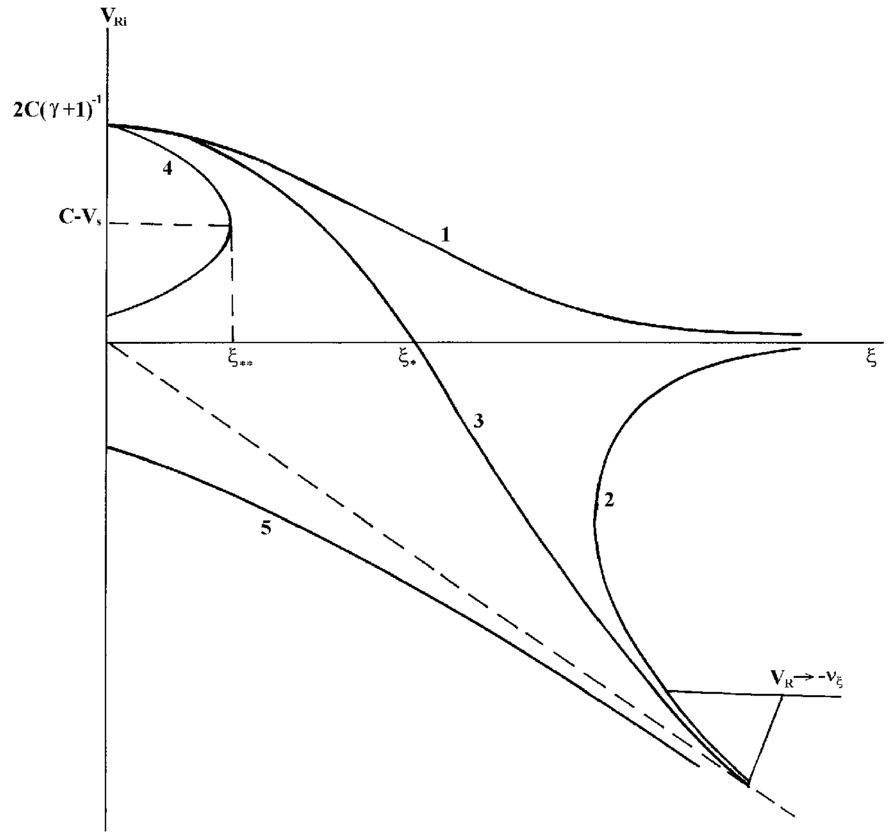


Рис. 1. 1. $c < v_s, \Omega = 0$.
2. $c < v_s$, $\Omega = 0$, $v_{Ri}(0) \neq 2c(\gamma+1)$ — физически не реализуемое решение.
3. $c = v_s$, $\Omega = 0$. При $\xi \geq \xi_*$ берётся $v_{Ri}(\xi) = 0$.
4. $c > v_s$, $\Omega = 0$. Двузначное непрерывное решение, на его основе строится разрывное решение, удовлетворяющее требованию $v_{Ri}(\xi) = 0$ при $\xi > \xi_{\rm p}$.
5. $c > v_s$, $\Omega = 0$, $v_{Ri}(0) \neq 2c(\gamma+1)$, $v_{Ri}(\infty) \neq 0$.
При $\Omega \neq 0$ $\xi_{**} \to \xi_{\rm p}(\Omega)$, $\xi_* \to \xi_*(\Omega)$.

2). При $c = v_s$, $\xi \geq 0$, $\Omega = 0$ не существует непрерывного решения $v_{Ri}(\xi)$, удовлетворяющего условиям (16) и (17). Требование $v_{Ri}(\infty) = 0$ приводит к необходимости введения решения с разрывом первой производной:

$$v_{Ri} = 0, \quad \frac{dv_{Ri}}{d\xi} = 0 \quad \text{при} \quad \xi > \xi_*;$$

$$\frac{dv_{Ri}}{d\xi} < 0 \qquad \text{при} \quad \xi \leq \xi_*;$$

$$\frac{dv_{Ri}}{d\xi} = -\frac{1}{2}\nu_{in} \qquad \text{при} \quad \xi \to \xi_* - 0.$$

В области $\xi_* \geq \xi \geq 0$ $v_{Ri}(\xi)$ — непрерывная функция, обладающая свойствами

$$v_{Ri}(0) = v_{ni} = 2c(\gamma+1)^{-1}, \quad v_{r_Ri}(\xi_*) = 0.$$

3). При $c > v_s$, $\infty \geq \xi \geq 0$, $\Omega = 0$ не существует непрерывного решения, удовлетворяющего условиям (16) и (17). В области $\xi_* \geq \xi \geq 0$ существует непрерывное, но двузначное решение, удовлетворяющее только одному условию (16) $v_{Ri}(0) = v_{ni}$, причём имеется такая точка $\xi = \xi_*$, где $\left.\dfrac{\partial v_{Ri}}{\partial \xi}\right|_{\xi=\xi_*} = \infty$.

Согласно уравнению (15), в точке $\xi = \xi_*$ справедливо представление $v_{Ri}(\xi_*) = c - v_s$. На основе такого решения можно построить разрывное решение (ионно—звуковая ударная волна с внутренним разрывом), удовлетворяющее условию $v_{Ri}(\xi) = 0$ при $\xi > \xi_p$. В точке $\xi = \xi_p$ для этого используются соотношения на разрыве, являющиеся законами сохранения массы и импульса в интегральной форме.

Подчеркнём экзотичность ситуации: разрывное решение (ударная волна) существует в диссипативной безграничной среде ($\nu_{in} > 0$). Следует отметить, что диссипация в данной задаче обусловлена обменом импульсом между ионами и нейтралами, который описывается слагаемым $-\nu_{in} v_i$ в уравнении движения (4). Таким образом, диссипативный член описывается не вторыми производными, а функцией ν_i. Окончательно, построенное в [4] разрывное решение имеет следующий вид:

$$v_i(\xi)\Big|_{\xi\to\xi_p-0} = c(1 - v_s^2 c^{-2}), \quad v_i(\xi)\Big|_{\xi>\xi_p} = 0.$$

4. Перейдём к оценке влияния анизотропии на ионно–звуковые волны в звуковом и сверхзвуковом режимах.

Сначала исследуем влияние анизотропии на непрерывное решение $v_{Ri}(\xi)$ при $c = v_s$ (см. ветвь 3 на рис. 1). При $\xi \to \xi_*(\Omega)$, $v_{Ri} \to 0$ в точке $\xi = \xi_*(\Omega)$ из уравнения (14) следует $2\dfrac{dw}{d\xi} = \nu$ и в окрестности точки $\xi_*(\Omega)$

$$w(\xi,\Omega) \simeq \frac{\nu}{2}[\xi_*(\Omega) - \xi], \quad c = v_s\,.$$

Ниже будет показано, что $\xi_*(\Omega) < \xi_*(0)$.

В области $\xi \gg \xi_*$, $|v_{Ri}| \gg v_s$ воспользуемся разложением в ряд

$$w = \xi \sum_{n=0}^{\infty} A_n \xi^{-n}.$$

Тогда, согласно (14), имеем

$$w(\xi,\Omega) \simeq -(\nu_{in}^{(0)} \pm i\Omega)\xi, \quad \xi \gg \xi_*(\Omega), \quad c = v_s.$$

Граничные условия (16), (17) приводят к необходимости введения решения с разрывом первой производной в точке $\xi_* = \xi_*(\Omega)$:

$$v_{Ri}(\xi,\Omega) = \begin{cases} v_{Ri}(\xi) & \text{удовлетворяет уравнению при } \ 0 \le \xi \le \xi_*(\Omega), \\ & \text{причём } \ v_{Ri}(0) = 2c(\gamma+1)^{-1}, \ \ v_{Ri}(\xi_*) = 0; \\ 0 & \text{при } \ \xi > \xi_*(\Omega). \end{cases}$$

В сверхзвуковой ситуации $c > v_s$, $\Omega \ne 0$ можно убедиться в существовании двузначного непрерывного решения в области $0 \le \xi \le \xi_*(\Omega)$. В самом деле, в окрестности $\xi \simeq \xi_{**}(\Omega)$ имеет место разложение в ряд

$$w = w_0 + \sum_{n=1}^{\infty} w_n (\xi_{**} - \xi)^{n-\frac{1}{2}}, \quad \xi \le \xi_{**}(\Omega).$$

Компенсация сингулярных членов в уравнении (14) происходит при $w_0 = v_s$, $w_1 = (2\nu_{in}^{(0)} v_s)^{1/2}$. Коэффициент w_2 имеет вид

$$w_2 = \mp\frac{2}{7}\left(\nu_{in}^{(0)}\right)^2 \left[3 + \frac{c}{v_s}\left(1 + \frac{\Omega^2}{(\nu_{in}^{(0)})^2}\right) - \frac{\Omega^2}{(\nu_{in}^{(0)})^2}\right] \left(2\nu_{in}^{(0)}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Для такого двузначного непрерывного решения возможно выполнение только одного граничного условия (17) при $\xi = 0$. Необходимость выполнения условия (16) приводит к требованию введения разрывного решения, такого, что $v_{Ri}(\xi) = 0$ при $\xi > \xi_p(\Omega)$ (“головная"ударная волна), где в точке

$v_{Ri}(\xi)=0$ должны выполняться соотношения на скачке, являющиеся следствием интегральных законов сохранения массы и импульса:

$$\begin{aligned} &\rho(\xi_p)[v_{Ri}(\xi_p)-u_p]=-\rho_0 u_p\,,\\ &\rho(\xi_p)\left[v_s^2+v_{Ri}(\xi_p)\Big(v_{Ri}(\xi_p)-u_p\Big)\right]=\rho_0 v_s^2\,, \end{aligned} \tag{21}$$

где u_p — скорость перемещения разрыва.

Магнитное поле в явном виде не входит в соотношения (21), т. к. в нашем приближении возмущения магнитного давления не происходит. При $\xi\le\xi_p$ из (12) в стационарном решении следует связь между $\rho(\xi)$ и $v_{Ri}(\xi)$:

$$\rho=\rho_0(1-v_{Ri}c^{-1})^{-1}. \tag{22}$$

Из (21) и (22) имеем:

$$u_p=c\,,$$

$$u_{Ri}(\xi_p)=c(1-v_s^2c^{-2})\,,$$

$$\rho(\xi_p)=\rho_0 v_s^2c^{-2}.$$

Таким образом, величины скачков на фронте не зависят от магнитного поля, но H_0 влияет на положение фронта: $\xi_p=\xi_p(\Omega)$.

Рис. 1 может использоваться при $\Omega\ne 0$, если сделать замену $\xi_{**}\to\xi_p(\Omega)$ и $\xi_*\to\xi_*(\Omega)$.

Исследуем влияние анизотропии на градиент $v_{Ri}(\xi)$ позади фронта $\xi=\xi_p(\Omega)$. Так как позади фронта решение непрерывно, то в малой окрестности произвольного фиксированного значения $v_R(\xi)=v^{(1)}$ можно линеаризовать уравнение (14) и получить соотношение для возмущения $\tilde v_{Ri}(\xi)$ относительно уровня $v^{(1)}$:

$$\frac{d\tilde v_{Ri}}{d\xi}\approx -w^{(1)}(w_1-c)\left[\left(\nu_{in}^{(0)}\right)^2+\Omega^2\right]\left(\nu_{in}^{(0)}\right)^{-1}\left[2\left(w_1^{(1)}\right)^2-v_s^2\right]^{-1}, \tag{23}$$

гле $w^{(1)}\equiv c-v^{(1)}$.

Соотношение (23) справедливо как для дозвуковой, так и для сверхзвуковой ситуаций при условии $v_{Ri}(\xi_p)\le v^{(1)}\le 2c(\gamma+1)^{-1}$. Таким образом, увеличение Ω приводит к возрастанию модуля $\left|\dfrac{d\tilde v_{Ri}}{d\xi}\right|$. Следствием этого является смещение положения разрыва: $\xi_p(\Omega)<\xi_p(0)$.

Отметим, что в сверхзвуковой ситуации влияние магнитного поля на градиенты полей может быть значительным при $\xi\sim\xi_p$.

В звуковой ситуации $c=v_s$ имеется особая точка при $\xi\to\xi_*(\Omega)$, где $v_{Ri}(\xi_*)=0$ и, как отмечалось выше, справедливо соотношение

$$\frac{dv_{Ri}(\xi,\Omega)}{d\xi}=\frac{dv_{Ri}(\xi,0)}{d\xi}=-\frac{\nu}{2},\quad \xi=\xi_*.$$

В точке ξ_* влияние анизотропии на градиент $v_{Ri}(\xi)$ не проявляется.

Таким образом, увеличение магнитного поля H_0 приводит к более резкому изменению $v_{Ri}(\xi,R)$ на тех участках, где справедливо описание непрерывным решением уравнения (14). Особый случай представляет $c=v_s$, $\xi=\xi_*$, где Ω на градиент функции $v_{Ri}(\xi,\Omega)$ не влияет. Магнитное поле приводит к увеличению градиентов полей, поэтому оно не устраняет внутренний разрыв в сверхзвуковой ситуации. Анизотропия является конкурирующим фактором по отношению к ионной вязкости [4]. Анизотропия не приводит к изменению величины скачка полей на ударном фронте, происходит уменьшение расстояния между ударными фронтами $\xi = 0$ и ξ_p и соответственно между $\xi = 0$ и ξ_*. При наличии H_0 возникает новая, поперечная к фронту компонента скорости плазмы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 96–05–64723).

ЛИТЕРАТУРА

1. Авраменко Р. Ф., Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 485.
2. Рухадзе А. А., Теселкин С. Ф. // ЖЭТФ. 1982. Т. 52. Вып. 11. С. 2129.
3. Павлов В. А. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. Вып. 10. С. 1368.
4. Павлов В. А. // Физика плазмы. 1996. Т. 22. Вып. 2. С. 182.
5. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. — М.: Мир, 1972. — 274 с.

НИИ радиофизики
С.-Петербургского университета,
Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
11 июня 1997 г.

THE EFFECT OF THE ANISOTROPY ON THE STRUCTURE OF ION-SOUND WAVE

V. A. Pavlov

We study the influence of the magnetic field on the ion-sound disturbance of a weakly ionized plasma in the front of a strong shock of the neutral component. Different regimes (subsonic, sonic, and supersonic) are examined. The analysis is focused on the formation of a shock field in plasma.

УДК 573.868.7

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ ПРИ ПОМОЩИ СЕМЕЙСТВ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ДИАГРАММ

С. В. Ларцов

Рассматривается возможность экспериментального исследования поляризационных и поляризационно–амплитудных свойств нелинейных рассеивателей при помощи семейств поляризационных диаграмм. Приводятся примеры семейств поляризационных диаграмм, измеренных на частоте второй гармоники зондирующего сигнала. Показано, что поляризационные и поляризационно–амплитудные свойства простых и сложных нелинейных рассеивателей существенно различны. При этом простой нелинейный рассеиватель является поляризационно–избирательным объектом. и его поляризационные свойства можно полностью описать на основе измерений.

ВВЕДЕНИЕ

Практическое использование нелинейного зондирования вызывает интерес к поиску экспериментальных путей, позволяющих сформировать представление о деполяризующих свойствах нелинейных рассеивателей. Напомним, что при нелинейном зондировании принимаемый сигнал (ПС) является гармоникой или другим нелинейным продуктом зондирующего сигнала (ЗС). Нелинейными рассеивателями (НР) являются объекты, обладающие способностью при взаимодействии с ЗС излучать в пространство сигналы на частотах его гармоник или других нелинейных продуктов [1]. Из-за нелинейного характера преобразования электромагнитной волны при нелинейном рассеянии не выполняются принципы взаимности и суперпозиции, поэтому здесь традиционные методы описания поляризационных свойств зондируемых целей, применяемые в радиолокации, не могут быть использованы. В частности, для ЗС с некоторой поляризацией в общем случае нет возможности предсказать параметры рассеянного сигнала (РС) по суперпозиции откликов на зондирующие сигналы с другими поляризациями. Это связано прежде всего с тем, что фаза ЗС, падающего на НР, не может быть однозначно определена по фазе РС [2].

Насколько нам известно, к настоящему времени для нелинейного зондирования не найдены характеристики, позволяющие, аналогично матрице рассеяния цели при линейном зондировании [3], на основе экспериментальных измерений полностью описывать поляризационные свойства нелинейно–рассеивающих объектов. Однако возможно частичное (неполное) описание этих свойств. В частности, в [4] предлагается получать необходимую для практики информацию о деполяризующих свойствах НР путём измерения матриц рассеяния с расширенным излучающим базисом. В данной работе для решения этой задачи используются семейства поляризационных диаграмм.

Обычно метод поляризационной диаграммы применяется для измерения поляризационных параметров электромагнитной волны с точностью до направления вращения вектора поля. Под поляризационной диаграммой (ПД) понимается зависимость уровня ПС от угла поворота плоскости поляризации линейно–поляризованной приёмной антенны [3]. ПД наглядны и позволяют легко определить коэффициент эллиптичности r и угол наклона главной оси эллипса поляризации β исследуемой электромагнитной волны. Подобные традиционные ПД использовались в [2] для характеристики зависимости поляризации РС от параметров системы из двух НР. При этом параметры ЗС фиксировались. Если иметь в виду задачу описания (пусть и не полного) поляризационных свойств НР, то для её успешного решения должна быть рассмотрена возможность измерения ПД рассеянного сигнала при различных поляризациях ЗС. В результате будет получено семейство ПД. Заметим, что если использовать в качестве излучающей ЗС антенну с линейной поляризацией и вращать плоскость её поляризации, а поляризацию принимающей РС антенны зафиксировать, то в результате также будет получена диаграмма, на которую можно распространить название “поляризационная". Это открывает возможность формировать семейство поляризационных диаграмм НР из ПД, полученных при попеременном вращении как излучающей ЗС антенны, так и антенны, принимающей РС.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

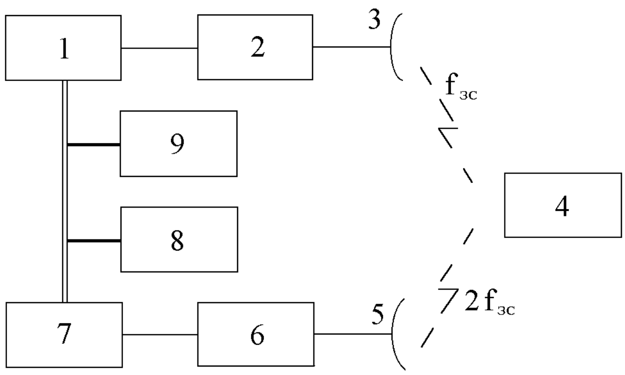


Рис. 1. Структурная схема измерительного стенда для измерения поляризационных диаграмм: 1 — генератор ЗС; 2 — фильтр, очищающий ЗС от собственных гармоник; 3 — излучающая антенна; 4 — НР (измеряемый объект); 5 — приёмная антенна; 6 — фильтр, настроенный на частоту второй гармоники ЗС; 7 — приёмник; 8 — управляющий контроллер; 9 — регистрирующее устройство.

Для измерения ПД был создан автоматизированный стенд, структурная схема которого представлена на рис. 1. Частота и мощность излучения генератора, постоянно излучающего одночастотный непрерывный ЗС постоянной интенсивности, задавалась управляющим контроллером. В качестве антенн использовались стандартные измерительные антенны П6-33 и П6-23А (уровень кросс—поляризации не хуже -20 дБ), приводы вращения плоскости поляризации которых были оснащены электрическими двигателями, обеспечивающими равномерное вращение, и герконовыми датчиками, позволяющими зафиксировать начало и конец полного оборота (360°) плоскости поляризации антенны. Антенны всегда вращались по часовой стрелке. Углы наклона плоскостей поляризаций излучающей и приёмной антенн $\theta_{зс}$, $\theta_{пс}$ отсчитывались от горизонтального направления. В качестве приёмника и управляющего контроллера использовался программируемый автоматизированный приёмник ESVP с контроллером PCA-5 фирмы RONDE&SCHWARZ. Контроллер PCA-5 позволял регистрировать полученную ПД в виде файла на магнитном носителе и графика, отображаемого на экране, принтере или графопостроителе. Рассеянный сигнал характеризовался его плотностью потока мощности (интенсивностью) $\Pi_{рс}$, приведённой к расстоянию 1 м от НР. Зондирующий сигнал в месте расположения НР характеризовался его плотностью потока мощности $\Pi_{зс}$ у НР. Значения $\Pi_{рс}$ и $\Pi_{зс}$ определялись по значениям мощностей ПС и ЗС на основе предварительной калибровки [5]. При этом уменьшение влияния подстилающей поверхности достигалось путём более высокого расположения исследуемого НР (2,4 м) по сравнению с высотой антенн установки (1,4 м). Расстояние до НР составляло 9 м, что обеспечивало для измеряемых объектов условие дальней зоны [6]. Расстояние между антеннами составляло 1 м, ширина диаграмм направленностей антенн по уровню 3 дБ в используемом диапазоне составляла менее 40°. В качестве исследуемых НР выбирались диполи и рамки, нагруженные на полупроводниковые диоды, и реальные объекты, содержащие в своём составе различные электронные компоненты.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Проведённые измерения семейств ПД позволили выделить некоторые общие закономерности в деполяризующих свойствах НР. Прежде всего, как и амплитудные (см. [7]), поляризационные свойства простых и сложных НР имеют качественные отличия. Напомним, что конструктивным признаком простых НР является наличие только одной нелинейной нагрузки (в данном случае они были представлены диполями и рамками, нагруженными на полупроводниковые диоды), тогда как сложные НР имеют несколько нелинейных нагрузок или являются совокупностью из нескольких простых НР [1, 7, 8].

Измерения семейств ПД путём вращения приёмной антенны при разных фиксированных поляризациях ЗС для диполей, нагруженных на различные полупроводниковые диоды, показали, что РС всегда был линейно поляризован (ПД соответствовали закону Малюса: $\Pi_{\text{рс}} \sim \cos^2\theta$). При этом все ПД были подобны ($r = \text{const}$, $\beta = \text{const}$) и различались только максимальным уровнем РС. Подобие ПД наблюдалось и у соответствующего семейства ПД для рамки, нагруженной на полупроводниковый диод. Другими словами, все исследованные простые НР являлись поляризационно–избирательными объектами. Сложные НР не сохраняли поляризационные параметры РС при изменении поляризации ЗС. Это происходило потому, что вклады в суммарный РС от простых НР, составляющих сложный НР, перераспределяются с изменением поляризации ЗС. Иллюстрацией сказанного может быть представленное на рис. 2 семейство ПД радиоприёмника “Океан 222", полученное путём вращения плоскости поляризации приёмной антенны при разных положениях плоскости поляризации излучающей антенны. Из рис. 2 можно сделать некоторые заключения о поляризационных свойствах этого НР. Во-первых, наилучшая (с точки зрения максимального РС) поляризация ЗС — горизонтальная. При этом приёмная антенна должна иметь эллиптическую поляризацию с коэффициентом эллиптичности $r = 4$ дБ и углом наклона главной оси к горизонту $\beta = 75°$. Наихудшая поляризация ЗС — вертикальная при практически тех же параметрах приёмной антенны. Во-вторых, поляризация РС эллиптична, её параметры изменяются в значительных пределах. При наклоне плоскости поляризации ЗС 45° к горизонту поляризация РС достаточно близка к круговой ($r = 2{,}5$ дБ), а при вертикальной поляризации ЗС поляризация РС приближается к линейной ($r = 7$ дБ). В-третьих, в зависимости от поляризаций приёмной и излучающей антенн уровень РС изменялся в диапазоне 14 дБ.

На рис. 3 представлено семейство ПД для метеорологического зонда, полученное путём вращения плоскостей поляризации как передающей, так и приёмной антенн. Следует отметить, что изменение уровня РС при вращении плоскости поляризации излучающей антенны (25–27 дБ) больше, чем такое же изменение при вращении плоскости поляризации приёмной антенны (10–15 дБ). По приведённому семейству ПД можно найти значение угла наклона плоскости поляризации ЗС, максимизирующее интенсивность РС. Для этого необходимо вычислить по ПД семейства зависимость суммарной интенсивности РС $\Pi_{\text{рс сум}} = \Pi_{\text{рс гор}} + \Pi_{\text{рс верт}}$ от угла поворота плоскости поляризации излучающей антенны. Эта зависимость представлена на рис. 3 (кривая 5). При этом видно, что наиболее эффективное положение плоскости поляризации ЗС соответствует 155°.

Очевидно, что семейства ПД для сложных НР не дают полного представления об их поляризационных свойствах. Так по семейству ПД на рис. 2 можно интерполировать примерный вид поляризации РС для ЗС с линейной поляризацией, однако нельзя предсказать поляризацию РС, например для ЗС с круговой поляризацией. Поэтому при исследовании конкретных объектов необходимо выбирать число ПД в семействе и виды ЗС исходя из конкретной практической задачи.

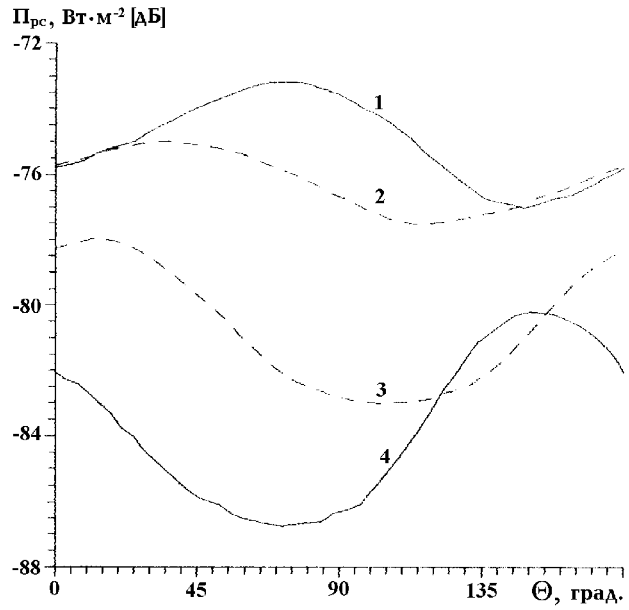


Рис. 2. Семейство поляризационных диаграмм радиоприёмника “Океан 222", полученное путём вращения приёмной антенны ($f_{зс} = 420$ МГц). 1 — положение плоскости поляризации излучающей антенны горизонтальное; 2 — 45°; 3 — 135°; 4 — вертикальное.

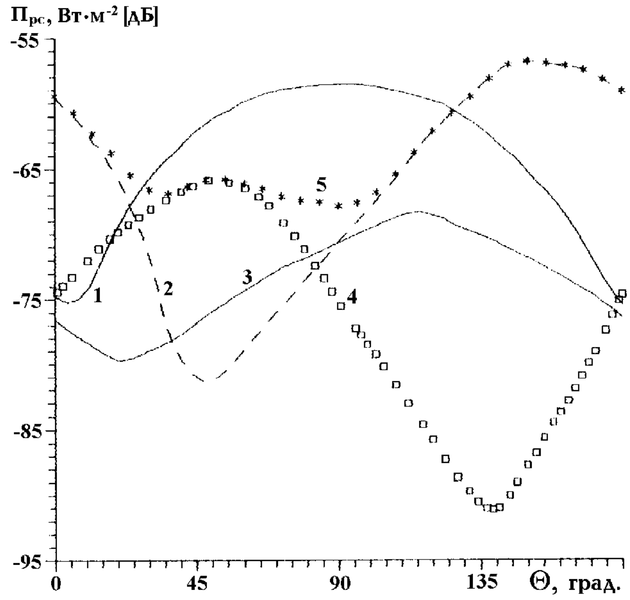


Рис. 3. Семейство поляризационных диаграмм метеорологического зонда ($f_{зс} = 300$ МГц). 1, 3 — вращалась плоскость поляризации приёмной антенны; 1 — горизонтальная поляризация излучающей антенны; 3 — вертикальная; 2, 4 — излучающей антенны; 2 — вертикальная поляризация приёмной антенны; 4 — горизонтальная; 5 — зависимость суммарной интенсивности рассеянного сигнала от угла поворота плоскости поляризации излучающей антенны.

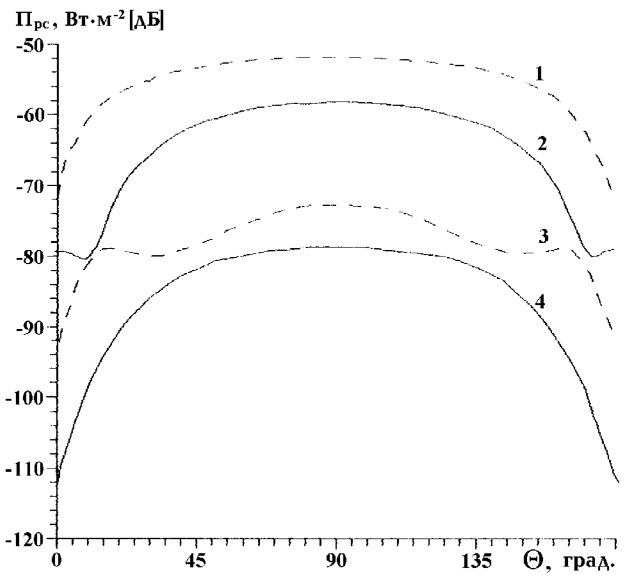


Рис. 4. Семейство поляризационных диаграмм диполя, нагруженного диодом ГИ401, полученных при вращении плоскости поляризации излучающей антенны, для разных уровней $\Pi_{зс}$ ($f_{зс} = 500$ МГц). 1 — $\Pi_{зс} = = -15$ Вт·м$^{-2}$ [дБ]; 2 — $\Pi_{зс} = -25$ Вт·м$^{-2}$ [дБ]; 3 — $\Pi_{зс} = -30$ Вт·м$^{-2}$ [дБ]; 4 — $\Pi_{зс} = = -50$ Вт·м$^{-2}$ [дБ].

ПД, полученные при вращении плоскости поляризации приёмной антенны, всегда представляют собой монотонные зависимости вида: $\mathrm{A}+\mathrm{B}\cdot\cos^2(\theta+\varphi_0)$, имеющие в диапазоне $0\div180°$ один максимум и один минимум. Для ПД, полученных при вращении плоскости поляризации излучающей антенны, монотонность может нарушаться. Это происходит из-за проявления амплитудных свойств НР (особенностей преобразования амплитуды ЗС при рассеянии на НР), поэтому ПД могут быть использованы для исследования влияния уровня ЗС на поляризационные параметры ПС. На рис. 4 приведено семейство ПД диполя с диодом ГИ 401, полученных при вращении плоскости поляризации излучающей антенны ($f_{зс} = 500$ МГц, $f_{пс} = 1000$ МГц) для различных уровней $\Pi_{зс}$. Как видно из рис. 4, ПД, в зависимости от уровня $\Pi_{зс}$, могут быть гладкими или иметь несколько максимумов. Различие объясняется тем, что в образовании ПД участвует только некоторая область амплитудной характеристики НР (зависимости $\Pi_{рс}$ от $\Pi_{зс}$ [1, 7]), которая ограничена уровнем кросс—поляризации излучающей антенны (примерно 20 дБ). Амплитудная характеристика диполя с диодом ГИ 401 представлена на рис. 5 (кривая 1). Немонотонный характер амплитудной характеристики и является причиной появления нескольких максимумов в ПД, что является чертой, присущей только нелинейному рассеянию радиоволн. Следует заметить, что ПД, полученные при вращении плоскости поляризации приёмной антенны для разных уровней ЗС, всегда подобны для простых НР. Для объектов (т. е. для сложных НР) такое подобие не сохраняется. В качестве примера на рис. 6 приведены ПД тестера Ц4243, полученные при вращении плоскости поляризации приёмной антенны при различных уровнях $\Pi_{зс}$. Изменяются как уровень РС, так и параметры его поляризации. В частности, β изменяется в диапазоне 35°.

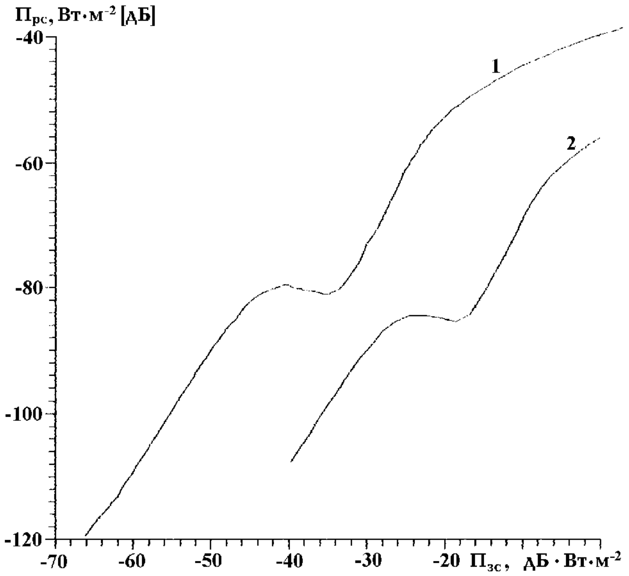


Рис. 5. Амплитудная характеристика диполя с диодом ГИ-401 ($f_{зс} = 500$ МГц). 1 — плечи диполя прямые; 2 — имеют S-образную форму.

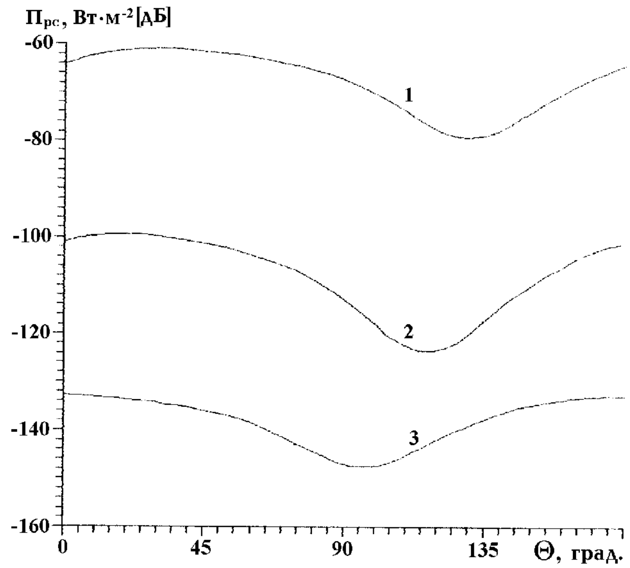


Рис. 6. Семейство поляризационных диаграмм тестера Ц4243, полученных при вращении плоскости поляризации приёмной антенны при различных уровнях $\Pi_{зс}$ ($f_{зс} = 500$ МГц). 1 — $\Pi_{зс} = 5$ Вт·м$^{-2}$ [дБ]; 2 — $\Pi_{зс} = = -20$ Вт·м$^{-2}$ [дБ]; 3 — $\Pi_{зс} = -35$ Вт·м$^{-2}$ [дБ].

