# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

# РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Tom XLII Nº 12

Нижний Новгород

1999

# Содержание

Гирин И.А., Дементьев А.Ф., Липатов Б.Н., Лихачёв С.Ф., Моло- тов И.Е., Нечаева М.Б., Снегирев С.Д., Тихомиров Ю.В., Чупри- ков А.А. Радиоинтерферометрические исследования тонкой структуры сверх- компактных внегалактических источников и космических сред в дециметровом диалазоне длин волн
Понятов А.А., Урядов В.П., Батухтин В.И., Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В., Чернов А.Г., Шумаев В.В., Андерсон С.Д. Первые ре- вультаты сверхдальнего зондирования ионосферных неоднородностей с использо- ванием волноводной моды
Фурашов Н. И., Катков В. Ю., Ошарин А. М., Свердлов Б. А. О взаимосвязи между интенсивностью снегопада и ослаблением коротких миллиметровых волн
Бубновский А.Ю., Шевцов Б.М. Статистические характеристики нестацио- нарного рассеяния назад в случайно-неоднородных средах
Аистов А.В., Гавриленко В.Г., Джандиери Г.В. О влиянии магнитного поля на угловой спектр мощности элёктромагнитной волны, многократно рассеянной в турбулентной столкновительной магнитоактивной плазме
Бурдуковская В.Г., Смирнов И.П., Хилько А.И. К обоснованию одного ал- горитма расчёта интенсивности акустического поля
Мануилов Б.Д., Башлы П.Н., Шабловский В.М. Синтез нулей в диаграмме направленности решётки плоских волноводов с диэлектрическими вставками
Коровин С. Д., Куркан И. К., Ростов В. В., Тотьменинов Е. М. Релятивист- ская ЛОВ с сосредоточенным резонансным рефлектором
Мусаев П.Х., Амонов А.К. Об умножении частоты волн миллиметрового диа- пазона в полупроводник их вюрцитовой симметрии
Трифонов А.П., Невежин Ю.В. Оптимальный приём оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления
Трифонов А.П., Чернояров О.В. Вероятностные характеристики абсолютного максимума обобщённого рэлеевского случайного процесса
Содержание т. 42 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 1999 год
Именной указатель т. 42 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофи- зика" за 1999 год

УДК 520.274

# РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ СВЕРХКОМПАКТНЫХ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ И КОСМИЧЕСКИХ СРЕД В ДЕЦИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН

# И. А. Гирин<sup>1</sup>, А. Ф. Дементьев<sup>2</sup>, Б. Н. Липатов<sup>2</sup>, С. Ф. Лихачев<sup>1</sup>, И. Е. Молотов<sup>1</sup>, М. Б. Нечаева<sup>2</sup>, С. Д. Снегирев<sup>2</sup>, Ю. В. Тихомиров<sup>2</sup>, А. А. Чуприков<sup>1</sup>

Описаны международные эксперименты по радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой на дециметровых волнах 92 и 18 см, проведенные в 1994—1997 гг. Эксперименты были организованы как предзапусковые обзоры космических радиоисточников для наземно-космического радиоинтерферометра "Радиоастрон" и имели целью составление перечня источников дециметрового диапазона — кандидатов для программ будущих наблюдений наземно-космического интерферометра, определение ограничений, накладываемых межпланетной средой на такие наблюдения, и изучение физических характеристик неоднородностей плазмы солнечного ветра. Приведены первые полученные результаты.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Астрокосмический центр ФИАН готовит проект наземно-космического интерферометра "Радиоастрон". Работа 10-метрового космического радиотелескопа планируется в 4-х частотных диапазонах: 327 МГц, 1665 МГц, 4996 МГц и 22206 МГц.

В рамках подготовки научной программы проекта начато проведение цикла предзапусковых обзоров космических радиоисточников с целью составить каталог источников, представляющих интерес для будущих наблюдений "Радиоастрона". Основным критерием отбора является наличие в структуре источника компонент, которые не удалось разрешить методом радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) при расстоянии между радиотелескопами, сопоставимом с диаметром Земли. Особый интерес для проекта "Радиоастрон" представляют предзапусковые исследования в дециметровых диапазонах 327 МГц и 1665 МГц, поскольку радиоволны этих диапазонов (особенно 327 МГц) имеют сложные эффекты распространения в межзвездной и межпланетной среде, приводящие к ограничению применимости метода РСДБ. Вместе с тем, эти эффекты позволяют получить информацию о среде распространения, следовательно, исследования будут способствовать изучению свойств и характеристик межзвездной и межпланетной сред. Поэтому первые обзоры радиоисточников с 1994 по 1997 гг. проводились в дециметровом диапазоне длин волн. Эти эксперименты и первые полученные результаты описаны в данной работе.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Радиоизлучение космического радиоисточника, проходя к наблюдателю через космическую среду, содержащую неоднородности электронной концентрации, испытывает возмущение фазовой и групповой скоростей волны, искривление ее фронта и рассеяние. Искривление фронта волны вызывает рефракционные искажения угловых координат источника, рассеяние приводит к уширению видимого размера космического радиоисточника, а сопутствующая ему многолучевость приема и возникающие при этом эффекты фокусировки и интерференции порождают его мерцания.

Следствием уширения видимых размеров источника и его компонент является ограничение допустимой угловой разрешающей способности интерферометра и значительные искажения при построении изображений методом РСДБ. Фазовые возмущения, возникающие вследствие неоднородности межпланетной среды, приводят к уменьшению интервала взаимной когерентности сигналов, принимаемых разнесенными пунктами, что вызывает ограничение чувствительности интерферометра. Эти факторы особенно важны для наземно-космического РСДБ, поскольку "Радиоастрон"будет иметь базы, значительно превышающие диаметр Земли, и антенну малого диаметра (10 м), что может затруднить выбор объектов для наблюдений.

Наличие достаточно пространного перечня источников в диапазоне 327 МГц, сохранивших неразрешенные компоненты после наблюдений методом РСДБ на максимальных наземных базах, подтвердит целесообразность установки радиоприемника на частоту 327 МГц на космическом радиотелескопе. С другой стороны, чувствительность интерферометра к эффектам распространения делает его незаменимым инструментом для исследования неоднородностей космических сред на основе анализа фазовых и частотных искажений получаемых интерференционных откликов (ИО). Измерения когерентности сигналов, пришедших от внегалактического источника радиоизлучения к приемным пунктам интерферометра по разным трассам, дают максимально полную информацию о средах распространения, если эффективная длина базы превышает характерный размер их неоднородностей. Последнее возможно в случае изучения солнечной короны и межпланетной среды. При этом движение неоднородностей или изменение их интенсивности отображаются в спектральном составе ИО. Сравнение спектров ИО, полученных на базах различной длины и ориентации, позволяет судить об анизотропии распределения неоднородностей среды и дает возможность исследовать тонкую структуру неоднородностей межпланетной плазмы. Важными задачами являются определение ограничений, налагаемых межпланетной средой на радиоинтерферометры со сверхдлинной базой, и выработка рекомендаций для работы наземно-космического радиоинтерферометра "Радиоастрон".

#### 2. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Совместные эксперименты АКЦ ФИАН и НИРФИ по РСДБ проводятся с 1991 г., когда на пунктах Евпатория, Медвежьи Озера и Уссурийск (а в 1994 г. и в Пущино) были установлены регистраторы формата Мк-2 собственной разработки. Серия наблюдений в диапазоне 1665 МГц уточнила геоцентрические координаты пунктов и привязала их к положению радиотелескопов международной сети радиоинтерферометров со сверхдлинной базой, что позволило включить эти пункты в международные эксперименты.

С 1994 г., после установки на пунктах Уссурийск и Пущино радиоприемников диапазона 327 МГц, начался цикл предзапусковых обзоров в этом диапазоне. К настоящему моменту на американском корреляторе JPL/Caltech Block-II закончена первичная обработка серии из 4-х экспериментов, проводимых с 1994 г. Вторичная обработка данных, направленная на решение вышеперечисленных задач, производится независимо в АКЦ ФИАН и НИРФИ.

Первый эксперимент был проведен с 5 по 8 декабря 1994 г. на сети VLBA в диапазоне 327 МГц с использованием регистратора формата Мк-2. В эксперименте принял участие пункт Пущино, но интерференционных лепестков от него в полосе частот наблюдений 325,99÷327,99 МГц найдено не было. Длина максимальной базы (между антеннами VLBA Brewster и VLBA North Liberty) составила 3660 км.

Во втором эксперименте, состоявшемся 27 февраля 1995 г. в диапазоне 1665 МГц (полоса частот 1662,99÷1664,99 МГц), участвовали пункты Медвежьи Озера и Пущино с регистратором Мк-2, а также антенны DSS43 (Австралия, PT-70) и HartRAO (Южная Африка, PT-25) с регистратором формата Мк-3 (Block-II имеет уникальную способность кросс-корреляции данных форматов Мк-3 и Мк-2). Длина максимальной базы (между антеннами Медвежьи Озера и HartRAO) составила 8350 км.



Рис. 1. Заполнение UV-плоскости для источника 3C309.1 в эксперименте EA009 на частоте 321 МГц для левой круговой поляризации. В эксперименте были задействованы все базовые линии



Рис. 2. Карта источника 3С309.1, по данным эксперимента ЕА009 на частоте 321 МГц для левой круговой поляризации. Центр диаграммы направленности соответствует прямому восхождению 14°59'01,34" и склонению 71°41'28,61", ширина диаграммы направленности — (57,3 × 41,2) · 10<sup>-3</sup> угл.с Пиковый поток равен 3,65 Ян/луч. В левом нижнем углу приведена диаграмма направленности

Третий эксперимент (EA009) был проведен в октябре 1995 года в диапазоне 327 МГц (полоса частот 319,99÷321,99 МГц) на Европейской РСДБ-сети (EVN пункты Симеиз, Jodrell Bank, Noto, Westerbork, формат Мк-3). Его поддерживали пункты Пущино и Уссурийск с регистратором Мк-2. На максимальных базовых линиях, включающих Уссурийск, интерференции обнаружено не было. Длина максимальной базы (Jodrell Bank—Симеиз), на которой были зафиксированы интерференционные лепестки, составила 2800 км.

Четвертый эксперимент (INTAS1), организованный в период с 30 ноября по 2 декабря 1997 г. в диапазоне 327 МГц (полоса частот 325,99÷327,99 МГц) прошел на первой очереди Низкочастотной РСДБ-сети (LFVN), которая создается в рамках проекта ИНТАС 96-0183 "Low Frequency VLBI research for solar studies and as a precursor to Space VLBI with Radioastron" участием пунктов Пущино, Старая Пустынь, Noto (Италия), GMRT (Индия) и Ooty (Индия). Перед наблюдениями в рамках этого проекта из JPL (США) было получено дополнительное оборудование Мк-2 и после ремонта установлено на антенне РТ-14 в Старой Пустыни (РАС НИРФИ, Нижегородская обл.), а также на двух индийских радиотелескопах (GMRT, РТ-45, близ города Пуна и ORT, параболический цилиндр 530×30 м, близ города Ути на юге Индии). Лепестки от пунктов Пущино и Ути не были найдены по неустановленной причине. Длина максимальной базы (Noto—GMRT), на которой была обнаружена интерференция, составила 5800 км.





**Уровни,** Ян/луч (0,0569; 0,1706; 0,2844; 0,3981; 0,5118; 0,6256)

- Рис. 3. Заполнение UV-плоскости для источника Р 3C345 в эксперименте EA009 на частоте 321 МГц для левой круговой поляризации. В эксперименте были задействованы все базовые линии
  - Рис. 4. Карта источника 3С345, по данным эксперимента ЕА009 на частоте 321 МГц для левой круговой поляризации. Центр диаграммы направленности соответствует прямому восхождению 16°42′48″ и склонению 39°49′24,05″, ширина диаграммы направленности (62,6 × 36,7) · 10<sup>-3</sup> угл.с Пиковый поток равен 3,65 Ян/луч.

Более ста источников, которые наблюдались в течение этих 4-х сессий, можно разбить на три группы.

1. Выборка сверхкомпактных внегалактических источников из обзоров РСДБ S/X и L диапазонов [1, 2]. Выбирались источники с большими галактическими широтами, расположенные в направлении антицентра Галактики. Минимальный поток выбранных источников составлял 0,3 Ян, что определялось ожидаемой чувствительностью интерферометра с 10-метровым космическим и 70-метровым наземным телескопами. Такие источники наблюдались в несколько коротких сканов (15–20 мин), разнесенных по часовому углу, чтобы иметь возможность идентифицировать наличие комплексной структуры без построения радиоизображения.

2. Источники, показавшие сложную структуру по результатам предыдущих наблюдений. Для них планировалось лучшее заполнение UV-плоскости для последующего построения радиоизображения.

3. Внегалактические источники и пульсары, расположенные на разных угловых расстояниях от Солнца, наблюдавшиеся с целью изучения солнечной короны и межпланетной среды и вносимых ими ограничений на работу радиоинтерферометров со сверхдлинной базой.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Вторичная обработка результатов наблюдений внегалактических радиоисточников для построения радиоизображений была выполнена с использованием программного комплекса "Астрокосмический локатор" (ASL for Windows), развиваемого АКЦ ФИАН (см. в Интернете http://platon.asc.rssi.ru/DPD/DPD.html).

# Таблица 1

Источники, наблюдавшиеся в эксперименте декабря 1994 г.

N₂	IAU	Общее	Полный	Полный	Замечания		
п/п	название	название	поток	размер,			
			на частоте	10 <sup>-3</sup> угл. с			
			327 МГц, Ян				
1	0016+731	—	0,315	40	Асимметричная структура		
2	0153+744	—	0,915	90	Возможна сложная структура		
3	0212+735	—	1,543	100	Возможна сложная структура		
4	0316+413	3C84	42,800	60	Не разрешен		
5	0329 + 544	PSR0329	1,089	100	Возможна сложная структура		
6	0429 + 415	3C119	17,735	200	Возможна сложная структура		
7	0454 + 844	—	0,017	40	Не разрешен		
8	0615+820	—	0,196	30	Не разрешен		
9	1100+772	3C249.1	7,554	60	Центральная компонента 0,02×0,02 угл. о		
					Выброс для позиционного угла $45^\circ$		
10	1641+399	3C345	11,00	100	Возможна сложная структура		
11	1749+701	—	1,000	30	Не разрешен		
12	1803+784	—	2,000	70	Возможна сложная структура		
13	1807 + 698	3C371	4,900	20	Не разрешен		
14	1845+797	3C390.3	30,178	50	Возможна сложная структура		
15	1928+738		3,00	120	Возможна сложная структура		
16	2007+777		0,821	30	Не разрешен		
17	2037+511	3C418	1,00	40	Не разрешен		

## Таблица 2

Источники, наблюдавшиеся в эксперименте ЕА009

N₂	IAU	Общее	Полный	Полный	Замечания
п/п	название	название	поток	размеры,	
			на частоте	10 <sup>-3</sup> угл. с	
			327 МГц, Ян		
1	0229+131	PSR0229+131	2,08	_	Не разрешен
2	0458-020	PSR0458-020	3,11	—	Не разрешен
3	0528+134	PSR0528+134	1,00		Не разрешен
4	1226+023	3C273	64,00	206	Центральная компонента 0,07×0,07 угл. с
5	1253-055	3C279	15,00	188	Центральная компонента 0,1×0,07 угл. с
6	1458+719	3C309.1	20,29	121	$2$ компоненты в центре $0,05{ imes}0,05$ угл. с,
					множество компонент вдоль оси склонения,
					выбросы вдоль оси прямого восхождения
7	1641+399	3C345	11,00	103	Центральная компонента 0,06×0,04 угл.с,
					выброс для позиционного угла $225^\circ$
8	1741-038	PSR1741-038	1,80		Не разрешен
9	2200+420	BL Lac	4,00		Не разрешен

Из-за плохого заполнения UV-плоскости использовалась процедура гибридного картографирования с регуляризацией [3]. Были определены угловые размеры всех наблюдавшихся источников. Построены радиоизображения внегалактических источников 3С345 и 3С309.1 (см. рис. 1–4). В перечень источников-кандидатов для программы будущих наблюдений наземно-космического интерферометра "Радиоастрон"включены 38 источников (см. табл. 1–3), в которых определено наличие сложной структуры или которые не были разрешены.

# Таблица З

.No	IAU	Общее	Полный	Полный	Замечания			
п/п	название	название	поток	размер.	Sume minin			
,			на частоте	10 <sup>-3</sup> угл с				
			327 МГц Ян	10 <i>j</i> 10. c				
1	$0010 \pm 405$		4 025	130	Пентральная компонента 0.02×0.02 угл. с			
1	0010+100		1,020	100	Компонента 0.016×0.016 угл. с			
2	$0026 \pm 346$		1 97	165	Центральная компонента 0.025×0.025 угл. с			
-	00201010		1,21	100	Компонента 0.04×0.02 угл. с			
					Выблосы			
3	0116 + 319		5.04	130	Центральная компонента 0.025×0.025 угл. с			
0	01101010		0,01	100	Компонента 0.015×0.015 угл. с			
4	0336-019	CTA26	2 4 9	140	Иентральная компонента 0.03×0.03 угл. с			
	0000 010	011120	2,10	110	Компонента 0.02×0.02 угл. с			
5	$0859 \pm 470$	0 1499	1.00	120				
0	0000 + 110	00100	1,00	120	Компонента 0.018×0.018 угл. с			
6	$0953 \pm 254$	OK290	1.00	85	Центральная компонента 0.02×0.02 угл. с			
Ŭ	0000+201	01(200	1,00	00	Компонента 0.02×0.02 угл. с			
7	1016 + 201	ADLeo	1.00	120	Иентральная компонента 0.04 × 0.03 угл. с			
'	1010+201	ND Leo	1,00	120	Компонента 0.02×0.02 угл. с			
8	$1345 \pm 125$		8 24	120	Пентральная компонента 0.02×0.025 угл. с			
0	10101120		0,21	120	Компонента 0.04×0.2 vсл. с			
9	1416+067	_	29.00	120	Пентральная компонента 0.04×0.04 угл. с			
10	$1502 \pm 106$		1 44	140	Центральная компонента 0.025×0.25 угл. с			
10	1002+100		1,11	110	Компонента 0 018×0 018 угл. с			
11	1730-130	NRAO530	7.00	130	Пентральная компонента 0.02×0.02 угд. с			
	1.00 100	111(110000	.,	100	Компонента 0.02×0.02 угл. с			
					Выброс			
12	1741-038	PSR1741-038	1.80	120	Пентральная компонента 0.04×0.02 угл. с			
			,	-	Компонента 0.02×0.02 угл. с			
13	1749+096		1.20	140	Центральная компонента 0.025×0.025 угл. с			
			,		Компонента 0,025×0,025 угл. с			
14	1915+063	4C+06.66	7,00	90	Центральная компонента 0,04×0,02 угл. с			
15	2200+420	BL Lac	4,00	160	Центральная компонента 0,04×0,016 угл. с			
					Компонента 0,04×0,01 угл. с			
					Выбросы			
16	2230+114	CTA102	6,23	140	Центральная компонента 0,03×0,03 угл. с			
					Компонента 0,02×0,02 угл. с			
17	2244+441	EV Lac	1,00	110	Центральная компонента 0,02×0,02 угл. с			
18	_	Sun	$\sim 2 \cdot 10^5$	0.1	Точечные компоненты 0.0001×0.0001 угл. с			

Источники, наблюдавшиеся в эксперименте INTAS1



Рис. 5. Спектрограммы интерферометрических откликов, полученных 27.02.95 на частоте 1665 МГц при различных углах элонгации относительно Солнца (база Пущино—Медвежьи Озера)











Вторичная обработка данных, касающаяся круга задач, связанных с межпланетной средой, производилась в НИРФИ. Исследовалось влияние неоднородностей плазмы солнечного ветра и сверхкороны Солнца на спектр интерференции между просвечивающими среду сигналами космических радиоисточников в широком интервале углов элонгации (3÷140 градусов от Солнца) [4]. Это влияние проиллюстрировано на рис. 5 для диапазона частот 1665 МГц. Форма спектра хорошо аппроксимируется лоренцевой функцией, что соответствует спектральному индексу пространственного спектра мощности неоднородностей плазмы солнечного ветра приблизительно равному 3. На рис. 6 и 7 показаны усредненные зависимости ширины  $\sigma$  линии интерферометрических откликов от угла элонгации для диапазонов 1665 и 327 МГц. Ширина линии определялась на уровне 0,5 от максимума аппроксимирующей лоренцевой функции. На вертикальных осях графиков кроме ширины линии отложены соответствующие предельные времена когерентного накопления энергии сигналов в радиоинтерферометре. Зависимость ширины спектра интерференции от углового расстояния радиоисточников относительно Солнца хорошо аппроксимируется степенной функцией с показателем 0,87÷0,95 для обоих диапазонов длин волн. Влияние неоднородностей межпланетной среды на работу систем РСДБ существенно в области углов элонгации до 30 градусов в диапазоне 1665 МГц и до 80 градусов в диапазоне 327 МГц. При углах элонгации, меньших 3 градусов в диапазоне 1665 МГц и 13 градусов в диапазоне 327 МГц, когерентность интерферометрических откликов полностью нарушается. Это необходимо учитывать при планировании экспериментов с наземно-космическим радиоинтерферометром со сверхдлинной базой "Радиоастрон".

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами обнаружено, что все компактные источники диапазона 327 МГц имеют коррелированный поток на базах порядка радиуса Земли. Хотя все 37 источников, наблюдавшихся на максимальной базе длиной 5800 км (Noto—GMRT), были разрешены, 15 из них показали неразрешенные компоненты. Это весьма оптимистические данные для проекта "Радиоастрон". Кроме того, при планировании будущих наблюдений необходимо учитывать, что фазовая когерентность сигналов полностью нарушается начиная с угла элонгации 3 градуса на 1665 МГц и 13 градусов на 327 МГц.

Наши дальнейшие планы включают более детальное исследование полученных данных, в том числе и результатов наблюдений LFVN в 1998 г.\* Текущую информацию по нашим работам можно найти в Интернете по адресу http://platon.asc.rssi.ru/DPD/lfvn/lfvn.html.

Авторы выражают благодарность всем сотрудникам российских и зарубежных обсерваторий, принимавших участие в организации и проведении экспериментов по РСДБ, данные которых использованы в этой статье.

Работы поддерживаются грантами INTAS 96-0183, РФФИ № 99-02-16914, ГНТП "Астрономия"2.1.1.1., 2.1.3.3., 1.5.5.4.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Johnston K. L. et al. //Astron. J. 1995. V. 110. P. 880.

- 2. Polatidis A. G. et al. // Astrophys. J. Suppl. 1995. V. 98. P. 1.
- Likhachev S. F., Hjellming R. M. // IAU Colloquium 164 "Radio Emission from Galactic and Extragalactic Compact Sources": ASP Conference Series /Ed. by Zensus J. A., Tatlor G. B., Wrobel J. M. — Socorro, 1998. — P. 411.
- Алексеев В. А., Алтунин В. И., Дементьев А. Ф., Князев Н. А., Липатов Б. Н., Мельников В. Ф., Молотов И. Е., Нечаева М. Б., Окмянский В. А., Резникова В. Э., Снегирев С. Д., Тихомиров Ю. В. // Тр. науч. конф. "Достижения и проблемы солнечной радиоастрономии", С.-Петербург, 1998. С. 7.

 <sup>1</sup> Астрокосмический центр ФИАН, г. Москва,
 <sup>2</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Н. Новгород, Россия Поступила в редакцию 23 апреля 1999 г.

## RADIOINTERFEROMETRIC STUDIES OF THIN STRUCTURE OF SUPERCOMPACT EXTRAGALACTIC SOURCES AND SPACE MEDIA IN THE DECIMETER WAVELENGTH RANGE

I. A. Girin<sup>1</sup>, A. F. Dement'ev<sup>2</sup>, B. N. Lipatov<sup>2</sup>, S. F. Likhachev,<sup>1</sup> I. E. Molotov,<sup>1</sup> M. B. Netchaeva<sup>2</sup>, S. D. Snegirev<sup>2</sup>, Yu. V. Tikhomirov<sup>2</sup>, and A. A. Chuprikov<sup>1</sup>

We describe international VLBI experiments at decimeter wavelengths (92 and 18 cm) carried out in 1994–1997. These experiments were organized as a pre-launch survey of space radio sources for coming space-Earth radio interferometer "Radioastron". The experiments were aimed at determination of the list of the sources that could be used in future observations with the space-Earth interferometer, determination of the limits posed by the interplanetary medium on such observations, and studying the physical parameteres of irregularities of the solar wind plasma. The first obtained results are reported.

<sup>\*</sup>В течение года новое приемно-регистрирующее оборудование было установлено на пунктах Медвежьи Озера, Евпатория, Зименки; проведено 6 сессий экспериментов по РСДБ — три в диапазоне 327 МГц и три в диапазоне 1665 МГц.

УДК 550.388.2

# ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ СВЕРХДАЛЬНЕГО ЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЛНОВОДНОЙ МОДЫ

А. А. Понятов<sup>1</sup>, В. П. Урядов<sup>1</sup>, В. И. Батухтин<sup>2</sup>, В. А. Иванов<sup>2</sup>, Д. В. Иванов<sup>2</sup>, Н. В. Рябова<sup>2</sup>, А. Г. Чернов<sup>2</sup>, В. В. Шумаев<sup>2</sup>, С. Д. Андерсон<sup>3</sup>

Представлены предварительные результаты экспериментальных исследований трансэкваториального распространения коротких волн на трассе ЛЧМ зондирования Алис Спрингс (Австралия)—Йошкар-Ола (Россия) протяженностью 11 950 км. Измерения проводились в августе 1998 г. В ночные часы (21:30–23:00 UT) на данной трассе наблюдались два аномальных сигнала с задержками около 3,0 и 4,5 мс относительно стандартной моды с минимальной кратностью. Максимальные наблюдаемые частоты (МНЧ) аномальных сигналов на  $2\div3$  МГц превышали МНЧ основной моды. На основе моделирования эти сигналы идентифицированы как сигналы волноводного происхождения, захваченные в межслоевой канал *FE* за счет рефракции радиоволн на отрицательном градиенте электронной концентрации и выводимые из канала посредством рассеяния на мелкомасштабных магнитноориентированных неоднородностях субполярной ионосферы. Обсуждаются радиофизические и геофизические аспекты локализации неоднородностей, ответственных за рассеяние, а также перспективы использования волноводной моды для загоризонтной диагностики неоднородной структуры ионосферы с использованием мировой сети станций ЛЧМ зондирования и сети КВ радаров.

#### введение

Как известно, экваториальная и высокоширотная ионосфера характеризуются развитой неоднородной структурой. Происходящие в этих областях разнообразные физические процессы, связанные с конфигурацией магнитного поля, экваториальной и авроральной токовыми струями, градиентом электронной концентрации, высыпанием частиц, приводят к развитию плазменных неустойчивостей и формированию широкого спектра неоднородностей. С точки зрения изучения механизмов генерации неоднородностей несомненный интерес представляет исследование мелкомасштабных (с характерным размером поперек магнитного поля несколько десятков метров) неоднородностей, которые вследствие малого времени жизни (от единиц до десятков секунд) не могут конвектировать на значительные расстояния от источника неоднородностей, что позволяет контролировать связь механизма генерации с геофизической обстановкой.

Эффективным методом диагностики мелкомасштабных неоднородностей является использование KB и УKB радаров. В большинстве случаев радары работают либо в моностатическом, либо в бистатическом режиме на дальностях  $1000 \div 3000$  км. Это ограничивает доступную для исследования область ионосферы. Вместе с тем, существующая сеть радаров позволяет проводить глобальный мониторинг ионосферы на любых дальностях. Для этого радары должны работать в режиме сверхдальней KB локации ионосферных неоднородностей с использованием волноводной моды, реализуемой на трассах большой протяженности. Преимущества волноводного распространения определяются рядом факторов. Во-первых, волноводная мода распространяется выше нижних слоев D и E ионосферы, в которых происходит основное поглощение радиоволн, и поэтому имеет слабое затухание по сравнению со скачковыми модами. Кроме того, максимальная применимая частота (МПЧ) волноводной моды может заметно превышать МПЧ наземных сигналов [1]. Чтобы пояснить сказанное, обратимся к рис. 1, где схематически показаны различные типы траекторий коротких радиоволн на сверхдальней трассе: линии 1 — скачковые траектории прямого сигнала, 2а — траектории волноводных мод на

А. А. Понятов и др.

1136

трассе "передатчик-область рассеяния", 26 - траектории рассеянных сигналов от волноводных мод, которые в дальнейшем будем называть аномальными сигналами; І и II — области с рассеивающими ионосферными неоднородностями. Реализация сверхдальней КВ локации ионосферных неоднородностей с использованием волноводной моды предполагает выполнение ряда условий, в том числе: 1) захват радиоволн в ионосферный волновой канал; 2) удержание волны в канале на значительной части трассы, когда начинают проявляться преимущества волноводного распространения по сравнению со стандартным скачковым распространением; 3) расположение приемника в зоне приема ракурснорассеянных сигналов \* для заданной геометрии зондирования. Относительная роль этих факторов может изменяться в зависимости от ориентации и протяженности трассы и геофизических условий во время проведения измерений. Заметим, что ключевую роль играет захват радиоволн в ионосферный канал. Наиболее эффективными механизмами возбуждения канала являются рефракция радиоволн на горизонтальных градиентах ионизации, прежде всего на границах ночь-день и день-ночь (т. е. на трассах, пересекающих сумеречную зону) [2], и рассеяние радиоволн на интенсивных мелкомасштабных неоднородностях высокоширотной и ночной экваториальной ионосферы, а также на искусственных ионосферных неоднородностях [3].

В настоящей работе представлены предварительные экспериментальные результаты, которые на примере сверхдальнего ЛЧМ зондирования на трансэкваториальной трассе Алис Спрингс (Австралия)— Йошкар-Ола (Россия) протяженностью около 12 000 км показывают перспективность использования волноводной моды для локации ионосферных неоднородностей (в данном случае в приполярной области).

#### 1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Наблюдения проводились в августе 1998 г. на базе российской сети ЛЧМ ионозондов и австралийского ЛЧМ КВ радара. В эксперименте решалось несколько задач, включая изучение экваториальной аномалии, анализ влияния неоднородной структуры ионосферы на характеристики широкополосных КВ сигналов и исследование магнитосферного распространения. Были задействованы ЛЧМ передатчики в п. Вяземский (Хабаровский край), излучавшие в направлении на Алис Спрингс, и в Алис Спрингс (Австралия) с излучением в северозападном направлении. В Алис Спрингс осуществлял-Рис. 1. Иллюстрация различных типов траекторий







водился прием сигналов из Алис Спрингс. Заметим, что п. Вяземский и Алис Спрингс расположены вблизи магнитосопряженных точек. Описание аппаратуры приемно-передающих комплексов изложено в [4, 5]. Зондирование осуществлялось в диапазоне частот 5÷30 МГц каждые 15 минут, скорость перестройки частоты составляла 100 кГц/с.

<sup>\*</sup> Здесь под ракурсным рассеянием понимается зеркальное рассеяние радиоволн на анизотропных магнитноориентированных (вытянутых вдоль магнитного поля) ионосферных неоднородностях.



Рис. 2. Ионограммы ЛЧМ зондирования на трассе Алис Спрингс—Йошкар-Ола. Цифрой 1 обозначен основной сигнал с отражением от *F*-области, 2 — аномальные сигналы, 3 — сигнал с отражением от слоя  $E_s$ 



Здесь мы не будем останавливаться на описании всех событий, наблюдавшихся на сети трасс трансэкваториального ЛЧМ зондирования. Этому будет посвящена специальная статья. Основное внимание мы уделим результатам измерений на трассах Алис Спрингс-Йошкар-Ола и Алис Спрингс-Нижний Новгород. Обе трассы близки между собой, и наблюдаемые эффекты подобны, поэтому в дальнейшем речь будет идти о результатах, полученных в ходе измерений на трассе Алис Спрингс-Йошкар-Ола. Отметим, что измерения проходили на фоне повышенной магнитной активности (средний индекс  $K_{\rm p} \approx 3$ ).

Последовательность ионограмм, зарегистрированных в ночные часы на данной трассе, показана на рис. 2. Отличительной особенностью ионограмм является их быстрая изменчивость. Так, на первых двух ионограммах (21:38, 21:53 UT) виден основной диффузный след (1) и два аномальных сигнала (2) с задержками соответственно около 3 и 4,5 мс. Запаздывание аномальных сигналов измеряется относительно моды основного сигнала, обладающей минимальной кратностью. Максимальные наблюдаемые частоты (МНЧ) аномальных сигналов примерно на 2÷3 МГц превышают МНЧ основной моды. На последующих

А. А. Понятов и др.

1999

1139

трех ионограммах (22:08, 22:23, 22:38 UT) наблюдаются следующие эффекты: а) появление "тонких"следов (3) с групповым запаздыванием меньше запаздывания основной моды; б) возрастание наинизшей наблюдаемой частоты (ННЧ) основного сигнала и его ослабление; в) усиление аномальных сигналов. Ширина следа аномальных сигналов составляет величину около 0,7 ÷ 0,8 мс. За время наблюдений (21:38–22:38 UT) задержка аномальных сигналов относительно основной моды возросла примерно на 0,6 мс. В дневные часы (08:00–10:00 UT) аномальные сигналы не наблюдались.

Идентификация сигналов проводилась на основе сопоставления экспериментальных и расчетных ионограмм. Как показало моделирование, "тонкий" след связан с распространением радиоволн через спорадический слой  $E_{\rm s}$  на значительной части трассы. В условиях проведения эксперимента имеются, по крайней мере, две альтернативные возможности реализации аномальных сигналов, распространяющихся на частотах, превышающих МНЧ основной (в *F*-области) моды: рассеяние скачковых мод от слоя  $E_{\rm s}$  и рассеяние волноводных мод от неоднородностей, расположенных в ионосферном волновом канале. Рассмотрим эти механизмы более подробно.

1. При наличии обширного спорадического слоя  $E_{\rm s}$  появление аномальных сигналов могло быть связано с рассеянием скачковых мод, распространяющихся в приземном волноводе Земля—слой  $E_{\rm s}$ , на магнитноориентированных неоднородностях спорадического слоя. Такой тип сигнала, называемый  $H_E$  рассеянием, исследовался многими авторами [6—8]. Однако согласно нашим измерениям амплитуда аномального сигнала ( $A_{\rm AC}$ ) была сравнима с амплитудой прямого сигнала ( $A_{\rm IIC}$ ), распространяющегося через слой  $E_{\rm s}$ , а в 22:23 и 22:38 UT превышала ее. Отношение амплитуд  $p = A_{AC}/A_{\rm IIC}$  варьировалось в пределах  $0,6 \div 2,3$ . В то же время оценки энергетических потерь при рассеянии на неоднородностях слоя  $E_{\rm s}$  по формуле  $q \sim \frac{\sigma_{\rm yA}V_{\rm s}\varphi\varphi}{4\pi R^2}$ , где  $\sigma_{\rm ya}$ — удельный поперечник рассеяния,  $V_{\rm s}\varphi\varphi$ — эффективный объем рассеяния, R— расстояние от рассеивающего объема до приемника, дают  $q \sim (0,8\div3,0) \times 10^{-6}$ . Оценки сделаны для типичных экспериментальных значений  $\sigma_{\rm ya} \sim (10^{-8}\div10^{-9}) \, {\rm m}^{-1}$ ,  $V_{\rm s}\varphi\varphi \sim 10^5 \, {\rm km}^3$  [8] и  $R \sim 500\div1000 \, {\rm km}$  (в зависимости от геометрии трассы), что соответствует наблюдаемой задержке аномальных сигналов. Таким образом, энергетические потери при  $H_E$  рассеянии должны приводить к существенно меньшей (на несколько порядков) амплитуде рассеянного сигнала по сравнению с амплитудой прямого сигнала ( $A_{AC} \sim q^{1/2}A_{\Pi C} \sim (1\div1,7) \times 10^{-3}A_{\Pi C}$ ), что не согласуется с экспериментальными данными.

