# МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

# РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Нижний Новгород

1998

TOM XLI N 5

Содержание
Tsedilina E. E., Klos Z., and Maj S. Modeling of field-aligned currents produced by asymmetric ring current during strong magnetic storms
Коган Л.П. О распространении волн в плоском волно- воде Земля-ионосфера со скачкообразным изменением им- педанса нижней стенки
Фурашов Н.И., Свердлов Б.А. К вопросу о влиянии уль- трафиолетового излучения на поглощение субмиллиметро- вых волн в парах воды
Соловьёв О.В. Распространение низкочастотных радиоволн в возмущённом трёхмерной крупномасштабной неоднород- ностью приземном волноводе
Гавриленко В.Г., Джандиери Г.В., Пикулин В.Д. Об искажении видеоимпульса среднего поля в слабодисперги- рующей прозрачной хаотической среде
Скулкин С.П., Турчин В.И. Метод измерений параметров антенн во временной области
Вебер В.Л. Обнаружение неоднородностей в биологических тканях методами конфокальной микроскопии
Островский М.А. Принцип максимального правдоподобия в задаче адаптивного обнаружения сигналов с неизвестными неинформативными параметрами
Семенцов Д.И., Шутый А.М. Динамические режимы пре- образования мод магнитогиротропного волновода в обла- сти ферромагнитного резонанса

Малыкин Г.Б. Метс	од устранения влияния дихроизма фото-
приёмника на резул	аьтат оптических измерений
Венедиктов Н.П.,	Глявин М.Ю., Запевалов В.Е.,
Куфтин А.Н.	Экспериментальное исследование
энергии	трона с одноступенчатой рекуперацией

## MODELING OF FIELD-ALIGNED CURRENTS PRODUCED BY ASYMMETRIC RING CURRENT DURING STRONG MAGNETIC STORMS

## E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj

The modeling of field-aligned currents (FACs) produced by asymmetric ring current is presented. Our first results of the modeling of FACs in the magnetosphere which were based on the theory advanced in [1–5], were obtained in [6]. It was shown that FACs develop as spiral structures. Extending this work we came to conclusion that FACs, appearing in the magnetosphere and ionosphere as a result of ion or electron injections, generally develop as clockwise (ion injections) or anticklockwise (electron injections) spirals, that is independent of number and energy spectrums or space distributions of injected particles. The sharp maximum of FACs or FAC jet in such spirals can be present at middle latitudes. The value of currents in midlatitudinal FAC jet during strong magnetic storms and substorms could be of the same order as experimentally observed in the polar region. The presented model describes the dependence of ion FACs as well as FAC jet in the magnetosphere and ionosphere, on the parameters of injected particles.

#### **1. INTRODUCTION**

This paper is an extension of [5, 6]. The formulation of the equations for modeling of FACs and electric field produced by asymmetric ring current was presented in [5]. We assume the presence of strong injections of energetic ions and electrons into the ring current (McIlwain parameter 8 > L > 2) during magnetically disturbed conditions in the magnetosphere. It is known that the distribution of energetic ion and electron currents in the ring current usually is asymmetric versus coordinates and specially versus longitude  $\varphi$ or midnight-noon [7]. These divergent ring currents connected with temporal variation of number and energy densities of injected into ring current energetic particles, produce the electric field and FACs in the magnetosphere and ionosphere. Experiments show that injections of ions and electrons into ring current occur during magnetically disturbed periods [8–10]. According to [10] the bulk of energy  $\varepsilon$  of high-energy population of ring current ( $\varepsilon \sim 20-300 \, \text{keV}$ ) immediately after substorm onsets (during  $1-3 \, \text{min}$ ) increases in 3-4 times mostly on the cost of ions of ionospheric origin. Energetic particles injected in trapped or guasi trapped zone of ring current produce FACs and electric field during some hours after injection or during the time of the existence of asymmetric distribution of their number and energy densities in space [5-6]. Space distribution of FACs, electric fields and currents in the ionosphere may experience significant changes in both their magnitudes and directions as also in their location during the short time periods of the order of tenths minutes. FACs and electric fields may have significant magnitudes during 1-2 hours after strong single ion injection. Irregular and sometimes very strong electric fields and drifts of this kind are very often observed not only in polar region but also at midlatitudes [11-16]. These variations of an electric field and currents are not described by current convection theory and averaged models.

First results of modeling of FACs produced by asymmetric ring current have been obtained in [6]. They showed that FACs develop as spiral structures. The results of our modeling of FACs presented in this paper, give reasonable explanation of irregular effects connected with irregular electric fields and currents observed at midlatitudes, and also at high latitudes.

Only ion injections into ring current are the concern of this paper. We assume that at the initial moment of time t = 0 the distribution function for ions has the form [5]:

$$f_{\varepsilon}(\varphi, t=0, \varepsilon, L, J_{\perp}) = C f_1(L, \varepsilon) F(\varphi) \,\delta(J_{\perp} - J_0),$$

$$F(\varphi) = \exp\left\{-(200/b) \sin^2(\varphi/2)\right\}.$$
(1)

E.E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj 551

In (1)  $\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2$  is an energy of ions,  $J_{\perp}$  is adiabatic invariant. The width of injection pulse  $F(\varphi)$  over angle  $\varphi$ , according to (1), depends on parameter *b*. Maximum of  $F(\varphi)$  when t = 0 is at  $\varphi = 0$  (midnight). We suppose that  $f_1(L, \varepsilon) = f_2(L) f_3(\varepsilon)$ . Accepted form of the function  $f_1(\varepsilon, L)$  as a product of two

functions is suitable by the using of experimental data.

Then the equation for field-aligned ion current  $j_{p,i}$  after single injection is:

$$j_{p,i} = -\frac{4\pi K e N_0}{T_m} \frac{f_2(L)}{f_2(L_m)} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f_3(\varepsilon) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0 \varepsilon_m} F_1(\varphi, \varepsilon, L, \tau) d\varepsilon , \qquad (2)$$

where

552

$$F_1 = (50/b)\sin(\varphi + a)F, \quad a = 2\pi L\varepsilon\tau/L_m\varepsilon_m.$$
(3)

The value of  $\varepsilon_0$  is equal

$$\varepsilon_0 = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f_3(\varepsilon) d\varepsilon \,.$$

In (2)–(3) *e* is electron charge,  $N_0$  is of the order of full number of injected ions in the ring current bulk in the interval  $2 \le L \le 8$ , *K* is a metric coefficient,  $\tau = t/T_m$ ,  $T_m$  is the period of rotation of ions around the Earth with the energy  $\varepsilon = \varepsilon_m$ , on the  $L = L_m$  around the Earth. For  $\varepsilon_m = 100$  keV,  $L_m = 3$ , period  $T_m \approx 2$  hours.

#### 2. SPECTRA OF INJECTED IONS

Space distribution functions of energetic ions  $f_2(L)$  and  $f_3(\varepsilon)$ , which were used in calculations of FACs, are presented in Fig. 1. They were prepared for the FAC modeling according to the papers [17-26]. We used measurements of spatial distribution of energy density fluxes of energetic protons and ions. They were obtained in different energy and space ranges with the help of various spacecrafts for the period of the last 30 years. Preference was given to the spectra obtained during the main phase of magnetic storms. Both spectra  $f_2(L)$  and  $f_3(\varepsilon)$  were normalized according to (13) from [5] to achieve the unity of their main maxima. Spectra L1, L2 and L3 with maxima at L = 3, 3.5 and 4.5 were used for the function  $f_2(L)$ . Form of the function  $f_3(\varepsilon)$  is defined by the five typical experimental spectra:  $\varepsilon I$  has one maximum at  $\varepsilon = 100$  keV;  $\varepsilon 2$ and  $\varepsilon 3$  have two maxima:  $\varepsilon 2$  at  $\varepsilon = 20$  keV and at  $\varepsilon = 200$  keV,  $\varepsilon 3$  at 50 keV and at 300 keV. These maxima initiate the maxima of function  $f_3$ , with the values  $f_3 = 1$  at  $\varepsilon = 100$  keV ( $\varepsilon I$ ); with  $f_3 = 1$  at  $\varepsilon = 20$  keV and  $f_3 = 0.32$  at  $\varepsilon = 200$  keV ( $\varepsilon 2$ ); with  $f_3 = 1$  at 50 keV and  $f_3 = 0.26$  at 300 keV ( $\varepsilon 3$ ). Functions  $\varepsilon 4$  and  $\varepsilon 5$  increase with decrease of energy, and thus are responsible for the maximum of function  $f_3 = 1$ at the energy  $\varepsilon_1 = 10$  keV. It is possible that function  $\varepsilon_1$  with the maximum at  $\varepsilon = 100$  keV constructed according to [23-25], can provide a better representation of freshly injected ions in conformity with recent investigations [10, 27]. We considered ions with energies from  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\min} = 10 \text{ keV to } \varepsilon_2 = \varepsilon_{\max} = 500 \text{ keV}.$ For all spectra shown in Fig. 1 and used in modeling of FACs, the value of  $\varepsilon_0$  is of the order 100 ÷ 200 keV.

#### **3. RESULTS OF MODELING**

Simulations of FAC according to (2)–(3) and [5] were performed in the equatorial plane, in the ionosphere and in both planes. The corresponding results are presented in Figs. 2–4, 6–11. We used the non dimensional units  $j = C_2 j_p$ ;  $C_2 = nT_m f_2(L_m)/(4\pi KeN_0)$ ,  $n = \varepsilon_0/\varepsilon_n$ . It permitted us to use the fixed coefficient  $\varepsilon_n = 1$  keV in all calculations of currents j instead of parameter  $\varepsilon_0$ , which is different for each of the spectra.

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 1. Distribution functions  $f_2(L)$  and  $f_3(\varepsilon)$ .

Equation (2) determines total currents, flowing along the field lines, in ampers (A) if electron charge e is in coulombs (C) and period  $T_m$  in sec.; coefficient K = 1. Coefficient K will depend on L for current densities of j (in A/m or A/m<sup>2</sup>) in magnetosphere and ionosphere.

Modeling results for single and multi injections are exhibited in this part.

#### 3.1. Equatorial plane

Coordinates *L* and MLT or  $\phi = \varphi + 0.79\tau$  were used in the equatorial plane. The transition from  $\varphi$  to  $\phi$  was made according to Earth's rotation or corotation electric field.

Distributions of FACs flowing into the ionosphere (negative j, shaded regions) and away from ionosphere (positive j, non-shaded regions) are shown in Figs. 2–4 for different spectra of ions (Fig. 1), half width  $\sigma$  of injection function F(1) or parameter b, and time or parameter  $\tau = t/T_m$ . Figs. 2–4 present simulations for single injections.

Figure 2 was modeled with  $\sigma = 6^{\circ}$  (b = 1), spectra L1 and  $\varepsilon 1$ , and  $\tau$  equal to 0.1, 0.2, 0.4 and 0.6.

Figure 3 presents the distribution of FACs at the moment  $\tau = 0.2$ . Panel WLE21 was simulated with b = 1 and spectra L1 and  $\varepsilon 4$ ; panel WLE24 with b = 1 and spectra L2,  $\varepsilon 5$ ; panel WLE27 with b = 20 and spectra L2,  $\varepsilon 5$ ; panel WLE22 with b = 20 and spectra L3,  $\varepsilon 4$ .

Panel WLE26 in Fig. 4 was modeled at the moment tau = 0.4 with parameter b = 50 and spectra L2,  $\varepsilon 3$ ; panel WLE28 — at the moment  $\tau = 0.4$  with b = 50 and spectra L2,  $\varepsilon 5$ ; panel WLE10 at  $\tau = 0.4$  with b = 1 and spectra L3,  $\varepsilon 3$ ; panel WLE19 at  $\tau = 1$  with b = 1 and spectra L1,  $\varepsilon 3$ .

It is seen from Figures 2–4 that after single ion injections FACs develop as Archimedean spirals not depending on initial energy distribution functions of ions. The first part of the spiral appears after a delay  $\tau$  of the order 0.1 and in the region  $L \approx 6$  to 8 (Fig. 2). Its appearance is connected with the ions of maximum energy ( $\varepsilon = 500 \text{ keV}$ ) and of maximum L, considered here (L = 8). These ions have maximum drift velocities and round the Earth at  $L \approx 6$  to 8 the first time at the moment  $\tau \approx 0.1$ . Second revolution of positive spiral appears or begins to appear depending on the ion spectrum at the time  $\tau \approx 0.2$ , Figs. 2–3. At this time the ions with maximum energy and smaller L complete their first rotation, and ions with maximum energy and larger L complete their second rotation around the Earth. This process continues. New ions with smaller energies round the Earth with time and new revolutions of the spiral forms can appear, Figs. 2–4. As a result of this process, positive and negative FACs develop as the spiral forms for the whole range of ion energy spectra. The width of spirals mainly depends on the width versus  $\varphi$  of the injection function  $F(\varphi)$  at t = 0, or on the parameter b in (1), and, to a less extent, on the spectrums  $f_2$  and  $f_3$ . FAC pictures for the same spectra (functions  $f_2$  and  $f_3$ ) but various width of initial function F, mainly differ only by the width of positive spiral and values of FAC in spirals. Maximum of FAC decreases with the increase of time, vary quickly immediately after injection (as 1/t) and not so quickly after the time of the order ( $0.1 \div 0.2$ ) $\tau$ .

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 2. Field-aligned currents j in the equatorial plane flowing into the ionosphere (shaded regions) and away from the ionosphere (non shaded region) for half width  $\sigma = 6^{\circ} (b = 1)$  of injection function F and for distribution functions L1 and  $\varepsilon 1$  from Fig. 1. Parameter  $\tau = t/T_m$  is equal to 0.1, 0.2, 0.4, 0.6.

The relation of FAC spiral structure to the spiral forms constructed by drifting ions (or electrons) in the space after their injection, can be easily seen in Fig. 5. The distribution of ions with energies 10 keV, 100 keV, 200 keV and 500 keV in the equatorial plane at the moment  $\tau$  equal to 0.1 and 0.2 after their injection in the region of  $\varphi$  from  $\varphi = -\phi 1 = -10^{\circ}$  to  $\varphi = \phi 1 = 10^{\circ}$  is shown in this Figure. The equation of the ion movement

$$L = -(\varphi \pm \psi_1) L_m \varepsilon_m / 2\pi \tau \varepsilon,$$

$$\varepsilon_{\min} \le \varepsilon \le \varepsilon_{\max}, \quad 2 \le L \le 8$$
(4)

can be easily obtained by the use of function (1) and the method, described in [3]. In (4) parameter  $\psi_1$  is a half width of injection function F versus the angle  $\varphi$  (in Fig. 5  $\psi_1$  is equal to  $\phi_1$ ). It is seen that (4) describes Archimedian spiral strips. The distance between spiral resolutions, as well as the width of positive and negative FAC strips, decreases with the increase of  $\tau$  and  $\varepsilon$  (eq. (4), Figs. 2–4).

Comparison of the Fig. 5 and Figs. 2–4 leads to the evident conclusion: the structure of FACs to the considered extent is formed by the ions of maximum energy ( $\varepsilon = \varepsilon_{max} = 500$  keV in our model). This fact also follows from the analysis of the equation for FAC (4). For instance, the expression (4) with additional condition follows from the equation j = 0, which defines the form of the curves between positive and

E.E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 3. The same as in Fig. 2 for  $\tau = 0.2$  and distribution functions *L1* and  $\varepsilon 4$ , parameter b = 1 (Panel WLE21); *L2*,  $\varepsilon 5$ , b=1 (Panel WLE24); *L2*,  $\varepsilon 5$ , b = 20 (Panel WLE27) and *L3*,  $\varepsilon 4$ , b = 20 (Panel WLE22).

negative FACs. This second condition imposes the restriction on the function  $f_2(\varepsilon)$  and its first derivative. It fulfills in general for many spectra  $f_2(\varepsilon)$  at  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{max}}$  or  $f_2(\varepsilon = \varepsilon_{\text{max}})$ . Thus, the spiral forms of FACs are mainly connected with the ions of maximum energy.

It is interesting that the second spiral structure with larger width emerges after the first spiral has already developed. This second spiral appears for spectra  $f_2$ , which increase with the decrease of energy (spectra  $\varepsilon 4$ ,  $\varepsilon 5$ , Fig. 1), and spectra  $\varepsilon 2$ ,  $\varepsilon 3$  with second maximum at low energies. This second spiral structure is seen in Fig. 3, panel WLE21, and at all panels in Fig. 4 except panel WLE28. The distinctive feature of this spiral form is that the values of FAC in this very wide spiral are much smaller than in narrow spiral, which is connected with the high energy part of energy spectrum. This second spiral structure is connected with the low energetic part of spectrum. That is why it appears when FACs are significantly diminished.

Higher magnitudes of FACs are more likely to be naturally present in narrow positive spirals than in wide negative ones. Maxima of FACs are located at L which are in accordance with the L-location's maximum of the distribution function of injected particles  $f_2(L)$ . If the function  $f_2$  has even a narrow maximum in the interval  $6 \le L \le 7$ , strong positive FACs or FAC jet develop in the forms of spirals at midlatitudes or at the region of L from 2 to 6.

Distributions of FACs versus *L* for fixed  $\phi$  or MLT are shown in Fig. 6. The appearance of strong positive and negative FACs at midlatitudes is seen very distinctively in these Figure. While parameter *b*, or the half width  $\sigma$  of the distribution function *F*(1) of injected particles is small,  $b \le 1$ ,  $\sigma \le 10^{\circ}$ , narrow positive spiral

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 4. The same as in Fig. 2 for distribution functions *L2*,  $\varepsilon 3$ , parameters  $\tau = 0.4, b = 50$  (WLE26); *L2*,  $\varepsilon 5$ ,  $\tau = 0.4, b = 50$  (Panel WLE28); *L3*,  $\varepsilon 3$ ,  $\tau = 0.4, b = 1$  (Panel WLE10), and *L1*,  $\varepsilon 3$ ,  $\tau = 1$ , b = 1 (Panel WLE19).

(its width  $\delta L$  over L is of the order of 0.1L) with sharp maximum of outflowing FAC, which we call FAC jet, forms around L of the order of  $3 \div 4$  for all spectra  $f_2(L)$  considered here. If b > 1 or  $\sigma > 10^\circ$ , positive FAC jet becomes wider. The structure of j versus L is periodical for  $\tau > 0.2$ . This period, or the distance between the revolutions of spiral jet, decreases with the increase of  $\tau$ . Temporal structure of  $j(\tau)$  for fixed L and  $\phi$  after single injections, as well as space structure, is also periodical, Fig. 7. The period of these structures is of the order of  $\tau$  from 0.1 to 0.2.

Previous part was dedicated to the demonstration of simulated FACs after single, separate injection which happens at the time t = 0 or  $\tau = 0$ . The results of multiple ion injections in ring current bulk are shown in Fig. 8. This Figure presents an example of FAC distributions in the equatorial plane after 19 (Panel WSR.9) and 20 (Panel SW3) injections with different values of coefficient *b*, equal respectively to 1, 10, 20, 50 and 100, spectra *L1*,  $\varepsilon 1$ 

E.E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 5. Distribution of ions with energies 10 keV, 100 keV, 200 keV and 500 keV in the equatorial plane at the moments  $\tau$  equal to 0.1 and 0.2 after their injection in the region of  $\varphi$  from  $\varphi = -\phi_1 = -10^\circ$  to  $\varphi = \phi_1 = 10^\circ$ .

