МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XLI N 7 **Нижний Новгород** **1998**

Содержание

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 520.35:520.36

ОСЛАБЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРЕДМОНОХРОМАТОРОВ НА СТАБИЛЬНОСТЬ СОЛНЕЧНЫХ ФУРЬЕ-УСТРОЙСТВ

И. Е. Кожеватов, Е. Х. Куликова, Н. П. Черагин

Предложен метод повышения стабильности специализированных солнечных фурье-спектрометров. Метод основан на согласовании ширины полосы пропускания предмонохроматоров, используемых для выделения участка спектра, с частотой фурье-гармоник спектрометра. Обосновывается целесообразность такого согласования как для уменьшения ошибок измерений, вызываемых нестабильностями предмонохроматора, так и для увеличения линейности диапазона измерений. Рассмотрены варианты реализации метода для щелевых спектрометров и интерференционных фильтров типа эталона Фабри—Перо.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время усиливается тенденция применения в оптических солнечных измерениях специализированных фурье-устройств. В дополнение к уже известным фурье-тахометрам [1—7], используемым для измерения лучевых скоростей по допплеровским смещениям линий, недавно были предложены фурье-магнитографы и фурье-спектрометры для измерения как полного вектора магнитного поля, так и площади, смещений и асимметрии спектральной линии [8—9]. Всё более широкое использование таких фурье-спектрометров объясняется преимуществами алгоритмов измерения, относительной компактностью, а также высокой светосилой этих приборов.

Измерение допплеровских смещений, зеемановских расщеплений и других параметров спектральных линий при помощи специализированных фурье-спектрометров сводится к измерению фазы и амплитуды одной или двух фурье-гармоник спектра излучения [1, 7—9]. Как правило, точность измерений современных солнечных фурье-устройств ограничивается нестабильностями их оптико—механических частей. Аппаратурные шумы электронных узлов, а также квантовые флуктуации интенсивности имеют более низкий уровень, связанный с относительно высокой интенсивностью солнечного излучения. Таким образом, для повышения точности получаемых данных актуальным является устранение нестабильностей оптико—механических частей фурье-устройств.

В настоящей статье обсуждается метод улучшения стабильности специализированных фурье-спектрометров путём ослабления влияния предмонохроматоров, используемых в схемах для выделения участка спектра с исследуемой линией поглощения.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА

Не вдаваясь в подробности работы фурье-спектрометров, рассмотрим влияние, оказываемое предмонохроматорами на данные измерений. Интенсивность выделенного участка спектра можно записать в виде

$$I(x) = K(x) Ic(x) [1 - r(x)], \tag{1}$$

где K(x) — функция пропускания предмонохроматора, $I_c(x)$ — интенсивность излучения в континууме в окрестности исследуемой спектральной линии поглощения, $r(x)$ — профиль линии поглощения, x — спектральная переменная. Для упрощения допустим, что на выделенном участке интенсивность непрерывного спектра остаётся постоянной и соответствует I_c и в пределах контура линии коэффициент пропускания предмонохроматора (K_0) не меняется. При этих условиях выражение (1) можно переписать

$$I(x) = I_c K(x) - I_c K_0 r(x). \tag{2}$$

Фурье—трансформанта выражения (2) будет состоять из двух слагаемых:

$$\tilde{J}(\omega) = I_c \tilde{K}(\omega) - I_c K_0 \tilde{r}(\omega). \tag{3}$$

Здесь знаком "∼"отмечены Фурье-образы соответствующих функций, ω — частота фурье-гармоник.

Информацию о профиле спектральной линии несёт второе слагаемое. Первое является "откликом"фурье-преобразователя на функцию пропускания предмонохроматора и затрудняет задачу измерений по ряду причин. Во-первых, возможная нестабильность характеристик предмонохроматора вносит дополнительные погрешности в измерения фазы и амплитуды фурье-гармоник. Во-вторых, сигнал "отклика"фурье-преобразователя на функцию пропускания предмонохроматора делает нелинейной зависимость смещений фазы всего сигнала от смещений профиля спектральной линии (фаза суммы двух сигналов не равна сумме фаз отдельных его составляющих).

Перечисленные выше трудности при исследовании линий поглощения являются типичными для специализированных фурье-спектрометров. Метод устранения "влияния предмонохроматора", предлагаемый авторами, состоит в том, что первое слагаемое выражения (3) зануляется путём соответствующего сопряжения параметров предмонохроматора и частоты фурье-гармоники.

Отметим, что частота фурье-гармоник (ω) при использовании двулучевого интерферометра для фурье-преобразования спектра определяется разностью хода интерферирующих лучей (q):

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda^2} q\,. \tag{4}$$

Аналогичное соотношение между частотой фурье-гармоник и разностью хода лучей справедливо и для многолучевых интерферометров [8]. Поэтому с одинаковым основанием можно говорить о согласовании полосы предмонохроматора с частотой фурье-гармоник или с разностью хода лучей интерферометра.

Запишем условие, при котором выражение (3) будет содержать только информативное второе слагаемое. При этом слагаемое, связанное с функцией пропускания предмонохроматора должно быть тождественно равно нулю:

$$\tilde{K}(\omega) = \int K(x)\cos\omega x\,dx + i\int K(x)\sin\omega x\,dx \equiv 0. \tag{5}$$

В качестве предмонохроматоров для фурье-спектрометров могут быть использованы щелевые спектрографы или интерферометры Фабри—Перо низких или высоких порядков. Рассмотрим как на практике выполнить условие согласования для разных типов предмонохроматоров.

1.1. Спектрограф

Как показано в работах [1, 10], фурье-трансформанта функции пропускания спектрографа с прямоугольной выходной щелью обращается в нуль на частотах

$$\omega_n = n\frac{2\pi}{\Delta x}\,, \qquad n = 1,\ 2,\ 3, \ldots, \tag{6}$$

где Δx — спектральная ширина выходной щели спектрографа.

Выполнение условия (5) на практике легко реализуется при помощи следующей процедуры. В интерферометре, являющемся основным рабочим элементом фурье-устройств, устанавливается разность хода, соответствующая частоте, рассчитанной по формуле (6), где за Δx принимается полная ширина исследуемой спектральной линии поглощения. Спектрограф настраивается на участок непрерывного спектра рядом с линией. Путём плавного изменения ширины выходной щели спектрографа, сопряжённой со входом интерферометра, добиваются уменьшения контраста интерференционной картины до нуля, после чего спектрограф перестраивается с континуума на исследуемую линию.

1.2. Интерференционный фильтр на основе эталона Фабри—Перо

Нетрудно показать, что условие (5) может быть выполнено и в случае применения в качестве предмонохроматора интерференционных фильтров типа эталона Фабри—Перо. Последнее очень важно, т. к. для получения двумерных карт данных в реальном времени необходимо применение фурье-спектрометров в сочетании со светосильными предварительными фильтрами.

В силу осевой симметрии эталона Фабри—Перо его спектральные свойства можно описать при помощи только одной переменной: либо угла падения лучей, либо радиуса колец (R) в фокальной плоскости объектива. Линейная дисперсия эталона для малых углов расходимости даётся выражением [13]

$$D_\lambda(R) = \frac{dR}{d\lambda} = -\frac{F^2}{x_0 R}\,, \tag{7}$$

где F — фокусное расстояние объектива, x_0 имеет смысл длины волны эталона в центральном пятне. С учётом фильтрации боковых порядков пропускания эталона при равномерной освещённости входного отверстия объектива через элементарное кольцо радиуса (R) и шириной (ΔR) будет проходить свет со следующим спектральным составом:

$$\Delta I(x) = 2\pi R I_c T_f \left[x - \left(x_0 + \int\limits_0^R \frac{dR}{D_\lambda(R)} \right) \right] \Delta R\,, \tag{8}$$

где I_c — интенсивность падающего излучения, T_f — аппаратная функция эталона Фабри—Перо. Произведя замену переменных $\mathrm{y} = x - x_0 \left(1 - \dfrac{R^2}{2F^2}\right)$ и проинтегрировав выражение (8), для коэффициента пропускания эталона имеем

$$K(x) = \frac{1}{\xi} \int\limits_{x-x_0}^{x-(x_0-\xi)} T_f(y)\, dy\,, \tag{9}$$

где $\xi = \dfrac{x_0 R^2}{2F^2}$. Условие (5) для эталона Фабри—Перо будет иметь вид

$$\frac{1}{\xi} \int T_f(x) \left[\int\limits_{x-x_0}^{x-(x_0-\xi)} \cos\omega y\, dy \right] dx + \frac{i}{\xi} \int T_f(x) \left[\int\limits_{x-x_0}^{x-(x_0-\xi)} \sin\omega y\, dy \right] dx = 0. \tag{10}$$

Интегралы $\int\limits_{x-x_0}^{x-(x_0-\xi)} \cos\omega y\, dy$ и $\int\limits_{x-x_0}^{x-(x_0-\xi)} \sin\omega y\, dy$ равны нулю при $\xi = n\dfrac{2\pi}{\omega_n}$, что выполняется для

$$R_n = F\sqrt{\frac{4\pi n}{x_0 \omega_n}}\,, \qquad n = 0,\ 1,\ 2, \ldots \tag{11}$$

Следовательно, если при выбранной разности хода в интерферометре в фокальной плоскости объектива установить диафрагму с круглым отверстием радиуса (R_n), то дестабилизирующее влияние интерференционного фильтра типа эталона Фабри—Перо, как предмонохроматора, будет исключено.

Если учесть, что спектральная ширина функции пропускания фильтра (Δx) связана с радиусом апертуры (R_0) и фокусом объектива (F) соотношением

$$\Delta x = \frac{x_0}{2}\left(\frac{R_0}{F}\right)^2, \tag{12}$$

нетрудно видеть, что требование (11) для эталона Фабри—Перо и требование (6) для спектрографа идентичны.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ СОГЛАСОВАНИЯ РЕАЛЬНЫХ ПРЕДМОНОХРОМАТОРОВ

Условия (5), (10) согласования полосы предмонохроматора с частотой фурье-гармоник (ω) или разностью хода лучей (q) получены нами из приближённых выражений (2), (3). Тем не менее они остаются в силе и с учётом реальных спектральных характеристик предмонохроматоров и реальных профилей спектральных линий.

На рис. 1 представлен спектральный состав излучения во фраунгоферовой линии солнечного спектра $\lambda = 5576$ Å FeI, выделенного фильтром на основе эталона Фабри—Перо. Предварительный расчёт полосы фильтра выполнен по формуле (12). На рис. 2 представлен график относительной "чувствительности"фазы фурье-гармоники участка спектра (рис. 1) к нестабильности предмонохроматора в зависимости от разности хода лучей. Разность хода лучей на всех рисунках дана в единицах ($q = n\lambda^2/\Delta x$), где за Δx принята спектральная ширина функции пропускания фильтра. Из рисунка видно, что в области разностей хода $q = 0{,}0$—$0{,}5$ "чувствительность"фазы к нестабильности фильтра в 1,8 раза выше, чем к смещению спектральной линии. "Чувствительность"фазы возрастает в области $q = 0{,}8$—$0{,}9$. Однако, эта область не представляет интереса, т. к. соответствует падению амплитуды сигнала до нуля (рис. 3) и, следовательно, резкому падению отношения сигнал/шум. Ошибки, связанные с нестабильностью предмонохроматора, существенно уменьшаются в точках $q = 1{,}0$ и $q = 2{,}0$, соответствующих условию согласования (10). Хотя следует отметить, что реального падения уровня ошибок до нуля в этих точках не происходит. Это объясняется тем, что применяемый фильтр не имеет плоскую в пределах всей линии полосу пропускания, как это предполагалось в выражениях (2), (3).

Согласование целесообразно и для увеличения диапазона линейности измерений фазы. Семейства кривых на рис. 4 иллюстрируют зависимость изменений фазы фурье-гармоник от смещения спектральной линии для некоторого набора разностей хода лучей фурье-преобразователя. Значения фазы даны в пересчёте на лучевые смещения. Непрерывные линии соответствуют смещению фазы фурье-гармоники в случае спектральной линии поглощения, пунктирные — гипотетической эмиссионной линии, неискажённой действием предмонохроматора. Как видно из рисунка, из первого семейства кривых наиболее близка к идеальному случаю кривая для $q = 1{,}0$, соответствующая условию согласования. На рис. 5 представлены графики величины линейного диапазона изменения фазы при смещении линии поглощения в зависимости от разности хода лучей. Наибольших значений интервал линейности в обоих случаях достигается при $q = 1{,}0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании расчётов, иллюстрируемых рисунками, можно резюмировать полезность согласования ширины полосы пропускания предмонохроматора с частотой фурье-гармоник (разностью хода

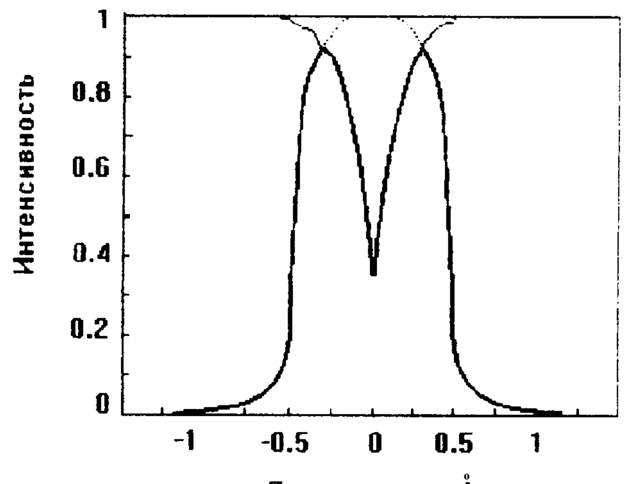


Рис. 1. Спектральный состав излучения во фраунгоферовой линии солнечного спектра $\lambda = = 5576$ Å Fe I, выделенного фильтром на основе эталона Фабри-Перо. Предварительный расчёт полосы фильтра выполнен по формуле (12).

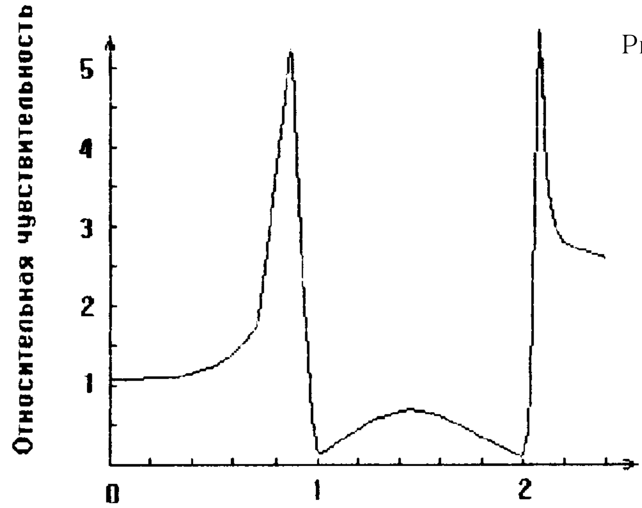


Рис. 2. “Чувствительность" фазы фурье-гармоники участка спектра, выделенного фильтром, к нестабильности предмонохроматора в зависимости от разности хода лучей, соотнесённая к “чувствительности- фазы на смещение гипотетической эмиссионной линии, неискажённой предмонохроматором.

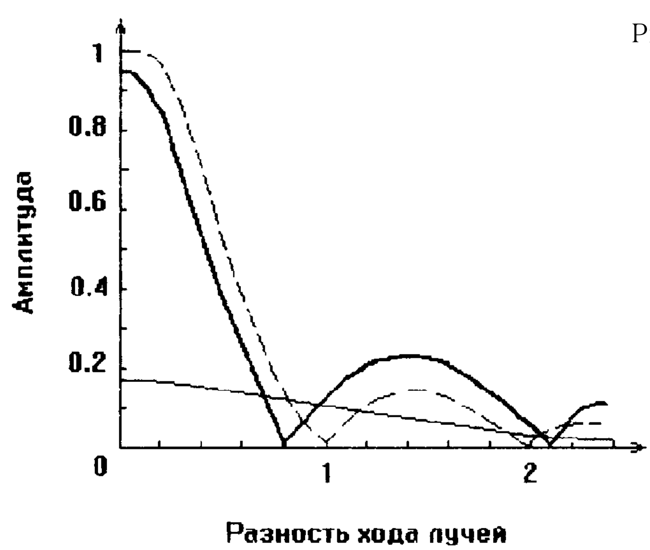


Рис. 3. Изменения амплитуд фурье-гармоник в зависимости от разности хода лучей фурье-преобразователя для разного типа спектра. Тонкая линия соответствует гипотетической одиночной эмиссионной линии, пунктирная — функции пропускания эталона Фабри—Перо, плотная линия — спектральной линии поглощения, выделенной фильтром.

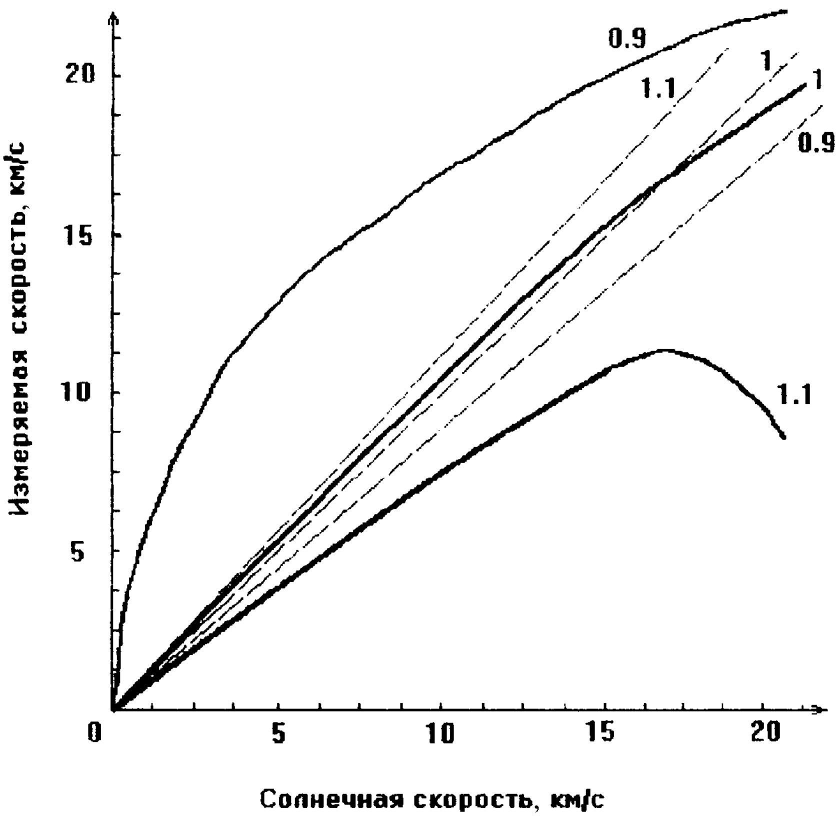


Рис. 4. Зависимость изменений фазы фурье-гармоник от смещения спектральной линии для некоторого набора разностей хода лучей фурье-преобразователя. Значения фазы даны в пересчёте на лучевые смещения. Непрерывные линии соответствуют смещению фазы фурье-гармоники в случае спектральной линии поглощения, пунктирные — гипотетической эмиссионной линии, неискажённой действием предмонохроматора.

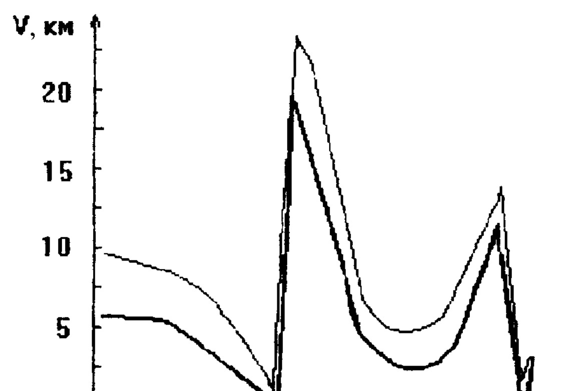


Рис. 5. Тонкая и плотная линии соответствуют 2% и 5% интервалам линейности соответственно.

лучей) как для увеличения линейности диапазона измерений, так и для уменьшения ошибок измерений, вызываемых нестабильностями предмонохроматора. Это позволит получить более надёжные экспериментальные данные при исследованиях магнитных полей и лучевых скоростей в источнике излучения (в частности, в солнечной атмосфере).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 95—02—05912а) и Программы "Астрономия".

ЛИТЕРАТУРА

1. Горский С. М., Лебедев В. П. //Изв. КАО, 1977. Т. 57. С. 228.
2. Beckers J. M. and Brown T. M. — In: Proc. of the JOSO Workshop, "Future Solar Optical Observations, Needs and Constrains", 1979, Firenze, P. 189.
3. Дидковский Л. Д., Кожеватов И. Е., Степанян Н. Н. //Изв. КАО, 1986. Т. 74. С. 142.
4. Scherrer P. H., Hoeksema J. T., Bogart R. S. — In: Proc. of "The SOHO Mission-Scientific and Technical Aspects of the Instruments", 1989, ESA, SP-1104. February, 25.
5. Scherrer P. H., Hoeksema J. T., Bogart R. S. //Adv. Space Res., 1991. V. 11. № 4. P. 113.
6. Кожеватов И. Е., Куликова Е. Х., Черагин Н. П. //Письма в АЖ, 1995. Т. 21. № 6. С. 470.
7. Ioshpa B. A., Obridko V. N., Kozhevatov I. E. //Solar Phys., 1996. V. 164. P. 373.
8. Kozhevatov I. E., Kulikova E. H., Cheragin N. P. //Solar Phys., 1996. V. 168. P. 251.
9. Кожеватов И. Е., Куликова Е. Х., Черагин Н. П. //Оптика и спектроскопия, 1995. Т. 78. С. 536.
10. Раутиан С. Г. //УФН, 1958. Т. 66. С. 476.
11. Малышев В. И. Введение в экспериментальную спектрокопию. — М.: Наука, 1979. С. 437.

Научно—исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
19 ноября 1997 г.

REDUCTION OF PRE-MONOCHROMATOR INFLUENCE ON THE STABILITY OF FOURIER SPECTROMETERS

I. E. Kozhevatov, E. Kh. Kulikova, N. P. Cheragin

A method is proposed to increase the stability of specialized solar Fourier—spectrometers. The method is based on matching the pre—monochromator bandwidth with spectrometer Fourier—harmonic frequencies. The efficiency of this matching is grounded both to decrease the measurement errors due to pre—monochromator instabilities and to increase the linearity of the measurement range. Some variants of the method realization have been considered for slot spectrometers and interference filters of Fabry—Perot interferometer type.

УДК 621.396.628:523.164

РАДИОАСТРОНОМИЧЕСКАЯ АНТЕННА НА 151 МГц ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ "ВОЛНОВОЙ КАНАЛ"

В. И. Власов, С. М. Кутузов, В. И. Шишов, Ю. И. Азаренков, Е. А. Исаев, В. И. Костромин, Н. С. Соломин

Дано описание простой и дешёвой многолучевой приёмной антенной решётки на волну $\lambda = 2$ м, построенной для радиоастрономических исследований солнечного ветра по наблюдениям межпланетных мерцаний большого числа слабых космических радиоисточников.

1. ВВЕДЕНИЕ

С момента возникновения радиоастрономии её успехи непосредственно связаны с возможностями радиотелескопов, важнейшим элементом которых является радиоастрономическая антенна [1–3]. Основное назначение радиотелескопа — регистрация чрезвычайно слабых сигналов от удалённых космических радиоисточников. Поэтому, главным требованием к нему всегда были высокая чувствительность и большая разрешающая способность. Эти основные характеристики радиотелескопа непосредственно определяются геометрическими размерами антенны. Исторически широкое развитие в радиоастрономии получили полноповоротные параболические антенны, как наиболее простые в электрическом исполнении. Развитие их шло по пути увеличения диаметра зеркала и повышения рабочих частот вплоть до миллиметрового диапазона волн. Однако в радиоастрономии большой исследовательский интерес представляет также диапазон декаметровых и метровых волн. На этих волнах обеспечить высокую чувствительность радиотелескопа с помощью больших одиночных зеркальных антенн практически нереально. Для этого требуются слишком громоздкие и сложные механические конструкции. Поэтому имеет место большое разнообразие типов радиоастрономических антенн метрового диапазона волн. В последнее время в этом диапазоне получили развитие многоэлементные антенные решётки с электрически управляемой диаграммой направленности [4–7]. Они более сложны в электрическом отношении, но проще по механической конструкции и, в принципе, позволяют создать сколь угодно большие собирающие площади антенн.

Здесь обсуждается антенна специализированного радиотелескопа для радиоастрономических исследований межпланетной плазмы [8] методом картографирования индексов мерцаний космических радиоисточников. К антенне радиотелескопа предъявлялся ряд требований технического и экономического характера. Отметим основные из них.

Первое условие относится к чувствительности радиотелескопа. Оно продиктовано необходимостью регистрировать мерцания радиоизлучения (быстрые флуктуации интенсивности) большого числа слабых космических источников с плотностью потока $\sim 10^{-25}$ Вт/м^2·Гц. Для этого необходимо обеспечить эффективную собирающую площадь антенны $\sim 10^4$ м^2.

Важным параметром антенны является также её рабочий диапазон. Выбор рабочих частот для радиотелескопа определяется с одной стороны потребностями научных задач, а с другой стороны — проблемами защиты от наземных источников радиоизлучений. В нашем случае оптимальным для зондирования межпланетной плазмы посредством наблюдений мерцаний радиоисточников является диапазон частот 100–300 МГц. В этом участке международным регламентом радиосвязи выделена для радиоастрономического использования полоса частот 150,05–153 МГц. Это, в принципе, позволяет обеспечить административную защиту радиоастрономических наблюдений от наземных радиопомех. Поэтому средняя частота настройки антенны была выбрана равной 151,5 МГц.

И наконец, при разработке антенны кроме технических требований ставились также следующие экономические требования: снижение стоимости одного квадратного метра эффективной площади антенны минимум на порядок по сравнению с ранее создаваемыми радиоастрономическими антеннами метрового диапазона волн, применение доступных материалов и возможность её изготовления своими силами без привлечения специализированных монтажных и наладочных организаций.

2. ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ АНТЕННЫ

2.1. Выбор типа антенны

Обсуждаемый специализированный радиотелескоп для картографирования межпланетной плазмы должен регистрировать в течение примерно 10 часов дневного времени большое число (порядка 100 и более) мерцающих радиоисточников. Большое число наблюдаемых мерцающих радиоисточников, большой интервал регистрации каждого источника и совпадение времени наблюдений нескольких мерцающих радиоисточников делают предпочтительной многолучевую по склонению диаграмму направленности антенны.

Такой радиотелескоп должен обладать достаточно большой чувствительностью. Для увеличения чувствительности при наблюдении мерцаний нельзя выбирать большую постоянную времени интегрирования сигналов, т. к. она определяется периодом мерцаний и не должна превышать 1 сек. Увеличение полосы приёма для увеличения чувствительности также невозможно, главным образом из-за наличия радиопомех. Поэтому единственным способом повышения чувствительности радиотелескопа остаётся увеличение эффективной собирающей площади антенны.

При исследовании межпланетных мерцаний космических радиоисточников не требуется высокая разрешающая способность. Напротив, увеличение времени прохождения источника через диаграмму направленности даже полезно при статистической обработке флуктуаций интенсивности — мерцаний. Поэтому антенна радиотелескопа должна иметь заполненную апертуру, а её линейный размер в направлении восток—запад не должен быть большим, чтобы обеспечить достаточно широкую диаграмму направленности по часовому углу.

Изложенные соображения с учётом экономических требований приводят к выбору антенны радиотелескопа в виде достаточно большой многоэлементной антенной решётки.

2.2. Элемент антенной решётки и схема объединения элементов в ряду

При выборе типа излучателя решающими условиями были простота изготовления, настройки и включения его в систему, а также малый расход материалов. Исходя из этих требований в качестве элемента решётки была выбрана антенна типа девятиэлементный волновой канал. Основой для оценки его геометрических параметров был принят один из вариантов такой антенны, хорошо отработанный в радиолюбительской практике [9]. Схема излучателя приведена на рис. 1. Пассивные вибраторы антенны изготовлены из алюминиевой проволоки диаметром 2 мм. Активный вибратор (полуволновый разрезной диполь) выполнен из биметаллической проволоки (сталь с медным покрытием) диаметром 2 мм. Девятиэлементный волновой канал в таком исполнении имеет входное сопротивление около 70 Ом.

Излучатели в ряду соединены двухпроводной открытой линией с волновым сопротивлением $W = 468$ Ом [10]. Активный вибратор излучателя подключен к двухпроводной фидерной линии через отрезок симметричной линии длиной $\frac{3}{4}\lambda_0$ с волновым сопротивлением $W = 468$ Ом. Этот отрезок выполняет роль трансформатора и переводит низкое входное сопротивление излучающего элемента ~ 70 Ом

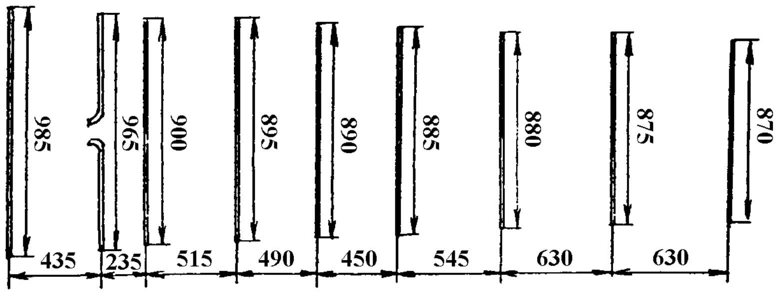


Рис. 1. Девятиэлементный “волновой канал".

в высокое сопротивление $\sim$ 3 кОм. Так как излучающие элементы в ряду расположены на расстоянии $1{,}5\lambda_0$, то для обеспечения равномерного фазового распределения по излучателям ряда они подсоединяются к двухпроводной фидерной линии с поочерёдным изменением фазы на 180°. В результате параллельное соединение 42 таких излучателей через отрезки линии, кратные резонансной длине волны, позволяет получить хорошее согласование и результирующее выходное сопротивление, равное $\sim$ 75 Ом. Схема объединения излучателей в ряду приведена на рис. 2.

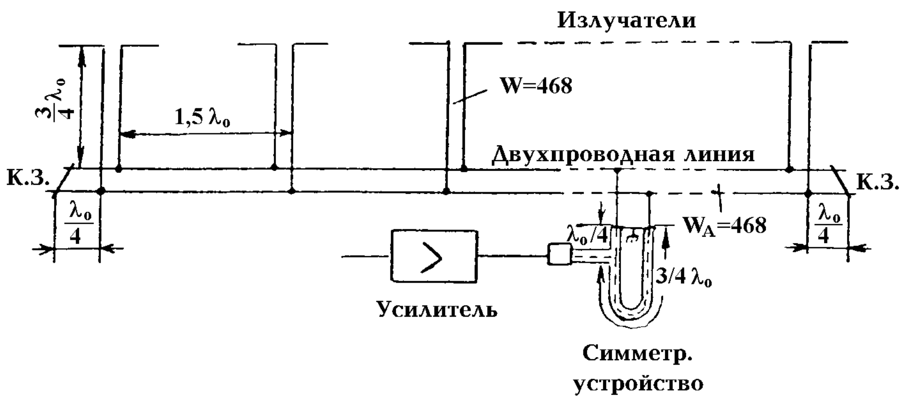


Рис. 2. Схема объединения элементов в ряду.

Характер согласования элементов антенной решётки в рабочей полосе частот показан на рис. 3. На рис. 3а приведён пример зависимости коэффициента стоячей волны (КСВ) от частоты для излучателя типа волновой канал с полуволновым разрезным диполем в качестве активного элемента. Для сравнения на рис. 3б приведена зависимость КСВ от частоты для волнового канала, имеющего полуволновый диполь с шунтовым питанием [11], согласованный с фидерной линией посредством дельта трансформатора. Видно, что в этом случае согласование волнового канала с фидерной линией лучше в более широкой полосе частот. Заметим также, что этот вариант активного элемента антенной решётки технологичней и удобней. Однако, мы выбрали вариант с разрезным диполем, позволяющий в описываемой схеме легко перейти от симметричной двухпроводной соединительной линии ряда из 42-х излучателей на коаксиальную линию передачи.

В центре линии установлено симметрирующее устройство с трансформацией волновых сопротивлений 1 : 1 (классическое “U-колено"). Выход симметрирующего устройства — коаксиальный с сопротивлением 75 Ом. После симметрирующего устройства установлен малошумящий усилитель. Характер согласования ряда со входом антенного усилителя показан на рис. 3в. Здесь приведены примеры зависимости КСВ от частоты для двух произвольных рядов антенной решётки.

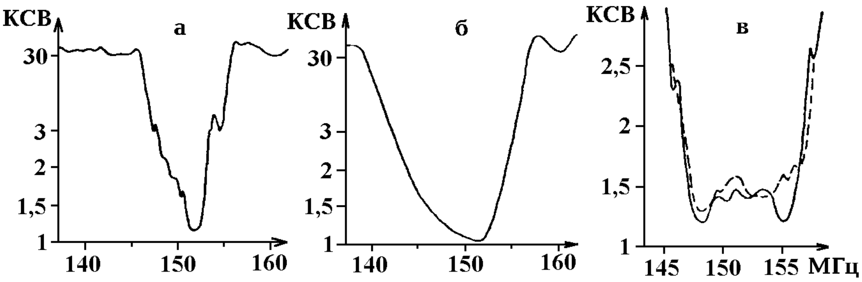


Рис. 3. Коэффициент стоячей волны (КСВ) в зависимости от частоты: а) для излучателя "волновой канал"с полуволновым разрезным диполем, б) для "волнового канала", имеющего диполь с шунтовым питанием, в) на выходе симметрирующего устройства в центре ряда (по схеме рис. 2).

2.3. Конструктивное исполнение антенны

Схематично конструкция антенны показана на рис. 4 и фото.

Антенна радиотелескопа представляет собой двумерную эквидистантную решётку из 1344 девятиэлементных излучателей типа "волновой канал". Конструктивно антенна составлена из 32 рядов излучателей. Ряды расположены на расстоянии 3,5 м друг от друга в направлении север—юг. Каждый ряд состоит из 42-х элементарных антенн "волновой канал", разнесённых друг от друга на 3 м $(1{,}5\lambda_0)$ в направлении восток—запад. Механическая конструкция отдельного ряда включает в себя две крайние опоры из стальных труб диаметром 50—70 мм длиной 6,5 м и две промежуточные опоры из труб меньшего диаметра. Вдоль ряда между опорами натянуты 9 горизонтальных линий капронового шнура, вдоль которых с шагом $1{,}5\lambda_0$ крепятся соответствующие элементы излучателей "волновой канал".

Крепление капронового шнура на опорах соответствует расстояниям между элементами излучателя "волновой канал". Опоры закреплены шарнирно на поверхности земли. Крайние опоры имеют наружные оттяжки из нержавеющей проволоки, закреплённой на земле по линии крепления опор. По верхним концам опор вдоль ряда натянут капроновый силовой канат диаметром 10 мм, обеспечивающий достаточную жёсткость конструкции ряда в целом. Этот силовой канат используется также для уменьшения провисания дипольной линии с помощью промежуточных оттяжек. Между крайними опорами вдоль ряда на расстоянии $\lambda/4$ ниже рефлекторной линии излучателей натянут двухпроводный фидер из биметаллической проволоки. От крайних опор фидер изолирован четвертьволновыми короткозамкнутыми отрезками, а на промежуточных опорах он крепится посредством изоляторов из поликарбоната.

2.4. Структурная схема антенны

Схема объединения рядов излучателей в единую антенную систему и соединения антенны с радиометром приведена на рис. 5.

Помимо собственно решётки излучателей антенна содержит выносные малошумящие усилители, диаграммообразующую схему, обеспечивающую формирование необходимых амплитудно—фазовых распределений, и сеть высокочастотных соединительных фидеров. Из-за большого затухания протяжённых высокочастотных линий в антенне применена трёхуровневая система распределённого усиления. Антенные усилители 1-го уровня расположены в защитных коробках в центре каждого ряда излучателей непосредственно после симметрирующих устройств. Коэффициент шума усилителей $F = 1{,}7$, коэффициент усиления К $= 14$ дБ, полоса пропускания $\Delta f = 7$ МГц.

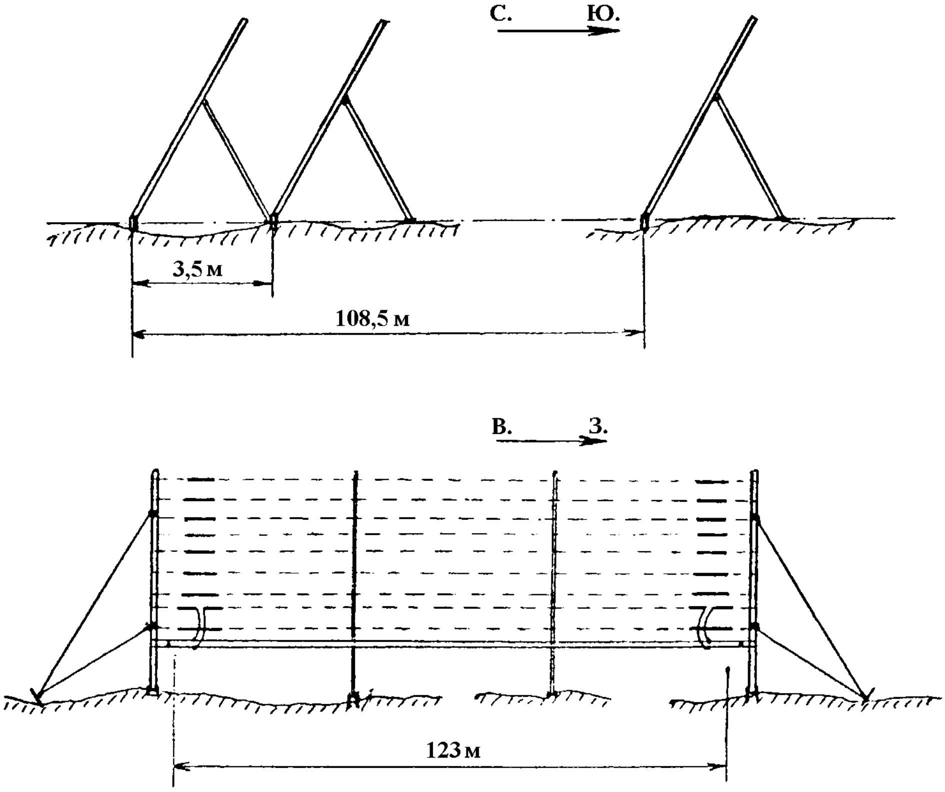
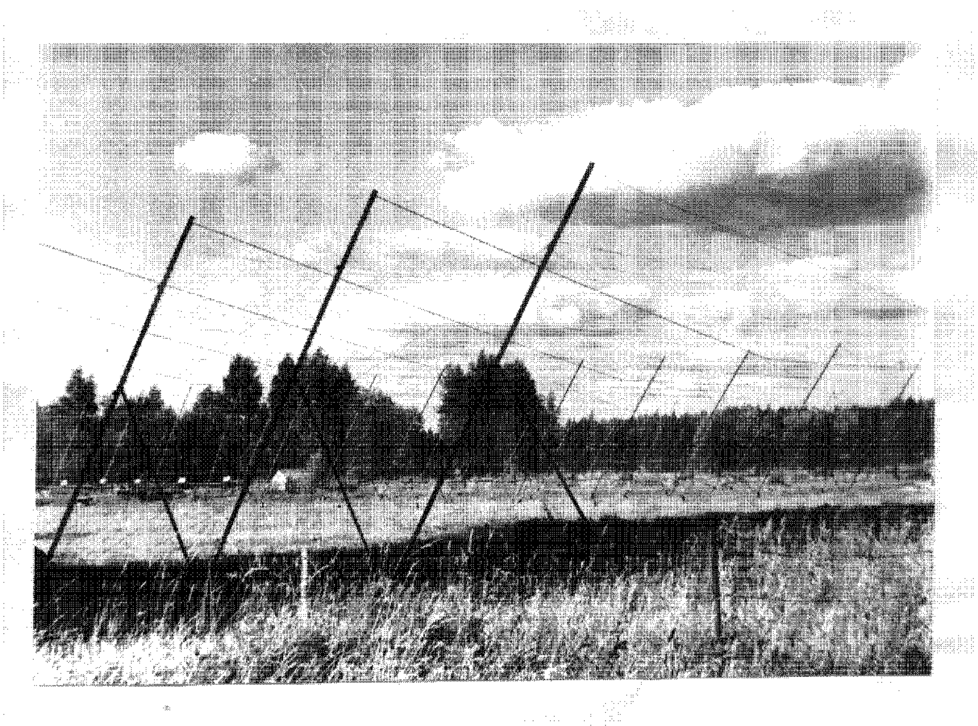


Рис. 4. Схема механической конструкции антенны.



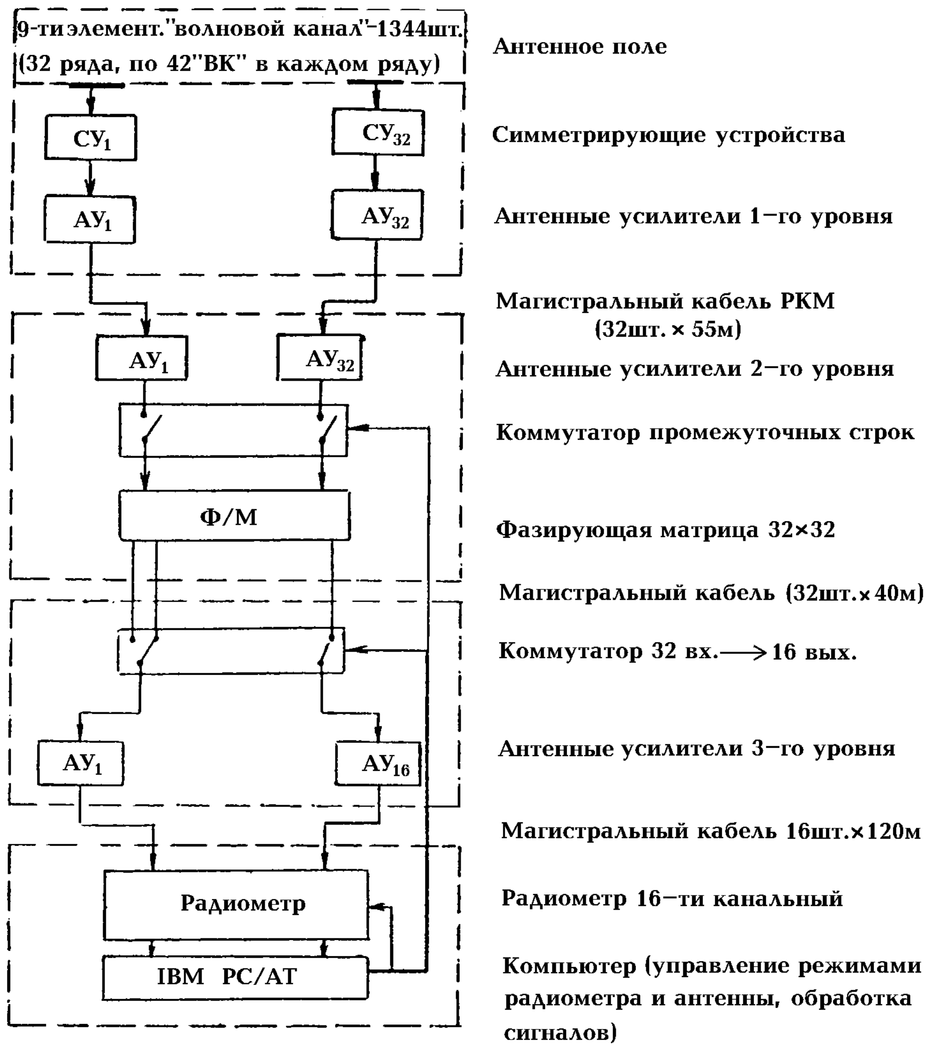


Рис. 5. Структурная схема антенны.

В центре антенной решётки в едином защищённом от атмосферных осадков блоке расположена диаграммообразующая схема и 32 антенных усилителя второго уровня. На входе фазирующей матрицы включена фазосдвигающая схема, обеспечивающая смещение всех лучей диаграммы направленности на половину ширины луча. Таким образом, формируется более гладкая (с меньшей глубиной модуляции) диаграмма направленности, имеющая 64 независимых луча.