Заметим, что указанный эффект не может быть связан с влиянием диаграмм направленности антенн, поскольку прием проводился на широкополосный диполь, и азимут прихода прямого сигнала был близок к максимуму диаграммы направленности. Что касается передающей антенны, то максимальный угол между направлениями от передатчика на область рассеяния и приемник не превышал 2÷3°. Эта величина лежит в пределах естественнных вариаций азимутального угла прихода КВ сигналов [9]. Поэтому при сравнении амплитуд прямого и рассеянного сигналов можно пренебречь различием диаграммы передающей антенны в направлениях на приемник и рассеивающую область.

Моделирование также показало, что расчетная МПЧ ракурсного сигнала при рассеянии на неоднородностях слоя  $E_{\rm s}$  практически совпадает с МПЧ прямого сигнала, распространяющегося через  $E_{\rm s}$ . Однако в эксперименте МНЧ аномального сигнала примерно на 4 МГц меньше, чем МНЧ прямого сигнала, распространяющегося через слой  $E_{\rm s}$  (см. рис. 2). Таким образом, совокупность экспериментальных и расчетных данных позволяет с большой долей вероятности исключить механизм возникновения аномальных сигналов, связанный с  $H_E$  рассеянием скачковых мод на неоднородностях спорадического слоя  $E_{\rm s}$ .

2. Второй механизм генерации аномальных сигналов может быть связан с волноводным распространением. Дело в том, что для данного периода наблюдений отрицательный градиент электронной концентрации вдоль трассы распространения обеспечивает рефракционный захват радиоволн в межслоевой канал *FE*. При этом вывод радиоволн из канала может осуществляться за счет рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях субполярной ионосферы, расположенных в окрестности пересечения траекторий радиоволн с областью главного ионосферного провала (ГИП) [10, 11]. Преимущество такого механизма заключается в меньшем ослаблении волноводных мод по сравнению со скачковыми модами, поскольку в канале радиоволны распространяются выше основных поглощающих слоев ионосферы. В пользу волноводного механизма указывают сравнимые величины амплитуд основного сигнала ( $A_{\rm OC}$ ), распространяющегося через F-область ионосферы, и аномального сигнала с амплитудой  $A_{\rm AC}$  (отношение  $A_{\rm AC}/A_{\rm OC} \sim 0.3 \div 2.0$ ), т. е. потери на рассеяние при выводе радиоволн из канала компенсируются малыми потерями на поглощение при распространении аномальных сигналов в межслоевом канале FE. Заметим, что эффективность механизма вывода радиоволн из канала посредством рассеяния на мелкомасштабных магнитноориентированных неоднородностях искусственного происхождения, создаваемых на высотах F-области ионосферы мощным радиоизлучением, была показана в эксперименте [12] на трассе ЛЧМ зондирования Хабаровск—"Сура— Темрюк.

Важно также отметить, что наблюдаемое в эксперименте изменение с течением времени задержки аномальных сигналов относительно основной моды согласуется с существующими представлениями о динамике движения мелкомасштабных неоднородностей субполярной ионосферы. Так, увеличение задержки на 0,6 мс в период с 21:38 до 22:38 UT (соответствует интервалу 01:38–02:38 LT в точке приема) может быть интерпретировано как движение (преимущественно в северном направлении) области рассеивающих неоднородностей. Аналогичное движение областей неоднородностей, рассеивающих КВ сигнал, в субполярной ионосфере в данное время суток наблюдалось в эксперименте [10]. Оценки показывают, что за время наблюдений область с неоднородностями сместилась в северном направлении примерно на 60÷90 км, что соответствует скорости движения около 20÷30 м/с.

#### 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Регистрация аномальных сигналов на частотах, превышающих МНЧ скачкового распространения, указывает на их волноводное происхождение, а также на то, что вывод таких сигналов из канала происходит за счет рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях, локализованных в двух областях с четко выраженными границами. Местоположение неоднородностей, ответственных за рассеяние, может быть установлено из условий распространения, геометрии рассеяния и геофизических факторов. Очевидно, что область, занятая неоднородностями, должна находиться на эллипсе с фокусами в точках приема и передачи. Исходя из геометрии трассы, можно выделить две зоны интенсивных неоднородностей: экваториальную и субполярную. Из экспериментального факта наблюдения задержанных сигналов на частотах выше МНЧ скачковой моды следует, что область с неоднородностями, ответственными за рассеяние, должна находиться не дальше 2000 км от приемника, т. е. в субполярной зоне. Дальнейшее уточнение расположения области рассеяния связано с локализацией в субполярной ионосфере достаточно интенсивных неоднородностей, рассеяние на которых обеспечивает вывод радиоволн из канала для данной геометрии трассы.

Мы полагаем, что области с неоднородностями расположены в окрестности пересечения траектории радиоволн, ориентированной в северо-западном направлении от передатчика (в пределах диаграммы передающей антенны), с главным ионосферным провалом, на северной и южной стенках которого согласно радарным измерениям [10, 11] существуют интенсивные мелкомасштабные неоднородности. При этом предположении учитывалось, что с ростом магнитной возмущенности, имевшей место в период проведения эксперимента, возрастает градиент электронной концентрации на стенках провала, провал сужается и смещается к экватору на  $2\div3^{\circ}$  на единицу  $K_{\rm p}$  [13]. Для согласования с наблюдаемой в эксперименте задержкой аномальных сигналов, при расчетах области с неоднородностями задавались внутри ГИП в виде дисков толщиной 20 км и радиусом 50 км с центрами в точках с географическими координатами  $\varphi_1 = 64,5^{\circ}$  с. ш.,  $\lambda_1 = 50^{\circ}$  в. д.,  $\varphi_2 = 67,5^{\circ}$  с. ш.,  $\lambda_2 = 50^{\circ}$  в. д. (геомагнитные широты центров рассеивающих областей равны  $\varphi_{1m} = 57,5^{\circ}, \varphi_{2m} = 60,5^{\circ})$ . Оценки линейного размера  $\Delta r$  рассеивающей области в направлении вектора рассеяния  $\vec{K} = \vec{k}_{\rm s} - \vec{k}_0$ , где  $\vec{k}_{\rm s}$  и  $\vec{k}_0$  — волновые вектора соответственно рассеянной и падающей волн, для геометрии, близкой к обратному рассеянию, сделаны по формуле  $\Delta r \sim c\Delta \tau/2$ , где с — скорость света,  $\Delta \tau$  — ширина следа аномального сигнала. Для  $\Delta \tau \sim 0,7$  мс имеем  $\Delta r \sim 100$  км. В дальнейшем планируется привлечение дополнительных гео-ионосферных данных для уточнения локализации мелкомасштабных неоднородностей в области провала. Положение дисков по высоте варьировалось в пределах ионосферных слоев E и F. Регулярный профиль электронной концентрации задавался в виде параболической аппроксимации.

Моделирование распространения проводилось по долгосрочному прогнозу ионосферных параметров. Принимая во внимание сравнимую энергетику основного и аномального сигналов, в расчетах учитывался только волноводный механизм распространения аномальных сигналов в межслоевом канале FE. Синтезированная ионограмма на трассе Алис Спрингс-Йошкар-Ола, рассчитанная с учетом ракурсного рассеяния на субполярных неоднородностях, показана на рис. 3. Маркерами РМ<sub>1</sub> и РМ<sub>2</sub> отмечены сигналы, рассеянные неоднородностями, локализованными в пределах соответственно первой и второй областей неоднородностей. Рис. 4 иллюстрирует характеристики траекторий на прямой трассе Алис Спрингс—Йошкар-Ола (рис. 4а) и на трассе Алис Спрингс-область рассеяния (ОР) (рис. 4б). Здесь же показаны изолинии плазменной частоты вдоль трассы. Из сравнения рис. 2 и 3 видно неплохое соответствие экспериментальной и расчетной ионограмм. Бо-



Рис. 3. Синтезированная ионограмма на трассе Алис Спрингс—Йошкар-Ола, рассчитанная по долгосрочному прогнозу ионосферных параметров для августа 1998 г., 22:00 UT. РМ1 и РМ2 — ракурсные моды, обусловленные рассеянием радиоволн на мелкомасштабных неоднородностях, локализованных внутри главного ионосферного провала

лее детальное согласование требует уточнения модели ионосферы. Как видно из рис. 46, на трассе Алис Спрингс—OP реализуется механизм волноводного распространения в межслоевом канале FE, захват в который осуществляется за счет рефракции на отрицательном градиенте электронной концентрации. Из рис. 46 видно также, что на расстоянии около 12000 км от передатчика, где трасса пересекается с ионосферным провалом, волноводные траектории осциллируют в канале на высотах  $h \sim 200 \div 260$  км. Следует полагать, что на этих высотах F-слоя существуют мелкомасштабные неоднородности, ответственные за вывод радиоволн из канала посредством ракурсного рассеяния.

Таким образом, совокупность экспериментальных и расчетных данных свидетельствует, на наш взгляд, в пользу волноводного механизма распространения аномальных сигналов, вывод которых из канала в точку приема на поверхности Земли осуществляется за счет рассеяния на неоднородностях субполярной ионосферы. Наблюдаемые в эксперименте в ночные часы два четко выделенных сигнала, обусловленные рассеянием КВ на мелкомасштабных неоднородностях, указывают на наличие в ионосфере локализованных областей с интенсивными неоднородностями, обладающих достаточно резкими границами. Возможно, что отсутствие рассеянных сигналов в дневное время связано с доминированием в освещенный период процесса ионизации, который сопровождается уменьшением градиента в F-области и подавлением механизма формирования неоднородностей [14]. Вариации характеристик аномальных сигналов в период наблюдений (усиление амплитуды, расширение частотного диапазона, увеличение времени задержки), по-видимому, связаны как с изменением с течением времени положения самих неоднородностей (в частности в эксперименте зарегистрировано движение областей с неоднородностями в северном направлении), так и с изменением условий распространения волноводной

А.А.Понятов и др.

моды, которая достигает области с неоднородностями (т. е. с вариациями распределения электронной концентрации вдоль трассы). Эти факторы влияют на выполнение ракурсных условий рассеяния и, следовательно, на появление аномальных сигналов. В то же время ослабление основного сигнала связано с известным эффектом экранировки радиоволн спорадическим слоем  $E_{\rm s}$ .



Рис. 4. Примеры лучевых траекторий на прямой трассе Алис Спрингс—Йошкар-Ола (а), траектория 1 соответствует частоте передатчика f = 11,6 МГц, углу излучения  $\alpha = 20,4^{\circ}$ ; траектория 2 - f = 10 МГц,  $\alpha = 22^{\circ}$ ; траектория 3 - f = 8 МГц,  $\alpha = 24,9^{\circ}$  и на трассе Алис Спрингс—область рассеяния (б), диапазон частот 6÷16 МГц, диапазон углов излучения  $\alpha$  от  $2^{\circ}$  до  $23,8^{\circ}$  (угол излучения отсчитывается от горизонтали)

В настоящее время имеется немного работ, которые бы идентифицировали процесс образования неоднородностей, ответственных за обратное рассеяние КВ. Одним из источников неоднородностей может быть градиентно-дрейфовая неустойчивость [15]. Градиент плотности может возникать в структурированных областях высыпания частиц, а также в широтно-ограниченных областях (так называемых пэтчах — "patches") протяженностью не более 100 км. Эти пэтчи с неоднородностями пространственно коррелируют с областями резкого градиента плотности плазмы, существующего, например, на стенках ионосферного провала [16]. Вероятно, что градиенты, связанные с километровыми неоднородностями, порождают спектр неоднородностей через каскадный процесс [17]. При этом мелкомасштабные неоднородности, связанные с градиентами на границе пэтчей, могут переноситься вместе с крупномасштабными неоднородностями. Имеются также доказательства, что высыпание мягких частиц дает вклад в ионизацию пэтчей. Авторы [18] показали, что южная граница диффузной авроры пространственно коррелирует с низкоэнергичными (с энергией E < 1 кэВ) высыпающимися электронами и северной границей провала. Для того, чтобы определить положение неоднородностей, необходимо проведение комплексных измерений с использованием различных средств диагностики.

В заключение заметим, что исследования показали возможность сверхдальней КВ локации ионосферных неоднородностей с использованием волноводной моды. Это открывает перспективу глобального мониторинга ионосферной турбулентности с использованием мировой сети КВ радаров и станций ЛЧМ зондирования. Проведение одновременных наблюдений на обширной территории в сочетании с геофизической поддержкой позволит получить более полные данные о связи источников неоднородностей с геофизической обстановкой. Отсутствие таких данных в настоящее время в определенной мере сдерживает развитие теории образования неоднородностей и прогнозирование их влияния на работу радиотехнических систем в высокоширотных районах.

А.А.Понятов и др.

### выводы

1. Зарегистрированные на трансэкваториальной трассе Алис Спрингс—Йошкар-Ола аномальные сигналы сопоставлены с модельными расчетами и идентифицированы как сигналы волноводного происхождения, выводимые из межслоевого канала *FE* за счет рассеяния на мелкомасштабных магнитноориентированных неоднородностях субполярной ионосферы.

2. На основе сопоставления экспериментальных и расчетных ионограмм, а также данных о пространственных границах существования ионосферной турбулентности, неоднородности, ответственные за рассеяния, локализованы в пределах главного ионосферного провала. Более детальное уточнение положения неоднородностей внутри ГИП требует привлечения дополнительных данных о геоионосферной обстановке, что планируется сделать в дальнейшем.

3. Результаты эксперимента показали возможность мониторинга ионосферы в планетарном масштабе на базе современных отечественных и зарубежных средств наклонного ЛЧМ зондирования. Для сверхдальней КВ локации ионосферных неоднородностей возможно использование волноводной моды, реализуемой на трассах большой протяженности. На наш взгляд, это может представлять интерес для решения как научных, так и прикладных задач дальнего ионосферного распространения КВ.

Авторы благодарят В. И. Куркина за помощь в проведении эксперимента.

Работа выполнялась при поддержке РФФИ, проект №. 98-02-16023.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. М.: Наука, 1979. 248 с.
- Кравцов Ю. А., Тинин М. В., Черкашин Ю. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19, № 5. С. 769.
- 3. Гуревич А. В., Ерухимов Л. М., Ким В. Ю., Урядов В. П., Цедилина Е. Е. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 9. С. 1305.
- 4. Earl G. F., Ward B. D. // Radio Sci. 1987. V. 22. P. 275.
- 5. Иванов В. А., Рябова Н. В., Урядов В. П., Шумаев В. В. // Электросвязь. 1995. № 11. С. 32.
- 6. Heritage J. L., Fay W. J., Bowen E. D. // J. Geophys. Res. 1962. V. 67. P. 953.
- 7. Филипп Н.Д. Ракурсное рассеяние УКВ среднеширотной ионосферой. Кишинев: Штиинца, 1980. 244 с.
- 8. Насыров А. М. Рассеяние радиоволн анизотропными ионосферными неоднородностями. Издво Казанского университета, 1991. — 150 с.
- 9. Tedd B. L., Strangeways H. J., Jones T. B. // J. Atm. Terr. Phys. 1984. V. 46. P. 109.
- 10. Moller H. G. // J. Atm. Terr. Phys. 1974. V. 36. P. 1487.
- Богута Н. М., Максименко О. И., Урядов В. П., Цыганаш И. П. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. С. 1399.
- 12. Uryadov V. P., Ryabova N. V., Ivanov V. A., Shumaev V. V. // J. Atm. Terr. Phys. 1995. V. 57. P. 1263.
- 13. Брюнелли Б. Е., Намгаладзе А. А. Физика ионосферы. М.: Наука, 1988. 528 с.
- 14. Ruohoniemi J. M., Greenwald R. A. // Radio Sci. 1997. V. 32. P. 1051.
- 15. Keskinen M. J., Ossakow S. L. // Radio Sci. 1983. V. 18. P. 1077.
- 16. Tsunoda R. T. // Rev. Geophys. 1988. V. 26. P. 719.
- 17. Keskinen M. J., Ossakow S. L. // J. Geophys. Res. 1982. V. 87. P. 144.
- 18. Slater D. W., Smith L. L., Kleckner E. W. // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. P. 531.

А.А.Понятов и др.

 <sup>1</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Н. Новгород, Россия
 <sup>2</sup> Марийский государственный технический университет, г. Йошкар-Ола, Россия
 <sup>3</sup> Electronics and Surveillance Research Laboratory, Defence Science and Technology
 Organisation, Salisbury, Australia Поступила в редакцию 16 апреля 1999 г.

# FIRST RESULTS OF THE LONG-RANGE SOUNDING OF IONOSPHERIC IRREGULARITIES USING THE DUCTING MODE

A. A. Ponyatov, V. P. Uryadov, V. I. Batukhtin, V. A. Ivanov, D. V. Ivanov, N. V. Ryabova, A. G. Chernov, V. V. Shumaev, S. J. Anderson

We present the preliminary experimental results on HF transequatorial propagation (TEP) at Alice Springs (Australia)—Yoshkar-Ola (Russia) path of the length 11950 km. The measurements were made in August, 1998. Two anomalous signals with the delays of 3.0 and 4.5 ms relative to the main mode were observed during night time (21:30–23:00 UT). The maximum observed frequencies (MOFs) of these signals were 2-3 MHz greater than MOF of the main mode. Simulations allowed us to identify these signals as the signals of ducting origin, which are trapped in the interlayer *FE* channel due to refraction on negative gradient of the electron density and escape from the channel due to the field-aligned scattering on small-scale irregularities of the subpolar ionosphere. Radiophysical and geophysical aspects concerning localization of the scattering irregularities, as well as the perspectives of using the ducting mode for over-the-horizon diagnostics of the inhomogeneous structure of the ionosphere with the global chirp-sounder network are discussed.

## УДК 621.371.24:621.3.029.65

# О ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ СНЕГОПАДА И ОСЛАБЛЕНИЕМ КОРОТКИХ МИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН

Н. И. Фурашов, В. Ю. Катков, А. М. Ошарин, Б. А. Свердлов

На приземной радиотрассе длиной 1025 м проведены измерения ослабления радиоволн на частотах 138; 247 и 340 ГГц в зависимости от интенсивности снегопадов. Установлено, что на отдельных стадиях снегопада взаимосвязь между коэффициентом ослабления Г радиоволн частоты  $\nu$  и интенсивностью снегопада R имеет близкий к функциональному и преимущественно нелинейный характер и в исследованном диапазоне интенсивностей (R не более 3 миллиметров воды в час) может быть аппроксимирована функцией вида  $\Gamma(\nu) = \gamma(\nu)R^{m(\nu)}$ . При переходе от одной стадии снегопада к другой взаимосвязь между Г и R на разных частотах может изменяться существенно различным образом. В целом совокупности данных, полученных на указанных частотах за все время наблюдений, показывают наличие между Г и R статистической зависимости, близкой к линейной. Определенные средние удельные коэффициенты ослабления оказались равными 0,82; 3,3 и 5,6 дБ·км<sup>-1</sup>/ (мм·ч<sup>-1</sup>) для частоты  $\nu$ , равной соответственно 138; 247 и 340 ГГц. Коэффициенты корреляции между Г и R при этом составили соответственно 0,89; 0,94 и 0,98. Полученные результаты сопоставлены с данными других измерений и теоретическими расчетами ослабления, выполненными на основе метода взаимодействующих диполей.

В предыдущей нашей работе [1] изложены результаты экспериментального исследования взаимосвязи между коэффициентами ослабления радиоволн в снегопадах на двух разнесенных частотах (138 и 247 ГГц). Было установлено, в частности, что эта взаимосвязь, будучи, как правило, высококоррелированной, в течении снегопада может претерпевать весьма значительные изменения. Разработка в Научно-исследовательском радиофизическом институте (г. Н. Новгород) достаточно чувствительных весовых измерителей интенсивности атмосферных осадков (плювиографов) [2] и оснащение ими измерительной радиотрассы позволили получить некоторые новые данные о связи ослабления радиоволн с интенсивностью снегопада. Эти данные и представлены в настоящей статье.

Измерения ослабления радиоволн в зависимости от интенсивности снегопада *R* проводились на частотах 138; 247 и 340 ГГц. Радиотрасса длиной 1025 м проходила над ровной подстилающей поверхностью. Параболические антенны передающего и приемного устройств имели диаметр 920 мм и располагались на высоте около 5 м и 2,5 м соответственно. Согласно данным измерений поперечный размер пучка излучения в вертикальной плоскости (на уровне 0,5 по интенсивности) в месте расположения приемного устройства на указанных частотах не превышал 3 м, так что влияние подстилающей поверхности на уровень принимаемого сигнала практически было исключено. Поляризация излучения на всех трех частотах была линейной, вектор электрического поля был ориентирован в горизонтальной плоскости. Более подробные сведения о приемно-передающей аппаратуре, а также описание методики измерений и обработки данных содержатся в работе [1].

В экспериментах использовались два плювиографа, установленные на концах радиотрассы. Управление их работой, обеспечивавшее синхронность измерений интенсивности R, осуществлялось при помощи микроЭВМ. Время накопления осадков в приемниках плювиографов равнялось 30 с, при этом случайная ошибка определения величины R по эквивалентному содержанию жидкой воды составляла около  $\pm 0,05$  мм/ч. Для уменьшения погрешности измерений R из-за так называемого ветрового недоучета осадков [3] плювиографы были оборудованы двухрядной ветровой защитой. С целью контроля указанной погрешности эпизодически проводились замеры суммарного количества выпавшего снега с помощью дополнительных снегоприемников, устанавливавшихся по возможности в защищенных от ветра местах таким образом, чтобы их приемные отверстия располагались вблизи поверхности снеж-

Н.И.Фурашов и др.

ного покрова<sup>\*</sup>. Чтобы уменьшить искажающее влияние пространственной неоднородности снегопада на изучаемую взаимосвязь между коэффициентом ослабления радиоволн  $\Gamma$  и интенсивностью снегопада R, те случаи, когда отличие показаний плювиографов от их среднего значения превышало  $\pm 30$  %, из дальнейшего рассмотрения исключались. Погрешность измерений  $\Gamma$  на частотах 138; 247 и 340 ГГц не превышала соответственно  $\pm 0,07$ ;  $\pm 0,1$  и  $\pm 0,25$  дБ/км.

Всего за время наблюдений (два сезона со второй половины октября по декабрь включительно) было зарегистрировано 13 снегопадов с максимальной интенсивностью от 0,3 до 2,9 миллиметров воды в час и продолжительностью примерно от 1,5 до 11 часов. Температура воздуха на высоте радиотрассы во время снегопадов изменялась в интервале от -7 до +0,5 °C. В шести снегопадах ослабление измерялось квазисинхронно на частотах 138 и 247 ГГц, для чего излучение к передающей антенне подводилось поочередно от двух одновременно задействованных источников (подробнее см. [1]); в остальных — последовательными сеансами по  $40\div120$  мин на двух или трех частотах в каждом снегопаде. Общее время наблюдений на частотах 138 и 247 ГГц составило около 23 часов, на частоте 340 ГГц — 9 часов.

Проведенными измерениями установлено следующее.

1. В снегопадах, как и в дождях [4], как правило, можно выделить отдельные интервалы времени (стадии), на протяжении которых взаимосвязь между коэффициентами ослабления, измеренными на той или иной частоте, и средней интенсивностью снегопада на радиотрассе имеет устойчивый, приближающийся к функциональному характер. В исследованном диапазоне интенсивностей снегопада такая взаимосвязь может быть с точностью около  $10\div20$  % (среднее квадратическое отклонение) аппроксимирована степенной функцией вида  $\Gamma(\nu) = \gamma(\nu)R^{m(\nu)}$  (см. рис. 1). На таких стадиях коэффициент корреляции r между  $\lg \Gamma$  и  $\lg R$  достигает значений 0,95÷0,98. Значения параметров  $\gamma(\nu)$  и  $m(\nu)$ , отвечающие разным стадиям снегопада, могут быть при этом существенно различными.

Величина параметра m согласно нашим измерениям в большинстве случаев меньше единицы, наименьшие его значения на всех трех рабочих частотах лежат в интервале 0,5÷0,6. В ряде случаев наблюдалась практически линейная связь между  $\Gamma$  и R (см. рис. 1в). Зависимости  $\Gamma$  от R при m > 1 имели место во время лишь одного снегопада, когда проводились квазисинхронные измерения на частотах 138 и 247 ГГц; наибольшие значения параметра m при этом составили соответственно 1,23(±0,08) и 1,11(±0,05). В скобках указаны средние квадратические отклонения найденных значений m. Значения параметра  $\gamma$ , полученные для разных стадий снегопадов при частоте  $\nu$ , равной 138; 247 и 340 ГГц, заключены соответственно в интервалах 0,4÷1,0; 1,5÷3,7 и 3,1÷7,4 (при этом  $\Gamma$  выражается в дБ/км).

Величина временного интервала, на котором параметры  $\gamma(\nu)$  и  $m(\nu)$  постоянны, колеблется в широких пределах: для зарегистрированных нами снегопадов она принимала значения от при-

<sup>\*</sup> Влияние ветра, вообще говоря, может сказываться не только на результатах измерений интенсивности снегопада, но и на уровне принимаемого сигнала, поскольку при больших скоростях ветер способен срывать снежные частицы с поверхности снежного покрова и поднимать их на значительную высоту, повышая тем самым концентрацию снежинок над подстилающей поверхностью. Однако в нашем случае ветровой перенос снега, благодаря достаточной приподнятости радиотрассы, не влиял сколько-нибудь заметным образом на результаты измерений. Об этом свидетельствует, в частности, то обстоятельство, что между коэффициентом ослабления, отвечающим фиксированной интенсивности снегопада *R*, и скоростью ветра в интервале изменения последней от приблизительно 1 до 10 м/с статистически значимой корреляционной связи ни на одной из рабочих частот не выявлено.



Рис. 1. Зависимости коэффициента ослабления радиоволн Г от интенсивности снегопада R на разных стадиях снегопадов по данным квазисинхронных измерений на частотах 138 ГГц (Г(138)) и 247 ГГц (Г(247)). Кривые 1', 2', 1", 2" — линии регрессий. Температура воздуха на высоте радиотрассы  $T = -(3 \div 1.9)$  ° С. a — смежные стадии снегопада. Точки 1 (+) соответствуют времени наблюдений  $\Delta t$  = 36 мин, точки 2 (·) —  $\Delta t$  = 54 мин. Кривая 1' — соответствует  $\gamma$  = 0,46, m = 0,77; 2' —  $\gamma$  = 0,68, m = 0,62; 1" —  $\gamma$  = 2,4, m = 0,62; 2" —  $\gamma$  = 2,59, m = 0,7.  $\delta$  — на чало и конец снегопада. Точки 1 (+) соответствуют времени наблюдений  $\Delta t$  = 12 мин, 2 (·) —  $\Delta t$  = 13 мин. Кривая 1' соответствует  $\gamma$  = 0,54, m = 0,47; 2' —  $\gamma$  = 0,47, m = 0,57; 1" —  $\gamma$  = 2,55, m = 0,68; 2" —  $\gamma$  = 1,83, m = 0,81. b — смежные стадии снегопада. Точки 1 (·) соответствуют времени наблюдений  $\Delta t$  = 43 мин, точки 2 (+) —  $\Delta t$  = 47 мин. Кривая 1' соответствует  $\gamma$  = 0,59, m = 1; 2' —  $\gamma$  = 1,01, m = 1,23; 1" —  $\gamma$  = 2,53, m = 1,06; 2" —  $\gamma$  = 2,92, m = 1

близительно 10 мин до 1 ч и более. В двух снегопадах продолжительностью около 1,5 и 2,5 ч устойчивая, близкая к функциональной зависимость  $\Gamma(R)$  сохранялась на протяжении всего времени выпадения осадков (см. рис. 2). Следует отметить, что во время продолжительных снего падов имели место и такие ситуации, когда на интервалах времени приблизительно  $10 \div 20$  мин, характеризующихся сравнительно небольшими вариациями интенсивности R относительно ее средней величины, связь между  $\Gamma$  и R становилась весьма слабой; на таких стадиях коэффициент корреляции r снижался вплоть до порядка 0,1.

Несколько слов о "гистерезисных"эффектах, связанных с усилением и ослаблением снегопада. В работе [1] отмечалось несколько случаев, когда взаимосвязь между коэффициентами ослабления радиоволн при  $\nu = 138$  ГГц (Г(138)) и при  $\nu = 247$  ГГц (Г(247)) имела гистерезисный характер. Как показал анализ экспериментальных данных (в том числе полученных и для тех снегопадов, в которых гистерезисные эффекты во взаимосвязи между Г(138) и Г(247) имели место), в зависимости коэффициента ослабления от интенсивности снегопада подобные эффекты, за исключением, пожалуй, лишь одного случая, отчетливо не проявлялись. Возможно, это связано с недостаточной для уверенного их выявления точностью определения интенсивности снегопада на трассе сигнала.

2. Сравнение экспериментальных зависимостей Г от R, полученных на частотах 138 и 247 ГГц для

разных стадий снегопадов при квазисинхронных измерениях, показывает, что при переходе от одной стадии к другой, связанном с резким изменением микрофизических характеристик снегопада, взаимосвязь между  $\Gamma$  и R на этих частотах может изменяться существенно различным образом, вплоть до того, что при отчетливо выраженном изменении взаимосвязи на одной частоте изменение ее на другой частоте может практически отсутствовать. Примеры такой и других характерных ситуаций приведены на рис. 1. Если зависимости  $\Gamma(138)$  и  $\Gamma(247)$  от R, полученные при квазисинхронных измерениях, сравнивать по величине параметра аппроксимации m как фактора, определяющего характер изменения ослабления  $\Gamma$  с изменением интенсивности R, то при интервалах значений  $m(138) = 0.47 \div 1.23$ ;  $m(247) = 0.62 \div 1.11$ , соответствующих наблюдениям на частотах 138 и 247 ГГц отношение m(247)/m(138) на разных стадиях снегопадов принимало значения от 0.8 до 1.45.

3. При описании взаимосвязи между Г и R по совокупности данных, полученных в течение всего снегопада (как и на отдельных его стадиях), можно воспользоваться аппроксимирующей функцей вида  $\Gamma = \gamma R^m$ , хотя в некоторых случаях, когда снегопад содержит стадии с разными зависимостями Г от R, такая аппроксимация может оказаться слишком упрощенной, недостаточно хорошо представляющей исходный экспериментальный материал. Совокупности экспериментальных значений Г и R, характеризующие снегопады в целом, были получены нами в шести случаях при проведении квазисинхронных измерений на частотах 138 и 247 ГГц. В качестве примера две из них — для снегопада с устойчивой взаимосвязью между Г и R и для снегопада, содержащего стадии с разными зависимостями Г от R — представлены на рис. 2 и рис. 3. Найденные по представленным экспериментальным данным параметры аппроксимации  $\gamma$ , m и коэффициент корреляции r приведены в табл. 1. В ней же указаны максимальная интенсивность снегопадов  $R_{\text{макс}}$ , температура воздуха T на высоте радиотрассы и продолжительность наблюдений  $\Delta t$ .



Рис. 2. Пример устойчивой взаимосвязи между Г и R на протяжении всего снегопада. Время наблюдений  $\Delta t = 1$  ч 30 мин,  $\nu = 138$  ГГц, T = -7 °С. Линия — прямая регрессии



Рис. 3. Данные измерений ослабления в снегопаде, содержащем стадии с разными зависимостями  $\Gamma$  от R. Время наблюдений  $\Delta t = 2$  ч 30 мин,  $\nu = 138$  ГГц, T = -1,9 °С. Линия — прямая регрессии

Из табл. 1 видно, что для снегопада под номером 1 коэффициенты корреляции r(138) и r(247) на частотах 138 и 247 ГГц имеют наибольшие и совпадающие значения. Для остальных пяти снегопадов r(138) < r(247), причем с уменьшением коэффициентов корреляции разница между ними возрастает. Отсюда следует, что происходящие во время снегопада неконтролируемые изменения его микрофизических характеристик вызывают бо́льшую изменчивость ослабления радиоволн на частоте 138 ГГц, чем на частоте 247 ГГц.

1148

N⁰	138 ГГц			247 ГГц			$R_{\mathrm{MAKC}},$	Τ,	$\Delta t$ ,
п/п	$\gamma$	m	r	$\gamma$	m	r	мм/ч	°C	Ч
1	0,66	1,00	0,985	3,1	1,00	0,985	1,8	-7	1,5
2	0,62	0,57	0,73	2,2	0,67	0,80	0,6	-2,3	2,0
3	0,96	0,75	0,91	3,9	0,79	0,95	1,9	$0,1{\div}0,5$	5,0
4	0,70	1,00	0,81	2,7	0,86	0,92	1,0	-1,9	2,5
5	0,84	1,15	0,90	3,05	1,17	0,95	2,3	$-(2,9\div1,2)$	4,0
6	0,91	1,00	0,97	3,3	1,00	0,98	2,7	$0,2{\div}0,3$	2,5

Таблица 1

4. В целом совокупности экспериментальных данных, полученных на частотах 138; 247 и 340 ГГц за все время наблюдений, показывают наличие близкой к линейной статистической зависимости между  $\Gamma$  и R (совокупность экспериментальных значений  $\Gamma$  и R для  $\nu = 247$   $\Gamma$ Гц приведена на рис. 4). Определенные по экспериментальным данным, полученным за все время наблюдений, значения параметра аппроксимации  $\gamma$  (который в случае m = 1 имеет смысл удельного коэффициента ослабления) для частот  $\nu = 138; 247; 340$  ГГц оказались равными соответственно  $\gamma(138) = 0.82$  дБ·км<sup>-1</sup>/(мм·ч<sup>-1</sup>),  $\gamma(247) = 3,3 \, \text{дБ} \cdot \text{км}^{-1} / (\text{мм} \cdot \text{ч}^{-1}), \gamma(340) = 5,6 \, \text{дБ} \cdot \text{км}^{-1} / (\text{мм} \cdot \text{ч}^{-1}).$  Средние квадратические отклонения экспериментальных точек от аппроксимирующих прямых при этом составили соответственно около 0,2; 0,5 и 0,9 дБ/км, а максимальные отклонения — примерно в 3,5÷4 раза больше. Для коэффициента корреляции между  $\Gamma$  и R получены значения r(138) = 0.89; r(247) = 0.94 и r(340) = 0.98. Теоретический расчет [5] величины удельного ослабления радиоволн в сухом снегопаде на частотах 138 и 247 ГГц, выполненный с использованием метода взаимодействующих диполей, позволяющего вычислять рассеивающие характеристики частиц сложной формы и структуры, дает  $\gamma(138) = 0.67 \, \mathrm{d} \mathrm{E} \cdot \mathrm{Km}^{-1} / (\mathrm{Mm} \cdot \mathrm{u}^{-1});$  $\gamma(247) = 2,37 \, \mathrm{d} \mathrm{b} \cdot \mathrm{km}^{-1} / (\mathrm{mm} \cdot \mathrm{u}^{-1})$ . Учитывая то обстоятельство, что теоретические оценки относятся к сухим снегопадам, а экспериментальные результаты получены для сухих-влажных снегопадов, такое соответствие теории и эксперимента, на наш взгляд, можно считать вполне удовлетворительным.