Таким образом, поляризация РС для простого НР постоянна при изменении как поляризации, так и уровня ЗС, и непостоянна для сложных НР. Это открывает определённые возможности различения простых и сложных НР и полного описания поляризационных свойств простого НР на основе измерений.

РАЗЛИЧЕНИЕ ПРОСТЫХ И СЛОЖНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

В данном случае под различением подразумевается выбор между двумя альтернативами: в зоне облучения находится простой или сложный НР. В данной работе рассматриваются только физические критерии, которые могут быть использованы для построения соответствующих решающих правил.

Интерес к этой задаче связан с тем, что простой и сложный НР могут быть, в той или иной степени, поставлены в соответствие с реальными электронными приборами. Действительно, реальные электронные приборы представляют собой совокупность достаточно большого количества нелинейных элементов, размещённых, как правило, на печатной плате. Если корпус такого устройства диэлектрический, то можно утверждать, что оно будет вести себя как сложный НР. Если корпус металлический, то является существенным, сколько путей проникновения ЗС внутрь и выхода РС в обратном направлении. В зависимости от этого можно сделать заключение о поведении объекта как простого НР (путь проникновения один) либо о появлении у него свойств сложного НР (если таких путей больше).

Первый из возможных критериев базируется на особенностях преобразования амплитуды и поляризации ЗС при рассеянии на НР: непостоянство поляризации РС при изменении мощности ЗС говорит о наличии в зоне облучения сложного НР, а постоянство — о простом НР.

Другой подход к формированию критерия для различения простого и сложного НР основан на использовании зависимости поляризации РС от поляризации ЗС. Вывод о наличии сложного НР может быть сделан в случае изменения поляризации РС при изменении поляризации ЗС, например, при вращении плоскости поляризации излучающей антенны.

В качестве оценки поляризации РС было выбрано отношение интенсивностей двух его ортогональных (вертикальной и горизонтальной) поляризационных компонент $\varsigma = \Pi_{\text{рс верт}}/\Pi_{\text{рс гор}}$, которое можно определить по отношению мощностей соответствующих поляризационных компонент ПС $\varsigma \approx P_{\text{пс верт}}/P_{\text{пс гор}}$.

В общем случае поляризация электромагнитной волны определяется интенсивностями двух ортогональных поляризационных компонент и их разностью фаз. Отношение интенсивностей ортогональных поляризационных компонент является удобной с практической точки зрения оценкой при исследовании постоянства поляризационных параметров РС, т. к. не связано с фазовыми измерениями. Хотя теоретически возможна ситуация, когда это отношение постоянно при изменении поляризации РС. Здесь будем подразумевать, что стабильность указанного отношения говорит о постоянстве поляризации РС. Применение данного критерия подразумевает наличие двух приёмных каналов либо коммутацию поляризации приёмной антенны установки. Для апробации подобного способа различения простого и сложного НР измерительный стенд был несколько перестроен. В частности, приёмная антенна была заменена на две совмещённые линейно–поляризованные антенны (с ортогональными поляризациями), выходы которых при помощи СВЧ переключателя могли попеременно подсоединяться к приёмнику. На основе двух последовательных измерений зависимостей $\text{Р}_{\text{пс}}$ от $\text{Р}_{\text{зс}}$ (для первого способа) либо двух зависимостей $\text{Р}_{\text{пс}}$ от $\theta_{\text{зс}}$ (для второго способа) вычислялись зависимости ς от $\text{Р}_{\text{зс}}$ или ς от $\theta_{\text{зс}}$. $\text{Р}_{\text{зс}}$ изменялась по определённой программе путём управления генератором через контроллер, $\theta_{\text{зс}}$ — так же как при измерении ПД.

На рис. 7 представлены зависимости ς от $\Pi_{\text{зс}}$, полученные при использовании первого способа, для диполя с диодом Д311 и метеорологического зонда. Как следует из рис. 7, критерий распознавания сложного НР на основе амплитудно–поляризационных свойств начинает “работать", когда уровень ЗС превышает некоторое пороговое значение. Это связано с тем, что при малых уровнях $\Pi_{\text{зс}}$ для всех НР наблюдается зависимость $\Pi_{\text{рс}} \sim \Pi_{\text{зс}}^{n}$, где n — номер гармоники (так называемый режим слабого взаимодействия ЗС с НР [1]). Поэтому изменение уровня ЗС в диапазоне интенсивностей, соответствующих этому режиму, не приводит к перераспределению вкладов от отдельных НР в суммарное поле РС. При дальнейшем росте $\Pi_{\text{зс}}$ параметр n перестаёт быть равным номеру гармоники. В общем случае он индивидуален для разных НР [7]. В результате указанный механизм перераспределения приводит к изменению поляризации РС.

На рис. 8 представлена зависимость ς от $\theta_{\text{зс}}$ для диполя с диодом Д311 (кривая 1) и тестера Ц4341 (кривая 2). Из приведённого графика видно, что, в отличие от практически постоянного отношения интенсивностей поляризационных составляющих РС для диполя (около 1 дБ), эта зависимость для тестера изменяет своё значение в диапазоне 16 дБ. Различение простого и сложного НР по этому способу возможно при любых режимах работы НР, а значит, и интенсивностях ЗС. Единственным требованием

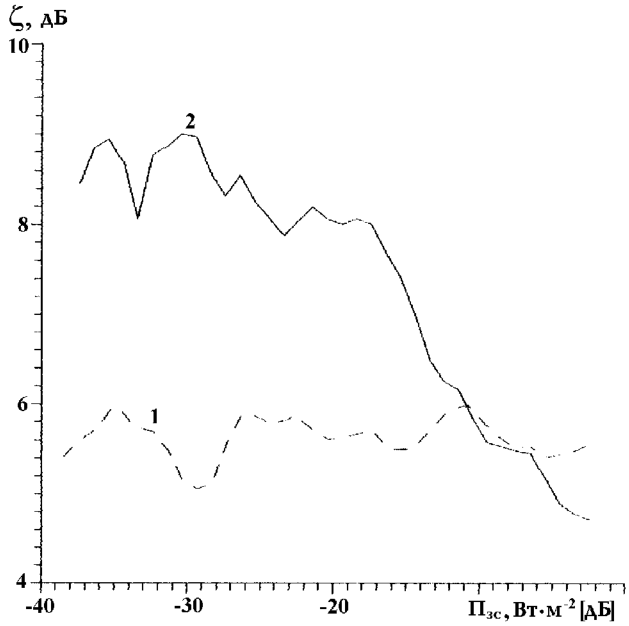


Рис. 7. Зависимости отношения ортогональных поляризационных компонент рассеянного сигнала ς от $\Pi_{зс}$ ($f_{зс}$ = 500 МГц). 1 — диполь; 2 — тестер.

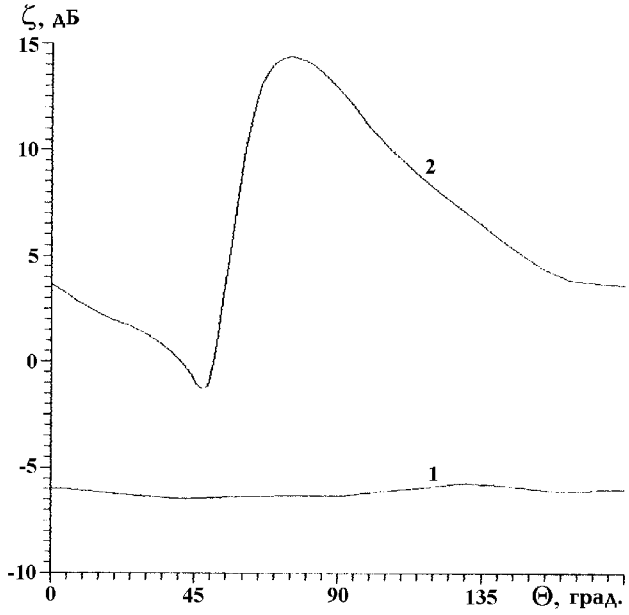


Рис. 8. Зависимости отношения ортогональных поляризационных компонент рассеянного сигнала ς от угла поворота плоскости поляризации излучающей антенны $\theta_{зс}$ ($f_{зс}$ = = 500 МГц). 1 — диполь; 2 — тестер.

является одновременное превышение мощностями компонент ПС уровня чувствительности приёмных каналов хотя бы для некоторого диапазона $\theta_{зс}$.

Как показали экспериментальные исследования, рассмотренные методы оказываются эффективны и в случаях, если НР находится вблизи границы раздела сред или рядом с линейными отражателями, а также на расстояниях, когда не выполняется условие дальней зоны.

ОПИСАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТОГО НЕЛИНЕЙНОГО РАССЕИВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Обнаруженные поляризационные свойства простого НР легко можно объяснить на основе его феноменологической модели, последовательно описывающей происходящие в НР процессы [1, 7, 8]. Структурная схема такой модели простого НР представлена на рис. 9. Из неё, в частности, следует, что ЗС должен быть принят приёмной антенной нелинейного рассеивателя — 1 и по некоторому эквивалентному тракту — 2 канализирован к нелинейному элементу — 3. На последнем происходит нелинейное преобразование ЗС и “генерируются"гармоники ЗС. Каждая из образовавшихся гармоник по собственному тракту — 4 канализируется к своей излучающей антенне — 5, где происходит излучение её в пространство. Элементы модели 1, 2, 4, 5 образованы линейной частью простого НР, и для их описания можно пользоваться стандартными методами анализа линейных цепей. Заметим, что эти элементы конструктивно могут быть объединены (например плечи диполя), однако спектральный разнос ЗС и его гармоник позволяет анализировать независимо тракты ЗС и гармоник в простом НР.

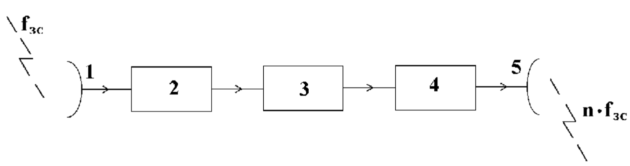


Рис. 9. Феноменологическая модель простого нелинейного рассеивателя.

С точки зрения феноменологической модели простого НР, его поляризационные свойства будут определяться поляризационными параметрами антенн 1 и 5. В частности, поляризация РС зависит только от поляризационных свойств антенны 5, что и объясняет поляризационную избирательность всех простых НР. В то же время, как было показано выше, на поляризационных параметрах простого НР отражаются его амплитудные свойства, которые можно характеризовать амплитудной характеристикой. Для не изменяющихся во времени параметров НР и монохроматического ЗС амплитудная характеристика (АХ) на частоте гармоники ЗС может быть записана как

$$\Pi_{\text{рс}} = \mathfrak{F}(\Pi_{\text{зс}}). \tag{1}$$

В общем случае, АХ — априорно не известная функция, которая может быть измерена экспериментально [7].

Пусть поляризационные параметры излучающей и приёмной антенн измерительной установки изменились при постоянстве их коэффициентов усиления. В этом случае изменится в $\text{К}_{\text{зс}}$ раз мощность ЗС на нелинейном элементе простого НР и в $\text{К}_{\text{рс}}$ раз мощность ПС. С точки зрения феноменологической модели это изменение связано с тем, что приёмная антенна НР — 1 имеет другой коэффициент усиления, а приёмная антенна установки будет по-другому согласована с РС. Данные изменения можно представить, переписав (1) в виде

$$\Pi_{\text{рс}} = \text{К}_{\text{рс}} \cdot \mathfrak{F}(\text{К}_{\text{зс}} \cdot \Pi_{\text{зс}}). \tag{2}$$

Таким образом, если знать вид АХ и коэффициенты $\text{К}_{\text{рс}}$, $\text{К}_{\text{зс}}$, то всегда можно предсказать интенсивность ПС по заданным параметрам ЗС. Поскольку при измерении АХ поляризация антенн стенда известна, то коэффициенты $\text{К}_{\text{рс}}$, $\text{К}_{\text{зс}}$ характеризуют поляризационные свойства антенн простого нелинейного рассеивателя в его феноменологической модели и могут быть использованы для их описания. Наиболее просто это достигается в случае, если для измерений используются антенны с линейной поляризацией. В этом случае $\text{К}_{\text{рс}}$, $\text{К}_{\text{зс}}$ являются функциями углов наклона плоскости поляризации соответствующих антенн $\text{К}_{\text{зс}} = \text{К}_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}})$, $\text{К}_{\text{рс}} = \text{К}_{\text{рс}}(\theta_{\text{рс}})$. Будем считать, что АХ была измерена для некоторых фиксированных значений $\theta^*_{\text{зс}}$, $\theta^*_{\text{рс}}$, для которых $\text{К}_{\text{рс}}(\theta^*_{\text{рс}}) = \text{К}_{\text{зс}}(\theta^*_{\text{зс}}) = 1$. Тогда выражение (2) для произвольных значений $\theta_{\text{зс}}$, $\theta_{\text{рс}}$ можно записать в виде

$$\Pi_{\text{рс}}(\theta_{\text{зс}}, \theta_{\text{рс}}) = \text{К}_{\text{рс}}(\theta_{\text{рс}}) \cdot \mathfrak{F}(\text{К}_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}}) \cdot \Pi_{\text{зс}}(\theta^*_{\text{зс}})). \tag{3}$$

Заметим, что если известны зависимости $\text{К}_{\text{зс}} = \text{К}_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}})$, $\text{К}_{\text{рс}} = \text{К}_{\text{рс}}(\theta_{\text{рс}})$, то, с точностью до направления вращения вектора поля, всегда можно определить значения $\text{К}_{\text{зс}}$, $\text{К}_{\text{рс}}$ для других поляризаций излучающей и приёмной антенн установки нелинейного зондирования. Из (3) следует, что $\text{К}_{\text{рс}}(\theta_{\text{рс}})$ можно измерить непосредственно, используя соотношение

$$\text{К}_{\text{рс}}(\theta_{\text{рс}}) = \Pi_{\text{рс}}(\theta^*_{\text{зс}}, \theta_{\text{рс}})/\Pi_{\text{рс}}(\theta^*_{\text{зс}}, \theta^*_{\text{рс}}). \tag{4}$$

Практически для этого, в соответствии с (4), достаточно измерить ПД при вращении плоскости поляризации приёмной антенны и отнормировать её на значение РС, соответствующее положению приёмной антенны, при котором была измерена АХ.

Так как АХ в общем случае — неизвестная функция в широком диапазоне значений $\Pi_{\text{зс}}$, носящая индивидуальный характер для конкретных НР [7], соотношение (3) позволяет определить зависимость $\text{К}_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}})$ только косвенным методом. Для этого при фиксированном значении $\theta^*_{\text{рс}}$ введём функцию, обратную АХ (3):

$$\Pi_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}}) = \text{К}_{\text{зс}}(\theta_{\text{зс}}) \cdot \Pi_{\text{зс}}(\theta^*_{\text{зс}}, \theta^*_{\text{рс}}) = g(\Pi_{\text{рс}}(\theta_{\text{зс}}, \theta^*_{\text{рс}}), \tag{5}$$

$$К_{зс}(\theta_{зс}) = g(\Pi_{рс}(\theta_{зс},\, \theta^*_{рс})/\Pi_{зс}(\theta^*_{зс},\, \theta^*_{рс}). \qquad (6)$$

Следует отметить, что функция, обратная АХ, может быть неоднозначной, однако вид $К_{зс}(\theta_{зс})$ может всегда быть найден по измерению ПД при вращении плоскости поляризации излучающей антенны и АХ, т.к. АХ, в силу своей природы, функция непрерывная.

По рассмотренной методике были определены поляризационные параметры простого НР в виде диполя, имевшего S-образную форму ($l = 30$ см) и нагруженного диодом ГИ401. На рис. 10 (кривая 1) представлена ПД этого НР ($f_{зс} = 500$ МГц, $f_{пс} = 2f_{зс} = 1000$ МГц), полученная при вращении плоскости поляризации приёмной антенны измерительного стенда, которая была отнормирована в соответствии с (4) к зависимости $К_{рс} = К_{рс}(\theta)$, представленной на рис. 11 (кривая 1). Кривой 2 на рис. 10 является ПД этого простого НР, полученная при вращении плоскости поляризации излучающей антенны стенда, которая в соответствии с (6) была пересчитана и отнормирована при помощи АХ этого НР, представленной на рис. 5 (кривая 2), к зависимости $К_{зс} = К_{зс}(\theta)$ (рис. 11, кривая 2). Напомним, что метод ПД позволяет определить поляризационные параметры антенн простого НР с точностью до направления вращения вектора поля, которое может быть пределено путём дополнительных косвенных измерений. Например, можно пользоваться антеннами с правой и левой круговыми поляризациями.

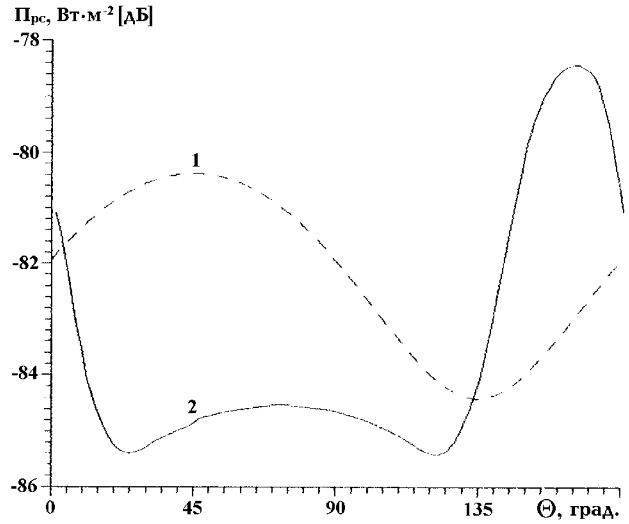


Рис. 10. Семейство поляризационных диаграмм S-образного диполя, нагруженного диодом ГИ401 ($f_{зс} = 500$ МГц). 1 — вращалась плоскость поляризации приёмной антенны: 2 — излучающей антенны.

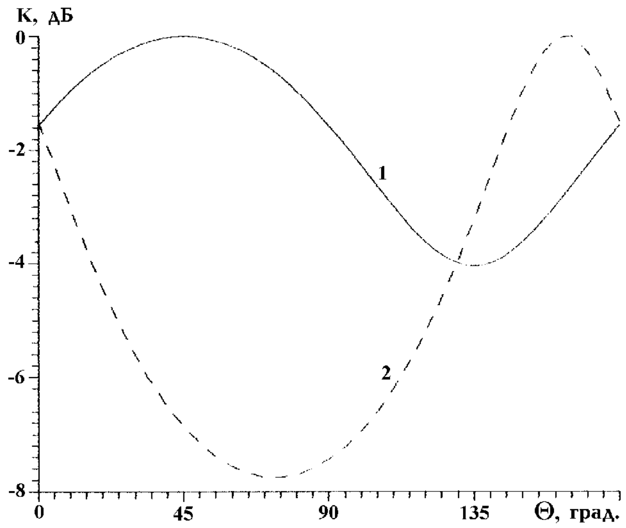


Рис. 11. Зависимости $К_{рс} = К_{рс}(\theta_{рс})$ (кривая 1) и $К_{зс} = К_{зс}(\theta_{зс})$ (кривая 2) для S-образного диполя, нагруженного диодом ГИ401.

ВЫВОДЫ

1. Семейства поляризационных диаграмм позволяют получить представление о поляризационных свойствах нелинейных рассеивателей. При этом поляризационные диаграммы, полученные путём вращения плоскости поляризации антенны излучающей зондирующий сигнал, могут иметь несколько максимумов из-за проявления амплитудных свойств нелинейного рассеивателя.

2. Поляризационные и поляризационно—амплитудные свойства простых и сложных нелинейных рассеивателей существенно различны. Эти различия могут быть обнаружены при помощи поляризационных диаграмм и использованы для различения простых и сложных нелинейных рассеивателей.

3. Простые нелинейные рассеиватели являются поляризационно–избирательными объектами, их поляризационные свойства могут быть полностью описаны на основе экспериментальных измерений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 96–02–18570)

ЛИТЕРАТУРА

1. Горбачев А. А. //Радиотехника и электроника. 1995. Т. 38. № 9. С. 961.
2. Горбачев А. А., Ларцов С. В. //Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 12. С. 1761.
3. Канарейкин Д. Б., Павлов Н. Ф., Потехин В. А. Поляризация радиолокационных сигналов. — М.: Сов. радио, 1966.
4. Ларцов С. В. //Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43. № 2. С. 180.
5. Горбачев А. А., Ларцов С. В., Тараканков С. П. //Радиотехника и электроника (в печати).
6. Майзельс Н. Е., Торгованов В. А. Измерение характеристик рассеяния радиолокационных целей. — М.: Сов. радио, 1972.
7. Горбачев А. А., Ларцов С. В., Тараканков С. П., Чигин Е. П. //Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41. № 5. С. 558.
8. Вернигоров Н. С. //Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42. № 10. С. 1181.

Научно–исследовательский радиофизический институт, Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 21 июля 1997 г.

EXPERIMENTAL STUDY OF THE PROPERTIES OF NON-LINEAR SCATTERERS USING A SET OF THE POLARIZATION PATTERNS

C. V. Lartsov

We examine the possibility of the experimental study of polarization and polarization–amplitude properties of non-linear scatterers using a set of the polarization patterns. We give the examples of the set of the polarization patterns measured at the second harmonic of the sounding signal. We point out the strong difference in polarization and polarization–amplitude properties of elementary and complex non-linear scatterers. An elementary non-linear scatterer is shown to be a polarization-selective object. Its properties can be completely described using the measurements.

УДК 621.372

ДИФРАКЦИЯ T-ВОЛНЫ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СФЕРЕ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

И. В. Донец, А. М. Лерер, С. М. Цветковская

Исследована дифракция T-волны на металлической сфере, расположенной между идеально проводящими плоскостями. Задача решена методом разделения переменных в сочетании с методом зеркальных изображений. Обнаружено значительное усиление эффекта Ми.

Задача дифракции плоской электромагнитной волны на сфере, расположенной в свободном пространстве, решается путём введения потенциала Дебая и решения уравнения Гельмгольца методом разделения переменных [1]. Этот же метод был использован в более сложных задачах: дифракции на сферических рассеивателях, содержащих несколько слоёв [2, 3], на полусферах, расположенных на металлической поверхности [4, 5], на паре сферических поглощающих частиц [6]. Разработанный математический аппарат для одиночной сферы позволяет изучать новые физические эффекты [7].

В последние годы наметился интерес к задачам дифракции на сферах, расположенных внутри или вблизи волноведущих структур [8—11]. Были предложены конструкции резонаторов со сферическим диэлектрическим [12, 13] или металлическим элементом [14]. В частности, по соображениям экономии стоимости предлагалось использовать в циркуляторе ферритовый шар вместо ферритового цилиндра [15].

Теоретическое исследование волноведущих структур со сферическими рассеивателями сталкивается со сложностями математического характера. Прямые численные методы, такие, как метод сеток, для этих задач не дают высокой точности [16].

В данной работе для исследования дифракции на проводящей сфере, расположенной между идеально проводящими плоскостями, используется сочетание метода разделения переменных с методом зеркальных изображений в проводящих плоскостях.

Рассмотрим дифракцию T-волны плоского волновода

$$E_z^0 = \exp(-i\beta x)$$

на идеально проводящей сфере радиуса R, расположенной в плоском волноводе (рис. 1). Плоская волна разлагается в ряд по цилиндрическим волнам:

$$E_z^0(\rho,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} (-i)^k \eta_k J_k(\beta\rho)\cos(k\varphi), \qquad \eta_k = \begin{cases} 1, & k=0, \\ 2, & k\neq 0, \end{cases}$$

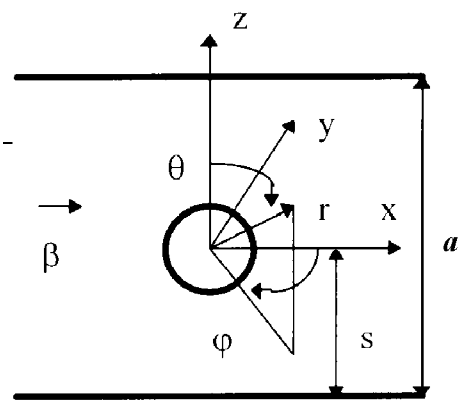


Рис. 1. Исследуемая структура.

где ρ и φ — цилиндрические координаты, J_k — функция Бесселя. Решение уравнения Гельмгольца для дифрагированной волны ищем в сферической системе координат (рис. 1) в виде ряда по гармоникам

$$E_z^s(r,\theta,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_k(r,\theta)\cos(k\varphi).$$

Таким образом задача сводится к задаче дифракции цилиндрической волны

$$E^0_{zk}(\rho,\varphi) = (-i)^k \eta_k J_k(\beta\rho)\cos(k\varphi)$$

на сфере.

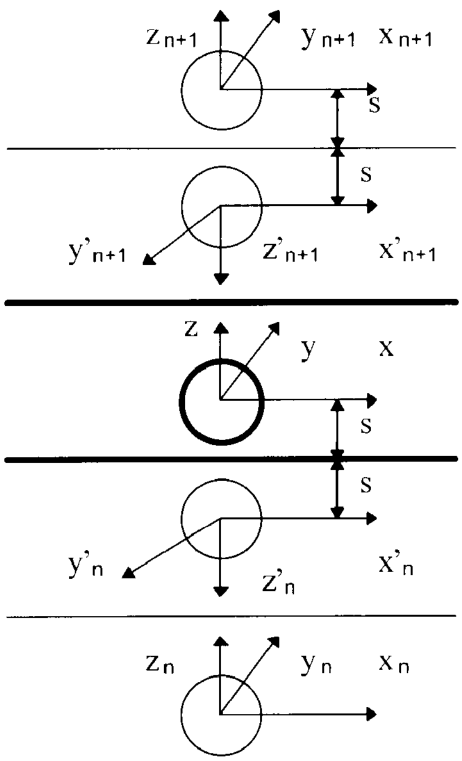


Рис. 2. Зеркальные отображения сферы в нижней и верхней плоскостях.

Пользуясь известным методом зеркальных изображений, рассеянное сферой поле можно представить в виде суммарного поля бесконечной цепочки зеркальных отображений сферы в нижней и верхней плоскостях (рис. 2). При этом учтём известное представление поля, рассеянного одиночной сферой [1], в виде ряда по сферическим гармоникам. В сферической системе координат любая компонента рассеянного поля представляется в виде

$$E(r,\theta,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} R(r)\,\Phi_k(\theta)\,\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\,(k\varphi).$$

Согласно [1], в сферической системе координат компоненты электромагнитного поля выражаются через электрический, ${}^e\Pi$, и магнитный, ${}^m\Pi$, потенциалы Дебая:

$$ {}^{\left\{ e \atop m \right\}}\Pi(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{r}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{l} {}^{\left\{ e \atop m \right\}}B_{lk}\xi_l(\beta r)P_l^k(\cos\theta)\,\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\,(k\varphi), \tag{1}$$

где $\xi_l(\beta r) = \sqrt{\dfrac{\pi\beta r}{2}}H^{(2)}_{l+1/2}(\beta r)$, $P_l^k(\cos\theta)$ — функция Лежандра, B_{lk} — неизвестные коэффициенты, $H^{(2)}_{l+1/2}$ — функция Ганкеля второго рода.

Соответствующие n-му зеркальному изображению потенциалы Дебая равны

$$ {}^{\left\{ e \atop m \right\}}\Pi(r_n,\theta_n,\varphi_n) = \frac{1}{r_n}\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{l} {}^{\left\{ e \atop m \right\}}B_{lk}\xi_l(\beta r_n)P_l^k(\cos\theta_n)\,\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\,(k\varphi_n),$$

где координаты r_n, θ_n, φ_n связаны с центром n-го изображения, согласно рис. 2:

$$r_n = \sqrt{r^2\sin^2\theta + z_n^2},\quad \sin\theta_n = \frac{r\sin\theta}{r_n},\quad \cos\theta_n = \frac{z_n}{r_n},\quad z_n = z + 2na,\quad \tilde z_n = -z - 2s + 2na.$$

В сферической системе координат, связанной с центральным шаром, общее рассеянное поле имеет следующий вид:

$$E^s_\theta = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[E^n_r(x,y,z_n)\sin\theta^-_n + E^n_\theta(x,y,z_n)\sin\theta^-_n - E^n_r(x,y,\tilde z_n)\sin\theta^+_n - E^n_\theta(x,y,\tilde z_n)\sin\theta^+_n\right],$$

$$E^s_\varphi = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[E^n_\varphi(x,y,z_n) - E^n_\varphi(x,y,\tilde z_n)\right], \tag{2}$$

где $\theta^-_n = \theta_n - \theta$, $\theta^+_n = \theta_n + \theta$. Неизвестные коэффициенты в (1) найдём из условия равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля на поверхности сферы:

$$E^s_\theta(R,\theta,\varphi) = -E^0_\theta(R,\theta,\varphi),\quad E^s_\varphi(R,\theta,\varphi) = -E^0_\varphi(R,\theta,\varphi), \tag{3}$$

где $E_\varphi^0 = 0$, $E_\theta^0 = -\exp(-i\beta r \sin\theta\cos\varphi)\sin\theta$, R — радиус сферы. Для получения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов домножим выражения (3) на

$$\sin\theta\, P_j^k(\cos\theta) \begin{array}{c}\cos\\ \sin\end{array} (k\varphi)\, d\theta\, d\varphi \tag{4}$$

и проинтегрируем по θ и φ. Воспользуемся ортогональностью присоединённых полиномов Лежандра, функций $\cos(n\varphi)$, $\sin(n\varphi)$ и формулой

$$\int\limits_0^{2\pi} \exp(-i\beta r\sin\theta\cos\varphi)\cos(k\varphi)\, d\varphi = 2\pi(-1)^k J_k(\beta r\sin\theta).$$

В результате получим набор бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Каждая СЛАУ соответствует своему фиксированному значению к. Эти СЛАУ решаем методом редукции, т. е. отбрасываем те уравнения, для которых j превышает некоторое число M, а в рядах (1) суммирование по l идёт до M.

Матричные элементы СЛАУ содержат однократные интегралы по θ от гладких функций и легко вычисляются численно по квадратурным формулам Гаусса. Но матричные элементы, которые соответствуют индексу $k = 1$, выражаются через ряды, члены которых убывают как $f_n \approx f_n^a = \dfrac{\mathrm{e}^{-i\beta\cdot 2|n|a}}{|n|}$ при $n \to \infty$. Поэтому сходимость этих рядов улучшалась с использованием следующего представления:

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n = \sum_{n=1}^{\infty}(f_n - f_n^a) + \sum_{n=1}^{\infty} f_n^a\,,$$

где ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} f_n^a = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-i\beta\cdot 2|n|a}}{|n|} = -\left[\ln(2\sin\beta a) + i\left(\frac{\pi}{2} - \beta a\right)\right]$. Другие матричные элементы выражаются через ряды, сходящиеся не хуже чем $\dfrac{\mathrm{e}^{-i\beta\cdot 2|n|a}}{|n|^2}$, и их сходимость не улучшалась.

Как было установлено, процедура улучшения сходимости позволяет проводить вычисления с погрешностью не хуже 0,1 %, используя 20—50 членов в рядах (2). Решив СЛАУ, определяем неизвестные коэффициенты ${}^{\{{e \atop m}\}}B_{jk}$, через которые вычисляется поле, рассеянное сферой.

Трудности численного определения полей в некоторой точке пространства между плоскостями возрастают при увеличении координаты ρ. Чем больше ρ, тем больше приходится брать членов в рядах по зеркальным изображениям для получения результатов с заданной точностью. Техника улучшения сходимости с помощью асимптотического ряда здесь малоэффективна, потому что $r_n = \sqrt{\rho^2 + z_n^2} \approx z_n$ только при очень больших n и z_n, т. к. ρ — велико.

В данной работе поле на больших расстояниях от сферы было просуммировано аналитически.

Вычислим в дальней зоне E_z-компоненту рассеянного поля по формулам (2). Учтём, что E_r^n-компонента убывает значительно быстрее, чем E_θ^n, следовательно $E_z^n = E_r^n\cos\theta_n - E_\theta^n\sin\theta_n \approx$ $\approx -E_\theta^n\sin\theta_n$, тогда

$$E_z^s(x,y,z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_z^n(x,y,z_n) + E_z^n(x,y,\tilde z_n).$$

Здесь $E_z^n = {}^eE_z^n + {}^mE_z^n$

$${}^mE_z^n(x,y,z_n) = -\sum_{l=1}^{M}\sum_{k=0}^{l} {}^mB_{lk}\beta_2\frac{\xi_l^{(2)}(\beta r_n)}{r_n}P_l^k(\cos\theta_n)k\cos(k\varphi),$$

где $\beta_2 = -i\omega\mu\mu_0$, ω — круговая частота.

В случае больших r_n, записывая выражение для ${}^eE_z^n(x,y,z)$, можно пренебречь членом $\dfrac{\xi_l(\beta r_n)}{r_n^2}$, тогда

$$
{}^eE_z^n(x,y,z_n) = \sum_{l=1}^{M}\sum_{k=0}^{l} {}^eB_{lk}\beta\left[s^1\frac{\xi_{l+1}^{(2)}(\beta r_n)}{r_n}P_{l+1}^k(\cos\theta_n) + s^2\frac{\xi_{l-1}^{(2)}(\beta r_n)}{r_n}P_{l-1}^k(\cos\theta_n)\right]\cos(k\varphi),
$$

где $s^1 = \dfrac{l(l-k+1)}{2l+1}$, $s^2 = \dfrac{(l+1)(l+k)}{2l+1}$.