(Panel SW3), and various spectra (Panel WSR.9) at the moment  $\tau = 1$ . These simulated injections took place during  $\tau = 1$  or the time of the rotation of the ions with energy  $\varepsilon_m = 100$  keV and parameter  $L_m =$ 3 around the Earth, which approximately equals to 2 hours. We summarized *j* after each injection with coefficients 1, 2, and 3. It is seen that after multi injections FACs have a very complicate space structure. Their magnitudes increased 10–20 times in comparison with FAC values after single injections. Maximum values of FACs are observed at midlatitudes, as in the case of single injection. These summarized FAC distributions also reveal some signs of spiral structure. The structure of FACs, when simulated with the same parameters, does not really depend on the shift of the maximum of injection function to dawn or dusk sides.

## 3.2. Ionosphere

Distributions of FACs in the ionosphere are presented in Figs. 9–10 for different  $\tau$ , *b*, various spectra, and for single and multi injections. The transition from *L* to colatitude  $\theta$  was made according to the field-line equation  $\theta = \arccos \sqrt{(1/L)}$ . The Figures show the FACs flowing into ionosphere (black regions, j < 0) and away from ionosphere (shaded regions, j > 0) of definite magnitudes, which are greater then 0.5, or 1, or 10, or 50 for positive currents and smaller than -0.5, or -1, or -10, or -50 for negative currents. These Figures were constructed for the both cases of single and multi injections as the Figures for the equatorial plane.

Panels WL1, WL2 and WL3 in Fig. 9 were modeled with b = 20 at the moment  $\tau = 0.2$ . Panel WL1 is a result of FAC simulation with functions L2,  $\varepsilon 5$ ; panel WL2 — with L3,  $\varepsilon 3$ ; panel WL3 — L1,  $\varepsilon 3$ . Panel WL4 is a sum of 6 injections during 2 hours, and shows the regions with j < -10 and j > 10.

Panels WL9, WL11 and WL12 in Fig. 10 were simulated with spectra *L*2,  $\varepsilon$ 3 (WL9); *L*3,  $\varepsilon$ 3 (WL11), and *L*1,  $\varepsilon$ 3 (WL12) at the time  $\tau = 0.6$ ;  $\tau = 0.2$ , and  $\tau = 1$ , and b = 20 and 1. Panel WL10 is a sum of 28 injections with various spectra and various amplitudes and azimuth width of injection function F during two hours or  $\tau = 1$ . It shows the regions of FACs with j < -50 and j > 50.

Pictures of FACs in the ionosphere also reveal the spiral structure, which causes FACs to shift to lower colatitudes at night time and to have some dawn-dusk asymmetry. Maximum FACs are located at middle latitudes according to the maximum location of energy space distribution functions *L1*, *L2*, *L3* used in our simulations.

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 6. FAC j(L) for different  $\phi$  or MLT,  $\tau$ , b and specta.

## 3.3. Equatorial plane and ionosphere

Locations of positive and negative FACs and especially positive FAC jets in the equatorial plane and in the ionosphere for a few simulations with the same parameters are shown in Fig. 11. Each picture presents only the FACs with the magnitudes above some fixed value, which is marked at the pictures. Panels IS5 and IS6 represent the distribution of FACs in the equatorial plane, panels IS25 and IS26 in the ionosphere. Fig. 11 was modeled with spectra  $\varepsilon 1$ , L1 (panels IS5 and IS25), and  $\varepsilon 4$ , L3 (panels IS6 and IS26). The spiral forms of positive FAC jets are seen very clearly in these pictures at every moment of time.

#### 4. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The modeling results presented here, of field-aligned currents, show that theoretical approach developed in [1-5] and briefly discussed here can be applied to the investigation of the electric field and field-aligned currents produced by asymmetric ring current. The most important result, first obtained in [6], and confirmed here, is the fact that FACs develop in the form of spirals. Here we considered only asymmetric ion ring currents arising after injections of energetic ions into ring current bulk, that are trapped or quasi trapped in the Earth magnetic field. Drifting across field-lines in the magnetosphere they produce FACs flowing into ionosphere and out from ionosphere. These FACs, as shown here, develop as clockwise spirals. FACs produced by injected electrons will develop as anti clockwise spirals.

The appearance of spiral periodical structure of FACs, as shown here, does not depend on the space energy distribution and on the form and space dimensions of initial cloud of injected ions. Shift of the center of this cloud to the dawn side or to the dusk side from midnight does not change the structure of FACs. The spiral structure of FACs is a consequence of proportionality of drift angular velocity  $\omega$  of energetic ions or

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 7. FAC  $j(\tau)$  for different  $\phi$  or MLT, L, b and spectra.



Fig. 8. The same as in Fig. 2 for multi injections during 2 hours: 19 injections with different parameter *b* and spectra (Panel WSR.9) and 20 injections with spectra L1 and  $\varepsilon 1$  (Panel SW3).

electrons to the MacIlwain parameter L and energy  $\varepsilon$ . The spiral structure of FACs initiated by energetic particles that drift transversally to magnetic field and construct spiral forms in the space.

The second important result of simulations is the appearance of maximum FAC at midlatitudes in the ionosphere. To induce the appearance of maximum amplified spiraling FAC or FAC jet at midlatitudes, the injection of energetic particles in the ring bulk should exist at the values of McIlwain parameter *L* of the order 2–8. Maximum densities of FAC in FAC jet in the ionosphere immediately after strong single injection (during  $\tau \approx 0.1 \div 0.2$ ), according to our evaluations, could be of the order of FAC in polar region during magnetic storms [29–30], or a few times smaller, if the number of particles injected in the space volume limited by the shells L = 2 and L = 8, would reach  $(4 \div 8) \cdot 10^{28}$  (or, in average, 1–2 particles in 1 cm<sup>3</sup>; the volume of space including ring current bulk from L = 2 to L = 8 with bouncing particles is of the order of  $4 \cdot 10^{28}$  cm<sup>3</sup>). However, the process of injection apparently consists from many injections during limited time [7–9]. As it was shown in our simulations, this fact could significantly increase the FAC values and the probability of FAC jet appearance (Figs. 8–10).

In addition to initiation of strong electric field in the dawn-dusk ionosphere, maximum FAC at midlatitudes or FAC jet can also produce strong drifts and outflow of ionospheric particles, narrow trough in electron density, and also polarization jet or SAID [31, 13-15]. In the same time, the relation of FAC to electric field appearance can be considered as an important mechanism in formation of electric field and FACs in polar region.



Fig. 9. Distribution of FAC in the ionosphere. Black regions (j < 0) show the FAC flowing into the ionosphere and shaded regions (j > 0) show the FAC flowing away from the ionosphere. Panel WL1 is a result of simulations with functions L2,  $\varepsilon 5$ ; Panel WL2 — L3,  $\varepsilon 3$ ; Panel WL3 — L1,  $\varepsilon 3$ ; parameters  $\tau = 0.2$  and b = 20. Panel WL4 is a sum of 6 injections during 2 hours, and shows the regions with j < -10 and j > 10.

Numerical results, obtained here using linear approach, show all the general characteristics of experimental pictures of field-aligned currents at auroral and subauroral latitudes [11, 29, 32]. This fact leads to the conclusion that the form of energetic ion spectrum, form of the injection function and the existence of injections are the main factors that initiate and influence the formation of the yielding field-aligned currents in the magnetosphere. It is also important that the spiral structure of field-aligned currents in the magnetosphere, connected with the electric field, waves, drifts and heating in the ionosphere, can explain the spiral structure of different characteristics of the ionosphere, appearing during magnetic storms [33].

It seems that the obtained results can stimulate new efforts in investigation of this mechanism of initiation of FACs and electric field in the ionosphere and magnetosphere. This investigation should take into consideration the influence of convection electric field, pitch-angle distribution, losses, and non linear factors. It would be also important to study the effects of electron and electron-ion injections [9, 34].

A c k n o w l e d g m e n t s. We express our great thanks to Jury Galperin, Mario Grossi, Alex Gurevich, Janet Kozyra, Juan Roederer for their interest in this research and for helpful discussions. We also thank Nataly Belianski for the help in evaluating this paper.

E. E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 10. The same as in Figure 10 Panels WL9, WL11 and WL12 are simulated with spectra *L*2,  $\varepsilon$ 3 (WL9), *L*3,  $\varepsilon$ 3 (WL11), and *L*1,  $\varepsilon$ 3 (WL12). Panel WL10 is a sum of 28 injections with different spectra and injection functions during the time  $\tau = 1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Gurevich A. V. and Tsedilina E. E. //Geomagn. Aeron., 1969. V. 9. P. 372.
- 2. Gurevich A. V. and Tsedilina E. E. //Geomagn. Aeron., 1970. V. 9. P. 519.
- 3. Gurevich A. V. and Tsedilina E. E. //Geomagn. Aeron., 1970. V. 10. P. 660.
- 4. Gurevich A. V., Krylov A. L., and Tsedilina E. E. //Space Sci. Rev., 1976. V. 19. P. 59.
- 5. Tsedilina E. E. //Radiophysics, 1998. V. 41. No 4. C. 423.
- 6. TsedilinaE. E. and Belianski N. V. //Adv. Space Res., 1996. V. 17. P. (10)29.
- 7. Iijima T., Potemra T. A., and Zanetti L. J. //J. Geophys. Res., 1990. V. 95. № A2. P. 991.
- 8. Friedel R. H. W., Korth A., Reeves G. D., and Belian R. D. Proceedings of Second International Conference on Substorms, Fairbanks, Alaska, USA, 1994. P. 571.
- 9. Friedel R. H. W., Korth A., and Kremser G. //J. Geophys. Res., 1996. V. 101. № A6. P. 13,137.
- 10. Daglis A. and Axford W. I. //J. Geophys. Res., 1996. V. 101. № A3. P. 5047.
- Fujii R., Fukunishi H., Kukubun S., Sugiura M., Tohyama F., Hayakawa H., Tsuruda K., and Okada T. //J. Geophys. Res., 1992. V.97. P. 10,703.
- 12. Chun F. K. and Russel Ch. T. //J. Geophys. Res., 1997. V. 102. № A2. P. 2261.
- 13. Buonsanto M. J., Foster J. C., and Sipler D. P. //J. Geophys. Res., 1992. V. 97. № A2. P. 1225.

E.E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj



Fig. 11. Distribution of FACs in the equatorial plane (Panels IS5 and IS6), and in the ionosphere (Panels ISZ5 and ISZ6); spectra  $\varepsilon 1$ , L1 (Panels IS5 and ISZ5) and  $\varepsilon 4$ , L3 (Panels IS6 and ISZ6).

- Okada T., Hayakawa H., Tsuruda K., Nishida A., and Matsuoka A. //J. Geophys. Res., 1993. V.98. № A9. P. 15,417.
- 15. Foster J. C., Buonsanto M. J., Mendilo M., Notingham D., Rich F. J., and Denig W. //J. Geophys. Res., 1994. V. 99. № A6. P. 11,429.
- 16. Blanc M. //J. Geophys. Res., 1993. V. 88. № A1. P. 211.
- 17. Frank L. A. //J. Geophys. Res., 1971. V. 76. P. 2265.
- 18. Frank L. A. //J. Geophys. Res., 1967. V.72. № 15. P. 3753.
- 19. Sugiura M. //J. Geophys. Res., 1972. V. 77. № 31. P. 6093.
- 20. Smith P. H. and Hoffman R. A. //J. Geophys. Res., 1973. V. 78. P. 4731.
- 21. Konradi A., Williams D. J., and Fritz T. A. //J. Geophys. Res., 1973. V. 78. P. 4739.
- 22. Kistler L. M., Ipavich F. M., Hamilton D. C., Gloeckler G., Wilken B., Kremser G., and Studemann W. //J. Geophys. Res., 1989. V.94. № A4. P. 3579.
- 23. Hamilton D. C., Gloecker G., Ipavich F. M., Studemann W., Wilken B., and Kremser G. //J. Geophys. Res., 1988. V. 93. № A12. P. 14,343.
- 24. Williams D. J. and Frank L. A. //J. Geophys. Res., 1984. V. 89. № A6. P. 3903.
- 25. Williams D. J. //Physica Scripta, 1987. V. 18. P. 140.
- 26. Willams D. J. //Rev. Geophys., 1987. V. 25. P. 570.
- 27. Stern D. P. //Rev. Geophys., 1996. V. 34. № 1. P. 1.

E.E. Tsedilina, Z. Klos, and S. Maj

- 28. Gonzalez W. D., Joselyn J. A., Kamide Y., Kroehl H. W., Rostoker G., Tsurutani B. T., and Vasyliunus. //J. Geophys. Res., 1994. V. 99. № A4. P. 5771.
- 29. Iijima T. and Potemra T. A. //J. Geophys. Res., 1978. V. 83. P. 599.
- Kelly T. J., Russell C. T., Walker R. J., Parks G. K., and Gosling J. T. //J. Geophys. Res., 1986. V.91. P. 6945.
- 31. Galperin Y. I., Ponomarev V. N., and Zosimova A. G. //Ann. Geophys., 1974. V. 30. P. 1.
- 32. Roeloff E. C. //Adv. Space Res., 1989. V. 9. P. 12, 195.
- Akasofu S.-I. Polar and magnetospheric substorms. Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Co., 1968.
- 34. Imhoff W. L., Ganes E. E., and Regan J. B. //J. Geophys. Res., 1974. V. 79. P. 3141.

Space Research Center, Polish Academy of Science, Warsaw, Poland Поступила в редакцию 30 июня 1997 г.

УДК 533.951

# О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ-ИОНОСФЕРА СО СКАЧКООБРАЗНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ИМПЕДАНСА НИЖНЕЙ СТЕНКИ

# Л. П. Коган

Рассматривается распространение нормальной волны в волноводе Земля—ионосфера, импеданс нижней стенки которого скачкообразно меняет своё значение при переходе из одной области в другую. Искривление границы раздела этих областей предполагается плавным в масштабе длины волны. Получено и исследовано аналитическое выражение для электромагнитного поля в волноводном канале.

В данной работе аналитически исследуется дифракция электромагнитного поля в плоском волноводе Земля—ионосфера, в котором импеданс нижней стенки принимает несовпадающие постоянные значения  $\eta_1$  и  $\eta_2$  в двух различных областях, изменяясь скачком при переходе от одной из них к другой. Такого рода ситуация часто встречается, например, при распространении волны по трассе море суша, когда импедансы соответствующих поверхностей существенно различны. Для полубесконечного верхнего пространства такая проблема рассматривалась в работах [1, 2]. В работе [3] была изучена подобная задача в волноводной постановке, но при условии, что граница областей с различными импедансами представляет из себя прямую линию. Вместе с тем в задачах об описании электромагнитного поля в волноводе представляет интерес учёт воздействия кривизны береговой линии. В этой статье рассматривается случай искривлённой границы раздела областей с различной проводимостью подстилающей поверхности. Для описания электромагнитного поля будем использовать метод конформного преобразования, который позволяет "выпрямить" искривлённую линию раздела областей с различными импедансами, преобразовав её в прямую линию. Это даёт возможность использовать при решении развитый в [3] математический аппарат.

Рассмотрим плоский волновод Земля—ионосфера высотой h (см. рис. 1). Предположим, что импеданс верхней стенки равен  $\eta_0$ , а импеданс нижней стенки принимает значение  $\eta_1$  в области (I), показанной на рис. 2, и  $\eta_2$  — в области (II), изображённой там же. В обоих случаях условия на стенках волновода полагаем изотропными. Граница областей определяется кривой линией  $\Gamma$ , удовлетворяющей уравнению x = f(y). При этом считаем, что амплитуда отклонения кривой f от прямой x = 0 не превосходит характерного горизонтального масштаба l изменения f.

собственное значение моды номера N для волновода, в котором импеданс нижней стенки повсюду равен  $\eta_1$  (т. е. отсутствует область (II)), и  $C_{N,1}(z)$  — соответствующая собственная функция. Здесь  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  и  $\lambda$  — длина волны с частотой w в свободном пространстве. (Зависимость от времени предполагается в виде  $e^{iwt}$ .) Кроме того, полагаем  $p_{N,1} \sim k_0$ ,  $\lambda \ll h$ , а также  $\lambda \ll l$ , так что искривление  $\Gamma$  является плавным в масштабе длины волны.

Расчёт поля на основе строгого решения требует в данном случае трёхмерной постановки задачи. Вместе с тем можно показать, что если для возмущённого поля выполняется неравенство

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} \gg \frac{\partial H_y}{\partial y},\tag{1}$$

то правомерно не учитывать поле горизонтальной поляризации. С точностью до выбора системы координат такой результат совпадает с условием, использованным в работе [4]. При выполнении записанного соотношения, истинность чего будет проверена в дальнейшем, задача становится скалярной.



Вначале будем исходить из предположения, что  $\eta_0 = 0$ . Тогда, обозначив  $H_y^{(1)}$  магнитное поле в области (I) и  $H_y^{(2)}$  — в области (II), можем записать

$$\Delta H_y^{(1,2)} + k_0^2 H_y^{(1,2)} = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial H_y^{(1,2)}}{\partial z} = 0 \bigg|_{z=h},\tag{3}$$

$$\frac{\partial H_y^{(1,2)}}{\partial z} = i \, k_0 \, \eta_{1,2} \, H_y^{(1,2)} \bigg|_{z = 0}.$$
(4)

Для решения задачи (2)–(4) воспользуемся аппаратом конформных отображений. Пусть функция  $\xi_1 = \xi_1(u)$  переводит область (I) комплексной плоскости u = x + iy в левую полуплоскость  $x_1 \leq 0$  комплексной плоскости  $\xi_1 = x_1 + iy_1$ , а функция  $\xi_2 = \xi_2(u)$  — область (II) в правую полуплоскость  $x_2 \geq 0$ 

комплексной плоскости  $\xi_2 = x_2 + iy_2$ . Тогда краевая задача (2)–(4) перепишется в виде

$$\left|\frac{\mathrm{d}\xi_{1,2}}{\mathrm{d}u}\right|^2 \Delta_{\perp} \tilde{H}_y^{(1,2)} + \frac{\partial^2 \tilde{H}_y^{(1,2)}}{\partial z^2} + k_0^2 \tilde{H}_y^{(1,2)} = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_{y}^{(1,2)}}{\partial z} = 0 \bigg|_{z=h},$$
(6)

$$\frac{\partial \tilde{H}_{y}^{(1,2)}}{\partial z} = i \, k_0 \, \eta_{1,2} \, \tilde{H}_{y}^{(1,2)} \bigg|_{z = 0}.$$
(7)

Здесь  $\tilde{H}_y^{(1,2)} = H_y^{(1,2)}(x(x_{1,2}; y_{1,2}); y(x_{1,2}; y_{1,2}))$  (при этом  $x(x_{1,2}; y_{1,2}), y(x_{1,2}; y_{1,2})$  есть запись исходных координат точки (x; y) плоскости u как функции введённых переменных  $x_{1,2}$  и  $y_{1,2}$ ) и  $\Delta_{\perp} = 2^{2^2}$  $\frac{\partial^2}{\partial x_{1,2}^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_{1,2}^2}$ . Используя данное представление, рассмотрим вначале поле  $\tilde{H}_y^{(1)}$  в области (I).