Используя приведенные выше экспериментальные значения  $\gamma$  и аппроксимирующую функцию того же вида, что и в работе [6], можно получить следующую формулу для частотной зависимости удельного коэффициента ослабления снегопада:

$$\lg \gamma = -14,777 + 10,866 \lg \nu - 1,870 \lg^2 \nu, \tag{1}$$

где *v* выражено в ГГц. Соответствующая (1) кривая построена на рис. 5. Для сравнения здесь же приведены данные других измерений и кривая частотной зависимости удельного коэффициента ослабления радиоволн в сухих снегопадах, полученная на основе расчетов [5, 7]:

$$\lg \gamma = -7,4 + 4,23 \lg \nu - 0,41 \lg^2 \nu.$$
<sup>(2)</sup>

Участок теоретической кривой от 247 до 340 ГГц — экстраполяция зависимости, полученной на интервале 30÷247 ГГц. Относительно данных работ [8, 9] следует сказать, что они получены из измерений коэффициента ослабления в зависимости не от интенсивности R, а от водности снегопада W(в г/м<sup>3</sup>). Поскольку экспериментальные зависимости Г от W аппроксимированы в [8, 9] линейными функциями, то окончательные результаты в этих работах представлены как удельные коэффициенты ослабления в дБ·км<sup>-1</sup>/(г·м<sup>-3</sup>). В работе [8] для двух значений водности W выполнены оценки соответствующих значений интенсивности снегопада, из которых следует, что зависимости Г от R являются нелинейными. Опираясь на эти оценки, мы пересчитали коэффициенты ослабления  $\Gamma(96)$ ,  $\Gamma(140)$  и  $\Gamma(225)$  для  $\nu = 96$ ; 140; 225 ГГц к R = 1 мм/ч и использовали полученные значения для ориентировочного сравнения с нашими данными. Что касается результатов работы [9], в которой данные о связи

W с R отсутствуют, то для пересчета их к интенсивности снегопада мы воспользовались соотношением W = 0,212R, полученным в [10]. В работе [11] по данным измерений на частоте  $\nu \approx 312$  ГГц (длина волны  $\lambda = 0,96$  мм) для коэффициента ослабления снегопада в диапазоне интенсивностей  $R \leq 2$  мм/ч получена аппроксимационная формула  $\Gamma(312) = 3,02R^{0,79}$ . Для проводимого на рис. 5 сравнения, как и при сравнении с данными [8], нами использовано значение  $\Gamma(312)$ , отвечающее интенсивности R = 1 мм/ч. Как видно из рис. 5, данные настоящей работы в целом неплохо согласуются с результатами ранее выполненных измерений, особенно если учесть, что "выпадающие"значения  $\gamma$  на частотах 260 и 312 ГГц получены из анализа сравнительно небольшого наблюдательного материала и с менее точными данными об интенсивности снегопадов. Отметим также очень хорошее согласие наших измерений зависимости удельного коэффициента ослабления от частоты и измерений работы [8], в которой было зарегистрировано восемь снегопадов.



Рис. 4. Совокупность экспериментальных данных, полученных на частоте 247 ГГц за все время наблюдений, и прямая регрессии. Температура воздуха на высоте радиотрассы T = -7÷+0,5 °C. Штриховая линия — данные теоретического расчета [5] для сухого снегопада



Рис. 5. Данные об ослаблении коротких миллиметровых радиоволн в сухих-влажных снегопадах. Точки 1 соответствуют измерениям, представленным в настоящей работе, точки 2 — результам работы [8], 3 — [9], 4 — [11], 5 — [12], 6 — [13], 7 — аппроксимации измерений настоящей работы, 8 — теоретической частотной зависимости ослабления для сухих снегопадов

Приведенные выше экспериментальные данные относятся к сухому—влажному снегу. Для мокрого снегопада, который легко идентифицируется по резкому увеличению удельного коэффициента ослабления при температуре воздуха  $T \ge 0.3 \div 0.5$  °C, нами в [13] была предложена следующая формула:

$$\gamma = 4.4 \, (\nu/200)^{1.3},\tag{3}$$

где  $\gamma$  выражено в дБ·км<sup>-1</sup>/(мм·ч<sup>-1</sup>),  $\nu$  — в ГГц. Формула (3) получена по данным измерений на частотах 97; 138 и 260 ГГц.

В работе [6] на базе известных из литературы экспериментальных данных по ослаблению радиоволн в снегопадах на частотах  $\nu \leq 260$  ГГц предложена аппроксимация

$$\lg \gamma = -0.807 - 0.737 \lg \nu + 0.638 \lg^2 \nu, \tag{4}$$

где  $\gamma$  и  $\nu$  имеют ту же размерность, что и в формуле (3). В [6] отмечается, правда, что аппроксимация (1) из-за неопределенности экспериментальных данных в отношении влагосодержания наблюдавшихся

1150

снегопадов является в значительной степени условной. Нетрудно убедиться, что по сравнению с аппроксимацией для сухих—влажных снегопадов выражение (4) в диапазоне 138÷260 ГГц дает примерно в 4 раза большие значения  $\gamma$ . Эти значения более близки к значениям  $\gamma$ , следующим из формулы (3) для мокрых снегопадов, хотя и по отношению к (3) выражение (4) дает также большие величины ослабления: на частоте 260 ГГц — границе применимости формулы (3) — превышение составляет 2,2 раза, с понижением частоты оно уменьшается, и при  $\nu = 97$  ГГц обе формулы дают совпадающие результаты.

Авторы благодарят М.Б.Зиничеву за помощь в работе.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Фурашов Н. И., Свердлов Б. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 2. С. 103.
- Патент РФ № 2003142С1, МКИ<sup>3</sup> 5G01W1/14. Весовой способ определения интенсивности атмосферных осадков / Катков В. Ю., Роговцев К. Е., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. (РФ) — № 4948245/10; Заявл. 24.06.91; Опубл. 15.11.93, бюл. № 41-42. С. 161.
- 3. Литвинов И.В. Осадки в атмосфере и на поверхности земли. Л.: Гидрометеоиздат, 1980 208 с.
- 4. Катков В. Ю., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 5. С. 626.
- 5. Osharin A. M. // International simposium "Physics and Engineering of Millimeter and Submillimeter Waves", Kharkov, September 15–17, 1998. V.2. P. 474.
- 6. Пожидаев В. Н. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 10. С. 1764.
- 7. Ошарин А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 4. С. 446.
- 8. Nemarich J., Wellman R. J., Lacombe J. // IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens. 1988. V. 26, № 3. P. 319.
- 9. Wallace H. B. // Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 1983. V. 414. P. 135.
- 10. Литвинов И. В. // Изв. АН СССР. Сер. геофизическая. 1959. № 10. С. 1473.
- 11. Бабкин Ю. С., Исхаков И. А., Соколов А. В., Строганов Л. И., Сухонин Е. В. // Радиотехника и электроника. 1970. Т. 15, № 12. С. 2459.
- 12. Катков В. Ю., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Тез. докл. 4-й Всесоюзн. шк. по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере, г. Н. Новгород, 1991. С. 42.
- 13. Furashov N. I., Katkov V. Yu., Sverdlov B. A.// Abstracts of the 25th General Assembly of URSI, Lille, France, 1996. P. 266.

Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Н. Новгород, Россия Поступила в редакцию 16 апреля 1999 г.

## ON THE RELATIONSHIP BETWEEN SNOWFALL INTENSITY AND ATTENUATION OF SHORT MILLIMETER WAVES

N. I. Furashov, V. Yu. Katkov, A. M. Osharin, B. A. Sverdlov

We measure the dependence of radiowave attenuation at 138, 247, and 340 GHz over a near-ground radiopath of the length 1025 m on the snowfall intensity R. We find that the relationship between the attenuation coefficient  $\Gamma$  at frequency  $\nu$  and the intensity R at distinct stages of a snowfall event is close to functional and is mainly nonlinear. This relationship can be fitted well by the fuction  $\Gamma(\nu) = \gamma(\nu)R^{m(\nu)}$  in the observed range of the snowfall intensity (R is not greater than 3 mm/h in terms of water equivalent). The dependence of  $\Gamma$  on R at different frequencies may undergo drastic changes as the snowfall evolves from one stage to another. The data obtained at the mentioned frequencies during entire observation time reveal that the statistical dependence of  $\Gamma$  on R is close to linear. The mean specific attenuation coefficients determined using this data set turned out to be equal to 0.82, 3.3, and 5.6 dB·km<sup>-1</sup>/(mm · h<sup>-1</sup>) at  $\nu$  equal to 138, 247 and 340 GHz, respectively. The correlation coefficients turned out to be 0.89, 0.94, and 0.98, respectively. The obtained results are compared to the data obtained in other measurements, as well as to the theoretical calculations of the attenuation based on the coupled-dipole method.

Н.И.Фурашов и др.

УДК 538.56:519.25

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСТАЦИОНАРНОГО РАССЕЯНИЯ НАЗАД В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

# А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов

С помощью численного моделирования на основе метода инвариантного погружения исследуются статистические характеристики плоской нестационарной волны, отраженной одномерной случайно-неоднородной средой в условиях многократного рассеяния. Рассматриваются статистические эффекты в среднем отраженном поле и поведение его высших моментов. Обсуждается возможность получения решения обратной волновой статистической задачи.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Падение на слой одномерной случайно-неоднородной среды плоской моно- и квазимонохроматической волны исследовалось во многих работах (см., например, [1, 2]). В связи с развитием методов решения статистических обратных волновых задач представляется интересным рассмотреть отражение случайной средой нестационарной волны от импульсного источника. Однако статистические особенности рассеивающих сред и широкий спектр падающего излучения существенно усложняют исследования в данном случае и требуют привлечения специальных численных подходов. Указанные подходы в настоящее время интенсивно развиваются на основе метода инвариантного погружения и успешно применяются как в случае детерминированных [3, 4], так и статистических [5, 6] сред при постановке прямой и обратной задачи.

В работах [5, 6] при обращении решения статистической волновой задачи предполагалось, что амплитуда отраженного случайно-неоднородной средой поля имеет гауссово распределение. Эта гипотеза подкреплялась ссылкой на численные эксперименты [7], которые выполнялись для области однократного рассеяния назад, соответствующей небольшой длине диффузии излучения, когда применима обычная теория возмущений [8] и имеет место нормальное распределение отраженного поля. Представляется интересным провести численные эксперименты без ограничения толщины рассеивающего слоя с целью исследования статистических характеристик отраженных импульсных сигналов в условиях многократного рассеяния назад. При этом важен выбор такого численного подхода, в рамках которого возможно было бы получение решений как прямой, так и обратной волновой задачи в случайных средах.

В настоящей работе с помощью численного моделирования на основе метода инвариантного погружения [3] исследуются статистические характеристики плоской нестационарной волны, возбуждаемой импульсным источником на границе слоя одномерной случайно-неоднородной среды, с учетом многократного рассеяния назад.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать падение плоской нестационарной волны  $\varphi(x + c_0 t)$  из области x > L на слой одномерной неоднородной среды, занимающей часть пространства  $L_0 \le x \le L$ , где  $c_0$  — скорость распространения волны вне слоя. Для x > L волновое поле определяется выражением  $u(x,t) = \varphi(x + c_0 t)$ 

 $c_0t) + \Re(x - c_0t)$ , где  $\Re(x - c_0t)$  — отраженная от слоя волна, а при  $x < L_0$  имеем проходящую волну  $u(x,t) = T(x + c_0t)$ . Внутри слоя поле u(x,t) описывается уравнением

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t) = 0,$$
(1)

где c(x) — скорость сигнала в среде (непрерывная, положительная и ограниченная функция).

Отметим, что уравнение (1) находит применение при описании распространения как электромагнитных, так и акустических волн в случайных средах [1, 2].

Будем рассматривать решение краевой задачи для уравнения (1) с условиями непрерывности величин u(x,t) и  $\partial u(x,t)/\partial x$  на границах слоя  $x = L_0$  и x = L.

Произвольная падающая волна  $\varphi(x + c_0 t)$  порождает при x = L распределение источников  $f(t_0)$  такое, что

$$\varphi(L + c_0 t) = \frac{1}{2c_0} \int \theta(t - t_0) f(t_0) \,\mathrm{d}t_0, \quad f(t_0) = 2c_0 \frac{\partial}{\partial t_0} \varphi(L + c_0 t_0), \tag{2}$$

где  $\theta(t-t_0)$  — симметричная единичная функция. Тогда волновое поле внутри слоя представимо в виде

$$u(x,t) = \frac{1}{2c_0} \int G(x,L;t-t_0) f(t_0) \,\mathrm{d}t_0,\tag{3}$$

где  $G(x, L; t - t_0)$  — функция Грина, соответствующая падению волны в виде единичного скачка  $\varphi(x + c_0 t)|_{x=L} = \theta(t - t_0)$ , где  $t_0$  — момент действия источника, на слой неоднородной среды. Для функции Грина на правой границе слоя  $G_L(t - t_0) = G(L, L; t - t_0)$ , описывающей рассеяние назад, методом инвариантного погружения в предположении, что параметр L является независимой переменной, можно получить замкнутое нелинейное интегро-дифференциальное уравнение [3]

$$\left(\frac{\partial}{\partial L} + \frac{2}{c_0}\frac{\partial}{\partial t}\right)G_L(t-t_0) = \frac{2}{c_0}\delta(t-t_0) + \frac{1}{2c_0}\left(1 - \frac{c_0^2}{c^2(L)}\right)\int \frac{\partial G_L(t-t_1)}{\partial t}\frac{\partial G_L(t-t_0)}{\partial t_1}\,\mathrm{d}t_1,\qquad(4)$$

с начальным условием  $G_{L_0}(t-t_0) = heta(t-t_0),$  где  $\delta(t-t_0)$  — дельта-функция.

Решение уравнения (4) имеет структуру

$$G_L(t - t_0) = H_L(t - t_0) \,\theta(t - t_0) + \dots,$$
(5)

а для функции  $H_L(t - t_0)$  при подстановке (5) в (4) методом сингулярностей получаются соотношения [3]

$$H_L(t-t_0)|_{t=t_0+0} = \frac{2c(L)}{c(L)+c_0},$$
(6)

$$\left(\frac{\partial}{\partial L} + \frac{2}{c(L)}\frac{\partial}{\partial t}\right)H_L(t-t_0) = \frac{1}{2c_0}\left(1 - \frac{c_0^2}{c^2(L)}\right)\int_{t_0}^t \frac{\partial H_L(t-t_1)}{\partial t}\frac{\partial H_L(t_1-t_0)}{\partial t_1}\,\mathrm{d}t_1.$$
(7)

Равенство (7) можно рассматривать как уравнение для функции  $H_L(t - t_0)$  при  $t_0 < t < t_0 + T$ , где  $T = 2 \int_{L_0}^{L} dx / c(x)$ . Последнее соотношение означает, что выражения (5)–(7) описывают отраженное поле за удвоенное время прохождения падающей волны через слой. Для определения отраженного сигнала в более поздние моменты времени необходимо рассмотреть в (5) следующий член разложения (см. [3]).

Полное поле на границе слоя представимо в виде суммы  $H_L(t-t_0) = 1 + R_L(t-t_0)$ , где  $R_L(t-t_0) -$ рассеянная назад волна, для которой из (6) и (7) получаем

$$R_L(t-t_0)|_{t=t_0+0} = \frac{c(L) - c_0}{c(L) + c_0},$$
(8)

$$\left(\frac{\partial}{\partial L} + \frac{2}{c(L)}\frac{\partial}{\partial t}\right) R_L(t - t_0) = F_L(t),$$

$$F_L(t) = \frac{1}{2c_0} \left(1 - \frac{c_0^2}{c^2(L)}\right) \int_{t_0}^t \frac{\partial R_L(t - t_1)}{\partial t} \frac{\partial R_L(t_1 - t_0)}{\partial t_1} dt_1,$$
(9)

Выше для уравнения (4) рассматривалась задача с начальными данными на левой границе слоя. А для уравнения (9), записанного в виде уравнения переноса с нелинейной правой частью,

ставится задача в треугольной области с граничным условием вдоль линии  $t = t_0$ , которое определяется соотношением (8) (см. схему метода погружения на рис. 1). Решение дифференциального уравнения с частными производными первого порядка (9), которое может быть проинтегрировано методом характеристик, задает отображение c(L), или  $R_L(t_0 + 0)$ , на нижней кромке треугольной области в искомую функцию  $R_L(t - t_0)$  (здесь L фиксировано) на правой границе области (см. рис. 1). Интегрирование осуществляется вдоль характеристик снизу вверх. Так получается решение прямой задачи, а при обратной ее постановке оригинал и образ, c(L) и  $R_L(t - t_0)$ , меняются ролями, и интегрирование (9) выполняется вдоль характеристик в обратном направлении (сверху вниз).

Настоящая работа посвящена исследованию ста-



тистических характеристик величины  $R_L(t-t_0)$  в предположении, что c(L) — случайная функция. При этом для решения уравнения (9) с граничным условием, заданным в виде соотношения (8), используется метод характеристик, численные схемы которого хорошо развиты (см., например, [4, 9]).

#### ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Для падающей волны в виде единичной ступеньки положим  $t_0 = 0$  и вычислим  $R_L(t)$ . В прямой задаче входными данными алгоритма является массив значений скорости сигнала  $c(L_i)$ , где  $i = 0, 1, ..., n, c(L_0) = c_0, L_i = L_0 + \sum_{j=0}^{i-1} \Delta L_j, \Delta L_j = c(L_j) \Delta t/2, \Delta t$  — фиксированная величина (шаг по времени), а выходными данными алгоритма служит набор значений во времени амплитуды отраженной волны  $R_{L_n}(t_i)$ , где  $t_i = i\Delta t$ .

При аппроксимации c(x) и  $R_L(t)$  кусочнопостоянными функциями запись уравнения (9) в конечных разностях будет иметь следующий вид:

$$\frac{\Delta_L R_{L_{n+1}}(t_i)}{\Delta L_{n+1}} + \frac{2}{c(L_{n+1})} \frac{\Delta_t R_{L_{n+1}}(t_i)}{\Delta t} =$$
$$= \frac{1}{c_0} \left( 1 - \frac{c_0^2}{c^2(L_{n+1})} \right) \sum_{j=1}^i \Delta t \, \frac{\Delta_t R_{L_{n+1}}(t_i - t_{j-1})}{\Delta t} \frac{\Delta_t R_{L_{n+1}}(t_j)}{\Delta t}, \tag{10}$$

где  $\Delta_L R_{L_{n+1}}(t_i) = R_{L_{n+1}}(t_i) - R_{L_n}(t_i), \Delta_t R_{L_{n+1}}(t_i) = R_{L_{n+1}}(t_{i+1}) - R_{L_{n+1}}(t_i)$ , определяются согласно известной численной схеме для уравнения переноса [9] (см. рис. 2). С учетом соотношения  $\Delta L_n = c(L_n) \Delta t/2$  выражение (10) можно переписать следующим образом:

$$\Delta_L R_{L_{n+1}}(t_i) + \Delta_t R_{L_{n+1}}(t_i) = \vec{\Delta} R_{L_{n+1}}(t_i) = f_{n+1} \sum_{j=1}^i \Delta_t R_{L_{n+1}}(t_{i-j+1}) \Delta_t R_{L_{n+1}}(t_j), \quad (11)$$

где  $f_{n+1} = (c^2(L_{n+1}) - c_0^2)/(4c_0c(L_{n+1}))$ , а  $\vec{\Delta}R_{L_{n+1}}(t_i) = R_{L_{n+1}}(t_{i+1}) - R_{L_n}(t_i)$  есть изменение искомой функции вдоль характеристики dL = c(L) dt/2 на плоскости переменных L и t.

Заметим, что сумму в правой части (11) можно рассматривать как скалярное произведение вектора  $\mathbf{A}(L_n, i)$  с компонентами  $\Delta_t R_{L_n}(t_j)$ , где j = 1, ..., i, на вектор  $\mathbf{A}^*(L_n, i)$  с теми же компонентами, но с обратной нумерацией. С учетом этого замечания выражение (11) приводится к виду

$$R_{L_{n+1}}(t_{i+1}) = R_{L_n}(t_i) + f_{n+1}(\mathbf{A}^*(L_{n+1}, i), \mathbf{A}(L_{n+1}, i)).$$
(12)

Для формулы (8) получаем дискретную запись

$$R_{L_n}(0) = \frac{c(L_n) - c_0}{c(L_n) + c_0}.$$
(13)

Соотношения (12) и (13) позволяют последовательно вычислять значения искомой функции  $R_{L_{n+1}}(t_i)$  на (n + 1)-м шаге по L через значения этой же функции на n-м шаге, причем для момента времени  $t_0$  используется (13), а при всех остальных  $t_i$  амплитуда отраженной волны определяется с помощью (12) (см. рис. 2).

Нахождение решения прямой задачи начинается с положения правой границы слоя  $L = L_0$ , что соответствует однородному пространству, при этом согласно (13)  $R_{L_0}(t_0) = 0$ . На первом шаге (n = 1)  $R_{L_1}(t_0)$  определяется по формуле (13), а  $R_{L_1}(t_1)$  находится с использованием выражения (12), у которого при i = 1 правая часть равна нулю. На втором шаге  $(n = 2) R_{L_2}(t_0)$  находится также по формуле (13), а  $R_{L_2}(t_1)$  и  $R_{L_2}(t_2)$  вычисляются с помощью (12), причем при вычислении  $R_{L_2}(t_1)$  правая часть (12) равна нулю, а при вычислении  $R_{L_2}(t_2)$  — уже отлична от



нуля. Все последующие шаги выполняются аналогично. Таким образом, искомая функция в момент времени  $t_{i+1}$  на (n+1)-м шаге вычисляется по схеме, изображенной на рис. 2, через *i* ее значений на *n*-м шаге. Отметим, что в приведенной схеме вычислений осуществляется подъем по характеристикам и выполняется принцип причинности, согласно которому изменение функции  $R_L(t)$  находится через ее значения на интервале [0, t].

Для решения обратной задачи аналогично строится алгоритм, который позволяет вычислить функцию  $R_{L_n}(t_i)$  в момент времени  $t_i$  на n-м шаге через i + 1 ее значений на (n+1)-м шаге, при этом в отличие от прямой задачи выполняется спуск по характеристикам.

Обсуждавшаяся выше численная схема метода погружения неустойчива, как и аналогичные схемы метода прогонки [9], а сходимость ее улучшается с уменьшением шага по *L*. Тестирование алгоритма проводилось как по замкнутой схеме, путем нахождения и сопоставления прямого и обратного решений, так и сравнением расчетов с известным аналитическим решением [3]. Неустойчивость численной схемы будет рассматриваться при обсуждении результатов вычислений.

Специфика случайных функций обусловлена их неограниченными изменениями в соседних точках, поэтому сходимость при работе со случайными функциями связана не с уменьшением величины шага по *L*, а с уменьшением дисперсии флуктуаций среды при фиксированном шаге.

Еще одно замечание следует сделать относительно замены непрерывных функций ступенчатыми. В результате такой аппроксимации на каждом шаге по L при вычислении функции  $R_L(t)$  возникают ошибки второго порядка малости по амплитуде ступеньки, которые накапливаются и приводят к неустойчивости решения. Это накладывает ограничение на толщину рассеивающего слоя при данном вычислительном подходе, который можно отождествить с хорошо известным методом локальных возмущений, используемым при построении диффузионного приближения в статистической теории волн [1, 2]. Суть предложенного в настоящей работе метода вычислений можно сформулировать так: в результате выбранной аппроксимации приближенно учитывается отражение волны одной неодностью среды, что не мешает, вообще говоря, вычислению многократного рассеяния между неодностями, если дисперсия флуктуаций среды мала. Иначе говоря, в первом приближении форма отдельных неоднородностей среды не играет роли, а важна их интенсивность и частота.

При стремлении к нулю дисперсии флуктуаций среды увеличиваются и длина рассеяния (диффузии) излучения, и область применимости данного вычислительного подхода. Однако область применимости увеличивается быстрее, что и позволяет в рамках выбранного метода выполнить исследования при условии многократного рассеяния.

#### СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Введем относительное отклонение скорости распространения сигнала от ее значения вне рассеивающего слоя  $\eta(L) = (c(L) - c_0)/c_0$ , предполагая, что это гауссово распределение со средним, равным нулю, и с заданной дисперсией  $\sigma^2(L) = \langle \eta^2(L) \rangle$ , где угловые скобки означают операцию усреднения по ансамблю реализаций  $\eta(L)$ . При численном моделировании рассмотрим случай статистически однородного отражающего слоя ( $\sigma^2 = \text{const}$ ) и малых флуктуаций характеристики среды ( $\sigma^2 \ll 1$ ). Для перехода от величины  $\eta(L)$  к величине c(L) воспользуемся формулой  $c(L) = = c_0(1 + \eta(L))$ .

В численном эксперименте с помощью датчика случайных чисел задается ансамбль функций  $\eta(L)$ , по их значениям при 0 < t < T вычисляются реализации  $R_L(t)$ , статистические характеристики которых исследуются.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Вычисления проводились для среднеквадратических отклонений  $\sigma = 0.02 \div 0.1$  флуктуаций относительных изменений  $\eta(L)$  скорости распространения сигнала в среде, определенных в предыдущем разделе статьи. Для выяснения тенденции зависимости результатов от параметра  $\sigma$  рассмотрим ниже результаты расчетов для наибольшего и наименьшего его значений. На рис. 3 представлены фрагменты одной и той же реализации отраженного сигнала  $R_L(t)$  для n = 700 и n = 800 при  $\sigma = 0.1$ , из сравнения которых видно, как сильно меняется характер поведения отраженного сигнала даже при относительно небольших изменениях толщины слоя. Дисперсия флуктуаций отраженного сигнала на рис. 3 оценивается с помощью формулы (8). При  $\eta \ll 1$  она дает  $R \approx \eta/2$ , откуда  $\langle R^2 \rangle \approx (\sigma/2)^2$  и  $\sqrt{\langle R^2 \rangle} \approx 0.05$ . Это хорошо согласуется с результатами вычислений для небольшого числа шагов по времени, а именно в области 0 < i < 500. С дальнейшим увеличением *i* характер флуктуаций сигнала меняется. Для *i* > 1000 при данном  $\sigma$  наблюдается неустойчивость решения, которая выражается экспоненциальным ростом амплитуды отраженного сигнала (значения амплитуды достигали 20 при *i* = 1500), при этом случайная зависимость  $R_L(t)$  постепенно переходит в строго периодическую с пилообразной формой.



На рис. 4 приведены первый и второй моменты отраженного сигнала для  $\sigma = 0,1$ , усреднение выполнено по ста реализациям. Из рисунка видно, что при i > 400 наблюдается усиление биений среднего поля и рост второго момента, что хорошо согласуется с оценкой границы области многократного рассеяния с помощью выражения

$$i(\sigma/2)^2 \approx 1,\tag{14}$$

которое получено из сложения по интенсивности отраженных на каждой неоднородности волн.

Критерий (14) нетрудно получить иначе, учитывая, что длина диффузии излучения d, волновое число излучения k, размер неоднородностей  $\ell$  и дисперсия флуктуаций  $\sigma^2$  связаны между собой соотношением  $d^{-1} \approx k^2 \ell \sigma^2$  [1]. Принимая во внимание брэгговское условие  $\ell \approx 1/(2k)$  и вводя число неоднородностей на длине диффузии  $i = d/\ell$ , получаем формулу (14), которую можно трактовать следующим образом. В нестационарной задаче, в которой нет выделенной частоты в отличие от монохроматического случая, число неоднородностей на длине диффузии обратно пропорционально их дисперсии. Размер неоднородностей в данной задаче из рассмотрения выпадает, поскольку он же является и шагом вычислений.

Для расширения области устойчивости решения эксперимент повторялся с меньшим  $\sigma$ , что соответствует меньшим изменениям случайной величины  $\eta$  на шаге вычислений. На рис. 5 приведены фрагменты одной реализации отраженного сигнала  $R_L(t)$  при  $\sigma = 0.02$  для двух значений

А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов

1158





А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов

1159

толщины слоя n = 600 и  $n = 16\,000$ . Различный характер поведения сигнала в этих случаях можно объяснить тем, что нижняя кривая относится к области многократного рассеяния, граница которой  $i \approx 10^4$  при данном  $\sigma$  оценивается также с помощью формулы (14).

На рис. 6 представлены первый и второй моменты отраженного сигнала для  $\sigma = 0,02$  (усреднение выполнено по ста реализациям, как и в первом случае). Можно отметить ярко выраженные биения среднего поля, амплитуда которых также, как и второй момент, плавно нарастает, тогда как в одной реализации амплитуда флуктуаций сигнала остается практически постоянной, а для больших *i* даже немного уменьшается (примерно в два раза, см. рис. 5). Рост моментов отраженного сигнала в зависимости от толщины слоя в случае падения монохроматической или квазимонохроматической волны хорошо известен как стохастический резонанс [1, 2].

Из сравнения рис. 4 и 6, видно, что с уменьшением  $\sigma$  биения среднего поля проявляются сильнее. Этот эффект можно объяснить тем, что в отраженном сигнале присутствует выделенная частота, соответствующая брэгговскому условию, а ширина спектра сигнала определяется падающими при уменьшении  $\sigma$  градиентами флуктуаций неоднородностей среды, поэтому спектр отраженного сигнала сужается и биения становятся более выраженными.

К сожалению, вычисление ста реализаций при данном  $\sigma = 0,02$  и нахождение усредненных характеристик сигнала для больших *i*, соответствующих области многократного рассеяния, затруднительно, как и вычисление одной реализации до границы устойчивости решения, которая отодвинулась вправо по сравнению с предыдущим случаем из-за уменьшения  $\sigma$ . Для преодоления трудностей работы с большими числовыми массивами требуются меры по упрощению вычислительной процедуры, скорость которой ограничена сверху в основном определением нелинейного интегрального члена  $F_L(t)$  в уравнении (9). Поэтому, кроме рассмотренных выше характеристик рассеяния, представляется интересным проследить эволюцию величины  $F_L(t)$ , которая есть производная решения  $R_L(t)$  вдоль соответствующей характеристики и которая показательна с точки зрения накапливающихся эффектов, приводящих к отличию между статистической и обычной феноменологической теорией переноса.

На рис. 7 представлены результаты вычислений величины  $F_L(t)$  для  $\sigma = 0,1$  и  $\sigma = 0,02$ . Сравнение представленных результатов показывает, что эта нелинейная интегральная характеристика рассеяния подвержена интенсивным флуктуациям, дисперсия которых быстро перестает зависеть от числа шагов по времени, хотя диапазон интегрирования при этом линейно растет. Это можно объяснить тем, что сумма в (11) содержит большое число случайных слагаемых с разными знаками, лишь малая часть которых (с  $j \approx i \approx n/2$ ) дает ненулевой вклад в общую сумму за счет перемножения близких по номеру компонент. Эти слагаемые соответствуют приходу рассеянного сигнала из области среды с координатой  $x \approx L - ct/2$ , т. е. приблизительно из середины неоднородного слоя. Если принять во внимание, что  $F_L(t)$  описывает корреляцию встречных волн [1], то становится понятным, что такая корреляция проявляется в наибольшей мере примерно на середине рассеивающего слоя.

Из рис. 7 видно, что среднеквадратическое отклонение  $F_L(t)$  оценивается как квадрат поля, т. е.  $(\sigma/2)^2$ , а это значит, что в сумме (11) существенную роль играет небольшое количество членов, или даже один. Это обстоятельство позволяет не вычислять целиком всю сумму (11), а учесть только отдельные ее члены, что может значительно ускорить работу алгоритма.

Возвращаясь к обсуждению гипотезы о гауссовом распределении амплитуды отраженного случайнооднородной средой поля, упоминавшейся во ведении к статье, отметим, что гауссово распределение амплитуды отраженного сигнала сохраняется лишь в области однократного рассеяния, при дальнейшем увеличении толщины слоя гауссов характер распределения нарушается. В этом нетрудно убедиться путем построения гистограмм амплитуды сигнала на временных интервалах, меньших времени прохождения сигналом длины однократного рассеяния, на которых



Рис. 6





А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов


#### Рис. 8

случайный процесс  $R_L(t)$  можно считать квазистационарным. На рис. 8 приведены статистические распределения амплитуды отраженного сигнала, полученные в эксперименте с  $\sigma = 0.02$  и построенные по фрагментам одной реализации  $R_L(t)$  на шести временных интервалах, величина которых показана на горизонтальной оси рисунка. В области многократного рассеяния наблюдается существенное отклонение формы распределений сигнала от гауссовой и появление многомодальности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный выше вычислительный подход позволяет работать с одной реализацией среды и поля при решении как прямой, так и обратной волновой статистической задачи. В последнем случае, исходя из наблюдений флуктуаций амплитуды отраженного сигнала, с помощью обращенной схемы расчета можно вычислить реализацию среды, а по ней определить пространственные распределения статистических характеристик неоднородностей в областях среды, соответствующих как однократно-му, так и многократному рассеянию. Данный подход может быть эффективен при обработке экспериментальных данных дистанционного зондирования в случае небольшого числа наблюдаемых реализаций отраженного сигнала, когда усреднение по ансамблю выполнить не удается.

Рассмотренная задача позволяет развивать новые методы исследования статистических характеристик отраженного нестационарного сигнала. Например, представляет интерес получение моментных уравнений описываемого выражениями (8)—(9) поля и разработка корректной гипотезы их замыкания с учетом результатов проведенного численного эксперимента.

Дальнейшее развитие данного подхода возможно путем рассмотрения вместо поля  $H_L(t)$  его логарифма. Если при этом выбрать в качестве исходного выражение (9), для амплитуды поля получается однородное квазилинейное уравнение, статистические решения которого исследовались многими

А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов

авторами (см., например, [10]). При численном анализе этого уравнения, с одной стороны, отпадает необходимость вычисления больших сумм, встречающихся в (10), а с другой — возникают трудности с многозначностью решения в области многократного рассеяния. Возможно, эта особенность решения рассмотренной нелинейной задачи нашла отражение в многомодальности полученных статистических распределений сигнала, обсуждавшихся выше.

Другое не менее важное проявление нелинейности уравнения (9) для рассеянного назад поля существенная зависимость поведения статистических характеристик отраженного сигнала от модели среды, что подтверждается сравнением результатов данной статьи и работы [11]. В последней публикации рассмотрен случай такого соотношения между масштабом неоднородностей и шагом вычислений, что стохастический резонанс в нестационарном отраженном сигнале не возникает. Более того, с течением времени наблюдается затухание второго момента рассеянного назад поля. Из сказанного следует, что налагаемые на модель среды условия, при которых качественно меняется поведение статистических характеристик отраженного сигнала, еще предстоит исследовать.

Авторы благодарны К. В. Кошелю, И. О. Ярощуку и О. Э. Гулину за полезные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 97-02-17138.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кляцкин В.И. Метод погружения в теории распространения волн. М.: Наука, 1986. 256 с.
- 2. Klyatskin V. I. // Progress in Optics / Ed. by E. Wolf. 1994. V. 33. P. 1.
- 3. Бугров А. Г., Кляцкин В. И. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 3. С. 321.
- 4. Kristensson G., Krueger R. J. // J. Math. Phys. 1986. V. 27, № 6. P. 1667.
- 5. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., White B. // SIAM Review. 1991. V. 33, № 4. P. 519.
- 6. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., White B. // Waves in random media. 1996. № 6. P. 293.
- 7. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., Sheng P. White B. // Wave motion. 1990. № 12. P. 429.
- 8. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 456 с.
- 9. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- 10. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н., Саичев А. И. Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии. — М.: Наука, 1990. — 215 с.
- 11. Гулин О. Э., Ярощук И. О. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 4. С. 383.

Тихоокеанский океанологический институт ДВО РАН, г. Владивосток, Россия Поступила в редакцию 18 августа 1999 г.

# STATISTICAL CHARACTERISTICS OF NONSTATIONARY BACKSCATTERING IN RANDOMLY-IRREGULAR MEDIA

A. Yu. Bubnovsky and B. M. Shevtsov

Using the method of invariant immersion, we perform numerical simulations of the statistical characteristics of a plain nonstationary wave reflected from one-dimensional, randomly-irregular medium due to multiple scattering. The statistical effects in the mean reflected field are considered, and the behavior of its higher moments is analyzed. The possibility of obtaining the solution of the statistical inverse wave problem is discussed.