2.5. Многолучевая диаграмма направленности антенной решётки

Многоэлементные антенные решётки в зависимости от применяемых диаграммообразующих схем позволяют либо осуществлять быстрое перемещение диаграммы направленности в пространстве — электрическое сканирование, либо создавать многолучевые веерные диаграммы направленности. В радиоастрономии такие системы снимают трудности механической установки диаграммы направленности антенны и значительно сокращают общее время наблюдений. Многолучевые антенные системы кроме того позволяют наблюдать на небе одновременно несколько радиоисточников, что в ряде случаев имеет принципиальное значение. Описываемая антенная решётка формирует многолучевую

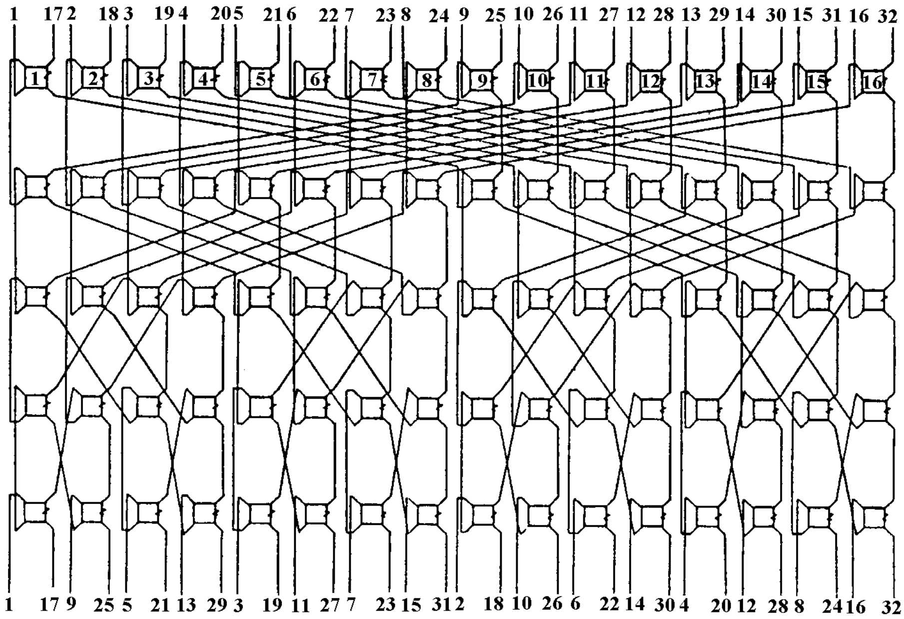


Рис. 6. Схема фазирующей матрицы на 32 входа и 32 выхода.

диаграмму направленности в плоскости центрального меридиана. В качестве диаграммообразующей схемы применена многоэтажная матричная схема фазирования, так называемая матрица Батлера. Фазирование в матричной схеме осуществляется введением в тракты соседних элементов решётки запаздывания с шагом, зависящим от номера луча. Элементами решётки являются отдельные ряды. Нами разработана и реализована фазирующая матрица Батлера 32×32. Её схема приведена на рис. 6. Данная матрица собрана по параллельной схеме и формирует одновременно 32 линейных фазовых распределения. Каждому фазовому распределению соответствует отдельная парциальная диаграмма направленности (луч), ширина которой обусловлена размером апертуры антенны в H-плоскости с учётом расширения обратно пропорционально косинусу углового расстояния луча от нормали к апертуре. Нормированная диаграмма направленности k-го луча может быть записана в виде

$$U_k = \sum_{n=1}^{32} U_{kn} e^{-in\varphi_k} \,,$$

где $\varphi_k = k\Delta\varphi_0$ — дискретный шаг в k-ом фазовом распределении, $k = 0,\, 1,\, \ldots,\, 31$ — номер луча, $n = 1,\, 2,\, \ldots,\, 32$ — номер ряда. Величина

$$\Delta\varphi_0 = 360/32 = 11{,}25^\circ \,.$$

Синфазному случаю ($k = 0$) соответствует нулевой луч, направленный по нормали. Угловое расстояние θ k-го луча от нормали определяется шагом фазового распределения:

$$(2\pi/\lambda_0)(d \sin\theta) = k\Delta\varphi_0 \,,$$

где d — расстояние между излучателями (рядами). В нашем случае $d = 3{,}5$ м. Так как d превышает λ более чем в 1,7 раза, то в полном секторе обзора для каждого луча помимо главного существуют дифракционные лучи. Наименьшая ширина отдельного луча (строки) по уровню половинной мощности определяется соотношением

$$\theta_{0,5} = 0{,}88(\lambda_0/D) \;\; [\text{радиан}].$$

Для нашего случая (резонансная длина волны $\lambda_0 = 1{,}98$ м, линейный размер антенны $D = 108{,}5$ м в направлении север—юг) минимальная ширина луча (строки) в Н-плоскости $\theta_{0,5} \simeq 55$ угловых минут. Минимальное угловое расстояние между соседними лучами несколько больше и составляет $\sim$ 63 угловых минут. Поэтому уровень пересечения соседних лучей составляет 0,41 по мощности. Поскольку положение лучей жёстко привязано к положению антенны, то в направлениях между лучами чувствительность антенны уменьшается более чем в 2 раза. Как уже упоминалось ранее, для исключения этого предусмотрен переключатель лучей, позволяющий сдвигать все лучи на половину своей ширины. Тогда уровень пересечения сдвинутых и несдвинутых лучей составляет 0,82.

При изготовлении фазирующей матрицы использовались коаксиальные гибридные кольца с укороченными (меньше $\lambda_0/4$) плечами [12]. Электрическая длина плеч равна $0{,}152\lambda_0$. В качестве “πповорота одно из плеч имеет длину $0{,}652\lambda_0$. Кольцо согласовано по обоим входам и выходам с коэффициентом отражения не хуже 0,1 в полосе не менее 10%. В фазирующей матрице использовано 80 гибридных колец (5 этажей, по 16 колец в каждом). Гибридные кольца, их соединения между собой и необходимые фазовые задержки выполнены из коаксиального радиочастотного кабеля.

С целью улучшения фазовой стабильности диаграммообразующей схемы в целом, для соединения рядов с фазирующей матрицей использованы 55-метровые коаксиальные кабели с полувоздушной изоляцией.

3. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АНТЕННЫ

Результаты юстировочных антенных измерений, а также пробных серий радиоастрономических наблюдений показали хорошее согласие реальных характеристик описываемой антенны с её расчётными параметрами. Ниже приводится сводка основных характеристик антенны РВК-151.

1.	Центральная частота	— 151,5 МГц
2.	Рабочая полоса частот	— 1,5 МГц
3.	Флуктуационная чувствительность по потоку для центрального направления вне плоскости Галактики (при постоянной времени интегрирования 0,5 сек и полосе пропускания радиометра 500 КГц)	$\sim$ (0,3—0,4) Ян
4.	Максимальная эффективная площадь в главном направлении диаграммы направленности	— 7000 м^2
5.	Диаграмма направленности:	
	по склонению (в Н-плоскости)	— 32-х лучевая
	по прямому восхождению (в Е-плоскости)	— 1 лучевая
6.	Ширина луча диаграммы направленности в Е- и Н-плоскостях соответственно	$\sim 0{,}8$ и 1°
7.	Сектор одновременного наблюдения (по склонению, на уровне половинной мощности)	— 45°
8.	Сектор полного обзора (по склонению)	— от -20° до $+90^\circ$
9.	Поляризация - линейная в направлении восток—запад	

Следует заметить, что здесь приведено значение рабочей полосы частот по уровню боковых лепестков диаграммы направленности антенны. В данной полосе частот уровень боковых лепестков не превышает 10% относительно величины центрального лепестка диаграммы направленности. Расчётный относительный уровень боковых лепестков около 4% обеспечивается в значительно более узкой полосе частот. Такая узкополосность антенной системы практически полностью определяется резонансными свойствами простейшего варианта однофидерного питания излучателей в ряду — все 42 волновых канала в каждом ряду подключаются к одному двухпроводному фидеру строго на расстояниях, кратных $\lambda_0/2$. Для иллюстрации на рис. 7 показано изменение диаграммы направленности в зависимости от частоты наблюдений. Кривые на рис. 7а представляют записи прохождения через диаграмму направленности антенны мощного бесконечно удалённого точечного радиоисточника 3С144. Полоса пропускания радиометра при этих наблюдениях составляла 100 кГц. На этом рисунке начало каждой кривой расположено относительно шкалы частот соответственно средней частоте наблюдений. Видно, как “разваливается"диаграмма направленности по мере отклонения частоты наблюдений от рабочей частоты антенны. На рис. 7б приведена зависимость относительной величины боковых лепестков диаграммы антенны (отношение амплитуды бокового лепестка $A_{\text{бок.}}$ к амплитуде главного лепестка $A_{\text{гл.}}$) от частоты наблюдений. Пунктирной линией показана аналогичная зависимость для случая, если каждый ряд антенной решётки разделить пополам и соединить по параллельной схеме питания.

По согласованию (как это уже отмечено выше) все элементы антенной решётки обеспечивают достаточно широкую полосу частот.

Вид диаграммы антенны в Е-плоскости (по записи радиоисточника 3С144) и примеры записи нескольких более слабых космических радиоисточников показаны на рис. 8.

Заметим также, что сектор одновременного наблюдения по склонению определяется шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности отдельного ряда (или отдельного девятиэлементного “волнового канала") в Н-плоскости. Сектор полного обзора в плоскости центрального меридиана обеспечивается перестановкой всех рядов антенной решётки на необходимый угол по склонению.

4. О СТАБИЛЬНОСТИ ПАРАМЕТРОВ АНТЕННЫ

Исследования поведения во времени рабочих характеристик описываемой антенной решётки проводились на первой очереди антенны (первые 16 рядов) в течение почти восьми месяцев 1993 г.; наблюдались мощные космические радиоисточники 3С144 (Крабовидная туманность), 3С274 (Дева А), 3С405 (Лебедь А). В качестве диаграммообразующей схемы применялась фазирующая матрица 16×16 и соответствующий переключатель промежуточных строк, расположенные в центре антенны между восьмым и девятым рядами. Для компенсации потерь в антенно–фидерном тракте, использовались антенные усилители, аналогичные описанным выше, включённые в центре каждого ряда и на выходах фазирующей матрицы. Калибровка наблюдений производилась с помощью сигнала шумового генератора, подаваемого на вход радиометра. Результаты наблюдений показаны на рис. 9 в виде зависимости амплитуды сигнала радиоисточника от даты наблюдений. Видно, что в среднем за период наблюдений характеристики антенной системы не изменились. Регулярные вариации амплитуды источников в пределах $\pm10\%$ вполне согласуются с погрешностями, присущими калибровке посредством шумового генератора, и с нормами амплитудно–фазовой нестабильности элементов антенной системы открытого типа в естественных условиях без специальных мер защиты. На рисунке видно также, что в некоторые дни наблюдалось резкое падение амплитуды записи радиоисточника. Здесь буквой “И"отмечены дни, когда антенна была покрыта толстым слоем инея, а буквой “Д-— дни, когда наблюдения радиоисточника совпадали с началом сильного дождя. Оказалось, что иней, осаждаясь на открытом двухпроводном фидере, изменяет его электрическую длину, что приводит к “развалу"диаграммы направленности.

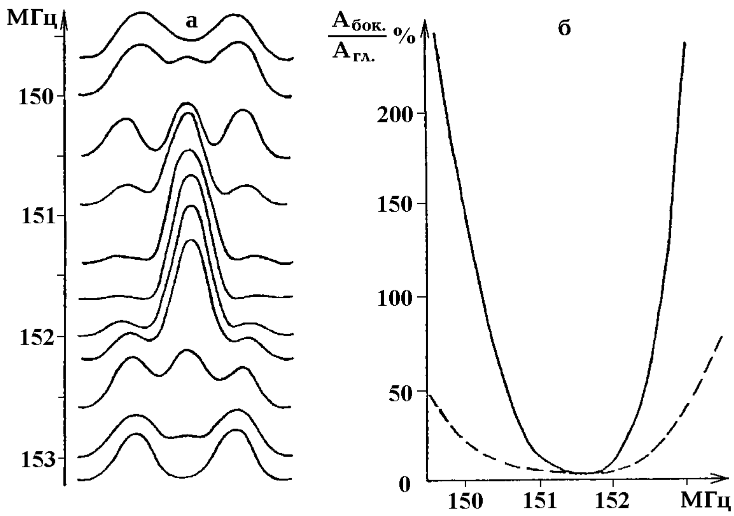


Рис. 7. а). Вид диаграммы направленности в зависимости от частоты наблюдений.
б). Зависимость отношения амплитуды бокового лепестка $A_{бок}$ к амплитуде главного лепестка $A_{гл}$ от частоты наблюдений.

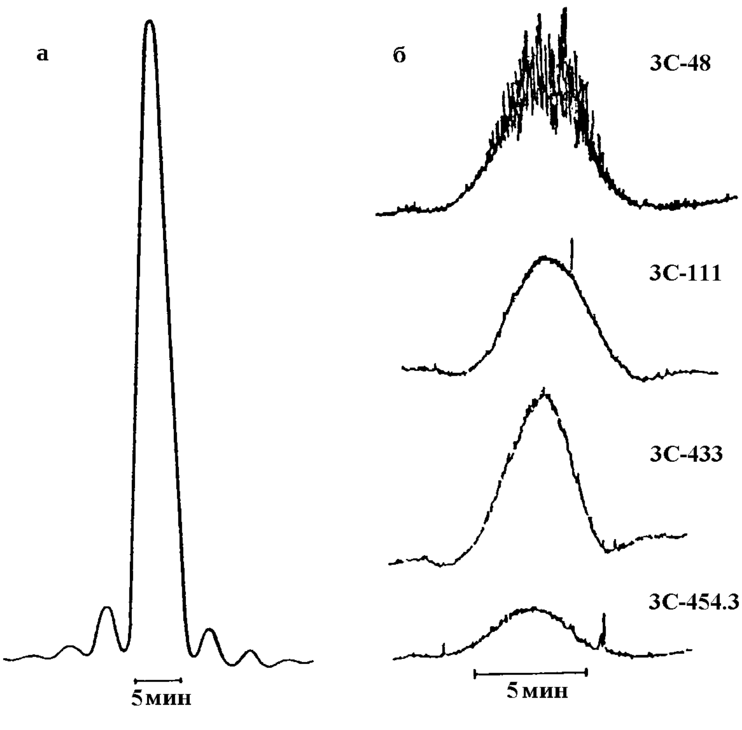


Рис. 8. а). Диаграмма направленности антенны.
б). Примеры записи космических радиоисточников.

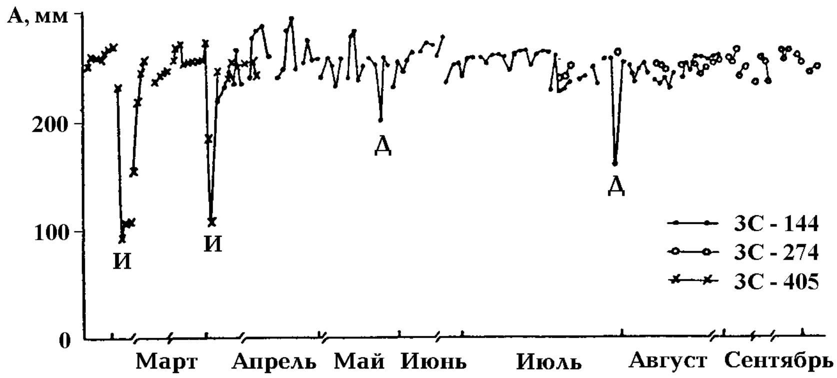


Рис. 9. Зависимость амплитуды сигнала калибровочных радиоисточников (в миллиметрах по шкале самописца) от даты наблюдений.

Этот эффект аналогичен рассмотренному выше изменению частоты наблюдений. Устранение инея с фидера полностью восстанавливает диаграмму направленности антенной решётки. Характер влияния дождя на работоспособность антенны пока не ясен. Приведённые здесь наблюдения чётко показывали уменьшение амплитуды сигнала на записи только в начальный период дождя. Однако, аналогичные наблюдения последнего времени на полной антенне иногда показывают заметное ухудшение записи радиоисточников во время дождя, мокрого снега и продолжительного тумана. Влияние других погодных характеристик на работоспособность антенной решётки в пределах таких измерений не наблюдалось.

5. НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ И РЕКОМЕНДАЦИИ

При строительстве многоэлементной антенной решётки целесообразно уделить максимум внимания на отработку одного элемента решётки. Применительно к обсуждаемой здесь антенне полезно полностью отладить и испытать первый ряд антенны и только после этого вести её строительство. Это значительно сократит общее время изготовления антенны и исключит необходимость вносить последующие изменения.

Опыт изготовления и эксплуатации антенны показал, что свободному наклону рядов антенны на низкие углы к горизонту для настройки, профилактики и ремонта препятствуют расположенные в центре каждого ряда антенные усилители в защитных ящиках и соответствующая система сигнальных, питающих и управляющих кабелей. Полезно поэтому несколько изменить конструкцию механических опор ряда, например, подняв точку их шарнирного крепления от уровня земли до уровня двухпроводного фидера.

Полезно также уделить внимание конструктивной доработке дипольной линии. Из-за относительно большого веса диполей со спусками, изготовленных из стальной проволоки с медным покрытием, несущая диэлектрическая нить сильно провисает. Применяемые в нашей конструкции промежуточные оттяжки не устраняют в полной мере такое провисание. Хорошим вариантом решения может быть изготовление диполей из алюминиевой проволоки. Правда, серьезной сложностью при этом является обеспечение надёжного контакта дипольного спуска с двухпроводным фидером. Однако, проведённое нами пробное покрытие медью концов дипольного спуска из алюминиевой проволоки показало обнадёживающий результат. Решение этой проблемы является, пусть и небольшим, резервом повышения эффективности такой антенной решётки.

Важным звеном описываемой антенной решётки является диэлектрическая нить, несущая вибраторы. От её качества существенно зависит работоспособность антенны в целом. К сожалению, все доступные материалы с приемлемыми диэлектрическими свойствами в той или иной степени чувствительны к ультрафиолетовому излучению Солнца. Так, например, пришлось отказаться от полипропиленового шпагата — дешёвого, лёгкого, слабо смачиваемого материала с хорошими диэлектрическими свойствами. Оказалось, что он полностью теряет прочность на разрыв через два года пребывания в незатенённом месте. Сейчас используется капроновая нить (шпагат) диаметром 3—4 мм. Причём, на шестнадцати рядах шпагат покрыт чёрным резиносодержащим защитным слоем, несколько снижающим его электрические свойства, а на другой половине антенны применена капроновая нить, содержащая в своём составе ультрасветостабилизирующую добавку. Однако, об эффективности этих мер защиты пока судить рано. Целесообразно также опробовать выпускаемый в последнее время окрашенный шпагат (в том числе полипропиленовый) чёрного или красного цвета. Но, разумеется, для полного решения этой проблемы желательно найти нечувствительное к солнечному излучению химическое волокно.

Обратим также внимание на структурную схему антенной решётки. В рассмотренном здесь варианте она не оптимальна. Это связано, в частности, с заданным местом расположения антенной площадки и аппаратурного помещения и с использованием, в основном, подручных материалов. Большая протяжённость между элементами антенны и приёмно—регистрирующей аппаратурой вынуждает применить многоуровневую схему распределённого усиления. Это снижает надёжность, стабильность и помехоустойчивость антенной системы в целом. Наилучшим решением было бы размещение всей приёмно—регистрирующей и управляющей аппаратуры в центре антенной решётки. Это сняло бы практически все сопутствующие технические трудности и, кроме того, дополнительно удешевило бы всю систему. По-видимому, в принципе, любую антенную решётку следует изначально конструировать так, чтобы приёмная аппаратура (или хотя бы её высокочастотная часть) располагалась в нормальном помещении в центре антенны.

Большое значение для работоспособности радиотелескопа имеет помехозащищённость его элементов. Определяющая роль в этом отношении принадлежит антенной системе. К сожалению, описываемая антенная решётка (по крайней мере при наклоне её рядов на средние и низкие углы к горизонту) обладает заметной чувствительностью к местным помехам промышленного характера. В основном это связано, по-видимому, с наличием больших боковых лепестков у элементов типа волновой канал, расположенных над реальной неоднородной поверхностью Земли. Замечено, что расположенная рядом антенна БСА ФИАН, представляющая собой антенную решётку из волновых диполей над плоским проволочным экраном, менее чувствительна к тем же помехам. Очевидно, что изначально необходимо тщательно анализировать состояние в том числе местных индустриальных радиопомех и ориентироваться на использование, в основном, вертикального положения электрической оси излучающего элемента антенной решётки.

Описываемая антенна, получившая название РВК ФИАН (Решётка из элементов Волновой Канал), сейчас включена в автоматическом режиме в регулярные наблюдения межпланетных мерцаний большого числа космических радиоисточников [13, 14]. Ведётся также подготовка проведения на ней пробных наблюдений радиоизлучения пульсаров.

Созданию антенны (особенно её первой очереди) большую поддержку оказало хоздоговорное сотрудничество с Институтом прикладной геофизики им. Е. К. Федорова. Мы с благодарностью отмечаем определяющую роль в этом П. М. Свидского.

Автоматизация проводимых наблюдений реализована благодаря финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96—02—17354) и Программы Астрономия.

Выражаем благодарность старшему технику З. В. Латышевой за помощь в строительстве антенны на протяжении всего периода её создания и всем, оказывавшим посильное содействие этому.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1973.
2. Христиансен У., Хегбом И. Радиотелескопы. — М.: Мир, 1988.
3. Цейтлин Н. М. Антенная техника и радиоастрономия. — М.: Советское радио, 1976.
4. Антенные решётки. Обзор зарубежных работ /Под ред. Л. С. Бененсона. — М.: Советское радио, 1966.
5. Kahrilas P. I. — In: Proc. of the IEEE, 1968. V. 56. № 11. P. 1763.
6. Вендик О. Г. Антенны с немеханическим движением луча. — М.: Советское радио, 1965.
7. Белоцерковский Г. Б. Основы радиотехники и антенны. Ч. 2. Антенны. — М.: Радио и связь, 1983.
8. Власов В. И. //Астрон. журн., 1979. Т. 56. № 1. С. 96.
9. Беньковский З., Липинский Э. Любительские антенны коротких и ультракоротких волн. — М.: Радио и связь, 1983.
10. Виткевич В. В., Илясов Ю. П., Кутузов С. М., Кузьмин А. Д., Тяптин М. М., Алексеев И. А., Бунин В. Д., Новоженов Г. Ф., Соломин Н. С. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1978. Т. 19. № 11. С. 1594.
11. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. — М.: Энергия, 1975.
12. Иванов С. Н., Илясов Ю. П. //Электросвязь, 1968. Т. 9. С. 61.
13. Власов В. И. — В кн.: Проблемы современной радиоастрономии, 27 Радиоастрономическая конференция. Санкт-Петербург, 1997. Т. 2. С. 60.
14. Власов В. И., Исаев Е. А. Проблемы современной радиоастрономии, 27 Радиоастрономическая конференция. Санкт-Петербург, 1997. Т. 2. С. 68.

Пущинская радиоастрономическая
обсерватория Астрокосмического
центра Физического института
им. П. Н. Лебедева,
Московская обл., Россия

Поступила в редакцию
23 сентября 1997 г.

THE RADIOASTRONOMICAL ANTENNA AT 151 MHZ OF THE WAVE CHANNEL ELEMENTS

V. I. Vlasov, S. M. Kutuzov, V. I. Shishov, Y. I. Azarenkov, E. A. Isaev, V. I. Kostromin, N. S. Solomin

The description of a simple and cheap multibeam antenna array on wave-length $\lambda = 2$ m, constructed for the radioastronomical investigation of the solar wind by means of the interplanetary scintillation observations of a large number of weak cosmic radiosources is presented.

УДК 534.87

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕТРОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ВЫСОТАХ 200–800 М С ПОМОЩЬЮ ДЕЦИМЕТРОВОГО СОДАРА

В. О. Рапопорт, Н. А. Митяков, В. А. Зиничев, Н. И. Белова, Ю. А. Сазонов

Приводятся результаты эксперимента, выполненного в июле–августе 1997 г. с использованием двухпозиционного содара. Получены различные типы вариации интенсивности и спектра рассеянных акустических сигналов. Обсуждаются возможности использования содара для исследований характера атмосферной турбулентности и поиска сигналов, обусловленных "френелевским"рассеянием от "плоских"неоднородностей.

Акустические локаторы (содары) используются для исследования динамических процессов в атмосфере Земли до высот порядка 1 км (см., напр., [1] и цитируемую там литературу). В 1996 г. на полигоне НИРФИ в Зимёнках введён в строй новый бистатический содар, созданный на базе двух полноповоротных зеркальных параболических антенн (радиотелескопов) с диаметром зеркал $D = 15$ м [2]. В фокальной плоскости передающей антенны установлен акустический излучатель, включающий четыре рупорных громкоговорителя 25ГР–Д2, расположенных по углам квадрата со стороной 300 мм. Рупоры запитаны синфазно, суммарная подводимая электрическая мощность составляла около 75 Вт (в экспериментах 1996 г. в качестве облучателя использовался один рупорный громкоговоритель). В фокусе приёмной антенны расположен измерительный (конденсаторный) микрофон. Расстояние между антеннами (база) составляет 425 м. Линия базы ориентирована под углом 59 градусов к востоку относительно меридиана. Рабочий диапазон частот содара составляет 500–1000 Гц. В последующих экспериментах предполагается установить приёмный микрофон также и на передающей антенне, что позволит работать как в бистатическом, так и в моностатическом режимах.

Следует отметить, что использование антенн радиотелескопов, у которых обшивка зеркала параболоида выполнена тонким (1,5 мм) листовым дюралюминием, не обеспечивает необходимой акустической жёсткости конструкции отражателя. Это может приводить к уменьшению эффективности антенн, работающих в режиме содара. Экспериментально измеренная ширина луча передающей антенны на расстоянии 425 метров оказалась равной примерно 6 градусам на частоте 600 Гц, что в 1,5 раза больше расчётной ширины луча на этом расстоянии. Такое уширение луча могло быть связано как с влиянием рассеяния звуковых волн на крупномасштабных неоднородностях показателя преломления воздуха, так и с недостаточной жёсткостью отражателя антенны. С учётом этого можно считать, что эффективный размер (диаметр) отражателей антенн составляет 10 метров.

Приёмный канал содара включает в себя измерительный микрофон, расположенный в фокусе приёмной антенны, широкополосный микрофонный усилитель (полоса пропускания — от 300 Гц до 20 кГц) и перестраиваемый терцоктавный фильтр. Регистрация сигнала осуществляется с помощью платы М10-50ХЕ фирмы International Instrumentation, включающей в себя коммутируемый 16-разрядный аналого–цифровой преобразователь, набор цифро–аналоговых преобразователей и таймеров. Использование платой векторов прерывания, обеспечение прямого доступа в память, а также наличие хорошего матобеспечения (система LabView) предоставляют достаточно большие возможности съёма и обработки данных, а также управления экспериментом.

Параметры излучаемого импульсного сигнала: длительность импульса $t = 1$ с (в некоторых сеансах — 2 с), период повторения $T = 9$–10 с, рабочая частота $F_a = 636$ Гц (в части сеансов $F_a = 836$ Гц).

Было проведено также несколько пробных сеансов с непрерывным излучением и одновременным приёмом сигнала. Частота оцифровки при регистрации выбиралась равной 512 или 520 отсчётов в секунду для рабочей частоты 636 Гц и 1024 отсчётов в секунду — для рабочей частоты 836 Гц. Продолжительность сеансов колебалась от 10 до 100 минут. Высота области пересечения лучей выбиралась в пределах 200—800 метров.

Следует отметить, что антенны содара расположены в непосредственной близости от шоссе (на расстояниях примерно 100 и 150 метров). Это приводит к значительным помехам в приёмном канале при прохождении автотранспорта. Кроме того, вблизи антенн имеются строения, а также лесной массив, что является причиной появления в приёмном тракте содара мешающего сигнала на частоте зондирующего импульса (явление эхо). Эхо-сигнал наблюдается сразу же по окончании основного импульса, связанного с распространением по прямой, соединяющей антенны содара. Интенсивность эхо-сигнала постепенно убывает со временем, а общая его продолжительность составляет не менее 4-х секунд (при длительности зондирующего импульса 1 с). В этих условиях для выделения интересующего нас сравнительно слабого сигнала использовался спектральный анализ.

Эксперименты проводились в период июль—август 1997 г. При этом в ряде сеансов одновременно с акустическим зондированием атмосферы проводились наблюдения локального (приземного) электрического поля Земли в диапазоне частот от долей герца до нескольких герц (датчик квазипостоянного поля) и в диапазоне частот 550—750 Гц.

Для обработки экспериментальных данных применялся Фурье анализ с использованием БПФ с полосой 1 Гц в единичном канале (для сеансов с длительностью излучаемого импульса 2 с полоса в единичном канале составляла 0,5 Гц). Для уменьшения влияния соседних частотных каналов при обработке использовалось окно Хамминга. Обработка каждого сеанса проводилась по массивам данных — выборкам, длительность которых совпадала с длительностью излучаемого импульса. Начало выборки имело задержку относительно фронта импульса, связанного с земной волной. Задержка изменялась с шагом 0,5 с в пределах периода повторения (скана) излучаемых импульсов. Для примера на рис. 1 представлены спектры принимаемого сигнала на плоскости *частота—время* последовательно по всем сканам одного из сеансов от 25.08.97. в интервале задержек (τ) от 2 до 4 секунд. В приведённом примере частота зондирующего сигнала составляла 836 Гц. Спектральная линия на этой частоте (эхо-сигнал), достаточно интенсивная на задержке 2 с, постепенно уменьшает свою интенсивность с увеличением задержки. Рассеянный на атмосферных неоднородностях сигнал, приходящий из области пересечения лучей антенн, в приведённом примере наблюдается только в интервале задержек от 2,5 до 3,5 секунд и имеет допплеровский сдвиг по частоте примерно на 16 Гц в сторону высоких частот.

Рассеянный сигнал наблюдался практически во всех сеансах. Допплеровское смещение частоты в разных сеансах составляло от единиц герц до 30 Гц, причём наблюдался как положительный, так и отрицательный знак частотного смещения в зависимости от направления ветра и ориентации лучей антенн.

Допплеровское смещение частоты связано со скоростью ветра известным соотношением $\Delta\Omega = \vec{K}\vec{V}$, $\vec{K} = \vec{k}_{\mathrm{r}} - \vec{k}_{\mathrm{t}}$, где индексы t и r относятся к излученной и рассеянной волнам, соответственно. Если пренебречь вертикальной компонентой ветра, то по величине допплеровского сдвига частоты и геометрии эксперимента можно определить составляющую скорости ветра в направлении вектора $\vec{K}_{\mathrm{h}}$, где $\vec{K}_{\mathrm{h}}$ — проекция полного вектора $\vec{K}$ на горизонтальную плоскость. Для рассмотренного выше сеанса (рис. 1) проекция скорости ветра на направление вектора $\vec{K}_{\mathrm{h}}$ (азимут 240 градусов) равна 8,1 м/с и соответствует высоте области рассеяния $H = 600$ м над поверхностью Земли.

Следует отметить, что в различных сеансах спектры различаются по ширине линии рассеянного сигнала. Так, в сеансе 25.08.97. (см. рис. 1) ширина линии сигнала на частоте около 852 Гц не отличается от ширины линии эхо-сигнала (частота 836 Гц) и составляет примерно 2 Гц. Однако, в сеансе 17.07.97., представленном на рис. 2, ширина спектра сигнала, имеющего допплеровское смещение

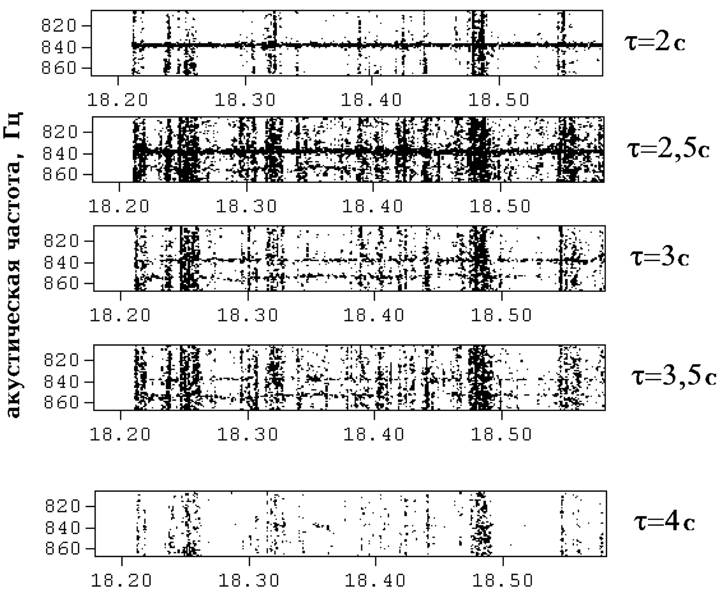


Рис. 1.

(частота около 650 Гц), в несколько раз больше ширины линии эхо-сигнала (частота 636 Гц). Это особенно отчётливо видно на рис. 3 и 4, где представлены амплитудные спектры по нескольким последовательным сканам для тех же сеансов. Такое различие в ширине спектральной линии свидетельствует о различии турбулентных движений в области рассеяния. При слабо выраженной турбулентности ширина спектральной линии рассеянного сигнала будет определяться как шириной линии зондирующего сигнала, так и флуктуациями сигнала, связанными с распространением в среде со случайными неоднородностями. При значительной турбулентности в области рассеяния спектр принимаемого сигнала расширяется (допплеровское уширение). В этом случае по ширине спектра можно оценить величину турбулентной скорости. Так, для 17.07.97., принимая для полуширины линии рассеянного сигнала значение 3 Гц, найдём, что характерное значение турбулентной скорости в области рассеяния (высота над поверхностью земли 500 м) составляло около 0,8 м/с.

Временные характеристики амплитуды как рассеянного, так и прямого сигналов свидетельствуют о наличии глубоких флуктуаций, часто не коррелированных на соседних сканах (см. рис. 3 и 4). Наблюдения прямого сигнала в сеансах с непрерывным излучением на приземной трассе длиной 425 метров показали, что характерное время вариаций амплитуды составляло 1–5 секунды. На рис. 5 представлен фрагмент такой записи. При таком периоде флуктуаций минимальная ширина спектра принимаемого сигнала составит 0,2–1 Гц. Однако следует подчеркнуть, что временные характеристики флуктуаций могут изменяться от сеанса к сеансу в зависимости от изменений скорости и направления ветра.

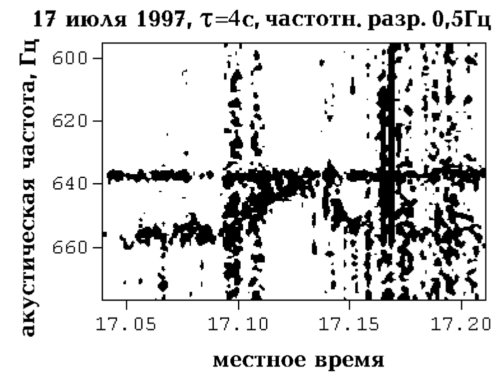


Рис. 2.

При совместных (акустических и электрических) измерениях получены интересные данные о наличии определённой корреляционной связи между изменением напряжённости квазипостоянного электрического поля Земли и уровнем фонового (не связанного с зондирующим сигналом) акустического поля. Пример такого события представлен на рис. 6 (здесь напряжённости полей даны в относитель-

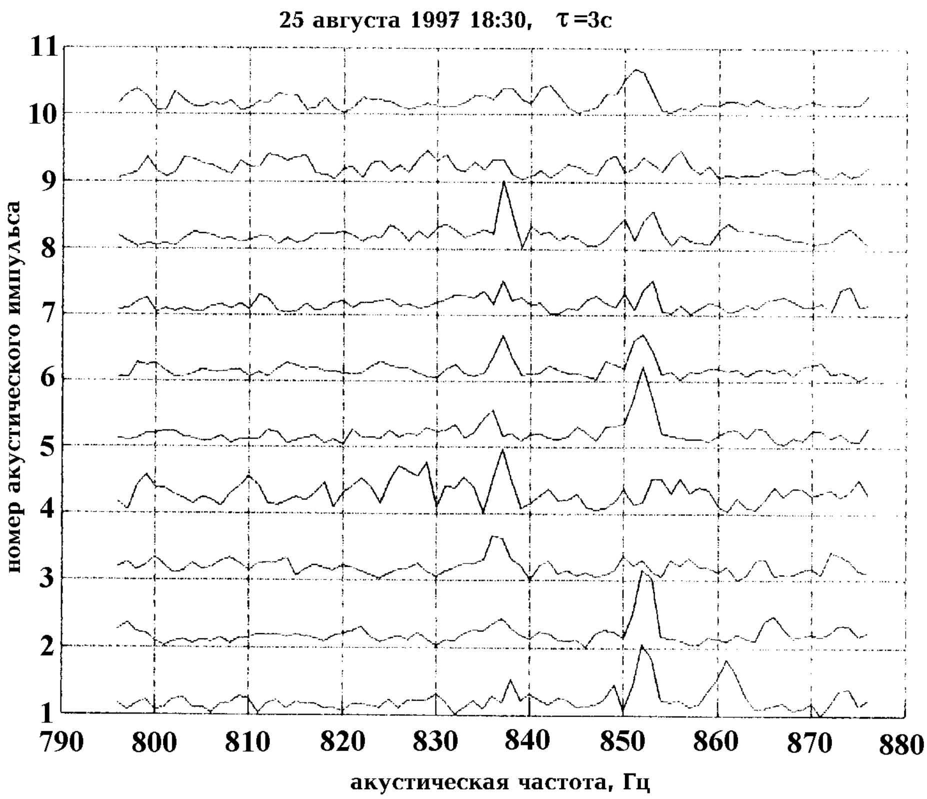


Рис. 3.

ных единицах).

В заключение отметим, что эксперименты 1997 г. качественно отличаются от измерений, выполненных в 1996 г. [2], использованием современной техники сбора и обработки данных. Это позволило получить большой объём данных (около 30 сеансов длительностью более 1 часа), содержащих сведения о временных вариациях интенсивности и спектральных характеристик рассеянного сигнала. Высокое спектральное разрешение (от 1 Гц на посылках длительностью 1 с и до 0,2 Гц на непрерывном сигнале) позволяет измерить скорость турбулентных вихрей и оценить по их величине интенсивность рассеянного сигнала. Сравнение этой оценки с измерениями содарного поперечника рассеяния позволит сделать заключения о степени заполнения турбулентными вихрями рассеивающего объёма ("скважность"турбулентности).

Разумеется, для разделения температурных и ветровых неоднородностей следует использовать классическую методику одновременных измерений на бистатическом и моностатическом содарах. Узкие лучи полноповоротных антенн позволяют, в принципе, обнаружить френелевское рассеяние на неоднородностях, сильно вытянутых в горизонтальной плоскости (аналогично частичным отражениям в мезосферных исследованиях с помощью МСТ-радаров). Представляется также перспективным поиск корреляционных связей акустических и электрических полей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 95–02–04768-а, 96–02–18634).

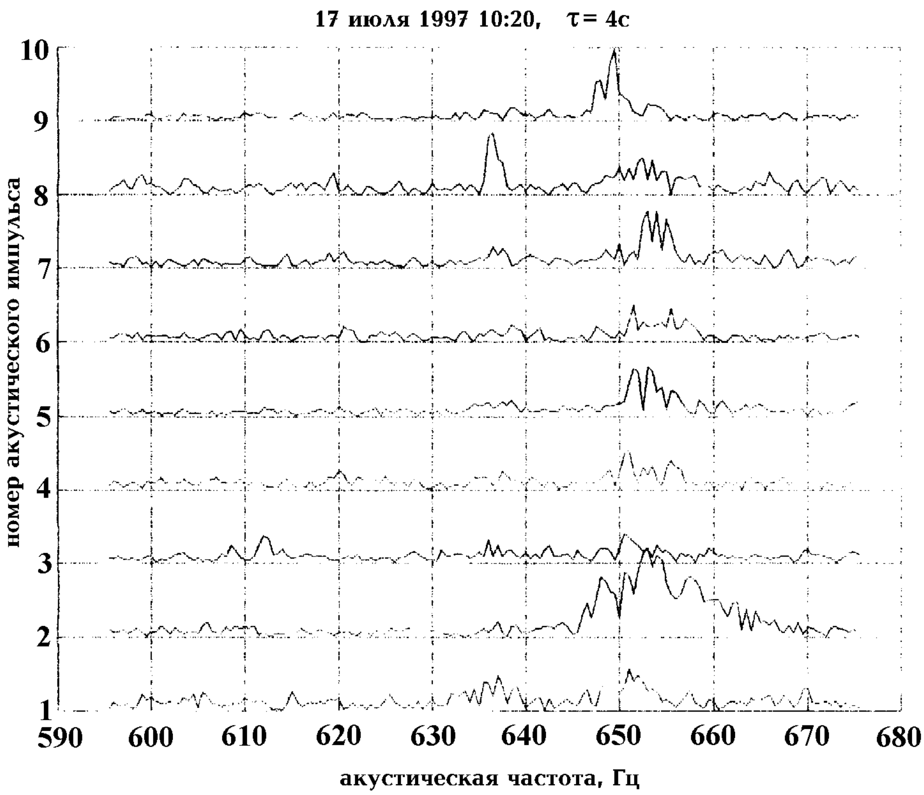


Рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красненко Н. П. Акустическое зондирование атмосферы. — Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1986.
2. Зиничев В. А., Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Сазонов Ю. А. Бистатический содар на базе полноповоротных 15-метровых радиотелескопов. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 10. С. 1302.

Научно—исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
20 ноября 1997 г.

A STUDY OF WIND CHARACTERISTICS AT HEIGHTS OF 200–800 m USING DECIMETRIC SODAR

V. O. Rapoport, N. A. Mityakov, V. A. Zinichev, N. I. Belova, Yu. A. Sazonov

The results are given of the experiment carried out in July-August 1997 using two-position Sodar. It has been obtained different types of intensity and spectrum variations of scattered acoustic signals. The Sodar is discussed to be possibly used to study the character of atmospheric turbulence and to search the signals caused by “Fresnel"scattering from “plane"inhomogeneities.

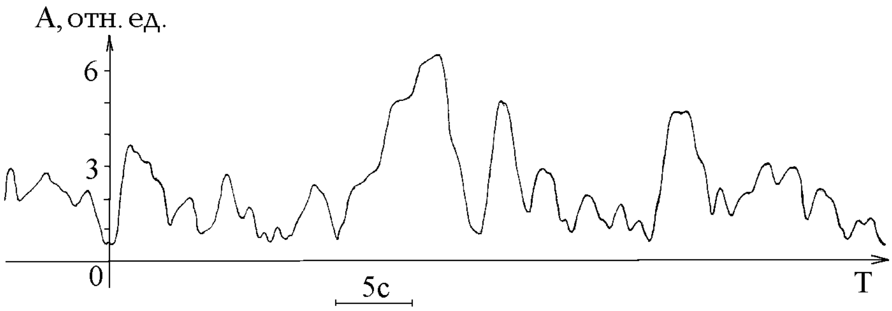

A, отн. ед.
6
3
0
5с
T

Рис. 5.

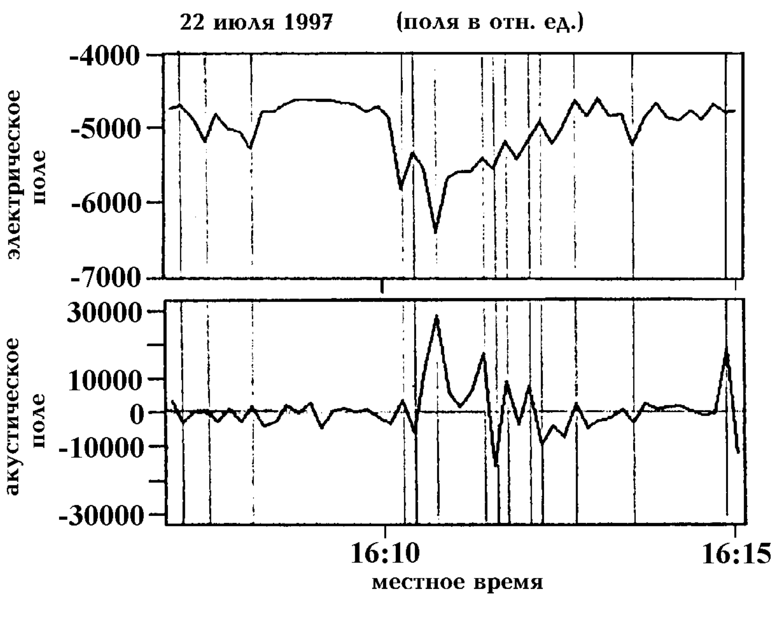

22 июля 1997
(поля в отн. ед.)
-4000
-5000
-6000
-7000
электрическое поле
30000
10000
0
-10000
-30000
акустическое поле
16:10
16:15
местное время

Рис. 6.

УДК 537.876.23

ДИНАМООПТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ И СКРЫТАЯ АНИЗОТРОПИЯ СРЕДЫ

В. Л. Ерухимов, В. Е. Семёнов

Исследуется электродинамика макроскопически изотропных неоднородно движущихся сред с временной дисперсией. Доказано, что динамооптические эффекты зависят существенным образом от наличия скрытой анизотропии в среде (т.е. анизотропии на микроуровне). Найдено общее выражение тензора диэлектрической проницаемости неоднородно движущейся изотропной на микроуровне среды и показано, в частности, что при вращении такой среды вектор гирации полностью определяется кинематическим вкладом.