В уравнении (5) коэффициент  $\left|\frac{\mathrm{d}\xi_1}{\mathrm{d}u}\right|^2$  не зависит от z. Поэтому целесообразно искать решение по методу разделения переменных:

$$\tilde{H}_{y}^{(1)} = H_{y}^{\mathsf{B}} + \sum_{m=0}^{+\infty} G_{m,1}, \quad \text{где} \quad G_{m,1} = \rho_{m,1}(x_{1};y_{1}) \,\tilde{C}_{m,1}(z) \,.$$
(8)

Подставляя (8) в (5)–(7), получаем, что  $\rho_{m,1}$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta_{\perp}\rho_{m,1} + \tilde{p}_{m,1}n_1^2(x_1;y_1)\rho_{m,1} = 0, \qquad (9)$$

 $\left($ введено обозначение  $n_1 = \left| \frac{\mathrm{d} u}{\mathrm{d} \xi_1} \right| 
ight)$ , а функция  $\tilde{C}_{m,1}$  — совокупности соотношений

$$\frac{\partial^2 C_{m,1}^2}{\partial z^2} + (k_0^2 - \tilde{p}_{m,1}^2) \tilde{C}_{m,1} = 0, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{C}_{m,1}^2}{\partial z^2} + (k_0^2 - \tilde{p}_{m,1}^2) \tilde{C}_{m,1} = 0, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{C}_{m,1}}{\partial z} = 0 \bigg|_{z = h}, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{C}_{m,1}}{\partial z} = i \, k_0 \, m_1 \, \tilde{C}_{m,1} \bigg| \qquad (12)$$

$$\frac{\partial C_{m,1}}{\partial z} = i \, k_0 \, \eta_1 \, \tilde{C}_{m,1} \bigg|_{z = 0}.$$
<sup>(12)</sup>

Уравнения (10)–(12) для функций  $\tilde{C}_{m,1}$  совпадают с соотношениями, на основании которых вычисляются собственные функции  $C_{m,1}$  невозмущённого волновода с импедансом  $\eta_1$  нижней стенки. Следовательно,

$$C_{m,1} = C_{m,1} \,. \tag{13}$$

Строго говоря, такое равенство справедливо с точностью до некоторого неизвестного постоянного коэффициента, наличие которого будет учтено при вычислении  $\rho_{m,1}$ . Из (13) следует, что  $\tilde{p}_{m,1} = p_{m,1}$ .  $\left( 3 \text{десь } p_{m,1,2} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi m}{h} + i\frac{k_0\eta_{1,2}}{\pi m}\right)^2} \right) \text{Далее, волна возбуждения } H_y^{\text{в}} \text{ также представима в виде} \\ H_y^{\text{в}} = \rho_{N,1}(x_1; y_1) \cdot C_{N,1}(z), \text{ где } \rho_{N,1} \text{ удовлетворяет уравнению (9) и } C_{N,1} - \text{системе (10)-(12).}$ 

Можно показать, что если  $\lambda \ll \ell$ , то имеет место условие  $|\text{grad}n_1(x_1;y_1)| \frac{\lambda}{2\pi} \ll 1$ , т. е. в данном случае уравнение (9) может быть решено с помощью приближения геометрической оптики (т. к. расстояние, на котором существенно меняется модуль производной конформного отображения, определяется характерным масштабом  $\ell$  изменения границы соответствующей области). Тогда для *у*-компоненты магнитного поля волны возбуждения получаем выражение

$$H_y^{\rm B} = \frac{1}{\sqrt{F}} e^{-i\Psi} C_{N,1}(z) , \qquad (14)$$

в котором для эйконала  $\Psi$  выполняется обычное соотношение

$$(\nabla\Psi)^2 = n_1^2, \tag{15}$$

где градиент берётся по переменным  $x_1$ ,  $y_1$ . (В виде замечания укажем, что уравнения (8) и (9) зависят только от производной  $n_1 = \left| \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi_1} \right|$  обратного преобразования  $u = u(\xi_1)$ . То же самое будет и в области (II). Поэтому, как будет проиллюстрировано далее, практически можно ограничиться построением обратных к  $\xi_{1,2}$  отображений  $u(\xi_{1,2})$ ).

Решение уравнения (15) записывается в виде  $\Psi = K_x^{\text{в}} x(x_1; y_1) + + K_y^{\text{в}} y(x_1; y_1)$ , где x и y — координаты точки в плоскости u = x + iy, переходящей в точку  $x_1 + iy_1$  в плоскости  $\xi$ , а  $K_x^{\text{в}}$  и  $K_y^{\text{в}}$  — некоторые постоянные, причём  $(K_x^{\text{в}})^2 + (K_y^{\text{в}})^2 = p_{N,1}^2$ . (Учтено, что функции  $x(x_1; y_1)$  и  $y(x_1; y_1)$  каждая в отдельности удовлетворяют (15).)

В рассматриваемой задаче допустимо предположение о том, что при значительном удалении влево от границы раздела областей, когда  $x_1 \to -\infty$ , коэффициент преломления  $n_1^{(0)} = \left| \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi_1} \right|$  стремится к единице (см. [5]). Поэтому в этой части комплексной плоскости  $H_y^{\mathrm{B}} \sim e^{-ip_{N,1}x(x_1;y_1)}$  и, следовательно,  $K_x^{\mathrm{B}} = h_{N,1}$  и  $K_y^{\mathrm{B}} = 0$ . Фактор расходимости F в (14) находим в виде  $F = \frac{n_1}{n_1^{(0)}}T$ . Здесь  $n_1$  — коэффициент преломления в точке наблюдения, а  $n_1(0)$  — в начальной точке распространения луча,  $T = \frac{D(y_0; S)}{D^{(0)}(y_0; S)}$ , где D и  $D^{(0)}$  — якобианы перехода к лучевым координатам, вычисленные соответственно в точке наблюдения и начальной точке. Величина T равна отношению площадей сечения лучевой трубки в точке наблюдения и в начальной точке. Нетрудно показать, что при принятых условиях это соотношение есть не что иное, как коэффициент растяжения  $\left| \frac{\mathrm{d}\xi_1}{\mathrm{d}u} \right|$  при конформном преобразовании  $\xi_1(u)$ . Но данный коэффициент равен  $\frac{1}{n_1}$ . Кроме того, согласно сделанному выше замечанию о свойствах отображения  $\xi$ , допустимо считать  $n_1^{(0)} = 1$ . Следовательно, для падающей волны возбуждения фактор расходимости F = 1.

В итоге

$$H_{y}^{\mathsf{B}} = e^{-ip_{N,1}x(x_{1};y_{1})}C_{N,1}(z).$$
(16)

Иными словами, в приближении геометрической оптики допустимо полагать, что в лежащую на границе  $x_1 = 0$  точку  $M_1(x_1'=0, y_1')$  (штрихом обозначены координаты точки на линии раздела областей) нормально падает квазиплоская волна, поле которой вблизи  $M_1$  записывается в виде  $H_y^{\rm B} \sim e^{-ip_{N,1}[\mathbf{x}(0;y_1')+c_xx_1+c_y(y_1-y_1')]}$ , где  $\mathbf{c}_x = \frac{\partial x(x_1,y_1)}{\partial x_1}\Big|_{x_1=0} = \left|\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi_1}\right|\cos(\gamma) = n_1\cos(\gamma), \mathbf{c}_y = \mathbf{c}_x \mathrm{tg}(\gamma).$ Здесь угол  $\gamma$  есть аргумент производной конформного преобразования  $\xi_1$ . Можно показать, что при принятых ограничениях  $\gamma \sim \operatorname{arctg}\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\right)$ .

570 Л. П. Коган

Поэтому при определении параметров волн, возбуждённых падающей на неоднородность волной  $H_y^{\text{в}}$ , правомерно применить математический аппарат, развитый в работе [3]. Различие состоит лишь в том, что в данном случае волновой вектор падающей волны имеет компоненту, направленную вдоль линии границы.

По аналогии с  $H_y^{\text{в}}$  ищем и поле  $H_y^{(1)}$  как совокупность мод  $G_{m,1}$ , возбуждённых на неоднородности и отражённых назад в область (I). При этом с точки зрения применимости метода геометрической оптики необходимо, чтобы зона, существенная для распространения соответствующих лучей, почти целиком проходила бы вне линии границы  $\Gamma$ . Ниже будет показано, что при квазинормальном падении на линию границы можно пренебречь полем мод, не удовлетворяющих данному требованию.

В рассматриваемом случае коэффициент преломления n зависит только от двух переменных  $x_1$  и  $y_1$ , так что все лучи "нумеруются" заданием исходной координаты  $y_1 = y_0$ . Следовательно, если S — путь, пройденный лучом, то  $x_1 = x_0 + \int_0^S \cos \varphi(S) dS$ ,  $y_1 = y_0 + \int_0^S \sin \varphi(S) dS$ , где  $\varphi$  есть угол отклонения

касательной к лучевой траектории от прямой  $y_1 = y_0$ .

При этом якобиан D вычисляется в виде

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial y_0} & \frac{\partial x_1}{\partial y_0} \\ \frac{\partial y_1}{\partial S} & \frac{\partial x_1}{\partial S} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \sin \varphi(S) & \cos \varphi(S) \end{vmatrix} = \cos \varphi(S).$$

Аналогичным образом находим, что  $D_0 = \cos \varphi(0)$ .

Таким образом,  $F = [n_1 \cos \varphi(S)]/[n'_1 \cos \varphi(0)]$ , где  $n'_1$  — значение коэффициента преломления на линии раздела, а аргумент S есть длина пути отражённого влево луча от границы области (I) до точки наблюдения. В силу локальной однородности величины  $n_1$  считаем её постоянной в малой окрестности точки  $M_1$ . Тогда в отражённой волне компонента волнового вектора  $n_1k_y = n_1p_{N,1}\sin(\gamma)$ , параллельная оси  $y_1$ , не изменит своего значения в этой малой области. (Здесь и далее  $k_{y,1} = k_{y,2} = k_y$ .) В результате для направленной вдоль оси  $x_1$  компоненты  $n_1k_{x,1}$  волнового вектора  $\vec{k}(n_1k_x, n_1k_y)$  моды номера m получаем соотношение  $k_{x,1}^2 + k_y^2 = p_{m,1}^2$ . Следовательно, для отражённого назад луча  $k_{x,1} = -\sqrt{p_{m,2}^2 - k_y^2}$ , где выбирается значение квадратного корня, имеющее положительную реальную и отрицательную мнимую части. Таким образом, эйконал соответствующего луча в граничной точке  $M_1(x'_1, y'_1)$  должен удовлетворять соотношению  $\nabla \Psi_1 = \vec{k}(n_1k_{x,1}, n_1k_y)$ . Но уравнение эйконала имеет два решения:  $x(x_1, y_1)$  и  $y(x_1, y_1)$ , так что  $\Psi_1 = K_{x,1}(x(x_1, y_1) - x') + K_{y,1}(y(x_1, y_1) - y')$ . Из написанных соотношений несложно показать, что  $K_{x,1} = k_{x,1}\cos(\gamma) - -k_y\sin(\gamma)$ ,  $K_{y,1} = k_{x,1}\sin(\gamma) + k_y\cos(\gamma)$ .

В итоге имеем

$$\tilde{H}_{y}^{(1)} = \sum_{m=0}^{+\infty} G_{m,1}, \qquad (17)$$

где

$$G_{m,1} = \frac{1}{\sqrt{F}} \widetilde{A}_m^{(1)} \cdot e^{i\{K_{x,1}[x(x_1;y_1)-x']+K_{y,1}[y(x_1,y_1)-y']\}} C_{m,1}$$

и  $\widetilde{A}_m^{(1)}$  — некоторые неизвестные постоянные коэффициенты.

Перейдём к определению поля в области (II), лежащей справа от линии границы (см. рис. 2).

Для этого вернёмся в исходную плоскость u, в которой с точностью до указанных коэффициентов магнитное поле  $H_y$  вычислено в представлении (8) (см. также (16) и (17)). Затем проведём ранее указанное преобразование  $\xi_2(u)$ . Можем полагать, что линия границы отображаемой области смещена влево в направлении оси x на бесконечно малую величину по отношению к истинной границе x = f(y).

При этом все характеристики конформного преобразования не изменятся, но в плоскости  $\xi_2 = x_2 + iy_2$  задача становится полностью аналогичной рассмотренному выше случаю для области (I). В частности, считаем, что на линии раздела  $x_2 = 0$  комплексной плоскости  $\xi_2 = x_2 + iy_2$  волна  $H_y^{\text{B}}$ , волновой вектор которой содержит компоненту  $n_2k_y = n_2p_{n,1}\sin(\gamma)$ , параллельную оси  $y_2$ , возбуждает совокупность нормальных волн  $G_{m,2}$ , так что полное поле  $\tilde{H}_y^{(2)}$  справа от границы записывается в виде

$$\tilde{H}_{y}^{(2)} = \sum_{m=0}^{+\infty} G_{m,2} \,. \tag{18}$$

Здесь  $G_{m,2} = \frac{1}{\sqrt{F}} \widetilde{A}_m^{(2)} e^{-i\{K_{x,2}[x(x_2;y_2)-x']+K_{y,2}[y(x_2;y_2)-y']\}} C_{m,2}.$ 

Входящая в (18) сумма описывает общий потенциал совокупности распространяющихся в области (II) нормальных волн, возбуждённых на неоднородности. Как и ранее,  $F = [n_2 \cos \varphi(S)]/[n'_2 \cos \varphi(0)]$ , постоянные  $K_{x,2}$  и  $K_{y,2}$  находим из соотношений  $K_{x,2} = k_{x,2} \cos(\gamma) - k_y \sin(\gamma)$ ,  $K_{y,2} = k_{x,2} \sin(\gamma) + k_y \cos(\gamma)$ . Здесь  $k_{x,2} = \sqrt{p_{m,2}^2 - k_y^2}$ ,  $k_y = p_{N,1} \sin(\gamma)$ . Смысл  $\widetilde{A}_m^{(2)}$ ,  $n_2$  и  $n'_2$  — тот же, что и ранее  $\widetilde{A}_m^{(1)}$ ,  $n_1$  и  $n'_1$ .

Итак, с помощью проведения конформных преобразований  $\xi_{1,2}$ , использования разделения переменных и применения метода геометрической оптики найдены функции F,  $\Psi$  и  $C_m$ .

Для определения указанных коэффициентов необходимо написать условия сшивания полей и их производных при переходе через границу раздела областей (I) и (II).

Из теории аналитических функций комплексного переменного следует, что в плоскостях  $\xi_{1,2}$  эффективный показатель преломления  $n_{1,2}$  будет или непосредственно претерпевать разрыв, или по крайней мере иметь разрыв первой производной при переходе через спрямлённую линию  $\gamma$ . Это обстоятельство существенно усложняет условия сшивания.

Поэтому для нахождения  $\tilde{A}_m^{(1,2)}$  вновь вернёмся в исходную плоскость u, где коэффициент преломления тождественно равен единице и всюду непрерывен. При этом  $\tilde{H}_y^{(1,2)}(x(x_1,y_1),y(x_1,y_1)) = H_u^{(1,2)}(x,y)$ .

Вблизи точки M(x', y') удобно ввести локальные координаты (w, v) (одни и те же по обе стороны от линии  $\Gamma$ ) с началом координат в самой M, причём w измеряется по прямой, перпендикулярной касательной к граничной кривой в точке M, а v — на самой касательной. В таком случае  $x - x' = w \cos(\gamma) - v \cos(\gamma), y - y' = w \sin(\gamma) + v \cos(\gamma),$ где  $\gamma = \arctan\left(\frac{\mathrm{d} f(y)}{\mathrm{d} y}\right)$  при y = y' и также  $\Psi_{1,2} = k_{x,1,2} w + k_y v.$ 

Условия сшивания на границе в координатах (w, v) приводятся к виду

$$H_y^{(1)}\Big|_{w=0,\,v=0} = H_y^{(2)}\Big|_{w=0,\,v=0},\tag{19}$$

$$\frac{\partial H_y^{(1)}}{\partial w}\bigg|_{w=0,\,v=0} = \frac{\partial H_y^{(2)}}{\partial w}\bigg|_{w=0,\,v=0},\tag{20}$$

Можно показать, что в геометрооптическом приближении (при пренебрежении производными от амплитудного сомножителя) соотношения (19) и (20) приводят к системе уравнений для  $\widetilde{A}_m^{(1)}$  и  $\widetilde{A}_m^{(2)}$ , аналогичной той, что уже была получена в случае прямой линии разграничения в работе [3] для коэф-фициентов  $A_m^{(1)}$  и  $A_m^{(2)}$ , в предположении, что  $|\eta_{1,2}| \ll k_0 h$ . Следовательно,  $\widetilde{A}_m^{(1,2)} = A_m^{(1,2)}$ .

В качестве иллюстрации здесь приведём найденное на основе результатов из [3] выражение только

Л. П. Коган

для случая  $N \neq m$ . При введённых обозначениях получаем  $A_m^{(1,2)} = ik_0h(\eta_2 - \eta_1)\frac{1 \mp [p_{N,1}\cos(\gamma)/k_{x,1}]}{2\pi^2(N^2 - m^2)}$ , где знак " – " относится к  $A_m^{(1)}$ , а " + " к  $A_m^{(2)}$ .

Теперь осталось проверить выполнение условия (1), дающего возможность пренебрежения деполяризацией. В работе [4] такая проверка делается на основе численных расчётов. В данном случае необходимо учесть, что если  $k_{x,1,2} \gg k_y$  и  $p_{N,1} \sim k_0$ , то  $\frac{\partial \Psi}{\partial w} \sim k_0 \gg \frac{\partial \Psi}{\partial v}$ . При том же условии производные от входящей в выражение для  $F^{-\frac{1}{2}}$  величины  $\cos(\phi_1(S))$  также много меньше  $k_0$ . Наконец, производная от  $n_{1,2}$  по всем направлениям есть величина одного и того же порядка и не превосходит  $x^2 a \ll k_0$ . Поэтому написанное выше условие пренебрежения деполяризацией выполняется везде, кроме случая, когда  $k_{x,1,2}\gtrsim k_y$ . Последнее возможно, если  $|p_{m,1,2}^2|\lesssim |p_{N,1}\sin(\gamma)|^2$ . Для таких волн первая зона Френеля захватывает существенную часть линии Г раздела областей, так что, строго говоря, развитая здесь теория и само применение метода геометрической оптики являются не вполне корректными. Но при введённых условиях их число заведомо много меньше общего количества распространяющихся мод. Кроме того, на основании результатов работы [6] можно показать, что для прямой линии  $\Gamma$  в случае малых углов падения суммарное решение в точке наблюдения может быть представлено в виде суперпозиции прямого поля и поля, отражённого по законам геометрической оптики от границы раздела сред. Таким образом, для возбуждённых на криволинейной границе существенных мод максимальный угол отклонения от оси x в областях (I) и (II) по порядку величины не превосходит  $\max(\gamma) \sim a \ll 1$ . В то же время для обсуждаемого типа волн угол отклонения от оси x является величиной порядка  $\pi/2$ . В силу чего при удалении от границы их совместное поле является малым в сравнении с общим суммарным полем волны возбуждения и собственно возбуждённых мод. Из [6] также следует, что при наличии на нижней стенке волновода источника в виде вертикального электрического диполя (ВЭД) функция ослабления для трассы, проходящей вдоль линии Г, и для трассы, ей перпендикулярной, есть величины одного порядка. То же верно и для коэффициентов возбуждения  $A_{m,1,2}$ "продольных" (идущих почти параллельно оси *у*) и "поперечных" нормальных волн, возбуждённых на неоднородности. Поле каждой такой моды можно представить как результат излучения совокупности заданных ВЭД, помещённых в волновод. Поэтому, с учётом малости числа "продольных" мод по сравнению с общим количеством существенных нормальных волн, приходим к выводу о правомерности пренебрежения модами с малыми углами скольжения относительно линии  $\Gamma$  и в непосредственной близости от неё.