УДК 533.951

# О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА УГЛОВОЙ СПЕКТР МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ, МНОГОКРАТНО РАССЕЯННОЙ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Аистов<sup>1</sup>, В. Г. Гавриленко<sup>1</sup>, Г. В. Джандиери<sup>2</sup>

Рассмотрено падение плоской электромагнитной волны малой амплитуды на полубесконечный слой турбулентной столкновительной магнитоактивной плазмы. В малоугловом приближении теории переноса излучения получена система дифференциальных уравнений для статистических моментов углового спектра мощности нормальной волны. Численно исследована эволюция центра тяжести, дисперсия и асимметрия углового спектра мощности нормальной волны с ростом глубины погружения в плазму. Приведены результаты для различных углов падения волны величин и направлений внешнего магнитного поля. Получена немонотонная зависимость дисперсии и третьего центрального момента спектра мощности от глубины. Показано, что степень немонотонности возрастает с увеличением анизотропии поглощения, в частности, с ростом напряженности внешнего магнитного поля.

Анализ статистических характеристик электромагнитных волн малой амплитуды, прошедших через слой турбулентной плазмы, является актуальным во многих практических приложениях [1-4]. В настоящее время установлено, что в хаотически неоднородных средах регулярное поглощение оказывает значительное влияние на статистические характеристики волн, и в первую очередь на угловое распределение мощности [5-7]. Более интересным и вместе с тем менее изученным является случай анизотропного поглощения волн в столкновительной магнитоактивной плазме [8].

В работе [8] описаны общие закономерности эволюции статистических характеристик углового спектра мощности нормальной волны в турбулентной столкновительной магнитоактивной плазме. Предложенная в работе [8] методика позволила провести анализ для различных моделей поглощения, отличающихся зависимостью коэффициента поглощения от угла рассеяния волны. При этом был рассмотрен лишь случай нормального освещения границы плазмы с наклонным внешним магнитным полем.

В настоящей работе методика работы [8] использована для расчетов при произвольных углах преломления просвечивающей плазму волны. На этой основе проведен анализ особенностей формирования глубинного режима излучения (когда статистические характеристики волн не зависят от условий освещенности поверхности) для различных углов освещения поверхности, направления и величины внешнего магнитного поля.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Пусть плоская электромагнитная волна преломляется на плоской границе полубесконечной турбулентной столкновительной магнитоактивной плазмы. Угол преломления волны равен  $\theta_0$  (см. рис. 1), ее поляризация совпадает с поляризацией одной из нормальных волн. Внешнее магнитное поле  $\vec{B}^0$  образует угол  $\theta$  с нормалью к границе плазмы. Вычислим смещение центра тяжести, дисперсию и третий центральный момент углового распределения интенсивности (спектра мощности) распространяющейся в плазме нормальной волны.

Для определения пространственных координат воспользуемся декартовой системой (x', y', z') (см. рис. 1), в которой ось z' совпадает с направлением внутренней нормали к поверхности плазмы,

А.В.Аистов, В.Г.Гавриленко, Г.В.Джандиери

а оси x' и y' лежат в плоскости границы плазмы, при этом  $Oy' \perp \vec{B}^0$ . Направляющие косинусы волнового вектора рассеянной волны  $\vec{k} = k\vec{s}$  отсчитываются в базисе  $\vec{s}_x^0, \vec{s}_y^0, \vec{s}_z^0$ , где единичные орты  $\vec{s}_z^0 \parallel \vec{B}^0$ ,

Предположим, что случайные неоднородности показателя преломления плазмы являются плавными в масштабе длины волны. Тогда изменение интенсивности отдельной нормальной волны может быть описано уравнением переноса [2, 3]. В рассматриваемом случае при достаточно сильной поглощающей способности плазмы угловое распределение интенсивности нормальной волны обычно оказывается сильно анизотропным (вытянутым вдоль направления распространения волны) на любых оптических глубинах. Поэтому уравнение переноса излучения запишем в так называемом малоугловом приближении:

$$\begin{bmatrix} (s_z \cos \theta + s_x \sin \theta) \frac{\partial}{\partial (\sigma z')} + 1 + \frac{\kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\sigma} \end{bmatrix} I(z', \vec{\mathbf{s}}) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (4\pi \sqrt{\eta})^{-1} I(z', \vec{\mathbf{s}}') \chi(|s_x - s'_x| / \sqrt{\eta}, |s_y - s'_y|) \, \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}',$$
(1)

где  $d\vec{s'} = ds'_x ds_y$ ,  $I(z', \vec{s})$  — угловой спектр мощности или интенсивность нормальной волны на глубине z' в направлении единичного вектора  $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ ,  $\sigma$  — коэффициент рассеяния [2, 3, 5],  $\kappa(\vec{s})$  — коэффициент поглощения [1–3, 5],  $\chi(\vec{s}, \vec{s'})$  — индикатриса рассеяния, в приближении статистически изотропных неоднородностей удовлетворяющая условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}') \, \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}} = 4\pi,$$

 $\pm \infty \pm \infty$ 

величина  $\eta = 1 - \nu^2$ , где

$$\nu = m_{10}/m_{00},\tag{2}$$

$$m_{nk} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s_x^n s_y^k I(z', \vec{\mathbf{s}}) \,\mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}$$
(3)

— угловой момент интенсивности нормальной волны, n, k — целые числа. Плавность неоднородностей позволяет пренебречь в первом приближении взаимодействием нормальных волн [2–4]. На границе плазмы (z' = 0) зададим условие

$$I(0, \vec{\mathbf{s}}) = I_0 \,\delta(s_x - \sin(\theta + \theta_0)) \,\delta(s_y),\tag{4}$$

где  $I_0$  пропорционально полной мощности волны,  $\delta$  — дельта-функция.

Предположение о том, что излучение распространяется в малом телесном угле вблизи направления центра тяжести углового спектра ( $|s_y| \ll 1, |s_x - \nu| \ll 1$ ), позволяет воспользоваться аппроксимацией

$$s_z = \sqrt{1 - s_x^2 - s_y^2} \approx N_0 + N_1 s_x - N_2 s_x^2 - N_3 s_y^2, \tag{5}$$

А.В.Аистов, В.Г.Гавриленко, Г.В.Джандиери





где

$$N_0 = (1 - \nu^2 / (2\eta)) / \eta, \quad N_1 = \nu^3 / (\eta \sqrt{\eta}),$$
  

$$N_3 = 1 / (2\sqrt{\eta}), \quad N_2 = N_3 / \eta.$$

Аналогично

$$\kappa(\vec{s}) = \kappa(s_x, s_y) \approx \kappa + \kappa'_x \left(s_x - \nu\right) + \left[\kappa''_x \left(s_x - \nu\right)^2 + \kappa''_y s_y^2\right]/2,\tag{6}$$

где

$$\kappa = \kappa(\nu, 0), \quad \kappa'_x = \left. \frac{\partial \kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\partial s_x} \right|_{\nu, 0}, \quad \kappa''_x = \left. \frac{\partial^2 \kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\partial s_x^2} \right|_{\nu, 0}, \quad \kappa''_y = \left. \frac{\partial^2 \kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\partial s_y^2} \right|_{\nu, 0}. \tag{7}$$

Из уравнения (1) с учётом разложений (5), (6) следует, что угловые моменты (3) удовлетворяют бесконечной системе уравнений:

$$n_{0}m_{00}' + n_{1}m_{10}' - n_{2}m_{20}' - n_{3}m_{02}' + Am_{00} + Bm_{10} + \kappa_{x}''m_{20}/(2\sigma) + \kappa_{y}''m_{02}/(2\sigma) = 0,$$
  

$$n_{0}m_{10}' + n_{1}m_{20}' - n_{2}m_{30}' - n_{3}m_{12}' + Am_{10} + Bm_{20} + \kappa_{x}''m_{30}/(2\sigma) + \kappa_{y}''m_{12}/(2\sigma) = 0,$$
  

$$n_{0}m_{20}' + n_{1}m_{30}' - n_{2}m_{40}' - n_{3}m_{22}' + Am_{20} + Bm_{30} + \kappa_{x}''m_{40}/(2\sigma) + \kappa_{y}''m_{22}/(2\sigma) = \eta\langle s^{2}\rangle m_{00}/2,$$
  

$$n_{0}m_{02}' + n_{1}m_{12}' - n_{2}m_{22}' - n_{3}m_{04}' + Am_{02} + Bm_{12} + \kappa_{x}''m_{22}/(2\sigma) + \kappa_{y}''m_{04}/(2\sigma) = \langle s^{2}\rangle m_{00}/2,$$
  

$$n_{0}m_{30}' + n_{1}m_{40}' - n_{2}m_{50}' - n_{3}m_{32}' + Am_{30} + Bm_{40} + \kappa_{x}''m_{50}/(2\sigma) + \kappa_{y}''m_{32}/(2\sigma) = 3\eta\langle s^{2}\rangle m_{10}/2,$$
  

$$\dots \dots \dots \dots,$$

где  $n_0 = N_0 \cos \theta$ ,  $n_1 = (N_1 + \operatorname{tg} \theta) \cos \theta$ ,  $n_2 = N_2 \cos \theta$ ,  $n_3 = N_3 \cos \theta$ ,

$$A = [\kappa - \nu (\kappa'_x - \nu \kappa''_x/2)]/\sigma, \quad B = (\kappa'_x - \nu \kappa''_x)/\sigma,$$
  
$$\langle s^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s_x^2 \chi(\vec{\mathbf{s}}, \vec{\mathbf{s}}') \, \mathrm{d}\vec{\mathbf{s}}.$$
 (9)

Штрихи у величин  $m_{nk}$  и  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$  в (8) обозначают дифференцирование по параметру  $\sigma z'$ . Уравнения системы (8) получены интегрированием (1) по ds с соответствующими весовыми множителями: первое уравнение — с единичным множителем, второе — с множителем  $s_x$ , третье — с множителем  $s_x^2$ , четвёртое — с множителем  $s_y^2$ , пятое — с множителем  $s_x^3$ .

Интересуясь угловыми моментами не выше третьего порядка, сохраним первые пять уравнений в бесконечной системе (8). Тем самым мы предполагаем, что наиболее сильное влияние на формирование углового спектра оказывает второй момент (9) индикатрисы рассеяния (сохранённые уравнения не содержат моментов индикатрисы более высокого порядка). Таким образом, влиянием моментов более высокого порядка мы пренебрегаем. Данное приближение справедливо, когда однократное рассеяние в плазме может быть описано функцией, быстро спадающей в области больших углов.

С помощью простых арифметических преобразований нетрудно получить систему уравнений для смещения центра тяжести  $\nu$ , дисперсий  $v_x, v_y$  во взаимно перпендикулярных плоскостях и третьего центрального момента  $\mu$  углового спектра мощности волны:

$$v_x = m_{20}/m_{00} - \nu^2, \quad v_y = m_{02}/m_{00}, \quad \mu = m_{30}/m_{00} - 3\nu v_x - \nu^3.$$
 (10)

При этом для уменьшения числа неизвестных в (8), во-первых, предполагается, что величины  $s_x$  и  $s_y$  статистически независимы. Последнее позволяет записать соотношение

$$m_{nk} = m_{n0}m_{0k}/m_{00}$$

Во-вторых, предполагается, что угловое распределение интенсивности многократно рассеянной нормальной волны в области относительно больших углов отклонения от направления центра тяжести спектра аппроксимируется гауссовой функцией. Это позволяет пренебречь центральным моментом пятого порядка и выразить четвёртый и пятый нецентральные моменты через предыдущие так же, как для гауссового распределения интенсивности:

$$m_{40}/m_{00} = 3v_x^2 + 4\nu\mu + 6\nu^2 v_x + \nu^4, \quad m_{04}/m_{00} = 3v_y^2;$$
  
$$m_{50}/m_{00} = 5\mu(v_x + \nu^2) + 15\nu v_x^2 + 10\nu^3 v_x + \nu^5.$$

Полученная замкнутая система дифференциальных уравнений довольно громоздка и в общем случае не решается аналитически. Поэтому ниже приведём результаты её численного решения, которые были получены методом Рунге—Кутта—Мерсона [9]. Значения производных по параметру  $\sigma z'$  от моментов (2), (10) на каждом шаге интегрирования находились численным решением системы алгебраических (относительно производных) уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента и последующим итерационным уточнением результата [9, 10].

Полученное решение справедливо при выполнении неравенств

$$\langle s^2 \rangle \ll 1, \quad v_\infty \ll 1,$$
 (11)

где

$$v_{\infty}^{2} = \sigma \langle s^{2} \rangle / (2\kappa''), \tag{12}$$

$$\kappa'' = \left. \frac{\partial^2 \kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\partial s_x^2} \right|_{0,0} = \left. \frac{\partial^2 \kappa(\vec{\mathbf{s}})}{\partial s_y^2} \right|_{0,0}.$$
(13)

Второе из неравенств (11) означает требование малости ширины углового спектра мощности нормальной волны в глубинном режиме. В дополнение к этим ограничениям следует потребовать, чтобы ширина спектра на любой глубине не превышала по порядку величины своего глубинного значения.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

К сожалению, простое выражение для анизотропной зависимости коэффициента поглощения от угла рассеяния удаётся получить лишь для случая распространения волны в сильно замагниченной плазме, когда гирочастота электронов

$$\omega_{Be} \gg \{\omega, \nu_{\text{eff}}, \omega_{\text{p}}\},\$$

где  $\omega$  — частота волны,  $\nu_{\rm eff}$  — эффективная частота соударений электронов с нейтронами,  $\omega_{\rm p}$  — электронная плазменная частота. В этом случае плазму можно рассматривать как одноосный поглощающий кристалл. Для необыкновенной волны с вектором  $\vec{\mathbf{E}}$ , лежащим в плоскости векторов  $\vec{\mathbf{k}}^0$ ,  $\vec{\mathbf{B}}^0$ , при выполнении условий

$$\nu_{\text{eff}} \ll \omega, \quad \nu_{\text{eff}} v \vec{s}^2 \ll \omega (1-v) (1-v+v \vec{s}^2),$$

где  $v = (\omega_{\rm p}/\omega)^2$ , коэффициент поглощения в приближении геометрической оптики [1, 4] имеет вид

$$\kappa(\vec{\mathbf{s}}) = \frac{\nu_{\text{eff}} v \vec{\mathbf{s}}^2}{c \sqrt{1 - v} \left(1 - v + v \vec{\mathbf{s}}^2\right)^{3/2}},\tag{14}$$

где с — скорость света.

1168 А. В. Аистов, В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери

Заметим, что в сильно замагниченной плазме сделанное выше предположение об отсутствии взаимодействия нормальных волн заведомо справедливо поскольку вторая нормальная волна (с вектором  $\vec{E}$ , перпендикулярным  $\vec{k}^0$  и  $\vec{B}^0$ ) не рассеивается на неоднородностях плазмы и распространяется, как в вакууме. Из (14) видно, что по мере приближения направления распространения волны к направлению внешнего магнитного поля (оси кристалла) коэффициент поглощения стремится к нулю. Зависимость коэффициента поглощения (14), нормированного на коэффициент рассеяния  $\sigma$ , от направляющего синуса  $s_x$  для случая  $\nu_{\rm eff}/(\sigma c) = 5$ , v = 0,7 приведена на рис. 2 (кривая 1).

При уменьшении величины магнитного поля анизотропия поглощения уменьшается. На рис. 2 приведены примеры соответствующих зависимостей коэффициента поглощения, нормированного на  $\sigma$ , для случая  $\omega/(\sigma c) = 100$ ,  $\nu_{\rm eff}/\omega = 0.05$ , v = 0.7. Кривая 2 соответствует параметру  $u = (\omega_{\rm Be}/\omega)^2 = 8$ , кривая 3 — значению u = 1.2. Данные зависимости были получены численно на основе общего выражения для комплексного показателя преломления высокочастотных волн в магнитоактивной плазме [1].



Проанализируем некоторые результаты численного анализа системы (8). На рис. 3 приведены зависимости статистических характеристик нормальных волн для случая нормального падения волны на границу плазмы при наклонном внешнем магнитном поле ( $\theta_0 = 0, \theta = 9^\circ$ ) от безразмерного параметра  $\zeta = v_{\infty} \kappa'' z'/2$ , характеризующего глубину погружения. Сплошные кривые на рис. 3 получены для тех же значений параметров  $u_{
m eff}/(\sigma c)$  и v, что и для зависимости 1 коэффициента поглощения на рис. 2 (сильно замагниченная плазма). Пунктиром на рис. 3 изображены зависимости в случае конечного внешнего магнитного поля (параметры  $\omega/(\sigma c)$ ,  $\nu_{\rm eff}/\omega$ , v и u имеют те же значения, что и для кривой 2 на рис. 2). Кривая 1 на рис. 3 соответствует величине  $\nu^* = \nu/\sin(\theta + \theta_0)$ , кривая 2 — величине  $v_x^* = v_x/v_\infty$ , кривая 3 — величине  $v_y^* = v_y/v_\infty$ , кривая 4 — величине  $\mu^* = \mu/v_\infty^{3/2}$ . Приведённые результаты согласуются с общими закономерностями, описанными ранее в работе [8], а именно наблюдаются немонотонные зависимости дисперсии  $v_x^*$  и коэффициента асимметрии  $\mu^*$  с ростом параметра ζ. Для случая сильно замагниченной плазмы характерно то, что в глубинном режиме излучения (когда статистические характеристики волн перестают зависеть от условий освещения поверхности) направление центра тяжести и углового спектра мощности совпадает с направлением внешнего магнитного поля. Отрицательное значение коэффициента асимметрии  $\nu^*$  указывает на то, что угловой спектр мощности в переходной к глубинному режиму области ( $\zeta \sim 1$ ) имеет более плавно спадающий хвост со стороны внешнего магнитного поля (т. е. в том направлении, где диссипация излучения меньше), чем с противоположной стороны. С уменьшением внешнего магнитного поля (пунктирные кривые на рис. 3) описываемые эффекты, как и следовало ожидать, уменьшаются.

Численный анализ подтвердил, что степень немонотонности в поведении второго и третьего моментов углового спектра мощности возрастает с ростом асимметрии поглощения рассеянных волн. Причём эта асимметрия может быть вызвана не только увеличением угла наклона внешнего магнитного поля [8], но и наклоном просвечивающей плазму волны, как в изотропных хаотических средах с регулярным поглощением [6, 7]. Иллюстрацией этого служат результаты, полученные для углов  $\theta_0 = -15^\circ$ ,  $\theta = 8^{\circ}$  (рис. 4). Сплошные кривые на рис. 4 соответствуют случаю сильно замагниченной плазмы, пунктирные кривые соответствуют параметру u = 8, штрих-пунктирные — u = 1, 2; значения остальных параметров и обозначения кривых совпадают с принятыми на рис. 3. Кривая  $v_x^*$  для u = 1,2 на рис. 4 не изображена, поскольку она практически совпадает с кривой  $v_y^*$  для u = 8. Приведённые результаты подтверждают тот факт, что аномальный (немонотонный) рост дисперсии и возникновение асимметрии углового спектра мощности нормальной волны при неизменных углах  $heta_0$  и heta вызваны именно анизотропией коэффициента поглощения. При уменьшении параметра и анизотропия уменьшается и аномальные эффекты ослабляются. Более детальный численный анализ показывает, что превышение дисперсией её глубинного значения и асимметрия спектра мощности уменьшаются с уменьшением угла между первоначальным направлением распространения нормальной волны и направлением центра тяжести её углового спектра в глубинном режиме (для замагниченной плазмы (сплошные кривые на рис. 4) и для случая u = 8 (пунктирные кривые на рис. 4) это направление внешнего магнитного поля). Уменьшение внешнего магнитного поля (штрих-пунктирные кривые) приводит к тому, что анизотропия коэффициента поглощения становится не столь сильной, чтобы обеспечить в глубинном режиме симметрию углового спектра мощности относительно внешнего магнитного поля. Ненулевой коэффициент поглощения и удлинение оптического пути при распространении волны в направлении внешнего магнитного поля приводят к тому, что волны, рассеянные ближе к оси z' приходят в плоскость регистрации с большей интенсивностью, чем те, которые рассеялись в направлении внешнего магнитного поля. Подтверждением этого служит отличие от нуля параметра  $\nu^*$  для случая u = 1,2 в глубинном режиме (штрих-пунктирная кривая). Смена знака коэффициента асимметрии  $\mu^*$  на рис. 4 по сравнению с рис. 3 соответствует тому, что угловой спектр мощности имеет более пологий хвост со стороны направления смещения его центра тяжести.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведённые выше результаты численного расчёта продемонстрировали эффекты аномального влияния поглощения, проявляющиеся прежде всего в немонотонном росте дисперсии и асимметрии углового спектра мощности нормальной волны с глубиной проникновения в плазму. Описанные аномальные эффекты могут быть вызваны как наклоном внешнего магнитного поля, так и наклонным падением освещающей плазму волны. Установленные особенности углового спектра рассеянных волн содержат информацию о неоднородностях плазмы и о направлении магнитного поля и поэтому могут быть положены в основу разработки схем дистанционного зондирования слоёв турбулентной столкновительной магнитоактивной плазмы методом радиопросвечивания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 97-02-16228).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
- 2. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971.
- 3. Долгинов А. З., Гнедин Ю. Я. Силантьев Н. А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. — М.: Наука, 1979.

А.В.Аистов, В.Г.Гавриленко, Г.В.Джандиери

- 4. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.
- 5. Долин Л. С., Левин И. М. Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеоиздат, 1991.
- 6. Gavrilenko V.G., Petrov S.S. // Waves in random media. 1992. V.2. P.273.
- 7. Гавриленко В. Г., Тамойкин В. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 739.
- 8. Аистов А. В., Гавриленко В. Г. // Физика плазмы. 1996. Т. 22. С. 712.
- 9. Расчёт электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ / Под ред. Л. В. Данилова, Е. С. Филиппова. М.: Радио и связь, 1989.
- 10. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. М.: Мир, 1977.

 <sup>1</sup>Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Н. Новгород, Россия
 <sup>2</sup> Грузинский технический университет, г. Тбилиси, Грузия Поступила в редакцию 1 февраля 1999 г.

# ON THE INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON THE ANGULAR POWER SPECTRUM OF ELECTROMAGNETIC WAVE MULTIPLY SCATTERED IN TURBULENT COLLISIONAL MAGNETIZED PLASMA

A. V. Aistov, V. G. Gavrilenko, and G. V. Jandiery

We consider small-amplitude plane electromagnetic wave incident on a semi-infinite layer of collisional turbulent magnetised plasma. The system of differential equations for the statistical moments of the angular power spectrum of the normal wave is derived in the narrow-angle approximation of the radiation transfer theory. The dependence of the center of mass, variance, and asymmetry of the normal wave spectrum on the distance from the plasma boundary is studied numerically. The results for different refraction angles of the illuminating wave, as well as magnitudes and directions of the external magnetic field are presented. The nonmonotonic dependencies of the variance and asymmetry coefficient on the distance from the plasma boundary are discovered. These dependencies are shown to become more nonmonotonic if the absorption of the scattered waves become more isotropic, in particular, if the strength of the external magnetic field increases.

УДК 537.876.23

# К ОБОСНОВАНИЮ ОДНОГО АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ИНТЕНСИВНОСТИ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В. Г. Бурдуковская<sup>1</sup>, И. П. Смирнов<sup>2</sup>, А. И. Хилько<sup>1</sup>

Предлагается и обосновывается математически алгоритм расчета интенсивности поля точечного монохроматического источника звука в неоднородной среде, основанный на вводимом понятии концентрации лучевого пучка. Проводятся сравнительные расчеты по предложенному и ранее известным алгоритмам.

# 1. ИНТЕНСИВНОСТЬ ПОЛЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ И КОНЦЕНТРАЦИЯ ЛУЧЕВОГО ПУЧКА

#### 1.1. Введение

Расчет акустического поля в неоднородной в частности в плоскослоистой, среде обычно осуществляется с помощью приближенных методов. Одним из таких методов является приближение геометрической акустики (ГА). Анализ условий применимости данного метода широко обсуждался в литературе (см., например, [1]). Не затрагивая данного вопроса, будем рассматривать лишь способы расчета поля в рамках приближения ГА.

Традиционно расчет интенсивности поля в ГА заключается в нахождении всех соединяющих источник и приемник лучей, вычислении параметров парциальных звуковых волн, приходящих по отдельным лучам, и суммировании данных волн. В основе метода лежит понятие лучевой трубки, вдоль которой направлен поток звуковой энергии (потерями при этом пренебрегают). Плотность потока определяется только сечением трубки, которое зависит лишь от геометрических параметров акустического волновода и профиля скорости звука. Фаза волны, приносимой данной трубкой, также определяется исключительно указанными выше параметрами. Полное поле находится суммированием волн по всем приходящим в точку наблюдения лучевым трубкам. Часто также прибегают к сложению интенсивностей отдельных волн, что соответствует их некогерентному суммированию.

Способ суммирования парциальных волн определяется как когерентностью источника звука, так и случайными неоднородностями среды, которые могут явиться причиной дополнительных фазовых сдвигов. При заданных пространственно-временных функциях когерентности источника и неоднородностей следует, по-видимому, считать часть волн взаимно когерентными (например, те, что приходят по пространственно близким траекториям), а прочие считать некогерентными.

В данной работе рассматривается исключительно некогерентный способ сложения волн. В ряде исследований (см., например, [2–4]) высказывались предположения о том, что подобный метод адекватен усреднению истинного распределения поля в некоторой окрестности точки наблюдения. Один из вариантов усреднения программно реализован в [3] (в этой работе приводятся также ссылки на ряд предыдущих публикаций по этому вопросу). В работе [4] проведены численные эксперименты и сделан вывод о том, что данное утверждение в некоторых ситуациях несправедливо \*. Однако более

<sup>\*</sup> Следует отметить, что физическое обоснование алгоритмов расчета поля путем усреднения лучевых траекторий в некоторых элементах объема было развито Л.С.Долиным в восьмидесятые годы и опубликовано в ряде отчетов. Именно эти разработки легли в основу программных разработок [3].

строгого теоретического обоснования (или опровержения) такого метода расчета в настоящее время, по-видимому, не существует.

Некоторые результаты в этом направлении получены в настоящей работе. Вводятся понятия концентрации и плотности концентрации пучка лучей и устанавливаются их связи с формулой некогерентного сложения полей. На этой основе предлагается новый простой численный алгоритм расчета интенсивности. В численных экспериментах давно было замечено, что подробные лучевые картины (т. е. графические изображения больших массивов лучей) достаточно точно представляют распределение интенсивности звука в волноводе — интенсивность зачернения картины пропорциональна интенсивности звука в данной области. Основной целью данной работы является наполнение данного утверждения конкретным содержанием.

Рассматривается задача о распространении звуковых колебаний в жидкости с профилем скорости, зависящим от вертикальной и продольной координат:  $c = c(z, \rho), z_B \le z \le 0$ . При некогерентном сложении полей суммарная интенсивность может быть найдена (с точностью до пропорционального мощности W источника множителя  $W/(4\pi)$ ) по формуле

$$I(z_R, \rho) = \sum_l I_l(z_R, \rho) = \frac{1}{\rho} \sum_l \frac{1}{|z^{(\rho)\prime}(A_l)|} \frac{\cos \chi_l^S}{\cos \chi_l^R},$$
(1)

где  $z_R$  — вертикальная координата точки приема,  $\rho$  — расстояние между точкой S размещения источника и точкой R расположения приемника в горизонтальной плоскости,  $\chi_l^S$  и  $\chi_l^R$  — углы скольжения l-го луча, соответственно в точках S и R,  $z^{(\rho)}(A)$  — функция, описывающая горизонт скольжения луча, вышедшего из точки S под углом A, на горизонтальном расстоянии  $\rho$  от источника. Здесь и далее штрих обозначает производную по аргументу.

#### 1.2. Случай стратифицированной жидкости

В случае стратифицированной среды, используя формулу Снеллиуса

$$\frac{\cos\chi_l^S}{\cos\chi_l^R} = \frac{c(z_S)}{c(z_R)} = q_R,$$

где  $z_S$  — вертикальная координата местоположения источника, можно упростить (1), вынося не зависящие от номера луча сомножители из-под знака суммы:

$$I(z_R) = \frac{q_R}{\rho} \sum_l \frac{1}{|z^{(\rho)\prime}(A_l)|}.$$
 (2)

Расчеты интенсивности по формулам (1), (2) приводят к необходимости численного решения уравнения

$$z^{(\rho)}(A) = z_R$$
, где  $A \in \Re_0$ ,

(задача нацеливания) и последующему численному дифференцированию функции  $z^{(\rho)}(A)$  в точках  $A_l$ , являющихся решениями этого уравнения.

Рассмотрим пучок  $\Re$  выходящих из источника лучей с углами выхода  $A_m$ , эквидистантно заполняющими заданный интервал ( $A_{\min}, A_{\max}$ ):

$$A_m = A_{\min} + mh_A, \quad m = 0, 1, \dots, N,$$
  

$$h_A = |\Re| / N, \quad |\Re| \equiv A_{\max} - A_{\min}.$$
(3)

Рассмотрим далее вертикальный отрезок (площадку)  $z_R - Hq_R/2 \le z \le z_R + Hq_R/2$ , содержащую приемник в своей центральной точке. Пусть k(N, H) — число лучей из указанного пучка (3), которые пересекают данную площадку.

Определение 1 Предел \*

$$\nu = \frac{1}{N \to \infty} \frac{k(N, H)}{N}$$

будем называть концентрацией лучевого пучка Я на площадке, а выражение

$$\langle \nu \rangle = |\Re| \frac{\nu}{H}$$

-средней плотностью концентрации пучка.

Определение 2 Предел \*\* средней плотности концентрации

$$\pi(z_R) = \overline{\lim_{H \to +0}} \langle \nu \rangle = |\Re| \, \overline{\lim_{H \to +0}} \, \overline{\lim_{N \to \infty}} \, \frac{k(N, H)}{HN} \tag{4}$$

будем называть плотностью концентрации лучевого пучка  $\Re \, b \, moч \kappa e \, (z_R, \rho).$ 

**Пример 1.** В однородном пространстве ( $q_R = 1$ ) концентрация пучка, полностью освещающего данную вертикальную площадку, равна, очевидно, отношению угла  $|\Re_H|$ , под которым площадка видна из точки источника, ко всему угловому размеру пучка:

$$\nu = \frac{|\Re_H|}{|\Re|} = \frac{\arctan\left((z_R + H/2 - z_S)/\rho\right) - \arctan\left((z_R - H/2 - z_S)/\rho\right)}{|\Re|}$$

Поэтому для плотности концентрации пучка имеем

$$\pi(z_R) = |\Re| \frac{\lim_{H \to +0} \frac{\nu}{H}}{= \frac{1}{\rho}} \operatorname{arctg}'\left(\frac{z_R - z_S}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho\left(1 + \left(\frac{z_R - z_S}{\rho}\right)^2\right)} = \frac{\rho}{d^2},$$

где *d* — расстояние между источником и приемником.

**Пример 2.** В односкоростном неограниченном снизу волноводе концентрация пучка на данной площадке зависит от ее удаления от источника. При достаточном удалении от источника, когда площадка попадает в зону облучения прямым и мнимым источниками, для плотности концентрации получаем

$$\pi(z_R) = \rho\left(\frac{1}{d^2} + \frac{1}{d_1^2}\right),$$

где *d*<sub>1</sub> — расстояние между мнимым источником и приемником.

Пример 3. В односкоростном ограниченном снизу и сверху волноводе

$$\pi(z_R) = \rho\left(\frac{1}{d^2} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{d_i^2}\right),$$

где суммирование производится по всем облучающим приемник мнимым источникам,  $d_i$  — расстояние от *i*-го мнимого источника до приемника.

<sup>\*</sup> Точнее, всегда существующий верхний предел данной ограниченной отрезком [0, 1] последовательности.

<sup>\*\*</sup> Конечный или бесконечный, всегда существующий.

**Теорема.** Определяемая в приближении некогерентного суммирования полей суммарная интенсивность (1) в произвольной не лежащей на каустике системы лучей  $\Re$  точке  $z_R$  про-порциональна плотности концентрации лучевого пучка в этой точке:

$$I(z_R) = \frac{\pi(z_R)}{\rho}.$$
(5)

Среднее (с весом  $c(z)/c(z_R)$ ) значение суммарной интенсивности (1) на произвольной вертикальной площадке  $[z_R - H/2, z_R + H/2]$  пропорционально средней плотности концентрации пучка на этой площадке:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{H} \int_{z_R - H/2}^{z_R + H/2} I(z) \frac{c(z)}{c(z_R)} \, \mathrm{d}z = \frac{\langle \nu \rangle}{\rho} \,. \tag{6}$$

Для доказательства теоремы достаточно взять в вынесенной в приложение лемме в качестве функции f описанную в начале данного раздела функцию  $z^{(\rho)}(A)$ , а функцию  $\varphi$  положить тождественно равной единице. Тогда согласно этой лемме в точке ( $z_R, \rho$ ), не лежащей на каустике системы лучей  $\Re$ ,

$$\sum_{l} \left| \frac{q_R}{z^{(\rho)}(A_l)} \right| = \lim_{H \to +0} \lim_{h_A \to +0} \frac{kh_A}{H} = |\Re| \lim_{H \to +0} \lim_{N \to +\infty} \frac{k}{HN} = \pi(z_R),$$

что и доказывает равенство (5).

Для нахождения среднего значения интенсивности проинтегрируем правую часть (2) по отрезку  $[z_R - H/2, z_R + H/2]$  с указанным в теореме весом  $c(z)/c(z_R)$ :

$$\langle I \rangle = \frac{1}{H} \int_{z_R - H/2}^{z_R + H/2} I(z) \frac{c(z)}{c(z_R)} dz = \frac{q_R}{H} \int_{z_R - H/2}^{z_R + H/2} I(z) \frac{c(z)}{c(z_S)} dz =$$
$$= \frac{1}{\rho H_1} \int_{z_R - q_R H_1/2}^{z_R + q_R H_1/2} \sum_l \frac{1}{|z^{(\rho)'}(A_l)|} dz = \frac{1}{\rho H_1} \sum_l \int_{z_R - q_R H_1/2}^{z_R + q_R H_1/2} \left| A_l^{(\rho)'}(z) \right| dz.$$
(7)

Здесь  $H_1 = H/q_R$ ,  $A_l^{(\rho)}(z)$  — ветви обратной к  $z^{(\rho)}(A)$  функции. Легко видеть, что сумма интегралов в формуле (7) равна суммарному угловому размеру всех облучающих данную площадку подпучков общего пучка. Так как этот суммарный угол равен  $\nu |\Re|$ , то, подставив это значение в (7), получим (6), что завершает доказательство теоремы.

Заметим, что в каустических точках производная для одного из лучей обращается в ноль, и поэтому интенсивность, вычисляемая по формуле геометрической акустики (2), равна бесконечности. С другой стороны, согласно (12) плотность пучка  $\pi(z_R)$  также обращается в бесконечность в данной точке. Следовательно, можно считать, что формула (5) выполняется во всех точках волновода, а не только вне каустик.

### 1.3. Случай нестратифицированной жидкости

Для обобщения полученного выше результата на случай нестратифицированной среды с профилем скорости  $c = c(z, \rho)$  модифицируем введенное в п. 1.2 понятие плотности лучевого пучка.

Пусть

$$\varphi(A) = \frac{\cos \chi^S(A)}{\cos \chi^R(A)},\tag{8}$$

где  $\chi^{S,R}(A)$  — углы скольжения луча, выходящего из источника под углом A, соответственно в точках S и R.

При заданном H > 0 обозначим через k(N, H) число тех лучей из пучка (3), которые, выходя из источника под углом A, пересекают окружающий приемник вертикальный отрезок  $[z_R - H\varphi(A)/2, z_R + H\varphi(A)/2]$ . Ширина данной площадки определяется множителем  $\varphi(A)$  и потому различна для разных лучей. Используя вновь введенную функцию k(N, H), расширим теперь определения 1, 2 концентрации и плотности концентрации пучка на общий случай нестратифицированной среды. При таком подходе основное утверждение теоремы — формула (5) — остается справедливой и в случае нестратифицированной среды.

Для доказательства выберем в лемме в качестве функции f функцию  $z^{(\rho)}(A)$ , а в качестве  $\varphi$  — функцию (8). Тогда по лемме в точке  $(z_R, \rho)$ , не лежащей на каустике лучевого пучка (3),

$$\sum_{l} \left| \frac{\varphi(A_l)}{z^{(\rho)}(A_l)} \right| = \lim_{H \to +0} \lim_{h_A \to +0} \frac{kh_A}{H} = |\Re| \lim_{H \to +0} \lim_{N \to +\infty} \frac{k}{HN} = \pi(z_R),$$

что вновь доказывает теорему.