ВВЕДЕНИЕ

Динамооптические эффекты возникают при распространении электромагнитных волн в неоднородно движущихся средах. Частицы среды в этом случае двигаются, вообще говоря, непоступательно и электродинамические характеристики среды в локально сопровождающей системе отсчёта отличаются поэтому от характеристик неподвижной среды. В простейшем случае изотропной диэлектрической среды, стационарно двигающейся с малой (по сравнению со скоростью света c) плавно неоднородной в пространстве скоростью, материальные уравнения для монохроматического электромагнитного поля с частотой ω * могут быть представлены в виде [1]**:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{H}\right], \\[2ex] \mathbf{B} = \mathbf{H} - \dfrac{(\omega\epsilon_0)' - 1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{E}\right], \end{cases} \tag{1}$$

где $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ — соответственно вектора комплексной амплитуды индукции и напряжённости электрического и магнитного полей, удовлетворяющие уравнениям Максвелла

$$\begin{cases} \nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{i\omega}{c}\mathbf{B}, \\[2ex] \nabla\times\mathbf{H} = \dfrac{i\omega}{c}\mathbf{D}, \end{cases} \tag{2}$$

$\mathbf{V}(\mathbf{r})$ — поле скоростей движения среды, $\epsilon_0(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость неподвижной среды, $(\omega\epsilon_0)' \equiv \dfrac{d(\omega\epsilon_0)}{d\omega}$, $\hat{\epsilon}$ — тензор диэлектрической проницаемости неоднородно двигающейся среды с компонентами ϵ_{ik}:

$$\epsilon_{ik} = \epsilon_0\delta_{ik} + \lambda_1\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\right) - \frac{i}{2}\lambda_2\left(\frac{\partial V_k}{\partial x_i} - \frac{\partial V_i}{\partial x_k}\right). \tag{3}$$

*Мы ограничимся здесь рассмотрением динамооптических эффектов в однородной стационарной среде, т. е. будем полагать, что $\nabla\epsilon_0 = 0$, $\nabla\lambda_{1,2} = 0$, $(\nabla\mathbf{V}) = 0$.

**Соотношения (1) представлены здесь в таком виде, чтобы в случае однородного движения среды ($\mathbf{V} = \mathrm{const}$), когда $\hat{\epsilon} = \epsilon_0$, они совпадали с материальными уравнениями Минковского, обобщёнными на среды с временной дисперсией.

Коэффициенты $\lambda_1(\omega)$, $\lambda_2(\omega)$ определяются здесь свойствами среды.

Четырёхвекторное описание электромагнитного поля в среде, как известно, неоднозначно. Поэтому для того, чтобы избежать в дальнейшем недоразумений, приведём здесь эквивалентные (1) формулировки материальных соотношений в четырёхвекторной ($\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$) форме

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{H}\right] - \dfrac{(\omega\epsilon_0)' - 1}{i\omega}\nabla\times\left[\mathbf{V}\times\mathbf{E}\right] \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} \end{cases} \tag{4}$$

и в трёхвекторной ($\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{j}$) форме

$$4\pi\mathbf{j} = i\omega\left(\hat{\epsilon} - 1\right)\mathbf{E} + \frac{i\omega}{c}(\epsilon_0 - 1)\left[\mathbf{V}\times\mathbf{B}\right] - \left\{(\omega\epsilon_0)' - 1\right\}\nabla\times\left[\mathbf{V}\times\mathbf{E}\right], \tag{5}$$

где $\mathbf{j}$ — комплексная амплитуда плотности тока поляризации в среде. Уравнения Максвелла в трёхвекторной форме имеют вид

$$\begin{cases} \nabla\times\mathbf{E} = -\dfrac{i\omega}{c}\mathbf{B}, \\ \nabla\times\mathbf{B} = \dfrac{i\omega}{c}\mathbf{E} + \dfrac{4\pi}{c}\mathbf{j}. \end{cases} \tag{6}$$

Одним из наиболее известных динамооптических эффектов является гиротропия вращающейся среды [1–6]. Если однородная среда равномерно вращается как твёрдое тело с угловой частотой Ω, т. е.

$$\mathbf{V} = \left[\Omega\times\mathbf{r}\right], \tag{7}$$

то материальные уравнения могут быть переписаны в виде

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} - i\lambda_2\left[\mathbf{E}\times\Omega\right] + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{H}\right], \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} - \dfrac{(\omega\epsilon_0)'_\omega - 1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{E}\right]. \end{cases} \tag{8}$$

Для квазипоперечной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси вращения, такая среда ведёт себя как гиротропная с эффективным вектором гирации [1, 5] (определение вектора гирации см. в Приложении 1)

$$\mathbf{g} = \left(2\frac{\epsilon_0 - 1}{\omega} + \frac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega} + \lambda_2\right)\Omega. \tag{9}$$

В настоящее время принято называть вклад в вектор гирации, обусловленный первым слагаемым в правой части (9), кинематическим, вклад от второго слагаемого — дисперсионным, а вклад, обусловленный λ_2, — кориолисовым*.

Величина λ_2, а, следовательно, и величина вектора гирации существенным образом зависят от свойств среды на микроуровне и в общем случае не могут быть рассчитаны в рамках феноменологии. Как будет показано ниже, такой расчёт может быть выполнен только в частном случае среды, которая

*В общем случае вращение диэлектрика приводит к его намагничению, пропорциональному Ω (эффект Барнетта [1]). Возникающее магнитное поле тоже влияет на гиротропию вращающейся среды, поэтому слагаемое, содержащее λ_2, описывает не только кориолисов, но и гиромагнитный вклад в вектор гирации. Однако в данной работе гиромагнитный эффект рассматриваться не будет.

изотропна на микроуровне, где $\mathbf{g} = \left(2\dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\right)\Omega$, т. е. дисперсионный и кориолисов вклады полностью компенсируют друг друга. Вместе с тем, две среды, имеющие одну и ту же диэлектрическую проницаемость в покое $\epsilon_0(\omega)$, могут характеризоваться совершенно различными векторами гирации при вращении, если одна из них является анизотропной на микроуровне. Эта "микроанизотропия"вследствие хаотической ориентации своих осей не проявляется на макроуровне в неподвижной среде, но даёт о себе знать при вращении среды.

1. МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЕКТОРА ГИРАЦИИ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Расчёт вектора гирации, обусловленного вращением, не представляет принципиальных трудностей при известной модели микродинамики среды, но вопрос этот всё же не столь тривиален, как могло бы показаться на первый взгляд**. Весьма поучительным в этом отношении представляется анализ исторического развития исследований в этой области. Первым вопрос об электродинамических свойствах вращающихся диэлектриков поднял Ферми, рассматривавший задачу о гиротропии вращающейся диэлектрической среды, не имеющей временной дисперсии [3]. Ферми исходил из предположения, что комплексная амплитуда плотности тока поляризации в неоднородно двигающейся среде может быть представлена (в случае малых скоростей движения среды) в виде*

$$\mathbf{j} = \frac{i\omega}{4\pi}(\epsilon_0 - 1)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right) + \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi}(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{E}. \tag{10}$$

Нетрудно заметить, что при однородном движении среды представление (10), использованное Ферми, совпадает с выражениями (1), если в последних положить $\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega} = 0$ (в этом случае они эквивалентны известным соотношениям Минковского). Однако в общем случае неоднородного движения среды эквивалентность (10) и (1) имеет место только при $\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}$. Соответственно, вектор гирации, рассчитанный Ферми, равен

$$\mathbf{g} = \frac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\Omega. \tag{11}$$

Обобщая задачу Ферми на случай диэлектрика с временной дисперсией, Плейер исправил также и приведённый выше ответ (11), представив результат в виде [4]

$$\mathbf{g} = \left(2\frac{\epsilon_0 - 1}{\omega} + \frac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}\right), \tag{12}$$

что совпадает с (9) при $\lambda_2 = 0$. Решение, предложенное Плейером, сводится фактически к использованию обобщённых соотношений Минковского, которые отличаются от (1) заменой $\hat{\epsilon}$ на ϵ_0:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{H}], \\[2ex] \mathbf{B} = \mathbf{H} - \dfrac{(\omega\epsilon_0)' - 1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{E}]. \end{cases} \tag{13}$$

**Отметим, например, что в двух изданиях такого классического учебника по электродинамике, как "Электродинамика сплошных сред"Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшица (см. [1, 2]), высказаны прямо противоположные утверждения о величине λ_2.

*Для квазипоперечной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси вращения среды, слагаемые, содержащие член $(\mathbf{V}\nabla)$, оказываются второго порядка малости и для описания гиротропных свойств вращающегося диэлектрика можно использовать приближение $\mathbf{j} \approx \dfrac{i\omega}{4\pi}(\epsilon_0 - 1)\left(\mathbf{E} + \dfrac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right)$.

Следует отметить, что обобщая (10) на случай среды с временной дисперсией, получим

$$\mathbf{j} = \frac{1}{4\pi}[i\omega + (\mathbf{V}\nabla)]\left(\epsilon_0[\omega - i\,(\mathbf{V}\nabla)] - 1\right)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{B}\right]\right) \tag{14}$$

или, отбрасывая члены второго и более высокого порядка малости,

$$\mathbf{j} \approx \frac{i\omega}{4\pi}\left(\epsilon_0(\omega) - 1\right)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{V}\times\mathbf{B}\right]\right) + \frac{1}{4\pi}\left(\left(\omega\epsilon_0\right)' - 1\right)(\mathbf{V}\nabla)\,\mathbf{E}\,. \tag{15}$$

Выражения (14), (15) эквивалентны соотношениям (1) при $\lambda_2 = 2i\lambda_1 = = -\dfrac{(\omega\epsilon_0)'_\omega - 1}{\omega}$. Соответственно, вектор гирации, рассчитанный на основании (14), (15), совпадает с полученным Ферми (11). Таким образом, результат расчёта вектора гирации в рамках феноменологической теории зависит от того, какие из (эквивалентных при однородном движении среды) материальных соотношений (13) или (14) использовать для описания электродинамики вращающейся среды.

Материальные соотношения (13) неявно содержат предположение о том, что уравнения, описывающие поляризацию частиц среды во вращающейся вместе с ней системе отсчёта, — такие же, как и в лабораторной. Но на самом деле, они отличны из-за существования силы Кориолиса. Её учёт даёт вклад в (1) в виде антисимметричного тензора, входящего в $\hat{\epsilon}$ и пропорционального λ_2 (см. (3)). Ввести в вектор гирации, а следовательно, и в материальные соотношения (1), слагаемые, отвечающие кориолисову вкладу (пропорциональные λ_2), предложил Б. Я. Зельдович [5]. Однако вопрос о величине λ_2, а также и о величине λ_1, от которой вектор гирации не зависит, остался открытым. Общий ответ, если таковой существует, можно попытаться получить из анализа задачи с известной микродинамикой среды. Действительно, рассмотрим, например, динамооптические эффекты в холодной плазме, опираясь на гидродинамическую модель описания движения заряженных частиц. Движение ионов будем считать заданным:

$$N_i = N_0 = \mathrm{const}, \quad \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_i(\mathbf{r}), \quad (\nabla\mathbf{V}_i) = 0, \tag{16}$$

где $N_i, \mathbf{V}_i$ – плотность и гидродинамическая скорость ионов. Движение электронов будем описывать уравнениями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial N_e}{\partial t} + (\nabla\cdot N_e\mathbf{V}_e) = 0\,, \\[2ex] \dfrac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e\nabla)\,\mathbf{V}_e = -\dfrac{e}{m}\mathfrak{E} - \dfrac{e}{mc}\left[\mathbf{V}_e\times\mathfrak{B}\right], \end{cases} \tag{17}$$

где N_e, $\mathbf{V}_e$ – гидродинамическая скорость электронов, $-e$, m — заряд и масса электрона, $\mathfrak{E}(\mathbf{r},t)$, $\mathfrak{B}(\mathbf{r},t)$ — вектора напряжённости электрического и индукции магнитного полей. Полагая, что $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i + \mathbf{W}$, где $\mathbf{W}$ — малая (линейная по полю) поправка, найдём из (17), что для монохроматической электромагнитной волны комплексная амплитуда плотности тока в линейном (по полю и скорости ионов) приближении определяется выражением

$$\mathbf{j} \approx -i\frac{\omega_p^2}{4\pi\omega}\left\{\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{V}_i\times\mathbf{B}\right] - \frac{1}{i\omega}(\mathbf{E}\nabla)\,\mathbf{V}_i - \frac{1}{i\omega}(\mathbf{V}_i\nabla)\,\mathbf{E}\right\}, \tag{18}$$

где $\omega_p^2 = \dfrac{4\pi e^2 N_0}{m}$. Это выражение отличается и от (13), и от (15) и эквивалентно (1) при $\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}$. Соответственно вектор гирации во вращающейся плазме равен $\mathbf{g} = 2\dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\Omega$, т. е. полностью определяется кинематическим вкладом, а дисперсионный и кориолисов вклады полностью компенсируют друг друга.

Весьма полезным представляется также анализ динамооптических эффектов в среде, состоящей из невзаимодействующих изотропных гармонических осцилляторов. Пусть для определённости частицы среды представляют собой равномерно распределённый в некотором шаре положительный заряд e и равный ему по величине точечный отрицательный заряд с массой m, который может свободно перемещаться внутри этого шара. Тогда в высокочастотном поле вектор ∂_i дипольного момента i-частицы удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2\partial_i}{dt^2} + \omega_0^2\partial_i = \frac{e^2}{m}\mathfrak{E}_i + \frac{e^2}{mc}\left[\mathbf{V}_i \times \mathfrak{B}_i\right] - \frac{e}{mc}\left[\dot{\partial}_i \times \mathfrak{B}_i\right] + e\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2}\,, \tag{19}$$

где ω_0 — собственная частота осциллятора (зависит от радиуса частицы), $\mathfrak{E}_i = \mathfrak{E}\left(\mathbf{r}_i, t\right)$, $\mathfrak{B}_i = \mathfrak{B}\left(\mathbf{r}_i, t\right)$, $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор центра i-частицы, $\mathbf{V}_i = \dfrac{d\mathbf{r}_i}{dt}$. Линейный отклик неподвижной среды на монохроматическое поле определяется выражениями

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\mathbf{p}_i = \frac{e^2}{m}\mathbf{E}_i\,, \tag{20}$$

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\mathbf{P} = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\mathbf{E}\,, \tag{21}$$

$$\mathbf{j} = i\omega\mathbf{P}\,, \tag{22}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}\,, \tag{23}$$

$$\epsilon_0 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}\,, \tag{24}$$

где $\mathbf{p}_i$ — комплексная амплитуда дипольного момента i-частицы, $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}\left(\mathbf{r}_i\right)$, $\mathbf{P} = N\mathbf{p}_i$ — комплексная амплитуда вектора поляризации в среде, N — концентрация частиц, $\omega_p^2 = \dfrac{4\pi e^2 N}{m}$, $\epsilon_0 = 1 + \dfrac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$. Для движущихся частиц выражения (20)−(21) модифицируются:

$$\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\mathbf{p}_i = \frac{e^2}{m}\left\{\mathbf{E}_i + \frac{1}{c}\left[\mathbf{V}_i \times \mathbf{B}_i\right]\right\} - \frac{e^2}{m}\frac{2i\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\left(\mathbf{V}_i\nabla\right)\mathbf{E}_i\,, \tag{25}$$

$$\left\{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\left(\mathbf{V}\nabla\right)\right\}\mathbf{P} = \frac{\omega_p^2}{4\pi}\left\{\mathbf{E} + \frac{1}{c}\left[\mathbf{V} \times \mathbf{B}\right]\right\}. \tag{26}$$

Здесь, как и ранее, отброшены члены более высокого порядка малости по $\mathbf{V}$, чем первый, $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}\left(\mathbf{r}_i\right)$, $\left(\mathbf{V}_i\nabla\right)\mathbf{E}_i = \left(\mathbf{V}_i\nabla\right)\mathbf{E}|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$. Если принять, что в движущейся среде имеет место представление (23), то материальные соотношения определяются выражениями

$$\left\{\begin{aligned} &\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \frac{\epsilon_0 - 1}{c}\left[\mathbf{V} \times \mathbf{H}\right] - i\left(\epsilon_0\right)'_\omega\left(\mathbf{V}\nabla\right)\mathbf{E}\,,\\ &\mathbf{B} = \mathbf{H}\,, \end{aligned}\right. \tag{27}$$

которые не эквивалентны (1) ни при каких λ_1, λ_2. Расчёт вектора гирации при вращении среды даст в этом случае результат Ферми (11). Если аналогично (20)−(21) модифицировать и (23), полагая

$$\mathbf{j} = i\omega\mathbf{P} + \left(\mathbf{V}\nabla\right)\mathbf{P}\,, \tag{28}$$

то получим материальные соотношения

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{H}] + \dfrac{(\omega\epsilon_0)'_\omega - 1}{i\omega} (\mathbf{V}\nabla) \mathbf{E}, \\ \mathbf{B} = \mathbf{H}, \end{cases} \tag{29}$$

которые эквивалентны (1) при $\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\dfrac{(\omega\epsilon_0)'_\omega - 1}{\omega}$. Соответственно, вектор гирации получится опять такой же, как у Ферми.

Некорректность обоих изложенных выше подходов очевидна уже из того факта, что соответствующие им решения в предельном случае $\omega_0 \to 0$ не совпадают с решением для плазмы, хотя микромодели неподвижных сред в этом случае совпадают. Детальный подход показывает, что причиной некорректности является использование выражений (23) или (28) при переходе к макроскопическому описанию среды. В случае неоднородно двигающейся среды плотность усреднённого по макроскопическому объёму поляризационного тока $\mathbf{j}$ оказывается отличной и от $i\omega\mathbf{P}$, и от $i\omega\mathbf{P} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{P}$, если определять вектор поляризации посредством $\mathbf{P}(\mathbf{r}_i) = N\mathbf{p}_i$. Корректным оказывается выражение (см. Приложение 2)

$$\mathbf{j} = i\omega\mathbf{P} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{P} - (\mathbf{P}\nabla)\mathbf{V}. \tag{30}$$

Используя (26) и (30), можно показать, что получающиеся для движущейся среды осцилляторов материальные соотношения эквивалентны (1) при $\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}$, т. е. имеют такой же вид, как и в плазме.

Обобщение полученных результатов на случай произвольной изотропной на микроуровне среды очевидно. Пусть среда состоит из изотропных нейтральных частиц, дипольный момент которых, когда они неподвижны, определяется в монохроматическом поле выражением

$$\mathbf{p}_i = \alpha(i\omega)\mathbf{E}_i. \tag{31}$$

Тогда диэлектрическая проницаемость неподвижной среды с концентрацией частиц, равной N, есть

$$\epsilon_0 = 1 + 4\pi N\alpha. \tag{32}$$

В движущейся среде вращение изотропных частиц не влияет на их поляризацию, поэтому вектор поляризации в этом случае равен

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= N\alpha(i\omega + \mathbf{V}\nabla)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right) \approx \\ &\approx N\alpha(i\omega)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right) + N\beta(i\omega)(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{E}, \end{aligned} \tag{33}$$

где $\beta(i\omega) = \dfrac{\partial\alpha(i\omega)}{\partial(i\omega)}$. А плотность тока поляризации определяется выражением (30). Соответствующие материальные соотношения эквивалентны (1) при $\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}$, т. е. вектор гирации при вращении среды полностью определяется кинематическим вкладом. Отметим, что материальные соотношения (1) можно в этом случае записать в виде

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}] - i\epsilon_0'(\mathbf{E}\nabla)\mathbf{V}, \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} - \dfrac{(\omega\epsilon_0)'_\omega - 1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{E}]. \end{cases} \tag{34}$$

Следуя [1, 2], приведём также эквивалентную (34) запись материальных соотношений в форме

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] - i\epsilon_0^{'} (\mathbf{V}\nabla) \mathbf{E}\,, \\ \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} - \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c} [\mathbf{V} \times \mathbf{E}]\,. \end{cases} \tag{35}$$

На основании (35) можно утверждать, что материальные соотношения, представленные в [1, 2] для неоднородно движущихся сред, можно использовать только при отсутствии в среде временной дисперсии, когда введённые в [1, 2] коэффициенты $\lambda_1,\ \lambda_2 = 0$, если среда изотропна на микроуровне.

2. ВЕКТОР ГИРАЦИИ В СРЕДАХ СО СКРЫТОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

Ключевым вопросом при исследовании динамооптических эффектов во вращающемся диэлектрике является вопрос о компенсации кориолисова и дисперсионного вкладов в вектор гирации. Движение отдельных частиц вращающейся среды может быть представлено как совокупность их поступательного движения по окружности и вращения вокруг собственной оси. При поступательном движении частиц справедливы соотношения (28), (33) и, соответственно, вектор гирации совпадает с (11). Вращательное движение частиц приводит, во-первых, к появлению последнего слагаемого в правой части (30), что обуславливает половину кинематического вклада в вектор гирации, а, во-вторых, может изменить соотношение (33). Последнее возможно, если частицы среды анизотропны, и обуславливает, как показано ниже, некомпенсирующие друг друга дисперсионный и кориолисов вклады в вектор гирации.

Таким образом, количественные характеристики динамооптических эффектов в среде со “скрытой"анизотропией можно определить, рассчитав поляризацию её отдельной анизотропной вращающейся частицы в однородном монохроматическом электрическом поле и усреднив затем результат по ориентациям осей различных частиц*. Мы решим здесь эту задачу для простейшего примера среды, состоящей из анизотропных осцилляторов.

Пусть отклик отдельного неподвижного осциллятора на внешнее электрическое поле определяется уравнением

$$\frac{d^2\partial}{dt^2} + \hat{\omega_0^2}\partial = \frac{e^2}{m}\mathfrak{E}\,, \tag{36}$$

где ∂ — дипольный момент осциллятора, $\hat{\omega_0^2}$ — тензор собственных частот осциллятора: $\hat{\omega_0^2}\partial = \sum\limits_k \omega_k^2 \mathbf{e}_k(\mathbf{e}_k\partial)$, где через $\mathbf{e}_k$ обозначены орты главных осей осциллятора, а через ω_k — частоты его собственных колебаний вдоль этих осей. Макроскопически изотропную среду из таких осцилляторов можно получить, в частности, благодаря случайной ориентации их главных осей. Комплексная амплитуда дипольного момента $\mathbf{p}$ неподвижного осциллятора (у которого $d\mathbf{e}_k/dt = 0$) определяется в рассматриваемом случае выражением

$$\mathbf{p} = \sum_k \alpha_k(i\omega)\mathbf{e}_k(\mathbf{e}_k\mathbf{E}), \tag{37}$$

где $\alpha_k(i\omega) = L_k^{-1}(i\omega)$, $L_k(i\omega) = \dfrac{m}{e^2}[\omega_k^2 + (i\omega)^2]$. В результате усреднения (37) по ориентациям $\mathbf{e}_k$ получим

$$\langle\mathbf{p}\rangle = \sum_k \alpha_k \langle\mathbf{e}_k(\mathbf{e}_k\mathbf{E})\rangle = \frac{1}{3}\sum_k \alpha_k \mathbf{E}\,. \tag{38}$$

*В рамках такого рассмотрения нельзя определить коэффициент λ_1, т. к. во вращающейся с постоянной угловой скоростью среде $\left(\dfrac{\partial V_i}{\partial x_k} + \dfrac{\partial V_k}{\partial x_i}\right) \equiv 0$.

Соответственно диэлектрическая проницаемость неподвижной среды равна

$$\epsilon_0(\omega) = 1 + \frac{4\pi}{3} N \sum_k \alpha_k = 1 + \frac{\omega_p^2}{3} \sum_k \frac{1}{\omega_k^2 - \omega^2} , \tag{39}$$

где $\omega_p^2 = \dfrac{4\pi N e^2}{m}$, N — концентрация осцилляторов в среде. Заметим, что точно такую же диэлектрическую проницаемость имеет среда, состоящая из изотропных осцилляторов с различными собственными частотами ω_k, если концентрация осцилляторов каждого сорта равна $N/3$.

При вращении рассматриваемой частицы орты её главных осей удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d\mathbf{e}_k}{dt} = [\Omega \times \mathbf{e}_k] . \tag{40}$$

Для компонент дипольного момента в линейном по Ω приближении справедливы в этом случае уравнения:

$$\frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{e}_k \partial) + \omega_k^2 (\mathbf{e}_k \partial) = \frac{e^2}{m} (\mathbf{e}_k \mathfrak{E}) - 2 \sum_n (\mathbf{e}_k [\Omega \times \mathbf{e}_n]) \frac{d}{dt} (\mathbf{e}_n \partial) , \tag{41}$$

где последний член в правой части соответствует действию силы Кориолиса.

Учитывая, что первое слагаемое в правой части (41) не является гармоническим с частотой ω, решение этих уравнений с точностью до линейных по Ω членов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{p} \;=\; & \sum_n \alpha_n \mathbf{e}_n (\mathbf{e}_n \mathbf{E}) + \sum_n \beta_n \mathbf{e}_n (\mathbf{e}_n [\mathbf{E} \times \Omega]) + \\ & + \sum_n \alpha_n \mathbf{e}_n \left(\mathbf{e}_n \left[\Omega \times \sum_k \mathbf{e}_k \frac{\beta_k}{\alpha_k} (\mathbf{e}_k \mathbf{E}) \right] \right) , \end{aligned} \tag{42}$$

где $\beta_n (i\omega) = \dfrac{\partial \alpha_n (i\omega)}{\partial i\omega}$. Комплексная амплитуда дипольного момента теперь медленно зависит от времени, вследствие вращения ортов $\mathbf{e}_n$. Второе слагаемое в правой части (42) обусловлено тем, что $(\mathbf{e}_n \mathfrak{E})$ не является гармонической функцией с частотой ω, а последнее — связано с действием силы Кориолиса. Заметим, что для изотропной частицы все α_n и β_n одинаковы ($\alpha_n = \alpha$, $\beta_n = \beta$), поэтому последние два слагаемые в правой части (42) компенсируют друг друга и (42) сводится к (31), а комплексная амплитуда вектора поляризации определяется, как и в неподвижной среде, выражением $\mathbf{P} = \dfrac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} \mathbf{E}$. Но для анизотропной частицы такой компенсации нет и после усреднения (42) по ориентациям осей получим

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \frac{1}{3} \sum_n \alpha_n \mathbf{E} + \frac{1}{3} \sum_n \beta_n [\mathbf{E} \times \Omega] + \frac{1}{6} \sum_{n \neq k} \alpha_n \frac{\beta_k}{\alpha_k} [\Omega \times \mathbf{E}] . \tag{43}$$

Соответственно, комплексная амплитуда вектора поляризации равна

$$\mathbf{P} = N \langle \mathbf{p} \rangle = \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} \mathbf{E} - i \frac{1}{4\pi} (\epsilon_0)'_\omega [\mathbf{E} \times \Omega] - i \frac{1}{4\pi} \lambda_2 [\mathbf{E} \times \Omega] , \tag{44}$$

$$\lambda_2 = -4 i \pi N \left(\frac{1}{6} \sum_{n \neq k} \alpha_n \frac{\beta_k}{\alpha_k} \right) . \tag{45}$$

Здесь второе и третье слагаемые в правой части соответствуют дисперсионному и кориолисову вкладам в поляризацию вращающейся среды.

Можно показать, что полученный результат (44)–(45) справедлив не только для осцилляторов, но для любых анизотропных частиц, дипольный момент которых во внешнем поле удовлетворяет уравнению

$$\hat{\mathbf{L}}\left(\frac{d}{dt}\right)\partial = \mathfrak{E}\,, \tag{46}$$

где действие оператора $\hat{\mathbf{L}}$ определяется посредством

$$\hat{\mathbf{L}}\left(\frac{d}{dt}\right)\partial = \sum_n L_n\left(\frac{d}{dt}\right)\mathbf{e}_n\left(\mathbf{e}_n\partial\right)\,. \tag{47}$$

При этом в (44)–(45) следует положить $\alpha_n(i\omega) = L_n^{-1}(i\omega)$, $\beta_n\left(i\omega\right) = \dfrac{\partial\alpha_n\left(i\omega\right)}{\partial i\omega}$.

Как видим, в анизотропной на микроуровне среде в общем случае нет компенсации дисперсионного и кориолисова вклада $\left(\lambda_2 + \dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega} \neq 0\right)$, т. е. вектор гирации отличен от чисто кинематического. Для рассматривавшейся среды из анизотропных осцилляторов кориолисов фактор равен

$$\lambda_2 = -\frac{1}{3}\omega\omega_p^2\sum_{k\neq m}\frac{1}{\left(\omega_m^2 - \omega^2\right)\left(\omega_k^2 - \omega^2\right)}\,. \tag{48}$$

В окрестности резонансных частот поля ($\omega \approx \omega_k$), где анизотропия осцилляторов особенно существенна, кориолисов вклад в вектор гирации оказывается мал по сравнению с дисперсионным $\left(|\lambda_2| \ll \left|\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}\right|\right)$. Этот результат обусловлен тем, что в этом случае дипольный момент осциллятора направлен преимущественно вдоль "резонансной"оси (собственная частота колебаний вдоль которой близка к ω), а сила Кориолиса, действуя в основном перпендикулярно этой оси, относительно слабо влияет на величину дипольного момента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный в данной работе анализ позволяет сформулировать следующие выводы.

В изотропной на микроуровне среде динамооптические эффекты полностью определяются электродинамическими характеристиками неподвижной среды. Материальные уравнения в движущейся среде могут быть представлены в этом случае в виде (1)–(3), а коэффициенты λ_1, λ_2, если не учитывать слабых гиромагнитных эффектов, равны

$$\lambda_2 = -2i\lambda_1 = -\frac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}\,. \tag{49}$$

Вектор гирации при вращении такой среды полностью определяется кинематическим вкладом

$$\mathbf{g} = 2\frac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\Omega\,. \tag{50}$$

В общем случае макроскопически изотропной среды равенство (49) не выполняется. Динамооптические эффекты существенным образом зависят от скрытой анизотропии среды (её анизотропии на микроуровне) и их расчёт может быть выполнен лишь при известной микромодели среды. Во вращающейся среде со скрытой анизотропией дисперсионный и кориолисов вклады в вектор гирации не компенсируют друг друга. В результате, в окрестности резонансных значений частоты поля при вращении среды её скрытая анизотропия может проявиться весьма существенным образом, т.к. нескомпенсированный дисперсионный вклад в вектор гирации может значительно превышать кинематический вклад.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Определение вектора гирации

Для квазипоперечной (относительно оси вращения) электромагнитной волны справедливы следующие приближённые векторные равенства (с точностью до членов первого порядка малости по $\Omega, \mathbf{V}$):

$$[\nabla \times [\Omega \times \mathbf{E}]] = [\Omega \times [\nabla \times \mathbf{E}]] \ , \tag{П1.1}$$

$$[\nabla \times [\mathbf{V} \times \mathbf{H}]] \approx [\Omega \times \mathbf{H}] \approx [\Omega \times \mathbf{B}] \ , \tag{П1.2}$$

$$[\nabla \times [\mathbf{V} \times \mathbf{E}]] \approx [\Omega \times \mathbf{E}] \approx [\Omega \times \mathbf{D}] \, \frac{1}{\epsilon_0} \, . \tag{П1.3}$$

Поэтому уравнения Максвелла с учётом материальных соотношений (8) могут быть представлены в виде (с точностью до членов первого порядка малости)

$$\begin{cases} [\nabla \times \mathbf{D}] \approx -i\dfrac{\omega}{c}\epsilon_0\mathbf{B} + \dfrac{\omega}{c}\left(\lambda_2 + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\right)[\Omega \times \mathbf{B}] \ , \\ [\nabla \times \mathbf{B}] \approx i\dfrac{\omega}{c}\mathbf{D} - \dfrac{\omega}{\epsilon_0 c}\left(\dfrac{\partial \epsilon_0}{\partial \omega} + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\right)[\Omega \times \mathbf{D}] \ . \end{cases} \tag{П1.4}$$

Отсюда, используя равенства, аналогичные (П1.1), нетрудно получить уравнение, описывающее поворот плоскости поляризации бегущей электромагнитной волны:

$$[\nabla \times [\nabla \times \mathbf{D}]] = \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_0\mathbf{D} + i\frac{\omega^2}{c^2}[\mathbf{g} \times \mathbf{D}] \ , \tag{П1.5}$$

где вектор гирации $\mathbf{g}$ задаётся формулой (9) и характеризует величину указанного эффекта.

Следует отметить, что в рамках первого порядка теории возмущений, в уравнениях (П1.4) можно подставить в члены, содержащие Ω, приближённые выражения для полей:

$$\begin{cases} \mathbf{B} \approx i\dfrac{c}{\epsilon_0\omega}[\nabla \times \mathbf{D}] \ , \\ \mathbf{D} \approx -i\dfrac{c}{\omega}[\nabla \times \mathbf{B}] \ . \end{cases} \tag{П1.6}$$

В результате, уравнения (П1.4) могут быть переписаны в более привычном для уравнений Максвелла виде:

$$\begin{cases} [\nabla \times \mathbf{E_{ef}}] = -i\dfrac{\omega}{c}\mathbf{B} \, , \\ [\nabla \times \mathbf{B}] = i\dfrac{\omega}{c}\mathbf{D_{ef}} \, , \end{cases} \tag{П1.7}$$

где эквивалент напряжённости электрического поля

$$\mathbf{E_{ef}} = \frac{1}{\epsilon_0}\mathbf{D} - i\left(\lambda_2 + \frac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\right)[\Omega \times \mathbf{D}]\,\frac{1}{\epsilon_0^2} \, ,$$

а эквивалентное материальное уравнение содержит вектор гирации $\mathbf{g}$ и может быть использовано для его определения:

$$\mathbf{D_{ef}} = \epsilon_0\mathbf{E_{ef}} + i\,[\mathbf{g} \times \mathbf{E_{ef}}] \ . \tag{П1.8}$$

Следует отметить также, что для квазипоперечной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси вращения среды, материальные уравнения (8) полностью эквивалентны материальным уравнениям вида

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + i\,[\mathbf{g}\times\mathbf{E}] + \dfrac{\epsilon_0 - 1}{c}\,[\mathbf{V}\times\mathbf{H}] - i\dfrac{\epsilon_0 - 1}{\omega}\,[\Omega\times\mathbf{E}]\ , \\ \\ \mathbf{B} = \mathbf{H}\,, \end{cases} \tag{П1.9}$$

характеризующимся тем же вектором гирации $\mathbf{g}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Плотность тока поляризации в движущейся среде

Рассмотрим среду, состоящую из изотропных частиц. Пусть каждая частица состоит из “иона"и “электрона"с зарядами $\pm e$, взаимодействующих между собой таким образом, что дипольный момент $\mathbf{p}$ (равный $\mathbf{p} = -e\mathbf{q}$, где $\mathbf{q} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i$ — отклонение электрона от иона) каждой неподвижной частицы в монохроматическом электромагнитном поле определяется выражением (31). Тогда при произвольном движении такой частицы имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \alpha\,(i\omega + \mathbf{V}\nabla)\left\{\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right\} \approx \\ &\approx \alpha\,(i\omega)\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,[\mathbf{V}\times\mathbf{B}]\right) + \beta\,(i\omega)\,(\mathbf{V}\nabla)\,\mathbf{E}\,, \end{aligned} \tag{П2.1}$$

где $\beta\,(i\omega) = \dfrac{\partial\alpha\,(i\omega)}{\partial i\omega}$.

Плотность тока поляризации в такой среде можно найти, усредняя по объёму токи, создаваемые отдельно ионами и электронами:

$$\mathbf{j}\,(\mathbf{r},t) = \mathbf{j}_i\,(\mathbf{r},t) + \mathbf{j}_e\,(\mathbf{r},t)\ . \tag{П2.2}$$

Усреднённая плотность тока ионов равна

$$\mathbf{j}_i\,(\mathbf{r},t) = eN\mathbf{V}\,(\mathbf{r})\ , \tag{П2.3}$$

где N — концентрация частиц.

При усреднении же плотности тока электронов следует учесть, что электроны смещены относительно ионов: $\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_i + \mathbf{q}$. Поэтому

$$\mathbf{j}_e\,(\mathbf{r}+\mathbf{q},t) = -eN\mathbf{V}\,(\mathbf{r}) - eN\,\frac{d\mathbf{q}(\mathbf{r},t)}{dt}\,, \tag{П2.4}$$

где производная $\dfrac{d\mathbf{q}}{dt}$ вычисляется для частицы, электрон которой находится в данный момент времени в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}+\mathbf{q}$ (а ион соответственно — в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}$). Если среда неподвижна или движется однородно, то в рамках линейного по полю приближения различие между $\mathbf{j}_e\,(\mathbf{r}+\mathbf{q},t)$ и $\mathbf{j}_e\,(\mathbf{r},t)$ несущественно. Но в общем случае неоднородного движения среды $\mathbf{j}_e\,(\mathbf{r}+\mathbf{q},t) \neq \mathbf{j}_e\,(\mathbf{r},t)$

$$\mathbf{j}_e\,(\mathbf{r}) = -eN\,\frac{d\mathbf{q}\,(\mathbf{r},t)}{dt} - eN\mathbf{V}\,(\mathbf{r} - \mathbf{q}\,(\mathbf{r},t))$$

и поэтому

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \mathbf{j}_i(\mathbf{r},t) + \mathbf{j}_e(\mathbf{r},t) \approx eN(\mathbf{q}\nabla)\mathbf{V} - eN\frac{d\mathbf{q}}{dt}\,. \tag{П2.5}$$

Используя стандартное представление для полной (Лагранжевой) производной по времени $\dfrac{d}{dt} = \dfrac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)$, получим для комплексной амплитуды плотности тока выражение (30). Физический смысл (30) может быть пояснён также следующим образом. Локально, в системе отсчёта, связанной со средой, плотность тока поляризации определяется стандартно:

$$\mathbf{j} = \frac{\partial'\mathbf{P}}{\partial t}\,, \tag{П2.6}$$

где $\frac{\partial'}{\partial t}$ обозначает частную производную по времени в системе отсчёта, где среда неподвижна. Для поступательного движения среды справедливо преобразование

$$\frac{\partial'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\ . \tag{П2.7}$$

Если же среда вращается, то в точке, где она неподвижна, для любого вектора $\mathbf{A}(t)$ справедливо преобразование

$$\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial'\mathbf{A}}{\partial t} + [\Omega \times \mathbf{A}]\ , \tag{П2.8}$$

где $[\Omega \times \mathbf{A}] = (\mathbf{A}\nabla)\mathbf{V}$. Поэтому (П2.6) в лабораторной системе отсчёта переходит в

$$\mathbf{j} = \frac{\partial'\mathbf{P}}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{P} - (\mathbf{P}\nabla)\mathbf{V}\,. \tag{П2.9}$$

Проведённые здесь рассуждения показывают, что (30) имеет место в любой движущейся среде, независимо от её изотропии на микроуровне.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Энергетические соотношения в неоднородно двигающейся среде

Определённый интерес представляет анализ баланса энергии электромагнитного поля в неоднородно движущейся среде. Вычисляя на основании (1)–(3) дивергенцию усреднённого по периоду поля вектора Пойнтинга, найдём, что с точностью до членов, линейных по скорости среды $\mathbf{V}$:

$$-\nabla\mathbf{S}=\frac{i\omega}{4\pi}\epsilon_0\left|\mathbf{E}\right|^2+\frac{1}{4\pi}\Bigg\{-\omega\epsilon_0'\mathbf{V}\left[\mathbf{E}\times\left[\nabla\times\mathbf{E}^*\right]\right]-\omega\frac{\lambda_2}{2}\left[\nabla\times\mathbf{V}\right]\left[\mathbf{E}\times\mathbf{E}^*\right]-$$
$$-i\omega\lambda_1\left[\nabla\times\mathbf{V}\right]\left[\mathbf{E}\times\mathbf{E}^*\right]+2i\omega\lambda_1\mathbf{E}^*\left(\mathbf{E}\nabla\right)\mathbf{V}\Bigg\}+\text{к.с.} \tag{П3.1}$$

где $\mathbf{S}=\dfrac{c}{4\pi}\left[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right]+\text{к.с.}$. Подставляя в (П3.1) значения $\lambda_2=-2i\lambda_1==-\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}$, соответствующие изотропной на микроуровне среде, получим, что в случае действительного $\epsilon_0\left(\omega\right)$

$$-\left(\nabla\mathbf{S}\right)=\left(\nabla\Gamma\right), \tag{П3.2}$$

$$\Gamma=-\frac{1}{4\pi}\omega\frac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}\left\{\mathbf{V}\left|\mathbf{E}\right|^2-\mathbf{E}^*\left(\mathbf{E}\mathbf{V}\right)-\mathbf{E}\left(\mathbf{E}^*\mathbf{V}\right)\right\}. \tag{П3.3}$$

Как видим, $(\nabla\mathbf{S})\neq 0$, но полученный результат можно интерпретировать не как поглощение, а как модификацию плотности потока энергии в рассматриваемой среде при её движении.

В общем случае вращающейся среды ($\mathbf{V}=\left[\Omega\times\mathbf{r}\right]$) из (П3.1) следует, что при $\epsilon_0\left(\omega\right)=\epsilon_0^*\left(\omega\right)$

$$-\left(\nabla\mathbf{S}\right)=\left(\nabla\Gamma\right)+\frac{1}{4\pi}\omega\left(\lambda_2^*-\lambda_2\right)\Omega\left[\mathbf{E}\times\mathbf{E}^*\right]. \tag{П3.4}$$

Отсутствию поглощения здесь отвечает условие $\lambda_2=\lambda_2^*$. Отталкиваясь от этого условия можно показать, что при произвольном движении среды для отсутствия поглощения необходимо потребовать ещё выполнения равенства $\lambda_1=-\dfrac{i}{2}\dfrac{\partial\epsilon_0}{\partial\omega}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1962.
3. Fermi E. //Lincei Rc., 1923. V. 32. P. 115.
4. Player M. A. //Proc. R. Soc. Lond., 1976. V. A 349. P. 441.
5. Baranova N. B., Zeldovich B. Ya. //Proc. R. Soc. Lond., 1979. V. A 368. P. 591.
6. Baranova N. B., Zeldovich B. Ya. //JETP, Sep. 1993. V. 77(3).

Институт прикладной физики РАН,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 ноября 1997 г.

DYNAMO-OPTICAL EFFECTS AND HIDDEN ANISOTROPY OF A MEDIUM

V. L. Erukhimov, V. E. Semenov

The subject of the research is electrodynamics of macroscopically isotropic media with temporal dispersion moving inhomogeneously. The dynamo-optical effects are proved to depend considerably on hidden anisotropy of the medium (i.e. on the anisotropy at the microscopical level). The general expression is determined for the dielectric tensor of moving medium without hidden anisotropy. Specifically, in the case of such medium rotation the gyration vector is found to coincide with its kinematic part.

УДК 535.56

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРОТЯЖЁННЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ, ДВИЖУЩИХСЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ КИРАЛЬНОЙ СРЕДЫ

К. А. Барсуков, А. А. Смирнова

Исследуется движение нити с током и заряженной нити в вакууме вдоль плоской поверхности полубесконечной киральной среды. В обоих случаях получены выражения для электромагнитных полей и для потерь энергии на излучение. Приводится зависимость потерь энергии от постоянной киральности.

В последние годы интенсивно разрабатываются вопросы распространения и излучения электромагнитных волн в киральных средах в связи с многообразными возможностями их применения в науке и технике [1]. Одной из первых по этому направлению была работа Б. М. Болотовского [2], где рассматривался эффект Вавилова—Черенкова в среде с пространственной дисперсией, свойства которой аналогичны свойствам киральных сред. В работах [3—5] рассматривались вопросы возбуждения электромагнитных волн как в сплошных киральных средах, так и в средах с границами раздела. Так, в [3] было рассмотрено излучение Вавилова—Черенкова, возникающее при движении точечного заряда через киральную среду. Естественно, что в реальных приборах и установках, в которых может быть использован этот эффект, будет применяться модулированный ток, движущийся либо в канале в среде, либо вблизи её поверхности. Здесь есть надежда, что в последнем случае киральные среды найдут применение в лазерах на свободных электронах. Для выяснения основных особенностей взаимодействия движущихся источников с полубесконечной киральной средой ниже рассматривается задача об излучении достаточно протяжённых токовых и заряженных линейных источников при движении вблизи поверхности.