Далее воспользуемся преобразованием, вывод которого из-за громоздкости здесь не приводится:

$$
\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\xi_j^{(2)}(\beta r_n)}{r_n}P_j^k(\cos\theta_n) =
$$
$$
= \sum_{n=0}^{\infty}\left[A_n^1(j,k)\cos\left(\frac{n\pi}{a}r\cos\theta\right) + A_n^2(j,k)\sin\left(\frac{n\pi}{a}r\cos\theta\right)\right]H_k^{(2)}\left(\rho\sqrt{\beta^2-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}\right).
$$

Здесь

$$
A_n^i(j,k) = \left[\frac{\pi}{2a}\,\frac{\beta r'}{\mathrm{Re}(\xi_j(\beta r'))}\right]\left\{\begin{array}{ll}\frac{1}{2}, & n=0\\ 1, & n\neq 0\end{array}\right\}\times
$$
$$
\times\int_0^{\pi} J_k\left(r'\sin\theta'\sqrt{\beta^2-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}\right)P_j^k(\cos\theta')\left\{\begin{array}{ll} i=1, & \cos\\ i=2, & \sin\end{array}\right\}\left(\frac{n\pi}{a}r'\cos\theta'\right)\sin\theta'\,d\theta', \quad i=1,\ 2;
$$

$r_n = \sqrt{r^2\sin^2\theta + (r\cos\theta - 2na)^2}$, $\rho = r\sin\theta$, $\cos\theta_n = \dfrac{r\cos\theta - 2na}{r_n}$.

Для получения этого тождества необходимо взять функцию Грина свободного пространства для однопериодической решётки

$$
\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\exp\left(-i\beta\sqrt{(\rho-\rho')^2+(z-z'+2na)^2}\right)}{\sqrt{(\rho-\rho')^2+(z-z'+2na)^2}} \tag{5}
$$

и представить её, с одной стороны, в виде ряда по функциям Лежандра, с другой стороны — в виде ряда по цилиндрическим гармоникам (функциям Ганкеля). Для представления по функциям Лежандра необходимо воспользоваться теоремой сложения для сферических функций Бесселя [17, с. 258], затем теоремой сложения для функций Лежандра [18, с. 165]. Для представления по цилиндрическим гармоникам необходимо каждый член ряда (5) представить в виде косинус—преобразования Фурье от функции Ганкеля [19, с. 61, № 58]; затем воспользоваться преобразованием Пуассона [20, с. 71]; на последнем этапе обе полученные формы представления ряда (5) умножить на (4) и проинтегрировать по θ и φ.

Коэффициенты A_n^1, A_n^2 не зависят от r', θ'. При $n=0$ коэффициенты A_n^1, A_n^2 могут быть вычислены аналитически, т. к. справедливо равенство

$$
\frac{\beta r'}{\mathrm{Re}\,(\xi_j(\beta r'))}\int_0^{\pi}P_j^k(\cos\theta')\,J_k(\beta r'\sin\theta')\sin\theta'\,d\theta' = \Psi(j,k),
$$

где

$$\Psi(j,k) = \left\{ \begin{array}{cc} 0, & j-k=2i+1 \\ \dfrac{(j+k)!}{2^{j-1}\left(\frac{j-k}{2}\right)!\left(\frac{j+k}{2}\right)!}, & j-k=2i \end{array} \right\}, \quad i=1,\,2,\ldots$$

Тогда $A_0^1(j,k) = \dfrac{\pi}{4a}\Psi(j,k)$, $A_0^2(j,k) = 0$, $i = 1,\, 2, \ldots$ Окончательно для E_z-составляющей рассеянного поля в дальней зоне при $n = 0$ (одномодовый режим) имеем:

$$E_z = \sum_{k=0}^{M} A_{k0} H_k^{(2)}(\beta\rho)\cos(k\varphi), \tag{6}$$

где

$$A_{k0} = \frac{\pi}{2a}\sum_{l=k}^{M}\left[{}^{e}B_{lk}\beta\left(s^1\,\Psi(l{+}1,k) + s^2\,\Psi(l{-}1,k)\right) - {}^{m}B_{lk}k\beta_2\,\Psi(l,k)\right]. \tag{7}$$

Таким образом, решив СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов ${}^{\{e \atop m\}}B_{lk}$, можно, используя соотношения (6), (7), рассчитать поле в дальней зоне; поле в ближней зоне определяется численно без проблем. Правильность расчётов подтверждается выполнением закона сохранения энергии:

$$\mathrm{Re}\int_0^{2\pi}\left[(E_z^s + E_z^0), (H_\varphi^s + H_\varphi^0)^*\right]d\varphi = 0,$$

т. е. интеграл от реальной части вектора Умова—Пойнтинга по замкнутой цилиндрической поверхности должен равняться нулю. В частном случае одиночной сферы (отсутствуют зеркальные изображения) результаты совпадают с результатами [1].

Разработанная программа позволяет вычислить диаграмму направленности поля, рассеянного сферой, и нормированный поперечник рассеяния $P_s/(\pi R^2)$ (безразмерная величина).

Как было установлено для одномодового диапазона плоскопараллельного волновода, сходимость вычислительного процесса по числу узлов N в квадратурной формуле Гаусса (при интегрировании (4)) и по М практически не зависит от частоты f падающего поля.

Сходимости по М и по N очень сильно зависят от расстояния между краем сферы и одной из плоскостей. Чем меньше это расстояние, тем больше приходится выбирать М и N для получения результатов с заданной точностью. В табл. 1—2 приведены значения эффективного нормированного поперечника рассеяния $P_s/(\pi R^2)$ в зависимости от М (табл. 1) и от количества узлов N (табл. 2). $f \cdot a = 100$ (ГГц·мм), $s/a = 0{,}5$ — для первых трёх столбцов таблиц, $s/a = 0{,}3$ — для последнего столбца таблиц, H — нормированное расстояние между краем сферы и плоскостью: $H = (s - R)/a$.

Из табл. 1 видно, что сходимость по параметру М существует, в принципе, для любых расстояний между сферой и плоскостью. Данный вывод полностью согласуется с выводом работы [21], где доказывается возможность разрешения методом усечения бесконечных систем уравнений

Таблица 1

M	H			
	0,45	0,25	0,05	0,05
3	$8{,}1733\cdot10^{-4}$	$5{,}8615\cdot10^{-1}$	2,8135	$8{,}0754\cdot10^{-1}$
5	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8271	$8{,}1080\cdot10^{-1}$
7	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8250	$8{,}1100\cdot10^{-1}$
9	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8228	$8{,}1095\cdot10^{-1}$
11	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8217	$8{,}1095\cdot10^{-1}$
13	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8214	$8{,}1095\cdot10^{-1}$
15	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8212	$8{,}1095\cdot10^{-1}$

Таблица 2

N	H			
	0,45	0,25	0,05	0,05
8	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	3,5624	$8{,}6489\cdot10^{-1}$
16	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8186	$8{,}1885\cdot10^{-1}$
24	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8209	$8{,}1090\cdot10^{-1}$
32	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8212	$8{,}1095\cdot10^{-1}$
40	$8{,}1731\cdot10^{-4}$	$5{,}8594\cdot10^{-1}$	2,8212	$8{,}1095\cdot10^{-1}$

с бесконечным числом неизвестных, которые получаются при решении задачи взаимодействия электромагнитных волн с двумя сферическими частицами. При этом никаких ограничений на расстояние между частицами не налагается. Можно сделать вывод, что если H не меньше чем 0,2 , то для получения результатов с погрешностью, не превышающей 0,1 %, необходимо выбирать $M = 3\div5$, $N = 8\div16$, если H меньше 0,1, то необходимо выбирать $M = 9\div15$, $N = 24\div40$.

Некоторые результаты расчётов приведены на рис. 3–5.

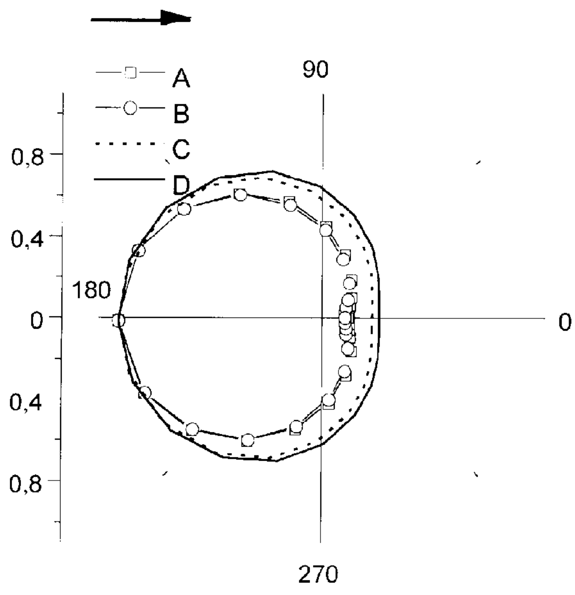


Рис. 3. Диаграммы направленности поля, рассеянного идеально проводящими сферами, находящимися в свободном пространстве (кривые B и D) и расположенными между проводящими плоскостями (кривые A и C). Радиус сфер равен $R/a = 0{,}25$; кривые A и B соответствуют частоте падающего поля $f\cdot a = 2$ ГГц·мм; кривые C и D — 140 ГГц·мм.

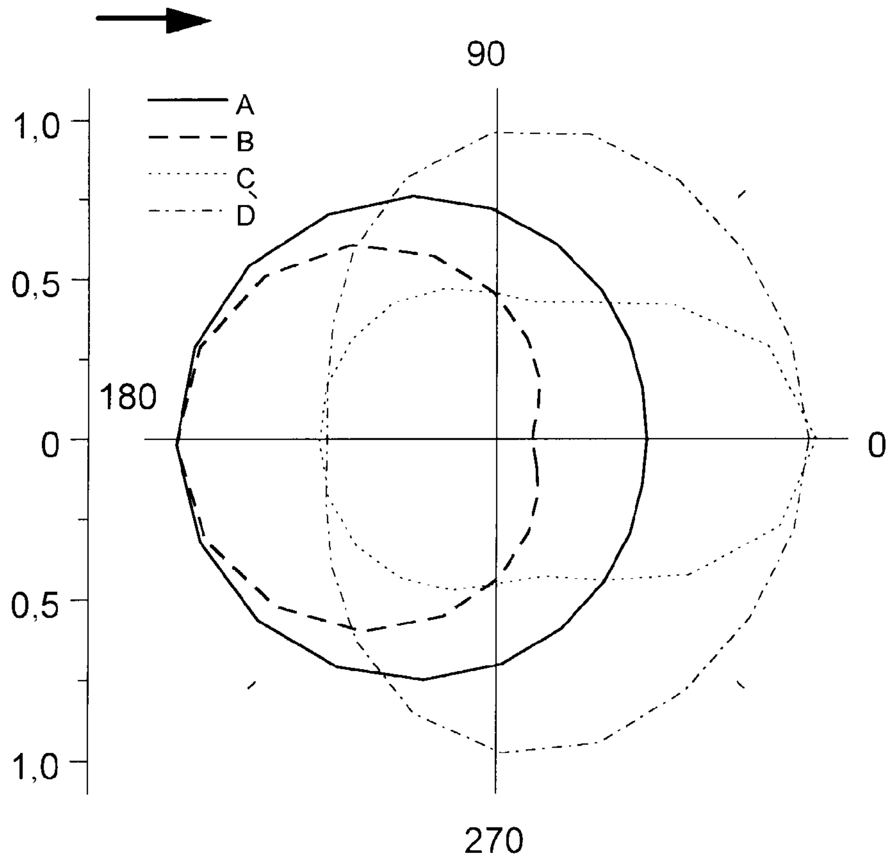


Рис. 4. Диаграммы направленности поля, рассеянного идеально проводящими сферами, находящимися в свободном пространстве (кривые B и D) и расположенными между проводящими плоскостями (кривые A и C). Радиус сфер равен $R/a = 0{,}49$; кривые A и B соответствуют частоте падающего поля $f \cdot a =$ 2 ГГц·мм; кривые C и D — 140 ГГц·мм.

На рис. 3, 4 показаны диаграммы направленности в плоскости $Z = \mathrm{const}$ для экранированных сфер и сфер в свободном пространстве. Направление падающего поля обозначено стрелкой. Результаты для сфер в свободном пространстве получены из выражений, приведённых в [1]. Как видно из рисунков, чем меньше радиус сферы и частота падающей волны, тем меньше различаются диаграммы направленности экранированной и неэкранированной сфер. Так, при $R/a = 0{,}25$ и $f \cdot a = 2$ ГГц·мм (рис. 3) диаграммы направленности сфер фактически совпадают. При увеличении радиуса сферы и частоты падающего поля различия нарастают, причём для экранированной сферы эффект Ми, т. е. отбрасывание большей части переизлучённого поля по направлению падающей волны, выражен намного сильнее, чем для сферы в свободном пространстве. Следует также отметить, что диаграмма направленности экранированной сферы всегда более узко направлена.

На рис. 5 приведены частотные зависимости нормированных эффективных поперечников рассеяния для экранированных сфер и сфер в свободном пространстве. Из анализа приведённых зависимостей видно, что чем больше радиус сферы, тем больше поперечник рассеяния экранированной сферы по сравнению с неэкранированной.

Таким образом, в работе на основе техники зеркальных изображений получены расчётные соотношения для исследования дифракции T-волны на идеально проводящей сфере, расположенной в пространстве между проводящими плоскостями. Поле, рассеянное сферой в дальней зоне, было вычислено аналитически. Это позволило избежать больших вычислительных затрат и получить результаты с высокой точностью. Установлено, что развитый метод обладает быстрой внутренней сходимостью.

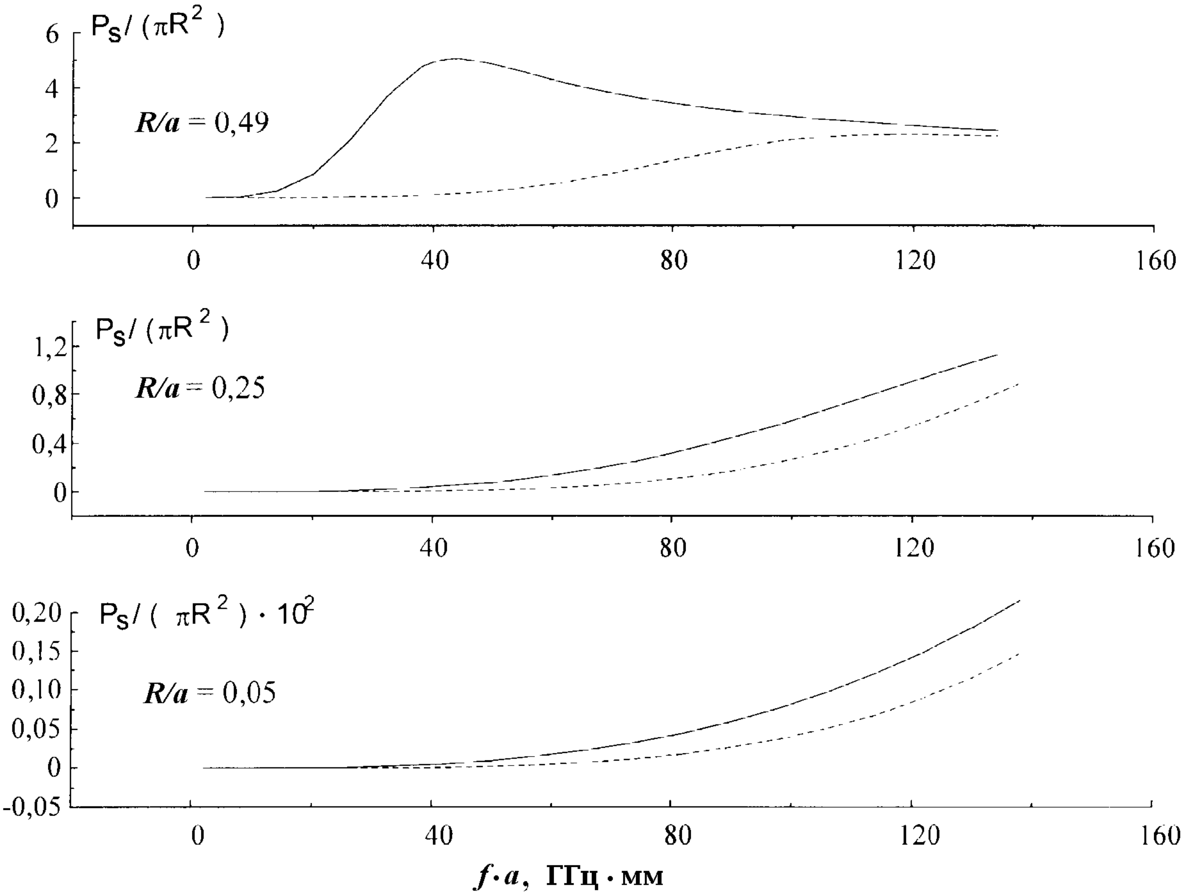


Рис. 5. Частотные зависимости нормированного поперечника рассеяния идеально проводящих сфер радиуса R, расположенных в свободном пространстве (пунктирные кривые) и между проводящих плоскостей (сплошные кривые).

Исследованы характеристики поля, рассеянного сферой. Показано, что экранированная сфера обладает по сравнению с неэкранированной сферой более узкой диаграммой направленности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
2. Нестеров С. М., Скородумов И. А. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 12. С. 2134.
3. Roumeliotis J. A., Kanogicennos N. B., Kanellopoulos J. D. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1995. V. 43. № 1. P. 155.
4. Moreau H., Combes P. F., Mametsa H. J. // Electron. Lett. 1995. V. 31. № 15. P. 1219.
5. Hamid A. K. // Can. J. Phys. 1996. V. 74. № 3–4. P. 108.
6. Кривенко И. В. — В сб.: Математические методы в химии. — Тверь: Изд-во Твер. гос. ун-та, 1994. С. 137.
7. Будник А. П., Козел С. В. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. № 5. С. 61.

8. Кухтин М. П., Кочержин А. И., Черкасова К. П. и др. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 4. С. 716.
9. Jackson H. W., Barmatz M. // J. Appl. Phys. 1991. V. 70. № 10. Pt. 1. P. 5193.
10. Украинец Н. И., Мокан Т. К. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1993. Т. 35. № 5. С. 451.
11. Ерофеенко В. Г., Кравченко В. Ф., Мошинский А. В. // Электромагнитные волны и электронные системы, 1997. Т. 2. № 2. С. 5.
12. Трубин А. А. // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. 1995. Т. 38. № 11–12. С. 31.
13. Трубин А. А. // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. 1996. Т. 39. № 3–4. С. 66.
14. Wong Kin-Lu, Chen Hong-Twu. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1993. V. 41. № 8. P. 1466.
15. Yung Edward K. N., Shang D. G., Wong Roger S. K. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1996. V. 44. № 3. P. 454.
16. Parker J. W., Ferraro R. L., Licwer P. C. // IEEE Trans. Magn. 1993. V. 29. № 2. P. 1646.
17. Справочник по специальным функциям / Под редакцией М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 832 с.
18. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1968. — 344 с.
19. Таблицы интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. — М.: Наука, 1968. — 344 с.
20. Курант Р., Гильберт В. Методы математической физики. Т. 1. — М.: Гостехтеориздат, 1951.
21. Гамаюнов Н. И., Кривенко И. В. / Твер. политехн. ин-т. Тверь, 1992. 7 с. Деп. в ВИНИТИ 1.12.92, № 3407–В92.

НИИ физики при Ростов. гос.
ун-те, Ростов-на-Дону, Россия

Поступила в редакцию
4 июня 1998 г.

T-WAVE DIFFRACTION BY METALLIC SPHERE BEING LOCATED IN PARALLEL-PLATE WAVEGUIDE

I. V. Donets, A. M. Lerer, S. M. Tsvetkovskaya

We investigate T-wave diffraction by metallic sphere being located between perfectly conductive planes. The problem is solved by the method of separation of variables combined with the method of mirror images. Sharp intensification of Mi effect is found.

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОЛЕЙ АПЕРТУРНЫХ АНТЕНН

С. П. Скулкин

В работе проводится анализ особенностей импульсных полей апертурных антенн. Приведено описание метода расчёта импульсного поля круглой плоской апертуры и метода восстановления импульсного поля в дальней зоне по измерениям временных зависимостей поля в ближней зоне. Показано, что при восстановлении временных зависимостей поля антенны в дальней зоне (или семейства диаграмм направленности в диапазоне частот) достаточно использовать при обработке только короткий начальный участок временного отклика антенны в ближней зоне.

ВВЕДЕНИЕ

Идея концентрации мощного электромагнитного импульса в ограниченной области пространства, или создания так называемого электромагнитного снаряда, вызывает в последнее десятилетие широкий интерес [1]. Хотя создание устройств для уничтожения или временного вывода из строя электронной аппаратуры объектов часто упирается в технические трудности, об интересе к проблеме описания импульсных электромагнитных полей антенн можно судить по большому количеству публикаций в этой области. Данную проблему можно разделить на проблему расчёта импульсных полей первичных излучателей (обычно для этой цели используются различные ТЕМ рупоры) и проблему расчёта импульсных полей апертурных антенн.

Оба направления исследований представляют также интерес для разработчиков антенн сверхширокополосных радаров, излучающих сверхкороткие импульсы. Следует отметить работу [2], посвящённую описанию поля плоской круглой апертуры при её возбуждении единичным скачком тока. Отметим также серию американских работ [3–6], описывающих параболическую антенну, облучаемую ТЕМ рупором с широким углом раскрыва. В этих работах делались попытки описания импульсных полей, излучаемых апертурными антеннами, однако количественные результаты были получены только в направлении максимума излучения на больших расстояниях от апертуры.

Другое направление, привлекающее исследователей, связано с разработкой методов измерения параметров антенн с помощью импульсов пикосекундной длительности [7–11]. И хотя первые эксперименты по измерениям больших антенн были проведены ещё в 1984 году [7, 8], на протяжении последних десяти лет метод не получил широкого развития в силу ряда причин, связанных, прежде всего, с отсутствием метрологической аттестации измерительных установок и ряда заблуждений относительно эффективности применения метода при измерениях широко используемых узкополосных антенн. Использование так называемого временного окна при работе во временной области позволяет избавиться от ошибок, вносимых в измерения элементами конструкций и окружающими предметами. Обычно считается, что преимущества временного окна (применительно к избавлению от переотражений) теряют смысл для узкополосных антенн, т. к. время переходного процесса антенны достаточно велико по сравнению с временем распространения электромагнитной волны до окружающих предметов. На самом деле даже в обычном помещении с расстоянием до окружающих предметов порядка 2–3 м можно измерить параметры узкополосных антенн с рабочими частотами от 2 ГГц и выше. Также это справедливо для остронаправленных антенн, для которых выполняется условие $\dfrac{D}{\lambda} \geq 10\div 50$ (где D — размер испытуемой антенны, λ — длина волны). Действительно, размеры измерительной установки обычно соизмеримы с размером антенны D, соответственно разность времён запаздывания зондирующего сигнала и сигнала, рассеянного элементами измерительной установки, составляет $\sim \frac{D}{c}$ (по порядку величины); для разделения этих сигналов достаточно, чтобы антенно-фидерный тракт испытуемой антенны имел полосу пропускания $\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim \frac{c}{D\nu} = \frac{\lambda}{D}$.

Целью данной работы является описание некоторых особенностей импульсных электромагнитных полей и связи между импульсным полем в ближней зоне и полем в дальней зоне апертурной антенны. При этом мы покажем, что длительность временного окна при измерениях параметров антенн методом ближней зоны во временной области может быть сокращена от величины $\Delta t \sim \frac{D}{c} + \frac{1}{\Delta\nu}$ до величины $\Delta t \sim \frac{\lambda}{c}$ для любой полосы пропускания измеряемой антенны.

Статья состоит из двух основных частей. В первой части проведён расчёт импульсного поля круглой плоской апертуры с равномерным распределением амплитуды. Мы находим временную зависимость поля в элементарных функциях для любой точки полупространства перед апертурой в приближениях апертурной теории антенн (импульсная переходная характеристика апертуры (ИПХ) [12]) при условии, что каждая точка апертуры излучила δ-импульс, при этом учитывается диаграмма направленности (ДН) каждого элемента апертуры. Во второй части описан метод расчёта временных зависимостей поля в дальней зоне по результатам измерений временных зависимостей поля в ближней зоне [8], там же приведены экспериментальные результаты.

1. РАСЧЁТ ИМПУЛЬСНОГО ПОЛЯ КРУГЛОЙ ПЛОСКОЙ АПЕРТУРЫ

Рассмотрим поле апертуры, каждый элемент которой в момент времени $t = 0$ излучил δ-импульс. Учитывая, что поверхность излучения синфазна и размер апертуры много больше длины волны ($D \gg \lambda$), представим временную зависимость результирующего поля $E_\delta(t, \vec{r})$ с точностью до членов, убывающих как $\frac{1}{r}$:

$$E_\delta(t, \vec{r}) = \iint\limits_{S_a} g(\vec{r}_a)\, \alpha(\vec{r}, \vec{r}_a)\, \delta(t - |\vec{r} - \vec{r}_a|/c) \frac{d^2\vec{r}_a}{|\vec{r} - \vec{r}_a|}\,, \tag{1}$$

где S_a — область, занимаемая раскрывом; $\vec{r}$, $\vec{r}_a$ — соответственно радиус-векторы точки наблюдения и точки на апертуре; $g(\vec{r}_a)$ — распределение амплитуд излучаемых импульсов на раскрыве (для простоты будем считать $g(\vec{r}_a) = 1$); $\alpha(\vec{r}, \vec{r}_a)$ — множитель направленности элемента апертуры (либо множитель, определяемый поляризационными соотношениями). Отметим, что этот множитель равен $\frac{1 + \cos^2(\vec{n}, \vec{r}_0)}{2}$ [15] в случае учёта этих соотношений, либо равен единице в случае так называемого акустического приближения. Здесь $\vec{n}$ — нормаль к апертуре, $\vec{r}_0 = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_a|}$ — единичный вектор из точки на апертуре в точку наблюдения. Отметим также, что влияние этого множителя существенно изменяет пространственное распределение ближнего поля во временной области [11, 15] и особенно монохроматического поля. Например, его учёт приводит к эффекту затухающих (при уменьшении z) “биений"поля на оси апертуры z [16, 17], в случае же акустического приближения амплитуда этих “биений"постоянна.

Отметим ещё одно частое заблуждение, касающееся точности представления поля интегралом (1). Этот интеграл не учитывает влияние краевых токов и компонент поля, убывающих быстрее, чем $\frac{1}{r}$. Однако амплитуды этих компонент уменьшаются при увеличении отношения $\frac{D}{\lambda}$ и обычно пренебрежимо малы при больших $\dfrac{D}{\lambda} \sim 100$ даже для небольших расстояний от точки наблюдения до апертуры $\lambda \ll r < D$.

При вычислении ИПХ для перехода в каждый момент времени от интегрирования по поверхности апертуры к интегрированию по линии воспользуемся формулой интегрирования для подынтегрального выражения, содержащего δ-функцию от сложного аргумента:

$$\iint\limits_{S_a} f(x,y)\delta[\varphi(x,y)]\,dx\,dy = \int\limits_{\Gamma} \frac{f\,(x(\gamma),y(\gamma))}{\left|\mathrm{grad}\varphi\right|_{x=x(\gamma),\,y=y(\gamma)}}d\gamma\,, \tag{2}$$

где Γ — кривая, определяемая из уравнения $\varphi(x,y)=0$; $x=x(\gamma), y=y(\gamma)$ — параметрическое представление Γ, $d\gamma$ — элемент длины Γ. Здесь предполагается, что решение уравнения $\varphi(x,y)=0$ для $x,\,y \in S_a$ существует и определяет единственную кривую Γ. Если для всех $x,\,y \in S_a$ $\varphi > 0$ либо $\varphi < 0$, то интеграл (2) равен нулю.

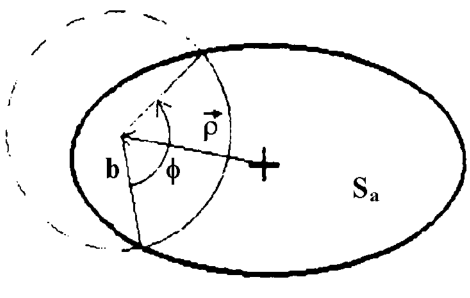


Рис. 1.

Для интеграла (2) уравнение, определяющее кривую Γ, есть

$$|\vec{r} - \vec{r}_a| = ct\,. \tag{3}$$

В трёхмерном пространстве (3) описывает сферу с центром в точке $\vec{r}$ и радиусом ct. Сфера пересекает апертурную плоскость при $ct > z$, где z — расстояние от точки, определяемой $\vec{r}$, до апертурной плоскости (для $ct < z$, как очевидно, $E_a = 0$). Кривая Γ — геометрическое место точек пересечения сферы с апертурной плоскостью — есть окружность радиуса $b=\sqrt{(ct)^2 - z^2}$ с центром в точке $\vec{\rho}$, $\vec{\rho}$ — проекция вектора $\vec{r}$ на апертурную плоскость (см. рис. 1). На этой окружности $|\vec{r}-\vec{r}_a| \left|\mathrm{grad}\left(\dfrac{1}{c}|\vec{r}-\vec{r}_a|\right)\right|_{\vec{r}_a \in \Gamma} = \dfrac{b}{c}$, откуда

$$E(t,\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \text{(а)} \\ \dfrac{1}{2\pi b}\displaystyle\int\limits_{\Gamma_a}(1+\cos^2(\vec{n},\vec{r}_0)g(\vec{r}_a \in \Gamma_a)d\gamma & \text{(б)}, \end{cases} \tag{4}$$

где Γ_a — часть окружности Γ, принадлежащая S_a. Из рис. 1 можно видеть, что для всех точек, лежащих на этой окружности, $\cos(\vec{n},\vec{r}_0) = \dfrac{z}{ct}$. При постоянном амплитудном распределении на апертуре $g=1$ в случае (*б*) для E_a следует элементарное выражение

$$E(t,\vec{r}) = \frac{1}{\pi}\left(1 + \frac{z^2}{(ct)^2}\right)\phi\,, \tag{5}$$

где угол ϕ определён на рис. 1. В случае круглой плоской апертуры радуса a, используя (5) и учитывая, что E_a зависит только от t, z и ρ ($\rho = |\vec{\rho}|$), получаем в пределах прожекторного луча, т.е. при $\rho < a$:

$$E_\delta(t,\rho,z)=\begin{cases}0, & 0<ct<z;\\ \text{или} & \\ \left(1+\dfrac{z^2}{(ct)^2}\right), & z<ct<\sqrt{z^2+(a-\rho)^2};\\ \text{или} & \\ \dfrac{1}{\pi}\left(1+\dfrac{z^2}{(ct)^2}\right)\left(\pi-\arccos\dfrac{a^2-\rho^2+b^2}{2\rho b}\right), & \sqrt{z^2+(a-\rho)^2}<ct<\sqrt{z^2+(a+\rho)^2};\\ \text{или} & \\ 0, & \sqrt{z^2+(a+\rho)^2}<ct.\end{cases} \tag{6}$$

За пределами прожекторного луча, т. е. при $\rho > a$, $E_\delta(t,\rho,z)$ представляется в следующем виде:

$$E_\delta(t,\rho,z)=\begin{cases}0, & 0<ct<z;\\ \text{или} & \\ \dfrac{1}{\pi}\left(1+\dfrac{z^2}{(ct)^2}\right)\arccos\dfrac{-a^2+\rho^2+b^2}{2\rho b}, & \sqrt{z^2+(a-\rho)^2}<ct<\sqrt{z^2+(a+\rho)^2};\\ \text{или} & \\ 0, & \sqrt{z^2+(a+\rho)^2}<ct.\end{cases} \tag{7}$$

Графики этих функций для различных значений ρ, z приведены на рис. 2, 3. Основные особенности поведения этих функций описаны, например, в [10]. Отметим лишь, что для плоской апертуры в области прожекторного луча передний фронт импульса остаётся без изменений, форма и длительность заднего фронта зависят от координат точки наблюдения, формы апертуры, поляризационных соотношений и диаграмм направленности элемента апертуры и зонда.

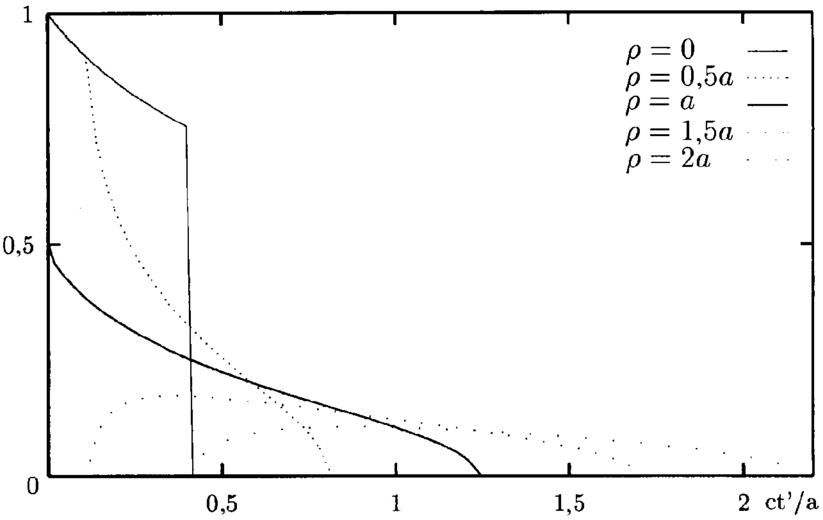


Рис. 2.

На бесконечности поле в каждый момент времени будет определяться как интеграл по линии пересечения апертуры плоскостью (сферой бесконечного радиуса), наклонённой под углом θ к плоскости

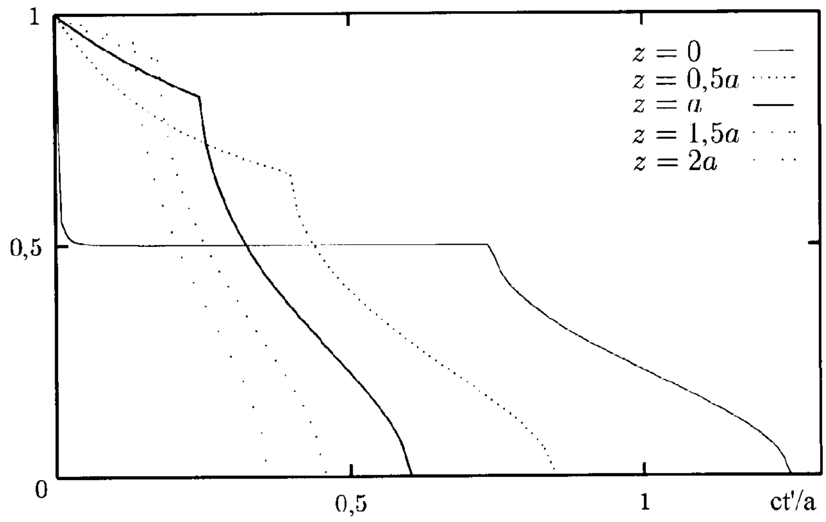


Рис. 3.