## 2. ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ

Предлагаемый здесь простой алгоритм приближенного вычисления интенсивности (1) поля точечного источника, помещенного в стратифицированную среду, основан на формуле (5) и заключается в аппроксимации плотности концентрации лучей (4) ее допредельным (т. е. соответствующим конечным значениям параметров N и H > 0) выражением

$$I(z_R) \approx \frac{1}{\rho} \left| \Re \right| \frac{k}{NH} \,, \tag{9}$$

где k — число лучей из заданного пучка  $\Re$ , выходящих из источника под углами  $A_m = A_{\min} + mh_A$  и попадающих в малую площадку  $\{z : |z - z_R| \le Hq_R/2\}$ . Предложенный алгоритм отличает, очевидно, исключительная простота реализации. Он особенно выгоден при расчетах вертикальных сечений полей, т. к. позволяет одновременно вычислять интенсивность во всех точках сечения. Его реализация в отличие от стандартного метода геометрической акустики не связана с такой сложной в вычислительном отношении операцией, как численное дифференцирование функции. Алгоритм можно обобщить и на случай нестратифицированной среды. Однако в данном случае он усложняется проверкой попадания каждого луча в окрестность источника, размер которой  $\cos \chi^S H/\cos \chi^R$  зависит от параметров самого луча.

В практических вычислениях высоту площадки *H* следует выбирать с учетом скорости изменения суммарной интенсивности в расчетной точке:

$$H \propto \left| I'(z_R) \right|^{-1}$$
.

В.Г.Бурдуковская и др.

Для типичных океанических волноводов обычно достаточно выбрать  $H \ge 0,01$  км. Шаг изменения угла выхода  $h_A$  выбирается при заданном H из условия  $k \gg 1$ , что равносильно условию

$$|h_A| \ll \left|\frac{H}{z^{(\rho)\prime}(A)}\right|$$

Отсюда, зная, что в реальных океанических волноводах  $|z^{(\rho)\prime}| \approx 10^2$  км/рад, легко сделать оценку необходимого числа расчетных лучей:

$$N \approx \left|\frac{\pi}{h_A}\right| \gg \pi \left|\frac{z^{(\rho)\prime}(A)}{H}\right| \approx 10^3.$$

Указанный алгоритм расчета интенсивности для достижения необходимой точности требует, вообще говоря, неравномерной сетки  $\{A_m\}$ , зависящей от заглубления приемника  $z_R$ . Однако если при расчетах ограничиться внекаустическими областями (где только и верно приближение геометрической акустики), то сетка  $\{A_m\}$  может быть выбрана универсально.

Как и стандартный геометрооптический метод (1), метод (9) приводит в пределе при  $H \to 0$  к неверному бесконечному значению интенсивности в прикаустических областях. Однако при конечном значении вертикальной площадки H величина (9) конечна и, как показано в теореме, при  $N \to \infty$  стремится к усредненному по этой площадке значению интенсивности (1).

Нами проведены сравнительные расчеты интенсивности звукового поля по формулам (1) и (9) для простейшего волновода с билинейным профилем, приведенным в табл. 1.

Сначала расчет интенсивности производился традиционным лучевым методом. Для этого в каждой из 200 точек вертикального сечения  $\rho = 150$  рассчитывались приходящие в нее лучи от источника, расположенного на глубине -0,1. Для найденных таким образом лучей численным дифференцированием находились факторы фокусировки и суммарная интенсивность при некогерентном суммировании полей, приносимых отдельными лучами.

$z, \mathrm{km}$	c(z), км/с	
0,0	$1,\!53$	
-0,2	1,47	
-0.3	1.55	

Затем расчет интенсивности осуществлялся подсчетом числа тех выходящих из источника лучей (при общем числе лучей в пучке  $N = 10^6$ ), которые попадают в малую вертикальную площадку высоты H в 1/200 глубины волновода и с центром в расчетной точке.

На рис. 1, 2 приведены результаты расчетов интенсивности акустического поля: первый соответствует традиционному методу расчета, второй — предлагаемому в настоящем разделе. Видно, что вторая кривая более плавная, так как соответствует усредненному значению интенсивности в окрестности расчетной точки. Заметные различия возникают лишь в окрестности каустик (см. рис. 3), где, строго говоря, оба приближения неприменимы.

### выводы

В работе предложен и математически обоснован метод расчета интенсивности звукового поля в океаническом волноводе, эквивалентный геометроакустическому методу некогерентного суммирования волн. Метод основан на подсчете числа лучей, попадающих в малую вертикальную площадку, помещенную в окрестности приемника, прост в численной реализации и позволяет обойтись без сложной процедуры численного дифференцирования.

При этом для традиционного метода время расчета пропорционально числу расчетных точек сечения, в то время как во втором методе оно определяется лишь числом рассчитываемых лучей N. Это показывает, что данный метод может найти применение при расчетах больших массивов распределения интенсивности акустического поля в океанических средах.

Таблица 1





Рис. 3. Разность результатов расчета интенсивности акустического поля, приведенных на рис. 1 и 2

В.Г.Бурдуковская и др.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

**Лемма.** Пусть функция f(x) непрерывно дифференцируема на отрезке [a, b] и имеет на интервале (a, b) кусочно-непрерывную вторую производную. Пусть далее  $\varphi(x)$  — непрерывная на указанном отрезке положительная функция. Для  $y_0 \in f([a, b])$  и произвольных положительных H, h обозначим k = k(H, h) число точек множества

$$E(H,h) \equiv \{x_m = a + mh, m \in Z : |f(x_m) - y_0| \le H\varphi(x_m)/2\}.$$

Пусть далее

$$E_0 \equiv f^{-1}(y_0), \quad E_1 \equiv \{x \in E_0 \colon f'(x) \neq 0\}, \\ E_2 \equiv \{x \in E_0 \colon f'(x) = 0, \ f''(x) \neq 0\}.$$

Тогда

*a)*  $npu E_1 = E_0$ 

$$\lim_{H \to +0} \lim_{h \to +0} \frac{kh}{H} = \sum_{x \in E_1} \left| \frac{\varphi(x)}{f'(x)} \right|; \tag{10}$$

б) при  $E_2 \neq \emptyset, E_1 \bigcup E_2 = E_0$ 

$$\lim_{h \to +0} \frac{kh}{H} = \sum_{x \in E_2} \sqrt{\left|\frac{\varphi(x)}{f''(x)H}\right|} + o\left(\frac{1}{\sqrt{H}}\right) \quad \text{при } H \to +0,$$
(11)

поэтому

$$\lim_{H \to +0} \lim_{h \to +0} \frac{kh}{H} = +\infty.$$
(12)

**Доказательство.** В силу ограниченности f' прообраз  $E_0$  является конечным множеством  $\{x_1, \ldots, x_n\}$ . Пусть H > 0 настолько мало, что множество E(H, h) распадается на непересекающиеся окрестности (интервалы)  $O_l = (a_l, b_l)$  указанных точек. Пусть  $\Delta_l$  — длина соответствующего интервала  $O_l$ . Очевидно, что при  $h \to +0$ 

$$hk(H,h) - \sum_{l=1}^{n} \triangle_l = O(h)$$

Для любого из интервалов имеем

$$f(b_l) - f(a_l) = H(\varphi(b_l) + \varphi(a_l))/2.$$

В случае (а) по теореме Лагранжа о конечных приращениях  $\left|f'(\hat{\xi}_l) \triangle_l\right| = |H| \varphi(\check{\xi}_l)$  для некоторых средних точек  $\{\hat{\xi}_l, \check{\xi}_l\} \in O_l$ . Поэтому

$$\lim_{h \to 0} \frac{kh}{H} = \lim_{h \to 0} \frac{\sum_{l=1}^n \triangle_l + O(h)}{H} = \sum_{l=1}^n \frac{\triangle_l}{H} = \sum_{l=1}^n \left| \frac{\varphi(\check{\xi}_l)}{f'(\hat{\xi}_l)} \right|.$$

Переходя здесь к пределу при  $H \to 0$  (с учетом того, что  $\{\check{\xi}_l, \hat{\xi}_l\} \to x_l \forall l$ ), получаем (10).

В случае (б) используем разложение функции по формуле Тейлора в окрестности точек  $x \in E_2$ . Имеем для любой такой точки  $x_l$  в ее окрестности

$$f(x_l + \xi) = y_0 + \frac{1}{2} f''(x_l)\xi^2 + o\left(\xi^2\right).$$
  
B. Г. Бурдуковская и др. 1179

Поэтому при  $H\to +0$ 

$$\frac{H\varphi(x_l)}{2} = \left| f\left( \pm \frac{\Delta_l}{2} + o(\Delta_l) \right) - y_0 \right| = \left| \frac{1}{2} f''(x_l) \frac{\Delta_l^2}{4} + o\left(\Delta_l^2\right) \right|,$$
$$\Delta_l = \sqrt{\left| \frac{H\varphi(x_l)}{f''(x_l)} \right|} + o\left(\sqrt{H}\right),$$
$$\lim_{h \to 0} \left| \frac{kh}{H} \right| = \lim_{h \to 0} \left| \frac{\sum_{l=1}^n \Delta_l + O(h)}{H} \right| = \sum_{l=1}^n \left| \frac{\Delta_l}{H} \right| = \sum_l \sqrt{\left| \frac{\varphi(x_l)}{f''(x_l)H} \right|} + o\left(\frac{1}{\sqrt{H}}\right)$$

Лемма доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.
- 2. Абросимов Д. И., Долин Л. С. // Акуст. журн. 1981. Т. 27, вып. 6. С. 808.
- 3. Пискарев А. Л. // Акуст. журн. 1989. Т. 35, вып. 4. С. 724.
- 4. Абросимов Д. И. Пределы применимости метода некогерентной лучевой акустики: Препринт ИПФ РАН № 472. Н. Новгород, 1998.

 <sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, г. Н. Новгород, Россия
 <sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 7 апреля 1999 г.

# ON THE FOUNDATION OF AN ALGORITHM FOR CALCULATION OF ACOUSTIC FIELD INTENSITY

V. G. Burdukovskaya, I. P. Smirnov, and A. I. Khil'ko

We propose and prove mathematically an algorithm for calculating the intensity of the acoustic field of a point monochromatic source in an inhomogeneous medium. The proposed algorithm is based on the introduced term of the ray-beam concentration. Comparative calculations using the proposed and previously known algorithms are performed.

В.Г.Бурдуковская и др.

## УДК 621.396.677

# СИНТЕЗ НУЛЕЙ В ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ РЕШЕТКИ ПЛОСКИХ ВОЛНОВОДОВ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ВСТАВКАМИ

Б. Д. Мануилов, П. Н. Башлы, В. М. Шабловский

Предложены аналитические способы формирования нулей в диаграмме направленности решетки изотропных элементов, основанные на корректировке токов в отдельных элементах. Показана возможность применения предложенных способов для формирования нуля в диаграмме направленности решетки излучателей с неидентичными комплексными диаграммами. Приводятся результаты численного эксперимента фазового и амплитудно-фазового синтеза нуля в диаграмме направленности решетки плоских волноводов с диэлектрическими вставками, возбуждаемых волной  $H_1$ . Обсуждается механизм влияния высших (не распространяющихся во вставках) волн на поле излучения. Анализируется глубина формируемых нулей в зависимости от числа учитываемых типов волн.

## введение

Одной из актуальных проблем теории антенн является разработка методов синтеза нулей в диаграммах направленности (ДН) антенных решеток (АР)[1–5]. Практически все известные методы формирования нулей в ДН АР используют допущение, что ДН антенных элементов являются идентичными и изотропными [1]. В то же время при использовании реальных излучателей, обладающих конечной протяженностью и электродинамически связанных между собой, задача формирования глубоких нулей в ДН АР существенно усложняется.

Целью работы является анализ влияния неидентичности парциальных ДН излучателей, обусловленной электродинамическими эффектами их взаимовлияния, на глубину формируемых нулей в ДН АР. При этом, в частности, представляет интерес выяснение роли высших типов волн в излучателях, в качестве которых в статье рассматриваются плоские волноводы со вставками, возбуждаемые волнами  $H_1$ . Упомянутый анализ наглядней всего провести с помощью простых аналитических методов фазового и амплитудно-фазового синтеза нулей, основанных на корректировке токов в отдельных излучателях [5].

## 1. ПРОСТЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА НУЛЕЙ В ДН РЕШЕТКИ ИЗОТРОПНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Рассмотрим *N*-элементную линейную AP изотропных излучателей, размещенных с шагом  $y_0$ . Выделим на краях данной AP две подрешетки, общее число элементов 2K в которых достаточно для формирования нуля в результирующей ДН. Обозначим через  $f_0(\Theta)$ ,  $f_{\pi}(\Theta)$ ,  $f_{np}(\Theta)$  ненормированные ДН соответственно основной части AP, левой и правой подрешеток, сфазированных в направлении  $\Theta_0$  (т. е. без фазовых поправок). Здесь  $\Theta$  — угол, отсчитываемый от нормали к оси решетки.

Если в k-ые (расположенные симметрично относительно центра решетки) элементы подрешеток ввести с противоположными знаками фазовые поправки  $\Delta \Psi_k$  так, чтобы выровнять фазы элементов в подрешетках, то из условия равенства нулю суммарной ДН в направлении помехи  $\Theta_{\Pi}$  несложно получить

$$\Delta \Psi_k = \pm \left\{ \arccos\left[ -\frac{1}{2K} f_0(\Theta_{\Pi}) \right] - \frac{1}{2} \left( N - 2k + 1 \right) u(\Theta_{\Pi}) \right\},\tag{1}$$

где  $u(\Theta_n) = 0.5y_0 (\sin \Theta_n - \sin \Theta_0)$ . Здесь и ниже размерные величины выражены в радианах. Знак плюс в (1) соответствует элементам правой подрешетки, а знак минус — левой.

Внесение фазовых поправок с разными знаками в элементы подрешеток нарушает симметрию исходного фазового распределения, из-за чего в синтезированной ДН появляется смещение главного максимума от заданного направления. По этой причине представляет интерес случай, когда фазовые поправки  $\Delta \Psi_k$ , вводимые во все элементы обеих подрешеток, имеют одинаковый знак. В этом случае компенсирующая ДН (сумма ДН левой и правой подрешеток) становится комплексной.

Из условия равенства нулю амплитудной ДН решетки в направлении  $\Theta_n$ , полагая  $\Delta \Psi_k = \text{const} = \Delta \Psi$ , получим

$$\Delta \Psi = \arccos\left[-\frac{f_0^2(\Theta_{\Pi}) + f_{\kappa p0}^2(\Theta_{\Pi})}{2f_0(\Theta_{\Pi})f_{\kappa p0}(\Theta_{\Pi})}\right],\tag{2}$$

где

$$f_{\mathrm{K}\mathrm{P}0}(\Theta_{\mathrm{I}}) = f_{\mathrm{I}}(\Theta_{\mathrm{I}}) + f_{\mathrm{I}\mathrm{P}}(\Theta_{\mathrm{I}}) = 2\sum_{k=1}^{K} \cos\left(\frac{1}{2}\left(N - 2k + 1\right)u(\Theta_{\mathrm{I}})\right).$$

Видно, что выражение в скобках в правой части (2) всегда больше либо равно 1. Из этого следует, что  $\Delta \Psi$  является комлексной величиной, т.е. для формирования нулей в ДН недостаточно корректировки фазы, необходимо внести и амплитудные поправки, величина которых определяется мнимой частью  $\Delta \Psi$ , в соответствующие элементы решетки.

Таким образом, в первом случае (когда  $\Delta \Psi$  — действительная величина) осуществляется фазовый синтез амплитудной и фазовой ДН, а во втором (когда  $\Delta \Psi$  определяется выражением (2)) амплитудно-фазовый синтез амплитудной ДН. Проведенные численные эксперименты подтверждают, что при обеспечении необходимой точности реализации амплитудно-фазового распределения в ДН АР с изотропными элементами в обоих случаях формируются глубокие (много меньше –100 дБ) нули.

Рассмотренные аналитические методы синтеза нулей в ДН решеток изотропных излучателей относительно просто могут быть применены к решеткам плоских волноводов с диэлектрическими вставками, если воспользоваться концепцией парциальных ДН системы, получаемых при возбуждении *n*-го волновода волной единичной амплитуды [6].

## 2. ПАРЦИАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ РЕШЕТКИ ПЛОСКИХ ВОЛНОВОДОВ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ВСТАВКАМИ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ *п*-го волновода волной единичной амплитуды

Положим, что решетка плоских волноводов (шаг решетки  $y_0$ , размер волновода b, высота вставки d, относительные диэлектрические проницаемости материала волноводов и вставок соответственно  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$ ) возбуждается волнами  $H_1$ , имеющими временну́ю зависимость  $\exp(j\omega t)$ . Обозначим комплексные амплитуды волн  $H_m$  в волноводе и вставке с номером n, где m = 1, 2, ..., M, n = 1, 2, ..., N, через  $A_0^{mn}$ ,  $A_1^{mn}$  при движении волны в положительном направлении оси z (продольной оси волновода) и  $B_0^{mn}$ ,  $B_1^{mn}$  — при движении в отрицательном направлении оси z (здесь нижний индекс 0 относится к волноводу, индекс 1 — к вставке).

Математическая модель такой решетки [7] представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которая может быть записана в виде блочных матриц

$$\begin{bmatrix} Y_{1n'}^{1n} & [Y_{1n'}^{2n}] & \dots & [Y_{1n'}^{Mn}] \\ [Y_{2n'}^{1n}] & [Y_{2n'}^{2n}] & \dots & [Y_{2n'}^{Mn}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [Y_{Mn'}^{1n}] & [Y_{Mn'}^{2n}] & \dots & [Y_{Mn'}^{Mn}] \end{bmatrix} \times \begin{vmatrix} [B_0^{1n}] \\ [B_0^{2n}] \\ \dots \\ [B_0^{Mn}] \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} [I^{1n'}] \\ [I^{2n'}] \\ \dots \\ [I^{Mn'}] \end{pmatrix},$$
(3)

Б. Д. Мануилов и др.

где  $[Y^{mn}_{m'n'}]$  — квадратная матрица размерности  $N, |B^{mn}_0\rangle$  — вектор-столбец комплексных амплитуд наведенных в волноводах волн  $H_m, |I^{m'n'}\rangle$  — вектор-столбец возбуждения с элементами

$$[I^{m'n'}] = \sum_{n=1}^{N} A_0^{1n} R_{m'n'}^{1n}, \tag{4}$$

 $n' = 1, 2, \dots, N; m' = 1, 2, \dots, M.$  Детализировать матрицы  $[Y_{m'n'}^{mn}]$  и  $[R_{m'n'}^{1n}]$  не будем из-за их громоздкости.

Парциальная ДН системы, получаемая при возбуждении *n*-го волновода волной единичной амплитуды, имеет вид

$$f_n(\Theta) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left( A_1^{mn} + B_1^{mn} \right) \varphi_{mn}(\Theta),$$
(5)

где  $\varphi_{mn}(\Theta)$  — парциальная диаграмма направленности волновода с номером n на волне  $H_m$ :

$$\varphi_{mn}(\Theta) = \frac{b}{2}\cos\Theta\exp\left(j\frac{1}{2}y_n\sin\Theta\right) \times \left\{\exp(jm\pi/2)\operatorname{sinc}\left(m\pi/2 - \frac{1}{2}b\sin\Theta\right) - \exp(-jm\pi/2)\operatorname{sinc}\left(m\pi/2 + \frac{1}{2}b\sin\Theta\right)\right\}, \quad (6)$$
$$y_n = (n - (N+1)/2)y_0, \quad \operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x.$$

Для определения  $f_n(\Theta)$  необходимо найти поля во вставках. Для этого можно предложить следующий алгоритм.

1. Задать

$$A_0^{m\nu} = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 1 \text{ и } \nu = n \\ 0 & \text{при } m \neq 1 \text{ или } \nu \neq n, \end{cases}$$

где v = 1, 2, ..., N.

2. Задать М.

3. С помощью (4) определить элементы векторастолбца возбуждения  $I^{m'n'}$ .

- 4. Решив систему (3), найти *B*<sub>0</sub><sup>*mn*</sup>.
- 5. Вычислить поля во вставках

$$A_1^{mn} = A_0^{mn} Q^*(m) + B_0^{mn} P(m), \qquad B_1^{mn} = A_0^{mn} P^*(m) + B_0^{mn} Q(m),$$

где

$$Q(m) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\gamma_{0m}}{\gamma_{1m}} \right) \exp(d\left(\gamma_{1m} - \gamma_{0m}\right)), \qquad P(m) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\gamma_{0m}}{\gamma_{1m}} \right) \exp(-d\left(\gamma_{1m} + \gamma_{0m}\right)),$$

 $\gamma_{\tau m} = \sqrt{(m\pi/b)^2 - \varepsilon_{\tau}}, \tau = 0; 1. 3$ наком " \* " обозначены комплексно сопряженные величины.

В качестве примера на рис. 1 приведены амплитудные ДН  $f_n(\Theta)$  рассматриваемой системы с параметрами  $N = 19, y_0 = 1,5\pi, b = 1,2\pi, d = 0,78\pi, \varepsilon_1 = 2,56, \varepsilon_0 = 1$  при возбуждении волной единичной амплитуды отдельно первого и девятнадцатого излучателей. Конструктивные параметры системы выбраны так, чтобы в волноводах и вставках распространялся один тип волн, а различие  $f_n(\Theta)$  было ярко выражено. Расчет выполнен с учетом 9-ти гармоник. Из рис. 1 видно, что парциальные диаграммы направленности решетки плоских волноводов, формируемые при ее возбуждении с отдельных волноводов, неидентичны. Отличие амплитудных ДН в приведенном примере достигает 15 %, а отличие фазовых ДН — 180°.



# 3. СИНТЕЗ НУЛЕЙ В ДН РЕШЕТКИ ПЛОСКИХ ВОЛНОВОДОВ ВО ВСТАВКАМИ

Выразим ДН основной части решетки (ДН решетки, состоящей из N - 2K элементов) и ДН компенсирующих подрешеток без фазовых поправок через парциальные диаграммы системы, получаемые при возбуждении n-го волновода волной единичной амплитуды:

$$f_0(\Theta) = \sum_{n=K+1}^{N-K} \exp\left(-j\frac{1}{2}y_0 n \sin\Theta_0\right) f_n(\Theta),\tag{7}$$

$$f_{\pi}(\Theta) = \sum_{n=1}^{K} f_n(\Theta), \quad f_{\pi p}(\Theta) = \sum_{n=N-K+1}^{N} f_n(\Theta).$$
(8)

Для формирования нуля в направлении  $\Theta_n$  способом, предложенным в [4] необходимо выполнить условие

 $f_0(\Theta_{\rm n}) + f_{\rm n}(\Theta_{\rm n}) \exp\left(-j\Delta\Psi\right) + f_{\rm np}(\Theta_{\rm n}) \exp\left(j\Delta\Psi\right) = 0. \tag{9}$ 

Уравнение (9) является трансцендентным и может быть преобразовано в алгебраическое (квадратное) заменой  $\exp(j\Delta\Psi) = x$ .

Поскольку при произвольном  $\Theta_{\Pi}$  величины  $f_0(\Theta_{\Pi}), f_{\Pi}(\Theta_{\Pi}), f_{\Pi p}(\Theta_{\Pi})$  являются комплексными, фазовый сдвиг  $\Delta \Psi$ , получаемый из решения уравнения (9), также оказывается комплексным. Это означает, что в данном случае в отличие от решетки изотропных излучателей имеет место амплитудно-фазовый синтез нуля ДН.

На рис. 2 приведена синтезированная ДН  $f_{\rm c}(\Theta)$ , формируемая решеткой плоских волноводов со вставками при  $N = 19, y_0 = 1,5\pi, b = 1,2\pi, d = 0,78\pi, \varepsilon_1 = 2,56, \varepsilon_0 = 1, \Theta_0 = -10^\circ, \Theta_{\Pi} = 4^\circ.$  Сплошной линией на рис. 2 изображена ДН, реализуемая при равномерном амплитудном и линейном фазовом возбуждении всех волноводов. Штриховой линией обозначена ДН, формируемая при K = 1 на основе амплитудно-фазового синтеза в соответствии с (9) путем введения поправки  $\Delta \Psi$  с разными знаками в элементы n = 1; 19. При этом  $\Delta \Psi$  имеет две составляющие\*: амплитудную (0,007) и фазовую (159,8°). Уровень формируемого нуля ДН при этом составляет много меньше -100 дБ. Штрих-пунктиром на рис. 2 изображена ДН, формируемая при игнорировании мнимой части  $\Delta \Psi$ , т. е. на основе чисто фазового синтеза нуля (данная кривая практически совпадает со штриховой линией за исключением области в окрестности нуля ДН, см. врезку на рис. 2). В этом случае глубина провала уменьшается до -65 дБ. И, наконец, точечная линия на рис. 2 соответствует ДН, синтезируемой при введении в крайние волноводы фазовых поправок, найденных с помощью выражения (1), соответствующего решетке изотропных излучателей. В данном случае  $\Delta \Psi = 55,63^\circ$ , а глубина формируемого нуля уменьшается до -46,9 дБ. Для более удобного восприятия на рис. 2 приводится увеличенный фрагмент синтезированных ДН в области формируемых нулей. Анализ приведенных на рис. 2 диаграмм позволяет констатировать, что при синтезировании нулей рассмотренными способами коэффициент направленного действия (КНД) уменьшается примерно на 2 дБ, ширина луча увеличивается на 25 %, а его относительное смещение достигает 10 % от ширины главного максимума ДН по уровню половинной мощности.

Смещение главного максимума ДН полностью устраняется, как показывают расчеты, при амплитуднофазовом синтезе нуля путем введения в элементы решетки поправок с одинаковым знаком. При этом амплитуда  $\Delta \Psi$  равна 0,69, а фаза — 183,01°. Однако в данном случае, помимо глубокого нуля (много меньше –100 дБ) в требуемом направлении  $\Theta_{\Pi} = 4^{\circ}$ , формируется такой же нуль в направлении  $\Theta \approx -24.7^{\circ}$ , которое является симметричным направлению  $\Theta_{\Pi}$  относительно главного максимума ДН

<sup>\*</sup>Из двух корней квадратного уравнения здесь и далее выбирался тот, который обеспечивал бо́льшую глубину формируемого нуля.

по обобщенной координате. Это приводит к дополнительному снижению КНД на 1,1 дБ и расширению луча еще на 15 %.

Для чисто фазового синтеза глубоких нулей в ДН решетки неидентичных излучателей способ [4] должен быть модифицирован. Необходимые две степени свободы могут быть получены, если в элементы левой подрешетки вводить фазовый сдвиг  $\Delta \Psi_{n}$ , а в элементы правой — сдвиг  $\Delta \Psi_{np}$ . В таком случае условие формирования нуля в направлении  $\Theta_{n}$  принимает вид.

$$f_0(\Theta_{\Pi}) + f_{\Pi}(\Theta_{\Pi}) \exp\left(j\Delta\Psi_{\Pi}\right) + f_{\Pi P}(\Theta_{\Pi}) \exp\left(j\Delta\Psi_{\Pi P}\right) = 0.$$
(10)

Для определения  $\Delta \Psi_{n}$  и  $\Delta \Psi_{np}$  необходимо приравнять к нулю реальную и мнимую части (10), возвести их в квадрат и сложить, получив связь между аргументами компенсирующих диаграмм. Используя полученную связь, можно исключить в трансцендентном уравнении (10) для реальных частей аргумент одной из компенсирующих ДН (например, ДН правой подрешетки). Сделав замену переменной

$$x = \cos\left(\arg[f_{\pi}(\Theta_{\pi})] + \Delta\Psi_{\pi}\right),\tag{11}$$

группируя определенным образом слагаемые и возводя обе части уравнения в квадрат, получим квадратное уравнение

$$x^{2} |f_{0}(\Theta_{\Pi})|^{2} - 2x \left( |f_{\Pi}(\Theta_{\Pi})| + |f_{\Pi p}(\Theta_{\Pi})| \cos \alpha \right) |f_{0}(\Theta_{\Pi})| \cos \Psi_{0} + |f_{0}(\Theta_{\Pi})|^{2} \cos^{2} \Psi_{0} - |f_{\Pi p}(\Theta_{\Pi})|^{2} \sin^{2} \alpha = 0,$$
(12)

где

$$\alpha = \arg[f_{\pi}(\Theta_{\pi})] + \Delta \Psi_{\pi} - \arg[f_{\pi p}(\Theta_{\pi})] - \Delta \Psi_{\pi p}, \quad \Psi_{0} = \arg[f_{0}(\Theta_{\pi})].$$
(13)

По найденному из (12) значению x, используя (11) и (13), находим  $\Delta \Psi_{\pi}$  и  $\Delta \Psi_{\text{пр}}$ .

Очевидно, что при фазовом синтезе нуля, как и в случае амплитудно-фазового синтеза, потенциальная глубина формируемого нуля определяется точностью электродинамической модели излучающей системы. В свою очередь, упомянутая точность определяется числом *M* гармоник, учитываемых в волноводах и вставке (погрешности реализации конструкции AP и амплитудно-фазового распределения здесь не учитываются).



На рис. 3 и в табл. 1 приведены результаты численного эксперимента, учитывающего зависимость глубины нуля, формируемого при фазовом синтезе в соответствии с соотношениями (10)–(13), от числа M гармоник, учитываемых при расчете  $f_0(\Theta_n)$ ,  $f_{\pi}(\Theta_n)$  и  $f_{np}(\Theta_n)$ , используемых при вычислении фазовых поправок. Найденные при том или ином M фазовые поправки  $\Delta \Psi_{\pi}$  и  $\Delta \Psi_{np}$  подставлялись в

"точную" электродинамическую модель системы, в качестве которой принималось выражение (3) при M = 9. Параметры системы были выбраны те же, что и для рис. 2. Сплошной линией на рис. 3, как и на рис. 2, изображена ДН, реализующаяся при равномерном амплитудном и линейном фазовом возбуждении всех волноводов. Пунктиром на рис. 3 изображена ДН, синтезируемая в случае, когда при вычислении фазовых поправок учитывалась только волна  $H_1 (M = 1)$ . Штриховой линией обозначена ДН, синтезируемая при учете волн  $H_1, \ldots, H_9 M = 9$ . Из рис. 3 видно, что ДН, синтезированные при M = 1 и M = 9, отличаются незначительно при всех  $\Theta$  за исключением направления формируемого нуля.

М	$\Delta \Psi_{ extsf{n}},$ град	$\Delta \Psi_{ m np},$ град	$f_{ m c}(\Theta_{ m \pi}),$ дБ
0	$-55,\!63$	55,63	-46,9
1	$-49,\!84$	62,90	-66,7
3	$-49,\!18$	63,62	-82,1
5	$-49,\!10$	63,66	-90,5
7	$-49,\!07$	63,67	-99,7
9	$-49,\!05$	63,67	-150

Таблица 1

При формировании нуля данным способом снижение КНД составляет всего 0,4 дБ, луч расширяется только на 7 %, относительное же смещение главного максимума ДН, как и в способе [4], достигает 10 %.

Значения фазовых поправок  $\Delta \Psi_{n}$  и  $\Delta \Psi_{np}$  для  $1 \leq M \leq 9$  и соответствующая глубина формируемых нулей в синтезируемой диаграмме  $f_{\rm c}(\Theta_{\rm n})$ приведены в табл. 1. В строке M = 0 таблицы приведены результаты для случая, когда фазовые поправки вычислялись с помощью выра-

жения (1) для решетки изотропных излучателей.

Анализ приведенных в таблице результатов позволяет констатировать, что полное игнорирование электродинамических эффектов, вызывающих неидентичность ДН плоских волноводов с диэлектрическими вставками (см. строку M = 0), ограничивает глубину синтезируемых в ДН нулей величиной порядка -40 дБ. Учет эффектов, обусловленных основным типом волн (M = 1), дает возможность увеличить глубину формируемого нуля примерно до -60 дБ. Для получения же потенциального уровня нуля -100 дБ и меньше (о такой глубине синтезируемых нулей идет речь в работе [2]) необходимо учитывать не менее 9 типов волн. Заметим, что реальная глубина нулей определяется дискретностью фазовращателей. Так, в рассматриваемом примере при M = 9 в случае применения в основной АР четырехразрядных, а в компенсирующих подрешетках шестиразрядных фазовращателей глубина нуля уменьшается до -54 дБ.



Анализируя влияние высших типов волн на глубину синтезируемых нулей, следует выделить два механизма. Во-первых, учет высших типов волн при решении системы линейных алгебраических уравнений (3) уточняет комплексные амплитуды волн основного типа в волноводах и вставках. Вовторых, высшие (нераспространяющиеся во вставках) типы волн дают непосредственный вклад в поле излучения. Это следует из рис. 4, на котором представлены взвешенные парциальные ДН  $f_m(\Theta)$  одиночного волновода на волне  $H_m$  при b = $1,2\pi, d = 0,78\pi, \varepsilon_1 = 2,56, \varepsilon_0 = 1$ , возбужденного

волной  $H_1$ , нормированные к максимуму  $f_1(\Theta)$ . Расчет проводился по формуле

$$f_m(\Theta) = (A_1^m + B_1^m) \,\varphi_m(\Theta),$$

где  $\varphi_m(\Theta)$  — парциальная диаграмма волновода на волне  $H_m$ , определяемая выражением (6) при

 $y_n = 0$ . Из рис. 4 видно, что излучение волн  $H_3, \ldots, H_9$  в рассматриваемом случае достигает уровней  $-(35 \div 60)$  дБ.

## выводы

Простые аналитические методы фазового и амплитудно-фазового синтеза нулей в ДН [5], разработанные для решеток изотропных излучателей и основанные на выделении на краях АР двух компенсирующих подрешеток и введении в них одинаковых по величине фазовых поправок с различными либо одинаковыми знаками, не обеспечивают формирования глубоких нулей в ДН решеток с реальными излучателями.

Предложенная модификация упомянутых методов применительно к решеткам излучателей с неидентичными комплексными ДН основана на концепции парциальных диаграмм системы, возбуждаемой по отдельному входу волной единичной амплитуды.

На примере решетки плоских волноводов с диэлектрическими вставками продемонстрирована работоспособность предложенных методов фазового и амплитудно-фазового синтеза нулей в ДН, выявлена потенциальная глубина формируемых нулей в зависимости от числа учитываемых типов волн в волноводах и вставках. Учет основного типа волн в одномодовых вставках обеспечивает потенциальную глубину нулей около –60 дБ. Для достижения потенциального уровня нуля меньше –100 дБ необходимо учитывать девять гармоник. В то же время применение в данном случае алгоритма фазового синтеза (1), разработанного для решетки изотропных излучателей, ограничивает глубину формируемого нуля величиной порядка –40 дБ.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кашин В.А. // Зарубежная радиоэлектроника: Успехи современной радиоэлектроники. 1997. № 1. С. 47.
- 2. Хзмалян А. Д., Кондратьев А. С. // Радиотехника. 1996. № 2. С. 65.
- 3. Хзмалян А. Д., Кондратьев А. С. // РЭ. 1996. Т. 4, № 3. С. 284.
- 4. Патент РФ № 2123743. Способ формирования нуля диаграммы направленности фазированной антенной решетки / Мануилов Б. Д., Башлы П. Н., Гладушенко С. Г. / 20.12.98; Бюл. № 35.
- 5. Manuilov B.D., Bashly P.N., Gladushenko S.G. // Proc. of the XXVIII Moskow International Conference on Antenna Theory and Technology. M., 1998. P. 350.
- 6. Свешников А. Г., Ильинский А. С. // ДАН СССР. 1972. Т. 204, № 5. С. 1077.
- Мануилов Б. Д., Чернышев К. И., Яковенко В. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 1. С. 98.