К этому же выводу можно прийти и на основании использованного в [2] физического предположения о том, что локально структура поля близка к полученному в работе [1] решению для прямолинейной границы. При существующих параметрах сред и не слишком больших углах падения данное решение позволяет утверждать, что на каждом локальном участке искривлённой линии раздела поле волн, рассеянных почти параллельно границе, много меньше поля "поперечных"мод.

Перейдём к анализу решения. Все результаты в дальнейшем будем считать записанными в координатах (x, y) плоскости u. Прежде всего, отметим, что если уравнение границы раздела областей (I) и (II) задаётся в виде x = 0, как и в [3], то выражения (17) и (18) совпадают с результатами из этой работы.

Если же это не так, то по сравнению с [3] возникает несколько отличий в свойствах полученного решения.

В [3] луч, прошедший в точке x = x', y = y' в область (II), далее распространяется вдоль линии y = y' = const (в плоскости u = x + iy). В рассматриваемом же случае такой луч в области (II) будет двигаться по отношению к оси y под углом  $\phi_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{K_{y,2}}{K_{x,2}}\right)$  в области (II) и углом  $\phi_1 =$ 

 $- \arctan\left(\frac{K_{y,1}}{K_{x,1}}\right)$  в области (I). При малых углах  $\gamma$  соответствующие углы отклонения по абсолютной

величине близки к  $\left| \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Re}(p_{N,1} + p_{m,1,2})}{\operatorname{Re}(p_{m,1,2})} \frac{\mathrm{d}f(y)}{\mathrm{d}y} \right) \right|$ . В результате величина угла отклонения зависит

как от кривизны линии границы раздела сред на участке падения волны возбуждения, так и от номера m данной возбуждённой моды.

По теореме Лиувилля, и максимум, и минимум  $n_1$  достигается на границе области (I). Можно показать, что максимум  $n_1$  соответствует точкам наибольшей выпуклости линии границы (точка M на рис. 2), а минимум — точкам наиболее сильной вогнутости (точка N). Поэтому даже без учёта затухания амплитуда всех мод, возбуждённых на неоднородности и распространяющихся в (I), будет асимптотически (стремясь к единице) убывать при удалении от M и возрастать при удалении от N вдоль трасс соответствующих лучей. Первый случай, очевидно, можно рассматривать как квазирассеяние, а второй — как квазифокусировку волн, возбуждённых на линии раздела. В области (II) ситуация аналогична.

В качестве примера правильности проведённых здесь рассуждений в Дополнении к этой работе рассмотрена ситуация, когда линия границы задана в виде  $f(x) = a \cos(ax)$ .

Далее, предположим, что основная доля энергии спектра мощности флуктуаций границы раздела областей сосредоточена вблизи характерного волнового числа  $\kappa = \frac{2\pi}{l}$  в полосе  $(\kappa - \delta; \kappa + \delta)$ , где  $\delta \ll \kappa$ . Тогда несложно показать, что по обе стороны границы амплитуды потенциалов  $G_{m,1,2} \sim \frac{1}{\sqrt{n_{1,2}}}$ , при удалении от линии раздела, изменяются пропорционально  $\sim \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{df(y)}{dy}}e^{-\kappa|x-f(y)|}}$ . Здесь y = 0

ордината точки падения волны возбуждения на границу в исходной плоскости *u*, *x* — абсцисса точки наблюдения на траектории соответствующего луча.

Таким образом, получено решение поставленной задачи для случая, когда импеданс  $\eta_0$  верхней стенки волновода Земля—ионосфера равен нулю. Если же это не так и  $\eta_0 = \alpha \neq 0$ , то необ-ходимо применить к  $H_y^{(1,2)}(x, y, z, \eta_0=0)$  оператор

$$\mathcal{L} = \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{1}{j!} \frac{d^j}{d\eta_0^j} \alpha^j , \qquad (21)$$

где все производные под знаком суммы берутся при  $\eta_0 = 0$ . Но легко понять, что при  $\alpha = \text{const}$  в силу линейности проводимых операций переход к случаю ненулевого импеданса ионосферы осуществляется путём замены собственных чисел  $p_{m,1}$  и  $p_{m,2}$ , а также соответствующих собственных функций, взятых при нулевом значении импеданса ионосферы, на те же величины, но при условии  $\eta_0 = \alpha \neq 0$ .

Итак, можем сделать следующие выводы. Искривление линии раздела областей с различным импедансом не изменяет, в рамках принятых ограничений, тип возбуждаемых нормальных волн по сравнению с рассмотренным в [3] случаем прямолинейной границы. Влияние такого искривления сказывается в появлении функции ослабления  $\frac{1}{\sqrt{F}}$  (общей для всех возбуждённых мод) и в отличии от нуля наименьшего угла между направлением распространения последних и осью y. При этом вблизи участков вогнутости линии разграничения в сторону соответствующей области существуют эффекты квазирассеяния, а рядом с областями выпуклости в направлении "чужой"области — квазифокусировки электромагнитного поля. Амплитуда функции ослабления пропорциональна кривизне данного участка линии раздела, а закон приближения величины  $\frac{1}{\sqrt{F}}$  к единице по мере удаления от границы определяется формой спектра мощности заданной функции f(y).

Предложенный в настоящей работе метод двойного конформного отображения в плоскости горизонтальных переменных может быть распространён на ряд задач о волноводном распространении электромагнитных волн при наличии неоднородностей более сложной геометрии.

#### **ПРИЛОЖЕНИЕ**

#### ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ВИДА $f(x) = a\cos(xy)$

В виде примера применения полученных результатов рассмотрим случай уравнения границы  $\Gamma = \Gamma(x, y)$  вида  $x = a \cos(x)$ . Ранее использовалось преобразование  $\xi_1(u)$ , переводящее область (I) с границей  $\Gamma_1(x_1 = 0)$  в левую половину  $x_1 \leq 0$  комплексной плоскости  $\xi_1 = x_1 + iy_1$ , и  $\xi_2(u)$ , трансформирующее область (II) в правую полуплоскость  $x_2 \geq 0$  плоскости  $\xi_2 = x_2 + iy_2$  с границей  $\Gamma_1(x_2 = 0)$ . При этом подчёркивалось, что в некоторых случаях необходимые оценки можно получить, ограничиваясь построением обратных конформных отображений  $u(\xi_{1,2})$ , преобразующих  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  в линию  $\Gamma$  плоскости u = x + iy.

Рассмотрим функцию

$$u(\xi_1) = \xi_1 + ae^{\Re\xi_1} + f_1(\xi_1) \,.$$

В первом приближении полагаем  $f_1 = 0$ . Тогда  $x = x_1 + ae^{\Re x_1} \cos(\Re y_1), y = y_1 + ae^{\Re x_1} \sin(\Re y_1)$ . Обозначим  $\Re a = q$ . Отбрасывая слагаемые порядка выше  $\sim aq$ , получим, что образом прямой  $x_1 = 0$ является линия  $x = a\cos(\Re y) - \frac{aq}{2}\cos(2\Re y) + \frac{aq}{2}$ . Граница переходит в требуемую кривую с точностью до слагаемых порядка  $\sim aq$ . Отсюда следует, что два последних слагаемых в выражении для граничных значений x исчезают, если в следующем приближении потребовать, чтобы  $f(\xi_1) = \frac{aq}{2}e^{2\Re\xi_1} - \frac{aq}{2}$ , так что u запишется в виде

$$u(\xi_1) = \xi_1 + ae^{\Re\xi_1} + \frac{aq}{2}e^{2\Re\xi_1} - \frac{aq}{2}.$$

Если  $q^2 \ll 1$ , то отклонение полученной границы от искомой линии  $x = a \cos(x)$  будет много меньше *a*. После проведённых двух итераций получаем искомое уравнение для граничных значений *x*. Необходимо определить область его однолистности. Считая  $x_1 = \text{const}$ , вычислим производную  $\frac{dx}{dy} = \frac{dx/dy_1}{dy/dy_1} = \frac{1 - qe^{xx_1}\sin(xy_1) - q^2e^{2xx_1}\sin(2xy_1)}{1 + qe^{xx_1}\cos(xy_1) + q^2e^{2xx_1}\cos(2xy_1)}$  для образа x = x(y) вышеуказанной прямой. Нетрудно увидеть, что при выполнении неравенства  $1 - q - q^2 > 0$  (когда  $0 \le q < 0.6$ ) данная производная является всюду конечной. В том же интервале значений нигде не обращается в бесконечность и производная  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dx_1}{dx/dx_1}$ , взятая при  $y_1 = \text{const}$ . Это означает, что образы прямых, параллельных координатным осям в плоскости  $\xi_1$ , в координатах (x, y) не образуют петель или участков неоднозначности. Иначе хотя бы в одной точке той или иной кривой соответствующая производная имела бы особенность. Следовательно, координатная сетка отображается взаимно однозначно и всё преобразование в целом является однолистным.

Аналогичным образом можно показать, что правая половина  $x_2 \ge 0$  плоскости  $\xi_2$  переходит в линию  $x = -a\cos(xy)$  при преобразовании  $u(\xi_2) = \xi_2 - ae^{x\xi_2} - \frac{aq}{2}e^{2x\xi_2} + \frac{aq}{2}$ . Условия однолистности здесь те же, что и ранее. Полученная кривая x(y) смещена относительно  $\Gamma$  на половину периода (на  $\frac{\pi}{x}$ ) вдоль по оси y. Поэтому будем полагать, что точке N на рис. 2 соответствует  $\cos(xy_1) = 1$  (в области (II)), а точке M — наоборот,  $\cos(xy_1) = -1$  и  $\cos(xy_1) = 1$ .

В данном случае  $n_1 = \left| \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi_1} \right| = \left| 1 + q e^{\mathfrak{E}\xi_1} \right| \sim \sqrt{1 + 2q e^{\mathfrak{E}x_1} \cos(\mathfrak{E}y_1)}$ , где в последнем приближённом соотношении отброшены слагаемые порядка  $q^2$  и выше. Аналогично,  $n_2 = \sqrt{1 + 2q e^{-\mathfrak{E}x_2} \cos(\mathfrak{E}y_2)}$ .

При удалении от точек M и N перпендикулярно оси y можно принять, с учётом сделанных приближений, что  $x_{1,2} = x$ .

Фактор ослабления для области (I)  $F^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{n_1' \cos{(\phi_1(0))}}{n_1(x_1, y_1) \cos{(\phi_1(S))}}}$ . Величина  $\phi_1(S)$  характеризует угол распространения волноводной моды, возбуждённой в области  $x_1 \leq 0$  комплексной плоскости  $\xi_1$ , в точке  $(x_1, y_1)$ , расположенной на удалении S вдоль по дуге луча от исходной точки  $(x_1=0, y_1=y_1')$ , в которой S = 0 и  $\phi_1(0) = \arctan{\frac{K_{1,y}}{K_{1,x}}}$ . Угол  $\phi_1(S)$  отличается от  $\phi_1(0)$  на величину поворота  $\arg{(\xi_1'(u))}$  конформного преобразования, переводящего  $\Gamma$  в  $\Gamma_1$ . Этот угол не превосходит  $\gamma = \arctan{(x'(y))}$  — наклона граничной кривой в данной точке.

Пренебрегая полем тех возбуждённых на неоднородности нормальных волн, которые распространяются под малыми углами к оси y, можем полагать  $\frac{\phi_1(0)}{\phi_1(S)} \sim 1 + O(q^2)$ , так что  $F^{-\frac{1}{2}} \sim \sqrt{\frac{n'_1}{n_1(x_1, y_1)}}$ . Для области (II) все рассуждения аналогичны. Таким образом, в области (I) при удалении влево от точки N параллельно оси x функция  $F^{-\frac{1}{2}} \sim \sqrt{\frac{1+2a \Re}{1+2a \Re e^{\Re x}}}$  увеличивается, стремясь к  $\sqrt{1+2a \Re}$  (см. рис. 2), а при удалении влево от точки M функция  $F^{-\frac{1}{2}} \sim \sqrt{\frac{1-2a \Re}{1-2a \Re e^{\Re x}}}$  уменьшается, стремясь к  $\sqrt{1-2a \Re}$ . Первый случай соответствует квазирассеянию, а второй — квазифокусировке на

неоднородностях границы Г. Полученные оценки верны при условии, что  $|x| \ll \frac{l}{\operatorname{tg} \gamma} \sim \frac{l^2}{a}$ . При больших значениях |x| происходит существенное перекрытие френелевских объёмов лучей, отражённых от различных точек искривлённой линии раздела областей, в результате чего их воздействие усредняется.

Необходимо отметить, что для рассматриваемой кривой, равно как и при любом ином профиле неоднородности, эффективный показатель преломления  $n_{1,2}$  непосредственно не зависит ни от номера моды, ни от величины импеданса подстилающей границы. Действительно, в результате использования метода разделения переменных исходная трёхмерная задача сводится к одномерному уравнению для функции  $C_{m,1,2}(z)$  с граничными условиями Неймана на верхней и нижней стенках волновода (решение которого задаёт спектр собственных функций и собственных значений поперечного оператора в случае однородной среды внутри волновода и не зависит от  $n_{1,2}$ ), и двумерному уравнению  $\Delta_{\perp}\rho_{m,1,2} + p_{m,1,2} n_{1,2}^2(x_1; y_1)\rho_{m,1,2} = 0$ , решаемому с помощью метода геометрической оптики. Последнее соотношение соответствует распространению в двумерной среде (не зависящей от z) волны с горизонтальным волновым числом  $p_{m,1,2}$ , определяемым номером m моды для случая однородного волновода с импедансом  $\eta_1$  или соответственно  $\eta_2$ .

Таким образом, преимуществом предлагаемого метода является возможность получения простых аналитических оценок поведения поля в зависимости от расстояния до границы области.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 96-02-18666).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
- 2. Басс Ф. Г., Слепян Г. Я., Слепян А. Я. //ДАН СССР, 1991. Т. 317. № 1. С. 82.
- 3. Коноров Д. П., Макаров Г. И. //Проблемы дифракции и распространения волн (сборник), 1990. № 23. С. 34.
- 4. Лутченко А. А., Лутченко Л. Н, Тихомиров Н. П. //Проблемы дифракции и распространения волн, 1990. № 23. С. 51.
- 5. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958.
- 6. Соловьев О. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 1. С. 37.

Научно-исследовательский радиофизический институт, Н.Новгород, Россия Поступила в редакцию 5 декабря 1996 г.

# STUDY OF WAVES IN AN EARTH–IONOSPHERE WAVEGUIDE WITH ABRUPT CHANGE OF THE LOW-SIDE IMPEDANCE

L.P.Kogan

We study the propagation of normal wave in Earth—ionosphere waveguide with abrupt change of the low-side impedance. Boundary bend is proposed to be smooth on the wavelength scale. An analytical expression for the electromagnetic field waveguide is found and investigated.

### УДК 621.371.246: 621.3.029.66

# К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ УЛЬТРАФИОЛЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПОГЛОЩЕНИЕ СУБМИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН В ПАРАХ ВОДЫ

## Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов

Экспериментально исследованы субмиллиметровые спектры поглощения чистого водяного пара и смеси "водяной пар + сухой воздух" в условиях облучения газовой пробы ультрафиолетовым (УФ) излучением. Измерения выполнены на вакуумном эшелеттном спектрометре в диапазоне волновых чисел 21,5–56 см<sup>-1</sup> при разрешении 0,4–0,9 см<sup>-1</sup> с использованием в качестве УФ источника ртутно-кварцевой лампы ДРТ-375. Полученные данные, в отличие от результатов подобных экспериментов, проведённых другими авторами, свидетельствуют об отсутствии сколько-нибудь заметного влияния УФ излучения на спектры поглощения использовавшихся газовых проб.

Согласно экспериментам, описанным в работе [1], субмиллиметровый спектр поглощения водяного пара при облучении его УФ излучением сильно усложняется: кроме постоянно присутствующих линий поглощения, принадлежащих вращательному спектру молекул воды, в нём возникает большое количество дополнительных особенностей, значительная часть которых в отношении интенсивности сравнима с регистрируемыми линиями H<sub>2</sub>O. При этом самым неожиданным здесь является то, что при достаточно большой мощности УФ излучения в ряде спектральных участков, в которых расположены особенности, вместо поглощения субмиллиметровых волн наблюдалось их усиление. В последующих публикациях Гебби и др. [2, 3] сообщалось о наблюдении усиления и генерации миллиметровых и субмиллиметровых волн при использовании для "накачки"газовой пробы — смеси водяной пар + сухой воздух — не только источников УФ излучения (ртутно-кварцевых ламп), но и монохроматических (или квазимонохроматических) генераторов миллиметрового диапазона, а также их комбинаций.

Эта довольно обширная серия экспериментов [1-3], давших столь интригующие результаты, побудила и нас к постановке подобного рода исследования. Мы поставили своей целью попытаться воспроизвести, хотя бы частично, результаты работы [1], используя для этого разработанный ранее вакуумный эшелеттный спектрометр [4, 5]. Его оптическая схема приведена на рис. 1. В качестве источника субмиллиметрового излучения (1) использовалась ртутно-кварцевая лампа ДРТ-220 (номинальная мощность  $W_{\rm H} = 220$  Вт), питавшаяся постоянным током и помещённая в охлаждаемый проточной водой металлический кожух с кварцевым окном, герметически изолированный от остального объёма спектрометра. Излучение источника (1) модулировалось механическим обтюратором (4), секторный диск которого располагался в плоскости промежуточного изображения источника. Регистрация излучения осуществлялась при помощи пневматического детектора ОАП-7 (14), который также помещён в герметически закрывающийся кожух, имеющий для ввода излучения тефлоновое окно. Для обеспечения необходимой спектральной чистоты поступающего на приёмник излучения (устранение высших порядков спектра дисперсионного эшелетта (9) и рассеянного излучения), кроме ранее применявшихся фильтров [6], использовались комбинированные пропускающие фильтры на полиэтиленовой основе [7].

Источником УФ излучения (17) служила ртутно-кварцевая лампа ДРТ-375 ( $W_{\rm H} = 375$  Вт), питавшаяся от сети переменного тока и установленная в центре монохроматора. Согласно [8] и паспортным данным для этой лампы, мощность её УФ излучения в интервале длин волн 240-400 нм

Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов



Рис. 1. Оптическая схема спектрометра. 1 — источник; 2, 6 — внеосевые эллиптические зеркала; 3, 5, 11 — эшелетты-фильтры; 4 — модулятор с датчиком опорного напряжения; 7 — пропускающий фильтр; 8, 10 — внеосевые параболические зеркала; 9 — дисперсионный эшелетт; 12 — плоское зеркало; 13 сферическое зеркало; 14 — приёмник; 15 — источник калибровочного сигнала с модулятором; 16 — экран; 17 — источник УФ излучения.

примерно равна 56 Вт, или, если вслед за авторами работы [1] УФ поток характеризовать числом фотонов *n*, излучаемых за секунду, то соответствующая этой мощности величина  $n \approx 9 \cdot 10^{19}$  фотон/с. Длина пути субмиллиметрового излучения в облучённой УФ источником (*17*) газовой пробе равнялась 3 м, что составляет 54% от полной длины оптического пути в спектрометре. Как и в первом эксперименте работы [1], в котором в качестве газовой кюветы использовался ненастраиваемый сферический резонатор (с эффективной длиной оптического пути 0,8 м), облучение газовой пробы УФ источником осуществлялось без какой-либо фильтрации его излучения. В процессе подготовки эксперимента было обнаружено, однако, что включение источника (*17*) приводит к появлению на выходе приёмного устройства небольшого паразитного сигнала, который, как выяснилось, обусловлен, главным образом, попаданием рассеянного излучения от этого источника на диск обтюратора и последующим просачиванием части отражённого от него потока на вход детектора. Путём нанесения на диск обтюратора поглощающего покрытия, подбора подходящей ориентации диска, а также использования на выходе детектора режекторного фильтра на частоту электросети и её гармоники паразитный сигнал был подавлен до уровня, не превышающего ширину "шумовой дорожки"приёмно—регистрирующего устройства.