апертуры, и представляться в виде $E_a(t,\theta,\rho) \to \dfrac{1}{\rho} f(t,\theta)$, где

$$f(t,\theta) = \begin{cases} 0, & a\sin\theta < |ct|; \\ \dfrac{2c}{\sin^2\theta}\sqrt{(a\sin\theta)^2 - (ct)^2}, & |ct| < a\sin\theta. \end{cases} \tag{8}$$

При $\theta \to 0$ $f_\delta(t,\theta) \to \pi a^2 \delta(t)$, т. е. плоскость сечения совпадает с излучающей поверхностью и амплитуда равна площади апертуры. Графики ИПХ в дальней зоне для разных углов θ приведены на рис. 4.

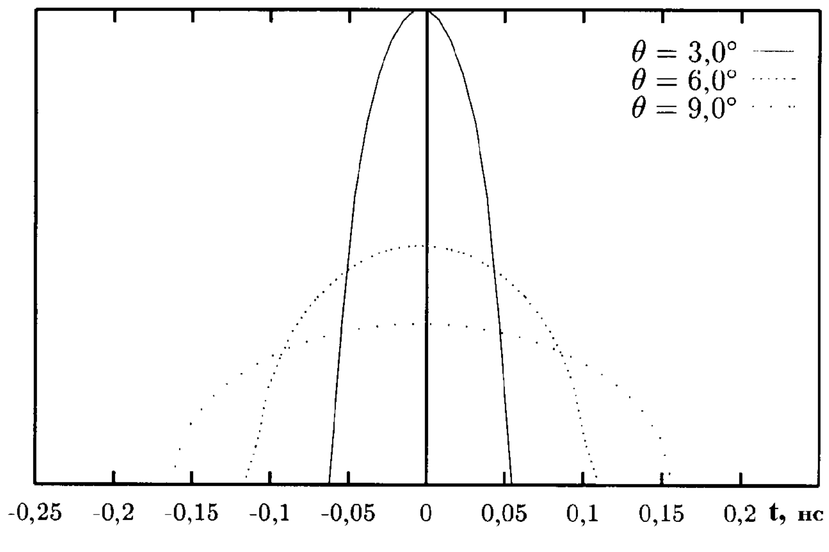


Рис. 4.

2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОЛЯ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Для восстановления временной зависимости сигнала антенны в дальней зоне можно пользоваться следующим интегральным соотношением [8]:

$$\vec{f}(t,\vec{k}) \simeq \frac{1}{2\pi c}\,\frac{d}{dt}\iint\limits_{S_1}\left[\vec{k}\Big[\vec{n}\vec{E}\Big(t-\frac{1}{c},\vec{r}_s\vec{k},\vec{r}_s\Big)\Big]\right]d^2\vec{r}_s\,, \tag{9}$$

где $\vec{r}_s$ — векторная координата точки на поверхности S, $\vec{k}$ — единичный вектор, характеризующий угловое направление в дальней зоне. Особенности выбора размера поверхности измерений S описаны в [14], и её размеры выбираются несколько большими размеров прожекторного луча антенны. Соотношение (9) получено на основе интеграла, связывающего ближнее и дальнее монохроматические поля антенны [14], где множитель $\exp i\psi$ (ψ — фаза) заменён на соответствующую временную задержку, множитель ω (ω — круговая частота) — на операцию дифференцирования по времени. При восстановлении семейства диаграмм направленности в диапазоне частот спектральные компоненты получаются в результате преобразования Фурье от временных откликов в дальней зоне. Дифференцирование по времени в этом случае проще заменить на умножение компонент спектра на ω.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Воспользуемся интегралом (9) для изучения влияния расстояния между плоскостью сканирования и измеряемой антенной и размеров области сканирования. При этом вместо измеренных временных зависимостей ближнего поля мы подставим полученные выражения для ИПХ в соответствующих точках. Восстановленные временные зависимости поля в дальней зоне (угол в дальней зоне $\theta = 3^\circ$) для двух радиусов поверхности сканирования, расположенной на расстоянии $z = 0{,}1a$ от измеряемой антенны, приведены на рис. 5а. Временные зависимости для тех же радиусов, но для расстояния $z = 4a$, приведены на рис. 5б.

Как видно из этих рисунков, восстановленную временную зависимость поля в дальней зоне можно разделить на два импульса. Первый импульс по форме близок к форме ИПХ, представленных на рис. 4, и его форма не зависит от вышеперечисленных параметров измерений, а определяется только начальными фронтами ИПХ в ближней зоне. Отметим, что для реальных распределений поля по апертуре амплитуда и временное положение переднего фронта ИПХ в ближней зоне зависят от точности поверхности антенны вблизи точки, определяемой нормалью к апертуре из фазового центра зонда. Амплитуда переднего фронта ИПХ также будет определяться амплитудным распределением поля по апертуре и размерами апертуры зонда.

Второй импульс, который может быть выделен из восстановленной временной зависимости поля, имеет отрицательную полярность и следует сразу же после окончания первого. Его форма и длительность зависит от всех параметров измерений в ближней зоне, таких как расстояние апертура — зонд, размер области сканирования и диаграмма направленности (ДН) зонда. Длительность этого “паразитного"импульса уменьшается при увеличении расстояния апертура — зонд и возрастает при возрастании размеров области сканирования. Для того, чтобы этот импульс вносил минимальные искажения в восстановленную ДН, необходимо, чтобы он имел большую длительность и малую амплитуду. Данные условия будут выполняться для больших размеров плоскости сканирования, близкой к апертуре. Отметим, что из-за расширения первого импульса при увеличении угла восстанавливаемой ДН влияние этого импульса будет возрастать.

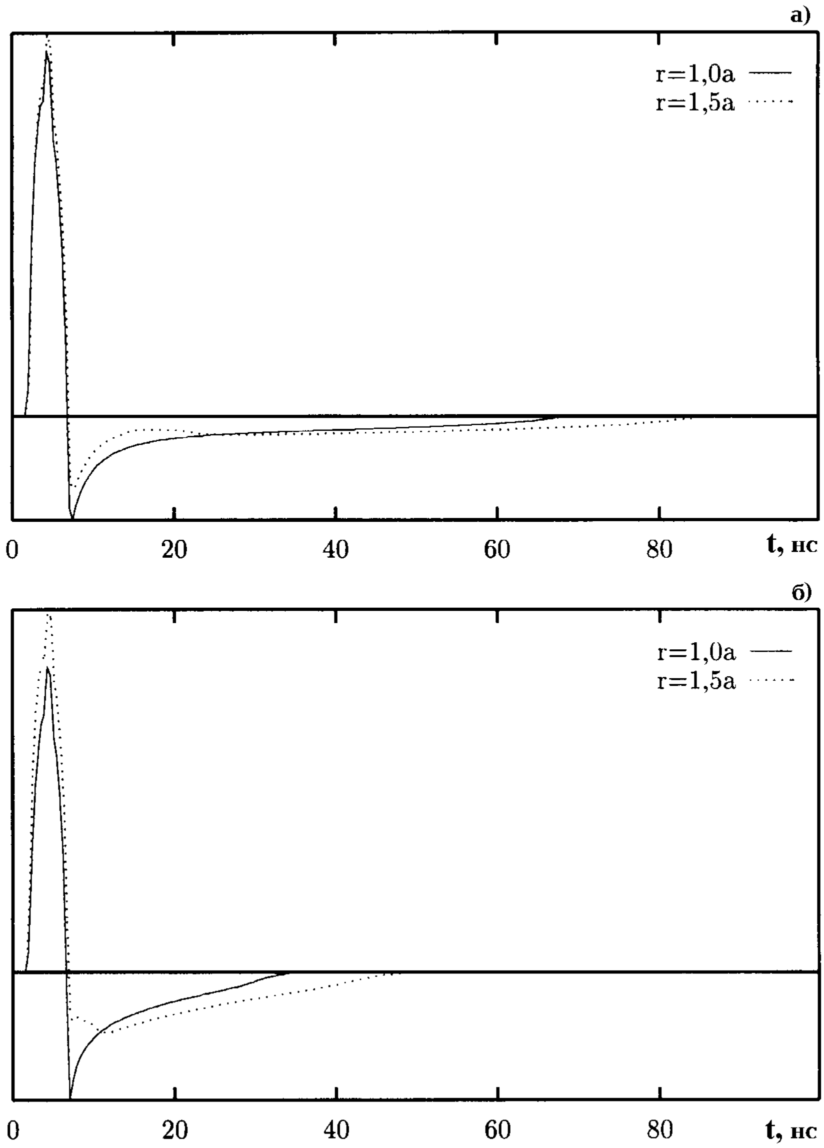


Рис. 5.

Заключение о разделении временных зависимостей поля в ближней и дальней зонах на два импульса позволяет восстанавливать параметры антенны в дальней зоне, используя только короткие начальные участки временных откликов в ближней зоне. Это имеет громадное практическое значение, т. к. позволяет сократить расстояния до окружающих предметов до нескольких длин волн при измерениях с помощью коротких импульсов. При этом “мешающие"отклики от окружающих предметов не войдут в восстанавливаемую ДН. Также, проведя некоторые предварительные оценки восстановленных временных зависимостей, можно уменьшить влияние второго паразитного импульса на ДН.

Временную зависимость отклика апертурной антенны на короткий импульс в точке, определяемой радиус—вектором $\vec{r}$, можно представить в виде свёртки [10]:

$$E(t,\vec{r}) = S(t)\cdot h_a(t)\cdot E_\delta(t,\vec{r}), \qquad (10)$$

где $S(t)$ — временная зависимость зондирующего импульса, $h_a(t)$ — ИПХ облучателя апертурной антенны (либо ИПХ каждого элемента фазированной антенной решётки), $E_\delta(t,\vec{r})$ — ИПХ апертуры. Отметим, что сигнал на выходе узкополосного облучателя антенны представляет из себя радиоимпульс, а результаты измерения импульсных откликов апертурной антенны в ближней зоне при использовании такого облучателя были приведены в [8].

Измерения ближнего поля антенны были проведены для случая, когда измеряющий зонд и облучатель зеркальной антенны диаметром 7 м идентичны и являются уменьшенной копией импульсного ТЕМ рупора, описанного в [13]. Полоса рабочих частот облучателя 500 МГц $\div$ 4 ГГц по уровню КСВ 2.1. На рис. 6а приведена временная зависимость сигнала, излучаемого таким рупором. Первой особенностью импульсного сигнала на выходе такого облучателя является то, что сигнал на его выходе двухполярный и он больше похож на производную от δ-импульса, чем на сам δ-импульс. Эта особенность объясняется тем, что полоса частот облучателя ограничена снизу минимальной рабочей частотой $\omega_{\min}$ и, следовательно, постоянная составляющая импульса не излучается.

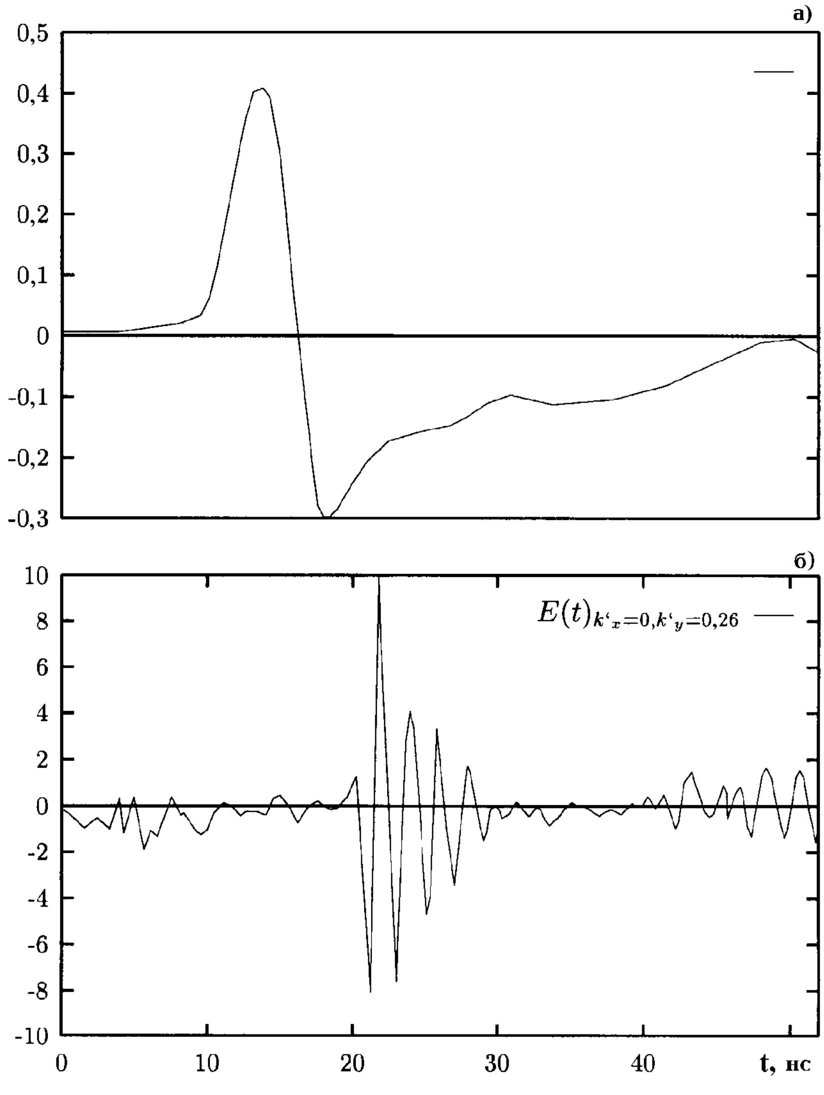


Рис. 6.

Пример измеренной временной зависимости ближнего поля для апертурной антенны диаметром 7 м со сверхширокополосным облучателем приведён на рис. 6б. Как видно из рисунка, эксперимент подтверждает двухкомпонентную структуру ближнего поля антенны. Первая компонента большой амплитуды и малой длительности вызвана передним фронтом ИПХ апертуры. Вторая компонента (на конце временного окна) имеет меньшую амплитуду и большую длительность. Эти закономерности для амплитуд и длительностей временных компонент сохраняются для всех откликов антенны в ближней зоне, за исключением точек на оси апертуры, где вторая компонента становится такой же короткой по длительности, как и первая, но имеет меньшую амплитуду. Это объясняется тем, что на оси антенны ИПХ имеет вид прямоугольника, умноженного на поляризационный множитель (см. рис 2). Вместе с тем, в эксперименте перед первым импульсом, определяемым зеркалом, появляются небольшие по амплитуде сигналы, определяемые прямым прохождением сигнала в “хвост"облучателя и отражением сигнала от тяг крепления облучателя.

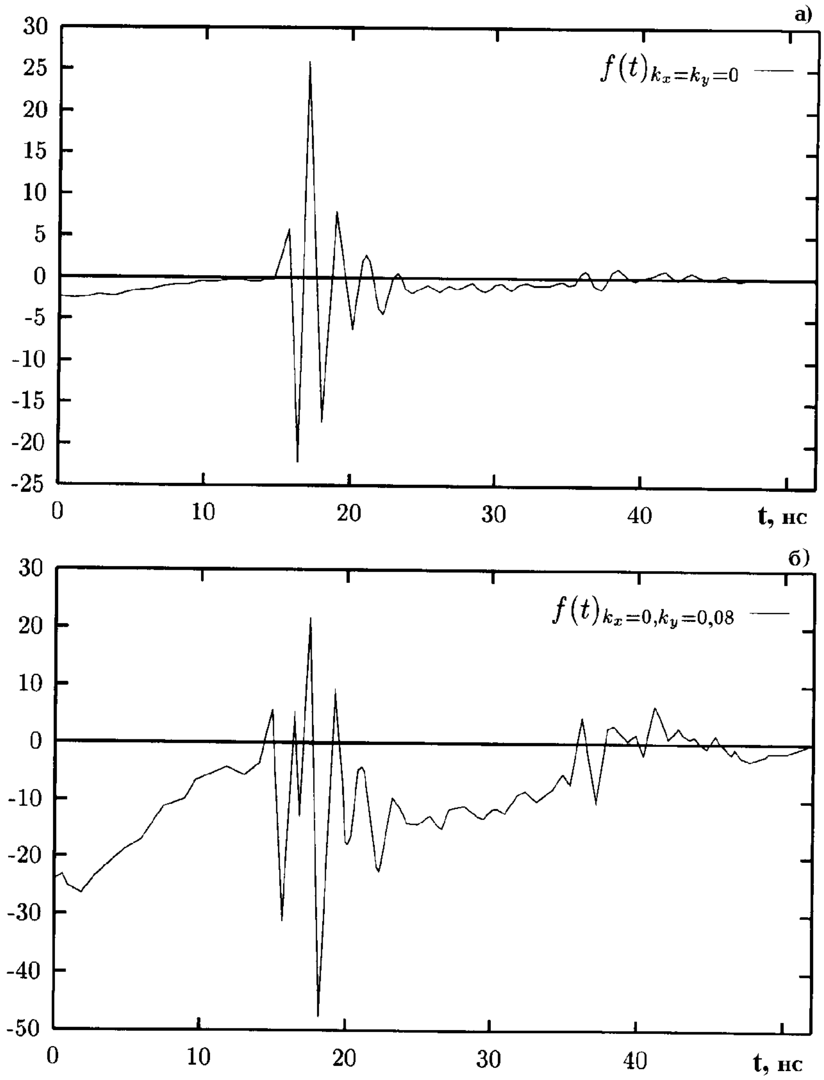


Рис. 7.

На рис. 7а, 7б приведены синтезированные временные зависимости поля в дальней зоне для направления главного максимума диаграммы направленности и угла $k \sim 10°$. Как видно, в направлении оси антенны импульс имеет меньшую длительность, при увеличении угла в дальней зоне длительность импульса увеличивается. Данный результат согласуется с результатами расчёта импульсных переходных характеристик антенны в дальней зоне.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных научных исследований (проект 97–02–

17728).

ЛИТЕРАТУРА

1. Wu T. T., King R. W. P., and Shen H.-M. //IEEE Trans. Antennas Propag. 1989. № 1. P. 39.
2. Содин Л. Г. //Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. № 10. С. 1783.
3. Baum C. E. Impulse Radiating antennas. — In: Ultra Wideband, Short-Pulse Electromagnetics. /Ed. by Bertroni et al. — Plenum Press, 1993.
4. Baum C. E. // Sensor and Simulation note 330, July 23 1991.
5. Baum C. E. // Sensor and Simulation note 331, November 25 1989.
6. Baum C. E. // Sensor and Simulation note 331, June 24 1991.
7. Способ определения диаграммы направленности в диапазоне частот: А. с. № 1415203 от 02.01.1986 / Скулкин С. П., Турчин В. И. и др. (СССР).
8. Скулкин С. П., Турчин В. И. и др. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 1. С. 73.
9. Skulkin S. P. — In: Electromagnetic Environments and Consequences. /Ed. by J.-Ch. Bolomey, Proc. EUROEM '94 Symposium. — Bordeaux: France, 1994. P. 1492.
10. Skulkin S. P. — In: Proc. of EMC-94 Congress. — Wroclaw, Poland, June 1994. P. 198.
11. Skulkin S. P. — In: Abstracts CPEM'94 Conference. — Boulder, USA, June 1994. P. THP-36.
12. Skulkin S. P., Turchin V. I. — In: Electromagnetic Environments and Consequences. /Ed. by J.-Ch. Bolomey, Proc. EUROEM '94 Symposium. — Bordeaux, France, 1994. P. 1498.
13. Theodorou E. A., Gorman M. R., Rigg P. R., Kong F. N. // IEE Proc. June 1981. V. 128. Pt. H. № 3. P. 124.
14. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Турчин В. И. и др. Методы измерения характеристик антенн СВЧ. /Под ред. Н. М. Цейтлина. — М.: Радио и связь, 1985. — 368 с.
15. Skulkin S. P., Turchin V. I. — In: U-WB, SP Electromagnetics. — Plenum Press, 1996 (in press).
16. Skulkin S. P. — In: Proc. JINA'94 Symposium. — Nice, France, Nov. 1994. P. 340.
17. Сканирующие антенные системы СВЧ: Пер. с англ. / Под ред. Г. Т. Маркова и А. Ф. Чаплина. Т. 1. — М.: Сов. радио, 1966. — 536 с.

Научно—исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
12 июля 1995 г.

ON SOME FEATURES OF APERTURE ANTENNA PULSE FIELDS

S. P. Skulkin

We analyze the features of aperture antenna pulse fields. We describe the method of calculation of the pulse field of a circular plane aperture and the method of reconstruction of a pulse field in the far zone using the measured temporal properties of the field in the near zone. We demonstrate that the processing of the short initial part of the time response of the antenna in the near zone is sufficient to reconstruct the temporal behavior of the antenna field in the far zone or the set of the antenna patterns over a frequency band.

МИНИАТЮРИЗАЦИЯ ВИБРАТОРНОЙ СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ АНТЕННЫ

В. И. Абрамов, А. Н. Резник

Теоретически и экспериментально исследованы возможности уменьшения габаритов и повышения широкополосности планарных полосковых вибраторных антенн малых электрических размеров, изготовленных из высокотемпературных сверхпроводников. Проанализированы условия согласования и ширина частотной полосы антенн в зависимости от их конструктивных и геометрических характеристик. Показано, что сверхпроводниковая антенна может иметь КПД, близкий к 100%, и широкополосность (0,2–2)% при линейных размерах системы $L \simeq (0{,}05 - 0{,}1)\lambda$. Предложена миниатюрная полосковая антенна диапазона частот 1,3 ГГц с размерами 11 мм $\times$ 11 мм, обладающая повышенной широкополосностью за счёт оптимизации её конструкции. Измерения радиохарактеристик медного макета этой антенны подтвердили эффективность оптимизации.

ВВЕДЕНИЕ

Одно из возможных применений высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) в антенной технике СВЧ связано с реализацией электрически малых антенн (ЭМА), для которых $L/\lambda < 1/2\pi$ (L — линейный размер ЭМА, λ — длина волны в свободном пространстве). Некоторые общетеоретические вопросы миниатюризации с помощью ВТСП рассмотрены в работах [1–6]. Результаты экспериментальных исследований отдельных образцов ЭМА приведены в [7–13]. Известно, что при миниатюризации антенн необходимо обеспечить согласование комплексного импеданса нагрузки, имеющего большой реактанс и малое сопротивление, с линией питания. Эта проблема решается за счёт использования согласующего устройства (СУ), которое представляет собой высокодобротный резонатор. Из-за диссипации в резонаторе, обусловленной конечной проводимостью нормальных проводников, ЭМА имеет низкий КПД. Замена нормальных проводников на ВТСП позволяет повысить КПД, но при этом возникает ряд проблем, решение которых связано с выбором оптимальной конструкции ЭМА.

Во-первых, для реализации миниатюрной антенны необходимо обеспечить миниатюризацию СУ. Во-вторых, параметры СУ не удаётся рассчитать с точностью, необходимой для удовлетворительного согласования ВТСП ЭМА, поэтому конструкция должна обладать возможностью простой процедуры настройки. В-третьих, замена нормальных проводников на ВТСП приводит к значительному сужению рабочей полосы частот. Хотя снижение широкополосности с уменьшением объёма, занимаемого ЭМА, неизбежно [1], следует иметь в виду, что ситуация может быть значительно усугублена неудачным выбором конструкции антенны или её отдельных параметров.

Вопросы оптимизации ВТСП ЭМА применительно к микрополосковым антеннам рассматривались в работах [9, 10]. Что же касается другого важного класса ВТСП ЭМА — вибраторных, то проведённые теоретические и экспериментальные исследования [2–4, 7, 8, 12, 13] были направлены, в основном, на достижение самого эффекта повышения КПД за счёт замены медного проводника на ВТСП, а использованные при этом конструкции ЭМА далеки от оптимальных. Целью данной работы является исследование возможностей оптимизации вибраторных ВТСП ЭМА в планарном полосковом исполнении, которое в наибольшей степени отвечает ВТСП технологиям. Под оптимизацией в данной работе понимается выбор конструктивной схемы и её параметров, обеспечивающих при заданной площади ЭМА максимальную широкополосность, КПД, близкий к 100%, и простую процедуру настройки.

ВЫБОР КОНСТРУКТИВНОЙ СХЕМЫ

Важнейшим элементом вибраторной ЭМА является СУ, которое должно занимать минимальную площадь, иметь пренебрежимые омические потери по сравнению с радиационными потерями вибратора и минимальное число параметров, обеспечивающих согласование. В данной работе мы исходим из того, что СУ должно размещаться в квадрате со стороной L, равной линейному размеру излучающего элемента. Миниатюризация СУ может быть достигнута за счёт использования искривлённой полосковой линии с большим замедлением волны, например меандровой линии, проводники которой расположены по обе стороны подложки с высокой диэлектрической проницаемостью и малым углом потерь. В основу конструкции, которая исследована в данной работе, положена схема, уже реализованная нами в [13]. Система (см. рис. 1) представляет собой полосковый резонатор, к концам которого подключены электрические диполи, нагруженные (в отличие от [13]) ёмкостными шлейфами. Достоинства этой схемы заключаются а) в высокой степени замедления, близкой к $\sqrt{\varepsilon}$, где ε — диэлектрическая проницаемость подложки; б) в использовании двух синфазных излучателей со шлейфами, что, как будет ясно из дальнейшего, позволяет без существенного искажения диаграммы направленности увеличить радиационные потери антенны; в) в симметричности конструкции, что, как отмечено в [13], упрощает согласование системы.

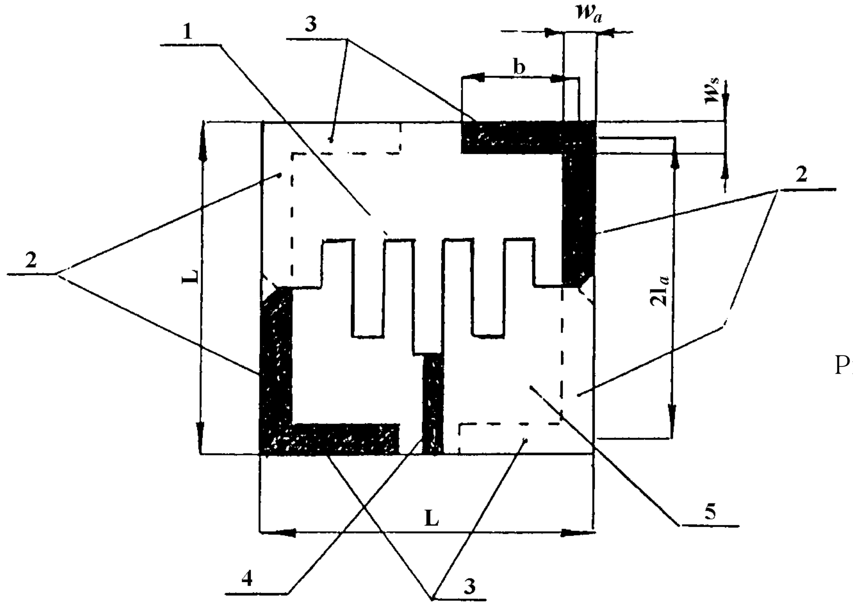


Рис. 1. Конструкция ЭМА. 1 — симметричная двухпроводная линия согласующего резонатора, 2 — излучатели вибраторов, 3 — ёмкостные шлейфы, 4 — линия питания, 5 — диэлектрическая подложка.

Таким образом, в данной работе мы используем для повышения широкополосности антенны систему связанных близко расположенных диполей, нагруженных на концах ёмкостными шлейфами. Отметим, что подобные методы расширения частотной полосы применяются в антенной технике длинноволнового и средневолнового диапазонов [14, 15]. Далее мы теоретически и экспериментально изучим влияние параметров диполей, шлейфов и согласующего резонатора на радиохарактеристики системы.

МОДЕЛЬ ДВУХВИБРАТОРНОЙ ЭМА

Для исследования условий согласования и широкополосности двухвибраторной ЭМА будем использовать модель антенны в виде отрезка эквивалентной линии (резонатора) с волновым сопротивлением ρ и постоянной распространения $\gamma = \alpha + i\beta$, нагруженного на концах входными импедансами

$Z_d = R_d + iX_d$ диполей и запитываемого в плоскости A-A линией питания с волновым сопротивлением ρ_0 (рис. 2). При симметричной конструкции и синфазной запитке диполей

$$Z_d = Z_1 = Z_2 = Z_{11} + Z_{12} = Z_{22} + Z_{21}, \tag{1}$$

где Z_1, Z_2 — входные импедансы диполей, включающие собственные импедансы $Z_{11} = Z_{22}$ и взаимные импедансы $Z_{12} = Z_{21}$.

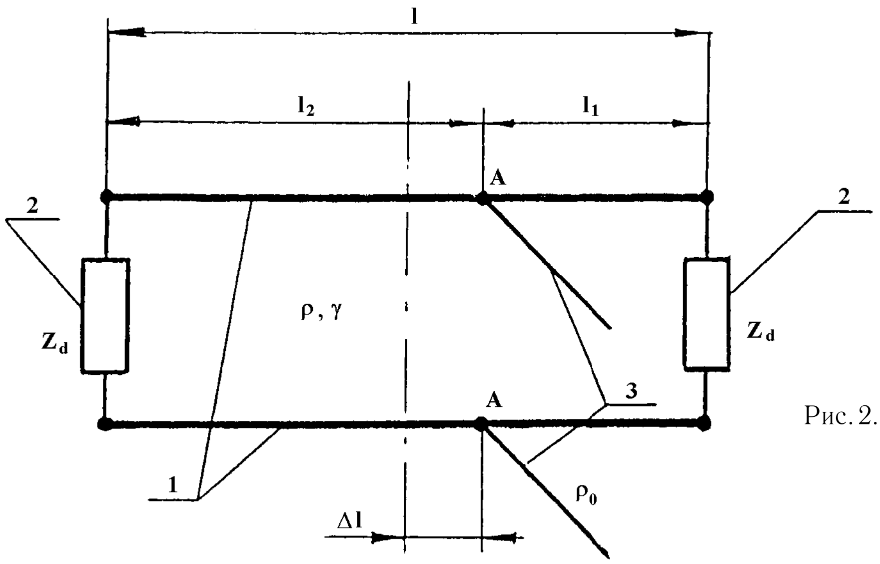


Рис. 2. Эквивалентная схема антенны. 1 — отрезок двухпроводной линии (согласующий резонатор), 2 — нагрузки (вибраторы), 3 — линия питания.

В случае ЭМА, для которой выполняются условия

$$2l_a/\lambda < 1/(2\pi), \quad w_a/l_a \ll 1, \tag{2}$$

собственные сопротивление излучения и реактанс диполей можно оценить с помощью следующих формул [15]:

$$R_{11} = \mathrm{Re}(Z_{11}) = 80(kl_{ef})^2, \tag{3}$$

$$X_{11} = \mathrm{Im}(Z_{11}) = -\rho_a \,\mathrm{ctg}(kl_e). \tag{4}$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$; $l_{ef} = (\cos(kb_e) - \cos(kl_e))/(k \sin(kl_e))$; $l_e = l_a + b_e$; $kb_e = \mathrm{arctg}((\rho_a/\rho_s)\,\mathrm{tg}(kb))$; $\rho_a = 120(\ln(4l_a/w_a) - 1)$; $\rho_s = 120\ln(8l_a/w_s)$; l_a, l_e и l_{ef} — половинные геометрическая, эквивалентная и действующая длины диполя, b и b_e — геометрическая и эквивалентная длины шлейфа, w_a и w_s — ширина полоска диполя и шлейфа, ρ_a и ρ_s — волновые сопротивления диполя и шлейфа.

Формулы для оценки взаимного импеданса диполей в случае квадратной ЭМА, для которой $d = 2l_a$ (d — расстояние между диполями), имеют следующий вид [16]:

$$R_{12} = \mathrm{Re}(Z_{12}) = 80(kl_{ef})^2(1 - (4/5)(kl_a)^2) \tag{5}$$

$$X_{12} = \mathrm{Im}(Z_{12}) = -15(l_{ef}/l_a)^2[1/(kl_a)][1 - 2(kl_a)^2 + (16/3)(kl_a)^4] \tag{6}$$

Нетрудно видеть, что в отсутствие шлейфа ($b = 0$) имеем обычные диполи, для которых $l_{ef} = (1/2)l_a$, $l_e = l_a$,

$$R_{12} \approx R_{11}, \quad X_{12} \ll X_{11}. \tag{7}$$

Для нагруженных диполей с длиной шлейфа $b < 2l_a$ соотношения (7) справедливы при $2l_a \ll \lambda$. Из формул (1), (7) следует, что введение второго диполя в ЭМА удваивает сопротивление излучения и практически не изменяет реактанс диполей, в результате чего увеличиваются радиационные потери антенны (учетверяются, как будет видно далее, см. (22)).