Ростовское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск, г. Ростов-на-Дону, Россия Поступила в редакцию 2 февраля 1999 г.

# SYNTHESIS OF ZEROES OF THE ANGULAR PATTERN OF THE PLAIN-WAVEGUIDE ARRAY WITH DIELECTRIC INSERTS

# B. D. Manuilov, P. N. Bashly, and V. M. Shablovsky

We propose analytical methods for synthesis of zeroes of the angular pattern of an isotropic-element array. The methods are based on the correction of the currents in the array elements. It is shown that the proposed methods can be applied to synthesizing the zero of the angular pattern of an array comprising emitters with nonidentical complex patterns. We present the results of the numerical simulation of the phase and amplitude-phase synthesis of the zero of the plain-waveguide array with dielectric inserts fed by the  $H_1$  wave. The mechanism of the influence of higher waves, which are nonpropagating with respect to the inserts, on the radiation field is discussed. We analyze the depth of the synthesized zeroes as a function of the number of the types of waves taken into account.

1197

## УДК 537.311

# ОБ УМНОЖЕНИИ ЧАСТОТЫ ВОЛН МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ ВЮРЦИТОВОЙ СИММЕТРИИ

# П. Х. Мусаев, А. К. Амонов

В работе получено выражение для третьей гармоники тока в полупроводнике вюрцитовой симметрии при воздействии гармонического электрического поля. Показано, что на образце размером 0,1 см при приложении переменного внешнего напряжения амплитудой 0,1 вольт будет генерироваться напряжение с утроенной частотой и с амплитудой около 3 мВ.

При кинетическом описании динамики электронов в полупроводниках при наличии сильных электрических полей могут появляться особенности, связанные с зонной структурой полупроводника, важные для понимания деталей описания. Указанные особенности могут быть использованы в спектроскопии и технических приложениях (умножение частоты, детектирование и т. п.)

На примере решетки типа вюрцита (CdS, CdSe, ZnO, ZnS) показано, что наряду с обычной зонной структурой, при которой экстремум энергии достигается в изолированных точках  $\vec{k}$ -пространства, а изоэнергетические поверхности вблизи экстремума топологически эквивалентны сферам, в полупроводниках возможен и другой тип зонной структуры, при котором экстремум достигается на окружности, а изоэнергетические поверхности тороидальны [1]. Причиной возникновения такой зонной структуры является спин-орбитальное взаимодействие, которое приводит к смещению экстремума зоны с оси симметрии на окружность (петлю экстремумов). Пикусом [2] показано, что петля экстремумов может реализоваться также в InSb при деформации кристалла вдоль оси (100).

Закон дисперсии электронов в кристаллах типа вюрцита с энергиями, близкими к экстремальной, имеет вид [1]

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\hbar^2 (k_\perp \mp k_{\perp 0})^2}{2m_\perp} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z}.$$
 (1)

Здесь  $\varepsilon_{1,2}$  — ветви энергетического спектра электронов,  $k_z$ ,  $k_\perp$  — составляющие волнового вектора  $\vec{k}$  соответственно вдоль оси симметрии и в перпендикулярной ей плоскости xy ( $k_\perp = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ),  $k_{\perp 0}$  — радиус петли экстремума энергетической зоны в  $\vec{k}$ -пространстве,  $\hbar^2 k_{\perp 0}^2/(2m_\perp) = \Delta$  — глубина петли экстремумов,  $m_z$  и  $m_\perp$  — соответственно продольная и поперечная (по отношению к оси симметрии) масса электрона. При энергии носителей, меньшей  $\Delta$  (но большей нуля), существует только одна ветвь энергетического спектра  $\varepsilon_1$  (верхний знак в (1)).

Уже в силу резкого отличия этого закона дисперсии от обычного, соответствующего сферической геометрии поверхности постоянной энергии, ясно, что свойства таких полупроводников должны резко отличаться от обычных и обладать рядом интересных особенностей.

Дополнительные возможности исследования закона дисперсии электронов в полупроводниках появляются при использовании переменных электрических полей  $\vec{E}(t)$ . Эти возможности заключаются в анализе особенностей тока в полупроводнике, проявляющихся благодаря зависимости эффективной массы носителя от его импульса. Импульс носителя в переменном электрическом поле зависит от времени, что приводит к существенным отличиям временной зависимости тока по сравнению с соответствующей зависимостью от  $\vec{E}(t)$  при несферическом или непараболическом законе дисперсии [3, 4]. Действительно, согласно закону дисперсии Кейна, электрическое поле

$$E(t) = E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t}$$
П. Х. Мусаев, А. К. Амонов

приводит к появлению в токе составляющих на комбинационных частотах, например, вида

$$j_0 e^{i(2\omega_1 - \omega_2)t}.$$

По-видимому, впервые это было обнаружено в экспериментах [5, 6] при воздействии излучения CO<sub>2</sub>лазера на образцы InSb *n*-типа.

Целью настоящей работы является исследование особенностей временной зависимости тока в полупроводнике с законом дисперсии  $\varepsilon_1$  при воздействии гармонического электрического поля (в дальнейшем мы будем опускать индекс, указывающий номер ветви энергетического спектра). Речь фактически идет об использовании методов нелинейной спектроскопии, разработанных в связи с созданием лазеров.

Исследуем динамическую нелинейность, обусловленную законом дисперсии  $\varepsilon$ . При этом плотность тока  $\jmath$  может быть вычислена, если известна функция распределения  $f(\vec{p})$  электронов по импульсу  $\vec{p}$ [7]:

$$j = \frac{2e}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{\partial \varepsilon \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)}{\partial \vec{p}} f(\vec{p}) \,\mathrm{d}\vec{p},\tag{2}$$

где  $\vec{A}$  — вектор-потенциал электромагнитного поля,  $\vec{P}$  — канонический импульс, e — заряд электрона, c — скорость света. Отметим, что это соотношение применяется для отыскания линейных кинетических коэффициентов.

В методе Генкина—Медниса [4] показано, что вычисление плотности тока по формуле (2) справедливо в произвольном порядке теории возмущений по электрическому полю пока применимо однозонное приближение. Это значит, что небольшое число q удерживаемых членов в разложении плотности тока в ряд по степеням величины электрического поля должно быть меньше, чем отношение частоты  $\omega_{\rm M}$  межзонных переходов к частоте  $\omega$  поля. Таким образом, частота  $\omega$  должна быть достаточно низкой. С другой стороны, здесь мы не учитываем эволюцию функции распределения за счет столкновений. Условиями справедливости такого приближения являются малость частоты столкновений  $\nu$  ( $\nu \ll \omega$ ) и кратковременность воздействия поля (во избежании разогрева полупроводника), причем последнее ограничение не очень существенно. Вопросы, связанные со столкновениями, более детально будут рассмотрены в другом месте.

Как известно [8, 9], функция распределения электронов при наличии переменного электрического поля во многих случаях может быть выбрана в виде термодинамически равновесной, но с другой электронной температурой. Вычислим ток, который возникает в полупроводнике под действием гармонического поля, полагая  $f(\vec{p})$  в (2) максвелловским распределением с некоторой эффективной электронной температурой  $T_3$ . Диапазон частот, в котором справедливо рассмотрение, описывается неравенством

$$\nu \ll \omega \ll \frac{\Delta}{\hbar}.$$
(3)

Полагая электрическое поле поляризованным вдоль оси *x*, для соответствующей компоненты плотности тока получим следующее выражение:

$$j_x = \frac{e^2 E_x}{i\omega m_\perp} n - \frac{e^2 E_x}{i\omega m_\perp} n k_{\perp 0} \left\langle \left( \left( k_x + \frac{e E_x}{i\hbar\omega} \right)^2 + k_y^2 \right)^{-1/2} \right\rangle,$$
(4)

где n — концентрация носителей, а скобки  $\langle ... \rangle$  обозначают усреднение по направлениям  $\vec{k}_{\perp}$ . В записи этого соотношения использована следующая связь гармонического поля и вектор-потенциала:  $\vec{E} = -\vec{A}/c$ , где  $\vec{A} = \vec{A}_0 e^{i\omega t}$ , т. е.

$$\vec{E} = -i\omega \vec{A} e^{i\omega t} / c = \vec{E}_0 e^{i\omega t}.$$

П. Х. Мусаев, А. К. Амонов

Электрическое поле считается пространственно однородным. Кроме того, предполагается, что функция распределения  $f(\vec{p}) \sim 0$  при  $k_{\perp} \geq k_{\perp 0}$ . Будем также считать, что выполняется условие

$$k_{\rm B}T_{
m s} \ll \Delta,$$
 (5)

где  $k_{\rm B}$  — постоянная Больцмана.

Рассмотрим случай относительно малых полей\*, когда  $\left|\frac{e}{i\omega\hbar}E_x\right|\ll k_{\perp 0}$ . В этом случае (4) приводится к виду

$$j_x = \frac{e^2 E_x}{i\omega m_\perp} E_x \left\{ 1 - k_{\perp 0} \left\langle \frac{1}{k_\perp} \right\rangle + \frac{1}{2} \left( \frac{e E_x}{\hbar \omega} \right)^2 k_{\perp 0} \left\langle \frac{2k_x^2 - k_y^2}{k_\perp^5} \right\rangle \right\}.$$
(6)

При усреднении в выражении (6) перейдем от декартовой системы координат к цилиндрической. В силу условия (5) основной вклад в ток связан с множителями

$$(k_{\perp} - k_{\perp 0})^2 < \frac{2m_{\perp}k_{\rm B}T_{\rm 9}}{\hbar^2} \ll k_{\perp 0}^2.$$
<sup>(7)</sup>

В приближении (5) и (7) усреднения в (6) имеют вид

$$\left\langle \frac{1}{k_{\perp}} \right\rangle = \frac{1}{k_{\perp 0}} \left[ 1 - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{k_{\rm B} T_{\rm g}}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_{\rm B} T_{\rm g}}\right) \right],\tag{8}$$

$$\left\langle \frac{k_x^2}{k_\perp^5} \right\rangle = \left\langle \frac{k_y^2}{k_\perp^5} \right\rangle = \frac{1}{2k_{\perp 0}^2} \left[ 1 - \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{k_{\rm B}T_{\rm 9}}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_{\rm B}T_{\rm 9}}\right) \right]. \tag{9}$$

С учетом (8) и (9) плотность тока (6) принимает вид

$$j_x = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{e^2 n}{i\omega m_\perp} \sqrt{\frac{k_{\rm B} T_{\rm y}}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_{\rm B} T_{\rm y}}\right) E_x + \frac{e^4 n}{i\hbar^2 \omega^3 m_\perp k_{\perp 0}^2} E_x^3. \tag{10}$$

Выражение (10) для плотности тока может быть переписано в виде

$$j_x = \sigma E_0 e^{i\omega t} + \sigma \frac{E_0^2}{E_*^2} E_0 e^{i3\omega t}.$$
 (11)

Из (11) видно, что найденная плотность тока содержит две фурье-гармоники: одну с частотой поля  $\omega$  (первое слагаемое), а вторую с утроенной частотой  $3\omega$  (второе слагаемое). Здесь

$$E_*^2 = \frac{\omega^2 m_\perp}{\sqrt{\pi}e^2} \sqrt{\Delta k_{\rm B} T_{\mathfrak{s}}} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_{\rm B} T}\right), \quad \sigma = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{e^2 n}{i\omega m_\perp} \sqrt{\frac{k_{\rm B} T_{\mathfrak{s}}}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_{\rm B} T_{\mathfrak{s}}}\right). \tag{12}$$

Для оценки величины  $E_*$  примем  $\Delta \approx 10^{-4}$  эВ,  $m_{\perp} \approx 10^{-27}$  г,  $k_{\rm B}T_{\rm 3} \approx \Delta/2$ , тогда для  $E_*$  получаем значение около 10 В/см.

Таким образом, если приложить переменное внешнее напряжение с амплитудой 0,1 В к образцу размером 0,1 см, амплитуда напряжения с утроенной частотой, генерируемого на образце, составит приблизительно 3 мВ. Для наблюдения рассмотренного эффекта можно использовать излучение в диапазона циклических частот  $4 \cdot 10^{11} \div 5 \cdot 10^{12}$  рад/с (соответствующем диапазону длин волн  $\lambda \approx 4 \div 0,5$  мм), поскольку, с одной стороны, давно созданы достаточно мощные генераторы, работающие на таких частотах, а с другой стороны, для регистрации фурье-составляющих излучения в этом диапазоне, обусловленных нелинейным откликом, существуют достаточно чувствительные и надежные способы приема [11, 12].

<sup>\*</sup>В другом предельном случае следует рассматривать ветку  $\varepsilon_2$  в законе дисперсии (1), при этом в (1) следует выбирать нижний знак.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рашба Э.И., Шека В.И. // Физика твердого тела: Сб. статей. 1959. Т.2. С. 162.
- 2. Пикус Г. Е.// ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 1507.
- 3. Шен И. Р. Принципы нелинейной оптики. М., 1989. 558 с.
- Christos Flytranis // Theory of Nonlinear Optical susepti-bilies. Quantum electronics. London, 1975 — V. 1. P. 197.
- 5. Patll C. K. N., Slusher R. E., Fleurry P. A. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17, № 19. P. 1011.
- 6. Wynne J. J. // Phys. Rev. 1969. V. 178, № 3. P. 1295.
- 7. Лифшиц И. М., Азбель М. Я., Каганов М. А. Электронная теория металлов. М., 1970. 415 с.
- 8. Пожела Ю. К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М., 1977. 367 с.
- 9. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., 1970. 384 с.
- 10. Бычков Ю. А., Рашба Э. И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39, вып. 2. С. 66.
- 11. Praderu F., Mysyrovich M. // Proc. of the 10-th Intern. Conf. On Physics of Semicond, Cambridge Mass, 1970. P. 104.
- 12. Белянцев А. М., Генкин В. Н. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 5. С. 763.

Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан Поступила в редакцию 29 января 1999 г.

# ON THE MULTIPLICATION OF MILLIMETER-WAVE FREQUENCY IN SEMICONDUCTORS OF THE WURCITIVE SYMMETRY

P. Kh. Musaev and A. K. Amonov

We derive the expression for the third harmonic of the current that is generated in a wurcitive-symmetry semiconductor under the action of a harmonic electric field. It is shown that the voltage of the amplitude of about 3 mV at the third harmonic can be generated in a sample of the size 0.1 cm under the action of the alternate external voltage of the amplitude 0.1 V.

УДК 621.391

# ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМ МОМЕНТОМ ПОЯВЛЕНИЯ

# А. П. Трифонов, Ю. В. Невежин

Получены максимально правдоподобный и байесовский алгоритмы обнаружения сигнала и измерения момента его появления. Выполнен сравнительный анализ байесовских и максимально правдоподобных алгоритмов. Посредством статистического моделирования на ЭВМ проверена работоспособность синтезированных алгоритмов и установлены границы применимости асимптотических формул для их характеристик.

#### введение

В значительном числе задач статистической радиофизики, лазерного зондирования, оптической связи и оптической обработки информации находят применение алгоритмы приема оптических импульсных сигналов с неизвестными моментами появления [1–3]. Обнаружение оптического импульсного сигнала и оценка момента его появления рассматривались в [2–5] и др. Найдены приближенные выражения для характеристик обнаружения сигнала по методу максимального правдоподобия (МП), а также для характеристик оценки максимального правдоподобия (ОМП) и байесовской оценки (БО) момента появления. Однако известно [2, 3, 6], что оптимальное решение задач обнаружения сигнала и оценки его параметров приводит к соответствующим байесовским алгоритмам (БА). В этой связи вызывает интерес синтез и анализ байесовских алгоритмов обнаружения оптического импульсного сигнала и оценки момента его появления. Ниже показано, что в рамках байесовского подхода [6–8] можно получить достаточно простые и эффективные алгоритмы обнаружения оптического импульсного сигнала и оценки момента его появления.

## 1. ОБНАРУЖЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМ МОМЕНТОМ ПОЯВЛЕНИЯ

Пусть на интервале времени [0, Т] наблюдается реализация  $\pi(t)$  пуассоновского процесса, описывающего поток фотоэлектронов при детектировании оптического импульсного сигнала [1–3]. Интенсивность процесса  $\pi(t)$  обозначим через

$$\rho(t) = \gamma_0 s(t - \lambda_0) + a. \tag{1}$$

Здесь момент появления оптического импульсного сигнала  $\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$  предполагается случайной величиной с априорной плотностью вероятности  $W(\lambda)$ ; a — интенсивность оптического фона,  $s(t) = bf(t/\tau)$  — интенсивность оптического импульсного сигнала,  $b = \sup s(t)$  — максимальная интенсивность сигнала,  $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) dt/b$  — его эквивалентная длительность. Функция  $f(x) \ge 0$  описывает временную зависимость интенсивности обнаруживаемого сигнала и нормирована так, что  $\sup f(x) = 1$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ . Далее полагаем, что момент появления сигнала является неэнергетическим параметром [7]. Это предположение справедливо, если при наличии сигнала он полностью располагается внутри интервала наблюдения [0; T], так что  $S(-\Lambda_1) \approx S(T - \Lambda_2) \approx 0$ . В силу принятой нормировки функции f(x) последнее соотношение выполняется, если  $\tau \ll \Lambda_1$  и  $\tau \ll T - \Lambda_2$ . Индекс "0" в (1) и

далее означает истинное значение соответствующего параметра. Параметр  $\gamma_0$  в (1) является дискретным и принимает два значения:  $\gamma_0 = 0$  (в наблюдаемой реализации  $\pi(t)$  сигнал отсутствует) и  $\gamma_0 = 1$ (в наблюдаемой реализации  $\pi(t)$  сигнал присутствует). Априорные вероятности отсутствия и наличия сигнала известны и равны соответственно  $p_0 = P(\gamma_0 = 0)$  и  $p_1 = P(\gamma_0 = 1) = 1 - p_0$ . По наблюдаемой реализации  $\pi(t)$  необходимо оптимальным образом решить, какое значение принимает параметр  $\gamma$ , т. е. определить, присутствует сигнал или нет.

Логарифм функционала отношения правдоподобия ( $\Phi O\Pi$ ) в данном случае будет зависеть от параметров  $\lambda$  и  $\gamma$  и в соответствии с [2, 3] может быть записан в виде

$$L(\gamma, \lambda) = \int_{0}^{T} \ln[1 + \gamma q f((t - \lambda)/\tau)] d\pi(t) - \gamma \mu q.$$

Здесь q = b/a — отношение сигнал — фон,

$$\mu = a\tau. \tag{2}$$

Оценка  $\hat{\gamma}$  дискретного параметра  $\gamma$  в соответствии с алгоритмом МП может быть найдена как [8]:

$$\hat{\gamma} = \arg \sup_{\gamma} \sup_{\lambda} L(\gamma, \lambda).$$

Учитывая соотношение  $L(\gamma = 0, \lambda) = 0$ , получаем, что МП алгоритм обнаружения оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления заключается в сравнении с нулевым порогом величины абсолютного максимума логарифма  $\Phi$ ОП:

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \text{если sup } L(\lambda) > 0; \\ 0, & \text{если sup } L(\lambda) < 0, \end{cases}$$
(3)

где  $L(\lambda) = L(\gamma = 1, \lambda)$ . Обозначив

$$L_z(\lambda) = \int_0^T \ln[1 + qf((t - \lambda)/\tau)] \,\mathrm{d}\pi(t) \tag{4}$$

— член логарифма ФОП, зависящий от неизвестного момента появления оптического импульсного сигнала, перепишем алгоритм (3) в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sup L_z(\lambda) > q\mu; \\ 0, & \text{если } \sup L_z(\lambda) < q\mu. \end{cases}$$
(5)

Заметим, что вместо алгоритмов (3), (5) можно использовать обобщенный МП алгоритм обнаружения [7], основанный на сравнении величины абсолютного максимума логарифма ФОП с некоторым порогом С:

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \text{если sup } L_z(\lambda) > C; \\ 0, & \text{если sup } L_z(\lambda) < C. \end{cases}$$
(6)

А. П. Трифонов, Ю. В. Невежин

Порог С в (6) может выбираться исходя из различных критериев оптимальности.

На рис. 1 штриховой линией выделена структурная схема МП обнаружителя оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления. Здесь блок 1 обозначает фильтр, согласованный с сигналом  $\ln[1+qf(t/\tau)], 2$  — пиковый детектор, определяющий наибольшее значение сигнала, 3 — пороговое устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала пикового детектора с порогом *C* и выносящее решение о наличии сигнала на входе обнаружителя, если порог превышен, или об отсутствии сигнала, если порог не превышен. Аналогично работам [2, 3] предполагалось, что на вход обнаружи-



теля поступает производная пуассоновского процесса  $\pi'(t)$ , представляющая собой последовательность коротких импульсов. Структурная схема МП обнаружителя является одноканальной по неизвестному параметру и, следовательно, достаточно легко реализуема аппаратно.

Качество обнаружения будем характеризовать средней вероятностью ошибки [7]

$$P_{\rm e} = p_0 \alpha + p_1 \beta, \tag{7}$$

где  $\alpha$  — вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги),  $\beta = \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \beta(\lambda) W(\lambda) d\lambda$  — безусловная вероятность ошибки 2-го рода (пропуска сигнала),  $\beta(\lambda_0)$  — условная вероятность пропуска сигнала, который появляется в момент времени  $\lambda_0$ . В [4] найдены приближенные выражения для вероятностей ошибок

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp\left[-md\exp\left(-u^2/2\right)/(2\pi)\right], & u \ge 0; \\ 1, & u < 0; \end{cases}$$
(8)

$$\beta = \begin{cases} \exp\left[-md\exp\left(-u^2/2\right)/(2\pi)\right] \Phi(u/a-z), & u \ge 0; \\ 0, & u < 0. \end{cases}$$
(9)

Здесь  $u = (C - m_N)/\sigma_N$  — центрированный и нормированный порог,  $m_N = \mu \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qf(x)] dx$ и  $\sigma_N^2 = \mu \int_{-\infty}^{\infty} \ln^2[1 + qf(x)] dx$  — математическое ожидание и дисперсия логарифма ФОП (4) при отсутствии сигнала,

$$m = (\Lambda_2 - \Lambda_1)/\tau, \tag{10}$$

$$d^{2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (d\ln[1 + qf(x)]/dx)^{2} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \ln^{2}[1 + qf(x)] dx},$$
(11)

$$a^{2} = 1 + \frac{q \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln^{2}[1 + qf(x)] dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \ln^{2}[1 + qf(x)] dx},$$
(12)

А. П. Трифонов, Ю. В. Невежин 1203

$$z^{2} = \mu q^{2} \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln[1 + qf(x)] \, \mathrm{d}x\right)^{2}}{\int_{-\infty}^{\infty} [1 + qf(x)] \ln^{2}[1 + qf(x)] \, \mathrm{d}x}$$
(13)

— выходное отношение сигнал—шум [9], а

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-t^2/2) \,\mathrm{d}t$$

— интеграл вероятности [8, 9]. Точность приближенных формул (8), (9) улучшается с увеличением  $\mu$ , u, m и z.

Отметим, что приближенная величина вероятности пропуска оптического импульсного сигнала не зависит от истинного значения неизвестного момента появления. Следовательно, формула (9) позволяет рассчитать приближенное значение безусловной вероятности пропуска сигнала при любой априорной плотности вероятности  $W(\lambda)$  момента появления сигнала.

В качестве критерия оптимальности обнаружения выберем минимальность средней вероятности ошибки (7) и будем находить порог C исходя из этого критерия. Очевидно, что получаемый таким образом порог  $C^* = \arg \inf P_e(C)$  будет зависеть от априорных вероятностей наличия  $p_1$  и отсутствия  $p_0 = 1 - p_1$  оптического импульсного сигнала. Назовем порог  $C^*$  оптимальным, а соответствующий обнаружитель (6) — МП обнаружителем с оптимизированным порогом.

Хорошо известно (см. [7, 8] и др.), что при байесовском подходе оптимальным алгоритмом обнаружения является алгоритм, обеспечивающий минимум среднего риска. Рассмотрим возможность применения классического байесовского подхода к обнаружению оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления. Для синтеза байесовского алгоритма используем простую функцию потерь, у которой стоимости правильных решений принимаются нулевыми, а стоимости ошибок первого и второго рода одинаковы, что соответствует критерию идеального наблюдателя. Тогда оптимальный (байесовский) алгоритм обнаружения оптического импульсного сигнала при априорной плотности вероятности момента появления  $W(\lambda)$  заключается в формировании величины

$$I = \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} W(\lambda) \exp\left[L_z(\lambda)\right] d\lambda \tag{14}$$

и сравнении ее с порогом  $p_0 \exp(\mu q)/p_1$ .

В большинстве задач байесовские обнаружители сигналов с неизвестными параметрами достаточно сложно реализуемы аппаратно: они, как правило, являются многоканальными, причем для полностью оптимальной реализации число каналов должно быть бесконечным [7]. Однако, как следует из (14), одним из немногих исключений является БА обнаружения оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления. Структурная схема такого обнаружителя приведена на рис. 1, из которого следует исключить блок 2. Здесь блок 4 обозначает нелинейный элемент с экспоненциальной характеристикой, 5 — интегратор на интервале времени [ $\Lambda_1, \Lambda_2$ ], а пороговое устройство 3 осуществляет сравнение выходного сигнала интегратора 5 с порогом  $p_0 \exp(\mu q)/p_1$  и выносит решение о наличии сигнала, если порог превышен, или об отсутствии сигнала, если порог не превышен. Из рис. 1 следует, что структурная схема байесовского обнаружителя является одноканальной, однако она несколько сложнее схемы МП обнаружителя.

Рассмотрим характеристики МП обнаружителя оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления. Положим, что временная зависимость интенсивности сигнала описывается кривой Лоренца [1], так что

$$f(x) = 1/(1 + \pi^2 x^2).$$
(15)

А. П. Трифонов, Ю. В. Невежин

Для такой формы интенсивности на рис. 2 представлены зависимости средней вероятности ошибки  $P_{\rm e}$ , соответствующие выражению (7), от отношения сигналфон q при  $p_0 = p_1 = 1/2$ ,  $\mu = 10$ . Сплошные линии соответствуют МП обнаружителю (3), (5), а штриховые — обобщенному МП обнаружителю (6) с оптимизированным порогом  $C^*$ . Кривые 1 на рис. 2 рассчитаны при m = 10, кривые 2 — при m = 50. Сопоставление сплошных и штриховых кривых на рис. 2 показывает, что применение обобщенного МП обнаружителя с оптимизированным порогом существенно повышает эффективность обнаружения оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления, особенно при больших значениях параметра m.



Однако для определения оптимального порога  $C^*$  необходимо знание априорных вероятностей наличия

и отсутствия сигнала. Если эти вероятности неизвестны, то может оказаться целесообразным применение МП обнаружителя (3), (5).

Теоретический анализ БА обнаружения выполнить не удается. Кроме того, приведенные выше выражения (8), (9) для вероятностей ошибок МП обнаружителя являются лишь асимптотически точными при больших значениях параметров  $\mu$ , u, m, z. При конечных значениях этих параметров определить погрешности приближенных формул аналитическими методами пока не представляется возможным. В связи с этим исследование работотоспособности байесовского и МП обнаружителей, а также определение границ применимости асимптотических выражений для характеристик МП обнаружителя было выполнено на ЭВМ методами статистического моделирования.

## 2. ОЦЕНКА МОМЕНТА ПОЯВЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим теперь задачу оценки момента появления оптического импульсного сигнала, полагая, что  $p_1 = 1$ . Алгоритм ОМП момента появления [9] состоит в отыскании положения  $\hat{\lambda}$  абсолютного максимума логарифма ФОП (4):

$$\hat{\lambda} = \arg \sup L_z(\lambda), \quad \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2].$$
 (16)

Следовательно, структура МП алгоритма оценивания инвариантна по отношению к априорной плотности вероятности момента появления сигнала  $W(\lambda)$ . Структурная схема МП измерителя момента появления оптического импульсного сигнала выделена на рис. З штриховой линией, где блок 1 обозначает фильтр, согласованный с сигналом  $\ln[1+qf(t/\tau)]$ , 2 — устройство поиска положения абсолютного максимума сигнала, яв-



ляющегося ОМП  $\hat{\lambda}$ , на интервале времени [ $\Lambda_1, \Lambda_2$ ]. Аналогично рис. 1 Предполагалось, что на вход измерителя на рис. 3 поступает производная пуассоновского процесса  $\pi'(t)$ , представляющая собой

А.П.Трифонов, Ю.В.Невежин
последовательность коротких импульсов. Точность оценки будем характеризовать безусловным рассеянием (средним квадратом ошибки) оценки момента появления

$$V(\hat{\lambda}) = \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} V(\hat{\lambda}|\lambda) W(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda,$$

где  $V(\lambda|\lambda_0)$  — условное рассеяние ОМП момента появления оптического импульсного сигнала.

Если описываемый выражением (10) параметр  $m \gg 1$ , то согласно [8, 9] условное рассеяние ОМП (16) определяется приближенной формулой

$$V(\lambda|\lambda_0) = P_0 V_0(\lambda|\lambda_0) + (1 - P_0) \times$$

$$\times [(\Lambda_2^2 + \Lambda_1 \Lambda_2 + \Lambda_1^2)/3 - (\Lambda_1 + \Lambda_2) \lambda_0 + \lambda_0^2],$$
(17)

точность которой возрастает с увеличением *m*. Здесь  $P_0$  — вероятность, а  $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$  — условное рассеяние надежной оценки соответственно. Под надежной понимается такая оценка  $\hat{\lambda}$ , что  $|\hat{\lambda} - \lambda_0| < \tau$  [8, 9]. Воспользовавшись результатами [5], можно записать

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\varpi} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(x - b\sqrt{\mu})^2}{2\varpi^2} - \frac{md}{2\pi} \exp\frac{-x^2}{2}\right] \,\mathrm{d}x,\tag{18}$$

$$V_0(\hat{\lambda}|\lambda) = \tau^2 \left\{ \mu q^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} \right]^2 [1 + qf(x)]^{-1} \mathrm{d}x \right\}^{-1},$$
(19)

где

$$b^{2} = q^{2} \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln[1 + qf(x)] \, \mathrm{d}x\right)^{2}}{\int_{-\infty}^{\infty} \ln^{2}[1 + qf(x)] \, \mathrm{d}x}$$

 $d^2$  определяется из (11), а æ<sup>2</sup> — из (12).

Точность формул (17), (18) возрастает с увеличением параметров  $\mu$ , z и m, описываемых соответственно выражениями (2), (13) и (10), а формулы (19) — с увеличением  $\mu$  и z. Отметим, что в рассматриваемом приближении рассеяние надежной ОМП момента появления (19) совпадает с дисперсией эффективной оценки [2, 3].

Усредняя (17) по параметру  $\lambda_0$ , обладающему априорной плотностью вероятности  $W(\lambda)$ , получаем безусловное рассеяние ОМП (16)

$$V(\hat{\lambda}) = P_0 V_0(\hat{\lambda}) + (1 - P_0) \left\{ (\Lambda_2 - \Lambda_1)^2 / 12 + [\lambda_{\rm pr} - (\Lambda_1 + \Lambda_2) / 2]^2 + D_{\rm pr} \right\}.$$
 (20)

Здесь  $V_0(\hat{\lambda})$  — безусловное рассеяние надежной ОМП, совпадающее с условным рассеянием  $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$  (19), а  $\lambda_{\rm pr}$  и  $D_{\rm pr}$  — априорные среднее значение и дисперсия момента появления соответственно.

На рис. 4 сплошными линиями нанесены зависимости условного рассеяния (17)  $\tilde{V}_c(q) = 12 \times \times V(\hat{\lambda}|\lambda_0)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$  ОМП  $\hat{\lambda}$  с учетом аномальных ошибок, зависящих от отношения сигнал—фон q, при  $\lambda_0 = (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$  для временной зависимости интенсивности оптического сигнала (15) и  $\mu = 10$ . На рис. 5 сплошными линиями изображены аналогичные зависимости нормированного безусловного

рассеяния (20)  $\tilde{V}_n(q) = 6V(\lambda)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$ , рассчитанные для равномерной априорной плотности вероятности момента появления оптического импульсного сигнала

$$W(\lambda) = \begin{cases} 1/(\Lambda_2 - \Lambda_1), & \Lambda_1 \le \lambda \le \Lambda_2; \\ 0, & \lambda < \Lambda_1, \lambda > \Lambda_2. \end{cases}$$
(21)



Штрих-пунктирными линиями на рис. 4, 5 показаны соответствующие зависимости нормированного условного  $\tilde{V}_{0c}(q) = 12V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$  и безусловного  $\tilde{V}_{0n}(q) = 6V_0(\hat{\lambda})/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$  рассеяния (19) надежной ОМП. Кривые 1 на рис. 4, 5 соответствуют m = 10, кривые 2 — m = 50. Сопоставление сплошных и штрих-пунктирных кривых на рис. 4, 5 показывает, что при недостаточно больших значениях отношения сигнал—шум (13) существенную роль начинают играть пороговые эффекты, связанные с относительно частым появлением аномальных ошибок. Вследствие этого условное  $V(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ (17) и безусловное  $V(\hat{\lambda})$  (20) рассеяния ОМП  $\hat{\lambda}$  резко возрастают по сравнению с соответствующим условным  $V_0(\lambda|\lambda_0)$  и безусловным  $V_0(\hat{\lambda})$  рассеянием (19) надежной ОМП  $\hat{\lambda}$  (дисперсией эффективной оценки). Значит, точность ОМП момента появления оптического импульсного сигнала существенно ухудшается. Сопоставляя на рис. 4, 5 сплошные кривые 1 и 2, видим, что с ростом параметра m влияние аномальных ошибок возрастает. Так, согласно рис. 5, если при m = 10 пороговые эффекты пренебрежимо малы, когда  $q \gtrsim 4,5$ , то при m = 50 ими можно пренебречь лишь для  $q \gtrsim 6$ .

Байесовский алгоритм оценки момента появления при квадратичной функции потерь минимизирует безусловный средний квадрат ошибки (рассеяние) оценки. Согласно [6, 8, 9] БО момента появления оптического импульсного сигнала записывается в виде

$$\lambda_{\rm B} = \frac{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \lambda W(\lambda) \exp[L_z(\lambda)] \,\mathrm{d}\lambda}{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} W(\lambda) \exp[L_z(\lambda)] \,\mathrm{d}\lambda},\tag{22}$$

где  $L_z(\lambda)$  определяется из (4), а  $W(\lambda)$  — априорная плотность вероятности параметра  $\lambda_0$ .

В большинстве случаев байесовские измерители параметров сигнала достаточно сложно реализуемы аппаратно. Они, как правило, являются многоканальными, причем для полностью оптимальной реализации число каналов должно быть бесконечным [8, 9]. Однако, как следует из работы [6] и выражения (22), одним из немногих исключений является байесовский измеритель момента появления

импульсного сигнала. Это существенно облегчает аппаратную реализацию БА оценки, структурная схема которого приведена на рис. 3, откуда следует исключить блок 2.

Блок 3 обозначает нелинейный элемент с экспоненциальной характеристикой, 4 — генератор линейно возрастающего напряжения, 5 — интегратор на интервале времени [ $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ]. Очевидно, что структура байесовского измерителя момента появления оптического импульсного сигнала несколько сложнее структуры МП измерителя.

В [5] найдено приближенное выражение для условного рассеяния БО (22) момента появления оптического импульсного сигнала:

$$V(\lambda_{\rm b}|\lambda_0) = P_{\rm b}V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) + (1 - P_{\rm b})\left\{(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2/12 + P_{\rm b}[\lambda_0 - (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2]^2\right\},\tag{23}$$

где

$$P_{\rm b} = \left[1 + mq[\mu\nu/(2\pi)]^{1/2}\exp(-\mu\varepsilon)\right]^{-1},$$
$$\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\right]^2 [1 + qf(x)]^{-1} \mathrm{d}x, \quad \varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty} [1 + qf(x)]\ln[1 + qf(x)] \mathrm{d}x - q,$$

а  $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$  определяется из (19). Точность формулы (23) возрастает с увеличением  $\mu$ , z и m.