Под киральной понимается среда, описываемая материальными соотношениями

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} - i\chi \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + i\chi \mathbf{E}\,, \tag{1}$$

где ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, χ — постоянная киральности. Пусть верхнее полупространство $z > 0$ является вакуумом, а нижнее $z < 0$ заполнено киральной средой. На расстоянии $z = d$ от границы раздела вдоль оси Ox с постоянной скоростью $\mathbf{v}$ движется бесконечно длинная нить с током $\mathbf{j} = j_0(z-d)(x-vt)$, направленная вдоль оси Oy. Поле излучения будем искать в виде суммы поля нити в свободном пространстве и поля, возникающего из-за наличия кирального диэлектрика, причём все поля будем представлять через интеграл Фурье $F(x,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} F_\omega(x,z,\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega$, где под F можно понимать любую компоненту поля. Поля нити в бесконечном свободном пространстве нетрудно представить в виде

$$\begin{gathered} E^{(0)}_{\omega x} = E^{(0)}_{\omega z} = H^{(0)}_{\omega y} = 0, \quad E^{(0)}_{\omega y} = -i\frac{\omega}{c}A', \\ H^{(0)}_{\omega z} = -i\frac{\omega}{v}A', \quad H_{\omega x}(0) = æ\,\mathrm{sign}(z-d)A', \end{gathered} \tag{2}$$

где $A' = A_0 \exp\left(-i\dfrac{\omega}{v}x - æ|z-d|\right)$, $A_0 = \dfrac{j_0}{æcv}$, $æ = \dfrac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = \dfrac{v}{c}$, c — скорость света в вакууме. Вектора поля излучения для $z > 0$ и $z < 0$ найдутся соответственно как решения однородных уравнений

$$\Delta\mathbf{E}_{\omega}^{(1)} + k^2\mathbf{E}_{\omega}^{(1)} = 0, \quad \Delta\mathbf{H}_{\omega}^{(1)} + k^2\mathbf{H}_{\omega}^{(1)} = 0 \qquad (k = \omega/c), \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\Delta\mathbf{E}_{\omega}^{(2)} + k^2(\varepsilon\mu + \chi^2)\mathbf{E}_{\omega}^{(2)} - 2ik^2\mu\chi\mathbf{H}_{\omega}^{(2)} = 0,\\ \Delta\mathbf{H}_{\omega}^{(2)} + k^2(\varepsilon\mu + \chi^2)\mathbf{H}_{\omega}^{(2)} + 2ik^2\mu\chi\mathbf{E}_{\omega}^{(2)} = 0,\end{gathered} \tag{4}$$

Последняя пара уравнений получается из уравнений Максвелла и материальных соотношений для киральной среды (1). Для решения этих уравнений в качестве потенциалов выберем составляющие полей, перпендикулярные границе раздела:

$$\begin{aligned} &E_{\omega z}^{(1)} = A_1 \exp(-\text{æ} z) A\,, \quad H_{\omega z}^{(1)} = iA_2 \exp(-\text{æ} z) A\,,\\ &E_{\omega z}^{(2)} = [A_3 \exp(\text{æ}_1 z) + A_4 \exp(\text{æ}_2 z)] A\,,\\ &H_{\omega z}^{(2)} = i\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,[A_3 \exp(\text{æ}_1 z) - A_4 \exp(\text{æ}_2 z)]\,A\,,\end{aligned} \tag{5}$$

где $A = \exp\left(-\text{æ} d - i\dfrac{\omega}{v}x\right)$, $\text{æ}_{1,2} = \dfrac{\omega}{v}\sqrt{1-\beta^2 n_{1,2}^2}$, $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon\mu} \pm \chi$, $\chi > 0$. Остальные компоненты полей получаются из уравнений Максвелла и материальных соотношений

$$\begin{gathered} E\omega x^{(1)} = i\frac{v}{\omega}\text{æ} E_{\omega z}^{(1)}, \quad E_{\omega y}^{(1)} = \beta H_{\omega z}^{(1)},\\ H_{\omega x}^{(1)} = i\frac{v}{\omega}\text{æ} H_{\omega z}^{(1)}, H_{\omega y}^{(1)} = -\beta E_{\omega z}^{(1)},\end{gathered} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &E_{\omega x}^{(2)} = -i\frac{v}{\omega}\,[\text{æ}_1 A_3 \exp(\text{æ}_1 z) + \text{æ}_2 A_4 \exp(\text{æ}_2 z)]\,A\,,\\ &E_{\omega y}^{(2)} = i\beta\,[n_1 A_3 \exp(\text{æ}_1 z) - n_2 A_4 \exp(\text{æ}_2 z)]\,A\,,\\ &H_{\omega x}^{(2)} = \frac{v}{\omega}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,[\text{æ}_1 A_3 \exp(\text{æ}_1 z) - \text{æ}_2 A_4 \exp(\text{æ}_2 z)]\,A\,,\\ &H_{\omega y}^{(2)} = -\beta\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,[n_1 A_3 \exp(\text{æ}_1 z) + n_2 A_4 \exp(\text{æ}_2 z)]\,A\,.\end{aligned} \tag{7}$$

В выражениях для индуцируемых средой полей присутствуют четыре неопределённых коэффициента, которые находятся из условия непрерывности тангенциальных составляющих полей на границе раздела диэлектрика:

$$\begin{aligned} &A_1 = 2\text{æ}\frac{\omega}{v}\,\frac{(\text{æ}_1 n_2 - \text{æ}_2 n_1)}{\Delta}\,A_0\,,\\ &A_2 = \frac{\omega}{v\Delta}\left\{(\text{æ}_1 n_2 + \text{æ}_2 n_1)\text{æ}\left(\frac{\varepsilon}{\mu} - 1\right) + 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}(\text{æ}^2 n_1 n_2 + \text{æ}_1\text{æ}_2)\right\}\,A_0\,,\\ &A_3 = -2\text{æ}\frac{\omega}{v}\,\frac{\left(\text{æ}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,n_2 + \text{æ}_2\right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\Delta}\,A_0\,, \quad A_4 = 2\text{æ}\frac{\omega}{v}\,\frac{\left(\text{æ}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,n_1 + \text{æ}_1\right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\Delta}\,A_0\,,\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\Delta = 2\left(\text{æ}^2 n_1 n_2 + \text{æ}_1\text{æ}_2\right) + \frac{\varepsilon + \mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\,\left(\text{æ}_1 n_2 + \text{æ}_2 n_1\right)\,. \tag{9}$$

Интересно отметить, что величина Δ может обращаться в нуль при определённом соотношении между параметрами среды. Как показано в [6], в этом случае на границе киральной среды возникает поверхностная волна. В частности, она возникает при релятивистской скорости излучателя, когда $\beta = 1$ и $\chi = \sqrt{\varepsilon\mu} - 1$.

Энергия, излучаемая нитью на единице пути в среду, находится с помощью теоремы Пойтинга: $\dfrac{dW}{dx} = \dfrac{c}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(E_y^{(2)}H_x^{(2)} - E_x^{(2)}H_y^{(2)}\right)dt$, где в качестве поверхности, через которую проходит поток энергии, берётся любая плоскость в киральной среде, параллельная плоскости xy. При $\beta n_1 < 1$ излучение в среду отсутствует, имеется приповерхностное поле, передвигающееся со скоростью нити вдоль границы раздела. При $\beta n_1 > 1$, $\beta n_2 < 1$ образуется одна циркулярно поляризованная волна “1", которая отрывается от поверхности и излучается в среду. Этой волне соответствует первое слагаемое в выражениях для полей (8), направление вращения векторов $\mathbf{E}_\omega$ и $\mathbf{H}_\omega$ в этой волне — по часовой стрелке (наблюдатель расположен по направлению распространения волны). В волновой зоне главный максимум излучения направлен в соответствии с принципом Гюйгенса под углом $\theta_1 = \arccos\dfrac{1}{\beta n_1}$, ширина максимума зависит от величины дисперсии. Энергия этой волны определяется выражением

$$\frac{dW_1}{dx} = \frac{4j_0^2}{c^2 v}\int\limits_{\substack{\beta n_1 > 1\\ \beta n_2 < 1}} \frac{\exp\left(-2\sigma\frac{\omega}{v}d\right)\sigma_1 n_1\left(\sigma\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,n_2 + |\sigma_2^2|\right)\,d\omega}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\{\left(2\sigma^2 n_1 n_2 + \sigma|\sigma_2|\frac{\varepsilon+\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}n_1\right)^2 + \sigma_1^2\left(2|\sigma_2| + \sigma\frac{\varepsilon+\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}n_2\right)^2\right\}}, \tag{10}$$

где $\sigma = \sqrt{1-\beta^2}$, $\sigma_{1,2} = \sqrt{\beta^2 n_{1,2}^2 - 1}$, интегрирование по частоте выполняется в области $\beta n_1 > 1$, $\beta n_2 < 1$. Обращает на себя внимание присутствие в подынтегральном выражении (10) множителя $\exp\left(-2\sigma\dfrac{\omega}{v}d\right)$, который является обрезающим фактором, зависящим от расстояния излучателя до границы. Естественно, что заметное излучение будет при условии $\dfrac{\lambda}{d} \gg \dfrac{4\pi m_0 c^2}{\beta E}$, где m_0 и E — энергия нити, приходящиеся на единицу её длины. Очевидно, что последнее неравенство хорошо выполняется при релятивистских скоростях. При $\beta n_2 > 1$ от поверхности отрывается вторая циркулярно поляризованная волна “2", которой соответствует второе слагаемое в (8), и излучается в среду под углом $\theta_2 = \arccos\dfrac{1}{\beta n_2}$. Направление вращения векторов $\mathbf{E}_\omega$ и $\mathbf{H}_\omega$ у волны против часовой стрелки. В сумме эти две волны дают волну эллиптической поляризации, которая в акиральном случае вырождается в линейно поляризованную TE-волну. Энергии волн “1"и “2"для области частот, где $\beta n_2 > 1$ определяются следующими выражениями:

$$\frac{dW_i}{dx} = \frac{4j_0^2}{c^2 v}\int\limits_{\beta n_2 > 1} \frac{\exp\left(-2\sigma\frac{\omega}{v}d\right)\sigma_i n_i\left\{(\varepsilon\mu - \chi^2)^2\left(\sigma^2\frac{\varepsilon}{\mu} + \beta^2\right)/n_i^2 - 1\right\}d\omega}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\{4(\sigma^2 n_1 n_2 - \sigma_1\sigma_2)^2 + \frac{(\varepsilon+\mu)^2}{\varepsilon\mu}\sigma^2(\sigma_1 n_2 + \sigma_2 n_1)^2\right\}}, \tag{11}$$

где $i = 1,\ 2$.

Зависимость от χ безразмерной энергии подынтегрального выражения (11) для $\beta n_2 > 1$ и (10) для $\beta n_1 > 1$, $\beta n_2 < 1$ приведена на рис. 1 для $\varepsilon = 1{,}5$, $\mu = 1$ и $\beta^2 = 0{,}90$, $0{,}95$ и $0{,}99$ (графики *1, 2, 3*, соответственно). Значение экспоненты здесь и далее принято равным единице, что соответствует малым, по сравнению с длиной волны, расстояниям d. Пунктирная линия соответствует волне “2", сплошная — волне “1", у энергии которой при $\beta n_2 = 1$ наблюдается максимум. Максимум безразмерной энергии волны “2"для $\beta = 0{,}99$ на этом рисунке равен 1,00. При $\beta = 1$ и $\beta n_2 = 1$, когда на границе раздела возникает поверхностная волна, энергия волны “2"обращается в бесконечность. В этом

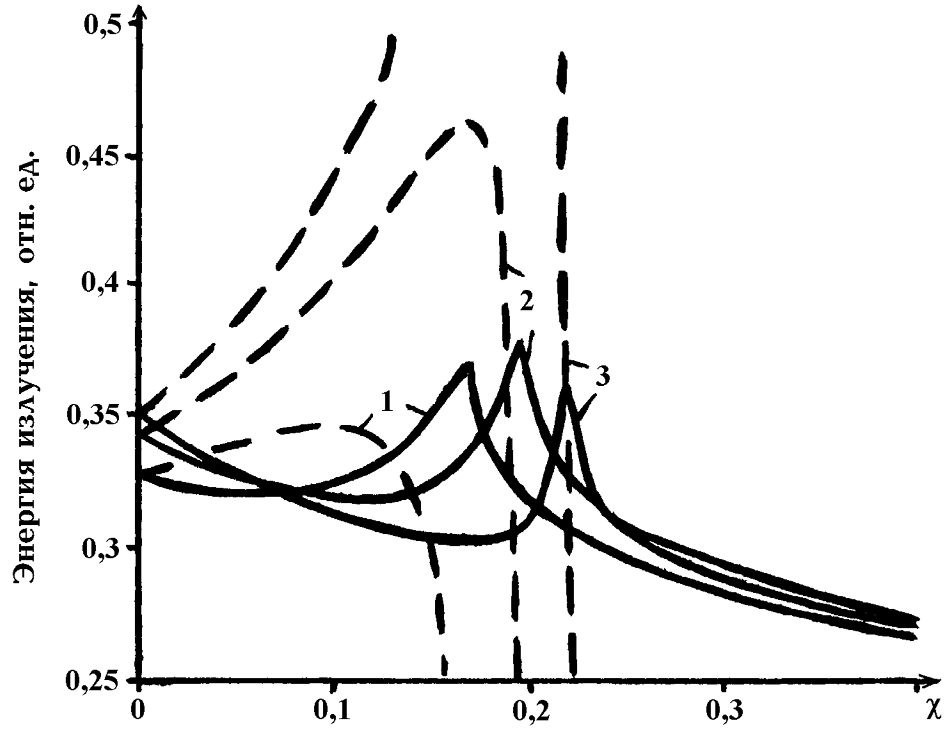

0,5
0,45
0,4
0,35
0,3
0,25
Энергия излучения, отн. ед.
0
0,1
0,2
0,3
χ
1
2
3

Рис. 1.

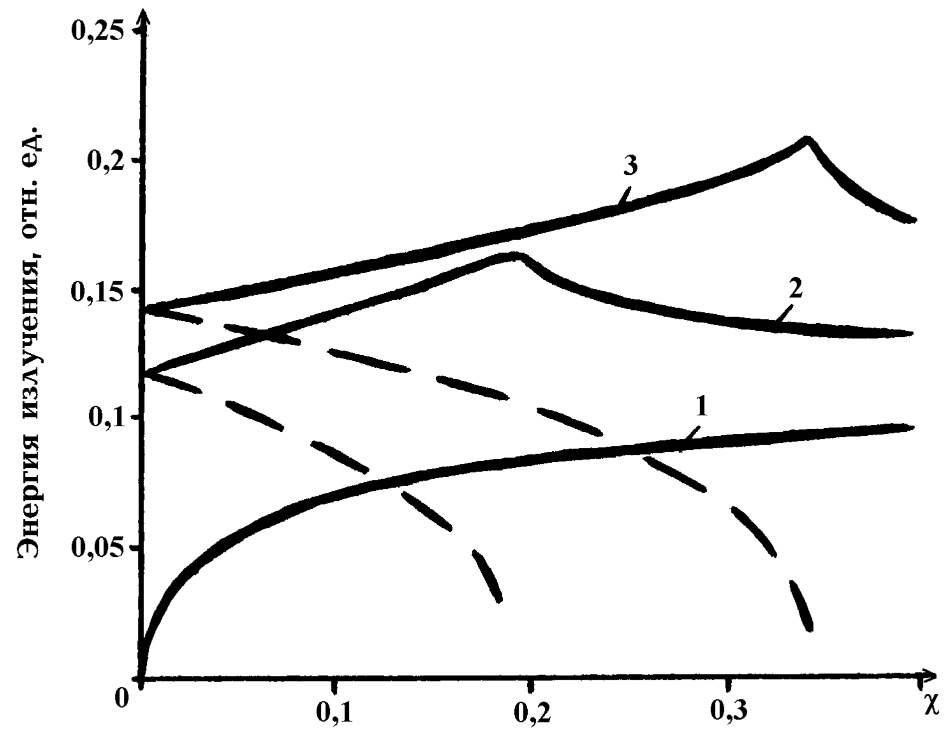

0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
Энергия излучения, отн. ед.
0,1
0,2
0,3
χ
1
2
3

Рис. 2.

случае оказывается существенной проводимость среды, учёт которой даст конечную величину энергии излучения. Естественно, что в данном случае часть потерь приходится на возбуждение поверхностной волны и данный эффект требует особого рассмотрения. На рис. 2 приведена зависимость безразмерной энергии от χ вблизи порога излучения при $\beta n \simeq 1$ для $\varepsilon = 5$, $\beta^2 = 0{,}20$, 0,24 и 0,28 (графики *1, 2, 3*, соответственно). На самом пороге имеется только волна "1", при переходе через порог появляется также волна "2". При малых χ, когда при $\beta n = 1$ излучение в акиральной среде отсутствует, энергия, излучаемая в киральную среду, оказывается с точностью до членов порядка χ пропорциональной $\sqrt{\chi}$.

Аналогично рассматривается задача о движении над границей раздела со скоростью v заряженной нити с линейной плотностью заряда τ. В этом случае ток имеет только x-составляющую: $\mathbf{j} = \tau v(z-d)(x-vt)$. В свободном пространстве компоненты полей имеют следующий вид:

$$E^{(0)}_{\omega y} = H^{(0)}_{\omega x} = H^{(0)}_{\omega z} = 0,$$
$$E^{(0)}_{\omega x} = \frac{ik\text{æ}}{\beta^2}\, B', \quad E^{(0)}_{\omega z} = \frac{\text{æ}}{\beta}\,\mathrm{sign}(z-d)B', \quad H^{(0)}_{\omega y} = -\text{æ}\,\mathrm{sign}(z-d)B', \tag{12}$$

где $B' = B_0 \exp - \left(-i\dfrac{\omega}{v}x - \text{æ}|z-d|\right), \quad B_0 = \dfrac{\tau}{\text{æ}c}.$

Электромагнитные поля, возникающие из-за наличия кирального диэлектрика, находятся так же, как и для нити с током. Мы ограничимся только выражением для потерь нити, приходящихся на единицу длины траектории. Итак, для одной распространяющейся и одной затухающей волны ($\beta n_1 > 1$, $\beta n_2 < 1$):

$$\frac{dW_1}{dx} = \frac{4\tau^2}{v} \int\limits_{\substack{\beta n_1 > 1\\ \beta n_2 < 1}} \frac{\exp\left(-2\sigma\frac{\omega}{v}d\right)\sigma_1 n_1 \left(n_2\sigma + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,|\sigma_2|\right)^2 \sigma^2\, d\omega}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\{\left(2\sigma^2 n_1 n_2 + \sigma|\sigma_2|\frac{\varepsilon+\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}n_1\right)^2 + \sigma_1^2\left(2|\sigma_2| + \sigma\frac{\varepsilon+\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}n_2\right)^2\right\}}. \tag{13}$$

В случае ($\beta n_2 > 1$) две циркулярно поляризованные волны "1"и "2"образуют эллиптически поляризованную волну, вырождающуюся в акиральном случае в плоскополяризованную волну ТМ. Энергии этих волн определяются выражениями

$$\frac{dW_i}{dx} = \frac{4\tau^2}{v} \int\limits_{\beta n_2 > 1} \frac{\exp\left(-2\sigma\frac{\omega}{v}d\right)\sigma_i n_i \left\{(\varepsilon\mu - \chi^2)^2\left(\sigma^2 + \frac{\varepsilon}{\mu}\beta^2\right)\Big/ n_i^2 - \frac{\varepsilon}{\mu}\right\} d\omega}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left\{4(\sigma^2 n_1 n_2 - \sigma_1\sigma_2)^2 + \frac{(\varepsilon+\mu)^2}{\varepsilon\mu}\sigma^2(\sigma_1 n_2 + \sigma_2 n_1)^2\right\}}, \tag{14}$$

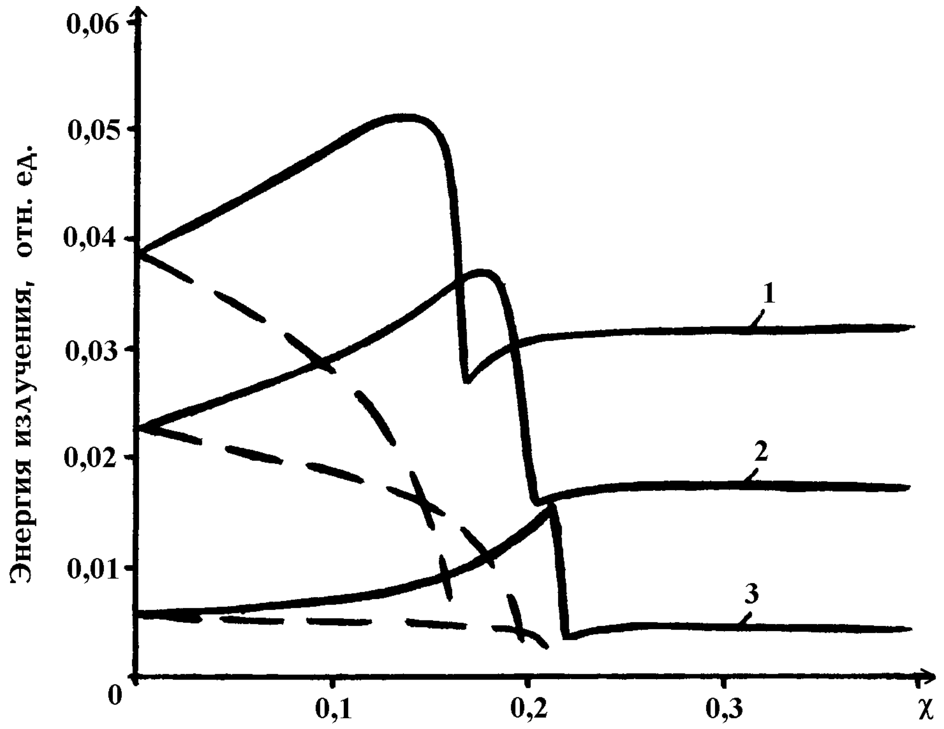
где $i = 1,\ 2$.

Зависимость от χ безразмерной энергии для заряженной нити выражения (18) для $\beta n_2 > 1$ и (17) для $\beta n_1 > 1$, $\beta n_2 < 1$ приведена на рис. 3 для $\varepsilon = 1{,}5$, $\beta^2 = 0{,}90$, 0,95 и 0,99 (графики *1, 2, 3*, соответственно). На рис. 4 приведена зависимость безразмерной энергии от χ вблизи порога излучения при $\beta n \simeq 1$ для $\varepsilon = 5$, $\beta^2 = 0{,}20$, 0,24 и 0,28 (графики *1, 2, 3*, соответственно).

Заметим в заключение, что предлагаемый метод может быть обобщён на случай полей излучения точечного заряда и источников конечных размеров.

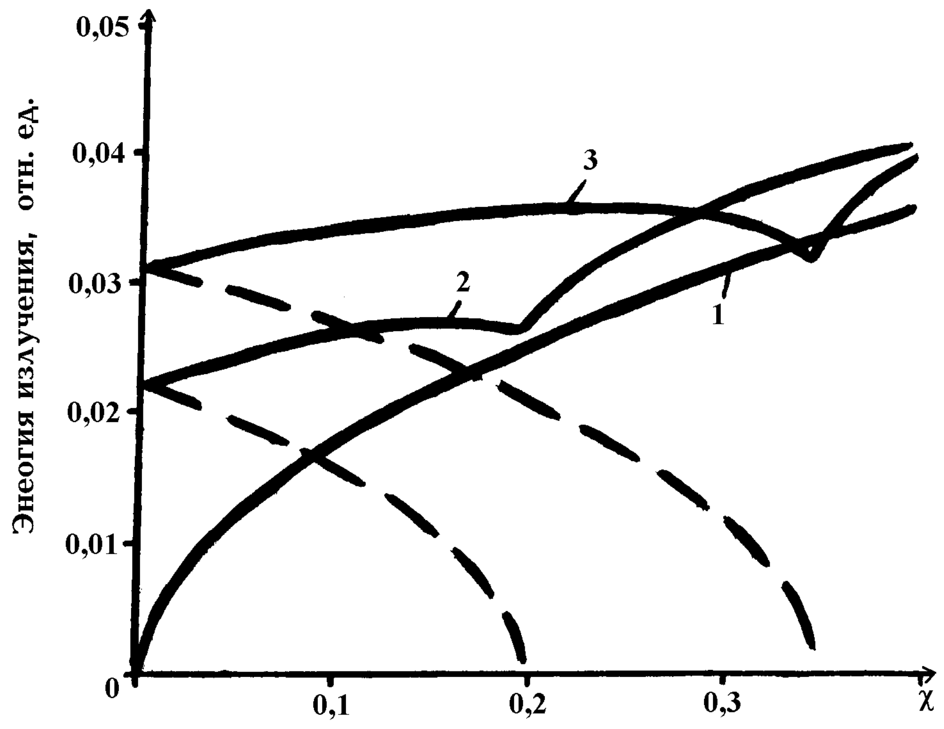
ЛИТЕРАТУРА

1. Kalluri D. K. and Rao T. C. K. //Pure Appl. Opt., 1994. № 3. P. 231.
2. Болотовский Б. М. Теория эффекта Вавилова—Черенкова //УФН, 1957. Т. 62. № 3.



0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
0,1
0,2
0,3
χ
Энергия излучения, отн. ед.
1
2
3

Рис. 3.



0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
0,1
0,2
0,3
χ
Энеогия излучения, отн. ед.
1
2
3

Рис. 4.

3. Monzon J. C. //IEEE Trans. on Antennas and Propag., 1990. V. 38. № 2. P. 227.
4. Lakhtakia A., Varadan V. K., Varadan V. V. //J. Phys., 1992. V. 25. P. 38.
5. Bassiri S., Papas C. H., Engheta N. //J. Opt. Soc. Amer. A., 1988. V. 5. P. 1450.
6. Барсуков К. А., Кисилева Л. Н. Поверхностные волны в киральных средах //Оптика и спектроскопия, 1992. Т. 73. № 3.

Государственный
электротехнический университет,
г. С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
22 июля 1997 г.

RADIATION OF EXTENDED ELECTROMAGNETIC SOURCES, MOVING NEAR AN ISOTROPIC CHIRAL HALFSPACE

K. A. Barsukov, A. A. Smirnova

A current line and a charged one moving in a vacuous halfspace along a surface of an isotropic chiral halfspace are investigated. The electromagnetic fields and energy losses are found in the both cases. The dependence of the radiation losses on the parameter of chirality is given.

УДК 535.42; 537.874.4

НОВЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА КОМПАКТНОМ ПРЕПЯТСТВИИ В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СРЕДЕ

А. Г. Кюркчан, С. А. Маненков

Предложен новый метод решения двумерной задачи дифракции на цилиндрическом теле в плоскослоистой среде. В отличие от традиционных подходов краевая задача сводится к решению интегрального уравнения относительно диаграммы рассеяния тела. Метод проиллюстрирован на примере задачи рассеяния на круглом цилиндре, который расположен в диэлектрическом слое, разделяющем два однородных полупространства.

ВВЕДЕНИЕ

Задача рассеяния волн на препятствиях в плоскослоистой среде представляет большой научный и прикладной интерес. Подобная модель неоднородной среды используется во многих приложениях, например, в оптике, геофизике, дефектоскопии и др. В настоящей работе предложен новый метод решения двумерной задачи рассеяния на цилиндрическом теле, расположенном в слоистой среде. Важным отличием данного подхода от существующих методов [1, 2] является то, что краевая задача сводится к решению интегрального уравнения относительно диаграммы рассеяния волнового поля. Такой способ решения задачи позволяет значительно упростить вычисления, а также получить ряд асимптотических формул.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Введём декартову систему координат так, чтобы её начало находилось внутри контура S, который ограничивает тело. В рассматриваемой модели предполагается, что тело расположено в однородном диэлектрическом слое $-d_1 < y < d_2$, вне которого среда описывается произвольной кусочно—непрерывной функцией волнового числа $k(y)$ (см. рис. 1). Считаем, что электромагнитное поле имеет только одну составляющую $U = E_z(x, y)$, направленную параллельно образующей цилиндрического тела и границам однородного слоя. На контуре S тела поле удовлетворяет однородному условию Дирихле, а на границах $y = -d_1, y = d_2$ и поверхностях разрыва функции $k(y)$ — условиям непрерывности [3].

Выразим дифракционное поле в диэлектрическом слое через “ток"на поверхности рассеивателя. Для этого воспользуемся формулой Грина

$$U^{(1)}(r,\varphi) = -\int\limits_S G \cdot \frac{\partial U}{\partial N'}\, dS' , \qquad (1)$$

$$G(x,y,x',y') = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}\left(k\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}\right) + G_{\text{рег}}(x,y,x',y') . \qquad (2)$$

В формуле (1) производная берётся вдоль нормали, внешней по отношению к области, ограниченной S, k — волновое число в среде слоя. Функция $G_{\text{рег}}$ регулярна всюду внутри однородного слоя. В силу громоздкости выражения для $G_{\text{рег}}$ мы не будем его приводить (см., напр., [4] и [5]).

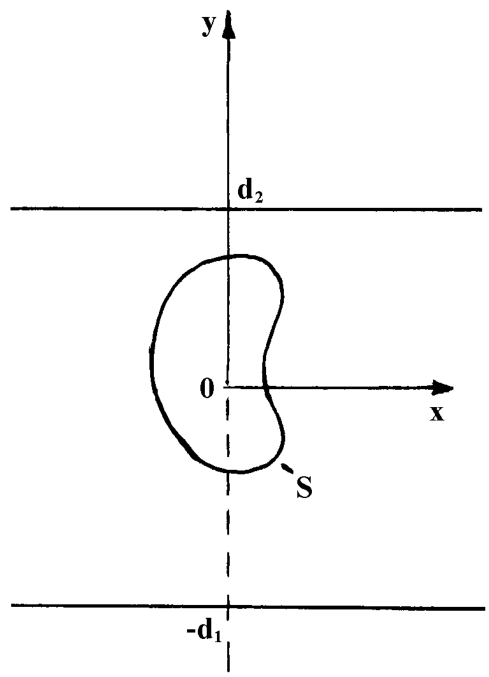


Рис. 1. Геометрия задачи.

Часть рассеяного поля, обусловленная первым слагаемым в (2), может быть записана в виде [5, 6]

$$U_c^{(1)}(r,\varphi) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\frac{\pi}{2}-i\infty}^{\frac{\pi}{2}+i\infty} g(\psi+\varphi) e^{-ikr\cos\psi} d\psi\,, \tag{3}$$

где r и φ — полярные координаты, а функция $g(\alpha)$ — диаграмма рассеяния волнового поля, которая определяется по формуле

$$g(\alpha) = \frac{i}{4} \int\limits_0^{2\pi} (\hat{D}U) e^{ik\rho(\varphi)\cos(\alpha-\varphi)} d\varphi\,, \tag{4}$$

где

$$\hat{D}U = \left[\rho(\varphi)\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)}\frac{\partial U}{\partial r}\right]_{r=\rho(\varphi)}.$$

Здесь $r = \rho(\varphi)$ — уравнение контура тела в полярной системе координат. Аналогично, часть поля, регулярная внутри однородного слоя, имеет вид

$$U_{\text{per}}^{(1)}(r,\varphi) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-i\infty}^{\pi+i\infty} \Big\{ R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi}\, e^{-ikr\cos(\psi-\varphi)} \Big[g(-\psi) + \\ + R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi} g(\psi) \Big] + R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi - ikr\cos(\psi+\varphi)} \times \\ \times \Big[g(\psi) + R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi} g(-\psi) \Big] \Big\} \frac{d\psi}{\Delta(\psi)}\,, \tag{5}$$

где $\Delta(\psi) = 1 - R_1(\psi)R_2(\psi)\exp(-2ikh\sin\psi)$, а $h = d_1 + d_2$. Таким образом, $U_c^{(1)}$ — это часть рассеяного поля, которая порождается “токами"на границе S тела, а величина $U_{\text{per}}^{(1)}$ обусловлена “токами", распределёнными на границах раздела $y = -d_1$ и $y = d_2$. Далее будем исследовать рассеяние первичного поля $U^{(0)}$ на препятствии, которое расположено в однородном слое, разделяющем два однородных полупространства с волновыми числами k_1 и k_2. Тогда функции $R_1(\psi)$ и $R_2(\psi)$ примут вид

$$R_p(\psi) = \frac{\nu_p \sin\psi - \mu_p\sqrt{1-\nu_p^2\cos^2\psi}}{\nu_p \sin\psi + \mu_p\sqrt{1-\nu_p^2\cos^2\psi}}\,, \quad p = 1,\ 2, \tag{6}$$

где $\nu_p = k/k_p$; $\mu_1 = \mu(-d_1)$ и $\mu_2 = \mu(d_2)$ — относительные магнитные проницаемости. В случае произвольной слоистой среды изменится только вид функций $R_1(\psi)$ и $R_2(\psi)$, а остальные выкладки будут аналогичны.

Получим уравнение для диаграммы $g(\alpha)$. С этой целью подставим выражение для полного поля U, учитывая формулы (3) и (5), в формулу (4). В результате получим следующее интегральное уравнение второго рода:

$$g = g^{(0)} + \hat{G}^{(\infty)}\, g + \hat{R}\, g\,, \tag{7}$$

где $g^{(0)}(\alpha)$ — “диаграмма"первичного поля $U^{(0)}$, которая получается из (4) с помощью подстановки туда $U^{(0)}$ вместо U. Слагаемые $\hat{G}^{(\infty)}\, g$ и $\hat{R}\, g$ имеют вид

$$\hat{G}^{(\infty)}\, g = \frac{k}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}-i\infty}^{\frac{\pi}{2}+i\infty} g(\psi+\varphi)[\rho(\varphi)\cos\psi - \rho'(\varphi)\sin\psi]\times$$
$$\times\, e^{-ik\rho(\varphi)[\cos\psi-\cos(\alpha-\varphi)]}d\psi\, d\varphi\,, \tag{8}$$

$$\hat{R}\, g \;=\; \frac{i}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{-i\infty}^{\pi+i\infty}\Big\{R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi}\left[g(-\psi) + R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi} g(\psi)\right]\times$$
$$\times\,\hat{D}\left[e^{-ikr\cos(\psi-\varphi)}\right] + R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi}\times\left[g(\psi) + R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi} g(-\psi)\right]\times$$
$$\times\,\hat{D}\left[e^{-ikr\cos(\psi+\varphi)}\right]\Big\}\,\frac{d\psi}{\Delta(\psi)}e^{ik\rho(\varphi)\cos(\alpha-\varphi)}d\varphi\,. \tag{9}$$

Уравнение (7) допускает приближённое решение при условии, что расстояния d_1 и d_2 велики по сравнению с длиной волны и максимальным размером тела. Тогда, применяя метод перевала к третьему слагаемому в формуле (7), получим приближённое уравнение для диаграммы рассеяния

$$g(\alpha) = g^{(0)}(\alpha) + \left[S_2 g\left(\frac{\pi}{2}\right) + S_{12} g\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] g^{(0)}_{\text{ед.}}\left(\alpha, \frac{\pi}{2}\right) +$$
$$+\left[S_1 g\left(-\frac{\pi}{2}\right) + S_{12} g\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] g^{(0)}_{\text{ед.}}\left(\alpha, -\frac{\pi}{2}\right) + \hat{G}\, g\,, \tag{10}$$

где

$$S_p = R_p\left(\frac{\pi}{2}\right)\sum_{l=0}^{\infty}\left[R_1\left(\frac{\pi}{2}\right)R_2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]^l \frac{\exp\left[-2ik(lh+d_p) + i\frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\pi k(lh+d_p)}}\,, \quad p = 1,\ 2,$$

$$S_{12} = \sum_{l=0}^{\infty}\left[R_1\left(\frac{\pi}{2}\right)R_2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]^{l+1}\frac{\exp\left[-2ikh(l+1) + i\frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\pi kh(l+1)}}\,.$$

Уравнение (10) получено с помощью разложения функции $1/\Delta(\psi)$ в ряд геометрической прогрессии в окрестности седловой точки $\psi = \pi/2$. Такое разложение допустимо, если предположить, что хотя бы одна из границ слоя является “прозрачной", т. е. $|R_1(\pi/2)| < 1$ либо $|R_2(\pi/2)| < 1$. Функция $g^{(0)}_{\text{ед.}}(\alpha,\chi)$ является свободным членом уравнения, которое описывает рассеяние плоской единичной волны, распространяющейся под углом скольжения χ в однородной среде с волновым числом k:

$$g_{\text{ед.}} = g^{(0)}_{\text{ед.}} + \hat{G}^{(\infty)} g_{\text{ед.}}\,. \tag{11}$$

Решение этого уравнения $g_{\text{ед.}}(\alpha,\chi)$ предполагается известным (например, для кругового цилиндра). Далее, используя принцип суперпозиции, запишем решение уравнения (10) в виде

$$\begin{aligned} g(\alpha) = g^{(\infty)}(\alpha) &+ \left[S_2 g\left(\frac{\pi}{2}\right) + S_{12} g\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] g_{\text{ед.}}\left(\alpha, \frac{\pi}{2}\right) + \\ &+ \left[S_1 g\left(-\frac{\pi}{2}\right) + S_{12} g\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] g_{\text{ед.}}\left(\alpha, -\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь $g^{(\infty)}(\alpha)$ — решение уравнения (10) при $d_1 = \infty$ и $d_2 = \infty$. В силу того, что в рассматриваемом случае первичное поле в слое представляет собой линейную комбинацию двух плоских волн, бегущих под углами скольжения $\pm\chi$, функция $g^{(\infty)}(\alpha)$ является суперпозицией решений типа $g_{\text{ед.}}(\alpha,\pm\chi)$ и, следовательно, также известна. С помощью подстановки значений $\alpha = \pm\pi/2$ в формулу (12) легко получить алгебраическую систему размером 2×2 для неизвестных величин $g(\pm\pi/2)$. Из-за громоздкости выкладок мы не будем приводить выражение для диаграммы. Для частного случая рассеяния на теле, погружённом в однородное полупространство, такое выражение приведено в работах [4, 5, 7]. Кроме того, формулы значительно упрощаются, если предположить, что размеры тела малы по сравнению с длиной волны. Тогда (как видно, в частности, из (4)) можно считать, что диаграмма практически не зависит от угла α. Например, для малого цилиндра радиуса a диаграмма выражается по формуле

$$g(\alpha) \simeq V(\chi) \frac{a_0^{\text{ед.}}\left(1 + R_1(\chi) e^{-2ikd_1 \sin\chi}\right)}{1 - a_0^{\text{ед.}}(S_1 + S_2 + 2S_{12})}\,, \tag{13}$$

где

$$V(\chi) = \frac{(1-R_2) e^{-ikd_2\sin\chi + ik_2 d_2\sqrt{1-n_2^2\cos^2\chi}}}{1 - R_1 R_2 e^{-2ikh\sin\chi}}\,,\quad a_0^{\text{ед.}} = -\frac{J_0(ka)}{H_0^{(2)}(ka)}\,.$$

2. АЛГЕБРАИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДИАГРАММЫ

Для численного решения уравнения (7) алгебраизуем его с помощью разложения диаграммы в ряд Фурье:

$$g(\alpha) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{im\alpha}\,. \tag{14}$$

В результате для неизвестных коэффициентов a_m получим алгебраическую систему

$$a_m = a_m^{(0)} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{mn} a_n\,, \tag{15}$$

в которой

$$a_m^{(0)} = \frac{i}{4}\int\limits_0^{2\pi} \left(\hat{D}\,U^{(0)}\right) J_m(k\rho) e^{-im(\varphi-\pi/2)}\,d\varphi\,, \quad — \tag{16}$$

коэффициенты Фурье разложения функции $g^{(0)}(\alpha)$. Матричные элементы G_{mn} имеют вид

$$G_{mn} = G_{mn}^{(\infty)} + \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_{mj} C_{jn}\,, \tag{17}$$

где

$$\begin{aligned} G_{mn}^{(\infty)} &= \frac{1}{4}\int\limits_0^{2\pi} J_m(k\rho)\left[ik\rho(\varphi) H_n^{(2)\prime}(k\rho) + n\frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} H_n^{(2)}(k\rho)\right] \times \\ &\times e^{i(n-m)(\varphi-\pi/2)}\,d\varphi\,, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} B_{mj} &= \frac{1}{4}\int\limits_0^{2\pi} J_m(k\rho)\left[ik\rho(\varphi) J_j{}'(k\rho) + j\frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} J_j(k\rho)\right] \times \\ &\times e^{i(j-m)(\varphi-\pi/2)}\,d\varphi\,, \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} C_{jn} &= \frac{1}{\pi}\int\limits_{-i\infty}^{\pi+i\infty} \Big\{ R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi}\Big[e^{-i(j+n)\psi} + \\ &+ R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi - i(j-n)\psi}\Big] + R_2 e^{-2ikd_2\sin\psi} \times \\ &\times \Big[e^{i(j+n)\psi} + R_1 e^{-2ikd_1\sin\psi + i(j-n)\psi}\Big]\Big\}\,\frac{d\psi}{\Delta(\psi)}\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Отметим, что матрица $\hat{G}^{(\infty)}$ (с элементами $G_{mn}^{(\infty)}$) описывает рассеяние на данном теле в однородной среде с волновым числом k. Добавочная матрица, которая представляет собой произведение двух матриц: матрицы $\hat{B}$ с элементами B_{mj} и матрицы $\hat{C}$ с элементами C_{jn}, — обусловлена неоднородностью среды. Матрица $\hat{C}$ может быть названа матрицей среды или системы и полностью определяется спецификой задачи. Её элементы не зависят от геометрии тела. С другой стороны, матрица $\hat{B}$, которую можно назвать матрицей элемента, достаточно универсальна и имеет один и тот же вид в разных задачах, таких, например, как задача рассеяния волн группой тел [8], дифракционной решёткой [9] и др. Это обстоятельство представляется чрезвычайно удобным с вычислительной точки зрения. Кроме того матрица $\hat{C}$ симметрична и её элементы удовлетворяют соотношению

$$C_{-j,\,-n} = (-1)^{j+n} C_{j,n}\,. \tag{21}$$

Приведём асимптотические оценки матричных элементов G_{mn} для больших значений индексов m и n. Из результатов работы [6] следует, что при $|m| \gg |n|$

$$|G_{mn}| \le \mathrm{const}\frac{\sigma_1^{|m|}}{|m|!|m|^{1/2}}\,, \tag{22}$$

где

$$\sigma_1 = \max_{\phi_0,s}\left|\frac{k\rho(\phi_0)}{2} e^{is\phi_0}\right|\,. \tag{23}$$

В формуле (23) ϕ_0 — корни уравнения

$$\rho'(\phi_0) + is\rho(\phi_0) = 0\,, \qquad s = \pm 1\,, \tag{24}$$

соответствующие точкам, которые при отображении $\xi(\phi) = \rho(\phi)e^{is\phi}$ оказываются внутри контуров $C^{\pm}$ — образов контура S при указанном отображении. В случае, когда $|n| \gg |m|$ можно показать, что [8]

$$|G_{mn}| \le \mathrm{const}\frac{|n|!}{\sigma_2^n |n|^{3/2}}\,, \quad \sigma_2 = \min(\sigma_\infty,\, \sigma_{\text{д}})\,, \tag{25}$$

где

$$\sigma_\infty = \min_{\phi_0,\, s}\left|\frac{k\rho(\phi_0)}{2}e^{is\phi_0}\right|\,, \tag{26}$$

$$\sigma_{\text{д}} = \min_{\phi_0,\, s}\left\{\left|iskd_1 + \frac{k\rho(\phi_0)}{2}e^{is\phi_0}\right|,\, \left|iskd_2 - \frac{k\rho(\phi_0)}{2}e^{is\phi_0}\right|\right\}\,, \tag{27}$$

причём в формуле (26) минимум берётся по тому множеству корней уравнения (24), которым при отображении $\xi(\phi)$ соответствуют точки ξ, лежащие вне контуров $C^{\pm}$, а в формуле (27) корни (24) выбираются так, что точки ξ оказываются внутри этих контуров. Наконец, при $|n| \gg 1$ и $|m| \gg 1$, но $||m| - |n|| \sim 1$, асимптотика G_{mn} имеет вид [6]

$$G_{mn}^{(\infty)} \sim \frac{1}{2}\delta_{mn}\,, \tag{28}$$

здесь δ_{mn} — символ Кронекера.

Используя асимптотические оценки матричных элементов системы (15), можно установить условия, при которых она разрешима методом редукции. Для этого сделаем следующую замену переменных в системе (15):

$$a_m = \frac{|m|^{1/2}\sigma_1^{|m|}}{|m|!}\,x_m\,, \tag{29}$$

исключив предварительно неизвестную a_0. В результате получим систему

$$x_m = x_m^{(0)} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty}(1-\delta_{n0})g_{mn}x_n\,, \quad m = \pm 1,\, \pm 2,\, \ldots, \tag{30}$$

в которой

$$x_m^{(0)} = \left[a_m^{(0)} + \frac{G_{m0}a_0^{(0)}}{1-G_{00}}\right]\frac{|m|!}{\sigma_1^{|m|}|m|^{1/2}}\,,$$

$$g_{mn} = \left[G_{mn} + \frac{G_{m0}G_{0n}}{1-G_{00}}\right]\frac{|m|!}{|n|!}\sqrt{\frac{|n|}{|m|}}\,\sigma_1^{|n|-|m|}\,,$$

Асимптотические оценки (22) и (25) позволяют сделать вывод о том, что система (30) разрешима методом редукции при $\sigma_1 \le \sigma_2$. Из формул (23), (26) и (27) следует, что сходимость метода зависит как от геометрии рассеивателя, так и, вообще говоря, от удаления его от границы раздела.

Решив алгебраическую систему (30) и найдя, таким образом, диаграмму $g(\alpha)$, основываясь на соотношениях (3) и (5), мы сможем рассчитать поле в любой точке слоя. Далее, с помощью формулы

Грина и формулы (4) можно показать, что рассеяное поле в верхнем полупространстве имеет вид

$$\begin{aligned} U_2^{(1)}(r,\varphi) &= \frac{1}{\pi}\int\limits_{-i\infty}^{\pi+i\infty}(1+R_2)e^{-ik_2d_2\left(\nu_2\sin\psi-\sqrt{1-\nu_2^2\cos^2\psi}\right)}\times \\ &\times\left[g(\psi)+R_1e^{-2ikd_1\sin\psi}g(-\psi)\right]\times \\ &\times e^{-ik_2r\left(\nu_2\cos\psi\cos\varphi+\sin\varphi\sqrt{1-\nu_2^2\cos^2\psi}\right)}\,\frac{d\psi}{\Delta(\psi)}\,. \end{aligned} \tag{31}$$

Выражение для поля в нижнем полупространстве получается аналогичным образом.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

Были проведены вычисления для двух простейших моделей слоисто–неоднородной среды в виде диэлектрического слоя, лежащего на металлическом экране, $y=-d_1$ и слоя, окружённого однородной средой (симметричный слой). В обоих случаях предполагалось, что относительная магнитная проницаемость $\mu=1$, а показатель преломления $\nu>1$. В качестве рассеивателя был взят круговой цилиндр радиуса a. Падающее поле представляло собой плоскую волну, падающую из верхнего полупространства $y>d_2$. Для кругового цилиндра матрицы $\hat G^{(\infty)}$ и $\hat B$ диагонализуются (см. формулы (18) и (19). Следовательно, матрицу $\hat G^{(\infty)}$ легко обратить. В результате получим систему

$$a_m=V\beta_m a_m^{\text{ед.}}+a_m^{\text{ед.}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_{mn}a_n\,, \tag{32}$$

где

$$a_m^{\text{ед.}}=-\frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)}\,,\qquad \beta_m=e^{im\chi}+R_1e^{-2ikd_1\sin\chi-im\chi}$$

для слоя на металлическом экране $R_1=-1$. Величины $a_m^{\text{ед.}}$ представляют собой коэффициенты Фурье диаграммы рассеяния единичной плоской волны на круговом цилиндре в однородной среде. В рассматриваемом случае делается замена переменных в системе (32) по формуле (29), в которой величина σ_1 полагается равной $ka/2$ (поскольку для круга $\sigma_1=0$). Отметим, что элементы g_{mn} приведённой системы (30) для кругового цилиндра удовлетворяют соотношению, аналогичному формуле (21).