Эксперименты проводились в диапазоне волновых чисел  $\nu = 21,5-56$  см<sup>-1</sup> (интервал длин волн 465–179 мкм) с использованием двух сменных дисперсионных эшелеттов размером  $300 \times 300$  мм<sup>2</sup>

Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов

с периодами 0,5 и 0,25 мм. Были измерены коэффициенты пропускания как чистого водяного пара, так и смеси водяной пар + сухой воздух, представлявшей собой комнатный воздух, увлажнявшийся до требуемой концентрации водяного пара искусственным путём. Сеанс измерений в том или ином участке указанного выше частотного диапазона включал в себя следующее. После заполнения камеры спектрометра исследуемым газом регистрировалась спектрограмма поглощения при включённом источнике УФ излучения (17). Затем источник (17) выключался и проводилась повторная регистрация спектрограммы. После этого газ из спектрометра откачивался до давления ~ 0.1 Тор и снова регистрировались спектрограммы при включённом и выключенном источнике (17). До и после записи каждой спектрограммы производилась калибровка чувствительности приёмно-регистрирующего устройства по эталонному источнику (15). Им служила лампа накаливания, а калибровочный сигнал представлял собой её ближнее инфракрасное излучение, выделенное с помощью пропускающих фильтров. С целью уменьшения случайных ошибок в каждом участке спектра проводилось 2–3 сеанса измерений. Скорость сканирования спектра в зависимости от периода дисперсионного эшелетта была либо 0,74, либо 1,48 мкм/мин; ширина полосы пропускания на выходе синхронного детектора приёмного устройства равнялась 0,1 Гц. Спектральное разрешение в различных участках диапазона 21,5-56 см<sup>-1</sup> составляло 0,4-0,9 см<sup>-1</sup>.

Измерения коэффициента пропускания смеси водяной пар + сухой воздух проводились при её давлении  $P = 760 \pm 6$  Тор, температуре  $T = 305 \pm 5$  К и абсолютной влажности  $\rho = 13,5 \pm 0,7$  г/м<sup>3</sup> (относительная влажность  $r \sim 40\%$ ). Эти значения термодинамических параметров, как и указанное выше значение интенсивности УФ потока, близки к значениям соответствующих величин в эксперименте [1]. В отношении измерений в чистом водяном паре ситуация была несколько иной. Мы не имели возможности понизить температуру пара до значений, при которых были проведены эксперименты авторами [1] ( $T = 280 \pm 10$  K и  $230 \pm 10$  K), поэтому вынуждены были ограничиться измерениями при тех же значениях T, что и для смеси водяной пар + сухой воздух. Поскольку, однако, в нашем случае мощность УФ излучения была на два порядка выше, чем в эксперименте [1] ( $9 \cdot 10^{19}$  фотон/с против  $4 \cdot 10^{17}$  фотон/с), то естественно было ожидать, что обусловленные его воздействием на водяной пар аномалии в спектре поглощения, наблюдавшиеся в [1], так или иначе проявятся и в наших измерениях. Спектрограммы поглощения чистого водяного пара регистрировались нами при давлениях e = 12-22 Тор.

Переходя к результатам измерений, скажем сразу, что они оказались отрицательными. Во-первых, в противоположность данным работы [1], ни в спектре пропускания  $S(\nu)$  чистого водяного пара, ни в спектре  $S(\nu)$  влажного воздуха, зарегистрированных в присутствии УФ излучения, кроме линий поглощения, принадлежащих вращательному спектру молекул воды, мы не обнаружили каких-либо дополнительных особенностей. Во-вторых, ни в том, ни в другом спектре не выявлено и наблюдавшегося в экспериментах [1] превышения коэффициента пропускания *S* над единицей, т. е. усиления субмиллиметровых волн; более того, значения *S*, измеренные нами при включённом УФ источнике, с точностью до случайной ошибки эксперимента  $\Delta S$ , как правило, не превышавшей по модулю 0,02, всюду совпадают с соответствующими значениями этой величины, полученными в отсутствие УФ излучения. Сказанное иллюстрируется экспериментальными данными, представленными на рис. 2 и 3.

Обратим внимание на то, что измеренные значения коэффициента пропускания, приведённые на рис. 3Б, в областях его максимумов заметно меньше теоретических значений S, рассчитанных для условий эксперимента. Это свидетельствует о том, что качественно данные рис. 3Б не противоречат известному факту превышения реального поглощения над расчётным, установленному для миллиметровых и субмиллиметровых окон прозрачности атмосферы. С целью количественного сопоставления полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными о поглощении в парах воды и проверки таким образом надёжности наших измерений мы определили по измеренным значениям S минимальные значения коэффициента поглощения  $\Gamma^{эксп}$  в окнах прозрачности, внеся в них при этом

Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов



Рис. 2. Сравнение экспериментальных значений коэффициента пропускания чистого водяного пара, полученных при облучении его УФ источником (1) и без облучения (2) ( $n \approx 9 \cdot 10^{19}$  фотон/с, е  $\approx 21$  Тор,  $T \approx 310$  K).

(аналогично тому, как это делалось в [6]) поправки на немонохроматичность излучения, регистрируемого в спектрометре. В частности, для окон прозрачности с центрами вблизи  $\nu = 22,2$ ; 28,5; 31,2 и 34,2 см<sup>-1</sup> (рис. 3Б), отвечающие условиям эксперимента, т. е.  $\rho = 13,5$  г/м<sup>3</sup>, T = = 305 K, P = 760 Top, и усреднённые по всем сеансам измерений значения  $\Gamma^{\text{эксп}}$  оказались соответственно равными 97 ± 12, 120 ± 15, 200 ± 20 и 460 ± 20 дБ/км. Используя затем теоретические зависимости поглощения от  $\rho$ , T, давления сухого воздуха P - e, мы пересчитали эти значения  $\Gamma^{\text{эксп}}$  к стандартным атмосферным условиям ( $\rho_0 = 7,5$  г/м<sup>3</sup>,  $T_0 = 293$  K,  $P_0 = 760$  Top) и сравнили полученные данные с результатами ранее выполненных полевых и лабораторных измерений, приведёнными в сводных таблицах работ [6, 9]. Сравнение показало, что полученные нами значения  $\Gamma^{\text{эксп}}$  в целом хорошо согласуются с данными других измерений; несколько бо́льшая величина поглощения нами получена лишь для окна  $\nu = 31,2$  см<sup>-1</sup>, однако и здесь возможная систематическая погрешность проведённых измерений в пересчёте на  $\Delta S$  абсолютную ошибку коэффициента пропускания — не превышает 0,03.

Подводя итог проведённому исследованию, приходится констатировать, что в противоположность результатам экспериментов, описанных в работе [1], нами не обнаружено ни эффекта усиления субмиллиметровых волн в водяном паре (ни в чистом, ни в смеси с сухим воздухом) под воздействием УФ излучения, ни появления в его спектре поглощения каких-либо особенностей.



Рис. 3. Спектры пропускания смеси водяной пар + сухой воздух, полученные при облучении её УФ источником, по данным работы [1] (А) и настоящих измерений (Б).

А: 1 — результаты измерений при  $n = 3,4 \cdot 10^{19}$  фотон/с (интервал длин волн 240–400 нм),  $T = 310 \pm 10$  К, r = 30%; 2 —  $n = 1 \cdot 10^{20}$  фотон/с,  $T = 320 \pm 10$  К, r = 20%. Давление смеси — атмосферное, спектральное разрешение — 0,5 см<sup>-1</sup>.

Б: 1 — расчётная зависимость  $S(\nu)$  (для монохроматического излучения); 2 — данные эксперимента;  $n \approx 9 \cdot 10^{19}$  фотон/с,  $T = 305 \pm 5$  K,  $\rho = 13.5 \pm 0.7$  г/м<sup>3</sup> ( $r \approx 40\%$ ),  $P = 760 \pm 6$  Тор, разрешение — 0,4–0,7 см<sup>-1</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Dias–Lalcaca P., Packham N. J. C., and Gebbie H. A. //Infrared Phys., 1984. V.24. № 5. P. 437.
- 2. Gebbie H. A. and Apsley N. //Infrared Phys., 1988. V. 28. № 5. P. 337.
- 3. Miller P. F. and Gebbie H. A. //Int. J. IR & MM Waves, 1996. V. 17. № 10. P. 1573.
- 4. Аверков С. И., Аникин В. И., Рядов В. Я., Фурашов Н. И. //ПТЭ, 1963. № 1. С. 108.
- 5. Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. //Оптика и спектроскопия, 1974. Т. 36. № 5. С. 861.
- 6. Фурашов Н. И. //Оптика и спектроскопия, 1966. Т. 20. № 3. С. 427.
- 7. Рудявская И. Г., Чернявская Н. А., Станевич А. Е., Фомина Т. Н., Окатов М. А. //Журн. прикл. спектр., 1971. Т. 15. № 6. С. 1122.
- 8. Справочная книга по светотехнике. 1. Световые приборы и источники света. М.: АН СССР, 1956. 471 с.
- 9. Поваров А. В., Рядов В. Я., Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. //Изв. вузов. Радиофизика, 1976. Т. 19. № 4. С. 529.

Н. И. Фурашов, Б. А. Свердлов

Научно-исследовательский радиофизический институт, Н.Новгород, Россия Поступила в редакцию 22 октября 1997 г.

## ON THE EFFECT OF ULTRAVIOLET RADIATION ON WATER VAPOR ABSORPTION OF SUBMILLIMETER WAVES

N. I. Furashov, B. A. Sverdlov

The experimental investigation of the submillimeter absorption spectra of pure water vapor and the mixture of water vapor + dry air have been performed under the conditions of illumination of the gas-sample by ultraviolet radiation. The measurements were carried out by a vacuum echelette spectrometer in the wavenumber range 21.5-56 cm<sup>-1</sup> with spectral resolution of 0.4-0.9 cm<sup>-1</sup> using a mercury-vapor discharge lamp type DRT-375 as an ultraviolet radiation source. In contrast to the results of similar experiments fulfiled by other investigators the data obtained demonstrate the absence of any noticable effect of the ultraviolet radiation upon the absorption spectra of the gas samples used.

УДК 538.566

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РАДИОВОЛН В ВОЗМУЩЁННОМ ТРЁХМЕРНОЙ КРУПНОМАСШТАБНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ПРИЗЕМНОМ ВОЛНОВОДЕ

## О.В.Соловьёв

Работа посвящена развитию численно—аналитического метода решения трёхмерных задач теории распространения радиоволн, в частности, задач, учитывающих трёхмерные локальные неоднородности приземного волновода (ионосферные возмущения или нерегулярности земной поверхности). Используется импедансная модель волновода Земля — ионосфера. Неоднородность, выступающая за пределы одной из стенок волновода, имеет произвольную гладкую форму, а свойства её поверхности описываются импедансом. Задача в скалярном приближении сводится к двумерному интегральному уравнению по поверхности неоднородности, которое путём асимптотического ( $kr \gg 1$ ) интегрирования по поперечной к трассе распространения координате (с учётом членов порядка (kr)<sup>-1</sup> включительно) приводится к одномерному интегральному уравнению. Контуром интегрирования в последнем является линейный контур неоднородности. Уравнение решается численно, путём, сочетающим в себе прямое обращение интегрального оператора типа Вольтерра и последовательные приближения. Метод позволяет уменьшить требуемое для решения задачи машинное время, он пригоден для исследования как малых, так и крупномасштабных нерегулярностей. В качестве примера приводятся результаты численного моделирования процесса распространения радиоволн в присутствии мощного трёхмерного ионосферного возмущения.

#### введение

Актуальной задачей теории распространения радиоволн остаётся проблема учёта влияния локальных неоднородностей ионосферы и земной поверхности на поле заданного источника в околоземном волноводе [1]. Под термином "локальная неоднородность" мы понимаем трёхмерную неоднородность среды распространения, неоднородность, размеры которой ограничены как в направлении вдоль трассы распространения (когда трассу называют многокусочной), так и в направлении поперёк трассы распространения. К такого рода неоднородностям могут быть отнесены всевозможные образования в нижней ионосфере, причиной которых, в первую очередь, являются возмущения естественного характера (землетрясения, терминатор, магнитные бури, высыпания электронов из радиационных поясов и т.п.). Размеры таких ионосферных неоднородностей в горизонтальной плоскости могут быть от десятков и сотен до тысяч километров в диаметре. Отметим отдельно, что причиной широко известного явления возмущения амплитуды и фазы регистрируемых СДВ сигналов, называемого Trimpi эффект, также являются локальные изменения нижней ионосферы. Помимо возмущений естественного характера возможно появление локальных ионосферных неоднородностей, являющихся следствием антропогенной деятельности (старты космических аппаратов; подземные, наземные и воздушные взрывы; эксперименты по высокочастотному нагреву ионосферы [2]). Подобного рода неоднородности на земной стенке волновода — это неоднородности "островного"и "полуостровного"типа, при анализе влияния которых существенным может оказаться их ограниченность в поперечном к трассе распространения направлении. Таким образом учитывать наличие трёхмерных неоднородностей необходимо как при исследовании волноводного распространения радиоволн, так и для задачи прогнозирования поля земной волны над реальной земной поверхностью. Отметим также, что учёт и аккуратное вычисление трёхмерных эффектов, вызываемых локальными неоднородностями, необходимы не только для понимания физического процесса распространения радиоволн, но также для надёжной и достоверной работы многочисленных радиосистем. Решение прямых трёхмерных задач должно в дальнейшем стать основой для перехода к обратной задаче распознавания неоднородностей нижней ионосферы на основе результатов наблюдений амплитуды и фазы сигналов СДВ передатчиков.

Из предшествующих работ отметим работы, посвящённые моделированию воздействия на приземное распространение малых в масштабе длины волны [3, 4] и в масштабе длины трассы распространения [5, 6] ионосферных неоднородностей, а также работы [7–9], посвящённые анализу распространения земной волны с учётом неоднородностей электрических свойств подстилающей поверхности. Характерной чертой, объединяющей эти работы, является используемый их авторами (за исключением [8]) метод интегральных уравнений, основное преимущество которого состоит в том, что он сводит задачу в неограниченной трёхмерной области к задаче на двумерной поверхности и позволяет автоматически удовлетворить условиям излучения на бесконечности [10].

Авторы [3, 4, 6] используют и развивают идеи, высказанные в [11]. В этих работах, несмотря на различие моделей неоднородного промежутка Земля — ионосфера, возмущение моделируется с помощью постулируемой зависимости постоянной распространения основной волноводной моды от угловых координат, т. е. введением малого возмущения постоянной распространения регулярного волновода. В [4] неоднородность задаётся возмущением эффективной высоты волноводного промежутка, которое для основной моды исследуемого СНЧ поля, через известное дисперсионное соотношение можно пересчитать в возмущение постоянной распространения. Необходимо отметить, что несмотря на то, что в [11] показана возможность исследования многомодового сигнала, выводы делаются с учётом только одной моды. В [3, 4] рассматривается влияние локальной неоднородности нижней ионосферы только на распространение СНЧ радиоволн. Результаты [6] получены для СДВ диапазона, хотя и в том, и в другом случаях предполагается одномодовое представление поля как в регулярном, так и в возмущённом волноводах.

Наличие в получаемых соотношениях поверхностных интегралов, содержащих быстроосциллирующие функции, приводит к необходимости обращать (если решать задачу прямо, аппроксимируя интегральный оператор в большом числе узлов) получаемые при этом линейные алгебраические системы высокого порядка. Это накладывает слишком жёсткие ограничения на размеры области нерегулярности, что в конечном итоге не даёт заметных преимуществ прямому численному решению [3] перед решением в виде первого члена ряда теории возмущений (известным как Борновское приближение) [4–6].

В случае задач распространения радиоволн над неоднородной в электрическом и геометрическом отношениях земной поверхностью характерным является описание нерегулярности неоднородным поверхностным импедансом, задаваемым как функция координат на граничной поверхности волновода [7–9, 12, 13].

В работе [9], как и во всех предшествующих работах данного автора, рассматриваются только двумерные неоднородности на многокусочной трассе без учёта поперечных размеров неоднородности, но с учётом её вертикального профиля. В этом случае, как и в работах [7, 13], где предложены некоторые схемы приближённого интегрирования по поперечной координате, возникает возможность исследовать значительные по протяжённости (вдоль трассы распространения) неоднородности, однако, при этом теряется информация о её поперечной структуре. Предложенная в [7] формула для учёта влияния на функцию ослабления земной волны нерегулярностей трассы с учётом их поперечных размеров, получена без достаточного математического обоснования и носит полуэмпирический характер.

Несколько особняком в предложенном списке стоит работа [8], авторы которой развивают методы параболического уравнения, используя алгоритм задачи Коши. В [8] сравниваются решения, полученные методом сеток в двумерном и трёхмерном вариантах, для задачи распространения над неоднородностями земной поверхности в изотропном сферическом волноводе с импедансными стенками при возбуждении поля вертикальным электрическим диполем. Как известно [14], замена системы уравнений эллиптического типа (уравнения Максвелла) на уравнения параболического типа вносит принципи-

О.В.Соловьёв

ально неуменьшаемую погрешность, оценить которую достаточно сложно. При этой замене отбрасываются также волны, распространяющиеся во встречном направлении. Это свидетельствует о том, что актуальность развиваемого нами метода интегральных уравнений не пропадает.

Отметим также, что все перечисленные работы, за исключением [4], используют скалярную постановку задачи, сущность которой состоит в пренебрежении деполяризацией поля при отражении от нерегулярных стенок волновода. Обоснование возможности такого подхода для задач о распространении земной волны содержится в [12]. Что касается задач с ионосферными локальными неоднородностями, то сопоставление результатов скалярной и векторной постановок задачи, проведённое в [15], показало правомочность скалярного подхода в большинстве практически значимых случаев.

В отличие от отмеченных работ, где локальные изменения свойств ионосферной стенки волновода моделируются малым возмущением постоянной распространения основной нормальной волны регулярного волновода, мы описываем свойства ионосферной стенки волновода неоднородным поверхностным импедансом, задавая его как функцию координат граничной поверхности [5, 15]. Такой подход не ограничен частотами и расстояниями, допускающими только одномодовое представление поля в регулярном волноводе Земля — ионосфера, он позволяет последовательно рассматривать возмущения, находящиеся непосредственно над источником, когда любое, даже самое низкочастотное поле описывается бесконечной суммой нормальных волн, выделить в которой главную (определяющую постоянную распространения) до некоторых расстояний от источника оказывается невозможным.

Остановимся несколько подробнее на импедансной модели возмущённой ионосферной стенки волновода. Не конкретизируя физические причины возникновения ионосферных неоднородностей, можно утверждать, что все они в конечном итоге выражаются соответствующими изменениями вертикальных профилей электронной концентрации и частоты соударений электронов, используя которые, отражательные характеристики ионосферы (во всяком случае в СДВ и ДВ диапазонах) могут быть описаны с помощью импеданса, отнесённого к некоторому, вполне конкретному, уровню над поверхностью Земли [16]. Проведённые исследования показали, что если ионосферное возмущение сопровождается опусканием (или подъёмом) ионосферы не более чем на 5–8 км, то допустимо описание такой неоднородности импедансом, отнесённым к высоте ионосферной стенки регулярного волновода. Соответствующая методика, определяющая по вертикальным профилям электронной концентрации и частоты соударений значения импеданса регулярной и возмущённой ионосферы, описана в [5]. Работоспособность такой модели была проверена путём сопоставления с результатами эксперимента в [17]. В данной работе мы будем предполагать ионосферное возмущение настолько сильным, что описать его только возмущённым значением импеданса оказывается невозможным и требуется учитывать вертикальный размер неоднородности.