Усредняя (23) по параметру  $\lambda_0$ , обладающему априорной плотностью вероятности  $W(\lambda)$ , получим безусловное рассеяние байесовской оценки  $\lambda_{\rm E}$ :

$$V(\lambda_{\rm B}) = P_{\rm B} V_0(\hat{\lambda}) + (1 - P_{\rm B}) \left\{ (\Lambda_2 - \Lambda_1)^2 / 12 + P_{\rm B} [D_{\rm pr} + (\lambda_{\rm pr} - (\Lambda_1 + \Lambda_2) / 2)^2] \right\}.$$
 (24)

Здесь  $V_0(\hat{\lambda})$  — безусловное рассеяние надежной ОМП, совпадающее с условным рассеянием  $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$  (19), а  $\lambda_{\rm pr}$  и  $D_{\rm pr}$  — априорные среднее значение и дисперсия момента появления импульса соответственно.



На рис. 4 штриховыми линиями нанесены зависимости нормированного условного рассеяния (23)  $V_{\rm b}(q) = 12V(\lambda_{\rm cb}|\lambda_0)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$  байесовской оценки от отношения сигнал—фон q при  $\lambda_0 = = (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$  и  $\mu = 10$ . На рис. 5 штриховыми линиями изображены зависимости нормированного безусловного рассеяния (24)  $V_{\rm nb}(q) = 6V(\lambda_{\rm b})/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$ , рассчитанные для априорной плотности вероятности (21). Как следует из рис. 4, 5, применение БО приводит к некоторому повышению точности оценки в пороговой области. Действительно, если согласно рис. 5 для ОМП при m = 10 влияние аномальных ошибок пренебрежимо мало, когда  $q \gtrsim 4,5$ , то для байесовской оценки пороговые эффекты практически отсутствуют уже при  $q \gtrsim 3$ . Для m = 50

применение байесовского алгоритма позволяет уменьшить пороговое отношение сигнал—фон до величины  $q \simeq 3.5$ . В то же время при любом фиксированном значении m и неограниченном увеличении отношения сигнал—шум (13) рассеяния как ОМП, так и БО сходятся к дисперсии эффективной оценки. Действительно, в рассматриваемом регулярном случае ОМП является асимптотически байесовской [8, 9].

Выигрыш в точности БО по сравнению с ОМП можно охарактеризовать отношением их безусловных рассеяний  $\chi = V(\hat{\lambda})/V(\lambda_{\rm D})$ . На рис. 6 приведены зависимости отношения  $\chi(q)$  при m = 10 (кривая 1) и m = 50 (кривая 2). Как следует из рис. 6, в пороговой области выигрыш в точности БО по

сравнению с ОМП может быть значительным. Причем этот выигрыш возрастает с увеличением параметра m. Однако с ростом отношения сигнал—шум (13) величина  $\chi$  стремится к единице, т. е. асимптотически рассеяния БО и ОМП совпадают.

Приведенные выше выражения для рассеяний ОМП (17), (20) и БО (23), (24) являются лишь асимптотически точными при больших значениях параметров  $\mu$ , z и m. При конечных значениях этих параметров определить погрешность найденных формул аналитическими методами пока не представляется возможным. В связи с этим исследование работоспособности байесовского и МП алгоритмов, а также определение границ применимости асимптотических выражений для характеристик оценок момента появления оптического импульсного сигнала были выполнены методами статистического моделирования на ЭВМ.

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В процессе статистического моделирования формировались дискретные отсчеты логарифма ФОП (4)

$$L_z(n\delta) = \sum_k \ln[1 + qf(l_k - n\delta)], \qquad (25)$$

где  $\delta = \Delta/\tau$  — интервал дискретизации нормированного момента появления  $l = \lambda/\tau$ ;  $N_1 \leq n \leq N_2$ ,  $N_i = \text{entr}(\Lambda_i/\Delta)$ , i = 1, 2; entr(x) — целая часть x;  $l_k$  — моменты скачков реализации пуассоновского процесса  $\pi(t)$  с интенсивностью (1). При этом  $0 \leq l_k \leq M = \text{entr}(T/\Delta)$ , где  $\Delta$  — интервал дискретизации момента появления. Предполагалось, что временной профиль интенсивности оптического импульсного сигнала описывается кривой Лоренца (15). Значения  $l_k$  формировались на основе стандартного датчика равномерно распределенных на интервале [0, 1] независимых случайных чисел методом обратных функций [10, 11]. Интервал дискретизации  $\delta$  нормированного момента появления в зависимости от отношения сигнал—фон q варьировался в интервале 0,015  $\leq \delta \leq$  0,3. При таком выборе интервала дискретизации относительная среднеквадратическая погрешность аппроксимации логарифма  $\Phi$ ОП (6) ступенчатыми функциями на основе дискретных отсчетов (25) не превышала 2,5 %.

Для получения характеристик МП обнаружителя оптического импульсного сигнала в процессе моделирования определялась величина наибольшего отсчета логарифма ФОП (25). Сравнение наибольшего максимума логарифма ФОП с порогом  $C^*$  при  $p_0 = p_1 = 1/2$  позволило определить относительные частоты появления ошибок первого и второго рода соответственно при  $\gamma_0 = 0$  и  $\gamma_0 = 1$ .

Для получения характеристик байесовского обнаружителя оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления на основе дискретных отсчетов логарифма ФОП формировалась величина (14) при априорном распределении плотности вероятности момента появления (21):

$$I = \sum_{n=N_1}^{N_2} \frac{\exp[L_z(n\delta)]}{N_2 - N_1} \,. \tag{26}$$

Сравнение величины (26) с порогом  $\exp(\mu q)$  позволило определить относительные частоты появления ошибок первого и второго рода соответственно при  $\gamma_0 = 0$  и  $\gamma_0 = 1$ .

Относительные частоты появления ошибок первого и второго рода при моделировании МП и байесовского обнаружителей использовались в качестве оценок вероятностей соответствующих ошибок.

Для определения ОМП момента появления оптического сигнала находилось положение абсолютного максимума логарифма ФОП (25). Для получения БО момента появления формировалась вели-

чина (22) при априорном распределении плотности вероятности момента появления (21):

$$\lambda_{\rm B} = \Delta \frac{\sum_{n=N_1}^{N_2} n \exp[L_z(n\delta)]}{\sum_{n=N_1}^{N_2} \exp[L_z(n\delta)]}.$$
(27)

В процессе моделирования по N реализациям логарифма  $\Phi O \Pi$  определялись выборочные значения условного и безусловного рассеяний соответствующих оценок при  $\gamma_0 = 1$ .

Для получения условных рассеяний ОМП и БО истинное значение  $\lambda_0$  момента появления оптического импульса во всех испытаниях выбиралось фиксированным и соответствующим середине априорного интервала [ $\Lambda_1, \Lambda_2$ ]. При получении безусловных рассеяний исследуемых оценок в каждом испытании момент появления  $\lambda_0$  представлял собой значение случайной величины, распределенной согласно (21).

Объем N экспериментальной выборки в зависимости от значений параметров q,  $\mu$ , m варьировался в интервале от  $3.5 \cdot 10^3$  до  $3 \cdot 10^4$  реализаций. Эти значения N обеспечивают среднеквадратическую погрешность экспериментальных данных в пределах  $10 \div 20$  %. Результаты статистического моделирования приведены на рис. 2, 4–6. На рис. 2, 4, 5 экспериментальные значения характеристик МП алгоритмов обозначены кружочками для m = 10 и квадратиками для m = 50. Характеристики БА на этих рисунках обозначены соответственно треугольниками для m = 10 и крестиками для m = 50. На рис. 6 экспериментальные значения отношения рассеяния ОМП к рассеянию байесовской оценки обозначены треугольниками для m = 10 и кружочками для m = 50.

Как следует из рис. 2, теоретические зависимости средней вероятности ошибки максимально правдоподобного обнаружителя (7) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные по крайней мере при  $\mu \ge 10, z \ge 1$  и  $m \ge 10$ . Кроме того, сопоставление экспериментальных значений на рис. 2 свидетельствует о практически полном (в пределах погрешности эксперимента) совпадении характеристик байесовского и МП обнаружителей при использовании в последнем оптимизированного порога C<sup>\*</sup>. Это позволяет рекомендовать формулы (7)–(9) для расчета средней вероятности ошибки  $P_{\rm eb}$  при использовании байесовского обнаружителя:  $P_{\rm eb} \approx \inf P_{\rm e}(C)$ .

Из рис. 4, 5 следует, что теоретические зависимости условного (17) и безусловного (20) рассеяний ОМП  $\hat{\lambda}$  с учетом аномальных ошибок удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные по крайней мере при  $\mu \ge 10$ ,  $z \ge 0.5$  и  $m \ge 10$ . Точность аппроксимации теоретическими зависимостями условного (23) и безусловного (24) рассеяний БО с учетом аномальных ошибок экспериментальных данных несколько хуже, чем для ОМП. Эту точность можно считать удовлетворительной лишь при  $q \ge 2$ .

Сопоставление результатов моделирования байесовского и МП измерителей показывает, что условное рассеяние БО не превосходит рассеяние ОМП и стремится к нулю не только при  $q \to \infty$ , но и при  $q \to 0$ . Последнее объясняется тем, что истинное значение момента появления оптического импульсного сигнала совпадает в данном случае с его априорным средним  $\lambda_{\rm pr}$ , а БО сходится к величине  $\lambda_{\rm pr}$  с уменьшением q в среднеквадратическом смысле [9].

Согласно рис. 5, 6 безусловное рассеяние БО также всюду не превосходит рассеяния ОМП. Экспериментальные данные, нанесенные на рис. 6, подтверждают существенный выигрыш в точности оценки, который обеспечивает БА в пороговой области. Тем не менее, с ростом отношения сигнал—шум условные и безусловные рассеяния как БО, так и ОМП сходятся к дисперсии эффективной оценки.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При одинаковом объеме априорной информации и равномерном априорном распределении неизвестного момента появления оптического импульсного сигнала характеристики байесовского и максимально правдоподобного алгоритмов обнаружения практически совпадают. Следовательно, вместо относительно сложного байесовского обнаружителя можно использовать более простой максимально правдоподобный обнаружитель с оптимизированным порогом.

Для определения момента появления оптического импульсного сигнала можно использовать как байесовский, так и МП алгоритмы оценки. Аппаратная реализация МП измерителя по сравнению с байесовским является более простой. Кроме того, ОМП инвариантна по отношению к априорной плотности вероятности оцениваемого параметра. Однако при наличии полной априорной информации БА может заметно повысить точность оценки в пороговой области.

Таким образом, полученные результаты позволяют в зависимости от объема имеющейся априорной информации и требований, предъявляемых к простоте аппаратной реализации и эффективности алгоритмов, сделать обоснованный выбор между байесовским и МП алгоритмами приема оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

### ЛИТЕРАТУРА

- Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. — 640 с.
- 2. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. М.: Связь, 1978. 424 с.
- 3. Курикша А.А. Квантовая оптика и оптическая локация. М.: Сов. радио, 1973. 134 с.
- 4. Трифонов А. П., Невежин Ю. В. // Направления развития систем и средств радиосвязи. Воронеж, 1996. — С. 157.
- 5. Трифонов А. П., Енина Е. П. // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 27, № 5. С. 38.
- 6. Ванжа А. В., Силаев А. М. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 12. С. 1257.
- 7. Трифонов А. П. // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12.
- 8. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.
- 9. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
- 10. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний и его реализация на ЦВМ. М.: Физматгиз, 1961. 226 с.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 19 января 1999 г.

### OPTIMAL RECEIPTION OF A PULSED OPTICAL SIGNAL WITH UNKNOWN TIME OF ARRIVAL

A. P. Trifonov and Yu. W. Nevezhin

We obtain the maximum-likelihood and Bayesian algoritms for detecting a signal and measuring its arrival time. Comparison of these algorithms is performed. Using computer simulations, we test the robustness of the synthesized algorithms and determine the validity ranges of the asymptotic formulas for their characteristics.

УДК 621.391

### ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АБСОЛЮТНОГО МАКСИМУМА ОБОБЩЕННОГО РЕЛЕЕВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

### А. П. Трифонов, О. В. Чернояров

Найдены предельные законы распределения абсолютного максимума обобщенного релеевского случайного процесса. Методами статистического моделирования установлено, что асимптотические аппроксимации удовлетворительно описывают истинные распределения в широком диапазоне значений параметров случайного процесса.

#### **В В Е Д Е Н И Е**

Задача определения статистических характеристик негауссовских случайных процессов имеет широкие приложения в статистической радиофизике и радиотехнике [1—9]. Так, при анализе предельных отклонений и устойчивости сложных технических систем, в теории надежности и строительной механике, в теории локации и связи необходимо знать распределение абсолютного (наибольшего) максимума реализации стационарной случайной функции [4—9]. Часто к исследованиям характеристик наибольших значений сводятся задачи описания шероховатости поверхностей при механической обработке деталей, задачи описания волновой поверхности моря, сейсмических и ветровых воздействий, задачи анализа вибраций и т. п. Одной из распространенных негауссовских случайных функций является обобщенный релеевский случайный процесс, который можно представить как [3—5]

$$\eta(t) = \sqrt{[N_1(t) + a_1]^2 + [N_2(t) + a_2]^2}, \qquad t \in [0; T].$$
(1)

Здесь  $a_{1,2}$  — некоторые постоянные величины, а  $N_{1,2}(t)$  — независимые центрированные гауссовские случайные процессы с дисперсиями  $\sigma^2$  и коэффициентами корреляции  $R(\tau)$ . Одномерная W(x) и двумерная  $W_2(x_1, x_2; \tau)$  плотности вероятности процесса  $\eta(t)$  имеют вид [3–5]

$$W(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma^2} + z^2\right)\right] I_0\left(\frac{zx}{\sigma}\right),$$

$$W_2(x_1, x_2; \tau) = \frac{x_1 x_2}{\sigma^4 \left[1 - R^2(\tau)\right]} \exp\left\{-\frac{x_1^2 + x_2^2}{2\sigma^2 \left[1 - R^2(\tau)\right]}\right\} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{z^2}{1 + R(\tau)}\right] \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n I_n\left(\frac{R(\tau) x_1 x_2}{\sigma^2 (1 - R^2(\tau))}\right) I_n\left(\frac{z x_1}{\sigma (1 + R(\tau))}\right) I_n\left(\frac{z x_2}{\sigma (1 + R(\tau))}\right),$$
(2)

где  $\{x, x_1, x_2\} \ge 0$ ,  $\varepsilon_n = 1$  при n = 0,  $\varepsilon_n = 2$  при n > 0,  $z^2 = (a_1^2 + a_2^2) / \sigma^2$ ,  $I_n(x)$  — модифицированная функция Бесселя n-го порядка. На основе (2) можно получить выражения для одномерных моментов и корреляционной функции обобщенного релеевского случайного процесса [3–5].

Примерами процесса (1) могут служить огибающая аддитивной смеси гармонического колебания и узкополосного нормального шума [4—6], выходной сигнал оптимального обнаружителя/измерителя [7,8], расстояние от начала координат до текущего положения случайно блуждающей по плоскости частицы, абсолютная величина скорости частицы в вязкой среде [10] и др.

В работе [7] получены асимптотические выражения для закона распределения

$$F(h) = P[h_m < h], \qquad h_m = \sup\{\tilde{\eta}(t) \colon t \in [0;T]\}, \quad \tilde{\eta}(t) = \eta(t)/\sigma, \tag{3}$$

абсолютного максимума  $h_m$  случайного процесса (1) при z = 0 ( $a_1 = a_2 = 0$ ). Методами статистического моделирования установлены границы их применимости. Показано, что вид функции распределения F(h) (3) зависит от аналитических свойств процесса  $\eta(t)$ , а именно от существования непрерывной производной  $\dot{\eta}(t)$ . В то же время представляет интерес обобщение этих результатов на случай, когда  $z \neq 0$ .

Цель настоящей работы — найти асимптотические выражения для закона распределения абсолютного максимума процесса (1) при произвольном *z*, а также установить условия их применимости.

### 1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО МАКСИМУМА ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОГО ОБОБЩЕННОГО РЕЛЕЕВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрим обобщенный релеевский случайный процесс  $\eta(t)$  (1), непрерывный в среднеквадратическом смысле вместе с первой производной  $\dot{\eta}(t)$ . Согласно [9] в этом случае для коэффициента корреляции  $R(\tau)$  квадратур  $N_{1,2}(t)$  при  $\tau \to 0$  выполняется соотношение

$$R(\tau) = 1 - \alpha^2 \tau^2 / 2 + o(\tau^2), \tag{4}$$

где о $(\tau^2)$ обозначает слагаемые более высокого по сравнению с $\tau^2$  порядка малости. Кроме того, положим, что при  $\tau\to\infty$ 

$$R(\tau) = o(\ln^{-1} |\alpha\tau|).$$
(5)

Величина  $\alpha$  в (4), (5) имеет простой физический смысл. Во временной области она характеризует время корреляции  $\tau_{\kappa}$  процессов  $N_{1,2}(t)$ . Действительно, ограничиваясь параболической аппроксимацией (4) функции  $R(\tau)$ , время корреляции  $\tau_{\kappa}$  можно определить как длительность функции  $R(\tau)$  на уровне 0,5 [7, 8]. Тогда

$$\tau_{\rm K} = 2/\alpha. \tag{6}$$

В спектральной области величина  $\alpha$  описывает эквивалентную ширину спектральной плотности процессов  $N_{1,2}(t)$  [3–5]:

$$\alpha = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G(\omega) \,\mathrm{d}\omega \middle/ \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \,\mathrm{d}\omega \right]^{1/2},\tag{7}$$

где  $G(\omega) = \sigma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau$  — спектральная плотность процессов  $N_{1,2}(t)$ .

Из [4, 9] следует, что при выполнении (4), (5) распределение числа выбросов за уровень h реализации процесса (1) с увеличением h сходится к закону Пуассона, и для вероятности (3) можно записать

$$\lim_{\substack{h \to \infty \\ \xi \to \infty}} P[h_m < h] = \exp[-\Pi(h)].$$
(8)

Здесь

1214

$$\Pi(h) = (\xi h/\sqrt{2\pi}) I_0(zh) \exp[-(h^2 + z^2)/2]$$
(9)

— среднее число выбросов реализации процесса  $\eta(t)$  за уровень h на интервале [0;T], а

$$\xi = T\sqrt{-R''(0)} = T\alpha \tag{10}$$

— приведенная длина интервала наблюдения, характеризующая число независимых отсчетов квадратур  $N_{1,2}(t)$  и процесса  $\eta(t)$  [4].

В общем случае функция в правой части (8) не является неубывающей функцией h. Поэтому для произвольных h в качестве аппроксимации функции распределения абсолютного максимума процесса  $\eta(t)$  можно использовать выражение

$$F(h) \approx \begin{cases} \exp[-\Pi(h)], & h \ge h_{\min}, \\ 0, & h < h_{\min}, \end{cases}$$
(11)

где  $h_{\min}$  — наименьшее значение h, для которого при любых  $\varepsilon > 0$  выполняется неравенство  $\Pi(h) > \Pi(h + \varepsilon)$ . Записать выражение для  $h_{\min}$  в явном виде при  $z \neq 0$  затруднительно в силу достаточно сложного характера функции (9). Однако расчет значений  $h_{\min}$  для различных z численными методами показывает, что зависимость  $h_{\min} = h_{\min}(z)$  близка к линейной, причем

$$h_{\min}(z) \xrightarrow[z \to 0]{} 1, \quad h_{\min}(z) \xrightarrow[z \to \infty]{} z.$$
 (12)

Поэтому с учетом (12) для  $h_{\min}(z)$  без заметной потери в точности можно использовать аппроксимацию

$$h_{\min}(z) = z + 1,$$
 (13)

которая является верхней границей для точных значений  $h_{\min}(z)$  в семействе прямых линий.

Аппроксимация (11) функции распределения наибольших значений является приближенной, однако точность ее возрастает по мере увеличения h и  $\xi$  [4, 8, 9]. При малых значениях h и  $\xi$  аппроксимация (11) может оказаться слишком грубой. Поскольку при  $T \to 0$  ( $\xi \to 0$ ) распределение наибольшего значения процесса  $\eta(t)$  (1) сходится к обобщенному релеевскому распределению, то можно использовать также аппроксимацию вида [7, 8]

$$F_{1}(h) \approx \begin{cases} F_{R}(h) \exp\left[-(\xi h/\sqrt{2\pi}) \exp\left[-(h^{2}+z^{2})/2\right] I_{0}(zh)\right], & h \ge h_{\min}, \\ F_{R}(h) \exp\left[-(\xi h_{\min}/\sqrt{2\pi}) \exp\left[-(h_{\min}^{2}+z^{2})/2\right] I_{0}(zh_{\min})\right], & h < h_{\min}, \end{cases}$$
(14)

где  $F_R(h) = \int_0^h x \exp[-(x^2 + z^2)/2] I_0(zx) dx$  — обобщенная функция распределения Релея [5]. Аппроксимация (14) в отличие от (11) асимптотически точна не только при  $\xi \to \infty$ , но и при  $\xi \to 0$ . При больших значениях h и  $\xi$  аппроксимации (11) и (14) практически совпадают. Отметим, что в случае z = 0 функция распределения  $F_1(h)$  (14) соответствует функции распределения абсолютного максимума релеевского случайного процесса, найденной в [7].

Возможность использования (14) для расчета характеристик абсолютных максимумов реализаций обобщенного релеевского случайного процесса конечной длительности исследовалась с помощью статистического моделирования на ЭВМ. При этом полагалось, что  $z = a_1/\sigma$ ,  $a_2 = 0$ ,  $R(\tau) = \exp(-\alpha^2 \tau^2/2)$ . В процессе моделирования на интервале [0; 1] с шагом  $\Delta$  вырабатывались отсчеты реализаций нормированного случайного процесса  $\tilde{\eta}(\tilde{t})$  (3) в нормированном масштабе времени  $\tilde{t} = t/T$ :

$$\tilde{\eta}(\tilde{t}_j) = \sqrt{\left[\tilde{N}_1(\tilde{t}_j) + z\right]^2 + \tilde{N}_2^2(\tilde{t}_j)},$$
$$\tilde{N}_k(\tilde{t}) = N_k(\tilde{t})/\sigma, \quad k = 1, 2; \quad \tilde{t}_j - \tilde{t}_{j-1} = \Delta$$

Отсчеты процессов  $\tilde{N}_{1,2}(\tilde{t})$  формировались на основе последовательности независимых гауссовских чисел методом скользящего суммирования [11]:

$$\tilde{N}_k(\tilde{t}_j) = \sum_{i=-p}^p c_i x_{k,j-i}, \quad k = 1, 2.$$
(15)

Здесь  $c_i = (2\xi^2 \Delta^2 / \pi)^{1/4} \exp(-i^2 \xi^2 \Delta^2)$ , а  $x_{k,i}$  — независимые гауссовские случайные числа с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Параметры  $\Delta$  и p выбирались таким образом, чтобы среднеквадратическая погрешность ступенчатой аппроксимации (15) непрерывной реализации процессов  $\tilde{N}_{1,2}(\tilde{t})$  не превышала 5 %. В описываемом эксперименте параметр  $\Delta = 0.01/\xi$ , p = 185. В каждой реализации отыскивался максимум  $h_m$ . По совокупности N реализаций ( $N = (1 \div 1.3) \cdot 10^5$ ) вычислялись эмпирические среднее значение  $m_{\Im}$ , средний квадрат  $M_{\Im}$  и значения функции распределения абсолютных максимумов для различных h и  $\xi$ .

В табл. 1 приведены полученные в результате моделирования величины  $m_{\Im}$  и  $M_{\Im}$ , а также соответствующие теоретические характеристики

$$m_{\rm T} = \int_{0}^{\infty} [1 - F_1(h)] \, \mathrm{d}h, \quad M_{\rm T} = 2 \int_{0}^{\infty} h \, [1 - F_1(h)] \, \mathrm{d}h, \tag{16}$$

рассчитанные численными методами с использованием (14). Из табл. 1 видно, что с ростом *ξ* точность приближенной формулы (14) возрастает.

На рис. 1, 2 показаны теоретические и экспериментальные функции распределения абсолютного максимума дифференцируемого обобщенного релеевского случайного процесса. Сплошными линиями на рис. 1 показаны теоретические зависимости  $F_1(h)$ , найденные по формуле (14) для z = 0,5, штриховыми линиями — для z = 2. На рис. 2 сплошными линиями изображены аналогичные зависимости для z = 5, штриховыми — для z = 10. Кривые 1 соответствуют  $\xi = 5$ ; кривые  $2 - \xi = 20$ ; кривые  $3 - \xi = 100$ . Экспериментальные значения функции распределения для  $\xi = 5; 20; 100$  обозначены на рис. 1, 2 соответственно крестиками, прямоугольниками и звездочками (при z = 0,5 и z = 5), а также ромбиками, плюсиками и кружочками (при z = 2 и z = 10).

Поскольку в ряде задач необходимо знать поведение хвостов функции распределения, на рис. 3, 4 приведены вероятности  $P_1(h) = 1 - F_1(h)$  для больших h при  $\xi = 5$ ; 20; 100 и z = 0.5; 2 (рис. 3) или z = 5; 10 (рис. 4). Обозначения на рис. 3, 4 соответствуют обозначениям на рис. 1, 2.

Из рис. 1—4 следует, что выражения (14) для функции распределения абсолютного максимума дифференцируемого обобщенного релеевского случайного процесса  $\eta(t)$  (1) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные, по крайней мере, при  $\xi \ge 5, h \ge h_{\min}$ .

Таблица 1

z	$\xi = 5$			$\xi = 20$			$\xi = 100$					
	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{\mathrm{T}}$	Mэ	$M_{\mathrm{T}}$	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{\mathrm{T}}$	$M_{\mathfrak{B}}$	$M_{\mathrm{T}}$	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{\mathrm{T}}$	$M_{\mathfrak{B}}$	$M_{\mathrm{T}}$
0,0	2,14	1,95	4,91	4,39	2,70	2,65	7,55	7,31	3,29	3,28	11,00	10,90
0,5	2,25	2,04	5,41	4,82	2,84	2,78	8,33	8,06	3,46	3,44	12,14	12,03
1,0	2,53	2,29	6,82	6,04	3,17	3,10	10,37	10,01	3,83	3,81	14,88	14,74
2,0	3,35	3,05	11,73	10,39	4,05	3,95	16,71	16,13	4,74	4,72	22,63	22,45
5,0	6,22	5,90	39,30	36,06	6,94	6,84	48,58	47,37	7,65	7,63	58,72	58,42
10	11,18	10,86	125,5	119,1	11,90	11,80	142,0	139,8	12,61	12,59	159,3	158,8

### 2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОГО МАКСИМУМА НЕДИФФЕРЕНЦИРУЕМОГО ОБОБЩЕННОГО РЕЛЕЕВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Рассмотрим недифференцируемый обобщенный релеевский случайный процесс  $\eta(t)(1)$ . Аналогично [7] будем полагать, что для коэффициента корреляции  $R(\tau)$  квадратур  $N_{1,2}(t)$  при  $\tau \to 0$  выполняется соотношение

1217



 $R(\tau) = 1 - \delta |\tau| + o(|\tau|), \quad \delta > 0,$ (17)

а при  $\tau \to \infty$  — соотношение  $R(\tau) = o(\ln^{-1} |\delta \tau|)$ . Величина  $\delta$ , как и величина  $\alpha$  в (4), определяет корреляционно-спектральные характеристики процессов  $N_{1,2}(t)$ . Действительно, приняв по аналогии с (6) время корреляции  $\tau_{\kappa}$  равным длительности треугольной аппроксимации (17) функции  $R(\tau)$  на

уровне 0,5, получаем  $\tau_{\kappa} = \delta^{-1}$ . В спектральной области вследствие недифференцируемости квадратур  $N_{1,2}(t)$  определить эквивалентную ширину спектральной плотности согласно выражению (7) не представляется возможным [5]. Однако для описания протяженности спектральной плотности  $G(\omega)$ по оси частот можно использовать одно из определений эффективной ширины спектральной плотности  $\Delta f_{\Im}$  [3–5], например,

$$\Delta f_{\mathfrak{B}} = \frac{1}{\sup\{G(\omega)\}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \,. \tag{18}$$

Следует отметить, что эффективная ширина спектральной плотности прямо пропорциональна величине  $\delta$ . Так, при экспоненциальном коэффициенте корреляции случайных процессов  $N_{1,2}(t)$ 

$$R(\tau) = \exp(-\delta|\tau|) \tag{19}$$

из (18) имеем  $\Delta f_{\mathfrak{I}} = \delta/2$ .

Из (17) следует, что квадратуры  $N_{1,2}(t)$  представляют собой гауссовские локально-марковские случайные процессы [12]. Однако на произвольных временных интервалах марковские свойства процессов  $N_{1,2}(t)$  сохраняются лишь тогда, когда коэффициент корреляции  $R(\tau)$  удовлетворяет соотношению (19) [5, 6].

Согласно [6] при выполнении (19) и условий  $z \ll 1$  или  $z \gg 1$  процесс  $\eta(t)$  можно приближенно считать марковским случайным процессом, описываемым уравнением

$$\frac{\dot{\eta}}{\sigma\delta} = -\frac{\eta}{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta} + z \frac{I_1(z\eta/\sigma)}{I_0(z\eta/\sigma)} + \chi(t)\sqrt{\frac{2}{\delta}}.$$
(20)

Здесь  $\chi(t)$  — гауссовский дельта-коррелированный процесс (белый шум):  $\langle \chi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \chi(t_1)\chi(t_2) \rangle = \delta(t_2 - t_1)$ . Соответствующая уравнению (20) стационарная плотность вероятности процесса  $\eta(t)$  совпадает с одномерной плотностью вероятности W(x) (2).

В общем случае при произвольных *z* марковский характер процесса  $\eta(t)$  может нарушаться [5, 6]. Однако, используя локально-марковские свойства квадратур  $N_{1,2}(t)$ , можно показать, что при выполнении (17) процесс  $\eta(t)$  (1) является локально-марковским обобщенным релеевским случайным процессом со стационарным законом распределения (2). При этом реализации процессов  $N_{1,2}(t)$  и  $\eta(t)$  непрерывны с вероятностью 1, как и реализации марковских процессов диффузионного типа.

Согласно [7] вероятностные характеристики превышения достаточно высокого уровня для марковского и локально-марковского процессов асимптотически совпадают. Действительно, в силу непрерывности реализаций марковского и локально-марковского процессов длительность отрезков реализаций этих процессов, превышающих некоторый уровень h, при  $h \to \infty$  стремится к нулю. Следовательно, при  $h \to \infty$  вероятность непревышения уровня h определяется лишь локальными свойствами процесса. Тогда, воспользовавшись результатами работ [6, 7], для вероятности (3) можно записать

$$P[h_m < h] \approx \exp(-\rho T), \tag{21}$$

где

1218

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\delta} \int_{x_0}^{h} \frac{\mathrm{d}x}{W_{\mathrm{st}}(x)},\tag{22}$$

а  $W_{\rm st}(x)$  — стационарная плотность вероятности нормированного случайного процесса  $\tilde{\eta}(t)$  (3), определяемая из (2) при  $\sigma = 1$ . Формула (21) получена в [6] для случая, когда  $m \gg 1$  и

$$W_{\rm st}(h) \ll 1. \tag{23}$$

Здесь  $m = \delta T$  — приведенная длина интервала наблюдения, характеризующая аналогично (10) число независимых отсчетов процессов  $N_{1,2}(t)$  и  $\eta(t)$ . Очевидно, условие (23) для обобщенного релеевского процесса выполняется, когда  $h \gg z + 1$ . Значение  $x_0$  в (22) выбирается в области максимальной вероятности значений процесса  $\tilde{\eta}(t)$ , так что можно положить  $x_0 = z + 1$ . Тогда, используя для вычисления интеграла (22) асимптотическую формулу Лапласа [13], при  $h \to \infty$  получаем

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\delta} \frac{\exp[(h^2 + z^2)/2]}{\{h \left[h - zI_1(zh)/I_0(zh)\right] - 1\} I_0(zh)} \left[1 + O(h^{-1})\right],\tag{24}$$

где  $O(h^{-1})$  обозначает слагаемые порядка 1/h. Значит, при больших h согласно (21), (24) для вероятности (3) можно записать

$$P[h_m < h] \approx \exp[-m\varphi(h)], \tag{25}$$

где

$$\varphi(h) = \{h \left[h - zI_1(zh)/I_0(zh)\right] - 1\} \exp[-(h^2 + z^2)/2] I_0(zh).$$

При этом, как следует из вывода формулы (21) в [6], точность приближенной формулы (25) возрастает с увеличением *m* и *h*.

Поскольку правая часть (25) является неубывающей функцией лишь при  $h \ge h_{\min}$ , для функции распределения абсолютного максимума процесса  $\tilde{\eta}(t)$  используем аппроксимацию

$$F(h) = \begin{cases} \exp[-m\varphi(h)], & h \ge h_{\min}, \\ 0, & h < h_{\min}, \end{cases}$$
(26)

где  $h_{\min}$  — наименьшее значение h, для которого при любых  $\varepsilon > 0$  выполняется неравенство  $\varphi(h) > \varphi(h + \varepsilon)$ . Величина  $h_{\min}$  для фиксированного z может быть рассчитана только численными методами. Однако аналогично выражение (13) для функции  $h_{\min} = h_{\min}(z)$  без существенной потери в точности можно предложить аппроксимацию

$$h_{\min} = z + \sqrt{3}$$

которая является верхней границей для точных значений  $h_{\min}$  в семействе прямых линий.

При не очень больших значениях h и m формулу (26) можно несколько уточнить, положив [7, 8]

$$F_{1}(h) = \begin{cases} F_{R}(h) \exp\left\{-m\left[h\left(h - zI_{1}(zh)/I_{0}(zh)\right) - 1\right] \times \\ \times \exp\left[-(h^{2} + z^{2})/2\right] I_{0}(zh)\right\}, & h \ge h_{\min}, \\ F_{R}(h) \exp\left\{-m\left[h_{\min}\left(h_{\min} - zI_{1}(zh_{\min})/I_{0}(zh_{\min})\right) - 1\right] \times \\ \times \exp\left[-(h_{\min}^{2} + z^{2})/2\right] I_{0}(zh_{\min})\right\}, & h < h_{\min}. \end{cases}$$

$$(27)$$

В отличие от (26) аппроксимация (27) асимптотически точна как при  $m \to \infty$ , так и при  $m \to 0$ . При больших h и m аппроксимации (26) и (27) практически совпадают. В случае z = 0 функция распределения  $F_1(h)$  (27) соответствует функции распределения абсолютного максимума релеевского случайного процесса, найденной в [7].

Возможность использования формулы (27) исследовалась с помощью моделирования на ЭВМ обобщенного релеевского случайного процесса (1) с коэффициентом корреляции квадратур (19). Моделирование недифференцируемого процесса  $\eta(t)$  (1) выполнялось аналогично описанному выше моделированию дифференцируемого процесса. Отличие заключалось лишь в том, что в целях экономии

машинного времени для формирования отсчетов нормированных гауссовских процессов  $\tilde{N}_{1,2}(\tilde{t})$  использовался рекуррентный метод [11]:

$$\tilde{N}_k(\tilde{t}_j) = \sqrt{1 - \tilde{R}^2(\Delta)} x_{k,j} + \tilde{R}(\Delta) \tilde{N}_k(\tilde{t}_{j-1}), \quad k = 1, 2.$$

Здесь  $\tilde{R}(\Delta) = \exp(-m\Delta)$ , а  $x_{k,j}$  — независимые гауссовские числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Шаг дискретизации  $\Delta = 0.02/m$  выбирался с таким расчетом, чтобы обеспечить среднеквадратическую погрешность воспроизведения реализации  $\tilde{N}_{1,2}(\tilde{t})$  не более 5%.