ШИРОКОПОЛОСНОСТЬ ЭМА

Широкополосность ЭМА определим по частотной зависимости коэффициента отражения антенны. С этой целью найдём входную проводимость Y_{in} по эквивалентной схеме (рис. 2) в сечении A–A, которая равна сумме входных проводимостей плеч резонатора, представляющих собой отрезки l_1, l_2 линий, нагруженные импедансами Z_d. Входную проводимость Y_{in1} одного из таких отрезков можно записать в виде [17]

$$Y_{in1} = \frac{1}{\rho}\operatorname{cth}(X_1 + iY_1) = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\operatorname{sh}2X_1 - i\sin 2Y_1}{\operatorname{ch}2X_1 - \cos 2Y_1}, \tag{8}$$

где

$$X_1 = \alpha L_1 + \operatorname{Re}\varepsilon, \tag{9}$$

$$Y_1 = \beta l_1 + \operatorname{Im}\varepsilon, \tag{10}$$

причём $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$ — амплитудный коэффициент затухания, обусловленный потерями в проводнике и диэлектрике,

$$\alpha_c = \frac{R_s}{w\rho}, \tag{11}$$

$$\alpha_d = \frac{\pi n_e}{\lambda}\operatorname{tg}\delta, \tag{12}$$

R_s, w — поверхностное сопротивление и ширина полосковой линии резонатора, $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}n_e$ — постоянная распространения в линии, n_e — эффективный коэффициент преломления, $\operatorname{tg}\delta$ — тангенс угла потерь диэлектрика,

$$\operatorname{th}\varepsilon = \frac{R_d + iX_d}{\rho} = r + ix \tag{13}$$

нормированный импеданс диполей.

При условии $X^2 \ll \sin^2 Y$ (которое выполняется для согласованной ЭМА, у которой СУ обладает малыми потерями) выражение для проводимости $Y_{in} = Y_{in1} + Y_{in2}$ на входе ЭМА имеет вид

$$Y_{in} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{X_1}{\sin^2 Y_1} + \frac{X_2}{\sin^2 Y_2}\right) - i(\operatorname{ctg}Y_1 + \operatorname{ctg}Y_2), \tag{14}$$

где индексы 1,2 соответствуют длинам $l_{1,2}$ плеч.

На резонансной частоте f_0 будем считать выполненными условия согласования

$$\operatorname{Im}Y_{in} = 0, \tag{15}$$

$$\operatorname{Re}Y_{in} = \frac{1}{\rho_0}, \tag{16}$$

которые определяют длины плеч резонатора

$$\beta l = \beta(l_1 + l_2) = \pi s(x) - \operatorname{arctg}\left(\frac{2x}{1 - x^2}\right), \tag{17}$$

$$\beta(l_1 - l_2) = 2\arcsin\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}\frac{æ_t}{4}}, \tag{18}$$

где ρ_0 — волновой импеданс подводящей линии,

$$s(x) = \begin{cases} 1, & x < -1 \\ 0, & -1 < x < 0 \end{cases}, \tag{19}$$

æ_t — полные потери антенны за период колебаний:

$$\text{æ}_t = 4(X_1 + X_2) = \text{æ}_r + \text{æ}_a, \tag{20}$$

æ_r — диссипативные потери резонатора, æ_a — радиационные потери:

$$\text{æ}_a = 4\alpha(l_1 + l_2), \tag{21}$$

$$\text{æ}_r = \frac{8r}{1+x^2} = 8\frac{\rho R_d}{\rho^2 + X_d^2}. \tag{22}$$

При этом параметры β, x, æ_t берутся на частоте f_0.

Выражения (17, 18) получены для резонанса низшего порядка и ёмкостного импеданса нагрузок, которым обладают электрически короткие диполи ($r \ll 1$, $x < 0$). Именно в этом случае длина резонатора оказывается минимальной $\beta(l_1 + l_2) < \pi$, а подводящая линия подключается вблизи его центра, т.е. $l_1 - l_2 \ll l_{1,2}$.

Отметим, что наличие в конструкции двух диполей учетверяет радиационные потери антенны, так как в подобной системе с одним диполем [12] в формуле (22) фигурирует коэффициент 4 и, согласно (1), (7), параметр R_d вдвое меньше, а X_d не изменяется.

Для расчёта широкополосности ЭМА с ёмкостным реактансом выражение (14) вблизи резонансной частоты приведём к виду

$$Y_{in}(\nu) \approx \frac{1}{\rho}\left(1 + i\frac{8\Phi}{\text{æ}_t}\nu\right), \tag{23}$$

где $\nu = (f/f_0 - 1) \ll 1$, $\Phi = (1/2)(\beta^0 l) + q$, $q = (x'(k_0) \cdot k_0)/(1 + x^2(k_0))$, $l = l_1 + l_2$, $k_0 = 2\pi f_0/c$, $x'(k_0)$ — производная реактанса в точке k_0, c — скорость света в вакууме.

С учётом (23) широкополосность антенны B по уровню 0,5 коэффициента отражения по мощности можно записать в виде

$$B = \frac{\text{æ}_t}{2\Phi}. \tag{24}$$

Из формулы (24) следует, что широкополосность вибраторной ЭМА зависит не только от полных потерь æ_t системы за период колебаний (как для резонатора в виде однородной полуволновой линии без нагрузок Z_d), но также и от параметра Φ, который выражается через электрическую длину $\beta^0 l$ резонатора и учитывает, через параметр q, влияние частотной зависимости реактанса вибраторов.

Для высокоэффективной ЭМА ($\text{æ}_r \ll \text{æ}_a$) широкополосность определяется радиационными потерями, т.е. близка к радиационной полосе B_a:

$$B \approx B_a = \frac{\text{æ}_a}{2\Phi}, \tag{25}$$

причём для электрически малой антенны $kl_e \ll 1$ имеем $\Phi \to \pi/2$. Тогда

$$B_a = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{8R_d\rho}{X_d^2}. \tag{26}$$

Из формулы (26) следует, что при масштабном изменении электрических размеров ЭМА изменение радиационной полосы B_a прямо пропорционально четвёртой степени отношения электрических размеров:

$$B_a(k_2 l_{a2}) = B_a(k_1 L_{a1}) \left[\frac{k_2 l_{a2}}{k_1 l_{a1}}\right]^4 . \tag{27}$$

Формула (26) также показывает, что для повышения широкополосности ВТСП ЭМА заданного размера нужно увеличивать сопротивление излучения R_d диполей, волновое сопротивление ρ резонатора, эквивалентную электрическую длину l_e/λ диполя и уменьшать волновое сопротивление диполей ρ_a .

Развитая теория использована для поиска оптимальных размеров элементов предложенной ВТСП антенны (рис. 1), обеспечивающих максимальную радиационную широкополосность B_a и КПД, близкий к 100%, при заданном относительном размере квадрата L/λ. Как показали расчёты по формуле (25), максимум B_a достигается при ширине полосков диполя и шлейфа, удовлетворяющих условию $w_a \simeq w_s \simeq 0{,}1L$. Оптимизация согласующего резонатора сводится при заданной толщине диэлектрика к уменьшению ширины его полосков w. Минимальное значение w ограничивается возрастанием потерь в резонаторе и в случае ВТСП ЭМА, имеющих низкие омические потери, может достигать нескольких микрон в диапазоне 1—2 ГГц. На рис. 3, иллюстрирующем выполненные расчёты, приведена зависимость радиационной широкополосности B_a бесшлейфовой ЭМА ($b = 0$) от электрической длины диполя. На этом же рисунке показаны зависимости от l_a/λ отношения B_a, в случае ЭМА с нагруженными вибраторами ($l_s = l_a$; $2l_a$), к широкополосности бесшлейфовой ЭМА. Из рис. 3 видно, что оптимизация позволяет увеличить широкополосность на 1—1,5 порядка, которая может в результате достигать 0,2—2% при линейных размерах ЭМА (0,05—0,1)λ.

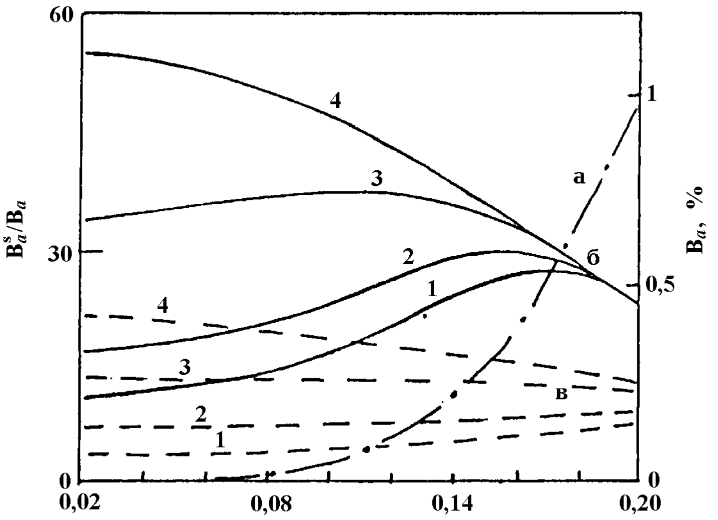


Рис. 3. а) Радиационная широкополосность бесшлейфовой ЭМА ($b = 0$, $\rho = 350$ Ом, $\rho/\rho_a = 0{,}2$) в зависимости от размера $2l_a/\lambda$ вибратора. б) Отношение радиационной широкополосности B_a^s ЭМА со шлейфом ($b = 2l_a$, $\rho_s = \rho_a = 350$ Ом) к радиационной широкополосности B_a бесшлейфовой ЭМА.
в) То же, что в п. б) для $b = l_a$. Кривые 1—4 соответствуют $\rho/\rho_a = 0{,}2$, 0,3, 0,6, 1.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Предложенные в результате теоретических исследований способы оптимизации конструкции ЭМА апробированы в выполненных экспериментах.

В одном из экспериментов исследовался вопрос о повышении радиационной широкополосности B_a антенны за счёт введения второго диполя. С этой целью сопоставлены параметры B_a антенны диапазона 2 ГГц, описанной в работе [13], в двухвибраторном и одновибраторном (т.е. когда один из вибраторов отключён от резонатора) режимах работы. Измерялись диаграммы направленности и частотные отклики антенны, которые калибровались по мощности путём измерений аналогичных характеристик эталонного полуволнового вибратора. По этим данным определялись КПД η и широкополосность B исследуемой антенны так же, как это делалось в [13], и вычислялась $B_a = \eta B$. Измерения проводились при температурах антенны $T = 300$ К (комнатная) и 77 К (жидкий азот). Отношение величин B_a двухвибраторной и одновибраторной антенн составило в обоих случаях примерно 3,4 , что оказалось близким к величине 3,7 , полученной расчётным путём.

В другом эксперименте изучена оптимизированная конструкция антенны диапазона частот 1,3 ГГц, включающая два синфазных диполя, нагруженных на концах шлейфами (см. рис. 1). Элементы антенны имели следующие размеры: $L = 11$ мм, $l_a = 5$ мм ($2l_a/\lambda = 0{,}043$), $b = 4$ мм, $d = 10$ мм, $w_s = w_a = 1$ мм, $w = 0{,}25$ мм, $H = 0{,}5$ мм ($\rho = 100$ Ом, $\rho_a = 240$ Ом, $r_s = 416$ Ом). Для проверки сделанных здесь теоретических выводов был реализован медный макет этой антенны с поликором в качестве диэлектрика ($\varepsilon = 9{,}6$; $\mathrm{tg}\,\delta \simeq 10^{-4}$). Принцип настройки антенны по коэффициенту стоячей волны (КСВ) был аналогичен реализованному в [13], т.е. мы использовали подвижные диэлектрические пластины, перемещавшиеся относительно плоскости симметрии. Отличие от [13] состояло в том, что из-за монолитности разделяющего диэлектрика пластины крепились на внешних сторонах системы. Последнее, хотя и существенно уменьшало диапазон изменения разности электрических длин плеч согласующего резонатора при перемещении пластин, оказалось вполне достаточным для “тонкой"настройки антенны. После настройки КСВ не превышал 1,1 на резонансной частоте.

Особо отметим принципиальную необходимость включения в конструкцию антенны устройства тонкой настройки. Такая необходимость является весьма общей при конструировании различных СВЧ систем из ВТСП даже при использовании современных методов компьютерного проектирования, которые в настоящее время позволяют обеспечить только грубое соответствие рассчитанных и реально реализуемых радиохарактеристик устройств [19]. Предложенная здесь теория ЭМА, основанная на довольно простой эквивалентной схеме, в сочетании с реализованной тонкой настройкой оказалась достаточно эффективной для решения поставленной задачи.

Результаты измерений характеристик разработанной антенны приведены в табл. 1 вместе с аналогичными параметрами, полученными на основе расчётов по предложенной теории. Соответствие экспериментальных и теоретических результатов представляется вполне удовлетворительным, если принять во внимание тот факт, что развитая теория может иметь значительные погрешности, связанные с недостаточной точностью расчёта реактанса диполей (4) и потерь в резонаторе (11), (12). Обращает на себя внимание особенно хорошее соответствие результатов для радиационной широкополосности B_a, которая не зависит от омических потерь в резонаторе. Это позволяет надеяться на возможность получения достаточно надёжной оценки широкополосности высокоэффективной ВТСП антенны, для которой $B \simeq B_a$.

Таблица 1

Температура, К		f_0, ГГц	η, %	B, %	B_a, %
300	эксп.	1,295	0,78	2,8	0,022
	теор.		0,92	2,1	0,019
77	эксп.	1,275	1,35	1,65	0,022
	теор.		2,45	0,73	0,018

Развитая теория ЭМА, подкреплённая отдельными экспериментальными данными для медного макета, позволяет сделать прогноз ожидаемых характеристик ВТСП антенны предложенной конструкции. Результаты подобных расчётов представлены на рис. 4, где показаны зависимости КПД и широкополосности ВТСП антенны от рабочей частоты f_0. Предполагалось, что конструкция антенны и её геометрические характеристики соответствуют рис. 1, а частота f_0 регулировалась только длиной согласующего резонатора. Поверхностное сопротивление ВТСП предполагалось соответствующим случаю плёнок, описанных в работе [18], т.е. вычислялось как $R_s(f) = (8\cdot 10^{-4})(f/f_*)^2$ Ом, где $f_* = 10$ ГГц, а в качестве подложки предполагался сапфир ($\varepsilon = 10{,}5$, $\operatorname{tg}\delta = 5\cdot 10^{-6}$). На этом же рисунке приведены для сравнения зависимости $\eta(f_0)$, $B(f_0)$ для антенн из меди той же конфигурации при $T = 77$ К, 300 К, а также показаны характеристики, полученные экспериментально в диапазоне $f_0 \simeq 1{,}3$ ГГц. Видно, что на частоте 1,3 ГГц ВТСП антенна предложенной конструкции, имея $2l_a/\lambda \simeq 0{,}043$, обладает КПД $\eta > 80\%$), а её широкополосность совпадает с радиационной $B \simeq B_a \simeq 0{,}02\%$).

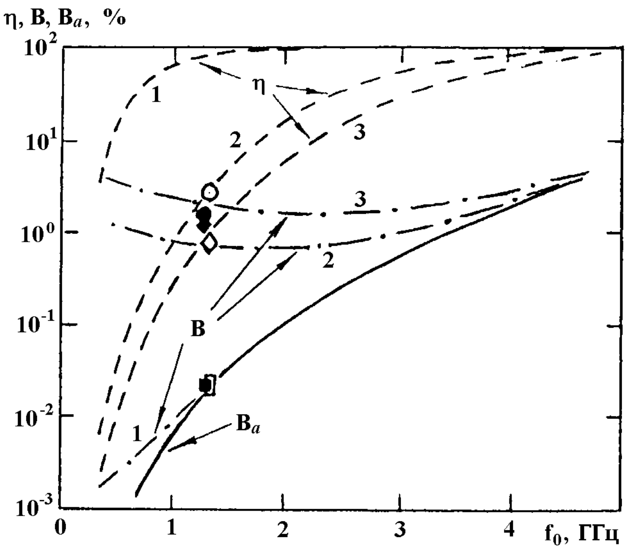


Рис. 4. Частотные зависимости КПД η, широкополосности B и радиационной широкополосности B_a для оптимизированной ЭМА (рис. 1) с размерами 11 мм × 11 мм. Линиями показаны результаты расчётов для антенн с различными проводниками и температурами: *1* – ВТСП, Т = 77 К ; *2* – медь, Т = 77 К; *3* – медь, Т = 300 К. Экспериментальные данные для медной антенны при Т = 77 К: ○ — η, ◇ — B, □ — B_a, а при Т = 300 К: ● — η, ◇ — B, ■ — B_a.

Интересно сопоставить радиационные широкополосности B_a предложенной здесь оптимизированной антенны и разработанной нами ранее конструкции [13] диапазона 2 ГГц, которая при $l_a \simeq 7{,}25$ мм имела $2l_a/\lambda \simeq 0{,}1$. Частотная полоса медного макета антенны [13] составляла: $B_a = \eta B \simeq 0{,}090\%$; 0,079% при температурах 77 К; 300 К соответственно. Для сравнения необходимо привести полосы B_a к единой электрической длине диполя, используя соотношение (27). Получим, что увеличение широкополосности оптимизированной антенны при $f_0 \simeq 1{,}3$ ГГц составит 5–6 раз.

Дальнейшее расширение полосы может быть обеспечено за счёт удвоения длины шлейфа и уменьшения ширины полоска резонатора. Расчёты для ВТСП антенны с $L/\lambda = 0{,}05$ показали, что широкополосность может достигать 0,2% при КПД, близком к 100%. Заметим также, что применение ВТСП оправдано только при размерах $L/\lambda < 0{,}1$, так как при $L/\lambda > 0{,}1$ КПД медных антенн оптимальной конструкции приближается к 100% (см. рис. 4).

ВЫВОДЫ

Исследованы возможности оптимизации по критерию максимальной широкополосности вибраторной ЭМА, изготовленной из высокотемпературного сверхпроводника по планарной технологии с применением подложек с высокой диэлектрической проницаемостью (≥ 10) и малым углом потерь ($< 10^{-5}$). Оптимальная конструктивная схема полосковой квадратной ЭМА представляет собой полуволновый резонатор, к концам которого подключены два синфазно возбуждаемых диполя, нагруженных ёмкостными шлейфами. С помощью метода эквивалентных схем проведён анализ условий согласования ЭМА и исследована её широкополосность. Показано, что применение нагруженных диполей, а также использование резонатора с высоким (250–350 Ом и более) волновым сопротивлением позволяет существенно (в 20–40 раз) повысить радиационную широкополосность ЭМА, при этом для ВТСП антенны КПД остаётся близким к 100%, а широкополосность B достигает 0,2–2% для размеров системы $L/\lambda \simeq 0{,}05 - 0{,}1$. Проведённые экспериментальные исследования на медных макетах ЭМА подтвердили эффективность предложенной оптимизации конструкции антенны.

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований — проекты № 95–02–04996, № 96–02–16997.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hansen R. C. //Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1990. V. 26. № 2. P. 345.
2. Dinger R. J. //J. Supercond., 1990. V. 3. P. 287.
3. Dinger R. J., White D. J. //IEEE Trans. Antennas and Propag., 1990. V. 38. № 8. P. 1313.
4. Cook G. G., Khamas S. K., Kingsley S. P., Woods R. C. //Appl. Phys. Lett., 1992. V. 60. № 1. P. 123.
5. Сурис Р. А., Фомин Н. В. //Письма в ЖТФ, 1992. Т. 18. Вып. 9. С. 54.
6. Абрамов В. И., Резник А. Н. //Письма в ЖТФ, 1993. Т. 19. Вып. 19. С. 44.
7. Khamas S. K., Mehler M. J., Maclean T. S. M. et al. //Electron. Lett., 1988. V. 24. № 8. P. 460.
8. Itoh K., Ishii O., Koshimoto Y., Sho K. //J. Supercond., 1991. V. 4. № 6. P. 469.
9. Chaloupka H., Klein N., Peiniger M., Pischke A., and Splitt G. //IEEE Trans. Microwave Theory and Techn., 1991. V. 39. № 9. P. 1513.
10. Pischke A., Chaloupka H., Piel H. and Splitt G. ISEC'91, Third International Superconductivity Electronic Conference Glasgow. — Scotland, June 1991.
11. Chaloupka H., Piel H., Pischke A., Gieres G., Peiniger M., Schultz L., Bode M. and Schubert J. IEEE-MIT Simp.Digest, Albuquerque. — New Mexico, 1992. P. 189.
12. Климов А. Ю., Красильник З. Ф., Резник А. Н., Абрамов В. И., Белов И. Ф., Тагунов Б. Б. // Сверхпроводимость: Физика, химия, техника, 1993. Т. 6. № 11–12. С. 2150.
13. Абрамов В. И., Климов А. Ю., Резник А. Н., Тагунов Б. Б. //Письма в ЖТФ, 1994. Т. 20. Вып. 19. С. 60.
14. Надененко С. И. Антенны. — М.: Связьиздат, 1959. — 552 с.
15. Драбкин А. Л., Зузенко В. Л., Кислов А. Г. Антенно–фидерные устройства. — М.: Сов. радио., 1974. — 536 с.
16. Лавров Г. А. Взаимное влияние линейных вибраторных антенн. — М.:Связь, 1975. — 129 с.
17. Ефимов Н. Е. Радиочастотные линии передачи. — М.: Сов. радио, 1964. — 600 с.
18. Belov R. K., Drosdov Y. N., Gaponov S. V. et al. //IEEE Trans. Appl. Supercond., 1995. V. 5. № 2. P. 1797.
19. Mansour R. R., Ye S., Dokas V., Jolley B., Thomson G., Tang W.-C and Kudsia C. M. //IEEE Trans. Microwave Theory Techn., 1996. V. 4. № 7. P. 1213.

Научно–исследовательский
радиофизический институт,
Институт физики микроструктур
РАН,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
21 февраля 1998 г.

MINIATURIZATION OF THE SUPERCONDICTOR DIPOLE ANTENNA

V. N. Abramov, S. N. Reznik

We examine both theoretically and experimentally the possibility of miniaturization planar microstrip dipole antennas of small electric dimensions made from high-temperature superconductors. The dependence of the matching conditions and the bandwidth on the design and geometrical features of the antennas is analyzed. It is shown that a superconductor antenna of the size $L \simeq (0.05 - 0.1)\lambda$ can have about 100 % efficiency and the bandwidth (0.2-2) %. We propose the miniature microstrip antenna of the dimensions 11 mm × 11 mm for the frequency band 1.3 GHz. The measurements of the radio characteristics of the copper mockup of the antenna confirmed the efficiency of the optimization.

ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА КОНТАКТНЫМ РАДИОМЕТРОМ СО ВСТРОЕННЫМИ ЭТАЛОНАМИ

В. А. Канаков, А. Г. Кисляков

Выполнено теоретическое и экспериментальное исследование точности измерений температуры тела человека с помощью контактного модуляционного радиометра СВЧ–КВЧ диапазонов. Устройство радиометра оригинально тем, что в нём использован отражательный модулятор. Сравнение традиционного метода измерений при калибровке температурной шкалы по внешним эталонам излучения с калибровкой по встроенным генератору шума и эталонному короткозамыкателю показало, что при этом реализуется примерно одинаковая точность измерений. Однако точность предложенного в статье метода ограничена, в основном, неидеальностью короткозамыкателя, в то время как ошибки традиционного метода связаны с неоднородностью исследуемого объекта по коэффициенту отражения. Экспериментальные исследования проводились на фантомах человеческого тела в 8-миллиметровом диапазоне длин волн.

ВВЕДЕНИЕ

Измерения температуры различных физических объектов радиометрическим методом имеют ряд важных технических и чисто научных приложений. По сравнению с дистанционным, контактный метод измерений имеет известные преимущества, облегчающие определение абсолютных значений температуры исследуемого объекта. Трудности реализации контактного метода связаны с возможными изменениями отражённого от области контакта собственного излучения входных цепей радиометра.

Ниже описывается принцип измерения температуры исследуемого тела контактным модуляционным радиометром, для калибровки которого используются сигналы встроенного эталонного генератора шума, отражённые от точки контакта антенны радиометра с исследуемой поверхностью. Идея метода кратко изложена в [1] и близка к рассмотренной в [2]. Отличие состоит в том, что предлагается измерение различных комбинаций сигналов исследуемого объекта и встроенного эталона. Это позволяет совместить во времени процессы измерения температуры и калибровки радиометра и при этом существенно снизить ошибку измерений, связанную с медленными изменениями характеристик радиометра, исключить процедуру периодической калибровки по внешним эталонам, снять требование теплового равновесия шумов входа радиометра и объекта измерений. Необходимым условием реализации этого алгоритма измерений является использование такого широкополосного входного усилителя, чтобы электрическая длина пассивных элементов входного тракта радиометра оказалась достаточной для подавления интерференции собственных шумов усилителя (реализовать данную схему измерений с супергетеродинным приёмником затруднительно). Из анализа влияния параметров элементов радиометра на результаты измерений получены оптимальные соотношения величин этих параметров и определена методика настройки радиометра, обеспечивающая эти оптимальные соотношения. Чтобы получить значение физической температуры объекта при произвольных параметрах характеристик входных цепей, следует выполнить ещё два калибровочных измерения с короткозамкнутым входом радиометра. Теоретический анализ работы контактного радиометра дополнен, по сравнению с [2], учётом реальных параметров входного модулятора. Кроме того, в работе проведён анализ погрешностей измерений, сделана оценка потенциальной точности измерений, приведены результаты экспериментальной проверки метода на фантомах биологических объектов.

1. ИДЕЯ МЕТОДА

Рассмотрим задачу измерения физической температуры тела T_0 с коэффициентом r отражения от его поверхности в контактную антенну радиометра при помощи приёмника прямого усиления с идеальным короткозамыкающим модулятором на входе и синхронным детектором на выходе. Под идеальным модулятором будем понимать устройство, имеющее коэффициент передачи, равный 1 в открытом состоянии, и коэффициент отражения, равный 1 — в закрытом. Для учёта излучательной способности исследуемого тела и автоматической калибровки параметров приёмника включим в состав приёмника эталонный генератор шума в соответствии со схемой, представленной на рис. 1.

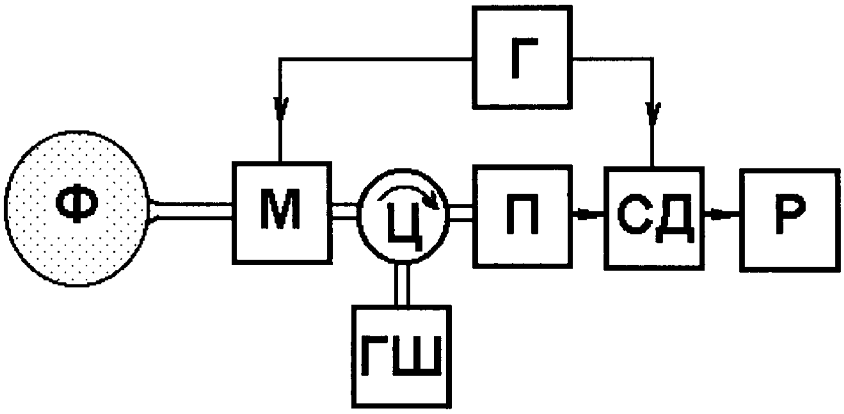


Рис. 1. Блок-схема измерений. Ф — фантом, М — модулятор, Ц — циркулятор, ГШ — встроенный генератор шума, Г — генератор опорного напряжения, П — приёмник радиометра, СД — синхронный детектор, Р — регистрирующий прибор.

На рис. 1 использованы следующие обозначения: М — короткозамыкающий модулятор, Ц — циркулятор, ГШ — эталонный генератор шума, $\text{Г}_{\text{мод}}$ — генератор модулирующего сигнала, СД — синхронный детектор. Положим, что для модуляции и в СД используется сигнал типа “меандр"; эталонный генератор шума является идеальной согласованной нагрузкой и создаёт белый гауссов шум со спектральной плотностью потока мощности, пропорциональной $T_{\text{гш}1}$. Тогда на входе СД амплитуда сигнала равна

$$U_1 = T_0\,(1-r)\,G + T_{\text{гш}1}\,r\,G - T_{\text{гш}1}\,G = (T_0 - T_{\text{гш}1})(1-r)\,G, \tag{1}$$

где G — коэффициент усиления с размерностью [В/К]. Если провести аналогичное измерение с другой температурой генератора шума $T_{\text{гш}2}$, можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} U_1 = (\,T_0 - T_{\text{гш}1})\,(1-r)\,G, \\ U_2 = (\,T_0 - T_{\text{гш}2})\,(1-r)\,G, \end{cases} \tag{2}$$

из которой следует

$$T_0 = \frac{T_{\text{гш}1} - \xi T_{\text{гш}2}}{1-\xi}\,, \tag{3}$$

где $\xi = U_1/U_2$. Идеализированный модулятор в данной схеме играет роль внутреннего эталона коэффициента отражения, благодаря чему удаётся определить температуру объекта независимо от его коэффициента отражения.

Используя резонансные элементы, можно построить волноводный СВЧ-модулятор с коэффициентом отражения, достаточно близким к 1. Однако широкополосные (в данном случае требуется обеспечить относительную полосу запирания порядка 10%) полупроводниковые модуляторы имеют коэффициент отражения существенно ниже 1. В дальнейшем мы рассмотрим возможность реализации предлагаемого метода с помощью устройств с неидеальными параметрами.

2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ СХЕМЫ РАДИОМЕТРА

Если пренебречь эффектами многократных отражений сигнала во входном тракте радиометра (т. е. не учитывать связанную с этим интерференцию), то напряжение на входе СД при открытом модуляторе можно записать в следующем виде:

$$U_1 = T_0\,(1-r)\,L_1\,G\,L_{ц1} + T_{гш1}(L_{ц1}^2\,L_1^2\,r + L_{ц2} + R_1\,L_{ц1}^2)\,G + \\ + T_{м1}(1+r\,L_1)\,G\,L_{ц1} + T_{ц}(\,L_{ц1}L_1^2\,r + R_1\,L_{ц1} + 1)\,G + \overline{U}_{ш}\,. \tag{4}$$

В уравнении (4) введены следующие новые обозначения: L_1, R_1, $T_{м1}$ — коэффициент передачи, коэффициент отражения и шумовая температура открытого модулятора, соответственно; $L_{ц1}$ и $L_{ц2}$ — коэффициенты передачи циркулятора в прямом и обратном направлениях; $T_{ц} = T_{ф}(1-L_{ц1})$ — шумовая температура циркулятора ($T_{ф}$ — его физическая температура); $\overline{U}_{ш}$ — среднеквадратичное напряжение собственных шумов приёмника.

При закрытом модуляторе аналогичное (4) соотношение имеет вид

$$U_2 = T_0\,(1-r)\,L_2\,G\,L_{ц1} + T_{гш1}\,(L_{ц1}^2\,L_2^2\,r + L_{ц2} + R_2\,L_{ц1}^2)\,G + \\ + T_{м2}\,(1+r\,L_2)\,G\,L_{ц1} + T_{ц}\,(L_{ц1}\,L_2^2\,r + R_2\,L_{ц1} + 1)\,G + \overline{U}_{ш}\,. \tag{5}$$

Здесь L_2, R_2 и $T_{м2}$ — коэффициент передачи, коэффициент отражения и шумовая температура закрытого модулятора. Прочие обозначения имеют прежний смысл. Уравнения (4) и (5) выведены в предположении, что потери в волноводном тракте пренебрежимо малы, циркулятор симметричен, а генератор шума идеально согласован с трактом.

Амплитуда модулированного сигнала на входе СД равна, аналогично (1),

$$U_{1-2} = (T_0 - T_{э1})\,(1-r)\,(L_1 - L_2)G^*, \tag{6}$$

где $G^* = G\,L_{ц1}$, $T_{гш1}^* = T_{гш1}\,L_{ц1} + T_{ц}$, а

$$T_{э1} = -\frac{T_{гш1}^*(R_1 - R_2) + T_{м1} - T_{м2}}{L_1 - L_2}\,.$$

При этом параметры радиометра подобраны так, что выполняется равенство

$$-\left[T_{гш1}^*(R_1-R_2) + T_{м1} - T_{м2}\right] = \left[T_{гш1}^*(L_1^2 - L_2^2) + T_{м1}L_1 - T_{м2}L_2\right]. \tag{7}$$

Величина $T_{э1}$ есть модулированная эффективная температура собственного шума входа радиометра с учётом вклада встроенного генератора шума. Очевидно, что условие (7) выполняется автоматически при любых значениях $T_{гш1}$ для идеального модулятора, рассмотренного в разд. 2 ($T_{м1} = T_{м2} = 0$, $L_1 = 1$, $L_2 = 0$, $R_1 = 0$, $R_2 = 1$). Заметим, что для чисто реактивного модулятора ($T_{м1} = T_{м2} = 0$) равенство (7) сводится к условию $(L_1^2 - L_2^2) = (R_2 - R_1)$ при любых $T_{гш}^*$.

Для электрически управляемых модуляторов с отличной от нуля шумовой температурой можно добиться выполнения условия (7) подбором управляющих токов модулятора и генератора шума таким образом, чтобы при подключении ко входу радиометра эталонной короткозамыкающей нагрузки (r=1) на выходе радиометра регистрировался нулевой выходной сигнал. В этом можно убедиться путём подстановки (r=1) в уравнение (6).

Для измерения величины $T_{э1}$ необходимо ко входу радиометра подключить эталонную согласованную нагрузку (r=0) с управляемой температурой $T_{сн}$. Очевидно, что при $T_{э1} = T_{сн}$ $U_{1-2} = 0$. Таким образом, для реализации описываемого метода измерений необходимо провести первичную настройку модулятора и генератора шума, а также первичную калибровку внутреннего эталона шумовой температуры по предложенной простой методике. Техническая проблема, которую остаётся решить, состоит в обеспечении долговременной стабильности параметров модулятора (в первую очередь шумовой температуры) и встроенного ГШ, а также добиться выполнения условия (7) для двух различных $T_э$, что необходимо для независимости уравнений, входящих в систему (2).

3. ИЗМЕРЕНИЯ СО ВСТРОЕННЫМ ЭТАЛОННЫМ КОРОТКОЗАМЫКАТЕЛЕМ

Для электрически управляемых модуляторов и генераторов шума условие (7) может быть легко выполнено, по крайней мере, для одной определённой комбинации значений параметров элементов. Однако при подборе $T_м$ изменяются L и R, также зависящие от величины управляющих токов. В связи с этим можно ожидать, что при значительном интервале изменений $T_{гш}$ условие (7) не удастся выполнить второй раз ни при каких значениях L и R.