Основной трудностью при численной реализации рассмотренного алгоритма является вычисление матричных элементов C_{mn}. Формулу (20) для этих величин можно переписать следующим образом:

$$C_{mn}=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\pi/2}\frac{F_{mn}(\psi)}{\Delta(\psi)}d\psi+\frac{i}{\pi}\int\limits_1^{\infty}R_{mn}(t)\frac{dt}{t}\,. \tag{33}$$

Второй интеграл в (33) получен из интегралов по бесконечным участкам контура интегрирования $(-i\infty,\,0)$ и $(\pi,\,\pi+i\infty)$ с помощью замены $t=\pm e^{\pm i\psi}$. Знак “+"соответствует первому лучу. Подынтегральная функция $R_{mn}(t)$ имеет асимптотику $t^{m+n}e^{-\min(d_1,d_2)t}$ при $t\to\infty$. Выражение, стоящее под знаком первого интеграла в формуле (33), содержит полюсы, являющиеся нулями функции $\Delta(\psi)$. В случае, когда поглощение в среде отсутствует, полюсы находятся на вещественной оси. Они расположены на интервале $[0,\,\psi_0]$, где $\psi_0=\arccos(1/\nu)$. Значения переменной ψ в полюсах соответствуют углам скольжения поверхностных мод, распространяющихся в диэлектрическом слое. Для вычисления интегралов на отрезке, содержащем полюсы, применялся метод, основанный на выделении особенности из-под знака интеграла в виде полувычета (полюсы обходятся снизу) и главного значения интеграла от первого члена разложения в ряд Лорана подынтегральной функции в окрестности полюса. Таким образом,

$$\int\limits_0^{\psi_0} \frac{F_{mn}(\psi)}{\Delta(\psi)} d\psi = \int\limits_0^{\psi_0} \left\{ \frac{F_{mn}(\psi)}{\Delta(\psi)} - \sum_{l=1}^{L} \frac{w_l^{mn}}{\psi - \psi_l} \right\} d\psi + \\ + \sum_{l=1}^{L} w_l^{mn} \left(i\pi + \ln \frac{\psi_0 - \psi_l}{\psi_l} \right), \tag{34}$$

где $w_l^{mn} = F_{mn}(\psi_l)/\Delta'(\psi_l)$. В программе, реализующей предложенный алгоритм, интегралы в окрестности точек ψ_l вычислялись с помощью квадратуры Гаусса с чётным количеством узлов по симметричному относительно полюса отрезку.

В результате работы программы были получены зависимости модуля полного поля в точке $(0,\, d_2)$ от частоты. Эти зависисмости показаны на рис. 2, причём кривая *1* соответствует случаю рассеяния на теле в слое, лежащем на металлическом экране, а кривая *2* — случаю рассеяния на теле в симметричном слое. В обоих случаях был взят показатель преломления $\nu = 3{,}13$ и нормальное падение плоской волны. Тело располагалось в середине слоя, а отношение h/a было фиксировано и равнялось 3.

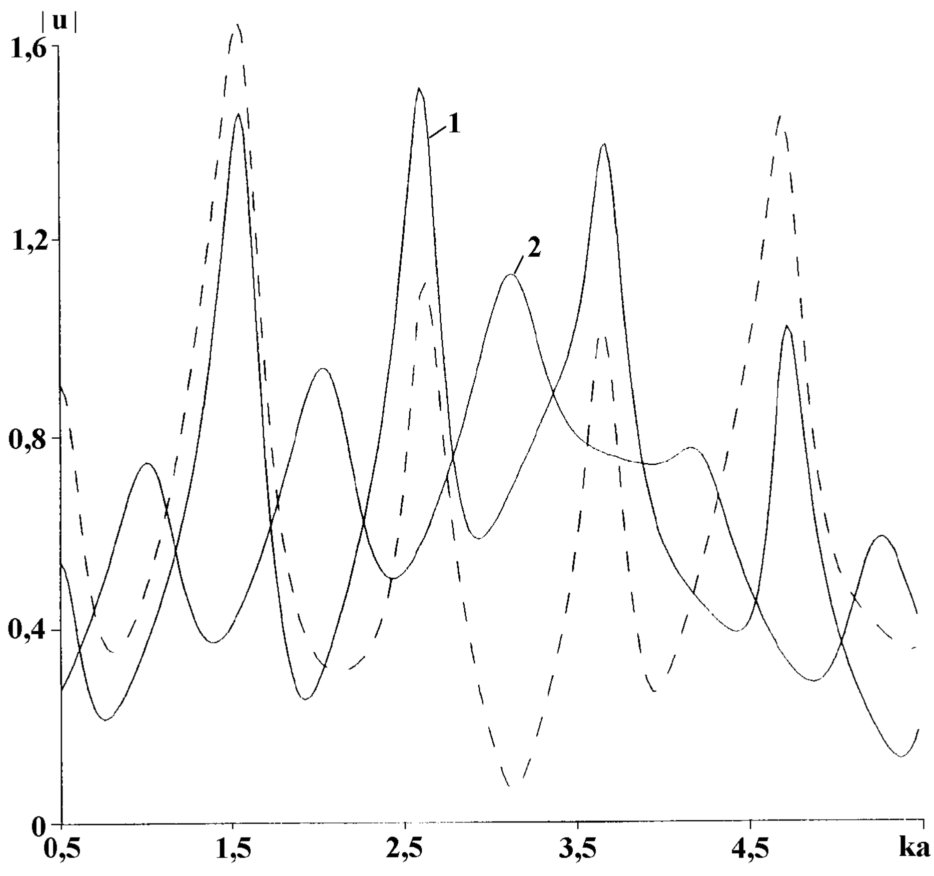


Рис. 2. Зависимости полного поля $U(0,\, d_2)$ от волнового числа; 1 — слой на металлическом экране, 2 — симметричный слой; $h/a = 3$, $\nu = 3{,}13$.

Максимумы кривых на графике соответствуют критическим частотам мод, распространяющихся в слое. Например, для кривой *1* они соответствуют значениям $k_n a = \dfrac{\nu}{\sqrt{\nu^2 - 1}} \dfrac{\pi(2n-1)}{6}$, где $n = 1, 2, \ldots$.

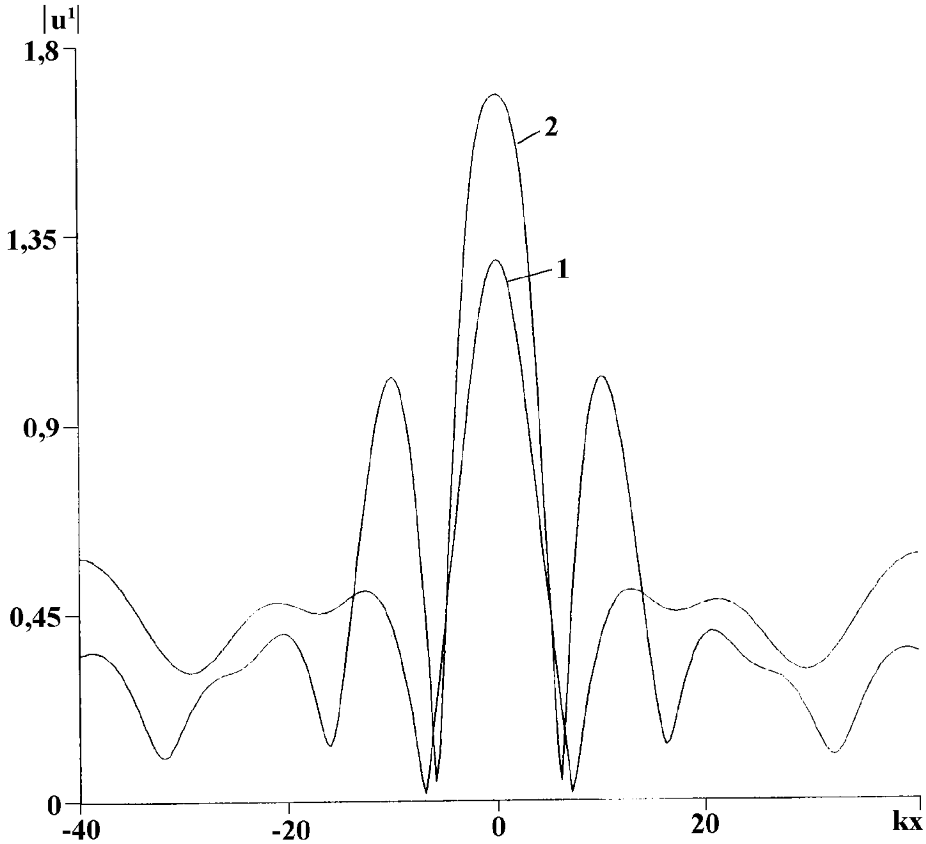


Рис. 3. Распределение рассеяного поля на верхней границе слоя, лежащего на металлическом экране $y = -d_1$; $ka = 1{,}5\,(1), 6\,(2)$; $kh = 18$; $kd_2 = 2{,}4\,(1), 7{,}2\,(2)$; $\nu = 2{,}12$.

Точки максимумов поля сохраняют своё значение при другом положении тела в слое. Этот факт продемонстрирован штриховой кривой на рисунке. Кривая соответствует случаю рассеяния на теле в слое на металлическом экране. Тело практически прижато к нижней границе (экрану) так, что $d_1/a = 1{,}01$. На рис. 3 показано распределение рассеяного поля на верхней границе слоя, лежащего на металлическом экране для двух размеров рассеивателя: $ka = 1{,}5$ и $ka = 6$. В силу нормального падения волны кривые симметричны относительно координаты расположения тела ($x = 0$ на графике). Расстояние d_2 для этих радиусов цилиндра выбиралось так, чтобы рассеяное поле в точке $(0,\ d_2)$ было максимальным, причём d_2 соответствовало первому максимуму. Для сравнения были построены аналогичные распределения рассеяного поля для случая дифракции на теле в полупространстве $y < d_2$ для тех же значений ka (рис. 4). В данной ситуации расстояния, соответствующие первому максимуму поля в точке $(0,\ d_2)$, приближённо удовлетворяли соотношению $kd_2 = ka + \pi/2$, которое становится тем точнее, чем больше радиус тела. Наличие осцилляций поля на рис. 3 при больших kx обусловлено полем поверхностных мод, распространяющихся без затухания (для выбранной модели среды без поглощения) в диэлектрическом слое.

Представляют интерес энергетические соотношения для рассеяного поля. Для упрощения формул была рассмотрена модель одномодового симметричного слоя, толщина которого удовлетворяла неравенству $kh < \pi\nu/\sqrt{\nu^2 - 1}$. С помощью метода перевала, применённого к формуле (31) (и аналогичной формуле для поля в нижнем полупространстве), была рассчитана величина мощности

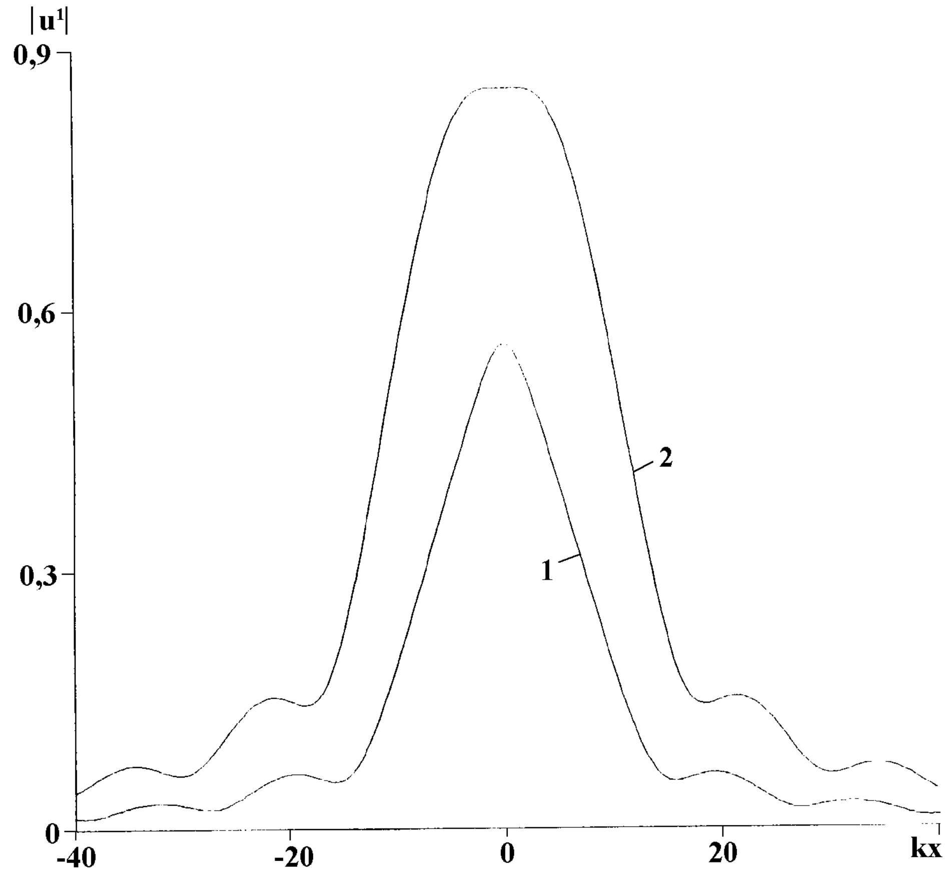


Рис. 4. Распределение рассеяного поля на границе $y = d_2$ для задачи дифракции на цилиндре в полупространстве $y < d_2$; $ka = 1{,}5\,(1), 6\,(2)$; $\nu = 2{,}12$.

излучения:

$$P_{\rm r} = \frac{2}{\pi} \int\limits_{\psi_0}^{\pi-\psi_0} \left\{ \left| g(\varphi) + R(\varphi) e^{-2ikd_1 \sin\varphi} g(-\varphi) \right|^2 + \right.$$

$$\left. + \left| g(-\varphi) + R(\varphi) e^{-2ikd_2 \sin\varphi} g(\varphi) \right|^2 \right\} \left| \frac{1 + R(\varphi)}{\Delta(\varphi)} \right|^2 d\varphi\,. \qquad (35)$$

Здесь $R_1(\varphi) = R_2(\varphi) \equiv R(\varphi)$, т. к. слой симметричен. Используя формулу (31), можно показать, что соотношение для мощности, переносимой поверхностной волной, имеет вид

$$P_{\rm m} = \left[|A(\psi_1)|^2 + |A(\pi - \psi_1)|^2 \right] \frac{\sqrt{(kh)^2 - z_1^2}}{2} \left\{ 1 + \frac{\sin z_1}{z_1} + \frac{2\cos^2(z_1/2)}{\sqrt{z_0^2 - z_1^2}} \right\}, \qquad (36)$$

где

$$|A(\psi_1)| = \left| g(\psi_1) + e^{-i(d_1 - d_2) z_1/h} g(-\psi_1) \right| \frac{2}{[1 + 2\,{\rm ctg}(z_1/2)/z_1] \sqrt{(kh)^2 - z_1^2}}\,,$$

причём $z_1 = kh \sin\psi_1$ и $z_0 = kh\sqrt{1 - 1/\nu^2}$. На рис. 5 представлены распределения мощностей $P_{\rm r}$ и $P_{\rm m}$ в зависимости от разности $(kd_1 - kd_2)$. Рассматривалось нормальное падение плоской волны. Показатель преломления равнялся $\nu = 3{,}13$, а толщина слоя kh была выбрана равной 3. Параметром кривых на рисунке является размер тела ka, который принимал значения 0,1 , 0,3 и 0,5. Видно, что на низких частотах ($ka = 0{,}1$) доля мощности излучения мала в случае, когда тело находится вблизи середины слоя. Кривая мощности $P_{\rm r}$ симметрична на этих частотах. При повышении частоты симметрия нарушается вследствие направленности излучения (на низких частотах диаграмма изотропна).

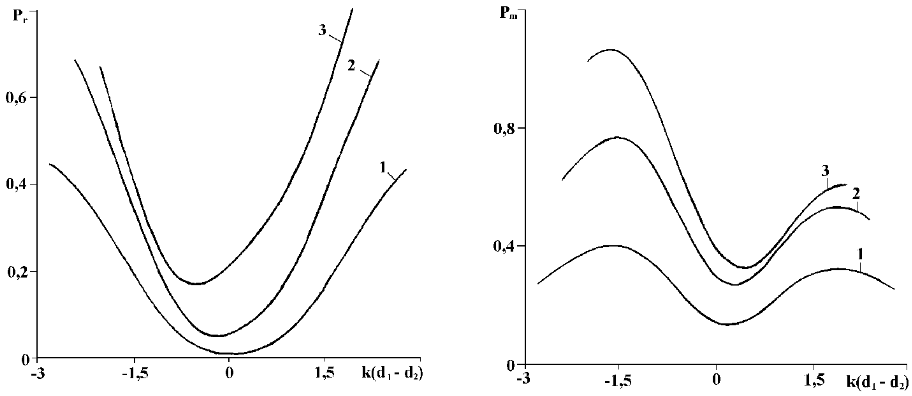


Рис. 5. Зависимости мощностей $P_{\rm r}$ и $P_{\rm m}$ от величины $(kd_1 - kd_2)$. Нормальное падение плоской волны; $ka = 0{,}1$ (1), 0,3 (2), 0,5 (3); $kh = 3$; $\nu = 3{,}13$.

На рис. 6 показаны зависимости величин $P_{\rm r}$ и $P_{\rm m}$ от волнового числа для трёх углов падения плоской волны: $\chi_0 = 30^\circ,\ 60^\circ,\ 90^\circ$. Показатель преломления был таким же, как и для зависимостей рис. 5. Тело располагалось в середине слоя. Радиус цилиндра был принят равным 1, а толщина слоя $h = 6$. Наличие “всплесков"мощности излучения на краях рассматриваемого диапазона можно объяснить тем, что соответствующие значения волнового числа близки к критическим частотам поверхностных мод, распространяющихся в слое ($k = 0$ — критическая частота основной моды). Но, как уже обсуждалось выше (см. рис. 2), критические частоты соответствуют максимумам поля в направлении, перпендикулярном границам слоя.

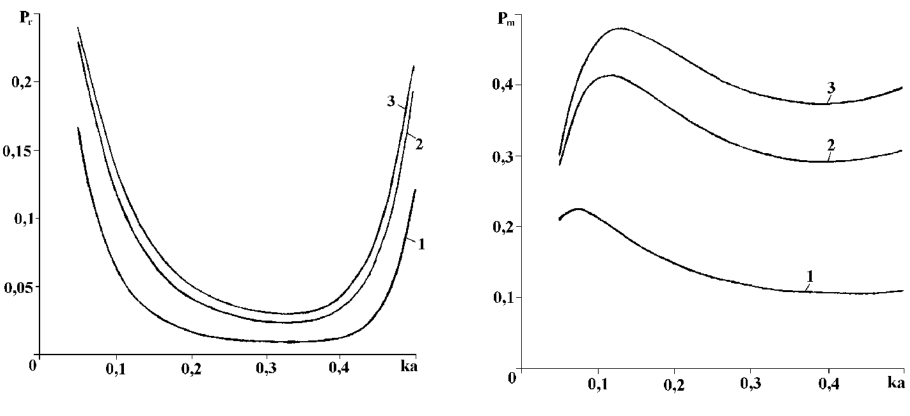


Рис. 6. Зависимости мощностей $P_{\rm r}$ и $P_{\rm m}$ от волнового числа; $\chi_0 = 30^\circ$ (1), 60° (2), 90° (3); $h/a = 6$; $\nu = 3{,}13$.

К вопросу о сходимости метода.

ka	1	2	4	6
N_1	3	5	7	10
N_2	5	6	9	11

В заключение приведём результаты относительно сходимости метода. В таблице представлено количество членов ряда (14) N, необходимое для того, чтобы значение рассеяного поля в точке 0, d_2) стабилизировалось с точностью порядка 10^{-3}. Рассматривалось рассеяние на круговом цилиндре в симметричном слое для двух положений тела: находящегося в середине слоя ($N = N_1$) и прижатого к верхней границе ($N = N_2$). Предполагалось, что отношение h/a фиксировано и равно 3. Первичное поле представляло собой плоскую волну, падающую нормально на слой из верхнего полупространства. Из результатов, представленных в таблице, следует, что сходимость метода зависит, в основном, от радиуса тела. Слабая зависимость N от положения тела обусловлена тем, что асимптотика удалённых относительно диагонали матричных элементов для круга (см. формулы (26) и (27)) определяется лишь геометрией рассеивателя, т. к. отношение σ_1/σ_2 остаётся много меньшим единицы при любом положении тела в слое. Результаты, приведённые в таблице, иллюстрируют быструю сходимость метода (отношение N/a порядка 2). Расчёты невязки граничного условия показывают, что для этих значений N она составляет приблизительно 10^{-3}–10^{-2}.

Работа была выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 97–02–16722).

ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриев В. И., Мерщикова Н. А. — В сб.: Математические модели прикладной электродинамики. — М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 3.
2. Жук Н. П., Яровой А. Г. //ЖТФ, 1992. Т. 62. № 7. С. 1.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
4. Кюркчан А. Г., Маненков С. А. //Докл. АН, 1997. Т. 357. № 1. С. 40.
5. Кюркчан А. Г., Маненков С. А. //Радиоэлектроника, 1998. Т. 43. № 1. С. 37.
6. Кюркчан А. Г. //Докл. АН, 1992. Т. 325. № 2. С. 273.
7. Kyurkchan A. G., Manenkov S. A. — In: Proceedings of the 1st Workshop on Electromagnetic and Light Scattering: Theory and Applications. Moscow, 1997. P. 102.
8. Кюркчан А. Г. //Докл. АН, 1996. Т. 348. № 5. С. 603.
9. Кюркчан А. Г. //Докл. АН, 1996. Т. 351. № 5. С. 624.

Московский технический
университет связи и информатики,
Россия

Поступила в редакцию
12 января 1998 г.

A NEW METHOD OF SOLVING THE PROBLEM OF DIFFRACTION ON A COMPACT OBSTACLE IN LAYERED MEDIUM

A. G. Kyurkchan, S. A. Manenkov

A new method of solving two-dimensional problem of wave diffraction by a cylindrical body in layered medium is presented. In contrast with the traditional approaches the boundary problem is reduced to solving the integral equation relative to the scattering diagram of the body. The method has been illustrated by the problem of wave scattering on a round cylinder which is located in the dielectric layer dividing two homogeneous semispaces.

УДК 528.813:528.88.44

РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДОЙ СО СЛАБООТРАЖАЮЩЕЙ ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ

М. В. Качан, С. Ф. Пименов, Н. А. Степанова

При падении волны горизонтальной поляризации в приближении слабого скачка диэлектрической проницаемости на верхней шероховатой границе двухслойной среды получены и проанализированы среднее отражённое поле и второй момент рассеянного поля основной поляризации. Показано, что при большом параметре рассеяния осцилляции обратно рассеянной мощности при изменении частоты, предсказываемые теорией возмущений, уже не возникают. Показано также, что наиболее эффективным методом определения толщины слоя по рассеянному излучению является двухпозиционное зондирование при близких углах падения и рассеяния.

ВВЕДЕНИЕ

При иссследовании рассеяния радиоволн шероховатыми границами в слоистых средах ранее использовались следующие приближения. В работах [1−3] проблема исследовалась в первом порядке теории возмущений по неровностям границы. Учёт эффектов второго порядка производился в [4−9]. В работах [10−12] использовался метод Кирхгофа, позволяющий рассмотреть немалые, но крупномасшабные неровности границы. Методически иной подход использовался в работах [13, 14], где возмущение границы, разделяющей два полупространства, рассматривалось как пространственное возмущение диэлектрической проницаемости среды. Такой подход оказывается продуктивным в случае слабого скачка диэлектрической проницаемости на шерховатой границе. В этом случае высота неровностей может существенно превышать длину волны падающего излучения, а их радиус корреляции может быть уже и мал. В рамках такого подхода в данной работе рассматривается случай рассеяния радиоволн двухслойной средой со слабоотражающей верхней шероховатой границей.

ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим рассеяние плоской монохроматической волны, падающей из верхнего полупространства на двухслойную среду с верхней шероховатой границей a. Нижняя граница среды b — гладкая. Диэлектрические проницаемости верхнего полупространства, слоя и нижнего полубесконечного слоя соответственно равны ϵ_1, ϵ_2 и ϵ_3. Ось z направлена вертикально вверх. Положение невозмущённой верхней границы задаётся уравнением $z = 0$, нижняя граница совпадает с плоскостью $z = -H$, где H — толщина слоя. Неровности верхней границы описываем величиной её отклонения $\xi_a(\vec{\rho})$ от плоскости $z = 0$ вдоль оси z, $\vec{\rho} \equiv (x, y)$.

Будем исходить из интегрального представления (см. [15]) напряжённости электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ через электрическую тензорную функцию Грина $\hat{G}_{11}(\vec{r}, t, \vec{r}\,', t')$ и плотность электрического тока $\vec{j}(\vec{r}\,', t')$:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) - \frac{4\pi}{c} \int d\vec{r}\,' dt' \hat{G}_{11}(\vec{r}, t, \vec{r}\,', t') \vec{j}(\vec{r}\,', t'). \tag{1}$$

Здесь $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ — напряжённость электрического поля в невозмущённой среде (т. е. при отсутствии неровностей $\xi_a = 0$), а $\vec{j}(\vec{r}\,', t')$ в данном случае описывает токи, наведённые полем $\vec{E}(\vec{r}, t)$ на возмущениях диэлектрической проницаемости среды $\delta\epsilon_a$:

$$\vec{j}(\vec{r}\,', t') = \frac{\delta\epsilon_a}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}\,', t')}{\partial t'}\,. \tag{2}$$

Величина $\delta\epsilon_a$ следующим образом связана с неровностями верхней границы:

$$\delta\epsilon_a = \begin{cases} \{\epsilon\}_a \operatorname{sign}\xi_a, & z(z-\xi_a) < 0, \\ 0\,, & z(z-\xi_a) > 0, \end{cases} \tag{3}$$

где $\{\epsilon\}_a \equiv \epsilon_2 - \epsilon_1$ — скачок диэлектрической проницаемости на верхней границе. Электрическая тензорная функция Грина $\hat{G}_{11}(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')$ удовлетворяет системе уравнений

$$\begin{aligned} &\frac{\epsilon}{c}\frac{\partial \hat{G}_{11}}{\partial t} - \vec{\nabla}\times\hat{G}_{21} = \hat{I}\,\delta(\vec{r}-\vec{r}\,')\,\delta(t-t'), \\ &\vec{\nabla}\times\hat{G}_{11} + \frac{1}{c}\frac{\partial\hat{G}_{21}}{\partial t} = 0\,. \end{aligned} \tag{4}$$

где c — скорость света в пустоте, $\hat{G}_{21}(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')$ — смешанная тензорная функция Грина. В частности, для однородного пространства с диэлектрической проницаемостью ϵ тензорная электрическая функция Грина следующим образом выражается через скалярную функцию $g(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')$ [15]:

$$\hat{G}_{11}^{(0)} = \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\hat{I} - \frac{c}{\epsilon}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{-1}\vec{\nabla}\vec{\nabla}\right] g(\vec{r},t,\vec{r}\,',t'), \tag{5}$$

где

$$g(\vec{r},t,\vec{r}\,',t') = \frac{\delta(t-t'-\sqrt{\epsilon}\,|\vec{r}-\vec{r}\,'|/c)}{4\pi\,|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\,. \tag{6}$$

Подставляя (2) в (1) получим следующее уравнение для напряжённости электрического поля $\vec{E}(\vec{r},t)$:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0(\vec{r},t) - \frac{1}{c}\int d\vec{r}\,'dt'\,\hat{G}_{11}(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')\,\delta\epsilon_a(\vec{r}\,')\,\frac{\partial\vec{E}(\vec{r}\,',t')}{\partial t'}\,. \tag{7}$$

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СКАЧКУ ДИАЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Далее скачок диэлектрической проницаемости на верхней границе будем считать малым и найдём поле $\vec{E}(\vec{r},t)$ с точностью до величин порядка $\{\epsilon\}_a$. Тогда, заменяя $\vec{E}(\vec{r}\,',t')$ в подынтегральном выражении соотношения (7) на $\vec{E}_0(\vec{r}\,',t')$, сразу приходим к явному выражению для напряжённости электрического поля $\vec{E}(\vec{r},t)$ через невозмущённое поле $\vec{E}_0(\vec{r},t)$ и функцию Грина $\hat{G}_{11}(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')$:

$$\vec{E}(\vec{r},t) \cong \vec{E}_0(\vec{r},t) - \frac{1}{c}\int d\vec{r}\,'dt'\,\hat{G}_{11}(\vec{r},t,\vec{r}\,',t')\,\delta\epsilon_a(\vec{r}\,')\,\frac{\partial\vec{E}_0(\vec{r}\,',t')}{\partial t'}\,. \tag{8}$$

Выполнив в (8) преобразование Фурье по поперечным координатам вида

$$\hat{F}_{\vec{q}} \equiv \frac{1}{(2\pi)^2}\int \exp\{-i\vec{q}\vec{\rho}\}\,d\vec{\rho}(\ldots), \tag{9}$$

получим следующее выражение для Фурье компоненты поля:

$$\begin{aligned} &\vec{E}(\omega,\vec{q},z) \cong \delta(\vec{q}-\vec{q}_0)\,\vec{E}_0(\omega,\vec{q}_0,z) + \\ &+2\pi ik\{\epsilon\}_a\int d\vec{\rho}\,'\exp\{-i(\vec{q}-\vec{q}_0)\vec{\rho}\,'\}\int dz'\hat{G}_{11}(\omega,\vec{q},z,z')\vec{E}_0(\omega,\vec{q}_0,z'), \end{aligned} \tag{10}$$

где интеграл по dz' берётся от 0 до $\xi_a(\vec{\rho}')$, $k = \omega/c$, ω и $\vec{q}_0$ — соответственно частота и проекция волнового вектора $\vec{k}_1 = \vec{q}_0 - \vec{e}_z k_{1+z}(q_0)$ падающей электромагнитной волны на плоскость xy, $k_{1+z}(q_0) = \sqrt{\epsilon_1 k^2 - q_0^2}$. Здесь учтено, что функция Грина в (8) зависит лишь от $t - t'$ и $\vec{\rho} - \vec{\rho}'$:

$$\hat{G}_{11}(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = \hat{G}_{11}(t - t', \vec{\rho} - \vec{\rho}', z, z'), \tag{11}$$

и что невозмущённое поле $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ может быть представлено как

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\omega, \vec{q}_0, z) \exp\{-i(\omega t - \vec{q}_0 \vec{\rho})\}, \tag{12}$$

а также произведено сокращение на множитель $\exp\{-i\omega t\}$. В (10) величина $\hat{G}_{11}(\omega, \vec{q}, z, z')$ — компонента Фурье функции Грина, соответствующая преобразованию по разностной поперечной координате ($\vec{\rho} \to \vec{\rho} - \vec{\rho}'$) и преобразованию по времени ($\Delta t = t - t'$):

$$\hat{F}_\omega \equiv \frac{1}{2\pi} \int \exp\{i\omega \Delta t\} d\Delta t (\ldots). \tag{13}$$

Из (10), используя приведённые далее выражения для функции Грина (19), (20), (22), получаем следующую оценку на величину $\{\epsilon\}_a$, при которой данное рассмотрение корректно:

$$\sigma_a\, k\, |\{\epsilon\}_a| \ll 2 k_{1+z}(q)/k\,, \tag{14}$$

где σ_a — среднеквадратичная высота неровностей верхней границы. Отметим, что при выполнении неравенства (14) величина $\sigma_a k$ всё ещё может быть существенно больше единицы.

Величину $\vec{E}_0(\omega, \vec{q}_0, z)$ и компоненты Фурье электрической тензорной функции Грина $\hat{G}_{11}(\omega, \vec{q}, z, z')$ можно построить, используя коэффициенты отражения и пропускания границ для волн горизонтальной и вертикальной поляризаций, приведённые в [16], либо тензорные коэффициенты отражения и пропускания из [17]. В частности, величина $\vec{E}_0(\omega, \vec{q}_0, z)$ в области $z > 0$ следующим образом выражается через амплитуду падающей волны $\vec{E}^{\mathrm{in}}$ в плоскости $z = z_0$:

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(\omega, \vec{q}_0, z) \ &= \ \vec{E}^{\mathrm{in}} \exp\{-i k_{1+z}(q_0)\,(z - z_0)\} + \\ &+ \ \hat{T}(q_0)\, \vec{E}^{\mathrm{in}} \exp\{i k_{1+z}(q_0)\,(z + z_0)\}\,. \end{aligned} \tag{15}$$

Тензорный коэффициент отражения $\hat{T}(q_0)$ в базисе $\vec{e}_{\tau_0} = [\vec{e}_{q_0} \vec{e}_z]$, $\vec{e}_{q_0}$ и $\vec{e}_z$ может быть приведён к диагональному виду с диагональными элементами, соответственно, $\tilde{v}_1(q_0)$, $V_1(q_0)$ и $-V_1(q_0)$. Здесь $\tilde{v}_1(q_0)$ и $V_1(q_0)$ — коэффициенты отражения волн горизонтальной и вертикальной поляризации от двухслойной среды. Коэффициент отражения $\tilde{v}_1(q_0)$ равен

$$\tilde{v}_1(q_0) = \frac{\tilde{v}_a(q_0) + \tilde{v}_b(q_0) \exp\{2 i k_{2+z}(q_0) H\}}{1 + \tilde{v}_a(q_0) \tilde{v}_b(q_0) \exp\{2 i k_{2+z}(q_0) H\}}\,, \tag{16}$$

где $\tilde{v}_a(q_0)$ и $\tilde{v}_b(q_0)$ — коэффициенты отражения волн горизонтальной поляризации от границ первой и второй и второй и третьей сред, соответственно:

$$\tilde{v}_a(q_0) = \frac{\tilde{z}_2(q_0) - \tilde{z}_1(q_0)}{\tilde{z}_2(q_0) + \tilde{z}_1(q_0)}\,, \tag{17}$$

$$\tilde{v}_b(q_0) = \frac{\tilde{z}_3(q_0) - \tilde{z}_2(q_0)}{\tilde{z}_3(q_0) + \tilde{z}_2(q_0)}\,. \tag{18}$$

Величины $\tilde{z}_1(q_0) = k/k_{1+z}(q_0)$, $\tilde{z}_2(q_0) = k/k_{2+z}(q_0)$ и $\tilde{z}_3(q_0) = k/k_{3+z}(q_0)$ — импедансы волн горизонтальной поляризации в первой, второй и третьей средах, $k_{2+z}(q_0) = \sqrt{\epsilon_2 k^2 - q_0^2}$, $k_{3+z}(q_0) = \sqrt{\epsilon_3 k^2 - q_0^2}$. Коэффициент отражения $V_1(q_0)$, описывающий отношение проекций поля на плоскость xy в отражённой и падающей волнах, определяется теми же соотношениями (16)–(18) с заменой импедансов для волн горизонтальной поляризации на импедансы для волн вертикальной поляризации $\tilde{z}_j(q_0) \to Z_j(q_0) = k_{j+z}(q_0)/(\epsilon_j k)$ $(j = 1, 2, 3)$ и переобозначением $\tilde{v}_1(q_0) \to V_1(q_0)$, $\tilde{v}_a(q_0) \to V_a(q_0)$, $\tilde{v}_b(q_0) \to V_b(q_0)$.

Аналогичным образом Фурье компонента функции Грина может быть построена из её выражения для однородного пространства. В верхнем полупространстве, в частности, получаем

$$\hat{G}_{11}(\omega, \vec{q}, z, z') = \hat{G}_{11}^{(01)}(\omega, \vec{q}, z, z') + \\ + \hat{T}(q)\hat{G}_{11}^{(01)}(\omega, \vec{q}, 0, z') \exp\{ik_{1+z}(q)z\}, \qquad (19)$$

где величина $\hat{G}_{11}^{(0j)}(\omega, \vec{q}, z, z')$ в базисе $\vec{e}_\tau$, $\vec{e}_q$ и $\vec{e}_z$ такова ($j = 1, 2$):

$$\hat{G}_{11}^{(0j)}(\omega, \vec{q}, z, z') = \frac{\exp\{ik_{j+z}(q)\,|z - z'|\}}{16\pi^3 \epsilon_j k k_{j+z}(q)} \times \\ \times \begin{pmatrix} \epsilon_j k^2 & 0 & 0 \\ 0 & k_{j+z}^2(q) & q k_{j+z}(q)\,\mathrm{sign}(z' - z) \\ 0 & q k_{1+z}(q)\,\mathrm{sign}(z' - z) & q^2 \end{pmatrix}. \qquad (20)$$

Первое слагаемое (10) требуется знать с точностью до первого порядка малости по величине $\{\epsilon\}_a$, тогда как в подынтегральном выражении (10), если рассматривать не слишком большие углы падения и рассеяния, достаточно ограничиться нулевым по $\{\epsilon\}_a$ приближением функций $\vec{E}_0(\omega, \vec{q}_0, z')$ и $\hat{G}_{11}(\omega, \vec{q}, z, z')$ и не учитывать отражения от верхней границы. Считая коэффициенты отражения от верхней границы малыми, что верно при выполнении неравенства

$$|\{\epsilon\}_a| \ll 4k_{1+z}^2/k^2, \qquad (21)$$

упростим коэффициенты отражения $\tilde{v}_1$ и V_1, входящие в выражения для $\hat{T}$, заменив их соответственно на $\tilde{v}_b \exp\{2ik_{2+z}H\}$ и $V_b \exp\{2ik_{2+z}H\}$. Неравенство (21) можно сразу использовать при вычислении компонент Фурье функции Грина в области $z > 0$, $z' < 0$; пренебрегая отражениями от верхней границы и считая коэффициент её пропускания единичным тензором, находим

$$\hat{G}_{11}(\omega, \vec{q}, z, z') \cong \exp\{ik_{1+z}(q)z\} \Big(\hat{G}_{11}^{(02)}(\omega, \vec{q}, 0, z') + \\ + \hat{T}_b(q)\hat{G}_{11}^{(02)}(\omega, \vec{q}, -H, z') \exp\{2ik_{2+z}(q)H\}\Big). \qquad (22)$$

В (22) величина $\hat{G}_{11}^{(02)}(\omega, \vec{q}, z, z')$ задаётся соотношением (20) при $j = 2$, а $\hat{T}_b(q)$ — диагональный в базисе $\vec{e}_\tau$, $\vec{e}_q$, $\vec{e}_z$ тензор с диагональными элементами $\tilde{v}_b(q)$, $V_b(q)$ и $-V_b(q)$. В нулевом по $\{\epsilon\}_a$ приближении выражения (19) и (22) различаются лишь коэффициентами перед z' в показателях экспонент: это $k_{1+z}(q)$ в первом случае и $k_{2+z}(q)$ — во втором. В силу неравенства (14) разность $(k_{1+z}(q) - k_{2+z}(q))z'$

является величиной малой. Это позволяет в подынтегральном выражении (10) всюду в области интегрирования по dz' воспользоваться соотношениями (15), (19). Далее будем интересоваться Фурье компонентой отражённого поля в плоскости $z = z_0$:

$$\vec{E}^{\mathrm{r}}(\omega, \vec{q}, z_0) = \vec{E}(\omega, \vec{q}, z_0) - \vec{E}^{\mathrm{in}}\delta(\vec{q} - \vec{q}_0). \tag{23}$$

Тогда, например, при падении волны горизонтальной поляризации $\vec{E}^{\mathrm{in}} = E_{10-\tau}\vec{e}_{\tau_0}$ получаем следующее выражение для амплитуды отражённой волны основной поляризации (процесс $\tau \to \tau$):

$$\begin{aligned} &E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega, \vec{q}, z_0) = (\vec{e}_\tau, \vec{E}^{\mathrm{r}}(\omega, \vec{q}, z_0)) \cong E_{10-\tau}(\vec{e}_\tau \vec{e}_{\tau_0}) \times \\ &\times \Bigg\{ \tilde{v}_b(q_0) \exp\{2i[k_{1+z}(q_0) z_0 + k_{2+z}(q_0) H]\}\delta(\vec{q} - \vec{q}_0) - \frac{\{\epsilon\}_a k^2}{8\pi^2 k_{1+z}(q)} \times \\ &\times \exp\{i[k_{1+z}(q) + k_{1+z}(q_0)] z_0 + i\beta_+ H\} \int d\vec{\rho}\,' \exp\{-i(\vec{q} - \vec{q}_0)\vec{\rho}\,'\} \times \\ &\times \Big[\exp\{-i\beta_+[H + \xi_a(\vec{\rho}\,')]\}/\beta_+ - \tilde{v}_b(q_0)\tilde{v}_b(q) \exp\{i\beta_+[H + \xi_a(\vec{\rho}\,')]\}/\beta_+ + \\ &+ \tilde{v}_b(q_0) \exp\{-i\beta_- H\}(\exp\{-i\beta_- \xi_a(\vec{\rho}\,')\} - 1)/\beta_- - \\ &- \tilde{v}_b(q) \exp\{i\beta_- H\}(\exp\{i\beta_- \xi_a(\vec{\rho}\,')\} - 1)/\beta_- \Big] \Bigg\}. \end{aligned} \tag{24}$$

Здесь

$$\beta_+ = k_{2+z}(q) + k_{2+z}(q_0), \quad \beta_- = k_{2+z}(q) - k_{2+z}(q_0). \tag{25}$$

Выражения для отражённого поля ортогональной поляризации, а также для отражённых полей основной и ортогональной поляризаций при падении вертикально поляризованной волны имеют аналогичный вид.

СРЕДНЕЕ ПОЛЕ

Вычислим статистические характаристики — первый и второй моменты Фурье компонент отражённого поля (24). При этом распределение величин $\xi_a(\vec{\rho})$, $\xi_a(\vec{\rho}\,')$ (в дальнейшем $\vec{\xi} \equiv (\xi_a(\vec{\rho}), \xi_a(\vec{\rho}\,'))$) будем считать статистически однородным и гауссовым с двумерной плотностью распределения $S(\vec{\xi})$:

$$S(\vec{\xi}) = \frac{\exp\{-(\vec{\xi}\hat{B}^{-1}\vec{\xi})/2\}}{2\pi\sqrt{\det ||\hat{B}||}}\,, \tag{26}$$

где $B_{ik} \equiv \langle \xi_i \xi_k \rangle$ — ковариационная матрица:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \sigma_a^2 & r(\Delta\vec{\rho})\sigma_a^2 \\ r(\Delta\vec{\rho})\sigma_a^2 & \sigma_a^2 \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Как видно из выражения (24), выполнение усреднений $\langle E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega, \vec{q}, z_0)\rangle, \langle \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_1,\tau_{01}}(\omega_1, \vec{q}_1, z_0)\Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_2,\tau_{02}}(\omega_2, \vec{q}_2, z_0)$
где

$$\Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega, \vec{q}, z_0) = E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega, \vec{q}, z_0) - \langle E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega, \vec{q}, z_0)\rangle,$$

сводится к вычислению соотношений вида $\langle\exp\{-2i\vec{b}\vec{\xi}\}\rangle$, которые могут быть найдены по формуле

$$\langle\exp\{-2i\vec{b}\vec{\xi}\}\rangle = \exp\{-2(\vec{b}\hat{B}\vec{b})\}. \tag{28}$$

Величина $\langle\vec{E}^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle$, в частности, определяется с помощью (28), если принять $\vec{b}=(\nu\beta_\pm/2,\,0)$, $\nu=-1,0,+1$:

$$\langle E_{\tau,\tau_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle = E_{10-\tau}\delta(\vec{q}-\vec{q}_0)\times$$
$$\times\exp\{2i[k_{1+z}(q_0)z_0+k_{2+z}(q_0)H]\}\Big\{\tilde{v}_b(q_0)+$$
$$+\tilde{v}_a(q_0)\Big(1-\tilde{v}_b^2(q_0)\exp\{2ik_{2+z}(q_0)H\}\Big)\exp\{-2\sigma_a^2k_{2+z}^2(q_0)\}\Big\}, \tag{29}$$

где учтено, что $-\{\epsilon\}_a k^2/[2k_{1+z}(q_0)]^2\cong\tilde{v}_a(q_0)$. Таким образом, благодаря сомножителю $\exp\{-2\sigma_a^2k_{2+z}^2(q_0)\}$ часть поля $\langle E^{\mathrm{r}}_{\tau,\tau_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle$, обусловленная отражением от верхней границы (второе слагаемое в фигурных скобках (29)), при больших $\sigma_a^2k_{2+z}^2(q_0)$ оказывается экспоненциально малой. Вследствие этого возможности измерения толщины слоя по биениям отражённого излучения при свипировании частоты существенно ограничены. Остающаяся возможность измерения фазовой задержки позволяет определить лишь величину $z_0+H+\{\epsilon\}_aHk^2/[2k_{1+z}^2(q_0)]$ и для оценки H требуется как минимум ещё одно измерение с другим q_0. Из подобных измерений, однако, можно определить лишь величину $\{\epsilon\}_aH$. Вследствие этого погрешности измерения самой величины H возрастают в $1/|\{\epsilon\}_a|$ раз. Выражение для $q-$компоненты среднего отражённого поля вертикальной поляризации $\langle E^{\mathrm{r}}_{q,q_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle$ при $\vec{E}^{\mathrm{in}}=\vec{e}_{q_0}E_{10-q}+\vec{e}_zE_{10-z}$ получается из (29) заменой $E_{10-\tau}\to E_{10-q}, \tilde{v_a}(q_0)\to V_a(q_0), \tilde{v_b}(q_0)\to V_b(q_0)$, а средние $\langle E^{\mathrm{r}}_{\tau,q_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle$ и $\langle E^{\mathrm{r}}_{q,\tau_0}(\omega,\vec{q},z_0)\rangle$ равны нулю. В случае малых неровностей ($\sigma_a^2k_{2+z}^2(q_0)\ll 1$) выражение (29) даёт поправку к среднему отражённому полю, совпадающую с результатом, полученным в работе [9] во втором порядке теории возмущений по $\sigma_ak_{2+z}(q_0)$, если удержать в нём лишь слагаемые порядка $\{\epsilon\}_a$.