Во всех отмеченных исследованиях трёхмерное возмущение моделировалось без учёта формы поверхности неоднородности (учёт вертикального профиля трассы распространения в [9] проводился в двумерном варианте). Это могло быть возмущение импеданса поверхности стенки волновода или пространственное возмущение собственного числа главной нормальной волны регулярной задачи. С учётом конкретной формы трёхмерной нерегулярности задача решалась в относительно небольшом числе работ [18—22]. В работе [18] в качестве возмущения рассматривался тонкий плазменный цилиндр с высотой, сравнимой с высотой волновода. В работах [19—21] решение получено в предположении малости линейных размеров неоднородности в масштабе длины трассы распространения (в [19] — круглый остров с гладким вертикальным профилем, [20] — круглый усечённый импедансный цилиндр, [21] импедансный сферический сегмент). А работу [22] можно считать непосредственно предшествующей настоящей, т. к. рассмотренная там неоднородность в форме усечённого цилиндра, с различными поверхностными импедансами на основании и боковой поверхности, может иметь произвольные поперечные размеры, а для решения задачи используется сходный с описываемым ниже метод. Именно исследование модели в виде усечённого цилиндра выявило необходимость перехода к возмущению с

гладкой произвольной поверхностью, рассмотренной в настоящей работе. Модель в виде усечённого цилиндра оказывается, с одной стороны, более простой, т. к. позволяет не выходить за рамки цилиндрической геометрии, а значит, аналитическую часть решения проводить с хорошо известными, достаточно простыми и в меру громоздкими цилиндрическими функциями. Но, с другой стороны, граница боковой поверхности и основания цилиндра является гранью, на которой нормаль к поверхности цилиндра скачком изменяет своё направление на 90°. Это требует внимательного подхода, так же как и выбор импеданса боковой поверхности цилиндра. Модель нерегулярности с произвольной гладкой поверхностью выглядит более реалистичной, не содержит особенностей типа ребра, но получение решения задачи в этом случае оказывается значительно более громоздким.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данная работа является продолжением исследований, начатых в [23] и получивших дальнейшее развитие в [24]. Как и в отмеченных работах, здесь мы ограничимся скалярной постановкой задачи, которая преобладает в работах по моделированию влияния на приземное распространение локальных неоднородностей Земли или ионосферы. Отметим также, что поскольку в нашей модели нерегулярности и земной, и ионосферной стенок волновода описываются одинаково — неоднородным поверхностным импедансом, то не существует принципиальной разницы в том, на какую, верхнюю или нижнюю (для плоской модели волновода) и наружную или внутреннюю (для сферической модели волновода), стенку волновода поместить неоднородность. Для определённости все дальнейшие рассуждения мы проведём для неоднородности, располагающейся на ионосферной стенке волновода. И последнее, основная цель, которую мы преследовали, предпринимая данную работу, состоит в том, чтобы расширить диапазон применимости существующих моделей, которые, как было отмечено, ограничиваются, в основном, решениями в виде первого члена ряда теории возмущений (борновским приближением), и рассмотреть большие (сильные) в геометрическом и электрическом плане возмущения. Разрабатываемый нами алгоритм применим как для больших, так и для малых, в смысле геометрических размеров, неоднородностей. Условие его применимости — это достаточная удалённость ( $kr \gg 1$ ) возмущения от источника поля, либо от точки наблюдения.

Итак, рассматривается задача о поле гармонического  $\exp(-i\omega t)$  вертикального электрического диполя с полным дипольным моментом  $P_0$  в волноводной области D, ограниченной поверхностями  $S_e, S_i$ и  $S_p$ . В скалярном приближении возбуждаемое таким источником электромагнитное поле описывается вертикальной компонентой вектора Герца  $\Pi(x, y, z)$ , которая удовлетворяет в D неоднородному уравнению Гельмгольца и следующим граничным условиям:  $\frac{1}{\Pi} \frac{\partial \Pi}{\partial n} = ik\delta(M) \Big|_{M \in S_e, S_i, S_p}$ , где  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ , n — внешняя нормаль к стенкам волновода;  $\delta(M) = \delta_e$ , если  $M \in S_e$ ;  $\delta(M) = \delta_i$ , если  $M \in S_i$ ;  $\delta(M) = \delta_p$ , если  $M \in S_p$ . Поверхности  $S_e$  и  $S_i$  представляют собой параллельные плоскости на расстоянии h одна от другой для плоской модели приземного волновода и концентрические сферы, радиусы которых отличаются на h — для сферической модели,  $S_p$  есть поверхность возмущения. В данном случае нет необходимости дополнительно привлекать граничное условие на ребре (линия пересечения  $S_p$  и  $S_i$ ), так как имеющиеся условия гарантируют однозначность решения.

#### 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ

Используя вторую формулу Грина, можно получить выражение для искомой функции  $\Pi(x, y, z)$  в любой точке D через интеграл по поверхности неоднородности  $S_p$ 

$$\Pi(\vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}) + \frac{ik\varepsilon_0}{P_0} \iint_{S_p} \Pi(\vec{R}') \left[ \delta_p(\vec{R}')\Pi_0(\vec{R},\vec{R}') - \frac{\partial\Pi_0(\vec{R},\vec{R}')}{ik\,\partial n'} \right] dS'.$$
(1)

О.В.Соловьёв
Здесь  $\vec{R}(x, y, z)$  — точка наблюдения,  $\vec{R}'(x', y', z')$  — точка интегрирования,  $\Pi_0(\vec{R})$  — вектор Герца регулярной плоской или сферической задачи о поле рассматриваемого источника в полости D шириной h с регулярными стенками, характеризуемыми импедансами  $\delta_e$  и  $\delta_i$ ;  $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')$  — функция Грина,  $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}') = \Pi_0(\vec{R}_1)$ , где  $\vec{R}_1 = \vec{R} - \vec{R}'$ . Именно такой выбор  $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')$  ограничивает область интегрирования до размеров поверхности  $S_p$ , нарушающей регулярность волноводной задачи. В дальнейшем мы ограничимся плоским вариантом задачи (рис. 1), отметив, что все необходимые для исследования сферической задачи формулы приведены в [23], а пример их численной реализации для случая неоднородности, остающейся в пределах поверхности стенки волновода, содержится в [24]. Стоящий в правой части равенства (1) поверхностный интеграл является поверхностным интегралом первого типа (в отличие от поверхностных интегралов второго типа [25]) и он может быть сведён к обыкновенному двойному интегралу по области  $\Omega_p$  на плоскости z = const, где  $\Omega_p$  является проекцией  $S_p$  на эту плоскость. Предполагая, что поверхность  $S_p$  описывается явным уравнением z' = z'(x', y'), можно переписать (1) в виде

$$\Pi(\vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}) + \frac{ik\varepsilon_0}{P_0} \iint_{\Omega_p} \Pi(\vec{R}') \Pi_0(\vec{R}, \vec{R}') \left[ \delta_p(\vec{R}') - \frac{\partial \ln \Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')}{ik \, \partial n'} \right] \times \sqrt{1 + p^2 + q^2} dx' \, dy', \qquad (2)$$

где  $p = \partial z'(x', y') / \partial x', q = \partial z'(x', y') / \partial y'.$ 



Рис. 1. Геометрия задачи.

Введём медленно меняющиеся функции ослабления по следующим правилам:  $\Pi(\vec{R}) = \frac{P_0}{2\pi\varepsilon_0} \frac{e^{ikr}}{r} V(\vec{R}),$   $\Pi_0(\vec{R},\vec{R}') = \frac{P_0}{2\pi\varepsilon_0} \frac{e^{ikr_1}}{r_1} V_0(\vec{R},\vec{R}'),$  где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi, z$ — цилиндрические координаты точки наблюдения  $(x, y, z); r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}, \varphi', z'$ — цилиндрические координаты точки интегрирования  $(x', y' \in \Omega_p, z' \in S_p),$  а  $r_1 = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\varphi - \varphi')}.$  Затем в плоскости z = const введём эллиптическую систему координат (u, v)

$$x' - \frac{r}{2} = \frac{r}{2} \operatorname{ch} u \, \cos v \,, \qquad y' = \frac{r}{2} \operatorname{sh} u \, \sin v \,, \qquad dx' dy' = r' r_1 \, du \, dv \,,$$

О.В.Соловьёв

$$-\infty < u < +\infty, \quad 0 \le v \le \pi,$$

фокусами которой являются проекции на z = const источника и точки наблюдения. После замены переменных под интегралом (2) будем иметь

$$V(\vec{R}) = V_0(\vec{R}) + \frac{ikr}{2\pi} \iint_{\Omega_p} V(\vec{R}') V_0(\vec{r}, \vec{R}') \left[ \delta_p(\vec{R}') - \frac{\partial \Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')}{\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}') \, ik \, \partial n'} \right] \times \frac{e^{ikr(\operatorname{ch} u - 1)} du \, dv}{[1 + p^2(u, v) + q^2(u, v)]^{-1/2}}.$$
(3)

Отметим, что в формуле (3)  $\vec{R} \notin S_p, \vec{R'} \in S_p$ . В предельном случае  $\vec{R} \in S_p$  (точка наблюдения находится на поверхности возмущения) дополнительное слагаемое  $V(\vec{R})/2$  возникнет в правой части уравнения (3), а интеграл будет пониматься в смысле главного значения. Причиной этого является скачок нормальной производной функции Грина  $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')$  в результате предельного перехода точки наблюдения на поверхность интегрирования. Отметим также, что если использовать в качестве выражений для  $\Pi_0(\vec{R},\vec{R'})$  известное представление в виде ряда нормальных волн, то можно утверждать, что  $\Pi_0(\vec{R},\vec{R}') = \Pi_0(\vec{R}_1) = \Pi_0(r_1,z')$ , а значит,  $\frac{\partial \Pi_0(\vec{R},\vec{R}')}{ik \, \partial n'} = \frac{\partial \Pi_0(\vec{R},\vec{R}')}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{ik \, \partial n'} + \frac{\partial \Pi_0(\vec{R},\vec{R}')}{\partial z'} \frac{\partial z'}{ik \, \partial n'}$  и квадратную скобку из подынтегрального выражения формулы (3) можно переписать соответствующим образом. Дальнейшие преобразования основаны на предположении о медленности изменения подынтегральной функции в (3) на фоне  $\exp[ikr(ch u - 1)]$  при  $kr \gg 1$ . Для случая плоского импедансного волновода и неоднородности, лежащей в плоскости одной из его стенок, это предположение было проверено численно, а соответствующая иллюстрация содержится в [26]. Предположим также, что геометрия  $S_p$  такова, что и функция  $\sqrt{1+p^2+q^2}$  может считаться медленно меняющейся на фоне той же экспоненты. Воспользуемся методом стационарной фазы для асимптотической оценки интеграла по поперечной к трассе распространения координате и. Обозначим медленно меняющуюся функцию как  $f(\vec{R}, u, v) = \left[\delta_p - \frac{\partial \ln \Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')}{ik \, \partial n'}\right] V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}') \sqrt{1 + p^2 + q^2}.$  Тогда интеграл из формулы (3) можно будет записать в виде

$$\begin{split} & \iint_{\Omega_p} f(\vec{R}, u, v) \exp[ikr(\operatorname{ch} u - 1)] du \, dv = \\ & = \int_{v_<}^{v_>} \left( \int_{u_<(v)}^{u_>(v)} f(\vec{R}, u, v) \exp[ikr(\operatorname{ch} u - 1)] du \right) dv \end{split}$$

где  $u_>(v)$  и  $u_<(v)$  обозначают границу, по которой происходит пересечение поверхностей  $S_p$  и  $S_i$ . Эта линия, которую мы будем обозначать как  $\partial S_p$ , лежит в плоскости  $S_i$  (z = h).

Перепишем интеграл в конечных пределах по *и* в виде

$$\int_{u_{<}(v)}^{u_{>}(v)} \dots du = \int_{u_{<}(v)}^{\infty} \dots du - \int_{u_{>}(v)}^{\infty} \dots du$$
(4)

и отметим, что точкой стационарной фазы в этом случае будет u = 0, что представляет собой прямую, соединяющую на плоскости z = const проекции источника и точки наблюдения (напомним, что координатные линии *u* = const — это эллипсы с фокусами в точках проекций источника и точки наблюдения).

Эта прямая есть проекция трассы распространения на плоскость z = const. Интегралы в полубесконечных пределах будем оценивать асимптотически по большему параметру  $kr \gg 1$ , удерживая в разложении первые два члена, учитывающие возможность приближения (и слияния) стационарной точки к граничной точке промежутка интегрирования [27] или [28]. В результате можно получить

$$\begin{split} \int_{u(v)}^{\infty} f(\vec{R}, u, v) e^{ikr(\operatorname{ch} u-1)} du &\approx \frac{\exp[ikr(\operatorname{ch} u(v) - 1)]}{i\sqrt{2kr}} \times \\ &\times G\left(\vec{R}, u(v), v\right) + O[\left[(kr)^{-3/2}\right], \end{split}$$
где  $G(\vec{R}, u(v), v) &= \sqrt{\pi} e^{i\frac{3\pi}{4}} f(\vec{R}, 0, v) w(e^{\frac{i\pi}{4}}g) + \frac{1}{g} \left[ f(\vec{R}, 0, v) - \frac{f(\vec{R}, u(v), v)}{\operatorname{ch} \frac{u(v)}{2}} \right], g = \sqrt{2kr} \operatorname{ch}(u(v)/2), a$ функция  $w(x) = e^{x^2} \left[ 1 + (2i/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{x} e^{t^2} dt \right]$  есть комплексный интеграл вероятностей [29]. Остающий-

ся интеграл по v можно преобразовать в контурный интеграл второго типа [25] вдоль  $\partial S_p$  (границы неоднородности) и окончательно записать

$$V(\vec{R}) = V_0(\vec{R}) + \sqrt{\frac{kr}{8\pi^2}} \oint_{\partial S_p} \exp\{ikr \left[\operatorname{ch} u(v) - 1\right]\} G\left(\vec{R}, u(v), v\right) dv.$$
(5)

Знаки в формуле (5) соответствуют направлению интегрирования по часовой стрелке. Остановимся подробнее на последней формуле, которая является основной рабочей формулой. Во-первых, она является более точной, по сравнению с известными в литературе [30], т. к. дополнительно включает в себя следующий за основным член асимптотического разложения, который содержит в себе всю информацию относительно границы неоднородности. Во-вторых, предложенная запись интегрального члена в виде контурного интеграла оказывается более удобной при численной реализации решения. На первый взгляд формула (5) ничем не отличается от соответствующей для случая неоднородности  $S_p$ , лежащей в плоскости  $S_i$ , однако это не так и требуются дальнейшие пояснения. В данном случае медленно меняющаяся функция  $f(\vec{R}, u, v)$  содержит два дополнительных множителя, появление которых обязано наличию вертикального профиля у возмущения  $S_p$ . Первый множитель [ $\delta_p - \delta_i$ ], если не рассматривать экзотические формы для  $S_p$ . Как мы уже отмечали, в предельном случае  $\vec{R} \in S_p$  в правую часть формулы (5) должно быть добавлено слагаемое  $V(\vec{R})/2$ . Причина этого — скачок нормальной производной функции Грина  $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R'})$  в результате перехода точки наблюдения  $\vec{R}$  на  $S_p$ . В то же время, как показано в [31], для  $\vec{R} \in S_p$   $\lim_{\vec{R'} \to \vec{R}} \frac{\partial \Pi_0(\vec{R}, \vec{R'})}{\Pi_0(\vec{R}, \vec{R'}) i k \partial n'} = \frac{-i}{k} K$ , где K— конечная величина, называемая кривизной нормального сечения поверхности  $S_p$  плоскостью, в которой и происходит указанный предельный переход. Вгорой сомножитель  $\sqrt{1+p^2+q^2}$  есть масштабный множитель, связывающий пло-

переход. Второй сомножитель  $\sqrt{1+p^2+q^2}$  есть масштабный множитель, связывающий площадь элемента поверхности  $S_p$  с площадью элемента проекции этой поверхности на плоскость z = const. Если условиться рассматривать неоднородности, для которых угол  $\alpha$  в точке пересечения  $S_p$  и  $S_i$  будет всегда больше  $\pi/2$ , то данный множитель также можно считать гладкой функцией. В связи с формулой (4) надо отметить, что поскольку поведение  $\sqrt{1+p^2+q^2}$  вне  $\Omega_p$  никакого влияния на конечные формулы не оказывает, то аналитическое продолжение этой функции в область  $u > u_>(v)$  мы осуществим непрерывным образом, считая, что  $\sqrt{1+p^2+q^2}\Big|_{u\to\infty} \Rightarrow \text{const} = \sqrt{1+p^2+q^2}\Big|_{u=u_>}$ , а это, в свою очередь, гарантирует сходимость интегралов из (4) на верхнем пределе. Отметим также,

О.В.Соловьёв

что во всех случаях, когда  $\pi/2 < \alpha < \pi$ , оказывается  $\sqrt{1 + p^2 + q^2} > 1$ . Случай  $\alpha = \pi$  соответствует неоднородности  $S_p$ , лежащей на  $S_i$ . Таким образом, член, учитывающий в (5) влияние границы  $\partial S_p$ , может оказаться существенно большим, чем его аналог в плоском случае.

После сделанных замечаний для решения (5) можно воспользоваться уже имеющимися результатами [22–24]. Запишем (5) в операторном виде  $V = V_0 + AV + BV$ , где A есть интегральный оператор Вольтерра, действующий на функцию  $f(\vec{R}, 0, v)$ , а B — оператор Фредгольма, действующий на функцию  $f(\vec{R}, u(v), v)$ . Обращение оператора A может быть произведено непосредственно путём известной численной процедуры, например, [32]. Именно в результате такого обращения может быть получен доминирующий член асимптотического представления решения, а дальнейшее уточнение решения проводится по методу последовательных приближений:  $V^{(0)} = V_0$ ,  $V^{(m)} = V_0 + AV^{(m)} + BV^{(m-1)}$ ,  $m = 1, 2, 3, \ldots$ , где m есть номер итерации. Мы можем утверждать быструю сходимость описанной процедуры при  $kr_{\min} \gg 1$ , где  $r_{\min}$  есть горизонтальная дистанция между источником и ближайшей от него точкой возмущённой области  $S_p$ . Мы использовали результаты работы [33] для тестирования нашего алгоритма. Было получено, что если разница между нулевой и первой итерациями  $\left| \left( V^{(1)} - V^{(0)} \right) / V^{(1)} \right|$  для точек наблюдения, расположенных на границе неоднородности, была порядка 13%, то аналогичная величина для первой и второй итераций не превышала уже 0,5%.