В этом случае предлагается измерять физическую температуру объекта по иной методике: вместо рассмотренной выше оптимизации параметров модулятора для одного или обоих значений $T_{гш}$ необходимо измерить выходной сигнал радиометра с эталонным короткозамыкателем ($R_э \to 1$) на входе. При этом система уравнений (2) будет дополнена:

$$\begin{cases} U_{1-2} &= [T_0\,(1-r) + r\,a\,T_{э1} - T_{э1}](L_1 - L_2)\,G^*, \\ U_{кз1} &= -T_{э1}(1 - aR_э)(L_1 - L_2)\,G^*, \\ U_{3-4} &= [T_0(1-r) + r\,b\,T_{э2} - T_{э2}](L_1 - L_2)\,G^*, \\ U_{кз2} &= -T_{э2}(1 - bR_э)(L_1 - L_2)\,G^*. \end{cases} \tag{8}$$

Здесь

$$\begin{aligned} T_{э1} &= -p\,[T^*_{гш1}(R_1 - R_2) + T_{м1} - T_{м2}], \\ aT_{э1} &= p\,[T^*_{гш1}(L_1^2 - L_2^2) + T_{м1}L_1 - T_{м2}L_2], \\ T_{э2} &= -p\,[T^*_{гш2}(R_1 - R_2) + T_{м1} - T_{м2}], \\ bT_{э2} &= p\,[T^*_{гш2}(L_1^2 - L_2^2) + T_{м1}L_1 - T_{м2}L_2], \end{aligned}$$

где $p = 1/(L_1 - L_2)$. Как и следовало ожидать, при выполнении равенства (7) для $T_{гш1}$ величина $a = 1$ и измерение $U_{кз1}$ не требуется. Полагая $R_э = 1$, получим из (8)

$$\zeta = \frac{U_{1-2} - U_{кз1}}{U_{3-4} - U_{кз2}} = \frac{T_0 - a\,T_{э1}}{T_0 - b\,T_{э2}}\,, \tag{9}$$

откуда следует

$$T_0 = \frac{a\,T_{э1} - \zeta\,b\,T_{э2}}{1-\zeta}\,. \tag{10}$$

Для определения новых эталонных температур

$$T^*_{э1} = aT_{э1} \;\; и \;\; T^*_{э2} = bT_{э2} \tag{11}$$

необходимо провести калибровку измерительной системы по эталонной согласованной нагрузке с переменной температурой по следующей методике. Измерив сигнал $U_{кз1} = -T_{э1}(1-a)(L_1 - L_2)\,G^*$, следует измерять сигнал $U_{1-2} = (T_{сн} - T_{э1})(L_1 - L_2)\,G^*$, изменяя температуру $T_{сн}$ до тех пор, пока не будет выполняться равенство $U_{1-2} = U_{кз1}$. При этом, очевидно, $T^*_{э1} = T_{сн}$. Аналогичная процедура проводится для $T^*_{э2}$. В том случае, если коэффициент отражения эталонного короткозамыкателя $R_э$ отличается от единицы, соотношение (10) примет вид

$$\zeta = \frac{T_0 - T^*_{э1}\wp}{T_0 - T^*_{э2}\wp}\,,$$

где $\wp = (R_э - r)/(1 - r)$, и тогда температура объекта определяется из соотношения

$$T_0 = \frac{\wp}{1-\zeta}\,(T^*_{э1} - \zeta\, T^*_{э2})\,. \tag{12}$$

4. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Точность измерения температуры исследуемого объекта определяется погрешностью оценки калибровочных значений $T^*_{э1}$ и $T^*_{э2}$, их долговременной стабильностью, погрешностью измерения ζ, а также отличием от единицы функции $\wp(r)$. Очевидно, что $\wp(r) \to 1$ при $R_э \to 1$. Оценим требования к величине $R_э$, исходя из условия

$$\left|\frac{\partial T_0}{\partial r}\right|_{R_э} \cdot \Delta r \le \Delta T,$$

где ΔT — допустимая погрешность измерения температуры объекта, а Δr — максимальное отклонение r от среднего по объекту значения $\overline{r}$. Используя (10)–(12) и приведённое выше неравенство, получаем

$$1 - R_э \le \frac{\frac{\Delta T}{T_0}(1-\overline{r})^2}{\Delta r + \frac{\Delta T}{T_0}(1-\overline{r})}\,.$$

При $(\Delta T/T_0) \ll \Delta r$ последнее неравенство упрощается: $1 - R_э \le (\Delta T/T_0)(1-r)^2/\Delta r$. Полагая, что $(\Delta T/T_0) \simeq 10^{-3}$ и $\Delta r \simeq 0{,}05$, получим:

$$\begin{array}{ll} \text{при } \overline{r} = 0{,}5 & 1 - R_э \le 0{,}005\,, \\ \text{при } \overline{r} = 0{,}15 & 1 - R_э \le 0{,}014\,, \\ \text{при } \overline{r} \to 0 & 1 - R_э \le 0{,}02\,. \end{array}$$

Для обеспечения долговременной стабильности $T^*_{э1}$ и $T^*_{э2}$ необходимо (см. определения в (8)) добиться стабильности величин $T^*_{гш1}$, $T^*_{гш2}$, $T_{м1}$, $T_{м2}$, L_1, L_2. Для этого требуется включить в конструкцию радиометра системы стабилизации управляющих токов и физической температуры модулятора, а также встроенного ГШ.

Полагая, что эталонный короткозамыкатель идеален ($R_э = 1$), оценим абсолютную погрешность определения T_0 по формуле (11):

$$\Delta T_0^2 = \Delta T^2_{\min}\frac{1+\zeta^2}{(1-\zeta)^2} + \frac{\Delta\zeta^2}{(1-\zeta)^4}(T^*_{э1} - T^*_{э2})^2. \tag{13}$$

Предполагается, что погрешности определения величин $\Delta T^*_{э1}$ и $\Delta T^*_{э2}$ по методике, описанной в предыдущем разделе, соответствуют флуктуационной чувствительности радиометра $\Delta T_{\min}$. Погрешность $\Delta\zeta$ находим из соотношения (9):

$$\Delta\zeta^2 = 2\Delta U^2\frac{1+\zeta^2}{(U_{3-4} - U_{кз2})^2}\,, \tag{14}$$

где ΔU — абсолютная погрешность измерения амплитуды выходного сигнала синхронного детектора.

Из определения величины ζ в (9) следует, что если положить $T_0 - T^*_{э1} = \Delta T_{\min}$, то

$$\zeta = \frac{U_{1-2} - U_{кз1}}{U_{3-4} - U_{кз2}} = \frac{\Delta U}{U_{3-4} - U_{кз2}} = \frac{\Delta T_{\min}}{T_0 - T^*_{э2}}\,. \tag{15}$$

Считалось, что погрешность измерения амплитуды выходного сигнала радиометра определяется его флуктуационной чувствительностью (это справедливо для радиометра с оптимально распределёнными между его каскадами усилением и собственными шумами). Подставив (15) в (14) и полученное $\Delta\zeta^2$ в (13), получим

$$\Delta T_0^2 = \Delta T_{\min}^2 \frac{1+\zeta^2}{(1-\zeta)^2} + 2\Delta T_{\min}^2 \frac{(T_{э1}^* - T_{э2}^*)^2}{(1-\zeta)^4}\,\frac{1+\zeta^2}{(T_0 - T_{э2}^*)^2}\,. \tag{16}$$

Так как $\zeta = (T_0 - T_{э1}^*)/(T_0 - T_{э2}^*)$, то $1-\zeta = (T_{э1}^* - T_{э2}^*)/(T_0 - T_{э2}^*)$, и (16) примет вид

$$\Delta T_0^2 = \Delta T_{\min}^2 \frac{1+\zeta^2}{(1-\zeta)^2} + 2\Delta T_{\min}^2 \frac{1+\zeta^2}{(1-\zeta)^2} = 3\Delta T_{\min}^2 \frac{1+\zeta^2}{(1-\zeta)^2}\,. \tag{17}$$

Из уравнения $(\Delta T_0)'_\zeta = 0$ находим, что минимальное значение $\Delta T_0 = (\sqrt{3}/2)\Delta T_{\min}$ получается при $\zeta = -1$, то есть при $T_0 = (T_{э1}^* + T_{э2}^*)/2$. В диапазоне измеряемых температур $T_{э1}^* \le T_0 \le T_{э2}^*$ погрешность ΔT_0 изменяется от минимума $(\sqrt{3}/2)\Delta T_{\min}$ до $\sqrt{3}\,\Delta T_{\min}$ при $T_0 = T_{э1}^*$ или $T_0 = T_{э2}^*$. При $T_0 \le T_{э1}^*$, $T_{э2}^* \le T_0$ погрешность ΔT_0 начинает быстро возрастать.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОВЕРКИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Эксперимент проводился с модуляционным радиометром 8-миллиметрового диапазона, работающим по схеме приёмника прямого усиления в соответствии с рис. 1. В качестве приёмника мощности использовался транзисторный усилитель с рабочим диапазоном частот 32÷35 ГГц, собственной шумовой температурой 600 K и коэффициентом усиления 45 дБ. К выходу усилителя был подключён квадратичный детектор на арсенид—галлиевом диоде с барьером Шоттки. А ко входу усилителя был подключен ферритовый циркулятор с развязкой не менее 25 дБ. В качестве встроенного ГШ использовалась стандартная детекторная секция с обратно смещенным диодом 2А101, подключённая через дополнительный ферритовый вентиль. Короткозамыкающим модулятором служила волноводная диафрагма с рассогласованным pin-диодом. При отсутствии тока через pin-диод коэффициент отражения модулятора R_2 составлял 0,97. При прямом смещении током 100 мА — $R_1 = 0{,}02$, $L_1 = 0{,}76$. Минимальные потери сигнала в модуляторе (при прямом токе 150 мА) составляли порядка 1 дБ.

Низкочастотная часть прибора строилась на базе типового прибора В8—7. Флуктуационная чувствительность радиометра была определена по стандартной схеме измерений с внешними эталонами и составила 0,07 K за секунду накопления. Температурная стабилизация радиометра отсутствовала. Температура окружающей среды во время экспериментов изменялась в пределах 21÷27°C.

В качестве исследуемых объектов использовался набор сосудов с горячей водой, температура которой изменялась в пределах 25÷60°C и контролировалась ртутным термометром с ценой деления 0,1°C. Коэффициенты отражения исследуемых объектов в рабочем диапазоне частот были измерены через контактную антенну радиометра типовым прибором Р2—65 и заключались в пределах 0,0025÷0,47.

Измерения проводились по методике, описанной в разд. 3 этой статьи. Первичная калибровка была проведена в начале серии экспериментов. Полученные при этом константы $T_{э1}^*$ и $T_{э2}^*$ использовались для расчёта T_0 в измерениях, проводившихся в течение двух недель. Долговременная точность измерений температуры оценивалась по результатам 100 измерений. Эксперимент показал, что долговременная ошибка измерений разности температур около 10°C заключалась в пределах $-1{,}667\pm0{,}782$°C. Ошибка же измерений абсолютных значений температур объектов составляет 0,12÷1,301°C. Обе эти ошибки существенно меньше интервала изменения температуры окружающей среды. Отклонения измеренных радиометром значений температур от истинных (измеренных ртутным термометром) не зависят от вариаций излучательной способности исследуемых объектов. При коррекции калибровочных констант $T_{э1}^*$ и $T_{э2}^*$ для каждой, примерно получасовой, серии измерений с одним объектом погрешность измерений абсолютных значений температуры уменьшается до величины порядка 0,1°C, что практически соответствует флуктуационной чувствительности радиометра и погрешности контрольного термометра.

На основании полученных результатов можно заключить, что основной причиной долговременной нестабильности прибора являются медленные вариации калибровочных констант $T^*_{э1}$ и $T^*_{э2}$, связанные в первую очередь с изменением физической температуры модулятора и встроенного ГШ радиометра. Очевидно, что эти вариации можно уменьшить, используя термостабилизацию соответствующих элементов. Изменения излучательной способности исследуемых объектов не вносят заметного вклада в суммарную ошибку измерений. Учитывая, что коэффициент передачи радиометра G^* входит в расчётные формулы в виде сомножителя с излучательной способностью объекта, следует полагать, что флуктуации G^* также не влияют на точность измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение целесообразно провести сравнение погрешности рассмотренного в статье метода измерений с точностью традиционного метода калибровки по внешнему эталону. Рассмотрим конкретный пример измерения температуры тела человека, т. е. $T_0 = 300 \div 315$ К. Контактная антенна согласована с поверхностью объекта так, что $\overline{r} = 0{,}15$, а вариации коэффициента отражения не превышают $\Delta r = \pm 0{,}05$. Будем считать, что измерения проводятся радиометром с чувствительностью $\Delta T_{\min} = 0{,}1$ К и относительной нестабильностью коэффициента передачи $\delta G = \pm 0{,}01$. Термостабилизация радиометра реализуется с точностью $\Delta T_{рм} = 0{,}1$ К. Положим для нового метода измерений $T_{э1} = T_{рм} = (300 \pm 0{,}1)$ К, $T_{э2} = (315 \pm 0{,}1)$ К, $R_э = 0{,}98$, а для метода с внешним эталоном — $T_{рм} = (308 \pm 0{,}1)$.

Погрешность измерений с учётом неидеальности эталонного короткозамыкателя и согласно соотношению (17) не превышает

$$\Delta T_0 = \sqrt{\left|\frac{\partial T_0}{\partial r}\right|^2 \Delta r^2 + 3\Delta T_{\min}^2} = \sqrt{\frac{T_0^2 (1 - R_э)^2\, \Delta r^2}{[(R_э - \overline{r})^2 (1 - \overline{r})^2]} + 3\Delta T_{\min}^2} \simeq 0{,}48\ \text{K}.$$

При этом основная доля ошибки определяется отличием $R_э$ от единицы. Для традиционного метода

$$\Delta T_0 = \sqrt{(T_0 - T_{рм})^2 \Delta r^2/(1 - \overline{r})^2 + \Delta T_{рм}^2 + \Delta T_{\min}^2 + (T_0 - T_{рм})^2 \delta G^2} \simeq 0{,}50\ \text{K},$$

и здесь ошибка определяется, в основном, вариациями коэффициента отражения объекта.

Представленные в работе результаты, по мнению авторов, подтверждают перспективность описанного метода измерений температуры объектов контактными радиометрами СВЧ—КВЧ диапазонов. Выполнение сформулированных выше требований к измерительной аппаратуре позволит сократить время измерений за счёт исключения промежуточных калибровок по внешним эталонам и существенно снизить долговременную погрешность измерений при значительных вариациях коэффициента усиления входного усилителя или радиояркостной температуры исследуемых объектов. Это, в свою очередь, даст возможность существенно расширить круг прикладных задач, решаемых методами СВЧ—КВЧ радиометрии.

Авторы признательны С. А. Пелюшенко за содействие при изготовлении макета описанного в этой статье радиометра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вакс В. Л., Канаков В. А., Кисляков А. Г., Пелюшенко С. А., Ракуть И. В., Савельев Д. В., Шкелев Е. И. // Вестник ВВО АТН РФ. Сер. Высокие технологии в радиоэлектронике. 1997. Вып. 1(3). С. 37.
2. Троицкий В. С. К теории контактного радиометра. // Препринт № 186. — Горький: Изд-во НИРФИ, 1984. — 39 с.

Нижегородский государственный университет, Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию 30 апреля 1998 г.

A HUMAN BODY TEMPERATURE MEASUREMENTS USING APPLICATOR-RADIOMETER WITH INTERNAL CALIBRATORS

V. A. Kanakov, A. G. Kislyakov

The accuracy of a human body temperature measurements using the microwave applicator-radiometer has been theoretically and experimentally investigated. The radiometer design has a novelty as employing the reflection type modulator. Traditionally, under temperature scale calibration the external reference sources of thermal emission are employed thus giving about the same accuracy in medical measurements if compared with the internal calibration using the noise generator and a reference short sircuite. However, the accuracy of method suggested in this paper is limited basicly owing to non-ideal short sircuite in use while the traditional method errors are caused by object nonhomogeniety on its reflection coefficient. The experimental investigations of a human body fantoms were conducted at 8-mm waveband.

УДК 612.014.424.5

ОЦЕНКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

М. Л. Рудаков

Предлагается метод расчёта удельной поглощённой мощности в биологических объектах с помощью интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода относительно поверхностной плотности электрического заряда. Проведённая регуляризация уравнения позволяет производить численный расчёт при особенности ядра интегрального уравнения и получать устойчивые решения.

Приводится расчёт удельной поглощённой мощности в биологическом объекте — операторе промышленной высокочастотной сварочной установки. Оценивается зависимость удельного поглощения от вида напольного покрытия в производственном помещении и воздушного зазора между полом и ногами оператора.

В последнее время широкую известность в области расчётов поглощения электромагнитной энергии в биологических объектах получили два метода численного решения краевых задач: конечно—разностный метод во временной области (FDTD — метод в английской аббревиатуре) и метод интегральных уравнений по объёму [1—5]. Результаты расчётов удельного поглощения, полученные с помощью этих методов, широко применяются за рубежом, где они были использованы для разработки ряда гигиенических стандартов на параметры облучения в радиочастотном диапазоне, основанных на тепловом действии электромагнитного поля [6, 7].

Сопоставление различных численных методов расчёта полей является весьма сложной проблемой, поскольку существует большое количество модификаций указанных методов. Кроме того, объективным критерием для инженера—пользователя является точность и производительность машинных программ, построенных на этих методах [8]. Таким образом, при выборе метода расчёта поля необходимо ориентироваться не только на конкретную ситуацию облучения, но и на возможности вычислительной техники и программного обеспечения.

В этой связи отмеченные выше методы достаточно сложны для расчётов электромагнитного поглощения в производственных условиях, когда нет необходимости рассчитывать локальные поглощения в каких-либо органах и тканях, а требуется оценить влияние условий облучения на общее поглощение телом электромагнитной энергии.

В данной статье предлагается метод расчёта удельной поглощённой мощности в однородном биологическом объекте. Метод основан на интегральном уравнении Фредгольма 2-го рода для поверхностной плотности электрического заряда. Область применимости метода — зона несформировавшейся электромагнитной волны на частотах до 30 МГц с доминированием электрической компоненты поля (линии электропередач, электрические сети, установки для нагрева диэлектриков в электрическом поле и др.).

Рассмотрим математическую модель для расчёта трёхмерного электрического поля в кусочно однородной среде, состоящей из двух областей — воздуха и однородного диэлектрика. Интегральное уравнение относительно поверхностной плотности электрического заряда имеет вид [9]

$$\sigma(Q) - \frac{\lambda}{2\pi} \oint\limits_S \frac{\sigma(M)\cos(\vec{r}_{QM}, \vec{n}_Q)}{r_{QM}^2} dS_M = 2\varepsilon_0 E_n^0(Q), \tag{1}$$

где $\sigma(Q)$ — искомая поверхностная плотность заряда в точке Q; M — переменная точка интегрирования; r_{QM} — расстояние между точками Q и M; S — замкнутая поверхность биообъекта, на которой ищется распределение заряда; n_Q — единичная внешняя нормаль к поверхности S в точке Q; $E_n^0(Q)$ — нормальная компонента внешнего электрического поля в точке Q; $\lambda = (\varepsilon_B - \varepsilon_0)/(\varepsilon_B + \varepsilon_0)$, ε_B — относительная диэлектрическая проницаемость биообъекта, ограниченного поверхностью S, ε_0 — электрическая постоянная.

При численном решении уравнения (1) относительно плотности вторичных источников заряда существуют две основные проблемы: возникновение особенности ядра уравнения при совпадении точек Q и M и плохая устойчивость решений при параметре λ, близком к единице (ситуация имеет место, поскольку $\varepsilon_B \gg \varepsilon_0$). Последнее можно показать следующим образом [10]. Пусть напряжённость электрического поля на рабочем месте определяется с некоторой погрешностью $\eta(Q)$, причём среднее значение этой погрешности Err не равно нулю:

$$\frac{1}{S}\oint\limits_S \eta(Q)dS_Q = Err \neq 0.$$

Обозначая через $\xi(Q)$ погрешность решения и проводя интегрирование по замкнутой поверхности S уравнения (1) относительно погрешностей, получаем следующее равенство:

$$\frac{1}{S}\oint\limits_S \xi(Q)dS_Q = \frac{Err}{1-\lambda}\,.$$

Таким образом, при близком к единице параметре λ малая погрешность, допущенная в среднем значении правой части уравнения (1), приводит к большой погрешности в среднем значении решения. Если учесть, что при расчёте и измерениях напряжённости поля погрешность составляет до 20% (точность приборов, рекомендуемых российскими гигиеническими нормами для измерений компонент электромагнитного поля), то очевидно, что в этом случае нельзя гарантировать достоверности расчёта поля внутри биологического объекта.

Для устранения отмеченных проблем была проведена регуляризация уравнения (1) с использованием квадратично–суммируемой регуляризующей функции $F(Q)$, обладающей следующим свойством [10]:

$$\oint\limits_S F(Q)dS_Q = 1. \tag{2}$$

Опуская промежуточные выкладки, запишем общий вид преобразованного уравнения:

$$\sigma(Q) - \frac{\lambda}{2\pi}\oint\limits_S \sigma(M)\left[K(Q,M) - F(Q)\oint\limits_S K(Q,M)dS_Q\right]dS_M =$$
$$= f(Q) - F(Q)\left[\oint\limits_S f(Q)dS_Q - \oint\limits_S \sigma(Q)dS_Q\right], \tag{3}$$

где под $K(Q,M)$, $f(Q)$ обозначены ядро и правая часть уравнения (1).

Наиболее простым видом функции $F(Q)$ является $F(Q) = 1/S$. Учитывая, что суммарный свободный заряд внутри биообъекта, ограниченного поверхностью S, равен нулю и что поле E^0 создаётся зарядами, лежащими вне биообъекта, можно наложить дополнительные условия на уравнение (3):

$$\oint\limits_S \sigma(Q)dS_Q = 0, \qquad \oint\limits_S f(Q)dS_Q = 2\varepsilon_0\oint E_n^0(Q)dS_Q = 0.$$

Таким образом, уравнение (3) принимает вид

$$\sigma(Q) - \frac{\lambda}{2\pi} \oint\limits_S \sigma(M) \left[K(Q,M) - F(Q) \oint\limits_S K(Q,M) dS_Q \right] dS_M = f(Q). \qquad (4)$$

Применяя ранее введённые обозначения для погрешностей, можно показать, что справедливо равенство

$$\frac{1}{S} \oint\limits_S \xi(Q) dS_Q = Err.$$

Таким образом, среднее значение погрешности решения равно среднему значению погрешности правой части, т. е. устойчивость преобразованного уравнения (4) лучше устойчивости уравнения (1).

Для численного решения уравнения (4) методом сведения к системе линейных алгебраических уравнений вся поверхность S была разделена на n малых участков площадью S_j с центрами в точках M_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$. Представляя интеграл, входящий в (4), конечной суммой и полагая функцию $\sigma(M)$ на элементарных участках постоянной и равной $\sigma(M_j)$, приходим к следующей системе уравнений для точек Q_i — центров участков S_i $(i = 1, \ldots, n)$:

$$\sigma(Q_i) - \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{j=1}^{n} G(Q_i, M_j) \sigma(M_j) = f(Q_i), \qquad (5)$$

где $i = 1, 2, \ldots, n;$ $G(Q_i, M_j) = \int\limits_{S_j} \left[\frac{\cos(\vec{r}_{Q_iM}, \vec{n}_{Q_i})}{r^2_{Q_iM}} - \frac{1}{S} \oint\limits_S \frac{\cos(\vec{r}_{Q_iM}, \vec{n}_{Q_i})}{r^2_{Q_iM}} dS_Q \right] dS_M\,.$

Для программирования систему n-го порядка (5) можно записать в виде

$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} \sigma_j = f_i\,, \qquad (6)$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$. Элементы матрицы **A** вычисляются следующим образом:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 + \dfrac{\lambda S_i}{2\pi S} \oint\limits_S \dfrac{\cos(\vec{r}_{Q_iM}, \vec{n}_{Q_i})}{r^2_{Q_iM}} dS_Q & \text{при } i = j, \\ -\dfrac{\lambda}{2\pi} \int\limits_{S_j} \left[\dfrac{\cos(\vec{r}_{Q_iM}, \vec{n}_{Q_i})}{r^2_{Q_iM}} - \dfrac{1}{S} \oint\limits_S \dfrac{\cos(\vec{r}_{Q_iM}, \vec{n}_{Q_i})}{r^2_{Q_iM}} dS_Q \right] dS_M & \text{при } i \neq j. \end{cases} \qquad (7)$$

Матрица **A** является несимметричной и полностью заполненной.

В качестве примера рассмотрим облучение оператора установки высокочастотной сварки термопластичных материалов на частоте 27,12 МГц при неэкранированном рабочем конденсаторе [11]. На рис. 1 представлены зависимости действующего значения напряжённости электрического поля на рабочем месте от вертикальной координаты Z при разных видах подстилающих поверхностей: свободное пространство, линолеум, бетон, идеальный проводник. Приведённые на рис. 1 результаты получены методом эквивалентных зарядов и верифицированы натурными измерениями в производственных условиях при размещении сварочного стола на высоте $Z = 1$ м. Было необходимо оценить распределение удельного поглощения по высоте оператора ростом 175 см и снижение общего поглощения в зависимости от размера зазора между ступнями ног и подстилающей поверхностью.

При расчётах были использованы следующие параметры биообъекта: масса — 69,67 кг, площадь поверхности тела — 1,84 м^2, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_B = 79$, удельная проводимость $\sigma_B = 0{,}264$ См/м, плотность $\rho = 1064$ кг/м^3. Параметры основных горизонтальных сечений приведены в таблице.

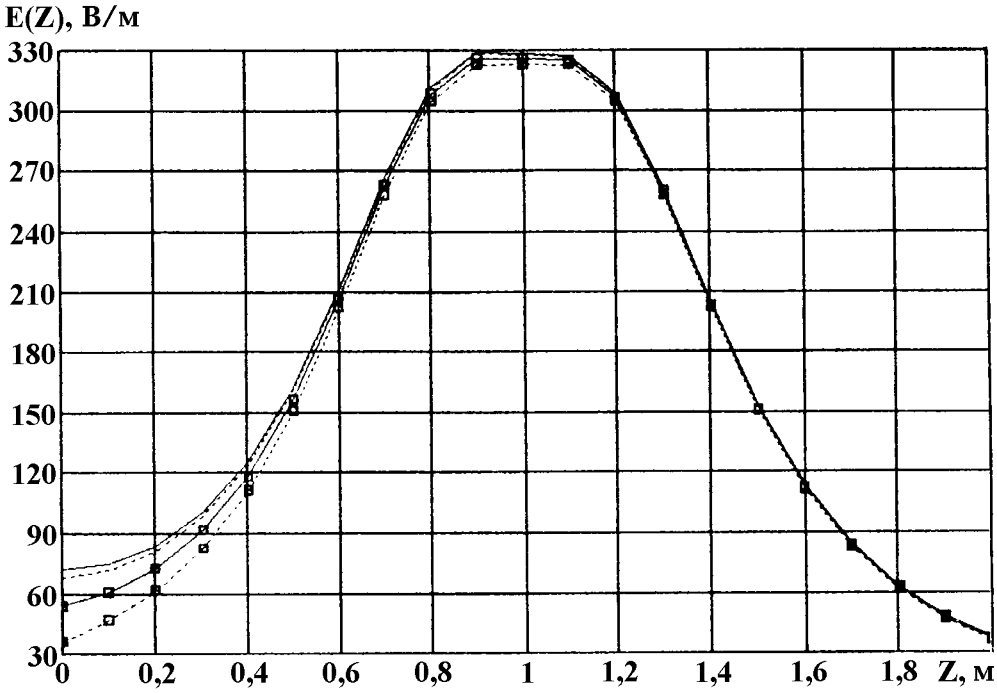


Рис. 1. Зависимость напряжённости электрического поля E от вертикальной координаты Z для разных типов напольных покрытий: ——— идеальный проводник, ········ бетон, □——□ линолеум, □······□ свободное пространство.

Таблица

Горизонтальные сечения (без учёта рук)

Область тела	Координата Z сечения, м	Площадь сечения, м^2
лодыжка	0,07	0,062
икра	0,22	0,12
колено	0,375	0,106
бедро	0,63	0,4
живот	0,98	0,283
грудь	1,32	0,34
шея	1,55	0,047
голова	1,68	0,062

Для разбиения всей поверхности биообъекта на элементарные участки и вычисления интегралов, входящих в выражения для A_{ij}, был реализован следующий алгоритм.

1. На поверхности биообъекта выделялись макрообласти, которые аппроксимировались поверхностями второго порядка известного вида (сегмент сферы для верхушки головы, эллиптические цилиндры для живота, торса и головы, круговые цилиндры для рук, ног и шеи). Эскиз биообъекта приведён на рис. 2. Для макрообластей строились нормальные вектора к поверхностям.
2. Задавалось исходное разбиение на четырёхугольные области, и по методу эквивалентных зарядов вычислялась E_n^0, создаваемая рабочим конденсатором в центре площадки и в её крайних точках.

3. Если различие между полем в центре и полями в крайних точках площадки не превышало 10% от их среднеарифметического значения, то площадка далее не дробилась; если же это значение было больше, то размеры площадки автоматически уменьшались и повторялся пункт 2.
4. Выполнялось интегрирование по полученным элементарным площадкам, которые являлись частями поверхностей второго порядка.

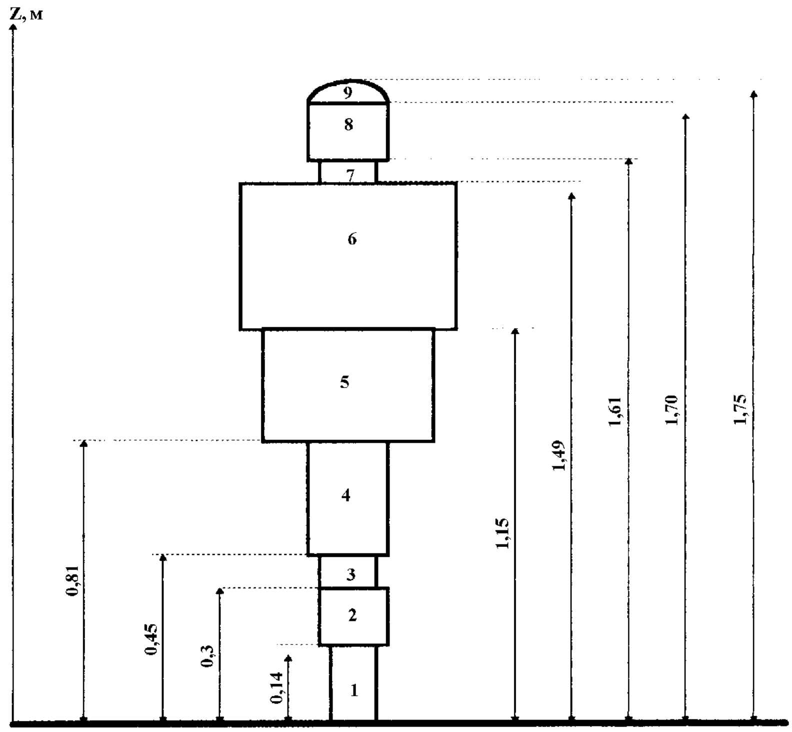


Рис. 2. Эскиз биообъекта, представленного для расчётов, в виде комбинации поверхностей вращения 2-го порядка: 1 (область лодыжки), 2 (икроножная мышца), 3 (колено), 4 (бедро), 7 (шея) — круговые цилиндры; 5 (живот), 6 (грудь), 8 (нижняя часть головы) — эллиптические цилиндры; 9 (верхняя часть головы) — сегмент сферы.

Общее количество элементарных площадок составило 215, при этом число обусловленности матрицы равнялось 28, что позволяет говорить об относительно устойчивых решениях.

Далее рассчитывалась поверхностная плотность заряда и пространственные компоненты (i_X, i_Y, i_Z) тока в биообъекте. Вертикальная компонента наведённого тока значительно превышала остальные, поэтому в дальнейших вычислениях учитывалась только она.

Удельная поглощённая мощность P_S в областях тела вычислялась по формуле

$$P_S = \frac{J^2}{\rho\sigma_B} \ [\text{Вт/кг}], \tag{8}$$

где J — плотность тока в горизонтальном сечении, соответствующем середине области, в которой рассчитывается поглощение.

На рис. 3 представлены зависимости удельной плотности поглощённой мощности P_S по горизонтальным сечениям тела человека от координаты Z. Отметим максимумы поглощения в областях лодыжек, коленей и шеи, обусловленные малыми поперечными сечениями данных областей. Влияние подстилающей поверхности сказывается на поглощении на высотах от 0 до 1 м, для более высоких областей различие в поверхностях не приводило к существенным отличиям в удельном поглощении. Из рис. 3 очевидно неблагоприятное влияние проводящих полов на мощность, поглощаемую телом оператора.

Верификация результатов расчёта удельного поглощения была проведена путём сравнения с результатами расчёта FDTD—методом при разбиении тела на 5628 ячеек для одинаковых исходных данных [5]. Наибольшие различия (до 20%) наблюдались для областей коленей и лодыжек. При этом метод, использующий уравнение (4), даёт, в целом, несколько меньшие величины удельного поглощения, чем FDTD—метод. Представляется, что это обусловлено более детальным описанием электрических свойств областей тела в последнем методе, а также учётом электрического поля, индуцированного магнитным полем от рабочего конденсатора. Качественный характер распределения удельного поглощения по высоте одинаков при расчёте обоими методами.

Величина зазора D между ступнями и полом варьировалась от 0 до 10 см. На рис. 4 приведены зависимости усреднённой по объёму всего тела удельной поглощённой мощности P_{SA},

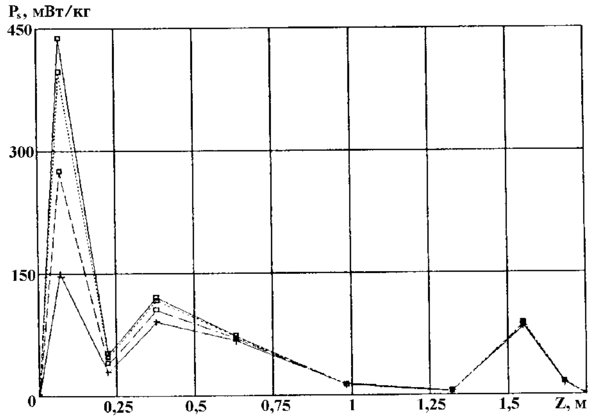


Рис. 3. Зависимость удельной поглощённой мощности P_S в биообъекте в зависимости от вертикальной координаты Z для различных типов напольных покрытий: □——□ идеальный проводник, □ · · · · □ бетон, □----□ линолеум, +——+ свободное пространство.