В табл. 2 приведены полученные в результате моделирования величины  $m_{\Im}$  и  $M_{\Im}$ , а также характеристики  $m_{\rm T}$  и  $M_{\rm T}$ , рассчитанные по формулам (16), (27). Из табл. 2 видно, что с ростом m точность приближенной формулы (27) возрастает.

Таблица 2

z	m = 5				m = 20			m = 100				
	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{ m T}$	$M_{\mathfrak{B}}$	$M_{\rm T}$	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{ m T}$	$M_{\mathfrak{B}}$	$M_{\mathrm{T}}$	$m_{\mathfrak{B}}$	$m_{ m T}$	$M_{\mathfrak{B}}$	$M_{\rm T}$
0,0	2,80	2,74	8,11	8,03	3,38	3,41	11,65	11,83	3,92	3,95	15,53	15,70
0,5	2,94	2,78	8,95	8,51	3,53	3,56	12,70	12,92	4,11	4,13	17,01	17,20
1,0	3,23	2,96	10,82	9,92	3,88	3,91	15,34	15,60	4,49	4,52	20,36	20,58
2,0	4,04	3,76	16,73	15,58	4,76	4,80	22,96	23,37	5,40	5,43	29,42	29,68
5,0	6,96	6,46	48,87	43,59	7,69	7,67	59,57	59,32	8,32	8,35	69,47	69,95
10	11,91	11,36	142,4	131,1	12,64	12,61	160,2	159,5	13,29	13,31	176,8	177,4

На рис. 5, 6 показаны теоретические и экспериментальные зависимости  $F_1(h)$ , а на рис. 7, 8 — зависимости  $P_1(h) = 1 - F_1(h)$  для недифференцируемого обобщенного релеевского случайного процесса. Сплошными линиями показаны теоретические зависимости, рассчитанные по формуле (27) для z = 0,5 (рис. 5, 7) или z = 5 (рис. 6, 8), штриховыми — для z = 2 (рис. 5, 7) или z = 10 (рис. 6, 8). Кривые 1 соответствуют m = 5; кривые 2 - m = 20; кривые 3 - m = 100. Экспериментальные значения вероятности  $F_1(h)$  или  $P_1(h)$  для m = 5; 20; 100 обозначены на рис. 5-8 соответственно крестиками, прямоугольниками и звездочками (при z = 0,5 и z = 5), а также ромбиками, плюсиками и кружочками (при z = 2 и z = 10). Все экспериментальные характеристики недифференцируемого процесса получены в результате обработки  $N = (1 \div 1, 3) \cdot 10^5$  реализаций случайного процесса.

Из рис. 5—8 следует, что выражения (27) для функции распределения абсолютного максимума недифференцируемого обобщенного релеевского случайного процесса  $\eta(t)(1)$  удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные, по крайней мере, при  $m \ge 5, h \ge h_{\min}$ .

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для расчета характеристик наибольших значений обобщенного релеевского случайного процесса можно использовать предельные законы распределения абсолютного максимума, полученные при неограниченном возрастании значений максимумов и длительности реализаций. Вид асимптотических аппроксимаций зависит от аналитических свойств процесса, а именно от существования его непрерывной производной. Сравнение с экспериментальными данными показывает, что асимптотические формулы удовлетворительно описывают истинные распределения в широком диапазоне значений параметров случайного процесса.



А. П. Трифонов, О. В. Чернояров

Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 98-01-00090.

### ЛИТЕРАТУРА

- Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовских процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978.
- 2. Островский М.А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1416.
- 3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
- 4. Тихонов В.И., Хименко В.И. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987.
- 5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989.
- 6. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961.
- 7. Трифонов А. П. // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12.
- 8. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
- 9. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Мир, 1969.
- 10. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. Т. 1.
- 11. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.
- 12. Mc Fadden I. A. // J. Roy. Statist. Soc. 1967. V. B29. P. 489.
- 13. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977.

Воронежский государственный университет, г.Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 25 января 1999 г.

### PROBABILITY CHARACTERISTICS OF THE ABSOLUTE MAXIMUM OF GENERALIZED RAYLEIGH STOCHASTIC PROCESS

A. P. Trifonov and O. V. Chernoyarov

We obtain the limiting distributions of the absolute maximum of generalized Rayleigh stochastic process. Using the methods of statistical modelling, we show that the asymptotic approximations are in good agreement with the actual distributions over wide ranges of parameters of the stochastic process.

## содержание

# т. 42 журнала "Известия высших учебных заведений. "Радиофизика" за 1999 год

### Выпуск 1

Григорьев Г. И. Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли (обзор) 3
Бахметьева Н.В., Беликович В.В., Игнатьев Ю.А., Понятов А.А. Вертикальные движения в нижней ионосфере и спорадический слой Е
Нагорский П. М. Анализ отклика КВ-радиосигнала на возмущения ионосферной плазмы, вызванные ударно-акустическими волнами
<b>Наумов А. П., Ошарина Н. Н., Троицкий А.В.</b> Наземное термическое зондирование атмосферы в микроволновом диапазоне
Афраймович З.Л., Кобзарь В.А., Паламарчук К.С. Определение скорости перемещения интерференционной картины путём анализа трёх взаимноортогональных проекций вектора поля радиосигнала. II. Эксперимент в КВ диапазоне
<b>Маненков А.Б., Тигелис И.Г.</b> Отражение поверхностной моды от обрыва плоского несимметричного волновода
<b>Каримов М. Г., Аливердиев А. А.</b> О моделировании двумерного оптоакустического исследования возбуждённых сред
Малахов А.Н. Новый механизм броуновского мотора
<b>Мальцев А.А., Польдин О.В., Силаев А.М.</b> Обнаружение и фильтрация потока различных импульсных сигналов, наблюдаемых на фоне шума

### Выпуск 2

Фурашов Н.И., Свердлов Б.А. Результаты сравнительных измерений ослабления радиоволн в снегопадах на частотах 138 и 247 ГГц	103
<b>Давидович М.В.</b> Метод оператор-функций для регуляризации ядер иммитансных интегральных уравнений электродинамики	109
Павлов В.А. Влияние анизотропии на структуру ионно-звуковой волны	120
<b>Ларцов С.В.</b> Экспериментальное исследование свойств нелинейных рассеивателей при помощи семейств поляризационных диаграмм	129

<b>Донец И. В., Лерер А. М., Цветковская С. М.</b> Дифракция Т-волны на металлической сфере, расположенной в плоскопараллельном волноводе	9
Скулкин С.П. О некоторых особенностях импульсных полей апертурных антенн14	8
Абрамов В. И., Резник А. Н. Миниатюризация вибраторной сверхпроводниковой антенны15	68
<b>Канаков В.А., Кисляков А.Г.</b> Измерения температуры тела человека контактным радиометром со встроенными эталонами	8
<b>Рудаков М. Л.</b> Оценка электромагнитного поглощения в биологических объектах методом интегральных уравнений	6
<b>Диденкулов И. Н., Селивановский Д. А., Семенов В. Е., Соколов И. В.</b> Влияние вязкости на Рэлей—Тейлоровскую неустойчивость сильнонелинейных сходящихся расходящихся сферических течений жидкости	3
<b>Малыкин Г.Б., Розенталь А.Е.</b> Экспериментальная проверка нелинейности характеристики пьезопреобразователя фазового модулятора волоконного кольцевого интерферометра при малых синусоидальных деформациях	8

Щуко О.Б., Карташов Д.В. Зависимость радиоизлучения Меркурия от структуры и строения его верхнего покрова	203
<b>Катин И.В., Марков Г.А.</b> Волновая диагностика плазмы с помощью диэлектрического волновода	215
Завольский Н.А., Запевалов В.Е., Моисеев М.А. Численное моделирование процессов в резонаторе непрерывного 170 ГГц/1 МВт гиротрона для ITER с рабочей модой TE 25.10	225
<b>Китай Ш.Д.</b> Особенности лимбового зондирования малых газовых составляющих атмосферы в различных линиях микроволнового диапазона	235
Кравцов Ю. А., Митягина М. И., Чурюмов А. Н. Нерезонансный механизм рассеяния электромагнитных волн на морской поверхности: рассеяние на крутых заострённых волнах	240
<b>Троицкая Ю.И., Резник С.Н.</b> Квазилинейная модель деформации стратифицированного по плотности трёхмерно-неоднородного потока над случайно-неоднородной поверхностью.	255
<b>Панюков А.В.</b> Анализ погрешности прямого алгоритма определения дальности до электрического диполя	

едев С. Ю., Якимов А. В., Феррантэ Г., Мичели В., Принчипато Ф.	Макаров С. В., Медведев С. Ю
вости на погрешность измерения интенсивности фильтрованного	Влияние негауссовости на
	фликкерного шума
гность распределения вероятности случайного процесса на выходе 	Есипенко В.И. Плотность рас линейной системы

Понятов А. А., Ур Черкашин Ю Эксперимент и	рядов В. П., . Н. Наклон и моделирован	<b>Иванов В.А.,</b> 1 нное ЛЧМ зон ние	<b>Иванов Д.В., ч</b> дирование мод	<b>Чернов А. Г., Шум</b> ифицированной ис	<b>аев В. В.,</b> рносферы.	303
<b>Беляев В</b> <b>Михайлов Г. Д</b> от заглубленно	. <b>В.,</b> <b>Ц., Разинько</b> ой рамки с не <b>.</b>	Ларцов в С.Н. Иссле пинейными нагр	<b>С.В.,</b> дование рассея рузками	<b>Маюнов</b> ния электромагнит	<b>А.Т.,</b> тных волн	314
Афраймович Э. J параметров по	<b>1., Кобзарь</b> ляризационн	В.А., Палама ого эллипса мно	рчук К.С., Че огомодового рад	<b>рнухов В.В.</b> Опј циосигнала	ределение	324
Белов М.Л., Гор случайно-неро	одничев В.А овной локаль	<b>А., Козинцев В</b> но—диффузной	<b>. И.</b> Рассеяние поверхности пр	е узкого волнового и импульсном подс	пучка на вете	333
Гавриленко Пирцхалаише точечного исто замагниченной	В или Н. Г., Се очника после плазмы	<b>. Г.,</b> мериков А. А. рассеяния в пло	<b>Джан</b> Статистически оском слое турб	д <b>иери</b> не характеристики н булентной столкнов	<b>Г.В.,</b> излучения вительной	340
<b>Талипова Т.Г., Г</b> волновых паке	<b>Іелиновский</b> тов в слабо д	<b>Е.Н., Кит Е</b> испергирующих	<b>., Еитан О.</b>	Нелинейная транс	формация 	354
<b>Куркин А.А.</b> Пр взаимодействи	именение мет ия волн во вра	одов гамильтон щающейся жид	ювского форма цкости	лизма к теории не <i>ј</i>	линейного 	359
Трофимов В.А. 4	∕інварианты н	елинейного рас	спространения с	фемтосекундных им	пульсов	369
<b>Вугальтер Г.А.,</b> "медленных" в	<b>Малыкин Г.</b> олнах	<b>Б.</b> Эффект (	Саньяка в коль	цевых интерфером	иетрах на	373
<b>Гулин О.Э., Яр</b> неоднородной	<b>ощук И.О.</b> среды	Флуктуации	импульсов, ра	ссеянных слоем с	лучайно— 	383
Костылев В.И. (	Обнаружение	протяжённого ј	радиоисточника	в шуме		394
Памяти В.М.Пол	якова					400

Абранин Э.П., Базелян Л. Л., Цыбко Я.Г. Новый спектральный вариант декаметровых всплесков типа IIId. Наблюдения сверхрелятивистских источников узкополосного радиоизлучения в окрестностях Солнца	403
<b>Соловьев О.В.</b> Деполяризация электромагнитного поля при рассеянии на трёхмерной крупномасштабной неоднородности нижней ионосферы	418
<b>Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Бубукина В.Н., Вяхирев В.Д.</b> Искусственные периодические неоднородности и модель нижней части области <i>D</i>	431
Бубукин И.Т., Коган Л.П. Распространение электромагнитных волн над морской поверхностью при наличии пенообразований	438
Соппа М. С. Численное решение задачи восстановления формы для системы импедансных поверхностей	452
<b>Гальченко Н.А.</b> Общий метод решения задачи возбуждения электромагнитных волн в открытых многослойных диэлектрических структурах	459
<b>Власов С. Н.</b> О структуре самосжимающихся сгустков электромагнитного поля в диспергирующих средах с кубичной нелинейностью	468
Никитенко К.Ю., Трофимов В.А. Инварианты встречного взаимодействия фемтосекундных световых импульсов	475
Кротов Е.В., Ксенофонтов С.Ю., Мансфельд А.Д., Рейман А.М., Санин А.Г., Прудников М.Б. Экспериментальные исследования возможностей многоканальной акустической термотомографии	479
<b>Двоешерстов М. Ю., Чириманов А. П.</b> Численный анализ поверхностных и вытекающих поверхностных акустических волн в новых пьезокристаллах KNbO <sub>3</sub> , PKN, LGN	485
<b>Ермолаев В.Т., Родюшкин К.В.</b> Функция распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки	494

Лесовой С.В., Тресков А.Т., Тресков Т.А. Аддитивно-корреляционный режим работы	
Сибирского солнечного радиотелескопа	. 503
Воробьев В.В., Кан В. Фоновые флуктуации при радиопросвечивании ионосферы в эксперименте GPS – Microlab-1	.511

\_

\_

Гумеров Р. И., Капков В. Б., ионосферы при кратковрем	Комраков Г. П., На енном воздействии м	<b>сыров А.М.</b> Иск ощного радиоизлу	усственное свечение чения	524
Колдаев А.В., Мельничук К радиометрическое определе рассеяния	<b>D.B., Ошарин А.М.</b> ение водозапаса дож,	, <b>Троицкий А.В.</b> цевых облаков с уч	Радиолокационно— четом многократного	. 528
Жидко Ю.М., Иванова Г. обратного рассеяния трёхса изменениями направления п	К. Исследование антиметровых радиов ветра	вариаций напр олн морской повер 	авления максимума эхностью, вызванных	535
Балдин Е.Б., Коротков В.С. тросовых излучателей	Метод электродинам	ического масштаб	бного моделирования	543
<b>Гальченко Н.А.,</b> электродинамических мето, многослойные диэлектриче	Вартаньян дов расчёта печатны ские структуры	<b>С.А.</b> х вибраторных ан	Разработка тенн, использующих	551
Кутищев С.Н., Михайлов Г. рассеяния металлических покрытиями	<b>.Д., Преображенс</b> с полостей сложно	<b>кий А.П.</b> Эффен ой формы с р	ктивная поверхность радиопоглощающими	561
Рыскин Н.М., Титов В.Н. релятивистской лампе обра	Исследование автом тной волны	иодуляционных ре	жимов колебаний в	566
Божков В.Г., Геннеберг В. приёмник с монолитным ба	А., Дрягин Ю.А., лансным смесителем	Федосеев Л.И.	Субмиллиметровый	573
<b>Малахов А.Н.</b> Времена устан вреде со стоком при произв		юй концентрации	и потока вещества с	
Spode eo eronom npri nponos	ольно меняющемся в	пространстве коэс	ффициенте диффузии	581

Gurevich A.V. Modern problems of ionospheric modification	599
<b>Isham B., Hagfors T., Mishin E., Rietveld M. T., LaHoz C., Kofman W., and Leyser T.</b> A search for the location of the HF excitation of enhanced ion acoustic and Langmuir waves with EISCAT and the Tromsø heater	607
Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П., Фролов В. Л., Штуббе П., Тиде Б., Лейзер Т., Кароззи Т. Влияние мелкомасштабных неоднородностей на характеристики overshoot- эффекта в эволюции искусственного радиоизлучения ионосферы. Часть І. Стадия	
развития	619

<b>Frolov V. L., Kagan L. M., and Sergeev E. N.</b> Review of SEE features: recent results obtained at the "Sura" heating facility	635
<b>Istomin Ya. N. and Leyser T. B.</b> Quantization of plasma density irregularities under the action of a powerful electromagnetic wave: spectrum of upper hybrid oscillations self consistently trapped in the density cavities	641
<b>Грач С.М.</b> О кинетических эффектах в <i>F</i> -области ионосферы, возмущённой мощными радиоволнами	651
Gondarenko N. A., Guzdar P. N., Milikh G. M., Sharma A. S., Papado-poulos K., and Os- sakow S. L. Spatio-temporal development of filaments due to the thermal self-focusing instability near the critical surface in ionospheric plasmas	670
<b>Бойко Г. Н., Грач С. М., Сергеев Е. Н., Комраков Г. П., Митяков Н. А., Гровс К.</b> Искусственная полость в ионосфере, индуцированная излучением стенда "Сура"	682
Мясников Е. Н. Неустойчивость дрейфовых МГД-волн в верхней ионосфере	691
Ерёменко В.А., Черкашин Ю.Н. Нелокальное нелинейное взаимодействие высокочастотных волн с ионосферой	700
<b>Лапин В.Г.</b> О снижении порога нелинейного взаимодействия волн в плазме с периодическими неоднородностями	704

<b>Demekhov A. G., Trakhtengerts V. Yu., Hobara Y., Hayakawa M.</b> Theory of second-order cyclotron resonance as related to the origin of discrete VLF emissions in the magnetosphere	.713
Milikh G. M., Papadopoulos K., McCarrick M., Preston J. ELF emission generated by the HAARP HF-heater using varying frequency and polarization	728
<b>Trakhtengerts V. Yu., Rycroft M. J.</b> Parametric interactions of whistler mode waves and lower hybrid resonance waves in the upper ionosphere and magnetosphere	736
<b>Мироненко Л. Ф., Рапопорт В. О., Котик Д. С.</b> Эффект Вавилова–Черенкова и доплер– эффекты от сверхсветового радиозайчика в нижней ионосфере	740
Заборонкова Т.М., Кудрин А.В., Петров Е.Ю. О распределении тока вдоль цилиндрической антенны в магнитоактивной плазме в диапазоне очень низких частот	. 750
<b>Караштин А. Н., Комраков Г. П., Токарев Ю. В., Шлюгаев Ю. В.</b> Радиолокационные исследования на стенде СУРА	765

<b>Ким В. П., Хегай В. В.</b> Влияние электростатического поля тропосферной линии шквалов на ночную среднеширотную Е-область ионосферы	780
<b>Кошевой В.В.</b> Радиофизическая и радиоастрономическая диагностика ионосферных эффектов, вызванных наземным инфразвуковым излучателем (предварительные результаты)	785
Токарев Ю.В., Алимов В.А., Белов Ю.И., Бойко Г.Н., Комраков Г.П., Муравьева Н.В., Рахлин А.В., Кайзер М.Л., Родригес П. Радар СУРА-WIND: исследование нелинейных эффектов при провсечивании ионосферы короткими радиоволнами	799
Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П., Фролов В. Л., Штуббе П., Тиде Б., Лейзер Т., Кароззи Т. Влияние мелкомасштабных неоднородностей на характеричтики overshoot- эффекта в эволюции искусственного радиоизлучения ионосферы. Часть II. Стадия релаксации.	810
Бронин А. Г., Грач С. М., Жбанков Г. А., Заботин Н. А. К теории аномального поглощения обыкновенной волны	826

<b>Моченёва О.С., Токман М.Д.</b> Об одном методе определения преимущественной ориентации кристаллических частиц в облаках по данным поляризационных измерений в диапазоне миллиметровых волн	839
Боярский Д.А., Тихонов В.В. Учёт стратиграфии снежного покрова при моделировании его излучательной способности в СВЧ диапазоне	845
<b>Гайкович К.П., Черняева М.Б.</b> Обратные задачи лимбового дистанционного зондирования атмосферы в некорректной постановке	858
Неганов В.А., Осипов О.В. Отражение электромагнитных волн от плоских киральных структур	870
<b>Михайлов Г.Д., Кутищев С.Н., Кирьянов О.Е.</b> Эффективная площадь рассеяния зеркальной антенны с диэлектрическим обтекателем	879
Скулкин С. П., Турчин В. И. Импульсное переходное поле зеркальной антенны в ближней зоне	886
Авдеев В.Б., Пискунов К.П. Достижимые уровни уменьшения коэффициента отражения радиоволн от аэродинамического объекта, прикрытого поглощающим плазменным образованием	893
<b>Бобков Ю.А., Уткин Г.А.</b> Об одном методе решения функционального уравнения с переменным запаздыванием	900

Соколов С.В., Коляда Ю.И., Долгополый П.В. О решении задачи апостериорного
синтеза оптимального управления нелинейными стохастическими структурами
<b>Мальцев А.А., Зимина С.В.</b> Некоторые точные результаты статистического анализа многоканальных адаптивных систем с непрерывными градиентными алгоритмами
<b>Музычук О.В.</b> Прямой метод численного анализа релаксации вероятностных характеристик броуновского движения

<b>Кисляков А. Г., Савельев Д. В., Шкелёв Е. И.</b> Переменность атмосферной линии N <sub>2</sub> O ( <i>J</i> =3→4)
<b>Гайкович К. П., Жилин А. В.</b> Восстановление двумерного распределения радиояркости по измерениям с известной диаграммой направленности
Арефьев А.С., Неганов В.А. Собственные волны экранированной двухсторонней несимметричной полосковой линии передачи
<b>Кузелёв М.В., Лазутченко О.В., Рухадзе А.А.</b> Режимы и спектры черенковской пучковой неустойчивости в нелинейной плазме
<b>Данилов Ю. Ю., Петелин М. И.</b> К теории компрессора микроволновых импульсов на основе бочкообразного резонатора
Смирнов И.П., Карузерс Дж. В., Хилько А.И. Условия существования слаборасходящихся пучков в плоскослоистых волноводах
<b>Вебер В.Л.</b> Флуктуации лидарного сигнала при зондировании моря через взволнованную поверхность
<b>Двинских В.А., Фролов С.В.</b> Оценка значений параметра бифуркации последовательности удвоений периодов в решениях системы уравнений Ресслера
<b>Усанов Д. А., Вениг С.Б., Орлов В. Е.</b> Стимулированная внешним сверхвысокочастотным излучением работа туннельного диода в режиме генерации
<b>Мальцев А.А., Зимина С.В.</b> Статистические характеристики адаптивных антенных решёток
Агудов Н.В., Девятайкин Р.В., Малахов А.Н. Переходная бимодальность неравновесных состояний моностабильных систем с шумами

Сербер А.В. Циклотронное рассеяние с конверсией мод в разреженной плазме на вырожденных звёздах. І. Радиационная релаксация в однородной плазме
<b>Геликонов В. М., Зайцев Ю. И., Кутырёв Д. В., Малыкин Г.Б., Миловский Н. Д.</b> Поляризационные эффекты при взаимодействии встречных волн в изотропных резонансных средах. 1. Теория
Свеженцев А.Е. Анализ желобковых волноводов с диэлектрическим заполнением жёлоба1078
Бузов А.Л. Пространственно-энергетические характеристики кольцевой антенной решётки с радиальными рефлекторами при модовых возбуждениях
<b>Глявин М. Ю., Запевалов В. Е., Кулыгин М. Л.</b> Влияние отражения СВЧ сигнала на эффективность генерации гиротронов с перестройкой частоты
<b>Горшкова М. А., Нечаев В. Е.</b> Насыщение одностороннего мультипактора в тормозящем электростатическом поле
Браже Р.А., Мефтахутдинов Р.М., Новикова Т.А. Электрогидродинамические неустойчивости в <i>n</i> - <i>n</i> <sup>+</sup> - и <i>p</i> - <i>p</i> <sup>+</sup> -переходах с продольным током дрейфа1105
Бурдов В.А. Электронная резонансная динамика в двойной квантовой яме
Комментарий к статье О. Э. Гулина и И. О. Ярощука "Флуктуации импульсов, рассеянных слоем случайно-неоднородной среды" (Известия ВУЗов. Радиофизика. 1999. Т. 42, №. 4, С. 383–393)

Гирин	И.А.,	Дементьев	А.Ф.,	Липатов	Б. Н.,	Лихачёв	С.Ф.,	
Мол	отов И.Е.,	Нечаева М.Б.	, Снегире	в С.Д., Тихо	эмиров Ю	. В., Чуприк	ов А.А.	
Ради	юинтерфер	ометрические	исследован	ия тонкой	структурн	ы сверхкомі	пактных	
внега	алактически	их источников и	космически	их сред в деци	иметровом	диапазоне дл	ин волн11	27
Понято Черн зонда	в А.А., Уря нов А.Г., 1 ирования и	адов В. П., Бату Шумаев В. В., оносферных нес	у <b>хтин В. И.</b> Андерсон однородност	, <b>Иванов В.</b> / <b>С. Д.</b> Пер гей с использ	<b>А., Иванов</b> вые резул ованием во	а <b>Д. В., Рябон</b> ьтаты сверхд олноводной м	<b>за Н. В.,</b> альнего оды11	36
<b>Фурашо</b> инте	ов Н.И., К нсивностью	атков В. Ю., О о снегопада и ос.	<b>)шарин А.</b> Лаблением 1	<b>М., Свердло</b> коротких ми <i>ј</i>	<b>эв Б.А.</b> О ілиметровь	взаимосвязи ых волн	и между 114	45
<b>Бубново</b> рассе	ский А.Ю. еяния назад	., Шевцов Б. <i>М</i> 1 в случайно-не	<b>И.</b> Статис однородных	стические ха к средах	рактеристи	ики нестацио	нарного 115	53

Аистов А. В., Гавриленко В. Г., Джандиери Г. В. О влиянии магнитного поля на угловой спектр мощности электромагнитной волны, многократно рассеянной в турбулентной столкновительной магнитоактивной плазме	1165
<b>Бурдуковская В. Г., Смирнов И. П., Хилько А. И.</b> К обоснованию одного алгоритма расчёта интенсивности акустического поля	1172
<b>Мануилов Б.Д., Башлы П.Н., Шабловский В.М.</b> Синтез нулей в диаграмме направленности решётки плоских волноводов с диэлектрическими вставками	.1181
<b>Коровин С. Д., Куркан И. К., Ростов В. В., Тотьменинов Е. М.</b> Релятивистская ЛОВ с сосредоточенным резонансным рефлектором	1189
<b>Мусаев П. Х., Амонов А. К.</b> Об умножении частоты волн миллиметрового диапазона в полупроводниках вюрцитовой симметрии	1197
<b>Трифонов А. П., Невежин Ю. В.</b> Оптимальный приём оптического импульсного сигнала с неизвестным моментом появления	1201
<b>Трифонов А.П., Чернояров О.В.</b> Вероятностные характеристики абсолютного максимума обобщённого рэлеевского случайного процесса	1213

# ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

## т. 42 журнала "Известия высших учебных заведений. "Радиофизика" за 1999 год

(цифры соответствуют номеру страницы)

Α		Вениг С. Б.	1009
		Власов С. Н.	468
Абрамов В. И.	158	Воробьев В.В.	511
Абранин Э. П.	403	Вугальтер Г. А.	373
Авдеев В.Б.	893	Вяхирев В. Д.	431
Агудов Н. В.	1025	A. A	
Аистов А.В.	1165		Γ
Аливердиев А. А.	83		
Алимов В. А.	799	Гавриленко В.Г.	340, 1165
Амонов А. К.	1197	Гайкович К. П.	858,940
Андерсон С.Д. hfill 1136		Гальченко Н.А.	459, 551
Арефьев А.С.	950	Геликонов В. М.	1054
Афраймович З.Л.	60, 324	Геннеберг В. А.	573
		Гирин И.А.	1127
Б		Глявин М. Ю.	1092
		Городничев В.А.	333
Базелян Л. Л.	403	Горшкова М. А.	1097
Балдин Е.Б.	543	Грач С. М.	619, 651, 682, 810, 826
Батухтин В. И.	1136	Григорьев Г. И.	3
Бахметьева Н.В.	26	Гровс К.	682
Башлы П. Н.	1181	Гулин О. Э.	383
Беликович В.В.	26, 431	Гумеров Р. И.	524
Белов М. Л.	333		
Белов Ю. И.	799		Д
Беляев В. В.	314		
Бенедиктов Е.А.	431	Давидович М.В.	109
Бобков Ю.А.	900	Данилов Ю. Ю.	977
Божков В. Г.	573	Двинских В.А.	1006
Бойко Г. Н.	682,799	Двоешерстов М. Ю.	485
Боярский Д. А.	845	Девятайкин Р.В.	1025
Браже Р. А.	1105	Дементьев А.Ф.	1127
Бронин А. Г.	826	Джандиери Г.В.	340, 1165
Бубновский А.Ю.	1153	Диденкулов И. Н.	183
Бубукин И. Т.	438	Долгополый П.В.	906
Бубукина В. Н.	431	Донец И.В.	139
Бузов А.Л.	1085	Дрягин Ю.А.	573
Бурдов В.А.	1112		
Бурдуковская В.Г.	1172		E
В		Еитан О.	354
		Еременко В.А.	700
Вартаньян С. А.	551	Ермолаев В. Т.	494
Вебер В. Л.	992	Есипенко В.И.	287

Ж		Коротков В.С.	543
		Костылев В.И.	394
Жбанков Г. А.	826	Котик Д. С.	740
Жидко Ю. М.	535	Кошевой В.В.	785
Жилин А.В.	940	Кравцов Ю.А.	240
		Кротов Е. В.	479
3		Ксенофонтов С. Ю.	479
		Кудрин А.В.	750
Заборонкова Т. М.	750	Кузелёв М. В.	958
Заботин Н.А.	826	Кулыгин М. Л.	1092
Завольский Н.А.	225	Куркан И.К.	1189
Зайцев Ю.И.	1054	Куркин А. А.	359
Запевалов В.Е.	225, 1092	Кутишев С. Н.	561.879
Зимина С.В.	914, 1013	Кутырёв Д. В.	1054
И		Л	
Иванов В. А.	303, 1136	Лазутченко О.В.	958
Иванов Д. В.	303, 1136	Лапин В. Г.	704
Иванова Г. К.	535	Ларцов С.В.	129, 314
Игнатьев Ю.А.	26	Лейзер Т.	619,810
		Лерер А. М.	139
K		Лесовой С.В.	503
	700	Липатов Б. Н.	1127
Каизер М.Л.	799	Лихачёв С. Ф.	1127
қан В. И. Б. А	011 100		
Kahakob B. A.	108	Μ	
Капков В. Б.	524	M C D	070
Қараштин А. Н.	60 \	Макаров С. В.	278
Қаримов М. І.	83	Малахов А. Н.	87, 581, 1025
Кароззи I.	619,810	Мальцев А. А.	92, 914, 1013
Карташов Д. В.	203	Малыкин І. Б.	198, 373, 1054
Карузерс Дж. В.	982	Маненков А. Б.	73
Қатин И. В.	215	Мансфельд А. Д.	479
Katkob B. Ю. httll 1145	700	Мануилов Б. Д.	1181
Қим В. П.	780	Марков Г. А.	215
Кирьянов О. Е.	879	Маюнов А. Т.	314
Қисляков А.1.	168, 933	Медведев С. Ю.	278
Кит Е.	354	Мельничук Ю.В.	528
Китай Ш. Д.	235	Мефтахутдинов Р. М.	1105
Кобзарь В. А.	60, 324	Миловский Г.Б.	1054
Коган Л. П.	438	Мироненко Л. Ф.	740
Козинцев В.И.	333	Митягина М.И.	240
Колдаев А.В.	528	Митяков Н.А.	682
Коляда Ю.И.	906	Михайлов Г.Д.	314, 561, 879
Комраков Г. П.	524, 619, 682,	Мичели В.	278
	765, 799, 810	Моисеев М.А.	225
Коровин С.Д.	1189	Молотов И.Е.	1127

839	Родригес П.	799
922	Родюшкин К.В.	494
799	Розенталь А.Е.	198
1197	Ростов В.В.	1189
691	Рудаков М.Л.	176
	Рухадзе А.А.	958
	Рыскин Н. М.	566
	Рябова Н. В. hfill 1136	
36	0	
524	Ľ	
45	Савельев Д.В.	933
1201	Санин А.Г.	479
870,950	Свердлов Б. А.	103, 1145
1097	Свеженцев А. Е.	1078
1127	Селивановский Д. А.	183
475	Семенов В.Е.	183
1105	Семериков А.А.	340
	Сербер А.В.	1035
	Сергеев Е. Н.	619, 682, 810
1000	Силаев А. М.	92
1009	Скулкин С. П.	148,886
870 500 1145	Смирнов И. П.	982, 1172
528, 1145	Снегирев С. Д. hfill 1127	
45	Соколов И.В.	183
	Соколов С.В.	906
	Соловьев О.В.	418
190	Соппа М.С.	452
120	_	

0	

Η

Моченева О.С. Музычук О.В. Муравьева Н.В. Мусаев П.Х. Мясников Е.Н.

Нагорский П. М. Насыров А. М. Наумов А. П. Невежин Ю. В. Неганов В. А. Нечаев В. Е. Нечаева М. Б. Никитенко К. Ю. Новикова Т. А.

Орлов В.Е.	1009
Осипов О.В.	870
Ошарин А. М.	528, 1145
Ошарина Н.Н.	45

### П

Павлов В. А.	120
Паламарчук К. С.	60, 324
Панюков А. В.	266
Пелиновский Е.Н.	354
Петелин М. И.	977
Петров Е. Ю.	750
Пирцхалаишвили Н. Г.	340
Пискунов К. П.	893
Польдин О. В.	92
Понятов А. А.	26, 303, 1136
Преображенский А. П.	561
Прудников М.Б.	479

### Р

Разиньков С. Н.	314
Рапопорт В.О.	740
Рахлин А. В.	799
Резник А. Н.	158
Резник С. Н.	255
Рейман А. М.	479

Т	
Талипова Т. Г.	354
Тигелис И.Г.	73
Тиде Б.	619,810
Титов В.Н.	566
Тихомиров Ю.В.	1127
Тихонов В.В.	845
Токарев Ю.В.	765, 799
Токман М. Д.	839
Тотьменинов Е. М.	1189
Тресков А. Т.	503
Тресков Т. А.	503
Трифонов А. П.	1201, 1213
Троицкая Ю. И.	255
Троицкий А.В.	45,528
Трофимов В. А.	369, 475
Турчин В. И.	886

1235

	У			Я	
Урядов В. П. Усанов Д. А. Уткиц Г. А		303, 1136 1009 900	Якимов А.В. Ярощук И.О.		278, 590 383
<i>у</i> ткин 1. А.		300		D	
	Φ		Demelsherry A. C.		719
Фелосеев Л. И.		573	Demeknov A. G.		/15
Феррантэ Г.		278		F	
Фролов В. Л.		619,810			
Фролов С.В.		1006	Frolov V. L.		635
Фурашов Н.И.		103, 1145		G	
	x			U	
	Λ		Gondarenko N.A.		670
Хегай В.В.		780	Gurevich A. V.		599
Хилько А. И.		982, 1172	Guzdar P. N.		670
	П			Н	
	-				
Цветковская С. М.		139	Hagfors T.		607
Цыбко Я. Г.		403	Hayakawa M.		710
	Ч		Hobara Y.		/13
	•			Ι	
Черкашин Ю. Н.		303, 700			
Чернов А. Г.		303, 1136	Isham B.		607
Чернояров О.В.		1213	Istomin Ya. N.		641
Чернухов В. В.		324		К	
Черняева М. Б.		808 485		I\	
Чириманов А. П. Чуприков А А		405	Kagan L. M.		635
Чурюмов А. Н.		240	Kofman W.		607
51				I	
	ш			L	
Шабловский В. М.		1181	LaHoz C.		607
Шевцов Б. М.		1153	Leyser T.		607,641
Шкелёв Е.И.		933		М	
Шлюгаев Ю.В.		765		/¥1	
Штуббе П.		619,810	McCarrick M.		728
Шумаев В.В.		303, 1136	Milikh G. M.		670, 728
			Mishin E.		607
	Щ			0	
	`	000	Oppolyers C. J.		070
щуко О. Б.		203	USSAKOW S. L.		0/0

	Р	
Papadopoulos K. Preston J.		670, 728 728
	R	
Rietveld M. T. Rycroft M. J.		607 736
	S	
Sergeev E. N. Sharma A. S.		635 670
	Τ	
Trakhtengerts V. Yu.		713, 736