#### 3. НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для того, чтобы продемонстрировать возможности развиваемого метода, было исследовано поведение СДВ сигнала в условиях присутствия в приземном волноводе достаточно мощной ионосферной неоднородности. Для частоты 16 кГц, с использованием дневных высотных профилей электронной концентрации и частоты соударений [34] для спокойной ионосферы, были получены следующие величины, определяющие параметры волновода: h = 59,4 км,  $\delta_i = 0,3757 + 0,1842i$ . Импеданс Земли, без потери общности, был принят равным нулю  $\delta_e = 0$ . Неоднородность  $S_p$  моделировалась эллипсоидом, опустившимся в полость волновода. Ось эллипсоида всегда располагалась выше z = h. Поперечное сечение  $S_p$  в плоскости z = h имело форму эллипса  $|(x - x_p)/a|^2 + |y/b|^2 \le 1$ , где величины полуосей были приняты равными a = 200 км ( $\approx 10.6\lambda$ ), b = 100 км ( $\approx 5.3\lambda$ ),  $\lambda = 2\pi/k$ . Сообразуясь с поведением амплитуды и фазы невозмущённой функции ослабления (рис. 2), были рассмотрены два значения  $x_p$ :  $x_p = 500$  км — в окрестности минимума амплитуды  $V_0$  и  $x_p = 850$  км — в окрестности максимума амплитуды V<sub>0</sub>. Вертикальная координата низшей точки S<sub>p</sub> внутри волновода обозначена z<sub>p</sub>. Были рассмотрены два значения импеданса неоднородности:  $\delta_p = 0$ , соответствующее идеально отражающей поверхности, и  $\delta_p = \delta_i$  — что призвано продемонстрировать влияние только геометрической деформации стенки волновода. В расчётах предполагалось, что источник и точка наблюдения располагаются на поверхности Земли.

Рис. З демонстрирует поведение  $|V^{(1)}|$  (амплитуды) и  $\arg V^{(1)}$  (фазы) функции ослабления вдоль линии y = 0 для  $\delta_p = 0$ ,  $x_p = 850$  км и различных значений  $z_p$ :  $z_p = 10$  км ( $< \lambda$ ) и  $z_p = 30$  км ( $> \lambda$ ). На рис. 4 представлены  $|V^{(1)}|$  и  $\arg V^{(1)}$  вдоль линии y = 0 для  $x_p = 500$  км,  $z_p = 10$  км и различных значений  $\delta_p$ :  $\delta_p = 0$  и  $\delta_p = \delta_i$ . Проведённый анализ показывает, что влияние мощного трёхмерного возмущения ионосферы на поведение поля внутри волновода чрезвычайно сложно. Оно зависит как от размеров возмущения (вертикального, продольного, поперечного), так и от его отражательных характеристик (импеданса поверхности), от его положения относительно трассы распространения (прямой, соединяющей источник и точку наблюдения), а также от положения возмущения относительно местоположения особенностей невозмущённого поля. Значительные различия между представленными кривыми, отвечающими различным значения  $z_p$ ,  $\delta_p$ ,  $x_p$ , в частности, изменения амплитуды сигнала в

О.В.Соловьёв



Рис. 2. Поведение функции ослабления в регулярном волноводе.

О.В.Соловьёв

два и более раз, свидетельствуют о важности и необходимости учёта поперечных размеров и формы возмущения.

Автор благодарит Г. И. Макарова и В. В. Новикова за полезное обсуждение результатов работы, а также В. В. Агапова за помощь в создании программы для численных расчётов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-02-17052а).

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Wait J. R. In: Abstracts of XXV th General Assembly of the URSI, Lille, France, Aug.28–Sept.5, 1996. P. 690.
- 2. Bernhardt P. A., Scales W. A., Grach S. M., Keroshtin A. N., Kotik D. S., Polyakov S. V. //Geophys. Res. Letters, 1991. V. 18. № 8. P. 1477.
- 3. Field E. C., Joiner R. G. //Radio Sci., 1982. V. 17. № 3. P. 693.
- 4. Nikolaenko A. P. //Radio Sci., 1994. V. 29. № 5. P. 1187.
- 5. Соловьёв О.В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1985. Т. 28. № 10. С. 1236.
- 6. Poulsen W. L., Bell T. F., Inan U. S. //J. Geophys. Res., 1990. V.95(A). № 3. P.2355.
- 7. Пылаев А.А., Репина Л.К., Тихомиров Н.П. В кн.: Распространение километровых и более длинных радиоволн. Алма-Ата: Наука, 1986. С. 23.
- 8. Лутченко А. А., Лутченко Л. Н., Тихомиров Н. П. В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 23. — Л.: Гос. ун-т, 1990. С. 51.
- 9. Ott R. H. //Radio Sci., 1992. V. 27. № 6. P. 867.
- 10. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987.
- 11. Wait J. R. // J. Geophys. Res., 1964. V. 69(A). № 3. P. 441.
- 12. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: Наука, 1961.
- 13. Wait J. R. //Proc. IEEE, 1974. V. 62. № 8. P. 1061.
- 14. Свешников А. Г., Боголюбов А. Н., Минаев Д. В., Сычкова А. В. //Радиотехника и электроника, 1993. Т. 38. № 5. С. 804.
- 15. Соловьёв О.В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. № 11. С. 1321.
- 16. Кириллов В. В. В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 17. Л.: Гос. ун-т, 1979. С. 57.
- 17. Соловьёв О. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1988. Т. 31. № 2. С. 240.
- 18. Wait J. R. //IEEE Trans., 1991. AP-39. № 7. P. 1051.
- 19. Wait J. R. //IEEE Trans., 1992. AP-40. № 4. P. 439.
- 20. Соловьёв О.В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1991. Т. 34. № 8. С. 908.
- 21. Соловьёв О.В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 6-7. С. 569.
- 22. Soloviev O. V., Agapov V. V. In: Proceeding of the 1995 International Symposium on Electromagnetic Theory, St.Petersburg, Russia, May 23–26, 1995. P. 401.
- 23. Соловьёв О. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 9. С. 1078.
- 24. Soloviev O. V., Agapov V. V. //Radio Science, 1997. V. 32. № 2. P. 515.
- 25. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том III. М.: Наука, 1969.
- 26. Соловьёв О.В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 11. С. 1168.
- 27. Пересада В. П. //Радиотехника, 1957. Т. 12. № 9. С. 12.
- 28. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1978.

О.В.Соловьёв



Рис. 3.

О.В.Соловьёв



Рис. 4.

- 29. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами /Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979.
- 30. King R. J., Wait J. R. In: Symposia Mathematica, vol.18, Instituto Nazionale di Alta Matematica, Bologna, Italy, 1976. P. 107.
- 31. Шендеров Е. Л. Излучение и рассеяние звука. Л., 1989.
- 32. Wagner C. //J. Math. Phys., 1956. V. 32. № 4. P. 289.
- 33. De Jong G. //Radio Sci., 1975. V. 10. № 11. P. 925.
- 34. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н., Поляков С. В., Рапопорт В. О. //Препринт № 162. Горький: НИРФИ, 1983.

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия Поступила в редакцию 14 августа 1997 г.

# LOW FREQUENCY RADIO WAVE PROPAGATION IN THE EARTH-IONOSPHERE WAVEGUIDE PERTURBED BY A LARGE-SCALE THREE-DIMENSIONAL INHOMOGENEITY

## O. V. Soloviev

This paper presents a further development of analytical-numerical approach to the solution of threedimensional problems in the theory of radio wave propagation. This method is particularly efficient for the study of three-dimensional diffraction by a localized perturbation of the environment. Here we are concerned with low frequency radio wave propagation in the presence of an ionospheric disturbance of finite lateral extent, which has got some vertical shape. The surface impedance concept is used to model the Earthionosphere waveguide. The approach is based on preliminary asymptotic transformation ( $kr \gg 1$ ) of the rigorous two-dimensional integral equation on the one-dimensional contour integral along the boundary of the inhomogeneous area. An original computational algorithm is proposed to invert this approximate equation. It combines both inversion and iteration procedures. By reducing CPU time, the method developed enables one to study both small and comparatively large-scale inhomogeneities. As an example the numerical simulation results of radio wave propagation in the presence of powerful 3D ionospheric perturbation are presented.

УДК 538.574.4

## ОБ ИСКАЖЕНИИ ВИДЕОИМПУЛЬСА СРЕДНЕГО ПОЛЯ В СЛАБОДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ ПРОЗРАЧНОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

## В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин

На основе известного выражения для эффективного показателя преломления исследовано искажение видеоимпульса среднего поля в хаотически неоднородной среде. Для сравнения проанализированы аналогичные искажения радиоимпульса (с высокочастотным заполнением огибающей). Выяснено, что уменьшение амплитуды среднего поля с расстоянием из-за рассеяния для видеоимпульса происходит значительно медленнее, чем для радиоимпульса.

Хорошо известно, что при распространении квазимонохроматических электромагнитных волн в хаотических средах происходит уменьшение амплитуды среднего поля даже при слабом поглощении (прозрачная среда) из-за перехода части энергии в рассеянные волны [1]. С увеличением частоты волны затухание среднего поля усиливается вследствие более интенсивного рассеяния более коротких волн [1]. В связи с этим, представляет интерес рассмотрение распространения в турбулентной среде когерентной составляющей (среднего поля) видеоимпульса, огибающая которого не содержит высокочастотного заполнения. Спектр такого сигнала сосредоточен вблизи нулевой частоты. Поэтому можно ожидать более медленного затухания среднего поля с расстоянием по сравнению с радиоимпульсом той же длительности, имеющим высокочастотное заполнение.

На расстоянии *r* от источника, значительно превышающем характерный размер случайных неоднородностей хаотической среды *l*, среднее поле монохроматической волны частоты  $\omega$  можно описывать при помощи комплексного эффективного показателя преломления  $n_{эф\phi}(\omega)$  [1]. Для экспоненциальной модели корреляционной функции случайных неоднородностей в приближении Бурре можно записать [1]

$$n_{\mathrm{s}\phi\phi}^{2}(\omega) = \varepsilon \left[ 1 + \frac{\omega^{2}}{c^{2}} \varepsilon \frac{\langle \varepsilon_{1}^{2} \rangle l^{2}}{1 + 4\frac{\omega^{2}}{c^{2}} \varepsilon l^{2}} + 2i \frac{\omega^{3}}{c^{3}} \varepsilon^{3/2} \frac{\langle \varepsilon_{1}^{2} \rangle l^{3}}{1 + 4\frac{\omega^{2}}{c^{2}} \varepsilon l^{2}} \right],\tag{1}$$

где с — скорость света в вакууме,  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость среды в отсутствие случайных неоднородностей,  $\langle \varepsilon_1^2 \rangle$  — дисперсия малых случайных флуктуаций диэлектрической проницаемости. Выражение (1) справедливо при выполнении условия [1]

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \langle \varepsilon_1^2 \rangle l^2 \ll 1.$$
 (2)

Рассмотрим слабодиспергирующую почти полностью прозрачную для электромагнитных волн среду, в которой [2]

$$\varepsilon(\omega) \simeq \varepsilon_0 \left[ 1 + \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \frac{\omega^2}{\omega_r^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} + i\nu \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \frac{\omega}{\omega_r^2} + i\gamma \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \right],\tag{3}$$

где  $\varepsilon_0 = 1 + 4\pi N_{\rm m} e^2 m^{-1} \omega_{\rm r}^{-2}$ , е — заряд электрона, m — масса электрона,  $N_{\rm m}$  — концентрация молекул,  $\omega_{\rm r}$  — резонансная частота молекул,  $\nu$  — декремент затухания собственных колебаний молекул,  $\omega_{\rm p}^2 = 4\pi N_{\rm e} e^2 m^{-1}$ ,  $N_{\rm e}$  — концентрация свободных электронов, возникающих в результате слабой

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин 605

ионизации,  $\gamma$  — частота столкновений свободных электронов с молекулами. В формуле (3) все слагаемые в квадратных скобках (за исключением первого) предполагаются малыми по сравнению с единицей за счёт малости частоты волны по сравнению с  $\omega_r$  (слабая нормальная дисперсия) и слабости ионизации. По этой же причине можно не учитывать зависимость от частоты величины  $\langle \varepsilon_1^2 \rangle$ .

Предположим, что в плоскости z = 0 создаётся на короткое время электрическое поле, которое затем распространяется в виде плоской волны вдоль оси z. В случае, когда источник излучает сферическую волну, при достаточно больших от него удалениях достаточно в полученных ниже выражениях учесть дополнительное уменьшение амплитуды по закону 1/r. Исходную (при z = 0) зависимость поля от времени будем моделировать в виде гауссовой кривой. Тогда, как известно [2, 3], поле на расстоянии z имеет вид

$$u(z,t) = \operatorname{Re}\left\{A_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau^2} \cdot \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{n_{\vartheta \varphi \varphi}(\omega)}{c}z\right)\right] d\omega\right\},\tag{4}$$

где величина  $\tau$  пропорциональна длительности исходного импульса. В случае радиоимпульса достаточно в первом экспоненциальном множителе под знаком интеграла в (4) заменить  $\omega$  на  $\omega - \omega_0$ , где  $\omega_0$  — частота высокочастотного заполнения.

Подставляя (3) в (1), а затем в (4), в рассматриваемом приближении получим

$$u(z,t) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau^2} \exp\left[-\frac{\omega^4}{c^4} \frac{\varepsilon_0^2 \langle \varepsilon_1^2 \rangle l^3 z}{1 + 4\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 l^2} - \frac{\nu}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c} \frac{\varepsilon_0 - 1}{\varepsilon_0} \times \frac{\omega^2}{\omega^2} z - \frac{\gamma}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} z\right] \cos\left[\omega \left(t - \frac{z\sqrt{\varepsilon_0}}{c}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_0^{3/2}}{c^3} \times \frac{\langle \varepsilon_1^2 \rangle l^2}{1 + 4\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 l^2} + \frac{\varepsilon_0 - 1}{c\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{1}{\omega_r^2}\right) \omega^3 z + \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \omega z\right] d\omega.$$
(5)

Точную зависимость среднего поля от времени на больших расстояниях удаётся установить на основе (5) только численно. Для этой цели необходимо ввести безразмерные параметры  $\vartheta = t/\tau$ ,  $\xi = z\sqrt{\varepsilon_0}/(c\tau), L = l\sqrt{\varepsilon_0}/(c\tau), \nu^1 = \nu\tau, a = (\varepsilon_0 - 1)/\varepsilon_0, \Omega_p = \omega_p \tau, \gamma^1 = \gamma\tau, \Omega_0 = \omega_r \tau, f = \omega_0 \tau.$ 

Поскольку представляет интерес сравнение искажения видеоимпульса с соответствующими искажениями радиоимпульса, рассмотрим сначала такое расстояние z, на котором радиоимпульс среднего поля ещё не слишком сильно затухает. Моделируя слабодиспергирующую слабоионизованную среду, зададим  $\Omega_0 = 2 \cdot 10^3$ ,  $a = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Omega_p = 10^{-7}$ ,  $\nu^1 = 10^{-2}$ ,  $\gamma^1 = 1$ . Дисперсию относительно малых случайных флуктуаций диэлектрической проницаемости ( $\langle \varepsilon_1^2 \rangle \ll a^2$ ) выберем равной  $\langle \varepsilon_1^2 \rangle = 10^{-9}$ . Задавая исходный импульс с пространственной длиной, значительно меньшей характерного размера неоднородностей, возьмём L = 30. Относительную частоту высокочастотного заполнения выберем равной f = 5. При выбранных значениях параметров на расстояниях, где  $\xi = 4 \cdot 10^7$ , зависимости среднего поля от  $\vartheta$  представлены на рис. 1, 2. Параметр  $A_0$  подобран таким образом, что амплитуда исходных импульсов равна единице.

Из рис. 1 видно, что форма видеоимпульса практически не изменилась, а его амплитуда немного уменьшилась. Форма радиоимпульса (рис. 2) также не изменилась, но амплитуда среднего поля уменьшилась из-за рассеяния весьма значительно. Это уменьшение амплитуды приближённо соответствует затуханию монохроматического среднего поля с частотой  $\omega_0$  по закону [1]

$$A = A_0 \exp\left[\left(-\omega_0^4/c^4\right) \cdot \varepsilon_0^2 \langle \varepsilon_1^2 \rangle l^3 z (1 + 4\omega_0^2 \varepsilon_0 l^2/c^2)^{-1}\right].$$

(Точное сравнение показывает, что амплитуда выбранного радиоимпульса уменьшается примерно в пять раз меньше, чем амплитуда синусоидального среднего поля, из-за расширения спектра первого в

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин



Рис. 1.

сторону низких частот.) В однородной среде с теми же параметрами (при  $\langle \varepsilon_1^2 \rangle = 0$ ) на этом расстоянии происходит лишь незначительное изменение амплитуды радиоимпульса (в 0,97 раз) по сравнению с первоначальной.

На более значительных расстояниях *z* когерентная составляющая радиоимпульса практически полностью затухает. В то же время, амплитуда среднего поля видеоимпульса уменьшается с ростом *z* значительно медленнее. На расстояниях, где  $\xi = 10^{13}$ , зависимость когерентной составляющей видеоимпульса от  $\vartheta$  показана на рис. 3. Видно, что амплитуда среднего поля уменьшилась примерно в 140 раз, а длительность возросла более чем в 200 раз. Для сравнения укажем, что когерентная составляющая монохроматического поля с f = 5 уменьшится на этом расстоянии в  $e^{(10^6)}$  раз. Кроме того, из рис. 3 следует сильное искажение формы первоначально гауссового импульса.

Численный анализ показал, что искажение формы среднего видеоимпульса в этом случае полностью определяется рассеянием на случайных неоднородностях, т. к. при a = 0 получается всё точно так же, а увеличение концентрации ионизованной компоненты приводит только к небольшому уменьшению амплитуды при сохранении формы сигнала. Так при увеличении  $\Omega_p$  в 5 раз амплитуда уменьшается примерно в 3,5 раза. (Уменьшение  $\Omega_p$  практически не влияет на когерентную составляющую.) Указанное уменьшение амплитуды обусловлено тем, что наличие свободных электронов приводит, в соответствии с (3), к затуханию на частотах, близких к нулю. Можно также убедиться в том, что на данном расстоянии форма когерентного сигнала не меняется при уменьшении длительности исходного видеоимпульса до нуля и при увеличении её в 100 раз. Это означает, что показанная на рис. З зависимость по существу даёт когерентную функцию Грина в хаотической среде (отклик на  $\delta$ -образный импульс).

На таком большом расстоянии от источника косинус под интегралом в (5) является быстро осциллирующей функцией. Это позволяет применить для вычисления интеграла метод перевала (стационарной фазы) [4]. Однако, ввиду сложности зависимости фазы косинуса от частоты точно найти в аналитическом виде перевальную точку не удаётся. Это можно сделать только приближённо, пренебрегая в знаменателе одного из слагаемых фазы величиной  $4\omega^2 \varepsilon_0 l^2/c^2$  по сравнению с единицей. При

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин



этом нетрудно убедится, что перевальное (стационарное) значение частоты равно

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{t - z\sqrt{\varepsilon_0}/c}{3\alpha z\sqrt{\varepsilon_0}/c}},\tag{6}$$

где  $lpha=(arepsilon_0-1)/(2arepsilon_0\omega_{
m r}^2)+arepsilon_0\langlearepsilon_1^2
angle l^2/(2c^2).$  В итоге получим

$$u_{1}(z,t) = \frac{2A_{0}}{\tau^{4}\sqrt{\alpha z(t - z\sqrt{\varepsilon_{0}}/c)\sqrt{\varepsilon_{0}}/c}} \exp\left[-\tilde{\omega}^{2}(\tau^{2} + \beta z\sqrt{\varepsilon_{0}}/c) - \tilde{\omega}^{4}\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{0}}}{c}\right)^{4}\langle\varepsilon_{1}^{2}\rangle l^{3}z\right] \cos\left[\frac{2}{3}\frac{(t - z\sqrt{\varepsilon_{0}}/c)^{3/2}}{\sqrt{3\alpha z\sqrt{\varepsilon_{0}}/c}} + \frac{\pi}{4}\right],$$
(7)

где  $\beta = \nu a (2\omega_r^2)^{-1}$ . В рассматриваемом случае расчёт по формуле (7) даёт результат, довольно значительно отличающийся от представленного на рис. 3. Если же уменьшить характерный размер неоднородностей *l*, то отброшенное при выводе (7) слагаемое становится несущественным и метод перевала даёт хорошие результаты. Так, если выбрать L = 2 (вместо L = 30) при прочих равных условиях, то точный расчёт по формуле (5) даёт зависимость, представленную на рис. 4.