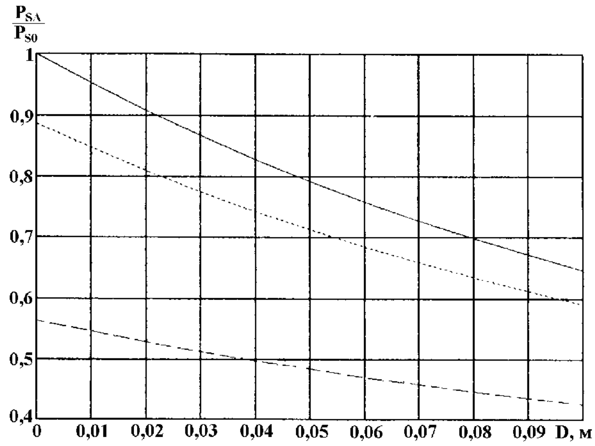


Рис. 4. Зависимости усреднённой поглощённой мощности P_{SA}, нормированной к усреднённой поглощённой мощности P_{S0} при контакте ног с идеальным проводником, от величины воздушного зазора D: —— идеальный проводник, · · · · · · бетон, ----линолеум.

нормированной на удельную поглощённую мощность P_{S0} при отсутствии зазора для идеального проводника в качестве пола, от величины зазора D. Из кривых рис. 4 можно оценить ослабление поглощения для разных типов напольных покрытий при различных зазорах. Например, при зазоре в 3 см для идеально проводящего покрытия имеет место ослабление общего поглощения на 14%, для бетонного покрытия — на 12%, для линолеума — на 9%. Таким образом, в данном случае ослабление общего поглощения будет существенно меньше, чем ослабление в зоне сформировавшейся волны при ориентации тела параллельно электрическому полю (в работе [12] отмечено, что воздушный зазор в $5 \div 6$ мм позволял добиться 50%-ного ослабления общего поглощения).

На практике необходимо стремиться, чтобы реальные электрические параметры обуви были по возможности близкими к электрическим параметрам воздушного зазора. Установлено, что наилучшими в этом смысле являются трёхслойные структуры — носок, обувь и подстилка из диэлектрического материала (полиэтилен, пенополистирол, фторопласт Ф-4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённая регуляризация интегрального уравнения для поверхностной плотности электрического заряда позволяет получить устойчивые решения. Для оценки электромагнитного поглощения в биообъекте решается система алгебраических уравнений относительно невысокого порядка, что позволяет производить расчёт на компьютерах низкой производительности, причём время подготовки исходных данных и время счёта достаточно малы. При проведении расчётов следует использовать представление чисел с $7 \div 8$ разрядами мантиссы, чтобы уменьшить накапливающиеся погрешности округления и задания чисел в ЭВМ.

Представляется, что предлагаемый метод расчёта целесообразно использовать для оценки условий труда производственного персонала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sullivan D. M., Gandhi O. P., Taflove A. // IEEE Trans. BME. 1988. V. 35. P. 179.
2. Chen J. Y., Gandhi O. P. // IEEE Trans. MTT. 1989. V. 37. P. 174.
3. Hagmann M. J., Gandhi O. P., Durney C. H. // IEEE Trans. MTT. 1979. V. 27. P. 804.
4. Wang J. J. H., Dubberley J. R. // IEEE Trans. MTT. 1989. V. 37. P. 1119.
5. Chen J. Y., Gandhi O. P., Conover D. L. // IEEE Trans. EMC. 1991. V. 33. P. 252.
6. European Committee for Electrotechnical Standardization (CENELEC). Human exposure to electromagnetic fields: High Frequency (10 kHz—300 GHz), European Prestandart: ENV 50166 - 2, Brussels, Belgium, 1995.
7. //Health Physics. 1988. V. 56. № 1. P. 115.
8. Курбатов Н. А., Аринчин М. Б. Численный расчёт электромагнитных полей. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
9. Колечицкий Е. С. Расчёт электрических полей устройств высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
10. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
11. Рудаков М. Л., Федорова И. Г. // Электричество. 1996. № 6. С. 60.
12. Hill D. A. // IEEE Trans. MTT. 1984. V. 32. № 8. P. 772.

Балтийский государственный
технический университет
“Военмех", С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
26 февраля 1998 г.

USE OF INTEGRAL EQUATION METHOD FOR ESTIMATION OF EM ABSORPTION IN BIOLOGICAL OBJECTS

M. L. Rudakov

Fredholm Integral Equation of the 2-nd kind for surface charge density is applied to estimate SAR in a human exposed to EM field in near-field zone. Setting of the equation makes possible to calculate numerically with particularity of nucleus and results obtained are stable. Layer-averaged SAR calculation for anatomically based model of operator of RF dielectric sealer is presented. Effects of floor covers and separation from floor on EM absorption are examined and discussed.

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ НА РЭЛЕЙ–ТЕЙЛОРОВСКУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИЛЬНОНЕЛИНЕЙНЫХ СХОДЯЩИХСЯ–РАСХОДЯЩИХСЯ СФЕРИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ

И. Н. Диденкулов[1], *Д. А. Селивановский*[1], *В. Е. Семенов*[1], *И. В. Соколов*[2]

ВВЕДЕНИЕ

Сферическое сходящееся движение жидкости со сферическим газовым пузырьком в центре уже более ста лет привлекает внимание физиков [1, 2], в первую очередь, тем, что в таком течении реализуется сильнейший кумулятивный эффект [3]. Плотность энергии по мере уменьшения радиуса пузырька $R_0(t)$ быстро нарастает.

Физическая природа эффекта проста. При схлопывании пузырька работа A, совершаемая внешним давлением P_a и по порядку величины равная $P_a\,[R_{\max}^3 - R_0^3(t)]$, преобразуется в кинетическую энергию сходящейся жидкости $T = \int \frac{\rho u^2}{2} dV \sim \rho R_0^3 \dot{R}_0^2$, где u и ρ — скорость и плотность жидкости, соответственно. Кинетическая энергия T оказывается локализованной в малом объёме жидкости $V \sim R_0^3(t)$, в результате плотность энергии нарастает до максимального значения $(\rho u^2)_{\max}$, определяемого максимальной степенью сжатия χ:

$$(\rho u^2)_{\max} \sim P_a \chi, \tag{1}$$

где $\chi = (R_{\max}/R_{\min})^3$, $R_{\max}$ и $R_{\min}$ — радиусы пузырька до начала сжатия и в момент максимального сжатия, соответственно.

Высокие давления, возникающие при схлопывании воздушных и паровых пузырьков в воде в процессе кавитации [4], являются причиной эрозии и разрушения твёрдых поверхностей (гребных винтов, внутренних полостей центробежных насосов и т.д.). Будучи вредным эффектом в технике, кавитационные импульсы давления находят полезное применение в медицине, где их пытаются использовать для механического разрушения тромбов в сосудах головного мозга [5].

Идея использования кумуляции энергии при сферическом схождении малосжимаемой среды для целей достижения высоких плотностей энергии, в том числе и для инициирования ядерных реакций деления и синтеза, привлекала внимание таких классиков термоядерных исследований, как А. Д. Сахаров [6], Я. Б. Зельдович [3], Е. И. Забабахин [3] и многих других.

А. Д. Сахаров предложил применить цилиндрический аналог обсуждаемого эффекта — захлопывание цилиндрической полости в металле, обжимаемом с помощью взрыва — для сжатия захваченного в полость потока магнитного поля и получения магнитных полей мегагауссного диапазона.

Следует упомянуть также рассмотренную Г. А. Аскарьяном возможность создания сверхвысоких давлений при схлопывании сферической полости в металле, который подвергается быстрому разогреву с помощью интенсивного нейтронного потока [7]. Интересно, что более скромные, однако всё же мегабарные, давления могут возникать и при обычной кавитации, но не в воде, а в ртути. Этому благоприятствуют высокие значения плотности и скорости звука в ртути при малом давлении упругих паров и низкой растворимости газовых примесей. В последней своей работе Г. А. Аскарьян обратил внимание на возможность сильного сжатия криогенного слоя термоядерного горючего, предварительно намороженного изнутри на сходящуюся стенку сферического пузырька или цилиндрической полости. Из-за резко ускоренного схождения стенки слой горючего самосжимается действующими на него при ускорении инерциальными силами [8].

Легко также понять, по аналогии с эффектом усиления магнитного поля из-за сохранения потока, что во вращающейся жидкости при схлопывании цилиндрической полости происходит нарастание угловой скорости вращения, сильно неоднородное по радиальной координате [9]. Такое быстрое вращение можно использовать в эксперименте для регистрации динамооптических эффектов в жидком диэлектрике [10].

Даже из этого беглого и неполного перечисления видно, что несмотря на давнюю историю вопроса идея использования сферической кумуляции для достижения высоких плотностей энергии не потеряла актуальности. Не менее актуальной является и задача исследования различных факторов, которые противодействуют кумуляции и ограничивают возможности получения высоких значений степени сжатия χ. В числе таких факторов первостепенное значение играет развитие Рэлей—Тейлоровской гидродинамической неустойчивости на границе пузырька: границе раздела жидкость—газ, жидкость—вакуум, или проводящая жидкость—магнитное поле. Борьба с этой неустойчивостью составляет важное направление в физике управляемого термоядерного синтеза (УТС).

Сколько-нибудь подробный обзор литературы по исследованиям Рэлей—Тейлоровской неустойчивости дать здесь невозможно, даже если бы ограничиться только обзором работ, проводимых в интересах УТС. С одной стороны, в огромном числе работ по неодномерному численному моделированию процессов в мишенях для инерциального УТС Рэлей—Тейлоровская неустойчивость, связанная с неоднородностью многолучевого лазерного обжатия и несовершенством изготовления оболочек мишени, так или иначе учитывается, так что пришлось бы дать практически полный обзор в обширной области науки, в которой к тому же ни один из авторов не является специалистом. С другой стороны, отсутствие простых моделей затрудняет установление общих закономерностей, единых для всех проявлений неустойчивости — как для мишеней, так и для более простой задачи об устойчивости схлопывания сферического пузырька в несжимаемой жидкости. Однако представление о Рэлей—Тейлоровской неустойчивости как о факторе, заведомо ограничивающем возможность достижения высоких значений степени сжатия χ, что, в соответствии с (1), означает и ограничение роста плотности энергии, является вполне устоявшимся в литературе.

С этой точкой зрения разительно контрастируют результаты недавних экспериментов по наблюдению сильных колебаний одиночного микропузырька воздуха в центре заполненного водой сферического акустического резонатора [11—13]. В этих экспериментах были достигнуты исключительно высокие значения степеней сжатия $\chi \sim 10^5$, причём это экстремальное сжатие оказалось очень стабильным. От периода к периоду колебаний пузырька картина его движения устойчиво воспроизводится в течение нескольких суток, то есть при периоде порядка $4 \cdot 10^{-5}$ с наблюдается около 10^{10} стабильных колебаний. Это при том, что даже в однократном колебании достижение столь высокой степени сжатия априори кажется невозможным из-за неустойчивости.

Рассуждения авторов [13] о возможности прямого использования схемы их эксперимента для получения термоядерных температур представляются не вполне корректными. Уже отмечалось, что оценка достижимых при этом температур завышена на много порядков [14]. Однако данные по устойчивости кажутся не только интересными сами по себе, но и явно требуют изменения и уточнения теоретических моделей.

В настоящей работе в рамках гидродинамики несжимаемой жидкости предпринята попытка теоретически изучить линейную стадию роста (или затухания) малых несферических возмущений скорости течения и формы границы пузырька, развивающихся на фоне сильно нелинейных сферических колебаний жидкости. Полученные уравнения для возмущения численно решены для значений параметров, соответствующих экспериментам [12].

Выявлен резко пороговый характер поведения возмущений в зависимости от вязкости. Так, изменение температуры воды всего на несколько градусов приводит к небольшим по величине изменениям коэффициента вязкости, но эти изменения достаточны, чтобы квадрупольная гармоника возмущения формы границы пузырька из быстро затухающей превратилась в быстро нарастающую. Полученные результаты согласуются с некоторыми наблюдавшимися в [11–13] особенностями поведения пузырьков, но — это стоит сразу подчеркнуть — не претендуют на объяснение механизма генерации вспышек света, которые, собственно, и были главным предметом интереса авторов этих экспериментальных исследований. Мы также уделяли внимание этому вопросу [15, 16], но настоящая работа посвящена не сонолюминесценции, а более общей проблеме гидродинамической устойчивости. С гидродинамической точки зрения в работе решается задача о потере устойчивости сильно нелинейного и нестационарного ламинарного течения с ростом числа Рейнольдса (уменьшении вязкости).

1. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ НЕСФЕРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ СФЕРИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Рассматривается неустойчивость сильно нелинейных сферических колебаний несжимаемой жидкости. Внутри жидкости в центре симметрии находится пузырёк, который полагаем заполненным идеальным газом. Постановка задачи соответствует задаче Рэлея [1–3] о пузырьке в жидкости, сжимающемся и расширяющемся под действием давления, симметрично приложенного к сферической внешней границе. Сферическое движение рассматривается в самом общем виде, предположений о малом или о гармоническом характере этого движения не делается.

На сферическое движение наложены малые возмущения в виде несферических гармоник. Учитывается поверхностное натяжение и малая вязкость (последняя — в линейном приближении, через диссипативную функцию).

В пренебрежении вязкостью движение потенциально. Потенциал скорости Φ представим в виде

$$\Phi = \frac{b_0}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n P_n(\cos\theta)}{r^{n+1}}\,, \tag{2}$$

где r, θ, φ — сферические координаты, зависимость от φ для азимутально симметричных возмущений отсутствует.

В отличие от [17] в качестве обобщённых координат выберем коэффициенты разложения по полиномам Лежандра не для функции $R(\theta,t)$, которая определяет форму поверхности пузырька в любой момент времени t, согласно уравнению $r = R(\theta,t)$, а для куба этой функции:

$$R^3 = R_0^3 + 3R_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta). \tag{3}$$

В выражениях (2) и (3) $R_0(t)$ и $b_0(t)$ суть функции, характеризующие сферически симметричное движение (не малое!), а $a_n(t)$ и $b_n(t)$ — малые амплитуды гармоник возмущений. В первом приближении по малым возмущениям величины $a_n(t)$ совпадают с разложением R по полиномам Лежандра, однако в более высоких приближениях возникает отличие. Кинематическое соотношение

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=R} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial R}{\partial \theta}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)_{r=R} \tag{4}$$

разложим по полиномам Лежандра:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{R_0^3}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} R_0^2 a_n P_n(\cos\theta)\right] = -b_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) b_n P_n(\cos\theta)}{R^n} - \\ - \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_0^2 a_m b_n \left(\frac{dP_m(\cos\theta)}{d\theta}\right)\left(\frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta}\right)}{R^{n+3}}\,. \tag{5}$$

Далее ограничимся в уравнениях для несферических гармоник линейным приближением (соответственно в лагранжиане — квадратичным). Из (5) получаем с требуемой точностью

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{R_0^3}{3}\right) = -b_0\,, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(R_0^2 a_n) = -\frac{(n+1)b_n}{R^n}\,. \tag{7}$$

В правой части (5) при усреднении по углу, разумеется, отсутствуют члены, имеющие первый порядок малости по амплитудам. Однако и во втором порядке коэффициент при $a_n b_n$ оказывается равным нулю. В этом состоит преимущество выбора коэффициентов разложения (3) в качестве обобщённых координат. Другое не менее важное преимущество заключается в том, что объём пузырька, выражение для которого входит в потенциальную энергию, точно равен $4\pi R_0^3/3$ и не зависит от a_n. Площадь поверхности пузырька содержит квадратичные по a_n члены:

$$S = 2\pi\int R\sqrt{R^2+\left(\frac{dR}{d\theta}\right)^2}\,d(\cos\theta) \approx 4\pi R_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\pi a_n^2(n-1)(n+2)}{2n+1}\,. \tag{8}$$

Перейдём к выводу лагранжиана. Введём потенциал возмущения Φ_1

$$\Phi = \frac{b_0}{r} + \Phi_1 \tag{9}$$

и разложим кинетическую энергию $T = \dfrac{\rho}{2}\displaystyle\int\left[\mathrm{grad}\left(\Phi_1+\frac{b_0}{r}\right)\right]^2 dV$ с точностью до квадратичных членов, учитывая, что $\mathrm{div}(\mathrm{grad}\Phi_1)=0$:

$$\frac{\rho}{2}\int\left[\frac{b_0^2}{r^4}+\frac{2b_0}{r^2}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r}\right]dV - \frac{\rho}{2}\int \mathrm{grad}\Phi_1^2\,d\vec{S} \approx 2\pi\rho b_0^2\left\langle\frac{1}{r}\right\rangle + 4\pi\rho b_0\langle\Phi_1\rangle + 2\pi\rho\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n^2\langle P_n^2\rangle(n+1)}{r^{2n+3}}\,. \tag{10}$$

Здесь объёмные интегралы берутся по объёму жидкости, поверхностные — по поверхности пузырька, нормаль к поверхности направлена внутрь жидкости, $\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по близкой к сферической поверхности пузырька. Используя соотношения

$$\left\langle\frac{1}{r}\right\rangle \approx \frac{1}{R_0} + \frac{2}{R_0^3}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2\langle P_n^2\rangle,\quad \langle\Phi_1\rangle \approx -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n b_n}{R_0^{n+2}}\langle P_n^2\rangle,\quad \langle P_n^2(\cos\theta)\rangle \approx \frac{1}{2n+1}\,, \tag{11}$$

а также выражения (6)–(7), получим искомое разложение лагранжиана $\mathrm{L} = T - \sigma S$ (σ — коэффициент поверхностного натяжения):

$$\begin{aligned}\mathrm{L} &= 2\pi\rho R_0^3\dot{R}^2 - 4\pi\sigma R_0^2 + \\ &+ 2\pi\rho\sum_{n=1}^{\infty}\frac{R_0^3\dot{a}_n^2 + (1-n)\frac{d}{dt}(\dot{R}_0R_0^2a_n^2) + (n-1)\ddot{R}_0R_0^2a_n^2 - \frac{\sigma}{\rho}(n^2-1)(n+2)a_n^2}{(2n+1)(n+1)}\,. \end{aligned}\tag{12}$$

В (12) точка обозначает дифференцирование величины по времени. Выделение полной производной в числителе дроби в (12) полезно только тогда, когда функция $R_0(t)$ рассматривается как заданная. При этом слагаемое лагранжиана, являющееся полной производной по времени, не даёт вклада в уравнения движения. Если же влияние несферических возмущений на радиальное течение учитывается, следует раскрыть эту производную для исключения ускорения $\ddot{R}_0(t)$ из лагранжиана.

Элементарная работа, совершаемая давлением P_g газа, находящегося внутри пузырька, и внешним давлением P_a, очевидно, равна

$$\delta A = 4\pi R_0^2 (P_g - P_a) dR_0 \tag{13}$$

и не содержит никаких дифференциалов обобщённых координат, кроме dR_0.

Учтём малую диссипацию энергии, связанную с наличием вязкости. Диссипативная функция F выражается через скорость диссипации полной механической энергии $\dot{E}$, выражение для которой для потенциального течения имеет вид [2]:

$$F = -\dot{E}/2, \quad \dot{E} = -2\eta \int \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 dV = -\eta \int \operatorname{div} \operatorname{grad} (\operatorname{grad} \Phi)^2 dV, \tag{14}$$

где $\eta = \rho\nu$ — динамическая вязкость, а ν — кинематическая. Опять введём потенциал возмущения (9) и представим возникающие при этом в (14) интегралы в виде рядов:

$$\int \operatorname{div} \operatorname{grad} (\operatorname{grad} \Phi_1)^2 dV = 8\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)(n+1) b_n^2}{R_0^{2n+3}}\,, \tag{15}$$

$$\int \operatorname{div} \operatorname{grad} \frac{b_0^2}{r^4} dV = 16\pi b_0^2 \left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle = 16\pi \left[\frac{b_0^2}{R_0^3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9 b_0^2 a_n^2}{(2n+1) R_0^5} \right], \tag{16}$$

$$-2 \int \operatorname{div} \operatorname{grad} \left(\frac{b_0}{r^2} \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \right) dV = -8\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 b_0 a_n b_n (n+1)}{(2n+1) R_0^{n+4}}\,. \tag{17}$$

Используя выражения (6)–(7), получим

$$F = 4\pi\eta \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n+2}{n+1} \dot{a}_n^2 R_0 + 2 R_0 \dot{R}_0^2 \left(1 - a_n^2 \frac{n-1}{n+1} \right) + 2 \dot{R}_0 \dot{a}_n a_n \frac{(n+2)(n-1)}{(n+1)(2n+1)} \right]. \tag{18}$$

После этого уравнение Лагранжа $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{a}_n}\right) - \dfrac{\partial L}{\partial a_n} + \dfrac{\partial F}{\partial \dot{a}_n} = \dfrac{\delta A}{d a_n}$ даёт уравнения для амплитуд возмущения:

$$\frac{d}{dt}(R_0^3 \dot{a}_n) + 2(n+2)(2n+1)\nu R_0 \dot{a}_n + (n-1) \left\{ \frac{[\sigma(n+1) + 2\eta \dot{R}_0](n+2)}{\rho} - \ddot{R}_0 R_0^2 \right\} a_n = 0. \tag{19}$$

Уравнение (19) учитывает зависимость от времени эффективной массы данной гармоники колебания (первое слагаемое), вязкое затухание (второе слагаемое), капиллярные эффекты (первый член в фигурных скобках) и эффективное гравитационное ускорение (второй член в фигурных скобках), связанное с ускоренным движением границы пузырька. Все эффекты радиального движения входят в уравнение (19) только через функцию $R_0(t)$ и её производные. Для сферического движения необходимо учесть внешнюю работу (13). В пренебрежении обратным влиянием несферических колебаний получается уравнение Рэлей–Плессета

$$\ddot{R}_0 R_0 + \frac{3}{2} \dot{R}_0^2 + \frac{2\sigma}{\rho R_0} = \frac{P_g - P_a}{\rho} - \frac{4\nu \dot{R}_0}{R_0}\,. \tag{20}$$

Отметим, что если бы не необходимость учёта вязкости, уравнение для возмущения проще было бы вывести другим способом [4].

Лагранжиан (12) с диссипативной функцией (18) является простой и вместе с тем достаточно полной моделью гидродинамического межмодового взаимодействия с учётом вязкости и позволяет исследовать такой принципиальный вопрос, как потерю устойчивости нелинейного и нестационарного течения при увеличении числа Рейнольдса, или, что то же самое, при уменьшении вязкости.

2. УСЛОВИЯ ПРОЯВЛЕНИЯ РЭЛЕЙ–ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ОЦЕНКА ЕЁ ИНКРЕМЕНТОВ

Для анализа устойчивости введём новое время τ и, кроме того, учтём вязкое затухание непосредственно в амплитудах колебаний:

$$d\tau = dt/R_0^3, \quad a_n = Y_n \exp\left[-(n+2)(2n+1)\nu \int\limits_0^t R_0^{-2}(t')dt'\right]. \tag{21}$$

После подстановки (21) в (19) отбросим квадратичные по вязкости члены, поскольку (19) справедливо только в линейном по вязкости приближении (иначе предположение о потенциальности возмущения не выполняется). Тогда уравнение (19) преобразуется к виду

$$\frac{d^2Y_n}{d\tau^2} + \Omega^2 Y_n = 0, \quad \Omega^2 = \frac{R_0^3}{\rho}[(n^2-1)\sigma - 3\dot{R}_0\eta](n+2) - (n-1)\ddot{R}_0 R_0^5. \tag{22}$$

Рэлей—Тейлоровская неустойчивость реализуется вблизи момента схлопывания пузырька, когда скорость его поверхности меняется с отрицательной на положительную и возникают большие положительные ускорения, приводящие к отрицательности Ω^2.

Интересно, что при больших скоростях схлопывания поверхностное натяжение несущественно, поскольку в вязкой жидкости, как видно из (22), коллапс пузырька сопровождается появлением дополнительного “эффективного"поверхностного натяжения $-3\eta\dot{R}_0/(n^2-1)$, и при больших скоростях схлопывания это дополнительное натяжение преобладает над обычным. Для квадрупольной моды колебаний поверхности пузырька, погружённого в воду, вязкое натяжение доминирует при

$$\dot{R}_0 \geq \frac{\sigma(n^2-1)}{3\eta} \sim 50 \text{ м/с}, \tag{23}$$

что, несомненно, выполняется в экспериментах [11—13] вблизи момента схлопывания. При схлопывании металлических оболочек под действием давления мегабарного диапазона, например в МК-генераторах, условие (23), по-видимому, выполнено всегда.

В качестве эффекта, ограничивающего Рэлей—Тейлоровскую неустойчивость, для достаточно сильных колебаний принципиально может выступать только вязкость. Однако и роль вязкости вблизи момента максимального сжатия пузырька зачастую мала. Оценивая по порядку величины ускорение с помощью (20) как $\ddot{R}_0 R_0 \sim \dot{R}_0^2$, получаем, что второй член в выражении для Ω^2 в (22) мал по сравнению с третьим при

$$\nu \ll \dot{R}_0 R_0\,. \tag{24}$$

Анализируя условие (24), отметим следующее. Во-первых, теоретически возможен режим сжатия пузырька, при котором вязкость играет доминирующую роль: большая вязкость, малые размеры, малая скорость [3]. Однако исследование устойчивости при этом представляет собой сложную задачу (см. [18]) и не может быть выполнено использованным здесь способом, так как возмущённое движение при этом существенно непотенциально. Таким образом, (24) одновременно является и необходимым условием применимости Лагранжева подхода с диссипативной функцией. Во-вторых, в условиях эксперимента [11—13] вблизи момента схлопывания условие (24) заведомо выполнено: $\dot{R}_0 \sim 10^4 \div 10^5$ см/с, $R_0 \geq 10^{-5}$ см, $\nu \sim 10^{-2}$ см^2/с. Наконец, скорость при схлопывании нарастает быстрее, чем R_0^{-1}, так что вблизи момента максимального сжатия выполнение условия (24) облегчается и роль вязкости уменьшается, несмотря на убывание R_0. При выполнении условий (23) и (24) выражение для квадрата частоты сводится к

$$\Omega^2 \approx -(n-1)\ddot{R}_0 R_0^5. \tag{25}$$

Неустойчивость имеет место для несферических гармоник, начиная с квадрупольной ($n \geq 2$), когда сходящаяся поверхность тяжёлой жидкости начинает тормозиться невесомым газом, при этом ускорение $\ddot{R}_0$ положительно, а частота Ω чисто мнимая.

Полезно оценить такую величину, как усиление несферических возмущений за одно схлопывание. В ВКБ-приближении для $(\gamma - 1) \ll 1$, где γ — показатель политропы газа в пузырьке, усиление колебаний при каждом отражении пузырька от центра характеризуется экспоненциальным множителем (коэффициент усиления Γ)

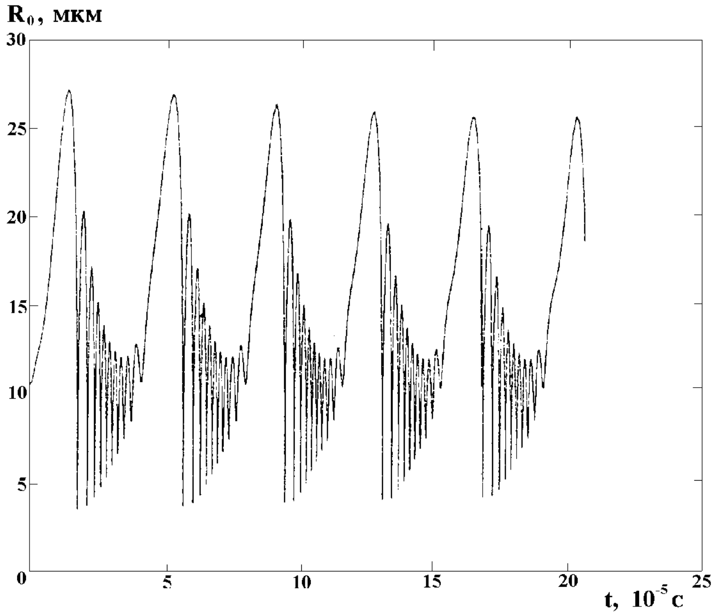
$$\exp\left[(1{,}0 \div 1{,}2)\sqrt{n-1}\right], \tag{26}$$

число в показателе почти не зависит ни от γ (при небольших γ), ни от энергии схлопывания (при больших энергиях). Сопоставляя (26) и (21), получаем оценочное условие, при выполнении которого Рэлей—Тейлоровская неустойчивость в сильных сферических колебаниях с периодом T не может компенсироваться действием вязкости:

$$\nu(n+2)(2n+1)\int\limits_0^T \frac{dt}{R_0^2} \leq M\sqrt{n-1}, \tag{27}$$

где коэффициент M приближённо учитывает то обстоятельство, что при схлопывании пузырька число отражений от центра за один период может отличаться от единицы (см. рис. 1, показывающий, что в вынужденных сильных колебаниях обычно $M > 1$).

Отметим одно следствие из (27). Красивая математическая теория сильнонелинейных свободных сферических периодических колебаний [18] (а уравнение (20) при $P_a = \mathrm{const}$ и $\nu = 0$ решается в квадратурах [1, 2]), строго говоря, не имеет никакой области применимости. В зависимости от величины вязкости сферические колебания являются либо затухающими и непериодическими (при большой вязкости), либо неустойчивыми относительно квадрупольных возмущений (при малой вязкости).



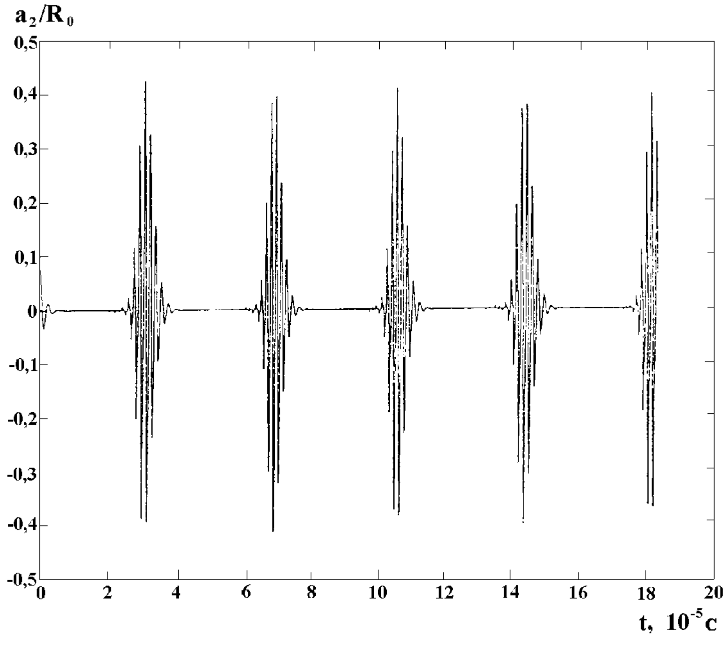


Рис. 1. Колебания пузырька с равновесным радиусом $r_0 = 10{,}5$ мкм на сферически–симметричной (монопольной) моде (а) и на квадрупольной моде (б) под действием внешнего давления $P_a = 1{,}075 \cdot 10^6$ дин/см^2. Вязкость окружающей жидкости принята равной $\nu = 0{,}026$ см^2/с.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КВАДРУПОЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Из приведённых оценок ясен вид качественной зависимости характеристик неустойчивости от параметров. Так, с ростом номера гармоники n коэффициент усиления Γ увеличивается согласно (26). Тем не менее критерий неустойчивости (27) легче выполнить для низшей, квадрупольной гармоники возмущения, поскольку с ростом n коэффициент затухания (левая часть неравенства (27)) нарастает ещё быстрее, чем коэффициент усиления. Поэтому для определения устойчивости течения в целом необходимо и достаточно исследовать только гармонику $n = 2$: если эта мода устойчива, то и все остальные устойчивы, если она неустойчива, то есть, как минимум, одна неустойчивая мода. При этом из (26) ясно, что применение ВКБ-приближения к низшей моде неубедительно, так как для неё показатель экспоненты в (26) не много больше единицы, и в этом случае необходимо использование численных методов.

Мы выполнили расчёт нелинейной динамики сферически симметричного сжатия–расширения пузырька в воде в условиях, соответствующих экспериментам [11–13], и динамики квадрупольной моды возмущения $n = 2$ в линейном приближении. Обратным влиянием возмущения на сферическое движение пренебрегалось. Для лучшего временного разрешения величин вблизи момента сжатия в качестве переменной, по которой проводилось интегрирование, использовалась величина, не совпадающая с физическим временем, и система уравнений приводилась к виду*

$$\frac{dR_0}{d\tau_1} = U, \tag{28}$$

$$\frac{dU}{d\tau_1} = \frac{R_0^2}{\rho}\left(P_g - P_0 - P_a\sin(2\pi Ft) - \frac{2\sigma}{R_0}\right) - \frac{4\nu U}{\sqrt{R_0}} + \frac{U\sqrt{R_0}}{\rho C_s}\left(R_0\frac{dP_g}{dR_0} + \frac{2\sigma}{R_0}\right), \tag{29}$$

$$\frac{dt}{d\tau_1} = R_0^{3/2}, \tag{30}$$

$$\frac{dX_2}{d\tau_1} = U_2\,, \tag{31}$$

$$\frac{dU_2}{d\tau_1} = -\frac{3{,}5UU_2}{R_0} - \frac{3X_2U^2}{R_0^2} - \frac{40\nu U_2}{\sqrt{R_0}} - \frac{48\nu UX_2}{R_0^{3/2}} - \frac{12\sigma X_2}{\rho}, \tag{32}$$

где

$$X_2 = a_2(t)/R_0(t), \quad P_g(R_0) = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{r_0}\right)\frac{r_0^{3\gamma}}{[R_0^3 - (r_0/8{,}5)^3]^\gamma}\,, \tag{33}$$

то есть уравнение состояния газа внутри пузырька выбрано в форме Ван-дер-Ваальса, показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$. В расчётах использовались следующие значения параметров: для коэффициента поверхностного натяжения $\sigma = 72{,}5$ дин/см, для скорости звука $C_s = 1{,}481 \cdot 10^5$ см/с, для частоты $F = 26{,}5$ кГц, для постоянной составляющей давления на бесконечности $P_0 = 10^6$ дин/см^2. Для единообразия результатов расчётов, относящихся к сферической моде, и результатов работы [12] в (29) были учтены потери на излучение звука.