ВТОРОЙ МОМЕНТ ПОЛЯ

В подынтегральном выражении (24) содержится четыре слагаемых, связанных с различными процессами отражения на верхней границе. Первое слагаемое, пропорциональное $\exp\{-i\beta_+\xi_a(\vec{\rho}\,')\}$, описывает отражение и рассеяние падающей волны от верхней границы в верхнее полупространство. Второе слагаемое, пропорциональное $\exp\{i\beta_+\xi_a(\vec{\rho}\,')\}$, описывает отражение и рассеяние в слой волны, падающей на верхнюю границу снизу. Эта волна первоначально заходит в слой сверху без взаимодействия с верхней границей, затем отражается от нижней границы и, после взаимодействия с верхней границей, она снова отражается от нижней границы и выходит из слоя опять без взаимодействия с верхней границей. Два последних слагаемых, пропорциональные $(\exp\{-i\beta_-\xi_a(\vec{\rho}\,')\}-1)/\beta_-$ и $(\exp\{i\beta_-\xi_a(\vec{\rho}\,')\}-1)/\beta_-$, описывают соответственно рассеяние волны в верхнее полупространство при её выходе из слоя и рассеяние падающей волны в слой. В этих двух последних случаях имеет место рассеяние с сохранением направления распространения вдоль оси z. Если неровности малы ($\sigma_a^2k_{2+z}^2\ll 1$), характер рассеяния, описываемый всеми этими четырьмя слагаемыми, одинаков, рассеянное поле пропорционально ξ_a, а результат вычисления вторых моментов поля сводится к результатам теории возмущений, если удержать в них лишь слагаемые порядка $\{\epsilon\}_a$. В случае немалых неровностей ($\sigma_a^2k_{2+z}^2\gg 1$), которым мы будем интересоваться ниже, свойства рассеяного поля, описываемого первой и второй парой этих слагаемых, при близких q и q_0 оказываются существенно различными.

Будем считать, что величины q_l и q_{0l} ($l = 1,\, 2$) заметно отличаются. Тогда, полагая в (28) величину $\vec{b}$ равной $\vec{b} = (\beta_1/2,\, \beta_2/2)$, где $\beta_n = \nu\beta_\pm$, $\nu = -1,\, 0,\, +1$, $n = 1,\, 2$, найдём величину

$$\langle \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_1,\tau_{01}}(\omega_1, \vec{q}_1, z) \Delta E^{\mathrm{r}*}_{\tau_2,\tau_{02}}(\omega_2, \vec{q}_2, z) \rangle\,, \tag{30}$$

которая после проведения процедуры усреднения приводится к сумме слагаемых вида

$$\langle \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_1,\tau_{01}}(\omega_1, \vec{q}_1, z) \Delta E^{\mathrm{r}*}_{\tau_2,\tau_{02}}(\omega_2, \vec{q}_2, z) \rangle = \sum_j A_j I_j\,. \tag{31}$$

Здесь

$$I_j = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\vec{\rho}_1' d\vec{\rho}_2'\, P_j(\vec{\rho}_1', \vec{\rho}_2') \exp\{-i[(\vec{q}_1 - \vec{q}_{01})\vec{\rho}_1' - (\vec{q}_2 - \vec{q}_{02})\vec{\rho}_2']\}\,, \tag{32}$$

$$\begin{aligned} P_j(\vec{\rho}_1',\, \vec{\rho}_2') &= \langle \exp\{-i[\beta_1 \xi(\vec{\rho}_1') + \beta_2 \xi(\vec{\rho}_2')]\} \rangle = \\ &= \exp\{-\sigma_a^2[\beta_1^2 + \beta_2^2 + 2\beta_1\beta_2 r(\Delta\vec{\rho})]/2\}\,, \end{aligned} \tag{33}$$

$\Delta\vec{\rho} = \vec{\rho}_1' - \vec{\rho}_2'$, а суммирование по j соответствует различным комбинациям β_1 и β_2. При $\beta_1\beta_2 > 0$ величины I_j оказываются экспоненциально малыми $\sim \exp\{-\sigma_a^2(\beta_1^2 + \beta_2^2)\}$. В случае $\beta_1\beta_2 < 0$ можно получить асимптотическое значение интеграла (33) (см., например, [18]). Тогда, в частности, для изотропных неровностей ($r(\Delta\vec{\rho}) = r(\Delta\rho)$) имеет место следующее соотношение:

$$\begin{aligned} I_j = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(\vec{q}_1 - \vec{q}_{01} - \vec{q}_2 + \vec{q}_{02}) \exp\{-\sigma_a^2(\beta_1^2 + \beta_2^2)/2\} \times \\ \times \int d\Delta\vec{\rho} \exp\{-\sigma_a^2 \beta_1\beta_2 r(\Delta\vec{\rho}) - i\Delta\vec{\rho}(\vec{q}_1 - \vec{q}_{01})\} = \\ = \delta(\vec{q}_1 - \vec{q}_{01} - \vec{q}_2 + \vec{q}_{02}) \exp\{-\sigma_a^2(\beta_1 + \beta_2)^2/2\} \times \\ \times \exp\{-(\vec{q}_{01} - \vec{q}_1)^2/[2\sigma_a^2\beta_1\beta_2 r''(0)]\}/[2\pi\sigma_a^2\beta_1\beta_2 r''(0)]\,. \end{aligned} \tag{34}$$

Выражение для

$$\langle \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_1,\tau_{01}}(\omega_1, \vec{q}_1, z) \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_2,\tau_{02}}(\omega_2, \vec{q}_2, z) \rangle \tag{35}$$

можно получить аналогичным образом [19].

Если величина q_1 близка к q_{01}, либо величина q_2 близка к q_{02}, то соответствующее $\beta_- \to 0$. В этом случае третье и четвёртое слагаемые в (24) после разложения в ряд по β_- оказываются пропорциональными высоте неровностей ξ_a (остальные члены разложения можно отбросить ввиду малости β_-). Тогда, например, при $q_1 \to q_{01}$ выражение (30) будет содержать также средние вида

$$\langle \xi_a(\vec{\rho}_1') \exp\{-i\beta_2\xi_a(\vec{\rho}_2')\} \rangle = -i\beta_2\sigma_a^2 r(\Delta\vec{\rho}) \exp\{-\sigma_a^2\beta_2^2/2\}\,, \tag{36}$$

Такие величины, ввиду их экспоненциальной малости, мы учитывать не будем. Наконец, если и величина q_1 близка к q_{01}, и величина q_2 близка к q_{02}, то в (30) появится также среднее вида $\langle \xi(\vec{\rho}_1')\xi(\vec{\rho}_2') \rangle = \sigma_a^2 r(\Delta\vec{\rho})$. Эта величина не мала, и её необходимо учитывать. Приведём здесь выражение (30) в случае $q_1 \to q_{01}$, $q_2 \to q_{02}$:

$$\langle \Delta E^{\mathrm{r}}_{\tau_1,\tau_{01}}(\omega_1, \vec{q}_1, z) \Delta E^{\mathrm{r}*}_{\tau_2,\tau_{02}}(\omega_2, \vec{q}_2, z) \rangle = B \exp\{i\varphi\} \times$$

$$\times\Big[-\exp\{-\sigma_a^2\Delta\beta_+^2/2+(\vec{q}_1-\vec{q}_{01})^2/[2\sigma_a^2\beta_{+1}\beta_{+2}r''(0)]\}\times$$

$$\times[1+\tilde{v}_b^4(q_{01})\exp\{2i\Delta\beta_+H\}]/[2\pi\sigma_a^2\beta_{+1}^2\beta_{+2}^2r''(0)]+$$

$$+4\tilde{v}_b^2(q_{01})\exp\{i\Delta\beta_+H\}\Phi_a(\vec{q}_1-\vec{q}_{01})\cos(\beta_{-1}H)\cos(\beta_{-2}H)\Big]\,, \qquad (37)$$

где

$$B = [2\tilde{v}_a(q_{01})k_{1+z}(q_{01})]^2E_{10-\tau_1}E_{10-\tau_2}^*(\vec{e}_{\tau_1}\vec{e}_{\tau_{01}})(\vec{e}_{\tau_2}\vec{e}_{\tau_{02}})\times$$

$$\times\,\delta(\vec{q}_1-\vec{q}_{01}-\vec{q}_2+\vec{q}_{02})\,, \qquad (38)$$

$$\varphi = [k_{1+z}(q_{01})+k_{1+z}(q_1)-k_{1+z}(q_{02})-k_{1+z}(q_2)]z_0\,, \qquad (39)$$

$$\Delta\beta_+ = \beta_{+1}-\beta_{+2}\,, \qquad (40)$$

$$\Phi_a(\vec{q}) = \frac{\sigma_a^2}{(2\pi)^2}\int d\Delta\vec{\rho}\,\exp\{-i\vec{q}\Delta\vec{\rho}\}\,r(\Delta\vec{\rho})\,. \qquad (41)$$

Если величины $\Delta\beta_+$, $\beta_{-1,2}$ в точности равны нулю, то величина (37) не зависит ни от z_0, ни от H. Отметим, что при тех же условиях в случае слабого рассеяния зависимость (30) от H сохраняется. В частности, эта зависимость сохраняется для обратного рассеяния. Действительно, при малых $\sigma_a k \ll 1$ каждое из четырёх слагаемых в подынтегральном выражении (24) даёт скоррелированный вклад в рассеянное поле, пропорциональный $\xi_a(\vec{\rho}\,')$. Величина (30) в этом случае оказывается пропорциональной $|1+\tilde{v}_b(q_0)\exp\{2i\beta_+H\}|^4$ и, таким образом, содержит осциллирующую зависимость от H. При сильном рассеянии указанная корреляция нарушается: из четырёх слагаемых в подынтегральном выражении (24) между собой скоррелированы лишь два первых и два последних, однако при $\Delta\beta_+=0$, $\beta_-=0$ в них нет зависимости от H. Чтобы зависимость в (37) от H появилась, необходимо, чтобы хотя бы одна из величин $\Delta\beta_+$, $\beta_{-1,2}$ была бы отлична от нуля.

Случай, когда $\Delta\beta_+$ не ноль, а $\beta_{-1,2}=0$, описывает рассеяние немонохроматических полей. В этом случае выражение (37) можно представить в виде трёх слагаемых, пропорциональных фазовым сомножителям $\exp\{i\varphi\}$, $\exp\{i(\varphi+2\Delta\beta_+H)\}$ и $\exp\{i(\varphi+\Delta\beta_+H)\}$. Фаза каждого из этих слагаемых есть разность фазовых набегов волн на частотах ω_1 и ω_2. Первое слагаемое описывает не заходящие в слой волны, отражённые верхней границей, второе и третье соответствуют четырёхкратному и двукратному прохождению волн через слой. Оценка величины H из этих слагаемых может быть произведена по биениям, возникающим при изменении одной из частот, либо по временным задержкам в отражённом импульсном излучении. Отметим, что амплитуда первого и второго слагаемых существенно меньше (в $\sigma_a^4k_{2+z}^4$ раз) амплитуды третьего. Соответствующим образом различаются и амплитуды рассеянных импульсов, а относительная амплитуда биений оказывается порядка $1/\sigma_a^4k_{2+z}^4$. Экспоненциальный сомножитель $\exp\{-\sigma_a^2\Delta\beta_+^2/2\}$ приводит к сужению спектра первого и второго слагаемых, вследствие чего имеет место ограничение на разрешающую способность $\Delta H\sim\pi\sigma_a$.

Величина (37) пропорциональна δ-функции (см. (38)). Это обстоятельство никак не связано со сделанными в данной работе приближениями, а лишь отражает общее свойство полей, рассеянных статистически однородной шероховатой границей: такая δ-функция возникает как при слабом, так и при сильном рассеянии. Как нетрудно убедиться, вместе с изменением одной из частот происходит изменение направления, в котором величина (37) отлична от нуля. Указанная трудность снимается в направлении зеркального отражения, для которого аргумент δ-функции равен нулю при любых ω_1, ω_2. Другой способ — пропорциональное изменение обеих частот. При этом с изменением $\Delta\beta_+$ аргумент δ-функции лишь умножается на коэффициент пропорциональности. Так или иначе, но методы, использующие корреляцию рассеянных полей с различающимися частотами за исключением зондирования в надир, удаётся реализовать лишь в многопозиционном, по крайней мере, в двухпозиционном, случае. В частности, в них нельзя воспользоваться обратно рассеянным излучением. Заметим, что в реальных приложениях вследствие конечного размера пятна диаграммы направленности антенны L, ограничивающего область интегрирования по $d\vec{\rho}\,'$, δ-функция в (37) всегда имеет ограниченную ширину $\sim 1/kL$. Если указанное расхождение лучей в двухчастотном корреляторе (37) не превышает данную величину, то такие методы возможны и с использованием обратно рассеянного излучения. В этом случае имеем оценку на ширину спектра рассеянного излучения, при котором коррелятор (37) отличен от нуля: $\Delta\omega < c/L$. Соответственно, разрешающая способность метода оказывается порядка $\Delta H \sim L$ и при неограниченном росте L неограниченно ухудшается.

Пусть $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $\Delta\beta_+ = 0$, $\beta_{-1} = \beta_{-2} = \beta_-$ — не нуль. В этом случае зависимость от H содержится лишь в последнем, максимальном слагаемом величины (37). При изменении частоты ω это слагаемое, а вместе с ним и вся величина (37), осциллирует со стопроцентной глубиной модуляции по закону $\cos^2(\beta_- H)$ с периодом

$$\Delta\omega_T = \frac{2\pi c}{\sqrt{\epsilon_2}\,|\cos\theta - \cos\theta_0|H}\,. \tag{42}$$

Эти осцилляции обусловлены различием фазового пути двух волн, одна из которых заходит в слой без рассеяния, отражается от нижней границы и рассеивается, меняя направление распространения ($\vec{q}_0 \to \vec{q}$) при выходе из слоя (третье слагаемое в подынтегральном выражении (24)), а вторая рассеивается при входе в слой и проходит через него также, как и первая, но уже изменив направление распространения ($\vec{q}_0 \to \vec{q}$) (четвёртое слагаемое в (24)). Осцилляции с периодом (42) существуют и при слабом рассеянии, однако в этом случае на них накладываются осцилляции с другими периодами, связанные с первым и вторым слагаемыми в подынтегральном выражении (24). С ростом параметра рассеяния $k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2}$ осцилляции с другими периодами существенно ослабляются. При $k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2} > 1$ из условия применимости в (24) разложения по $\beta_-\xi_a$ получаем следующее ограничение на разность углов падения θ_0 и рассеяния θ, при которых осцилляции с периодом (42) оказываются определяющими:

$$|\cos\theta - \cos\theta_0| < \frac{1}{k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2}}\,. \tag{43}$$

Разрешаюшая способность этого метода определяется максимальной частотой и может быть оценена как $\Delta H \sim \pi\sigma_a$. Величина (35) при выполнении неравенства (43) обладает аналогичными свойствами. Одно из отличий заключается в аргументе δ-функции, который в (35) таков: $\vec{q}_1 - \vec{q}_{01} + \vec{q}_2 - \vec{q}_{02}$. В силу этого, в частности, осцилляции (35) типа (42) могут наблюдаться лишь, как минимум, в трёхпозиционном случае.

Если неравенство (43) нарушается, то соотношение (37) уже не описывает корректно величину (30). В случае, когда параметр $\beta_-\sigma_a$ уже не мал, для вычисления (30), (35) можно воспользоваться выражениями (32)–(34). В результате в (31) получается 14 слагаемых, которые могут быть не малы при выполнении соответствующих резонансных условий (здесь ν не нуль):

$$\beta_1 + \beta_2 = 0\,. \tag{44}$$

Поскольку $\beta_{+1} + \beta_{+2}$ не может обращаться в нуль, то имеется всего 7 принципиально выполнимых условий вида (44), каждому из которых соответствует своя пара слагаемых в (31). Наряду с (44) должно также выполняться дополнительное условие — обращение аргумента δ-функции в нуль. В зависимости от того, какая из величин, (31) или (35), рассматривается, это дополнительное условие соответственно будет

$$\vec{q}_1 - \vec{q}_{01} - \vec{q}_2 + \vec{q}_{02} = 0 \tag{45}$$

или

$$\vec{q}_1 - \vec{q}_{01} + \vec{q}_2 - \vec{q}_{02} = 0. \tag{46}$$

Каждое из указанных 14 слагаемых имеет аналогичные свойства и тот же порядок величины, что и у первых двух слагаемых в (37). В частности, также, как и в (37), при точном выполнении резонансных условий зависимость в них от H исчезает, и чтобы она появилась, следует, как было сказано выше, до определённой степени отстроиться от резонанса. Кроме того, как и в (37), резонансные направления не будут изменяться при пропорциональном изменении частот. Если условие (43) нарушается лишь только для одной из волн, то в выражениях (30), (35) при больших $\beta_- \sigma_a$ имеется по шесть слагаемых, попарно удовлетворяющих трём резонансным условиям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрено отражение волны горизонтальной поляризации двухслойной средой с шероховатой верхней границей. В приближении слабого скачка диэлектрической проницаемости (14), (21) найдены среднее отражённое поле (29) и второй момент рассеянного поля основной поляризации (37). Показано, что для среднего поля при сильном рассеянии ($k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2} \gg 1$) неровности верхней границы выполняют согласующую роль: слагаемое, пропорциональное коэффициенту отражения от верхней границы, оказывается экспоненциально малой по параметру рассеяния ($k\sigma_a$) величиной. Это создаёт дополнительные трудности при определении толщины слоя. В частности, исчезает возможность измерения величины H по биениям отражённого поля при изменении частоты. Оставшиеся методы позволяют оценить лишь $\{\epsilon\}_a H$, что сопряжено с увеличением погрешности измерения самой величины H в $1/|\{\epsilon\}_a|$ раз. При слабом рассеянии ($k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2} \ll 1$) выражение (29) с точностью до величин порядка $\sigma_a^2 k^2 \{\epsilon\}_a$ совпадает с соответствующим выражением в [9], полученным во втором порядке теории возмущений.

Если углы рассеяния близки к углам падения ($q_1 \cong q_{01}$ и $q_2 \cong q_{02}$), то при $k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2} \gg 1$ коррелятор рассеянного поля (30) описывается выражением (37), которое содержит слагаемые порядка $\{\epsilon\}_a^2/(\sigma_a^2 k^2)$ и слагаемое порядка $\{\epsilon\}_a^2 \sigma_a^2 k^2$. Экспоненциально малые по $k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2}$ слагаемые в (37) опущены. Величина в (37) порядка $\{\epsilon\}_a^2 \sigma_a^2 k^2$ является определяющей и обусловлена механизмом слабого рассеяния, который в силу неравенства (14) всё ещё действует в данном приближении при рассеянии волн без изменения модуля поперечной и знака продольной составляющих волнового вектора. Поскольку в данном случае лишь только часть поля рассеивается по законам слабого рассеяния, то и результат существенно отличается от результата теории возмущений по $k\sigma_a\sqrt{\epsilon_2}$. Одним из существенных отличий является отсутствие осцилляций обратно рассеянного излучения с периодом $\sim 1/H$ при изменении частоты падающей волны, предсказываемых в первом порядке теории возмущений (см. [1–3]). Вообще говоря, методы определения величины H, которые существуют в рассматриваемом приближении, как минимум двухпозиционные. Среди них выделяется двухпозиционный метод, описываемый соотношениями (42), (43), в основе которого лежит различие фазового набега в слое для рассеянной и нерассеянной волн. Этот метод при изменении частоты обеспечивает стопроцентную модуляцию величины (37) с периодом (42) и разрешающую способность $\Delta H \sim \pi\sigma_a$. Другие методы, в том числе и методы, использующие корреляцию рассеянных полей на различных частотах, дают существенно меньшую глубину модуляции, порядка $1/(\sigma_a k)^4$, при той же разрешающей способности. Если условие (42) существенно нарушается, то соотношения (30), (35) при выполнении резонансных условий (44) имеют порядок величины $1/(\sigma_a k)^2$. Отметим также, что аналогичными свойствами будут обладать рассеянное поле ортогональной поляризации, а также рассеянные поля основной и ортогональной поляризаций при падении вертикально поляризованной волны.

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований за поддержку данной работы грантом № 16–02–16425а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брюховецкий А. С. — В кн.: Статист. методы и системы обраб. данных дистанц. зондир. окруж. среды. Тез. докл. межвед. науч.-техн. совещ. 1-3 ноября, Минск. 1989. С. 81.
2. Жук Н. П., Шульга С. Н., Яровой А. Г. //Изв. вузов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 10. С. 1189.
3. Пименов С. Ф., Руденко М. А. //Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 3–4. С. 275.
4. Рожнов Г. В. //ЖЭТФ, 1988. Т. 94. № 2. С. 50.
5. Рожнов Г. В. //ЖЭТФ, 1989. Т. 96. № 3(9). С. 1137.
6. Жук Н. П. //ЖТФ, 1989. Т. 59. № 6. С. 12.
7. Жук Н. П., Третьяков О. А., Яровой А. Г. //ЖЭТФ, 1990. Т. 98. № 5(11). С. 1520.
8. Жук Н. П. //Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 3–4. С. 240.
9. Пименов С. Ф., Степанова Н. А. //Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 12. С. 1483.
10. Пименов С. Ф., Руденко М. А. //Изв. вузов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 7. С. 619.
11. Pimenov S. F., Stepanova N. A. — In: Proc. 6th Int. Conf. Math. Meth. in Electromagnetic Theory (MMET'96). Lviv, Sept. 10–13, 1996. P. 267.
12. Пименов С. Ф., Степанова Н. А. //Изв. вузов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 6. С. 733.
13. Maradudin A. A., Mils D. L. //Lett. Phys. Rev., 1975. V. B11. P. 1392.
14. Виноградов А. В., Зорев Н. Н., Кожевников И. В. //ЖЭТФ, 1985. Т. 89. № 6(12). С. 2124.
15. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978. Т. 1. – 547 с.
16. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд-во АН СССР, 1957. – 502 с.
17. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972. – 424 с.
18. Федорюк М. В. Метод перевала. — М.: Наука, 1977. – 368 с.
19. Pimenov S. F., Stepanova N. A. — In: Proc. 5th Int. Conf. Math. Meth. in Electromagnetic Theory (MMET'94). Kharkov, Sept. 7–10, 1994. P. 327.

НИИ физики при
Ростовском-на-Дону
госуниверситете,
Ростов-на-Дону, Россия

Поступила в редакцию
15 января 1998 г.

RADIO WAVE SCATTERING BY A TWO-LAYERED MEDIUM WITH A WEAKLY REFLECTING ROUGH BOUNDARY

M. V. Kachan, S. F. Pimenov, N. A. Stepanova

Reflection is considered of a horizontally polarized wave by a two-layered medium with a rough upper boundary in the case of a small jump of the dielectric constant. The average reflected field and the second moment of the scattered field are found and analyzed for the main polarization. At large values of the scattering parameter it is shown that oscillations with frequency changes predicted by the perturbation theory do not exist any more in the backscattered power. In this case sounding at close angles of incidence and scattering is proved to be the most efficient method of measuring a layer thickness.

УДК 520.662

ЛАБОРАТОРНЫЙ СПЕКТРОСКОП НА БАЗЕ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАДИОМЕТРА

В. Л. Вакс, А. Г. Кисляков, С. И. Приползин, Д. В. Савельев, Е. И. Шкелев

Теоретически и экспериментально исследуются параметры микроволнового спектрометра с параллельным анализом спектра (спектроскопа), построенного на базе многоканального радиометра. Показано, что в режиме работы с шумовым зондирующим сигналом, температура которого превышает шумовую температуру приёмника, предельная чувствительность спектроскопа по оптической толщине газа в ячейке ограничена величиной $\gamma_{\min} \simeq 1/Q$, где Q — радиометрический выигрыш системы. При использовании приёмника с предельно низкой шумовой температурой и глубоко охлаждённого излучателя можно примерно на 2 порядка увеличить чувствительность спектроскопа в миллиметровом диапазоне длин волн.

Проведены измерения чувствительности спектроскопа трёхмиллиметрового диапазона по линии OCS J=7→8 (частота ~ 97 ГГц), она составляет $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ см$^{-1}$ при длине ячейки 1 м и времени накопления 15 с, что сопоставимо с техническим пределом чувствительности сканирующих спектрометров в миллиметровом диапазоне длин волн. Обсуждаются возможности улучшения параметров спектроскопа.

ВВЕДЕНИЕ

Применение многоканального анализатора в микроволновой спектроскопии позволяет, в принципе, сократить время получения спектра и делает возможным, при достаточно широкой полосе анализа, одновременное измерение нескольких линий различных газов. При этом необходимо использовать для возбуждения линий широкополосный генератор шума или свип-генератор с временем обзора, малым по сравнению с временем релаксации линий. Последний метод используется в КСИ-спектроскопии [1], с помощью которой удалось реализовать чувствительность по коэффициенту поглощения $\sim 2 \cdot 10^{-9}$ см$^{-1}$ при мощности генератора ~ 1 мВт, длине ячейки 1 м и времени накопления 1 с. Следует отметить трудность разделения сигналов от близких линий при использовании широкополосного приёмника.

Обычная чувствительность сканирующих спектрометров в миллиметровом диапазоне длин волн составляет $10^{-5} \div 10^{-6}$ см$^{-1}$, что определяется высоким уровнем ложных сигналов, возникающих в тракте при отражениях и интерференции зондирующего излучения. В КСИ-спектрометре эта проблема решается благодаря существенному отличию времён релаксации линии (порядка 10^{-6} с) и резонансных элементов в тракте ($10^{-10} \div 10^{-8}$ с). Всё же и КСИ-спектрометр не свободен от ограничений чувствительности вследствие интерференции, а при измерениях широких линий эти ограничения усилятся.

В настоящей работе исследуются возможности применения многоканального радиометра в лабораторном спектроскопе* трёхмиллиметрового диапазона длин волн с использованием широкополосного генератора шума в качестве источника сигнала. На первом плане были оценка технических ограничений чувствительности такого спектроскопа и сравнение с её теоретически достижимым уровнем.

*Термин “спектроскоп"в дальнейшем используется для краткости вместо выражения “многоканальный спектрометр".

1. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ РАДИОМЕТРА ПО ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЕ ГАЗА В ЯЧЕЙКЕ

Разность эффективных температур в линии и вне её равна

$$T_\infty - T_\nu = T_ф - T_ф e^{-\gamma} - T_0(1-e^{-\gamma}) = (T_ф - T_0)(1-e^{-\gamma}), \tag{1}$$

где γ и T_0 — соответственно, оптическая толщина и температура газа в ячейке, а $T_ф$ — эффективная температура зондирующего излучения ("подсветки").

Отношение сигнал/шум на выходе радиометра составляет

$$n = \Theta\,\frac{(T_ф - T_0)(1-e^{-\gamma})(\Delta\nu\,\Delta t)^{1/2}}{T_ш + T_0 + (T_ф - T_0)\,e^{-\gamma}} = \Theta\,\frac{(1-e^{-\gamma})(\Delta\nu\,\Delta t)^{1/2}}{r + e^{-\gamma}}\,, \tag{2}$$

где $\Delta\nu$ — полоса пропускания частот, Δt — время интегрирования и $T_ш$ — шумовая температура радиометра, а отношение

$$r = \frac{T_ш + T_0}{T_ф - T_0}.$$

Коэффициент $\Theta \le 1$ зависит от схемы радиометра и типа его приёмного устройства; в дальнейшем принято его наибольшее значение. Полагая $n = 1$, находим

$$e^{-\gamma}(Q+1) = Q - r, \tag{3}$$

где $Q = (\Delta\nu\,\Delta t)^{1/2} \gg 1$ — радиометрический выигрыш. Преобразуя уравнение (3) , получаем

$$e^{-\gamma} = 1 - \frac{r+1}{Q+1}\,. \tag{4}$$

В случае $\gamma \ll 1$, представляющем наибольший практический интерес, из уравнения (4) следует

$$\gamma_{\min} \simeq \frac{r+1}{Q+1}\,. \tag{5}$$

Рассмотрим некоторые частные случаи. Допустим, что $T_ф \gg [T_0, T_ш]$, тогда $r \ll 1$ (линия наблюдается в поглощении) и чувствительность спектроскопа ограничивается величиной

$$\gamma_{\min} \simeq Q^{-1}, \tag{6}$$

т. е. определяется радиометрическим выигрышем системы. Поскольку величина $\Delta\nu$ не может превышать ширину линии газа в ячейке, то максимальная чувствительность спектроскопа при интенсивной подсветке реализуется при больших давлениях. Например, при атмосферном давлении для анализа линии может быть достаточной $\Delta\nu \sim 5\cdot 10^8$ Гц и тогда $\gamma_{\min} \simeq 10^{-5}$ неп при $\Delta t \sim 10$ с.

Выше не учитывалось “стороннее"затухание радиоволн в ячейке, обусловленное поглощением в её элементах; очевидно, что эти потери могут быть восполнены увеличением интенсивности подсветки. Действительно, с учётом коэффициента поглощения в ячейке γ_c можно аналогично тому, как это делалось выше, получить выражение для чувствительности спектроскопа

$$\gamma_{\min} \simeq \frac{r e^{\gamma_c} + 1}{Q}\,, \tag{7}$$

из которого следует, что и в этом случае при условии $T_ф \gg [T_0, T_ш]$ предел чувствительности определяется выражением (6).

Рассмотрим теперь более интересный случай $T_0 \gg [T_ф, T_ш]$ (холодная “мишень", низкошумящий приёмник и “теплая"ячейка). При этом условии отношение $r \simeq -1$, что позволяет существенно повысить чувствительность спектроскопа. Действительно, из соотношения (5) следует

$$\gamma_{\min} \simeq -\frac{T_ш + T_ф}{T_0(Q+1)}\,. \tag{8}$$

Отрицательный знак $\gamma_{\min}$ означает, что линия наблюдается в излучении. С целью оценки достижимой чувствительности предположим, что $T_ш = h\nu/k$, а $T_ф$ и T_0 заменим соответствующими формулами Планка для интенсивностей теплового излучения. Подставив полученные формулы в уравнение (8), находим

$$\gamma_{\min} \simeq \frac{e^x}{e^x - 1} \cdot \frac{1 - e^y}{Q+1}\,, \tag{9}$$

где $x = h\nu/kT_ф$, а $y = h\nu/kT_0$. Поскольку рассматривается случай $T_0 \gg T_ф$, то $x \gg y$. Отсюда первое условие возможности реализации более высокой чувствительности, чем из формулы (6): $y \ll 1$. Это подтверждается графиками рис. 1. Функция $(e^y - 1)/(1 - e^{-x})$ рассчитана для нескольких значений $T_ф$ (они помечены на соответствующих кривых) и представлена на рис. 1 в диапазоне частот $10^9 \div 10^{13}$ Гц.

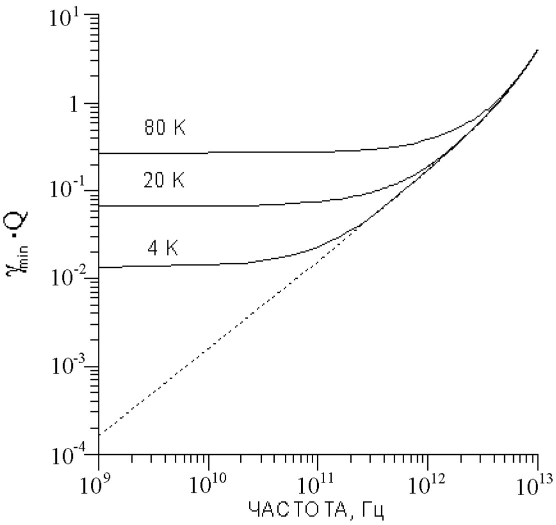


Рис. 1. Предельная чувствительность спектроскопа.

Если и $x \ll 1$, тогда (9) принимает вид

$$\gamma_{\min} \simeq -\left(\frac{T_ф}{T_0} + \frac{h\nu}{kT_0}\right)\frac{1}{Q+1}\,. \tag{10}$$

Очевидно, что необходимо минимизировать оба слагаемых в скобке формулы (10), однако при $T_ф \to 0$ нарушается условие $x \ll 1$ и первый множитель в (9) стремится к 1. Таким образом, в радиометрическом спектроскопе с идеальным приёмником и предельно холодной мишенью достигается выигрыш в чувствительности, по сравнению с формулой (6), порядка фактора $y = h\nu/kT_0$.

Для $T_0 = 300$ K, $T_ф = 4$ K и $\nu = 100$ ГГц этот выигрыш составляет примерно 2 порядка (см. рис. 1). Из рис. 1 следует также, что использование низкотемпературных мишеней в субмиллиметровом диапазоне длин волн неэффективно.

Необходимо отметить, что в рассмотренном случае регистрации собственного излучения газа важен учёт затухания радиоволн в самой ячейке. Анализируя выражение (7), нетрудно убедиться, что при $T_0 \gg [T_{\text{ф}}, T_{\text{ш}}]$ оно принимает вид

$$\gamma_{\min} \simeq \frac{1 - e^{\gamma_c}}{Q}\,, \tag{11}$$

то есть при достаточно большом значении γ_c фундаментальный предел чувствительности не реализуется. Здесь не рассматривается в деталях метод измерений с холодной мишенью, поскольку такой эксперимент не ставился.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Схема установки показана на рис. 2. Измерение заключается в сравнении спектров теплового излучения от нагретого эталона **ГЭ** и газоразрядного генератора шума **ГШ**. Излучение последнего попадает на вход радиометра **Р** через ячейку с газом, линия которого исследуется. Переключение входа радиометра на приём излучения какого-либо из источников производится с помощью квазиоптического переключателя **КП**. “Нуль"радиометра регистрируется при замене **ГЭ** на эталон **ХЭ**, имеющий комнатную температуру T_0. Излучение **ХЭ** направляется на вход радиометра вращающимся зеркалом **З**.

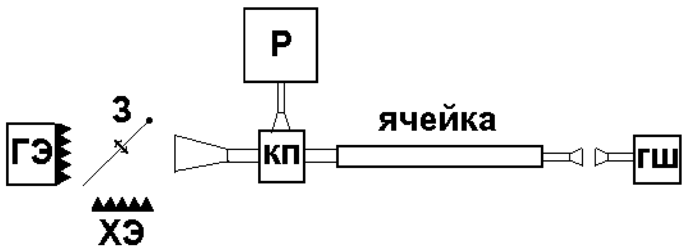


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

На выходе радиометра (описание его см. в [2, 3]) регистрировался спектр в полосе частот шириной $\sim$ 30 МГц с помощью 30-канального фильтрового анализатора. Для выходного сигнала каждого из фильтров можно записать соотношения

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= k_{\rm i}[\,T_{\rm k}e^{-\gamma_1-\gamma_2} + T_0\,(1 - e^{-\gamma_1-\gamma_2})\,]\,, \\ \alpha_2 &= k_{\rm i}T_0\,, \end{aligned} \tag{12}$$

где $k_{\rm i}$ — коэффициент передачи в i-ом канале радиометра; α_1 и α_2 соответствуют приёму излучения горячего и холодного эталонов, а коэффициенты γ_1 и γ_2 учитывают поглощение сигнала на пути от переключателя к радиометру (γ_1) и на пути от эталонов до переключателя (γ_2).

Аналогичное соотношение может быть записано для сигнала **ГШ** (подсветки), прошедшего через ячейку с газом:

$$\alpha_3 = k_{\rm i}[\,T_{\text{ф}}e^{-\gamma_0-\gamma_1-\gamma_\nu} + T_0\,(1 - e^{-\gamma_0-\gamma_1-\gamma_\nu})\,]. \tag{13}$$

Здесь γ_0 — коэффициент поглощения на пути от **ГШ** до переключателя, а γ_ν — искомый коэффициент поглощения в газе на частоте ν.

Комбинируя формулы (12) и (13), находим

$$q_1 = \frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{T_{\text{ф}} - T_0}{T_{\rm k} - T_0}\exp(-\gamma_0 - \gamma_2 - \gamma_\nu). \tag{14}$$

Если ширина исследуемой линии достаточно мала в сравнении с шириной полосы анализа, то можно найти аналогичное q_1 отношение q_2 для частоты, при которой $\gamma_\nu \simeq 0$, и тогда

$$\gamma_\nu \simeq \ln \frac{q_2}{q_1}\,. \tag{15}$$

Следует учитывать, что выведенные выше формулы (12)–(15) справедливы при достаточно слабой частотной зависимости коэффициентов γ_0, γ_1 и γ_2 в полосе анализа.

Перейдём теперь к результатам эксперимента. Исследовалась линия J=7→8 молекулы OCS. Резонансная частота её составляет $\sim$ 97301 МГц. В качестве генератора шума использовалась газоразрядная трубка ГШ–6, эффективная шумовая температура которой в трёхмиллиметровом диапазоне длин волн близка к 2000 К. Температура излучения, прошедшего через ячейку, составляла около 600 К, в то время как двухполосная шумовая температура приёмника радиометра равна 1200 К, т. е. условие $T_{\text{ф}} \gg T_{\text{ш}}$ не выполнялось. В качестве **ГЭ** использовалось “черное тело", нагретое в водяной бане до температуры $\sim$ 100 С. Один из результатов измерения линии OCS по описанной выше методике показан на рис. 3(а,б).

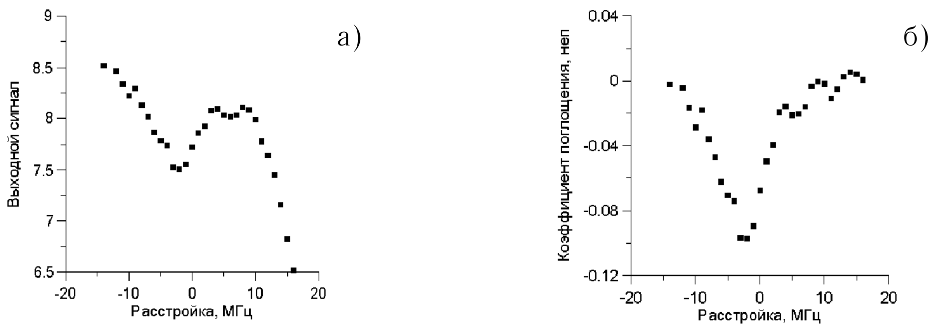


Рис. 3. Примеры измеренных спектров линии OCS.

Рис. 3а представляет результат измерения отношения сигналов на выходе радиометра при регистрации спектров горячего эталона и сигнала подсветки. Время накопления — 15 с. Линия OCS регистрируется на фоне сильного искажения нулевого уровня, что обусловлено резонансом в элементах ячейки. Это проверялось путём измерения того же отношения сигналов помимо ячейки, при этом нулевой уровень достаточно гладок и обнаруживает только слабую частотную зависимость сигнала подсветки.

Рис. 3б получен путём аппроксимации базового уровня в области частот вне линии и последующего вычитания этого уровня. Разброс точек на графике обусловлен различными систематическими погрешностями, в том числе неточностью определения базового уровня. Флуктуационная ошибка при $\Delta t = 15$ с для канала шириной 2 МГц составляет около 0,65 К и пренебрежимо мала. Нулевая расстройка на графиках соответствует частоте 97301 МГц. Наблюдаемое смещение пика линии от этой частоты связано, по-видимому, с неточностью в установке частоты.

На рис. 4 представлен результат усреднения 5-ти подобных приведённой на рис. 3б кривых вместе с данными о среднеквадратичных ошибках измерений. Там же нанесён расчётный лоренцовский контур, аппроксимирующий измеренную линию. Полуширина линии оценивается в 4,5±0,2 МГц, а интенсивность равна 0,082±0,003 неп, что соответствует коэффициенту поглощения газа $\sim 8 \cdot 10^{-4}$см$^{-1}$ (длина ячейки равна 1 м). Чувствительность спектроскопа по коэффициенту поглощения газа составляет $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ см$^{-1}$, что по порядку величины близко технической чувствительности сканирующих спектрометров. По своим параметрам чувствительность радиометрического спектроскопа должна быть, в соответствии с формулой (4), несколько выше достигнутой: $\sim\ 10^{-5}$ см$^{-1}$. Отмеченное расхождение объясняется погрешностями измерений из-за искажений нулевого уровня спектроскопа. Среднеквадратичные отклонения на графике рис. 4 заключаются в пределах $(1 \div 7) \cdot 10^{-3}$ неп со средним значением около $3 \cdot 10^{-3}$ неп. Нижний предел стандарта отклонения как раз соответствует ожидаемой чувствительности спектроскопа.

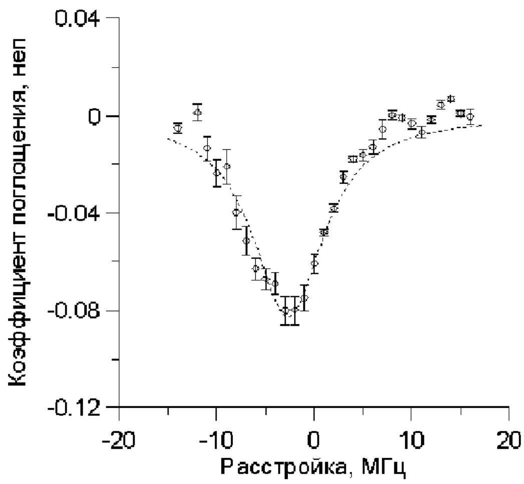


Рис. 4. Усреднённый спектр линии OCS.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предельная чувствительность активного спектрометра существенно выше, чем радиометрического. Однако технические ограничения нивелируют эту разницу. Результаты выполненного исследования показывают достаточную эффективность лабораторного спектроскопа на базе многоканального радиометра, он вполне может конкурировать со сканирующими спектрометрами по чувствительности. Следует отметить, что чувствительность $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ см$^{-1}$ была реализована в относительно неблагоприятных условиях (сильное искажение базовой линии и недостаточная интенсивность сигнала подсветки). Только за счёт устранения этих недостатков чувствительность спектроскопа может быть повышена до $\sim 4 \cdot 10^{-6}$ см$^{-1}$ при $\Delta t = 15$ с.

Преимущества же спектроскопа выявятся при реализации достаточно широкой полосы анализа. В разделе 2 показано, в частности, что чувствительность спектроскопа по оптической толщине линий при атмосферном давлении составляет $\gamma_{\min} \simeq 10^{-5}$ неп при $\Delta t = 10$ с, что соответствует (для ячейки длиной 1 м) чувствительности по коэффициенту поглощения газа $\sim 10^{-7}$ см$^{-1}$. В радиоастрономических спектроскопах применяются акустооптические анализаторы с числом каналов порядка 10^4 и полосой анализа ~ 10 ГГц. Такой анализатор может быть использован не только для измерений широких линий, но и для контроля кинетики химических реакций путём одновременных наблюдений нескольких линий, принадлежащих различным газам.

Дальнейшее повышение чувствительности радиометрического спектроскопа связано с разработкой метода низкотемпературной мишени, что требует применения охлаждаемых приёмных устройств с $T_{\text{ш}} \sim h\nu/k$ и специальных ячеек с $\gamma_{\text{c}} \ll 1$.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 96–02–16988а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вакс В. Л., Герштейн Л. И., Герштейн М. Л. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1984. Т. 27. С. 1344.
2. Шкелев Е. И., Кисляков А. Г., Савельев Д. В. //Приборы и техника эксперимента, 1995. № 6. С. 132.
3. Вакс В. Л., Канаков В. А., Кисляков А. Г., Пелюшенко С. А., Ракуть И. В., Савельев Д. В., Шкелев Е. И. //Вестник ВВО АТН России, 1997. № 3.

Нижегородский госуниверситет,
Институт физики микроструктур
РАН; Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
17 декабря 1997 г.

LABORATORY SPECTROSCOPE ON THE BASIS OF MULTI-CHANNEL RADIOMETER

V. L. Vaks, A. G. Kislyakov, S. I. Pripolzin, D. V. Savel'ev, E. I. Shkelev

The parameters of the microwave spectrometer with parallel spectrum analysis (spectroscope) built on the basis of a multi-channel radiometer are theoretically and experimentally studied. It has been shown, that in the operating mode with a noise sounding signal which temperature exceeds the receiver noise temperature the limit sensitivity of the spectroscope by the gas cell optical thickness is limited by $\gamma_{\min} \simeq 1/Q$ where Q is the system radiometric gain. For a receiver with an extremely low noise temperature and a highly cooled radiator one can rise the spectroscope sensitivity in wave range by two orders.

The sensitivity measurements of 3 mm spectroscope made in the line OCS J=7→8 (frequency $\sim$ 97 GHz) give the value $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ cm^{-1} for the cell length 1 m and time constant 15 s that is comparable with the technical sensitivity limit of scanning spectrometers in the mm wave range. The possibilities to improve the spectroscope parameters are discussed.