Для характерного равновесного значения радиуса пузырька r_0, которое определяется условием механического равновесия пузырька в отсутствие акустического давления ($P_g(r_0) = P_0 + 2\sigma/r_0$), и для амплитуды акустического давления P_a рассматривались, как и в [12], два основных варианта: вариант а) $r_0 = 10{,}5$ мкм, $P_a = 1{,}075 \cdot 10^6$ дин/см^2; вариант б) $r_0 = 4{,}5$ мкм, $P_a = 1{,}325 \cdot 10^6$ дин/см^2. В эксперименте [12] было выявлено существенное различие между этими двумя вариантами: именно в варианте б) наблюдались очень устойчивые длительно существующие колебания, сопровождающиеся периодическими вспышками сонолюминесценции. В варианте а) свечения не наблюдалось.

*Хотя численное интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в общем, элементарно, стоит привести некоторые детали. Для размерных величин вводились следующие единицы: для R_0 — 10^{-4} см, для τ — 10^{-1} с/см$^{3/2}$, отсюда для времени t — 10^{-5} с и для остальных величин — соответствующие производные единицы. В некоторых вариантах растяжка стадии максимального сжатия с помощью введения переменной τ_1 оказывалась недостаточной, и интегрирование производилось по независимой переменной $d\tau_2 = d\tau_1/R_0^2$. Поскольку независимая переменная τ_2 не входит в правые части уравнений (28)–(32), для такой замены достаточно просто домножить правые части уравнений (28)–(32) на R_0^2.

О выборе значения коэффициента кинематической вязкости ν следует сказать особо. В работе [12] без объяснений в расчётах принималось $\nu = 0{,}07$ см^2/с. Это примерно в 4 раза больше максимально возможного для жидкой воды значения $\nu_1 = 0{,}017$ см^2/с при температуре 1°C. При более высоких температурах $\nu_{25} = 0{,}009$ см^2/с, $\nu_{27} = 0{,}0085$ см^2/с, $\nu_{30} = 0{,}008$ см^2/с, где индексы соответствуют значениям температуры в градусах Цельсия. При подстановке любого из этих значений результат численного моделирования динамики сферически симметричного движения вблизи момента максимального сжатия существенно отличается от теоретического расчёта и экспериментальных наблюдений [12]. Мы придаём важное значение этому расхождению и предлагаем рассматривать его как экспериментально доказанный факт повышенной диссипации энергии по сравнению с обычным вязким затуханием сферически симметричной моды. Возможное объяснение этого феномена состоит в том, что неустойчивость сферически–симметричных осцилляций пузырька приводит к генерации ряби на его поверхности — мультипольных гармоник, для которых вязкая диссипация существенно более эффективна. Именно такой механизм дополнительных вязких потерь при вынужденных малых колебаниях пузырьков в акустическом поле рассмотрен в наших работах [17, 19]. При таком подходе отпадает необходимость в использовании при расчётах монопольных осцилляций пузырьков сильно завышенного параметра вязкости воды. К сожалению, количественные соотношения, полученные для малых амплитуд колебаний пузырьков, не могут быть применены для рассматриваемого здесь случая сильных осцилляций (коллапса), а математическая сложность получения самосогласованного решения, учитывающего обратное влияние сферически несимметричных гармоник на монопольные колебания, при больших амплитудах пока не преодолена. Однако мы полагаем, что физический механизм возникновения повышенной “эффективной"вязкости для монопольной моды связан именно с развитием ряби на поверхности пузырька.

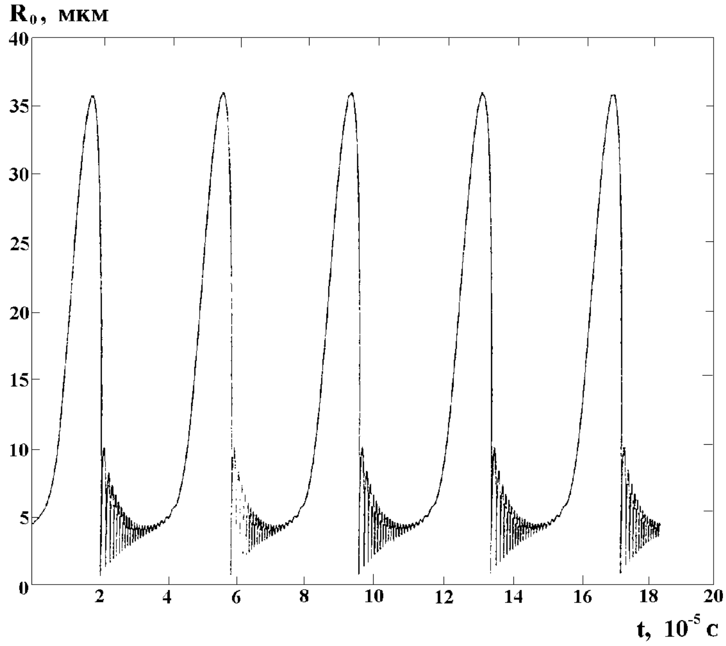
4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

На каждом из представленных ниже рис. 1–5 первый из приведённых графиков изображает зависимость $R_0(t)$, второй график — $X_2(t)$. В варианте а), как видно из рис. 1, развивается неустойчивость квадрупольной гармоники, которую мы последовательно пытались подавить за счёт повышения вязкости. Однако вплоть до значения $\nu_{-25} = 0{,}026$ см^2/с, которое уже не соответствовало никакому физически разумному состоянию жидкой воды (именно для этого значения вязкости приведены расчёты на рис. 1), неустойчивость не стабилизировалась.

Мы приходим к выводу, что в тех состояниях колеблющегося пузырька, в которых в экспериментах [11–13] не наблюдалась сонолюминесценция, неустойчивость квадрупольной гармоники должна развиваться непосредственно с момента включения внешнего акустического давления в течение нескольких периодов колебания акустического поля.

Интересными являются результаты для варианта б), приведенные на рис. 2–5 для коэффициентов вязкости, соответствующих различным значениям температур. Исследование устойчивости при разных температурах связано с выявленной в [13] резкой зависимостью сонолюминесценции одиночного пузырька от температуры: сонолюминесценция наблюдалась в сравнительно узком температурном интервале $1^\circ \div 30^\circ$ C, и при повышении температуры от нижней границы интервала к верхней интенсивность излучённого света падала на несколько порядков величины.

Наши расчёты показали, что столь же резким образом зависит от температуры и неустойчивость квадрупольной моды. Для коэффициента вязкости $\nu = \nu_{30}$, соответствующего температуре, близкой к верхнему пределу существования сонолюминесценции, неустойчивость ещё велика и возмущения нарастают за несколько периодов колебания акустического поля (рис. 2). По мере понижения температуры происходит переход к устойчивому режиму (рис. 3), и уже



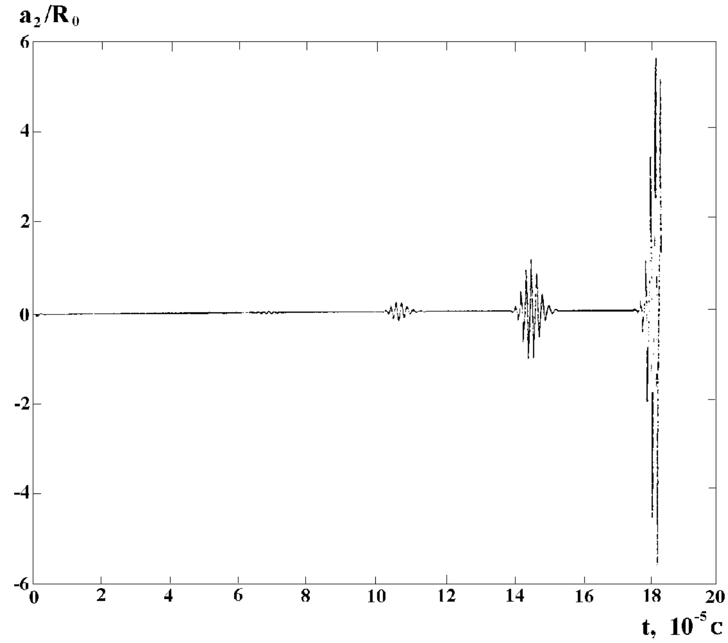


Рис. 2. Колебания пузырька с равновесным радиусом $r_0 = 4{,}5$ мкм на сферически—симметричной (монопольной) моде (а) и на квадрупольной моде (б) под действием внешнего давления $P_a = 1{,}325{\cdot}10^6$ дин/см^2 при вязкости воды $\nu_{30} = 0{,}008$ см^2/с (30°С).

при температуре 25° С возмущения становятся затухающими с временем затухания порядка нескольких периодов (рис. 4). Наконец, при предельно низких температурах порядка 1° С возмущения затухают настолько быстро, что их трудно разглядеть на графике (рис. 5).

Учитывая резкую зависимость устойчивости от коэффициента вязкости (или от температуры) и принимая во внимание то очевидное обстоятельство, что само нелинейное движение может приводить к изменению температуры жидкости вблизи пузырька, представляется целесообразным ввести в рассмотрение такую величину, как температурный запас устойчивости, а именно, максимально возможное отношение перепада температуры, до которой может

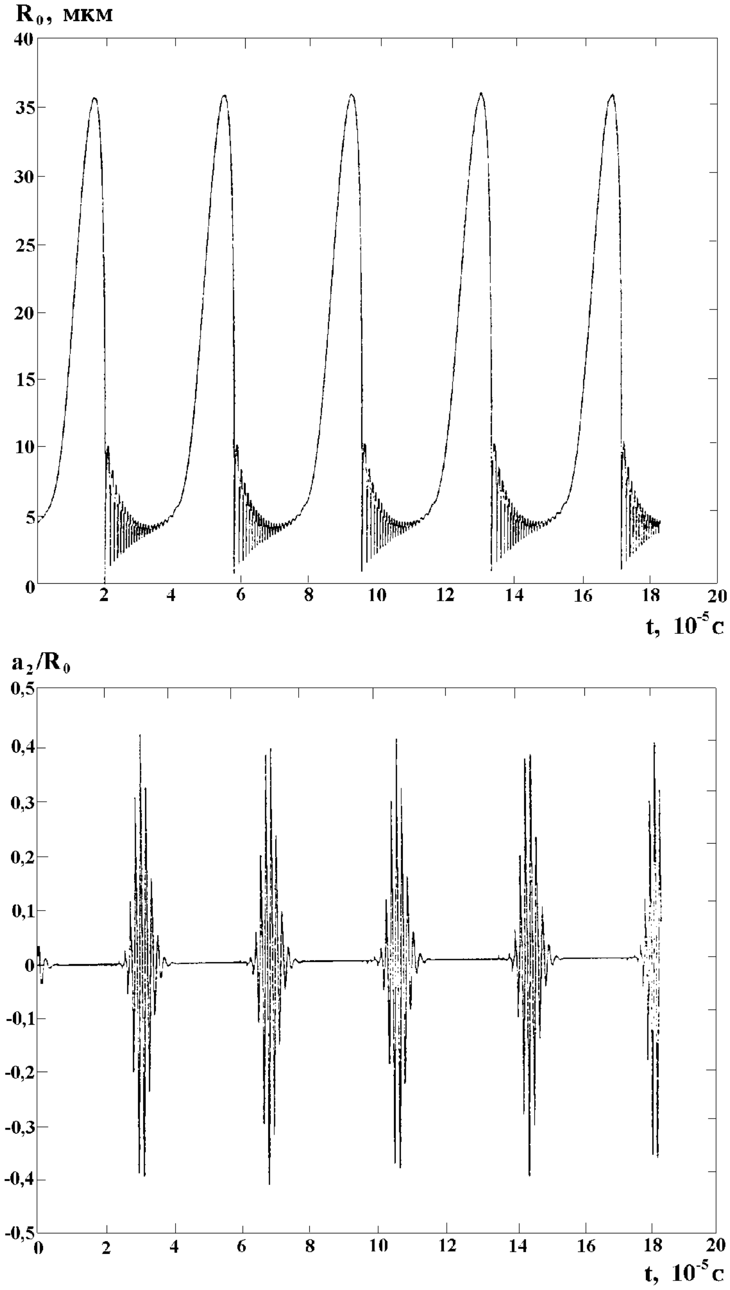
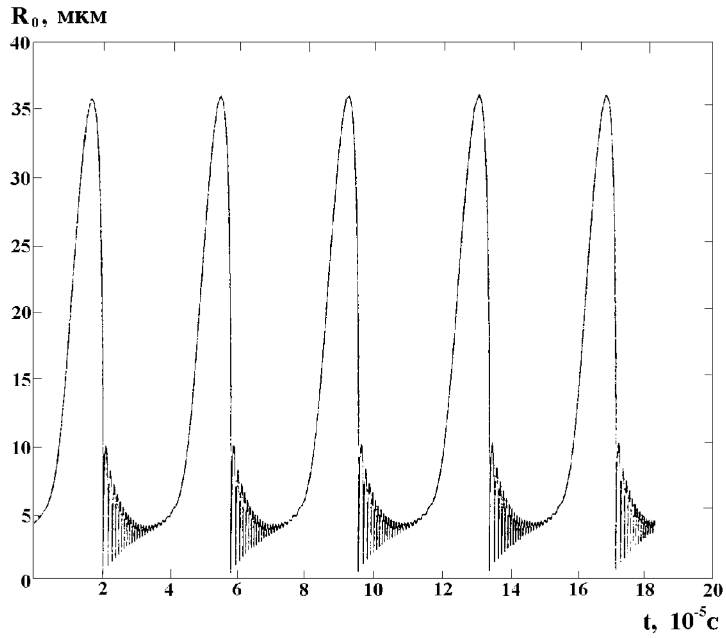


Рис. 3. Колебания пузырька с равновесным радиусом $r_0 = 4{,}5$ мкм на сферически—симметричной (монопольной) моде (а) и на квадрупольной моде (б) под действием внешнего давления $P_a = 1{,}325 \cdot 10^6$ дин/см^2 при вязкости воды $\nu_{27} = 0{,}0085$ см^2/с (27°С).

нагреться вода в окрестности пузырька, к температуре на бесконечности, при котором течение ещё не теряет устойчивости по отношению к квадрупольным возмущениям.



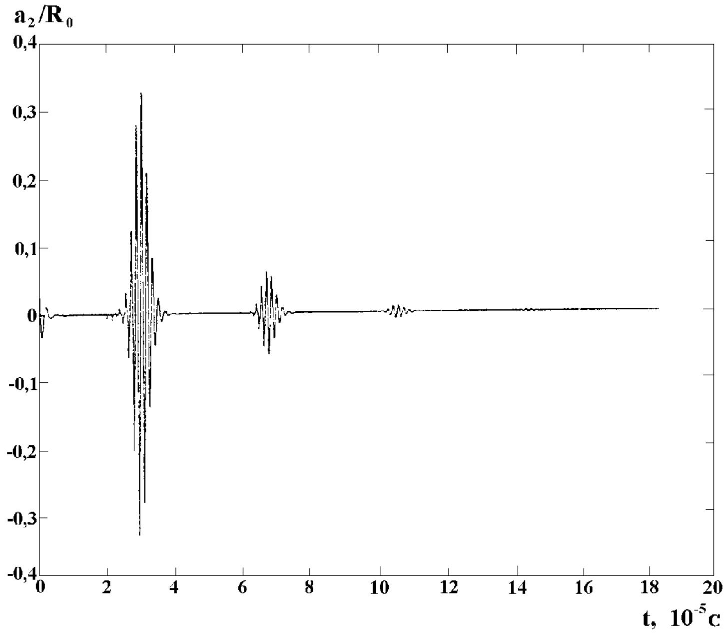


Рис. 4. Колебания пузырька с равновесным радиусом $r_0 = 4{,}5$ мкм на сферически–симметричной (монопольной) моде (а) и на квадрупольной моде (б) под действием внешнего давления $P_a = 1{,}325{\cdot}10^6$ дин/см^2 при вязкости воды $\nu_{25} = 0{,}009$ см^2/с (25°С).

Сопоставление с упомянутыми выше экспериментальными данными показывает, что интенсивность излучения при сонолюминесценции монотонно зависит от температурного запаса устойчивости (или, скажем осторожнее, коррелирует с ним): сонолюминесценция появляется в области, где температурный запас устойчивости отличен от нуля, и интенсивность излучения тем больше, чем больше запас устойчивости. Мы надеемся, что полученные результаты позволят добиться большей ясности в понимании природы сонолюминесценции.

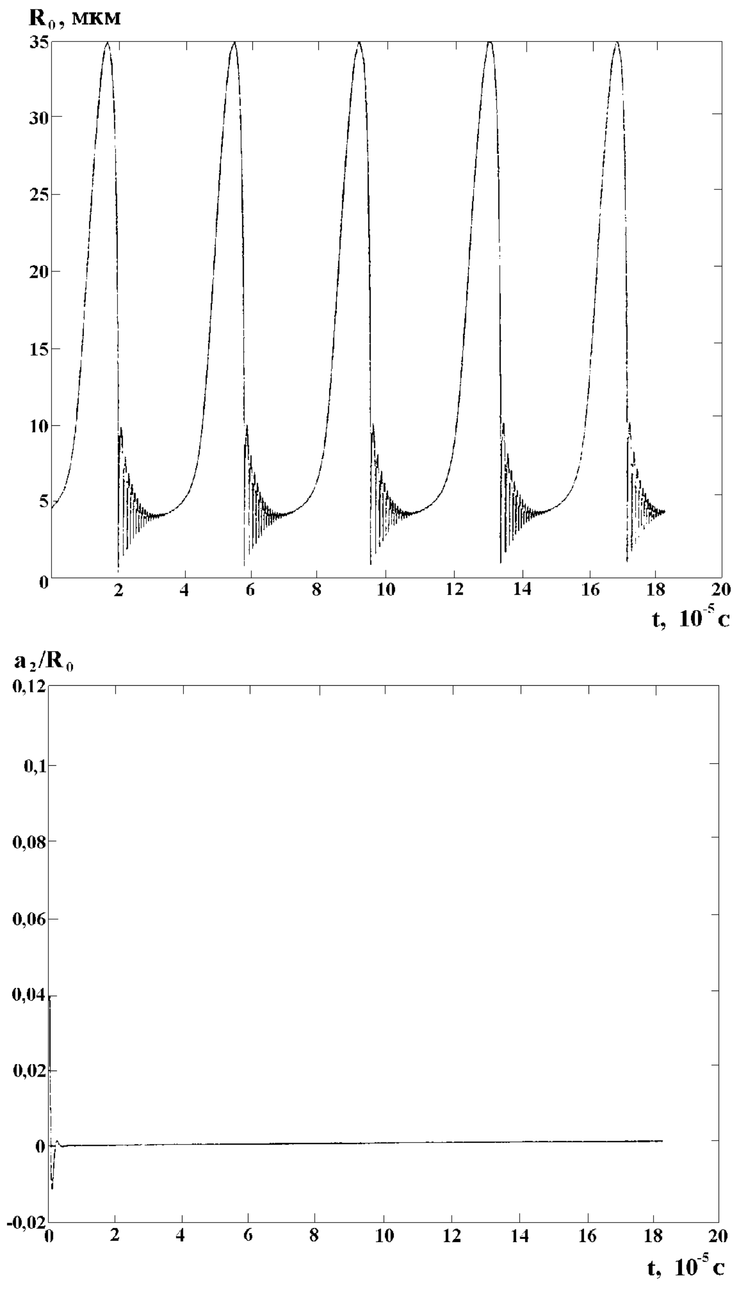


Рис. 5. Колебания пузырька с равновесным радиусом $r_0 = 4{,}5$ мкм на сферически—симметричной (монопольной) моде (а) и на квадрупольной моде (б) под действием внешнего давления $P_a = 1{,}325 \cdot 10^6$ дин/см^2 при вязкости воды $\nu_1 = 0{,}017$ см^2/с (1°C).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, выполненный анализ устойчивости вынужденных сильных сферически—симметричных осцилляций газового пузырька по отношению к возбуждению квадрупольной гармоники показал сильную пороговую чувствительность устойчивости к вязкости воды и, соответственно, к её температуре. Расчёт при тех условиях эксперимента [12], когда сонолюминесценция экспериментально не наблюдалась (относительно высокая температура, маленькая вязкость), указывает на неустойчивость колебаний пузырька по отношению к возбуждению квадрупольной гармоники. Расчёт при тех условиях, при которых сонолюминесценция экспериментально наблюдалась (низкая температура, большая вязкость), показывает устойчивость колебаний пузырька. Эти результаты демонстрируют, что гидродинамическая устойчивость коллапсирующего пузырька может играть важную роль в объяснении экспериментов по сонолюминесценции.

Работа была выполнена при поддержке РФФИ (гранты 97–02–17674, 98–02–17225, 96–15–96603).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламб Г. Гидромеханика. — М.: Гостехиздат, 1947.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.
3. Забабахин Е. И., Забабахин И. Е. Явления неограниченной кумуляции. — М.: Наука, 1988.
4. Рождественский В. В. Кавитация. — Л.: Судостроение, 1977.
5. Kodama T., Takayama K. et al. — In: Proc. XXI Intern. Symp. on Shock Waves. Rep. 5834a. 1997.
6. Сахаров А. Д. // УФН. 1966. Т. 88. Вып. 4. С. 725.
7. Аскарьян Г. А., Намиот В. А., Рабинович М. С. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 7. С. 5973;
   Аскарьян Г. А. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 322;
   Аскарьян Г. А. // УФН. 1979. Т. 128. № 4. С. 727.
8. Аскарьян Г. А., Буланов С. В., Соколов И. В. // Физика плазмы. 1998 (в печати).
9. Соколов И. В. // Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа. 1989.
10. Ерухимов В. Л., Семенов В. Е. //Препринт ИПФ РАН № 440. — Н. Новгород, 1997.
11. Hiller R., Putterman S. J., Barber B. P. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. № 8. P. 1182.
12. Barber B. P., Putterman S. J. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. № 26. P. 3839.
13. Barber B. P., Wu C. C., Loefstedt R., Roberts P. H., Putterman S. J. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 78. P. 1380.
14. Соколов И. В. // Физика плазмы. 1998 (в печати).
15. Домрачев Г. А., Селивановский Д. А. //Препринт ИМОХ РАН № 1-90. — Н. Новгород, 1990.
16. Domrachev G. A., Selivanovsky D. A. // J. Acoust. Soc. Am. 1995. V. 98. № 5.
17. Зиновьев А. Ю., Селивановский Д. А., Чичагов П. К. // Акуст. ж. 1995. Т. 41. № 4. С. 596.
18. Седов Л. И. Механика сплошных сред. Т. 2. — М.: Наука, 1976. С. 225.
19. Диденкулов И. Н., Зиновьев А. Ю., Родыгин Ю. Л., Селивановский Д. А., Соколов И. В. //Препринт ИПФ РАН № 458. — Н. Новгород, 1997.

[1]Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород;
[2]Институт общей физики РАН, Москва; Россия

Поступила в редакцию 2 октября 1997 г.

THE INFLUENCE OF VISCOSITY ON THE RAYLEIGH–TAYLOR INSTABILITY OF STRONGLY NON-LINEAR CONVERGING/DIVERGING FLUID FLOWS

I. N. Didenkulov, D. A. Selivanovsky, V. E. Semenov, I. V. Sokolov

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА НЕЛИНЕЙНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ФАЗОВОГО МОДУЛЯТОРА ВОЛОКОННОГО КОЛЬЦЕВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ПРИ МАЛЫХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Г. Б. Малыкин, А. Е. Розенталь

Показано, что для деформаций $10^{-8}\div10^{-6}$ уровень второй гармоники синусоидальной модуляции, возникающей вследствие нелинейности характеристики пьезопреобразователя, не превышает $0{,}005 \div 0{,}0005\%$. Проанализировано влияние нелинейности характеристики пьезопреобразователя, используемого в качестве модулятора оптической длины контура волоконного кольцевого интерферометра, на точностные параметры интерферометра. Показано, что данный уровень второй гармоники не может приводить к существенному сдвигу нуля интерференции встречных волн на выходе интерферометра.

Известно, что при значениях напряжения порядка сотен вольт на миллиметр пьезокерамика нелинейно преобразует электрическое напряжение в механическое смещение [1]. В этом случае имеет место различие модуля упругости пьезокерамики для сжатия и растяжения [2], что вызывает квадратичную нелинейность характеристики пьезопреобразователя. В случае подачи синусоидального напряжения, это приводит к появлению чётных гармоник основной частоты. Из развитой в работах [2, 3] теории нелинейных свойств сред с зернистой структурой, к которым, в принципе, может быть отнесена пьезокерамика, следует, что при наличии неидеальной упаковки доменов заметная разномодульность может возникнуть и при очень низких, по сравнению с вышеуказанными, напряжениях, когда деформации составляют $10^{-8}\div10^{-7}$ от размера образца.

Если пьезопреобразователь используется в качестве фазового модулятора в волоконном кольцевом интерферометре (ВКИ), то появление чётных гармоник частоты фазовой модуляции, то есть модуляции длины одномодового волоконного световода (ОВС), из которого изготовлен контур волоконного кольцевого интерферометра (ВКИ), приводит к сдвигу нуля интерференции встречных волн на выходе ВКИ, который не связан с вращением [5–8]. В наших работах [7, 8] показано, что основную роль в создании сдвига нуля играет вторая гармоника фазовой модуляции, которая при этом может составлять доли процента от модуляции на первой гармонике. Предположение о влиянии второй гармоники основной частоты фазовой модуляции на сдвиг нуля ВКИ можно сделать на основании обработки результатов экспериментов [9].

Цель настоящей работы заключается в экспериментальном исследовании характеристики пьезопреобразователя при подаче на него малого синусоидального напряжения. В рамках эксперимента производились измерения уровня второй гармоники основной частоты, которая формируется вследствие нелинейности характеристики пьезопреобразователя. Другая цель работы — на основании данных измерений проанализировать возможность влияния нелинейности характеристики пьезопреобразователя на сдвиг нуля ВКИ.

Отметим здесь, что при работе пьезокерамики имеют место гистерезисные явления, однако при этом могут возникать только нечётные гармоники частоты модуляции. Поскольку здесь мы рассматриваем нелинейность пьезокерамики применительно к появлению сдвига нуля ВКИ, то в дальнейшем нас будут интересовать только чётные гармоники, главным образом вторая гармоника основной частоты, и гистерезисные явления рассматриваться не будут.

Эксперимент проводился с пьезоцилиндром из керамики марки ЦТС-19 диаметром 33 мм, высотой 20 мм и толщиной 2,5 мм, идентичным тому, который использовался в [9]. С генератора Г3-107, работающего в режиме, когда отношение амплитуды второй гармоники к первой составляло 0,03%, на пьезоцилиндр подавалось напряжение с частотой 50 кГц. К исследуемому пьезоцилиндру был прикреплён пьезодатчик, имеющий форму диска диаметром 6 мм и толщиной 1 мм, напряжение с которого поступало на усилитель — синхронный детектор (Lock-in Amplifier фирмы EG&G Princeton Applied Research, модель 5210), который обеспечивал одновременное измерение напряжения на частотах 50 кГц и 100 кГц. Опорным напряжением служило напряжение с частотой 50 кГц с генератора Г3-107. Измерения проводились в диапазоне напряжений 35 мВ÷3,5 В на пьезоцилиндре. Отметим, что при переменном напряжении 35 мВ относительное изменение размеров исследуемого пьезоцилиндра составляло порядка 10^{-8}. Постоянная времени при измерениях напряжения с пьезодатчика составляла до 10 с.

Результаты измерений показывают, что во всём диапазоне переменных напряжений величина второй гармоники механических колебаний пьезоцилиндра составляла 0,03% от величины первой гармоники и, следовательно, полностью соответствовала отношению второй и первой гармоник в напряжении генератора. Соотношение сигнал/шум при напряжении 35 мВ составляло примерно 10, из чего можно сделать оценку сверху уровня генерации второй гармоники за счёт нелинейности характеристики пьезопреобразователя — 0,005%. При более высоких значениях напряжения соотношение сигнал/шум было порядка 100, и, следовательно, оценка сверху уровня генерации второй гармоники будет ещё ниже — 0,0005%. Отметим здесь, что при подаче на пьезоцилиндр переменного напряжения порядка сотен вольт уровень генерации второй гармоники может составлять единицы процентов.

Таким образом, при сравнительно небольших напряжениях синусоидальной формы на пьезопреобразователе и, соответственно, малых деформациях он практически линейно преобразует электрическое напряжение в механическое смещение и не приводит к возникновению обнаружимого на фоне шумов аппаратуры уровня второй гармоники. Можно сделать вывод, что, хотя пьезокерамика ЦТС-19 является зернистой средой, её домены достаточно плотно упакованы и не проявляют заметных нелинейных свойств при малых смещениях, то есть при малых деформациях пьезокерамика не проявляет заметных разномодульных свойств.

Отметим, что из результатов работы [10] следует, что при подаче пилообразного напряжения с частотой порядка 2 кГц на пьезоуправитель интегрально—интерферометрического спектрометра не наблюдаются заметные искажения соответствующего механического смещения, что также свидетельствует о линейности характеристики пьезопреобразователя, поскольку на этих частотах отсутствуют электромеханические резонансы.

Согласно оценкам [7, 8] для возникновения такой величины сдвига нуля ВКИ, который был зарегистрирован в [9], необходимо, чтобы уровень второй гармоники фазовой модуляции составлял не менее 0,1% (точное значение уровня второй гармоники по величине сдвига нуля ВКИ можно вычислить, зная разность фаз между фазовой модуляцией на первой и второй гармониках). В экспериментах [9] значение переменного напряжения на пьезопреобразователе составляло 0,5÷6 В, в этом случае, как показано выше, уровень второй гармоники, которая образуется из-за нелинейности характеристики пьезопреобразователя, не превышает 0,0005%.

Таким образом, причина возникновения второй гармоники фазовой модуляции, которая привела к сдвигу нуля ВКИ, наблюдавшемуся в [9], очевидна, так как вторая гармоника содержалась в переменном напряжении на выходе генератора. В экспериментах [9] использовался генератор синусоидального напряжения Г3-112, коэффициент гармоник которого в рабочем диапазоне частот 200 кГц составляет не менее 1%, причём преобладает вторая гармоника. Следует отметить, что в экспериментах [9] на выходе генератора был установлен низкодобротный резонансный контур (роль ёмкости в контуре играл сам пьезопреобразователь), настроенный на частоту первой гармоники и снижавший уровень второй гармоники в несколько раз.

Поскольку одной из целей данной работы было рассмотрение причин возникновения второй гармоники основной частоты фазовой модуляции в ВКИ, сформулируем рекомендации по снижению её влияния на сдвиг нуля ВКИ.

1. Так как в применяемых для целей навигации компактных ВКИ используются генераторы переменного напряжения небольших размеров, то соотношение второй гармоники переменного напряжения к первой гармонике может составлять единицы процентов. Использование частотных фильтров Кауэра или Чебышева [11] позволит добиться существенного уменьшения этого соотношения на 60–80 дБ.

2. Как показано в [7, 8], значительного уменьшения сдвига нуля ВКИ при заданном соотношении второй гармоники фазовой модуляции к первой можно добиться, если проводить обработку сигнала с выхода ВКИ не на первой, а на третьей гармонике частоты фазовой модуляции.

В заключение авторы выражают благодарность В. Е. Назарову за техническую помощь в работе, В. Ю. Зайцеву за обсуждение вопросов, связанных со свойствами нелинейных сред с зернистой структурой, Д. А. Селивановскому за ряд полезных замечаний.

Работа частично поддержана грантом № 96–15–96742 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пьезокерамические преобразователи: Справочник. / Под ред. С. И. Пугачева. — Л.: Судостроение, 1984. — 256 с.
2. Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости. — М.: Наука, 1982.
3. Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю., Тиманин Е. М. //Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 6. С. 893.
4. Зайцев В. Ю. //Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 3. С. 439.
5. Bergh A., Lefevre H. C., Shaw H. J. //Optics Lett. 1981. V. 6. № 10. P. 502.
6. Kim B. Y., Lefevre H. C., Bergh A., Shaw H. J. //Proc. Soc. Photo-Opt. Inst. Ing. 1983. V. 425. P. 86.
7. Малыкин Г. Б. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1994. Т. 37. № 10. С. 1345.
8. Малыкин Г. Б. //Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1996. Т. 39. № 5. С. 624.
9. Андронова И. А., Геликонов В. М., Степанов Д. П. //Квантовая электроника. 1994. Т. 21. № 9. С. 883.
10. Кожеватов Е. И., Куликова Е. Х., Черагин Н. П. //Письма в АЖ. 1995. Т. 21. № 6. С. 470.
11. Ханзел Г. Справочник по расчёту фильтров. — М.: Сов. радио, 1974. — 288 с. (Hansell G. E. Filter design and evalution. — N.Y.: Van Nosrand Reinold Comp., 1969.)

Институт прикладной физики РАН,
ИХВВ РАН, Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
2 июля 1998 г.

EXPERIMENTAL TEST OF THE NON-LINEARITY OF THE CHARACTERISTICS OF THE PIEZOELECTRIC PHASE MODULATOR OF A FIBER-OPTIC RING INTERFEROMETER AT SMALL SINUSOIDAL DEFORMATIONS

G. B. Malykin, A. E. Rosental'

We point out that the level of the second harmonic generated in the piezoid due to the non-linearity of its characteristic does not exceed 0.005–0.0005 % if the sinusoidal modulation provides deformations of about 10^{-8}–10^{-6}. We analyze the influence of the non-linearity of the piezoid used as the optical path modulator on the accuracy parameters of a fiber-optic ring interferometer. We show that the pointed out level of the second harmonic cannot lead to a significant zero offset of the counter-wave interference at the interferometer output.