УДК 621.37

О ФОРМИРОВАНИИ НАНОСЕКУНДНЫХ РАДИОИМПУЛЬСОВ В АВТОГЕНЕРАТОРЕ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСНОЙ КОМПРЕССИИ СВЧ-ЭНЕРГИИ

С. Н. Артёменко

Исследован вопрос о возможности формирования мощных радиоимпульсов наносекундной длительности путём накопления энергии электромагнитного поля в колебательном контуре автогенератора и последующего быстрого её вывода в нагрузку. Процесс формирования рассмотрен на примере монотрона. Установлена функциональная связь между электрофизическими характеристиками колебательной системы генератора и параметрами формируемых радиоимпульсов. Проанализирован вопрос о КПД и коэффициенте усиления приборов подобного типа.

ВВЕДЕНИЕ

В [1] показана возможность получения мощных радиоимпульсов наносекундной длительности в ламповом СВЧ-автогенераторе методом резонансной компрессии СВЧ-энергии, основанным на накоплении энергии электромагнитного поля в объёмном резонаторе и последующем быстром её выводе в нагрузку [2]. В качестве накопителя энергии в автогенераторе использовался выходной колебательный контур. В [1] также показано, что для эффективной работы такого прибора выходной контур должен иметь длину, значительно превосходящую рабочую длину волны λ. Это связано как с необходимостью согласования характеристик лампы и контура, так и с возможностью получения мощных наносекундных радиоимпульсов только при использовании достаточно больших накопительных объёмов V $(V > \lambda^3)$.

Вместе с тем, очевидно, что из-за конечности времени жизни флуктуаций ВЧ-поля и увеличения времени установления обратной связи в контуре рост размеров контура может существенно затруднить процесс возбуждения колебаний. При формировании наносекундных радиоимпульсов рассматриваемым способом это обстоятельство имеет важное значение, т. к. большинство мощных генераторов работает в импульсном режиме и затягивание процесса возбуждения может привести к ситуации, когда колебания в контуре за время импульса питания не успеют раскачаться. С другой стороны, при формировании радиоимпульсов рассматриваемым способом нет необходимости и в продолжительной работе генератора в установившемся режиме, а достаточно только выйти на этот режим, после чего можно осуществлять вывод накопленной энергии. Это означает, что эффективность формирования наносекундных радиоимпульсов в автогенераторе, в отличие от эффективности генерации излучения в штатном режиме работы прибора, в значительной степени будет определяться динамикой процессов возбуждения и срыва колебания, а не установившимся характером обмена энергией между электронным потоком и колебательной системой.

В известной литературе вопрос о динамике процессов установления и срыва колебаний в автогенераторе при формировании в нём наносекундных радиоимпульсов методом резонансной компрессии СВЧ-энергии не рассматривается. В то же время необходимость его рассмотрения очевидна, т. к. знание динамики процессов позволит ответить на вопрос о перспективности приборов подобного типа и может стимулировать создание источников излучения, способных работать как в штатных режимах традиционных генераторов, так и в режиме генерации коротких и сверхкоротких радиосигналов. Такая совокупность режимов может существенно расширить функциональные возможности источников.

Отметим также, что в литературе отсутствует и необходимый сравнительный анализ основных энергетических характеристик (коэффициента усиления и КПД) традиционных СВЧ-компрессоров с соответствующими характеристиками, которые в состоянии обеспечить автогенератор, совмещённый с СВЧ-компрессором.

В настоящей работе такой анализ выполнен. Кроме того, на примере монотрона исследован процесс формирования наносекундных радиоимпульсов в автогенераторе методом резонансной компрессии СВЧ-энергии. Определён КПД и коэффициент усиления конкретного устройства автогенератора, предназначенного для получения наносекундных радиоимпульсов рассматриваемым методом.

1. ФОРМИРОВАНИЕ В РЕЖИМЕ УСТАНОВИВШИХСЯ КОЛЕБАНИЙ

Прежде чем исследовать динамику процесса формирования, определим КПД и коэффициент усиления рассматриваемых приборов и сравним их с аналогичными характеристиками СВЧ-компрессоров для случая, когда вывод энергии в автогенераторе осуществляется в режиме установившихся колебаний и временем возбуждения колебаний в генераторе можно пренебречь.

Как известно, в установившемся режиме колебательная мощность электронного пучка $P_{\text{к}}$ идёт на компенсацию потерь энергии в стенках резонатора (контуре) $P_{\text{р}}$ и потерь на излучение в нагрузку $P_{\text{г}}$. Поэтому

$$P_{\text{к}} = P_{\text{р}} + P_{\text{г}}\,. \tag{1}$$

Далее, т. к. мощность пучка P и КПД контура генератора $\eta_{\text{к}}$ определяются равенствами $P = IU$ и $\eta_{\text{к}} = 1 - Q_{\text{н}}/Q_0 = \beta/(1+\beta)$, где I, U — ток пучка и напряжение питания, $Q_{\text{н}}$, Q_0 — соответственно нагруженная и собственная добротность контура, β — коэффициент связи контура с нагрузкой, то из (1) для электронного КПД генератора $\eta_{\text{е}}$ имеем

$$\eta_{\text{е}} = \frac{P_{\text{к}}}{P} = \frac{2\alpha P_{\text{б}}}{P(1-\eta_{\text{к}})}\,, \tag{2}$$

где α — постоянная затухания бегущей волны резонатора при двойном его пробеге. Отсюда для мощности бегущей волны резонатора $P_{\text{б}}$, определяющей количество накопленной энергии, а следовательно, и мощность формируемого радиоимпульса, получаем

$$P_{\text{б}} = \frac{\eta_{\text{е}} M_{\text{г}}^2 P}{1+\beta}\,, \tag{3}$$

где $M_{\text{г}}^2 = 1/(2\alpha)$ — коэффициент усиления колебательного контура генератора.

Как видно из (3) при ${M_{\text{г}}}^2 \gg 1$ мощность бегущей волны резонатора может в $\eta_{\text{е}} {M_{\text{г}}}^2/(1+\beta)$ раз превышать мощность пучка. При этом, т. к. обычно $\eta_{\text{к}} = 0{,}5 \div 0{,}8$, то $\beta = 1 \div 4$ и, следовательно, $P_{\text{б}} = \eta_{\text{е}} {M_{\text{г}}}^2 P/(2 \div 5)$. В случае же, когда контур не связан с внешней нагрузкой ($\beta = 0$), из (3) находим

$$P_{\text{б}} = \eta_{\text{е}} {M_{\text{г}}}^2 P\,. \tag{4}$$

Соотношение (4) показывает, что при использовании в автогенераторе для формирования радиоимпульсов высокодобротных медных резонаторов с $M_{\text{г}}^2 \approx 10^2 \div 10^3$ может быть достигнуто превышение мощности бегущей волны резонатора над мощностью пучка в десятки—тысячи раз.

Сравним эффективность формирования наносекундных радиоимпульсов в автогенераторе с КПД СВЧ—компрессора, считая, что в обоих приборах используется один и тот же генератор и эффективность вывода энергии в них одинакова и близка к единице. Тогда для КПД СВЧ—компрессора $\eta_{\text{ф}}$ имеем

$$\eta_{\text{ф}} = \eta_{\text{е}} \eta_{\text{к}} \eta_{\text{н}}\,, \tag{5}$$

где $\eta_{\text{н}}$ — эффективность накопления энергии в резонаторе СВЧ—компрессора ($\eta_{\text{н}} < 0{,}81$ [3], обычно $\eta_{\text{н}} = 0{,}2 \div 0{,}6$). КПД же η_{c} автогенератора, совмещённого с СВЧ—компрессором, определяется как отношение энергии, накопленной в контуре генератора, к энергии, переданной источником питания электронному пучку:

$$\eta_{\text{c}} = \frac{P_{\text{б}} T}{P t_{\text{и}}}\,, \tag{6}$$

где T — время двойного пробега волны вдоль резонатора, $t_{\text{и}}$ — длительность импульса тока пучка. Поэтому из (5) и (6) получаем

$$\frac{\eta_{\text{c}}}{\eta_{\text{ф}}} = \frac{\tau_{\text{г}}\, f(t_{\text{и}})}{\tau_{\text{н}}\eta_{\text{к}}} \approx \frac{\tau_{\text{г}}}{\tau_{\text{н}}\eta_{\text{к}}}\,, \tag{7}$$

где $\tau_{\text{г}}$, $\tau_{\text{н}}$ — постоянные звучания контура генератора и резонатора СВЧ—компрессора, соответственно, $f(t_{\text{и}}) = \dfrac{(1+\beta_1)^2}{4\beta_1\{1-\exp[-(1+\beta_1)t_{\text{и}}/2\tau_{\text{н}}]\}^2}$, β_1 — коэффициент связи резонатора СВЧ—компрессора с питающим трактом. В (7) использовано известное соотношение для эффективности накопления $\eta_{\text{н}} = \dfrac{\tau_{\text{н}}}{t_{\text{и}}\, f(t_{\text{и}})}$ [3].

Из (7) следует, что если $\tau_{\text{г}} > \tau_{\text{н}}\eta_{\text{к}}$, то η_{c} всегда больше $\eta_{\text{ф}}$. Это означает, что в установившемся режиме колебаний при сравнимых значениях добротности контура генератора и резонатора СВЧ—компрессора совмещённый прибор всегда имеет более высокое значение КПД, чем СВЧ—компрессор.

Для сравнения коэффициентов усиления приборов запишем выражения для мощности бегущей волны накопительных резонаторов совмещённого прибора и СВЧ—компрессора, соответственно:

$$P_{\text{б}} = \eta_{\text{e}} M_{\text{г}}^2 P\,, \tag{8}$$

$$P_{\text{бф}} = \eta_{\text{e}}\eta_{\text{к}} M_{\text{н}}^2 P\,, \tag{9}$$

где $M_{\text{н}}^2$ — коэффициент усиления резонатора СВЧ—компрессора. Отсюда находим

$$\frac{P_{\text{б}}}{P_{\text{бф}}} = \frac{M_{\text{г}}^2}{\eta_{\text{к}} M_{\text{н}}^2}\,. \tag{10}$$

По содержанию соотношение (10) аналогично следствию из выражения (7) применительно к коэффициентам усиления приборов.

2. ФОРМИРОВАНИЕ В РЕЖИМЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

2.1. Процесс формирования наносекундных радиоимпульсов в случае, когда временем установления колебаний в генераторе пренебречь нельзя, рассмотрим на примере монотрона, для которого этот процесс может быть рассмотрен наиболее просто. При этом, используя метод матрицы рассеяния [4], исследование проведём для колебательной системы, выполненной в виде прямоугольного волноводного резонатора с сечением $a \times b$ ($a > b$) и элементом вывода энергии в виде интерференционного ключа на основе Н-тройника [2]. Будем также считать, что пучок проходит через резонатор в максимуме электрической составляющей центральной варианты ВЧ-поля. Схематично такое устройство изображено на рис. 1, где *1* — резонатор, *2* — электронный пучок с активной составляющей проводимости y, нормированной на волновую проводимость волновода $1/z$, *3* — интерференционный ключ, К — коммутатор, расположенный в полуволновом закороченном боковом плече тройника на расстоянии четверти длины волны от закоротки и осуществляющий переключение резонатора из режима накопления в режим вывода, 4 — выходная согласованная нагрузка; a_1, a_2, c_1, c_2, c_3 — амплитуды падающих волн, а b_1, b_2, d_1, d_2, d_3 — отражённых. Влиянием реактивной составляющей проводимости пучка пренебрежём.

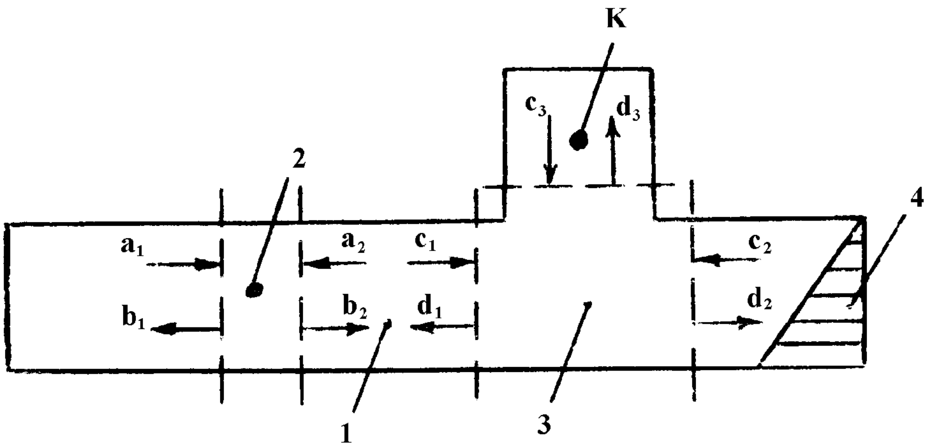


Рис. 1. Схема автогенератора, совмещённого с СВЧ-компрессором.

Согласно методу матрицы рассеяния для амплитуд падающих и отражённых волн в системе можно записать следующие равенства:

$$\begin{vmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{vmatrix} = \frac{1}{2+y} \begin{vmatrix} -y & 2 \\ 2 & -y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/\sqrt{2} \\ 1/2 & -1/2 & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c_1(t) \\ 0 \\ c_3(t) \end{vmatrix}, \tag{11}$$

$c_1(t) = jb_2(t-T/2)\exp(-\alpha/2), a_2(t) = jd_1(t-T/2)\exp(-\alpha/2), c_3(t) == -d_3(t-T_1)\exp(-\delta)$, где $j = \sqrt{-1}$, α, δ — постоянные затухания волн в резонаторе и боковом плече тройника при двойном пробеге ($\delta \ll \alpha \ll 1$), причём α определяется как потерями в стенках резонатора, так и временем жизни τ_0 флуктуации ВЧ-поля ($\alpha = \alpha_0 + T/\tau_0$), T, T_1 — время двойного пробега волн вдоль резонатора и тройника, соответственно ($T_1 \ll T$). Отсюда для волны с амплитудой $b_2(t)$, характеризующей уровень накопленной энергии, находим

$$b_2(t+T/2) = \frac{(2-y)[1+\exp(-\delta)]\exp(-\alpha)b_2(t-T/2)}{2(2+y)}, \tag{12}$$

а для волны на выходе резонатора

$$d_2(t) = \frac{j\{[1-\exp(-\delta)]\exp(-\alpha)b_2(t-T/2)\}}{2}. \tag{13}$$

Из (13) видно, что при $\delta \ll 1$ $d_2(t) \approx j\delta b_2(t)/2 \ll b_2(t)$, т. е. резонатор в этом случае практически закрыт.

Рассмотрим процесс накопления энергии. Для этого, разлагая в (12) $b_2(t \pm T/2)$ в ряд по $T/2$ и ограничиваясь только его линейным членом (мажорируя ряд геометрической прогрессией нетрудно показать, что остаточная сумма ряда мала по сравнению с линейным членом), преобразуем (12) в приближённое дифференциальное уравнение вида

$$db_2/dt + b_2/\tau = 0\,, \tag{14}$$

где $\tau = \dfrac{T\{1+(2-y)[1+\exp(-\delta)]\exp(-\alpha)/[2(2+y)]\}}{2\{1-(2-y)[1-\exp(-\delta)]\exp(-\alpha)/[2(2+y)]\}}$. Из (14) следует, что условием нарастания амплитуды волны $b_2(t)$ (условием накопления энергии) является выполнение неравенства

$$\alpha < -y\,. \tag{15}$$

Для монотрона $y = IzF(\vartheta_0)/(2U)$ [5], где z — волновое сопротивление волновода, $F(\vartheta_0)$ — функция угла пролёта электронов ϑ_0, определяющая активную входную проводимость пролётного зазора, $F(\vartheta_0) \approx (2-\vartheta_0)/\vartheta_0^2$, $\vartheta_0 = 5\pi/2,\ 9\pi/2, \ldots$ Поэтому неравенство (15) приобретает следующий вид:

$$I > I_{\text{п}} = \frac{2U\alpha}{z|F(\vartheta_0)|}\,, \tag{16}$$

где $I_{\text{п}}$ — пусковой ток монотрона.

Для выяснения характера переходного процесса при возбуждении колебаний в контуре необходимо учесть зависимость угла пролёта от амплитуды ВЧ-поля. Можно показать, что в общем случае входная активная проводимость пролётного зазора определяется выражением $y = zI\ \dfrac{2-[2\cos\vartheta_0 + (\vartheta_0+\Delta\vartheta)\,\mathrm{sin}}{}$

где $\Delta\vartheta$ — изменение угла пролёта при взаимодействии электронов с полем резонатора, причём

$$\Delta\vartheta_{1,2} = -\frac{\pm(U_1/2U)}{1 \pm U_1/2U\vartheta_0} \quad — \tag{17}$$

приближённые корни уравнения

$$\Delta\vartheta^2 = \frac{U_1^2[(1+\Delta\vartheta/\vartheta_0)^2 - 2(1+\Delta\vartheta/\vartheta_0)\cos\Delta\vartheta]}{4U^2}\,. \tag{18}$$

В (17) и (18) U_1 — амплитуда переменной составляющей напряжения на зазоре. Как следует из (17), даже при $U_1 \approx 2U$, что практически нереализуемо, $\Delta\vartheta_{1,2} \approx 1$. Поэтому в выражении для y $\sin\Delta\vartheta$ и $\cos\Delta\vartheta$ можно разложить в ряд по $\Delta\vartheta$, ограничившись слагаемыми ряда с порядком не выше второго. При этом для y получаем

$$y \approx Iz[F(\vartheta_0) + F''$$

$(\vartheta_0)\Delta\vartheta^2/2]\dfrac{}{2U \approx Iz\left[\frac{2-\vartheta_0}{\vartheta_0^2} + \frac{\Delta\vartheta^2}{2\vartheta_0}\right].(19)}$

Первый корень уравнения (17) соответствует случаю ускорения электронов и для исследуемой проблемы не представляет интереса. Поэтому рассмотрим только случай, когда $\Delta\vartheta > 0$. Предварительно заметим, что U_1 и b_2 связаны соотношением $U_1 = \sqrt{2zb/a}\,b_2$. В силу этого уравнение (14) с учётом (17), (19) запишется следующим образом:

$$\frac{db_2}{dt} + \frac{b_2[A + BC^2b_2^2/(1-\varepsilon Cb_2)^2]}{T} = 0\,, \tag{20}$$

где $A = (1-k)\alpha$, $B = \dfrac{k\vartheta_0\alpha}{2(\vartheta_0-2)}$, $\mathrm{C} = \dfrac{\sqrt{2zb/a}}{U}$, $k = \dfrac{I}{I_{\text{п}}}$, $\varepsilon = \dfrac{1}{\vartheta_0}$.

Интегрирование уравнения (20) даёт приближённое решение вида

$$b_2(t) = \frac{A\varepsilon^2G^2g(t) + \sqrt{\dfrac{A^2\varepsilon^4G^4g^2(t)}{C^2B^2} - \dfrac{AG^2g(t)[1+G^2g(t)]}{C^2B}}}{1+G^2g(t)}\,, \tag{21}$$

где $g(t) = \exp(2\gamma t)$, $G^2 = -\dfrac{b_{20}^2}{b_{20}^2 - 2A\varepsilon b_{20}/(CB) + A/(C^2B)}$, $b_{20} = b_2(0)$ — амплитуда начальной флуктуации ВЧ-поля, $\gamma = (k-1)\alpha/T$ — инкремент нарастания амплитуды колебаний. При $\varepsilon \to 0$ из (21) находится решение в приближении малых амплитуд ($U_1 \ll U$):

$$b_2^2(t) = -\frac{AG_1^2 \exp(2\gamma t)}{C^2B[1 + G_1^2 \exp(2\gamma t)]}\,, \tag{22}$$

где $G_1^2 = -b_{20}^2 C^2 B/(A + C^2 B b_{20}^2)$.

Из выражения для инкремента нарастания γ следует, что при увеличении длины накопительного резонатора для сохранения характерного времени нарастания амплитуды колебаний рабочий ток пучка необходимо увеличить во столько раз, во сколько раз увеличена длина резонатора.

На рис. 2 линиями *1* изображены зависимости мощности бегущей волны резонатора от числа пробегов волны вдоль резонатора для различных значений параметра k при напряжении питания $U = 3 \cdot 10^3$ В, рабочей частоте $f = 9{,}4$ ГГц и значениях $\alpha = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ дБ, $\vartheta_0 = 5\pi/2$, $a = 2{,}3$ см, $b = 0{,}4$ см. Зависимости построены на основе выражения (21). На этом же рисунке линиями *2* изображены аналогичные зависимости для случая приближения малых амплитуд. Как видно из рисунка, при фиксированном значении α амплитуда колебаний нарастает тем быстрее, чем больше значение параметра k. Из рисунка также видно, что для заданной величины рабочего тока время нарастания, определяемое решением уравнения (20) в форме (21) и (22), практически одинаково. Это обстоятельство будет использовано ниже при нахождении максимального значения КПД монотрона, совмещённого с СВЧ—компрессором.

Стационарное значение мощности бегущей волны резонатора следует из (20) и (21) как предел квадрата выражения (21) при $t \to \infty$:

$$P_б = \frac{b_2^2(\infty)}{2} = \frac{U^2 a(1-1/k)\,(1-2/\vartheta_0)\,\psi(k,\vartheta_0)}{2zb}\,, \tag{23}$$

где $\psi(k,\vartheta_0) = \dfrac{1}{\left(\sqrt{1 + \dfrac{2(1-1/k)(1-2/\vartheta_0)}{\vartheta_0^2}} + \dfrac{\sqrt{2(1-1/k)(1-2/\vartheta_0)}}{\vartheta_0}\right)^2}$.

2.2. Теперь рассмотрим процесс вывода энергии, который осуществляется после того, как амплитуда волны $b_2(t)$ достигла значения, близкого к стационарному. При этом будем считать, что в момент срабатывания коммутатора фаза волны $c_3(t)$ мгновенно изменяется на величину φ. Поэтому соотношение между амплитудами волн $c_3(t)$ и $d_3(t)$ в (11) запишется так:

$$c_3(t+0) = -d_3(t - T_1 + 0)\exp(-\delta - j\varphi). \tag{24}$$

Используя (11) и (24), можно показать, что процесс вывода описывается дифференциальным уравнением, совпадающим по виду с уравнением (14):

$$\frac{dd_2}{dt} + \frac{d_2}{\tau_1} = 0\,, \tag{25}$$

где $\dfrac{1}{\tau_1} = \operatorname{Re}\dfrac{1}{\tau_1} + j\operatorname{Im}\dfrac{1}{\tau_1}$, причём $\operatorname{Re}\dfrac{1}{\tau_1} = \dfrac{2\left[1 - \left(\frac{2-y}{2+y}\right)^2\right]\exp(-2\alpha)p(\varphi)}{T\,r(\varphi)}$, $\operatorname{Im}\dfrac{1}{\tau_1} = \dfrac{2\left(\frac{2-y}{2+y}\right)\exp(-\alpha-\delta)\sin\varphi}{r(\varphi)}$,
$p(\varphi) = \dfrac{1 - 2\exp(-\delta)\cos\varphi + \exp(-2\delta)}{2}$, $r(\varphi) = 1 + \left(\dfrac{2-y}{2+y}\right)\exp\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right)\left[s(\varphi) + \left(\dfrac{2-y}{2+y}\right)\exp\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right)p(\varphi)\right]$,

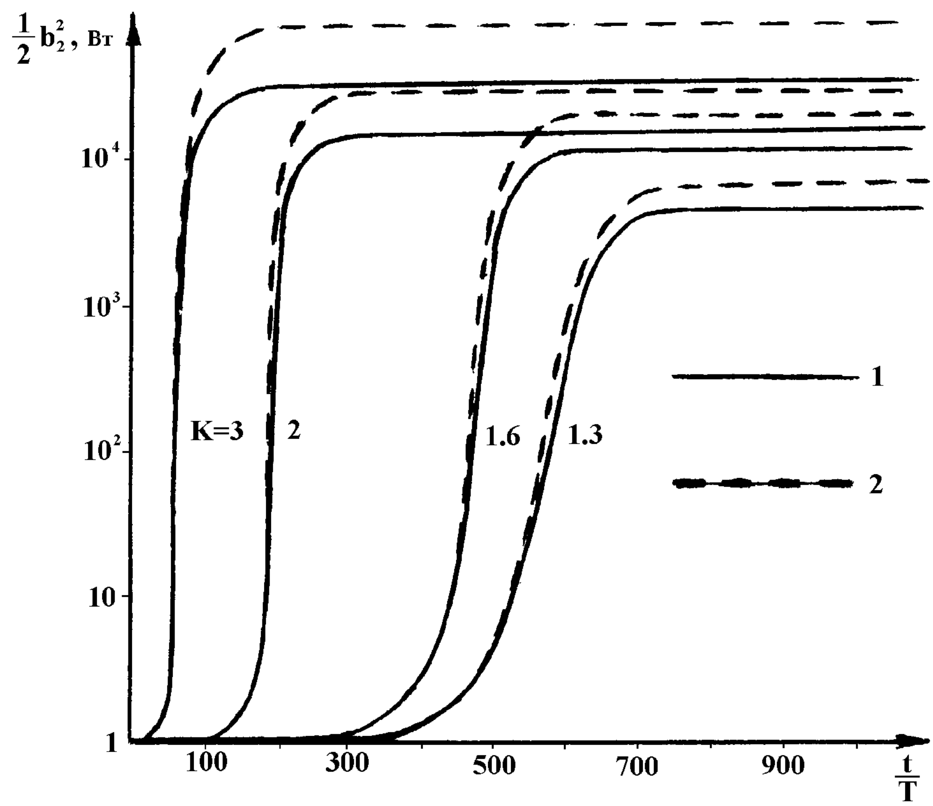


Рис. 2. Зависимости мощности бегущей волны колебательного контура генератора от числа пробегов волны вдоль контура при различных значениях рабочего тока.

$s(\varphi) = = \dfrac{1+\exp(-\delta)\cos\varphi}{2}$. Из (25) находим

$$d_2(t) = d_2(0)\exp\left\{-\left[\mathrm{Re}\left(\frac{1}{\tau_1}\right) + j\,\mathrm{Im}\left(\frac{1}{\tau_1}\right)\right]t\right\}, \tag{26}$$

где $d_2(0) = b_2(\infty)\exp(-\alpha/2)\dfrac{1-\exp(-\delta-j\varphi)}{2}$.

Как следует из (26) амплитуда и огибающая сформированного на выходе прибора радиосигнала определяется амплитудой бегущей волны резонатора и величиной угла φ. При $\varphi \approx 0$ тройник закрыт и излучения энергии в нагрузку практически не происходит. В случае же, когда $\varphi = \pi$, наоборот, тройник полностью открывается и на выходе генерируется радиоимпульс с амплитудой, равной амплитуде волны $b_2(\infty)$ и длительностью, сравнимой с временем двойного пробега волны вдоль резонатора:

$$d_2(t) = b_2(\infty)\exp\left(-t\,\mathrm{Re}\,\frac{1}{\tau_1}\right) = b_2(\infty)\exp\left(-\frac{2t}{T}\right). \tag{27}$$

Кроме того, в этом случае нарушается условие генерации колебаний, т. к. условие (15) трансформируется в заведомо невыполнимое

$$-y > \frac{4}{\delta^2} \gg 1, \tag{28}$$

означающее, что при открывании тройника рабочий ток становится много меньше пускового. Если же тройник открывается не полностью, т. е. угол φ находится в интервале $0 < \varphi < \pi$, то, согласно (25), сформированный сигнал удлиняется, падает его амплитуда и огибающая сигнала модулируется синусоидой. Очевидно, что выбором угла φ можно обеспечить работу прибора в штатном режиме обычного генератора.

2.3. Определим коэффициент усиления и КПД совмещённого монотрона при формировании наносекундных радиоимпульсов в режиме возбуждения колебаний, считая, что вывод энергии осуществляется после того, как амплитуда колебаний практически достигла стационарного значения. В этом случае из (16) и (23) для коэффициента усиления прибора $M_{\text{с}}^2$ получаем

$$M_{rm\text{с}}^2 = \frac{P_{\text{б}}}{P} = \eta_{\text{ем}} M_{\text{г}}^2\,, \tag{29}$$

где $\eta_{\text{ем}} = \dfrac{2a(1-1/k)(1-2/\vartheta_0)^2\,\psi(k,\vartheta_0)}{kb\vartheta_0}$ — электронный КПД монотрона. Можно показать, что $\eta_{\text{ем}}$ имеет максимум по k при $k = 2$. При этом $\eta_{\text{ем}\max} = 16{,}4\%$. Для прибора рассмотренной конструкции коэффициент усиления $M_{\text{с}}^2$ невелик из-за низких значений $\eta_{\text{ем}}$ и $M_{\text{г}}^2$ и не превышает $7 \div 8$ дБ. Однако увеличение $M_{\text{г}}^2$ до 10^3 может повысить $M_{\text{с}}^2$ до 23 дБ.

КПД $\eta_{\text{с}}$ совмещённого прибора определим, используя соотношение (6), которое в развёрнутом виде запишется следующим образом:

$$\eta_{\text{с}} = \frac{\eta_{\text{ем}}(k,\vartheta_0)\tau_{\text{г}} G_1^2 \exp[(k-1)t_{\text{и}}/\tau_{\text{г}}]}{t_{\text{и}}\{1 + G_1^2 \exp[(k-1)t_{\text{и}}/\tau_{\text{г}}]\}}\,. \tag{30}$$

Выражение (30) для $\eta_{\text{с}}$ имеет максимум по $t_{\text{и}}$ при фиксированном k и максимум по k при фиксированном $t_{\text{и}}$. Используя (22), нетрудно показать, что оптимальные значения $t_{\text{и}}$ и k следуют из решения уравнений вида

$$G_1^2 \exp(2\gamma t_{\text{и}}) - 2\gamma t_{\text{и}} + 1 = 0, \tag{31}$$

$$(2-k) G_1^2 [\exp(2\gamma t_{\text{и}}) - 1] - (k-1)(G_1^2+1)\left[1 - \frac{(2\gamma + 1/\tau_{\text{г}})t_{\text{и}}}{G_1^2+1}\right] = 0 \tag{32}$$

и соответствуют выходу мощности бегущей волны на уровень $\approx 0{,}92$. При этом по мере увеличения рабочего тока $\eta_{\text{с}\max}$, в отличие от $\eta_{\text{ем}}$, монотонно растёт. Кривые зависимостей $\eta_{\text{с}\max}$ и $\eta_{\text{ем}}$ от параметра $k = I/I_{\text{п}}$ приведены на рис. 3. Как видно из рисунка, при $k > 6$ $\eta_{\text{с}\max} \approx 0{,}3\eta_{\text{е}\max}$ и далее, по мере роста k, практически не изменяется. Это означает, что КПД монотрона, совмещённого с СВЧ–компрессором, не будет превышать $4 \div 6\%$. Кроме того, при этом из-за увеличения k снижается $\eta_{\text{ем}}$ и, соответственно, $M_{\text{с}}^2$.

Для получения более высоких характеристик прибора необходимо использовать более эффективные, чем монотрон, генераторы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше исследован вопрос о возможности формирования мощных наносекундных радиоимпульсов в автогенераторе методом резонансной компрессии СВЧ–энергии. В частности, проведено сравнение коэффициента усиления и КПД СВЧ–компрессора и автогенератора, совмещённого с СВЧ–компрессором. Показано, что в режиме установившихся колебаний при сравнимых значениях добротности накопительных резонаторов совмещённый прибор может иметь более высокие, чем СВЧ–компрессор, значения КПД и коэффициента усиления. На примере монотрона рассмотрен процесс формирования наносекундых радиоимпульсов в автогенераторе исследуемым методом. Представляется очевидным,

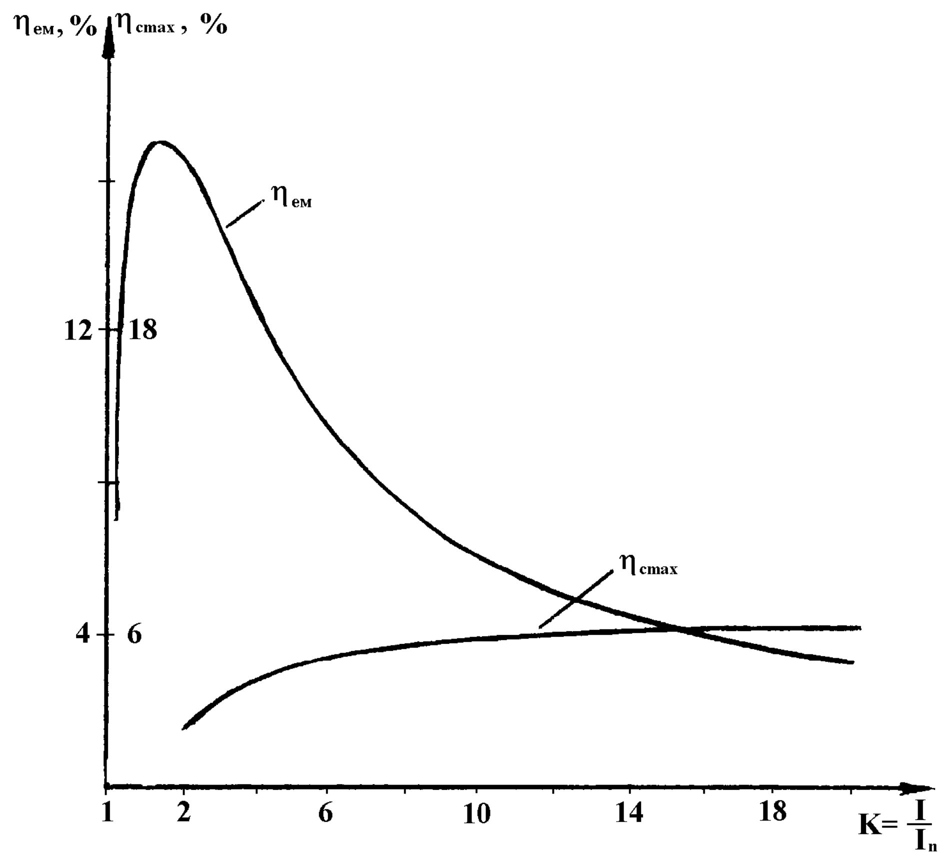


Рис. 3. Зависимости электронного КПД η_e монотрона и КПД η_c монотрона, совмещённого с СВЧ-компрессором, от величины рабочего тока.

что из-за низкого значения КПД монотрона рассмотренной конструкции его применение для формирования мощных наносекундных радиоимпульсов на практике вряд ли будет оправданным. Вместе с тем, полученные результаты позволяют сделать несколько общих выводов, применимых и к совмещённым приборам на основе более эффективных генераторов, например, диотрона [6], пролётного клистрона либо магнетрона.

Так из рассмотрения следует, что совмещённый прибор должен быть приблизительно на порядок более сильноточным и иметь длительность импульса тока приблизительно на порядок меньше, чем генератор, питающий СВЧ—компрессор. Меньшая длительность импульса тока может позволить работать при более высоких, чем в обычных генераторах, напряжениях питания. По оценкам такой режим питания может обеспечить мощность бегущей волны в резонаторе прибора $\sim 0{,}1 \div 10$ ГВт при токе пучка $\sim 10^2 \div 10^3$ А, рабочем напряжении $\sim 10^5 \div 10^6$ В и электронном КПД $\sim 0{,}5$. При этом средняя потребляемая прибором мощность сохранится на уровне, близком к уровню мощности, потребляемой обычными генераторами с выходной импульсной мощностью $\sim 1 \div 10^2$ МВт, при общем КПД совмещённого прибора $\approx 15 \div 20\%$.

Представляется возможным совмещение СВЧ—компрессора с релятивистскими генераторами типа релятивистского монотрона [7—10] или виркатора [11], которые, хотя и не имеют достататочно высоких значений КПД, вместе с тем отличаются простотой конструкций и высокой устойчивостью к характеристикам элетродинамической системы генератора.

Выбором величины связи с внешней нагрузкой совмещённый прибор может быть переведён в штатный режим работы обычного генератора.

В заключение автор благодарит Ю. Г. Юшкова за поддержку и интерес к работе, а также В. А. Августиновича за полезные замечания при обсуждении её результатов.

Работа выполнена при поддержке Международного Научного Фонда и РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артёменко С. Н., Каминский В. Л., Юшков Ю. Г. //ЖТФ, 1992. Т. 62. № 8. С. 138.
2. Диденко А. Н., Юшков Ю. Г. Мощные СВЧ–импульсы наносекундной длительности. — М.: Энергоатомиздат, 1984. – 112 с.
3. Бараев С. В., Коровин О. П. //ЖТФ, 1980. Т. 50. № 11. С. 2465.
4. Альтман Дж. Устройства СВЧ. — М.: Мир, 1968. – 487 с.
5. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ. Т. 2. — М.: Высшая школа, 1972. – 375 с.
6. Кураев А. А., Синицын А. К. //РиЭ, 1997. Т. 42. № 2. С. 214.
7. Юлпатов В. К. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1970. Т. 13. № 12. С. 1784.
8. Сморгонский А. В. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1973. Т. 16. № 1. С. 150.
9. Рухадзе А. А., Северьянов В. В. //ЖТФ, 1991. Т. 62. № 12. С. 99.
10. Александров А. Ф., Кубарев В. А., Черепенин В. А. //ЖТФ, 1993. Т. 63. № 10. С. 116.
11. Диденко А. Н., Жерлицын А. Г., Мельников Г. В. и др. //ДАН СССР, 1989. Т. 309. № 5. С. 1117.

Научно–исследовательский
институт ядерной физики при
Томском политехническом
университете, Россия

Поступила в редакцию
24 июля 1997 г.

FORMATION OF NANOSECOND MICROWAVE PULSES IN AUTOGENERATOR BY RF–ENERGY RESONANCE COMPRESSION

S. N. Artemenko

There have been presented the results of the investigation of the problem of powerful microwave pulse formation by the storage of RF-energy in the autogenerator oscillatory circuit with its further fast extraction onto the external load. The process of formation is considered by the example of a monotron. The functional link between the characteristics of autogenerator oscillating system and the parametres of output pulses has been determined. The efficiency and power gain of such devices have been analysed.

УДК 621.371

ПРОХОДНОЙ ВОЛНОВОДНЫЙ РЕЗОНАТОР С ДИССИПАТИВНЫМ И ПОЛЯРИЗАЦИОННО–ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТАМИ

О. В. Бондаренко, В. Б. Казанский

Рассматривается дифракция E_p- и H_p-волн на скачкообразном неоднородном расширении плоского волновода. Резонансный объём состоит из магнитодиэлектрических слоёв, резистивной плёнки и решётки параллельных металлических лент. Его собственные режимы определяются на основе двусторонних эквивалентных граничных условий, а характеристики рассеяния — методом моментов. Решение представлено бесконечными системами линейных алгебраических уравнений второго рода.

Решётка существенно увеличивает добротность на запертых модах колебаний для H_p-волн, уменьшает их скорость распространения, по-разному влияет на степень внутримодового ($E_p \leftrightarrows E_n$, $H_p \leftrightarrows H_n$) преобразования полей. При средних значениях проводимости резистивная плёнка вносит малые диссипативные потери, сохраняя характер дисперсионных зависимостей, селективно воздействует на добротность запертых мод колебаний. При этом переход между режимами распространения и затухания не имеет чёткой границы на частотной шкале.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ПОЛЯ

Исследуемая система представляет собой расширение плоского волновода длиной L, заполненное тремя магнитодиэлектрическими слоями с проницаемостями ε_j, μ_j ($j = 1, 2, 3$). Толщина первого слоя b_1 совпадает с размерами подводящего волновода, а толщины второго и третьего равны соответственно b_2 и b_3 ($b_2 + b_3 = \Delta$). На границе $y = 0$ ($0 \le z \le L$) регулярным образом нанесены бесконечно тонкие идеально проводящие ленты с периодом l и зазором d. Их образующие ориентированы вдоль оси $0x$. Предполагается, что период решётки намного меньше длины волны ($æ = l/\lambda \ll 1$). Между двумя другими слоями ($y = -b_2$) находится тонкая (толщина меньше глубины скин-слоя) резистивная плёнка с эквивалентной проводимостью Y_σ. Входной ($z < 0$) и выходной ($z > L$) волноводы заполнены одинаковой средой с проницаемостями ε_0, μ_0. Вся структура однородна вдоль оси $0x$ (рис. 1).

Решается задача дифракции E_p- и H_p-волн согласно классификации [1]. В отсутствие их взаимного преобразования (частая решётка, $æ = l/\lambda \ll 1$) рассеянные поля принадлежат к типу возбуждающего поля. Решение ищется в классе продольных волн, описываемых электрическим ($s = e$) и магнитным ($s = h$) векторными потенциалами: $\vec{E}^e = -\operatorname{rot}\vec{y}_0\Pi^e$, $\vec{H}^h = \operatorname{rot}\vec{y}_0\Pi^h$ [2, 3]. В полубесконечных волноводах ($z \le 0$, $z \ge L$) последние имеют вид:
для E-волн —

$$\Pi^e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{Y_0^e}}{\gamma_0} \left\{ \begin{array}{c} \delta_n^p \exp(i\gamma_0 z) + R_{np}^e \exp(-i\gamma_0 z) \\ T_{np}^e \exp(i\gamma_0 z) \end{array} \right\} \sqrt{\frac{2}{b_1}} \cos\left(\frac{\pi n y}{b_1}\right), \tag{1а}$$

для H-волн —

$$\Pi^h = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_0 \sqrt{Y_0^h}} \left\{ \begin{array}{c} \delta_n^p \exp(i\gamma_0 z) + R_{np}^h \exp(-i\gamma_0 z) \\ T_{np}^h \exp(i\gamma_0 z) \end{array} \right\} \sqrt{\frac{2}{b_1}} \sin\left(\frac{\pi n y}{b_1}\right), \tag{1б}$$

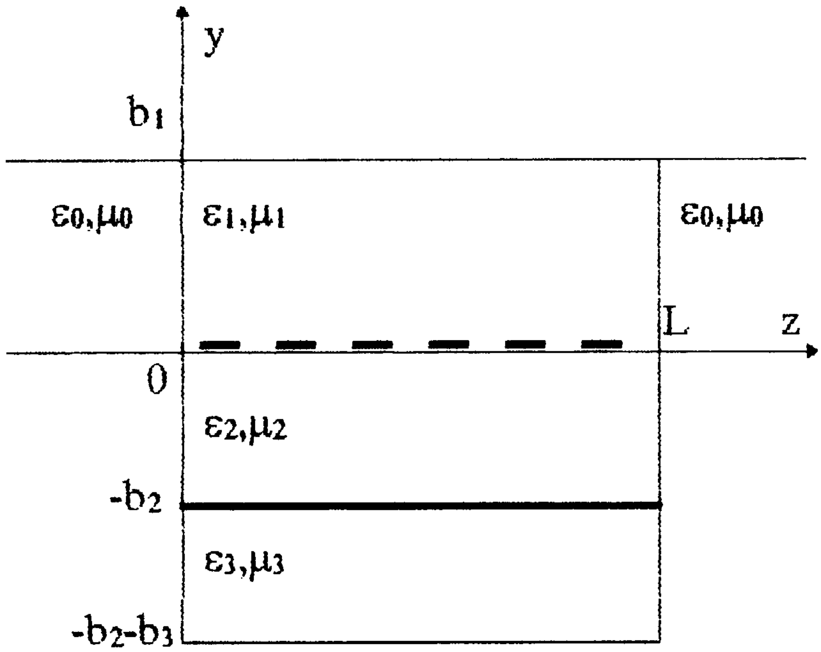


Рис. 1.

где $\gamma_0 = \sqrt{k^2\varepsilon_0\mu_0 - (\pi n/b_1)^2}$, $Y_0^e = k\varepsilon_0/\gamma_0$, $Y_0^h = \gamma_0/k\mu_0$ — волновые проводимости. Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$.

В резонансной области $(0 < z < L)$

$$\Pi_j^s = \sum_n^\infty \frac{1}{\gamma} \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{Y_j^e} \\ 1/\sqrt{Y_j^h} \end{array} \right\} (C_n^s \exp(i\gamma_0 z) + D_n^s \exp(-i\gamma_0 z))\, \Phi_{nj}^s(y), \tag{2}$$

$$j = 1,\, 2,\, 3\, \ldots,$$

где собственные поперечные функции равны:
для E-волн —

$$\Phi_{nj}^e = \frac{1}{N^e} \begin{cases} \cos[k_{y1}(y - b_1)], & 0 \le y \le b_1, \\ A_2^e \cos(k_{y2}y) + B_2^e \sin(k_{y2}y), & -b_2 \le y \le 0, \\ A_3^e \cos[k_{y3}(y - \Delta)], & -\Delta \le y \le -b_2, \end{cases} \tag{3а}$$

для H-волн —

$$\Phi_{nj}^h = \frac{1}{N^h} \begin{cases} \sin[k_{y1}(y - b_1)], & 0 \le y \le b_1, \\ A_2^h \cos(k_{y2}y) + B_2^h \sin(k_{y2}y), & -b_2 \le y \le 0, \\ A_3^h \cos[k_{y3}(y - \Delta)], & -\Delta \le y \le -b_2. \end{cases} \tag{3б}$$

Здесь постоянная распространения $\gamma = \sqrt{k^2\varepsilon_j\mu_j - k_{yj}^2}$ подлежит определению, $Y_j^e = k\varepsilon_j/\gamma$, $Y_j^h = \gamma_j/k\mu_j$, а нормирующие множители равны

$$(N^s)^2 = \frac{b_1}{2} \pm \frac{\sin(2k_{y1}b_1)}{4k_{y1}} + (A_2^s)^2 \left(\frac{b_2}{2} + \frac{\sin(2k_{y2}b_2)}{4k_{y2}}\right) +$$

$$+(B_2^s)^2\left(\frac{b_2}{2}-\frac{\sin(2k_{y2}b_2)}{4k_{y2}}\right)-A_2^sB_2^s\frac{[\sin(k_{y2}b_2)]^2}{4k_{y2}}+(A_3^s)^2\left(\frac{b_3}{2}\pm\frac{\sin(2k_{y3}b_3)}{4k_{y3}}\right),$$

Верхний знак относится к H- $(s=h)$, нижний — $(s=e)$ к E-волнам.

2. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Неизвестные коэффициенты A_j^s и B_j^s и постоянная распространения γ находятся из решения задачи распространения волн. Частая решётка ($æ = l/\lambda \ll 1$), как анизотропно проводящая плёнка, описывается эквивалентными двусторонними граничными условиями типа Вайнштейна–Сивова [4, 5]:

$$H_{z1}-H_{z2}=2U^+E_{x2},\quad H_{x1}-H_{x2}=-2U^-E_{z2},\quad E_{\mathrm{tg}\,1}=E_{\mathrm{tg}\,2},$$

где $U^+=(\mu_0+\mu_1)/2iæ\ln\dfrac{1+u}{2}$; $U^-=0{,}5i(\varepsilon_0+\varepsilon_1)æ\ln\dfrac{1-u}{2}$; $u=\cos(\pi d/l)$.

На резистивной плёнке ($y=b_2$) тангенциальные составляющие напряжённости электрического поля непрерывны, а магнитного — терпят скачок [6]:

$$H_{z2}-H_{z3}=Y_\sigma E_{x2},\quad H_{x2}-H_{x3}=-Y_\sigma E_{z2}.$$

Их применение определяет дисперсионные уравнения относительно постоянных распространения и соотношение между коэффициентами $A,\ B$:

$$2Y_p^s=Y_{\perp1}^s\operatorname{ctg}(k_{y1}b_1)+\frac{Y_{\perp3}^s\operatorname{ctg}(k_{y3}b_3)-iY_\sigma-Y_{\perp2}^s\operatorname{tg}(k_{y2}b_2)}{\operatorname{tg}(k_{y2}b_2)[Y_{\perp3}^s\operatorname{ctg}(k_{y3}b_3)-iY_\sigma]/Y_{\perp2}^s+1}, \tag{4}$$

где

$$Y_p^s=\begin{cases} iU^+, & s=h,\\ iU^-, & s=e,\end{cases}\qquad Y_{\perp n}^h=k_{yn}/k\mu_n,\quad Y_{\perp n}^e=k\varepsilon_n/k_{yn},$$

$$B_2^e=\frac{\varepsilon_2k_{y1}}{\varepsilon_1k_{y2}}\sin(k_{y1}b_1),\quad A_2^e=-2U^-i\frac{k_{y1}}{\varepsilon_1k}\sin(k_{y1}b_1)+\cos(k_{y1}b_1),$$

$$A_3^e=\frac{-\varepsilon_3k}{k_{y3}\sin(k_{y3}b_3)}[A_2^e\sin(k_{y2}b_2)+B_2^e\cos(k_{y2}b_2)],$$

$$A_2^h=-\sin(k_{y1}b_1),\quad B_2^h=-\left(2U^+i+\frac{K_{y1}}{\mu_1k}\operatorname{ctg}(k_{y1}b_1)\right)\frac{k\mu_2}{k_{y2}}\cos(k_{y1}b_1),$$

$$A_3^h=\frac{1}{\sin(k_{y3}b_3)}\left[A_2^h\cos(k_{y2}b_2)-B_2^h\sin(k_{y2}b_2)\right].$$

Полученные зависимости позволяют решить задачу дифракции волн.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Условия на границах $z=0$ и $z=L$ приводят к системам функциональных уравнений относительно коэффициентов отражения и прохождения. Используя метод моментов [7, 8], после ряда тождественных преобразований получаем две независимые бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода:

для E-волн —

$$X_n^e - \sum_{m=0}^{\infty} X_m^e \sum_{j=0}^{\infty} \frac{Y_{1j}^e}{\sqrt{Y_{0m}^e Y_{0n}^e}} \frac{L_{mj}^e L_{nj}^e}{\operatorname{th}\frac{i\gamma(m)L}{2}} = -2\delta_p^n\,,$$
$$Y_n^e - \sum_{m=0}^{\infty} Y_m^e \sum_{j=0}^{\infty} \frac{Y_{1j}^e}{\sqrt{Y_{0m}^e Y_{0n}^e}} \frac{L_{mj}^e L_{nj}^e}{\operatorname{cth}\frac{i\gamma(m)L}{2}} = 2\delta_p^n\,, \tag{5а}$$

где

$$L_{nm}^e = \frac{k_{y1}(m)\sin[k_{y1}(m)b_1]}{(\pi n/b_1)^2 - [k_{y1}(m)]^2} \frac{\sqrt{2/b_1}}{N_m^e}\,,$$

$$X_n^e = T_{np}\exp(i\gamma_0 L) - R_{np} - \delta_{np}\,, \quad Y_n^e = T_{np}\exp(i\gamma_0 L) + R_{np} + \delta_{np}\,;$$

для H-волн —

$$X_n^h - \sum_{m=1}^{\infty} X_m^h \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Y_{1j}^h}{\sqrt{Y_{0m}^h Y_{0n}^h}} \frac{L_{mj}^h L_{nj}^h}{\operatorname{cth}\frac{i\gamma(m)L}{2}} = 2\delta_p^n\,,$$
$$Y_n^h - \sum_{m=1}^{\infty} Y_m^h \sum_{j=1}^{\infty} \frac{Y_{1j}^h}{\sqrt{Y_{0m}^h Y_{0n}^h}} \frac{L_{mj}^h L_{nj}^h}{\operatorname{th}\frac{i\gamma(m)L}{2}} = -2\delta_p^n\,, \tag{5б}$$

где

$$L_{nm}^h = \frac{(\pi n/b_1)\sin[k_{y1}(m)b_1]}{(\pi n/b_1)^2 - [k_{y1}(m)]^2} \frac{\sqrt{2/b_1}}{N_m^h}\,,$$

$$X_n^h = T_{np}\exp(i\gamma_0 L) - R_{np} + \delta_{np}\,, \quad Y_n^h = T_{np}\exp(i\gamma_0 L) + R_{np} - \delta_{np}\,.$$

Структура этих СЛАУ-2 имеет традиционный для решения задач дифракции на скачкообразных неоднородностях вид [7, 8]. В данном случае их особенность — наличие постоянной распространения, которая находится из двусторонних эквивалентных граничных условий.

4. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для наглядности анализа считаем, что среды заполнения не имеют диссипативных потерь ($\mathrm{Im}(\varepsilon_i) = \mathrm{Im}(\mu_i) = 0$). Низшим типом волны ($n = 0$) в плоском волноводе, согласно принятой классификации, является E_0-волна (T-волна). Если в однородном волноводе ($z < 0$, $z > L$) её скорость распространения не зависит от частоты, то в резонансной области — это функция материальных и геометрических параметров неоднородного волновода и частоты. Это связано с тем, что первый ($n = 0$) корень дисперсионного уравнения отличен от нуля. Поперечное волновое число, в зависимости от оптической плотности ($\varepsilon_i\mu_i <> 1$), может быть как действительной, так и мнимой величиной [2]. Поэтому при дифракции E-волн рассеяное поле состоит как из T-, так и из E-волн. Для H-волн рассеянное поле представляется только суперпозицией волноводных волн ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

В отсутствие резистивной плёнки и третьего магнитодиэлектрического слоя ($b_3 = 0$) дисперсионное уравнение упрощается:

$$2Y_p^s = Y_{\perp 1}^s \operatorname{ctg}(k_{y1}b_1) + Y_{\perp 2}^s \operatorname{ctg}(k_{y2}b_2)\,, \quad s = e,\, h.$$

Для выбранного частотного диапазона ($æ \ll 1$) и пустого волновода ($\varepsilon_j = \mu_j = 1$) $|U^+| \gg |U^-|$ и $|U^-| \ll 1$. Без решётки ($U^+ = U^- = 0$) поперечные волновые числа E_m и H_m волн одинаковы и равны $k_{y0}^e = \dfrac{\pi m}{b_1 + b_2}$. Введение решётки по-разному влияет на дисперсионные уравнения E_m и H_m волн. В первом случае к нему добавляется слагаемое, близкое к нулю ($|U^-| \ll 1$). Поэтому поперечные волновые числа E_m волн близки к k_{y0}^e:

$$k_y^e = k_{y0}^e \left[1 + 2|U^-|(-1)^m \frac{\sin(k_{y0}b_1)\sin(k_{y0}b_2)}{k(b_1+b_2)}\right].$$

Для H_m-волн дополнительное слагаемое велико ($|U^+ \gg 1$), из-за чего поперечное волновое число резко увеличивается, приближаясь к $k_{y0}^h = \dfrac{\pi m}{b_1}$:

$$k_y^h = k_{y0}^h \left[1 - \frac{1}{2|U^+|kb_1}\right].$$

Решётка замедляет скорость распространения этих волн с любым индексом m.

Постоянная распространения квази-ТЕМ-волны (E_0-волны) определяется из дисперсионного уравнения (4) с заменой тригонометрических функций гиперболическими. При решении дисперсионного уравнения корням, удовлетворяющим неравенству $[\gamma/(k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1})]^2 > 1$ присваивается индекс $m = 0$ (E_0-волна). Для двухслойного волновода её постоянная распространения практически не зависит от параметров решётки ($u < 0{,}99$):

$$[\gamma/(k\sqrt{\varepsilon_1\mu_1})]^2 = \left(1 + \frac{\mu_1 b_1}{\mu_0 b_0}\right) \Big/ \left(1 + \frac{\varepsilon_0 b_1}{\varepsilon_1 b_0}\right).$$

Критическую частоту волноводных E-волн можно оценить по формуле

$$æ_{\text{кр}} = ml \Big/ 2b_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\left(1 + \frac{\mu_1 b_1}{\mu_0 b_0}\right)$$

тем точнее, чем больше b_0/b_1. В свою очередь, для H-волн уже при малых значениях ($u \approx -1$) критические частоты стремятся к значениям критических частот волновода шириной b_1, т. е. решётка ведёт себя как проводящая поверхность. На рис. 2 показаны дисперсионные характеристики E_p- и H_p-волн, соответствующие разным значениям u ($b_1/l = 20$, $b_2/l = b_3/l = 5$, $Y_\sigma = 0$, $\varepsilon_2 = 2$; сплошные кривые — при $u = -0{,}9$, пунктир — при $u = 0{,}9$).

При отсутствии потерь в среде заполнения ($\mathrm{Im}(\varepsilon_i) = \mathrm{Im}(\mu_i) = 0$) введение резистивной плёнки приводит к комплексному значению постоянной распространения. При малой проводимости ($Y_\sigma < 1$) её действительная часть близка к нулю вплоть до критической частоты и практически совпадает с её значением в высокочастотном диапазоне, когда $Y_\sigma = 0$. Мнимая часть во всём частотном диапазоне — малая величина (рис. 3: $b_1/l = 20$, $b_2/l = b_3/l = 3$, $\varepsilon_i = 1$, $u = -1$, пунктир — $Y_\sigma = 0$, сплошные кривые — $Y_\sigma = 0{,}6$, сплошные с чёрными кружками — $Y_\sigma = 200$). Вблизи критической частоты действительная часть постоянной распространения отлична от нуля, и поэтому отсутствует чёткая граница между режимами распространения и затухания, когда нет диссипативных потерь. При больших значениях проводимости ($Y_\sigma > 100$) дисперсионные зависимости имеют качественно такой же характер, как и при $Y_\sigma = 0$. Здесь наблюдается существенное смещение критической частоты ($\mathrm{Re}(\gamma) = \mathrm{Im}(\gamma) = 0$) по сравнению с $Y_\sigma = 0$. Резистивная плёнка играет роль проводящей поверхности, разделяющей волновод на два автономных канала. Каждый из них обладает большей критической частотой, что и наблюдается на рис. 3.

При численном решении систем уравнений (5) кроме распространяющихся мод колебаний в подводящих волноводах и резонансной области учитывались 5—6 затухающих. Закон сохранения энергии и условия на идеально проводящих поверхностях выполнялись с точностью до 10^{-3}. Коэффициенты рассеяния классифицировались по нижним индексам $\left(R_{np}^{(j)},\ T_{np}^{(j)},\ j = e,\ h\right)$: первый определял тип

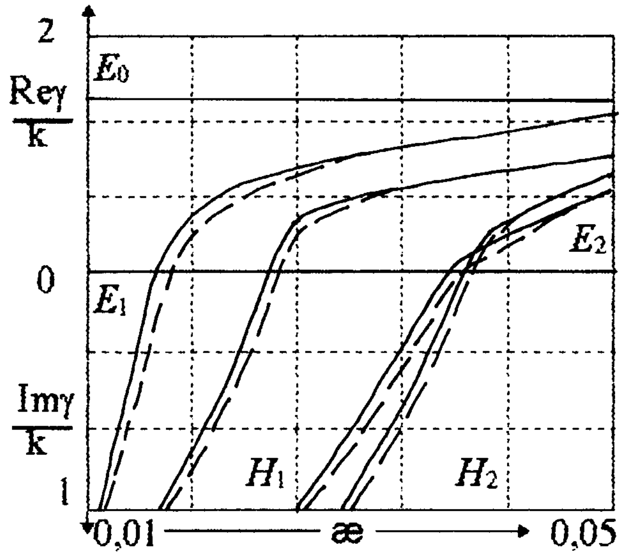


Рис. 2.

рассеянного поля, второй — возбуждающего. Рассматривался как одномодовый, так и многомодовый режимы распространения волн в подводящих волноводах.

В отсутствие резистивной плёнки для однородной резонансной области с решёткой частотные $[R(æ,\ L/l{=}\mathrm{const})]$ и интерференционные зависимости $[R(kL,\ æ{=}\mathrm{const})]$ качественно имеют тот же характер, что и описанные в работе [7]. В случае дифракции E-волн они практически не меняются с введением решётки в большом интервале значений её параметра заполнения ($u\ \le\ 0{,}9$). Положение минимумов модуля коэффициентов отражения на частотной шкале можно оценить, исходя из лучевой теории [9]:

$$\arg R+\gamma_n(æ_m)L=\pi m,\quad m=1,\,2,\,\ldots \tag{6}$$

Это условие соответствует синфазному сложению волн n-типа, переотражённых от границ резонансной области. В одномодовом режиме резонансной области частотные и интерференционные зависимости коэффициентов отражения $|R^e_{00}|$, $|R^h_{11}|$ имеют монотонный периодический характер, исключая особенности (6). Когда частота превышает критическую для волн последующих типов, частотная зависимость усложняется, отражая эффекты взаимного преобразования нескольких распространяющихся волн и их интерференционные резонансы (рис. 4—6).

Добротность резонансов для высших волноводных волн H-типа зависит от параметра заполнения решётки и может достигать весьма высоких значений ($Q\,=\,10^4$, см. рис. 4: $b_1/l\,=\,20$, $b_2/l\,=\,b_3/l\,=\,5$, $L/l\,=\,40$, $\varepsilon_i\,=\,1$, $Y_\sigma\,=\,0$; рис. 4а — E-волны: пунктир — $u\,=\,-0{,}9$, сплошные кривые — $u\,=\,+0{,}9$; рис. 4б — H-волны: пунктир — $u\,=\,-1$, сплошные кривые — $u\,=\,-0{,}99$, сплошные кривые с чёрными кружками — $u\,=\,0$). Это объясняется слабой электродинамической связью полей высших типов данной поляризации с подводящими волноводами, что оправдывает их название — “запертые"моды. Цифры на рисунках соответствуют номерам мод колебаний, для которых выполнено условие резонанса.

Иная ситуация наблюдается для E-волн. На рис. 5 приведены частотные зависимости модулей коэффициентов прохождения и отражения, когда в подводящих волноводах распространяются две моды, в резонансной области — три ($n\,=\,0,\,1,\,2$) ($b_1/l\,=\,20$, $b_2/l\,=\,b_3/l\,=\,4$, $\varepsilon_i\,=\,1$, $Y_\sigma\,=\,0$, $u\,=\,-0{,}9$, $L/l=30$). На характеристики рассеяния решётка практически не влияет. Степень взаимного преобразования волноводных и квази-ТЕМ-волн высокая, а связь с подводящими волноводами сильная.

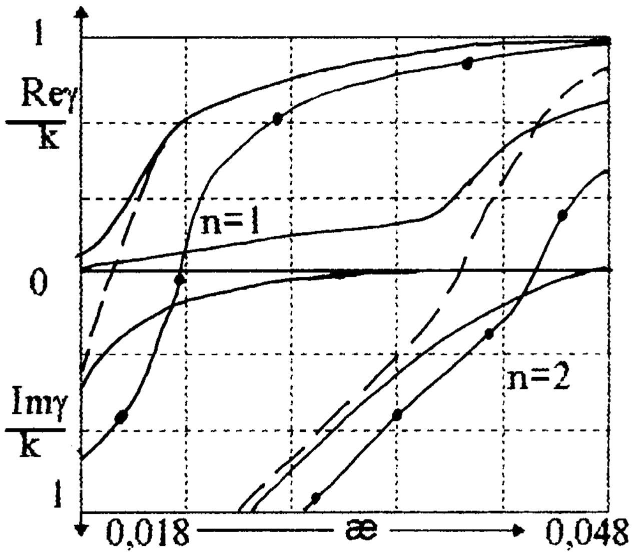


Рис. 3.

Здесь уместно ввести понятие “квазизапертых"мод колебаний. Поэтому, независимо от типа (p) возбуждающего E_p-поля частотные зависимости достаточно гладкие, а резонансы — низкодобротные.

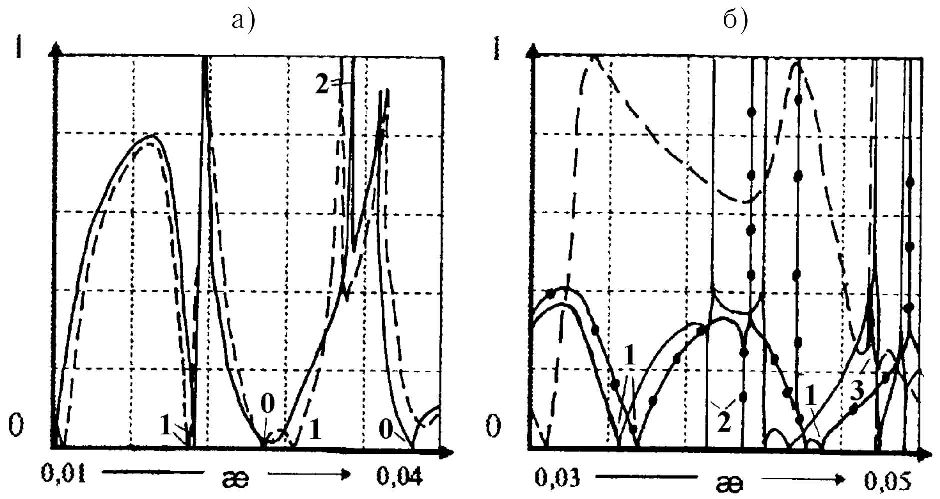


Рис. 4.

Резистивная плёнка практически не изменяет резонансные частоты, но существенно влияет на добротность резонансов на запертых модах колебаний (рис. 6: $b_1/l = 20$, $b_2/l = 5$, $b_3/l = 10$, $\varepsilon_i = 1$, $u = -0{,}8$, сплошные кривые с чёрными кружками — $Y_\sigma = 0$, пунктир — $Y_\sigma + 0{,}01$, сплошные кривые — $Y_\sigma = 0{,}5$).

Если в качестве второй среды использовать сегнетоэлектрическую плёнку, то нанесённую на неё решётку из лент можно использовать как систему управляющих электродов. Это даёт возможность моделировать активные (немеханические) приборы управления на основе рассматриваемой структуры.

По современной классификации исследуемая структура относится к классу открытых волноводных резонаторов [7]. Без всяких ограничений решение задачи дифракции H-волн может применяться для описания дифракции H_{0n}-волн прямоугольного волновода [3]. Особенностью данной структуры является сочетание кусочно—однородного магнитодиэлектрического заполнения с квазипериодической ре-

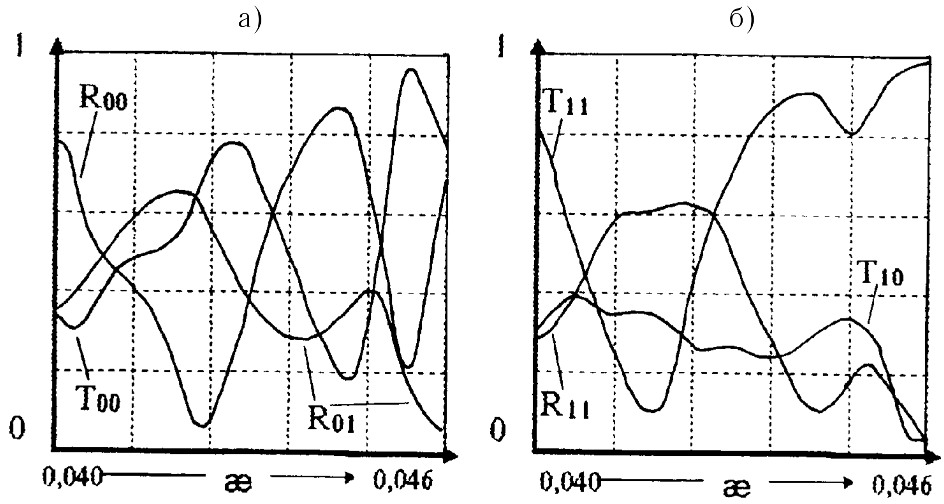


Рис. 5.

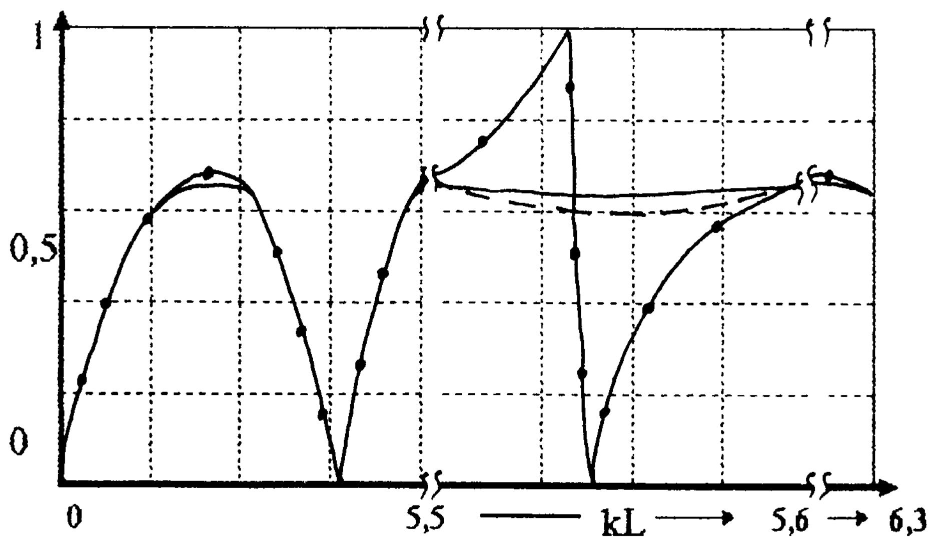


Рис. 6.

шёткой металлических лент и локализованным диссипативным элементом. Для исследования модели применён комплексный подход, опирающийся как на строгий, так и на приближённый методы решения задачи дифракции и распространения.

Развитый в работе подход к исследованию металлодиэлектрического открытого волноводного резонатора может послужить основой для изучения широкого класса активных и пассивных многофункциональных систем управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рамо С., Уиннери Дж. Поля и волны в современной радиотехнике. /Пер. с англ. /Под ред. Ю. Б. Кобзарева. — М.: ОГИЗ, 1948. – 631 с.
2. Егоров Ю. В. Частично заполненные слоистые волноводы. — М.: Сов. радио, 1967. – 216 с.

3. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач. /Пер. с англ. /Под ред. В. И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1981. – 238 с.
4. Войтович Н. Н., Каценеленбаум Б. З., Коршунова Е. М. и др. Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Метод конструктивного синтеза. /Под ред. Б. З. Каценеленбаума и А. И. Сивова. — М.: Наука, 1989. – 176 с.
5. Bliznyuk N. Y., Bondarenko O. V., Kazanskiy V. B. //Microwave and Opt. Tech. Lett., 1997. V. 12. /No 1. P. 44.
6. Веселов Г. И., Раевский С. В. Слоистые металлодиэлектрические волноводы. — М.: Радио и связь, 1988. – 248 с.
7. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. — Киев: Наукова думка, 1986.
8. Вычислительные методы в электродинамике. /Пер. с англ. /Под ред. Р. Митры. — М.: Мир, 1977. – 488 с.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. /Пер. с англ. /Под ред. Г. П. Матулевича. — М.: Наука, 1970. – 855 с.

Государственный университет,
г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию
13 ноября 1997 г.

PASSAGE WAVEGUIDE RESONATOR WITH DISSIPATIVE AND POLARIZATION SENSITIVE ELEMENTS

O. V. Bondarenko, V. B. Kazanskij

Diffraction of E_p- and H_p-waves on an inhomogeneous step expansion of a plane waveguide is analysed. The resonant region consists of magnetodielectric layers, a resistive film and a grating made of parallel perfectly conducting strips. The eigen regimes of the system are found out on the base of double sided equivalent boundary conditions and scattering characteristics — by moments method. The solution is represented in the form of infinite systems of linear algebraic equations.

The grating essentially increases Q-factor of cut-off modes and affects to the degree of intermode ($E_p \leftrightarrows E_n$, $H_p \leftrightarrows H_n$) transformation of fields depending on their types. For average values of its conductivity the film adds low losses, but selectively influences Q-factor of cut-off modes. In this case the clear boundary between attenuation and propagation regimes is absent.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 537.531:535.4

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ НАГРЕВ ИОНОСФЕРЫ ДВУМЯ СТЕНДАМИ

Л. М. Ерухимов, Н. А. Митяков

Географическое положение нагревных стендов “Сура"и “Зимёнки", разнесённых на расстояние $D = 127$ км почти поперёк геомагнитного поля, даёт уникальную возможность провести эксперименты по моделированию эффектов воздействия на ионосферу вблизи магнитного экватора [1].

Речь идёт о создании в поле встречных волн плазменной решётки с волновым вектором $\vec{æ} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$, перпендикулярным геомагнитному полю. Такая решётка может быть создана при синхронной работе стендов в области, близкой к середине трассы “Сура — Зимёнки". В этом случае интерференционная картина суммарного поля $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ будет иметь вид

$$I(x,t) = 2E_1E_2\sin(\Omega t - æx)\,, \qquad (1)$$

где $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ — разность частот двух стендов, x — координата вдоль трассы.

Волновое число решётки æ определяется как

$$æ = (k_1 + k_2)\sin\varphi\,, \qquad (2)$$

где φ — угол падения волны накачки на ионосферу.

Здесь рассмотрен наиболее простой случай, когда плазменные резонансы отсутствуют. Это справедливо для волн необыкновенной поляризации или для обыкновенных волн, если они отражаются ниже уровня ВГР. Последнее имеет место при наклонном падении волн на ионосферу, когда угол падения $\varphi > \sqrt{u} \simeq 12^\circ$. Задача о возбуждении тепловой и стрикционной неустойчивостей при интерференционном нагреве ионосферы требует особого рассмотрения.

Величина температурных пульсаций определяется как вынужденное решение уравнения для температуры с источником $I\sigma$, которое записывается с учётом члена $v\dfrac{\partial T}{\partial x}$, где v — проекция скорости ветра на ось x. В дальнейшем учтено, что температуропроводность плазмы мало влияет на характерное время нагрева плазменной решётки $(\delta\nu)^{-1}$ [1].

В случае малых расстроек $|\Omega - æv| < \delta\nu$ температурная волна имеет вид

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{E_1E_2}{E_{\mathrm{p}}^2}\sin(\Omega t - æx)\,. \qquad (3)$$

Для больших расстроек $|\Omega - æv| > \delta\nu$ уменьшается амплитуда и изменяется фаза волны:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{E_1E_2}{E_{\mathrm{p}}^2}\,\frac{\delta\nu}{\Omega - æv}\cos(\Omega t - æx)\,. \qquad (4)$$

Как обычно, в (3), (4) E_{p} — характерное плазменное поле.

Вариации температуры нарушают баланс ионизации. В нижней ионосфере ($z < 200$ км) основным механизмом является рекомбинационная нелинейность, а в F области ($z > 200$ км) плазма вытесняется из пучностей поля в результате термодиффузии [1]. При этом важно, что в E области время рекомбинации $\tau_N = (2\alpha N)^{-1}$ составляет секунды, а время нагрева $(\delta\nu)^{-1}$ — доли секунды. Наоборот, в F области время термодиффузии плазмы $(æ^2 D_{i\perp})^{-1}$ может быть меньше, чем время нагрева $(\delta\nu)^{-1}$, которое составляет $1 \div 10$ с [1]. Время релаксации плазменной решётки τ определяется максимальным временем и в обоих случаях находится в пределах $\tau = 1 \div 10$ с.

Для малых расстроек $|\Omega - æv| < \tau^{-1}$ плазменная решётка имеет максимальную амплитуду

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{E_1 E_2}{E_{\text{p}}} \sin(\Omega t - æx)\,. \tag{5}$$

При больших расстройках $|\Omega - æv| > \tau^{-1}$

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{E_1 E_2}{E_{\text{p}}} (\Omega - æv)^{-1} \tau^{-1} \cos(\Omega t - æx)\,. \tag{6}$$

Знаки $\pm$ в (5), (6) соответствуют рекомбинационному $(+)$ и термодиффузионному $(-)$ механизмам.

В оптимальном случае разность частот стендов $\Omega_0 = æv$. Это означает, что интерференционная картина движется со скоростью v вместе с ветровым сносом плазмы, что определяет максимальную амплитуду плазменной решётки. Для значений $v \simeq 100$ м/с и $\Lambda = \dfrac{2\pi}{æ} \simeq 50$ м оптимальная расстройка частоты стендов составляет $\Omega_0 = 12$ с$^{-1}$. Если расстройка выходит из полосы $\Delta\Omega = \tau^{-1} = 0{,}1$–$1$ с$^{-1}$, то амплитуда решётки, согласно (6), будет уменьшаться. Итак, значение $\Omega_0 = æv$ определяется скоростью зонального ветра, а полоса $\Delta\Omega$ — временем релаксации решётки τ.

Максимальную величину $\dfrac{\Delta N}{N}$ можно оценить следующим образом:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{0{,}1\,(P_1 G_1\, P_2 G_2)^{1/2}}{R^2 E_{\text{p}}^2}\,, \tag{7}$$

где $P_1 G_1$ и $P_2 G_2$ — эквивалентные мощности нагревных стендов (в кВт), $R = \left(z^2 + \dfrac{D^2}{4}\right)^{1/2}$ — расстояние до передатчика (в км), E_{p} — плазменное поле (в В/м).

На частоте стенда 6 МГц для высоты 150 км плазменное поле составляет $E_{\text{p}} \sim 1$ В/м. Поэтому для реальных значений энергетического потенциала стендов $P_1 G_1 = 70$ МВт, $P_2 G_2 = 2$ МВт амплитуда решётки достаточно велика: $\dfrac{\Delta N}{N} \simeq 3 \cdot 10^{-2}$. Если предположить, что на расстоянии $\Delta x \sim 1{,}5$ км от середины трассы амплитуда решётки изменится мало, то мы будем иметь почти полное отражение от решётки как для волны накачки ω, так и для пробных волн в полосе частот $\dfrac{\Delta\omega}{\omega} = \dfrac{\Lambda}{\Delta x} \simeq 0{,}03$. Измерения коэффициента отражения, частоты Ω_0 и полосы частот $\dfrac{\Delta\omega}{\omega}$ позволяют определить скорость зонального ветра v и протяжённость плазменной решётки Δx, а также параметры процессов термодиффузии и рекомбинации плазменных неоднородностей на различных высотах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 96–02–18659 и № 96–02–18632).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерухимов Л. М., Митяков Н. А., Тиде Б. //Изв. вузов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 1–2. С. 250.

Научно–исследовательский
радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
15 января 1998 г.

IONOSPHERE INTERFERENCE HEATING BY TWO FACILITIES

L. M. Erukhimov, N. A. Mityakov

УДК 621.396.67

АНАЛИЗ НЕРАВНОМЕРНОСТИ АЗИМУТАЛЬНОЙ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ КОЛЬЦЕВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ

А. Л. Бузов

На основе описания кольцевой антенной решётки изотропного излучения как суперпозиции эквивалентных кольцевых излучателей проведён анализ коэффициента неравномерности азимутальной диаграммы направленности.

Как известно, система излучателей, возбуждаемая аддитивными смесями некогерентных сигналов (задача схемно—пространственного сложения) [1—3], обеспечивает при возрастании числа излучателей асимптотическую сходимость соответствующих входным сигналам азимутальных амплитудных диаграмм направленности (ДН) к идеальным круговым тогда и только тогда, когда система излучателей представляет собой кольцевую антенную решётку (КАР) при модовых возбуждениях [4]: $i_k = i_0 \exp(j2\pi mk/N)$. Здесь i_k — входной ток k-го излучателя N-элементной КАР, m — номер моды, k, $m = 1, 2, \ldots, N$; m-й вектор токов является m-м собственным вектором матрицы импедансов КАР (m-й модой), а соответствующий входной импеданс излучателей — m-м собственным значением этой матрицы [2, 4, 5].

Ненормированная диаграмма направленности КАР при модовом возбуждении определится выражением

$$F_{N,m}(\theta,\varphi) = \sum_{k=1}^{N} f(\theta,\varphi-\alpha_k)\exp[jm\alpha_k]\exp[jR\sin(\theta)\cos(\varphi-\alpha_k)]. \quad (1)$$

где $f(\theta,\varphi)$ — ДН излучателя, $\alpha_k = 2\pi k/N$ — азимут k-го излучателя, R — электрический радиус КАР.

Введём понятие эквивалентного кольцевого излучателя (эки), под которым будем понимать кольцевую антенну тех же геометрических размеров, что и КАР, с непрерывным азимутальным распределением тока $J(\alpha) = J_0\exp(jm\alpha)$. ЭКИ обеспечивает идеально круговую амплитудную ДН с линейной фазой при полном набеге, равном $2\pi m$. Полагая, что азимутальный элемент ЭКИ с азимутом α обеспечивает ДН $f(\theta,\varphi-\alpha)$, получаем, по аналогии с (1), выражение для ДН ЭКИ

$$F_m(\theta,\varphi) = \int_0^{2\pi} f(\theta,\varphi-\alpha)\exp(jm\alpha)\exp[jR\sin(\theta)\cos(\varphi-\alpha)]\,d\alpha =$$

$$= \int_0^{2\pi} f(\theta,y)\exp[jm(y+\varphi)]\exp[jR\sin(\theta)\cos(y)]\,dy = \exp(jm\varphi)\,F_m(\theta,0)\,.$$

Будем характеризовать ЭКИ двумя функционалами, определёнными на множестве ДН излучателей $f(\varphi,\theta)$:

$$G_m(R,f) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\pi/2,\,\nu)e^{-jm\nu}e^{jR\cos\nu}\,d\nu\,, \quad (2)$$

$$Y_m(R,f) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi} \sin\delta \left| \int\limits_0^{2\pi} f(\delta,\,\nu) e^{-jm\nu} e^{jR\sin\nu\,\cos\nu}\,d\nu \right|^2 d\delta\,. \tag{3}$$

Представив ДН КАР (1) рядом Фурье — разложением по базису азимутальных гармоник вида $\exp(jn\varphi)$ — и выполнив необходимые подстановки и преобразования, можно показать, что

$$F_{N,m}(\varphi) = \sum_{n=-K}^{K} G_{m+nN}(R,f)\exp[j(m+nN)\varphi]\,. \tag{4}$$

Располагая результатами расчёта значений функционалов (2) и (3) для необходимой номенклатуры излучателей, можно на этой основе эффективно решать основные вопросы анализа КАР. При этом, как показывают расчёты, для практически наиболее важных случаев КАР с относительно небольшой неравномерностью азимутальной ДН (не более 3 дБ) приемлемая точность может быть обеспечена при небольших K.

В частности, усреднённый по азимуту КНД для m-й моды

$$D_m = \sum_{n=-K}^{K} |G_{m+nN}(R,f)|^2 \Bigg/ \sum_{n=-K}^{K} Y_{m+nN}(R,f)\,,$$

причём достаточная точность достигается, если ограничиться $K = 1$.

Коэффициент неравномерности азимутальной амплитудной ДН

$$\beta_{N,m} \equiv \frac{\min|F_{N,m}(\varphi)|}{\max|F_{N,m}(\varphi)|} \approx \frac{|G_m| - \max(|G_{m-N}|,\,|G_{m+N}|)}{|G_m| + \max(|G_{m-N}|,\,|G_{m+N}|)}\,. \tag{5}$$

Проведённые расчёты коэффициента неравномерности по формуле (5) и по точной методике на основе расчёта ДН по формуле (4) показали применимость приближённой формулы (5) для большинства практически важных случаев. Достаточная точность вычислений (погрешность не превышает нескольких процентов) обеспечивается для $\beta_{N,m} \geq 1/2$. В качестве примера на рис. 1 и 2 приведены результаты расчёта коэффициента неравномерности как функции электрического радиуса КАР для некоторых значений числа излучателй N и индекса моды m. Расчёты проводились для КАР вертикальных вибраторов у цилиндрического экрана по приближённой формуле (5). Для сравнения на тех же графиках пунктиром показаны результаты расчёта соответствующих коэффициентов неравномерности по точной методике.

Таким образом, представление КАР как суперпозиции ЭКИ позволяет для рассмотренного класса задач существенно снизить необходимое число базисных функций разложения ДН, упростить анализ на ранних стадиях проектирования КАР и оценить зависимость основных пространственных характеристик от типа и числа излучателей, электрических размеров КАР и номера моды без привлечения сложных электродинамических методов расчёта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнеев В. Д. //ТСС. Техника радиосвязи, 1989. Вып. 4. С. 97.
2. Носов Ю. Н. //Труды НИИР, 1987. № 3. С. 37.
3. Трусканов Д. М., Иванов А. Ф. //Электросвязь, 1985. № 5. С. 35.
4. Бузов А. Л. УКВ антенны для радиосвязи с подвижными объектами, радиовещания и телевидения. — М.: Радио и связь, 1997. – 293 с.

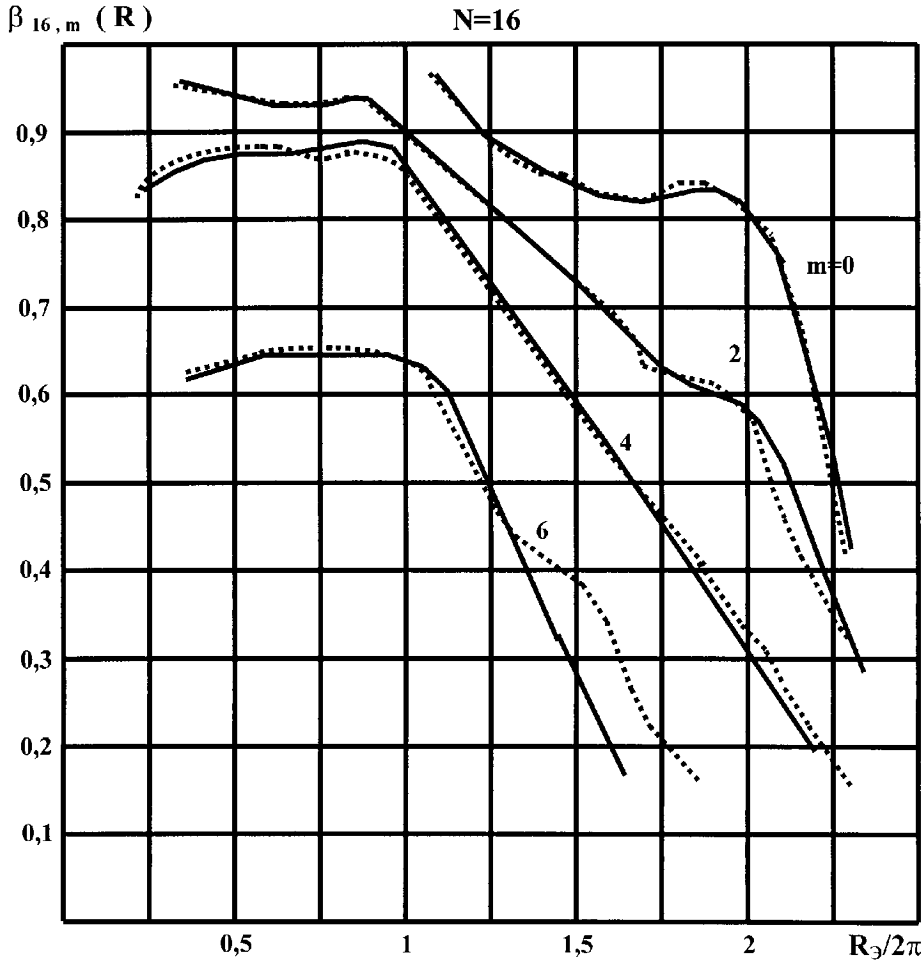


Рис. 1.

5. Сазонов Д.М. — В сб.: Научно–методические статьи по прикладной электродинамике, 1983. Вып. 6. С. 111.

Самарский отраслевой
научно–исследовательский
институт радио, Россия

Поступила в редакцию
30 декабря 1997 г.

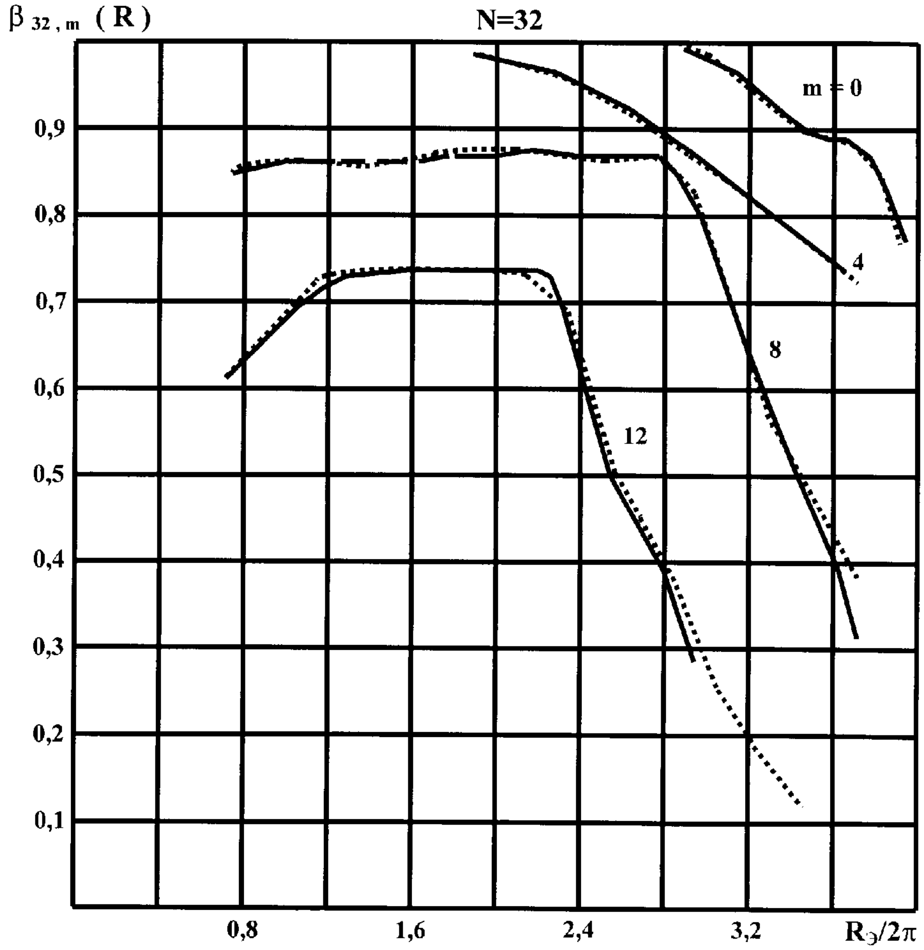


Рис. 2.

THE ANALYSIS OF CIRCULAR ANTENNA ARRAY AZIMUTH PATTERN ANISOTROPY

A. L. Buzov

The analysis of circular antenna array azimuth pattern anisotropy coefficient is perfomed. The analysis is based on the array description as the superposition of equivalent circular radiators.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

Уважаемая редакция, Коган Л. П., автор статьи “О распространении радиоволн в волноводе Земля—ионосфера со скачкообразным изменением импеданса нижней стенки", опубликованной в журнале “Радиофизика"(1998 г., т. 41, № 5, с. 567–580), приносит извинения за неточность, допущенную на с. 567. При перечислении работ, связанных с изучением распространения радиоволн на двухкусочной трассе, типа трассы море—суша, при наличии полубесконечного верхнего пространства, выпало упоминание о работе “Распространение радиоволн", Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. — М.: Гос. изд-во научно–технической литературы, 1953.

Поэтому в списке литературы следует читать под № 2:

2. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. — М.: Гос. изд-во научно–технической литературы, 1953;
Басс Ф. Г., Слепян Г. Я., Слепян А. Я. //ДАН СССР, 1991. Т. 317. № 1. С. 82.

17.06.98 Коган Л. П.