Результаты расчёта по формуле (7) показаны на рис. 5. (Метод перевала можно применять только при  $t > z\sqrt{\varepsilon_0}/c$ .) Теперь сравнение показывает хорошее совпадение результатов расчёта по формулам (5) и (7). Выражение (7) наглядно показывает основные характерные особенности когерентного сигнала, первоначально представляющего из себя гауссов видеоимпульс, после многократного рассеяния в хаотической среде. Он становится квазимонохроматическим с возрастающей с течением времени, согласно (6), мгновенной частотой и экспоненциально убывающей амплитудой. Возрастание частоты объясняется тем, что в заданную точку наблюдения с течением времени приходят квазигармонические составляющие, распространяющиеся со всё меньшей эффективной групповой скоростью, которая убывает с ростом частоты. Убывание амплитуды обусловлено тем, что волны более высоких частот сильнее рассеиваются, что приводит, в соответствии с (1), к более быстрому затуханию среднего поля.

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин



Рис. 3.

Поскольку, как следует из сравнения (1) и (3), слабая нормальная дисперсия в однородной неионизованной среде приводит к качественно аналогичной зависимости действительной и мнимой частей показателя преломления от частоты, естественно ожидать похожего искажения видеоимпульса. Действительно, при  $\langle \varepsilon_1^2 \rangle = 0$  и прочих одинаковых параметрах получаем картину, изображённую на рис. 6. Менее значительное, чем на рис. 3, 4, ослабление амплитуды и её более медленное уменьшение с течением времени обусловлены более слабой зависимостью от частоты мнимой части показателя преломления (по сравнению с (1)). Расчёт методом перевала даёт и здесь практически то же самое (см. рис. 7). Отметим также, что подстановка в (4) точного закона дисперсии в однородной неионизованной среде [2] приводит к тем же результатам. Если опять для сравнения рассмотреть радиоимпульс, то и в однородной среде на таких больших расстояниях он практически полностью затухнет (в  $e^{93}$  раз при f = 5).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в слабодиспергирующей почти прозрачной среде когерентная часть видеоимпульса может распространяться на значительно большие расстояния, чем радиоимпульс, особенно при наличии хотя бы относительно малых флуктуаций диэлектрической проницаемости.

В заключение авторы благодарят В.В. Тамойкина за плодотворное обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч.2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
- 2. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
- 3. Вайнштейн Л. А. //УФН, 1976. Т. 118. № 2. С. 339.
- 4. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977.

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин



Нижегородский государственный университет, Н. Новгород, Россия; Грузинский технический

университет, Тбилиси, Грузия

Поступила в редакцию 18 ноября 1997 г.

# ON DISTORTION OF MEAN FIELD PULSE SIGNAL IN RANDOM TRANSPARENT MEDIUM WITH WEAK DISPERSION

V. G. Gavrilenko, G. V. Jandieri, V. D. Pikulin

The distortion of the mean field of a nonoscillating pulse signal in a random inhomogeneous medium is investigated with the use of the well known expression for the effective refraction index. For comparison there are analysed the similar distortions of the high frequency envelope. There was discovered that the decrease of the mean field of the nonoscillating pulse signal amplitude with distance due to the scattering is considerably slow in comparison with the same effect for the high frequency envelope.





Рис. 6.

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, В. Д. Пикулин



Рис.7.

УДК 621.396.67.523.164(024)

# МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АНТЕНН ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

## С. П. Скулкин, В. И. Турчин

Описывается метод восстановления временных зависимостей поля в дальней зоне (и, соответственно, семейства диаграмм направленности в диапазоне частот) по измерениям импульсного поля в ближней зоне. Приведена методика и результаты измерений характеристик 7-метровой зеркальной антенны с широкополосными облучателями.

#### введение

Широкое применение антенн в радиолокации и системах связи вызвало интенсивное развитие методов их измерений. В связи с трудностями помещения зонда в дальнюю зону измеряемой антенны, в начале 70-х годов широкое развитие получили методы измерения параметров антенн в ближней зоне. Вплоть до конца 80-х годов эти методы развивались, в основном, для достаточно узкополосных антенн (относительная полоса 5–20%). Однако, в последнее время интенсивно ведутся разработки сверхширокополосных систем радиолокации и связи. В таких системах часто используются зеркальные антенны с широкополосными излучателями или антенные решётки из широкополосных элементов [1]. Основной особенностью этих антенн является излучение и приём сигналов со сложной временной зависимостью при относительной полосе частот, достигающей нескольких единиц и более. Для анализа работы широкополосных антенн требуются методы измерения их характеристик.

Особый интерес представляет временной подход к анализу таких антенн. По сравнению с частотным подходом, при излучении коротких (практически без заполнения) импульсных сигналов более информативными являются временные зависимости излучаемых сигналов, вид которых зависит не только от пространственных характеристик на каждой частоте но и от изменения фазовых характеристик (например, изменение положения фазового центра первичного излучателя) в зависимости от частоты.

Отметим, что при измерениях параметров широкополосных антенн альтернативным методом с синтезом временной области (путём измерений амплитуд и фаз сигналов на сетке частот и последующего преобразования Фурье) возникают проблемы, связанные с фазовыми калибровками на разных частотах, ограничением динамического диапазона, большой продолжительностью измерений и пр. Хотя этот метод и позволяет использовать серийные амплифазометры и синтезаторы частоты.

#### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим вывод соотношений, связывающих поле в ближней и дальней зонах. При этом примем следующую идеализацию измерительной процедуры. Ближнее поле измеряется в каждой точке гладкой замкнутой поверхности сканирования S; результатом измерений является векторная комплексная функция  $\vec{E}(\vec{r_s})$  ( $\vec{r_s}$  — векторная координата точки на поверхности S). Составляющие вектора  $\vec{E}$  есть значения сигнала на выходе измерительной антенны при различных её ориентациях, различающихся, например, поворотом Е-плоскости измерительной антенны на 90°; они пропорциональны распределённой на S тангенциальной компоненте  $\vec{E_{\tau}}$  электрического поля исследуемой антенны  $\vec{E} = C\vec{E_{\tau}}$ , как

если бы измерительная антенна являлась элементарным электрическим диполем, ориентированным во время движения по касательной к поверхности сканирования (С — коэффициент пропорциональности). Во всём пространстве вне поверхности сканирования отсутствуют источники излучения, рассеивающие тела и т.п. В рамках принятой модели искомая диаграмма направленности (ДН) должна находиться как решение краевой задачи для однородных (без источников) уравнений Максвелла, удовлетворяющее условию излучения и краевому условию  $\vec{E}_{\tau} = \vec{E}$  на *S* (здесь принято C = 1).

Как известно, указанная краевая задача имеет однозначное решение, если на *S* заданы любые две из шести составляющих электромагнитного поля. Методы решения краевой задачи рассмотрены в [2]. Применительно к задаче антенных измерений можно указать два метода: интегральный [3] и Фурье, получивший в антенной технике название метода разложения по собственным модам. Эти два метода не имеют принципиальных различий. Различие между обоими методами заключается в последовательности вычислительных операций, а также в удобстве выполнения разного рода оценок.

Рассмотрим интегральный метод решения. Представим диаграмму направленности  $f(\vec{\kappa})$  (единичный вектор  $\vec{\kappa}$  характеризует угловое направление) в виде линейного интегрального преобразования от измеренных данных

$$f_e(\vec{k}) = \iint_S \vec{\Gamma}_e(\vec{k}, \vec{r}_s) \vec{E}(\vec{r}_s) dS , \qquad (1)$$

где  $f_e$  — проекция вектора  $\vec{f}$  на произвольный орт  $\vec{e}$ ,  $\vec{\Gamma}_e(\vec{k},\vec{r}_s)$  — ядро интегрального преобразования, представляющее собой поверхностную функцию Грина однородных уравнений Максвелла. Интегральный метод есть известный метод решения краевой задачи с помощью функции Грина.

Аналитический вид  $\vec{\Gamma}_e(\vec{k}, \vec{r}_s)$  зависит только от геометрии поверхности сканирования и связан самым непосредственным образом с решением дифракционной задачи о распределении тока, который наводится на идеально проводящей поверхности той же конфигурации, что и поверхность сканирования, плоской волной с единичным вектором электромагнитного поля  $\vec{e}$  ( $|\vec{e}| = 1$ ), падающей в направлении  $\vec{k}$  [4]

$$\vec{\Gamma}_e(\vec{k},\vec{r}_s) = \left(\frac{i}{2\lambda}\right) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \vec{J}^{\rm II}(\vec{k},\vec{r}_s,\vec{e})\,,\tag{2}$$

где  $\lambda$  — длина волны,  $\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} = 120\pi$  Ом — волновое сопротивление свободного пространства. Связь между  $\vec{\Gamma}_e$  и  $\vec{J}^{\Pi}(2)$  позволяет использовать при вычислении диаграммы известные в теории дифракции аналитические выражения для токового распределения на некоторых видах поверхностей. Для плоской поверхности сканирования

$$\vec{J}^{\text{fn}} = 2\left[\vec{n}, \vec{H}^{\text{ng}}\right], \qquad \vec{H}^{\text{ng}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[\vec{e}, \vec{k}\right] \exp\left(-ik\vec{k}\vec{r}_s\right), \tag{3}$$

где  $\vec{H}^{n_{\pi}}$  — Н-компонента поля плоской волны, падающей на плоскость,  $\vec{n}$  — нормаль к плоскости,  $k = 2\pi/\lambda$ .

Точные выражения для  $\vec{J}^n$ , а, следовательно, и для ядра преобразования в (1), хорошо известны для ряда криволинейных поверхностей, в первую очередь цилиндрической и сферической [5]. Но из-за того, что эти выражения слишком громоздки для практических расчётов на ЭВМ, приходится использовать различные приближения. Прежде всего можно использовать хорошо известное "геометрооптическое"выражение для распределения тока на гладкой поверхности *S* [6]

$$\vec{J}^n \simeq \begin{cases} 2 \left[ \vec{n}, \vec{H}^{\Pi \Pi} \right], \text{ при } \vec{r_s} \in S_{\text{осв}}, \\ 0, & \text{при } \vec{r_s} \in S_{\text{тен}}, \end{cases}$$
(4)

где  $S_{\text{осв}}, S_{\text{тен}}$  — соответственно "освещённая" и "теневая" части поверхности, на которые попадают или не попадают параллельные лучи, падающие с направления  $\vec{k}$ , граница между ними определяется уравнением  $(\vec{n}, \vec{k}) = 0, \vec{n}$  — нормаль к S.

Подставляем в (4) выражение (3) для  $\vec{H}^{nd}$  и после этого (4) в (1), получаем

$$\vec{f}(\vec{k}) = \frac{i}{\lambda} \iint_{S_{\text{OCB}}} \left[ \vec{k} [\vec{n} \vec{E} (\vec{r_s})] \right] \exp(-ik\vec{k}\vec{r_s}) dS.$$
(5)

В случае импульсных измерений  $\vec{E}(\vec{r_s})$  зависит от времени и представляется в виде  $\vec{E}(t, \vec{r_s})$ .

Преобразование измеренных данных  $\vec{E}(t, \vec{r}_s)$  в ДН  $f(\omega, \vec{k})$  на частоте  $\omega$  ( $\vec{k}$  — единичный вектор, характеризующий угловое направление в дальней зоне) может осуществляться двумя способами: в частотной и временной области.

Первый способ заключается в разложении  $\vec{E}(t, \vec{r}_s)$  с помощью преобразования Фурье (см. [7])

$$\vec{E}(\omega, \vec{r}_s) = \int \vec{E}(t, \vec{r}_s) e^{i\omega t} dt$$
(6)

и последующем применении к спектральным компонентам  $\vec{E}(\omega, \vec{r}_s)$  одной из процедур, разработанных для определения ДН на фиксированной частоте  $\omega$  [2, 8], например,

$$\vec{f}(\omega, \vec{k}) \simeq \frac{i\omega}{2\pi c} \int_{S_0} \left[ \vec{k} [\vec{n} \vec{E}(\omega, \vec{r}_s)] \right] \exp\left(i\frac{\omega}{c} \vec{k} \vec{r}_s\right) d^2 \vec{r}_s \,, \tag{7}$$

где c — скорость света,  $S_0$  — область S, в которой выполняется условие  $\vec{n}\vec{k} > 0$ .

Второй способ расчёта заключается в вычислении временной зависимости поля в дальней зоне

$$\vec{f}(t,\vec{k}) \simeq \frac{1}{2\pi c} \frac{d}{dt} \iint_{S_0} \left[ \vec{k} \left[ \vec{n} \vec{E} \left( t - \frac{1}{c}, \vec{r}_s \vec{k}, \vec{r}_s \right) \right] \right] d^2 \vec{r}_s \tag{8}$$

и, в случае необходимости, последующем определении ДН на сетке частот с помощью преобразования Фурье  $\vec{f}(t, \vec{k})$ , аналогично (6).

Если отвлечься от некоторых деталей, связанных с дискретизацией временных и пространственных аргументов, оба способа вычисления в случае восстановления ДН на одной частоте равноправны, тем не менее алгоритмическая реализация их может существенно различаться в смысле быстроты вычислений. В частности, для плоской поверхности сканирования при обработке в частотной области для вычисления  $K \sim N$  значений диаграммы направленности по N замерам ближнего поля на J частотах требуется  $\sim JN \log_2 JN$  операций комплексного умножения—сложения при использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) и  $\sim JNK$  операций сложения при суммировании во временной области, так что обработка в частотной области, по-видимому, предпочтительнее.

Для сферической поверхности сканирования, где в общем случае быстрые алгоритмы для преобразования сигналов по угловым координатам отсутствуют, предпочтительнее обработка во временной области, требующая JNK операций только сложения, в то время как при обработке в частотной области необходимо примерно такое же количество вычислений тригонометрических функций  $\exp\left(i\frac{\omega}{c}\vec{k}\vec{r}_{s}\right)$  для каждых  $\omega$ ,  $\vec{k}$ ,  $\vec{r}_{s}$ , что требует на 1–2 порядка больших затрат машинного времени.

Отметим также предпочтительность обработки во временной области для случая, когда поверхность измерений отличается от идеальной.

#### МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Будем считать, что измерения в ближней зоне проводятся по схеме рис. 1. Реально  $E(t, \vec{r}_s)$  регистрируется в некоторой части  $S_{uou}$  полной поверхности S и на конечном интервале времени  $t_1 < t < t_2$ ;  $\vec{r}_s$  и t при этом пробегак  $\{\vec{r}_{s_n}\}, \{t_m\}$  с шагом  $\Delta r, \Delta t$ .



Рис. 1. Блок-схема измерительной установки: 1 — измеряемая антенна, 2 — зондовая антенна, 3 — стробпреобразователь, 4 — генератор импульсов, 5 — блок задержек, 6 — ПЭВМ.

Величины  $S_{\text{изм}}$ ,  $\Delta r$  могут быть определены в каждом конкретном случае, исходя из известных требований к этим величинам при измерениях на синусоидальном сигнале [2, 8], если предположить, что спектр зондирующего сигнала, либо коэффициент передачи излучающих приёмных элементов испытуемой антенны, отличны от нуля, в основном, в полосе частот [ $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ]; отсюда же следует очевидное требование к интервалу между временными отсчетами:  $\Delta t \leq \pi/(\omega_2 - \omega_1)^*$ . Величина временного окна  $T = t_2 - t_1$  для апертурных антенн может быть определена, исходя из времени запаздывания сигнала, излученного в момент t = 0 и распространяющегося от зондирующей антенны к различным элементам испытуемой антенны, как это показано в [9], либо если следовать результатам работы [10], то длительность временного окна может быть сокращена до нескольких  $\lambda_{\text{max}}/c$  (здесь  $\lambda_{\text{max}}$  — максимальная длина волны).

Что касается выбора размеров области сканирования, то это исходит из той идеализации, которую мы приняли выше. В первом приближении можно считать, что ближнее поле апертуры конечных размеров равно нулю вне области прожекторного луча — геометрического продолжения апертуры в направлении  $\vec{k}$ . При этом размеры области сканирования должны быть выбраны так, чтобы при вычислении диаграммы направленности в интересующем нас секторе углов  $\pm \varphi$  раскрыв исследуемой антенны всё время оставался внутри области прожекторного луча.

Для проверки предложенного метода проводились измерения 7-метровой полноповоротной параболической антенны. Производились два вида экспериментов для двух различных типов облучателя и зондирующей антенны. Измерительная установка, блок-схема которой представлена на рис. 1, включала зондирующую антенну, формирующую импульсное электромагнитное поле в ближней зоне исследуемой антенны с временем нарастания 120 и 250 пс (в зависимости от типа антенны, выполненной

<sup>\*</sup>Практически, исходя из технических особенностей стробоскопических осциллографов, бывает удобнее выбирать  $\Delta t \leq \pi/\omega_2$ .

аналогично [11]), генератор импульсов амплитудой 30 В и длительностью фронта 60 пс, стробоскопический осциллограф с абсолютной временной нестабильностью в режиме усреднения 1 пс и измерительно—вычислительный комплекс на базе ПЭВМ, содержащий модули управления измерительной установкой в стандарте КАМАК. Измерения производились на сферической поверхности радиусом 10 метров, для чего зондирующая антенна закреплялась неподвижно на мачте с углом возвышения  $\gamma_0 \simeq 40^\circ$  над плоскостью вращения угломестной оси, а испытуемая антенна вращалась вокруг азимутальной и угломестной осей. Углы поворота:  $\varphi$  — азимут и  $\gamma$  — угол места, — рассчитывались по задаваемым направляющим косинусам  $k_x, k_y$  — проекциям на оси x и y, лежащим в плоскости апертуры зеркала и вращающимся вместе с зеркалом относительно неподвижной зондирующей антенны:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{k_y}{\cos\gamma_0}\right)\,,\tag{9}$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{k_x}{\sqrt{1-k_y^2}}\right) + \arcsin\left(\frac{\sin\gamma_0}{\sqrt{1-k_y^2}}\right). \tag{10}$$

При сканировании равномерная сетка узлов направляющих косинусов проходилась построчно. Расчёт углов поворота производился в управляющем вычислительном комплексе, после чего подавалась команда в автономную систему автоматизированного управления поворотным устройством, которая устанавливала антенну в заданное положение. Для учёта и избавления от погрешностей измерений, вносимых "дрейфом"параметров измерительного комплекса, проводились дополнительные (калибровочные) измерения, например: отдельно измерялось распределение амплитуды поля в ближней зоне в сечении поперёк строк; или в ходе измерений процесс сканирования периодически прерывался, затем испытуемая и зондирующая антенны ставились в некоторое заранее выбранное взаимное положение и фиксировался сигнал на выходе приёмника. По результатам калибровочных измерений вносились исправления в основные данные. В процессе эксперимента для каждой угловой ориентации испытуемой антенны формировалось импульсное электромагнитное поле. Сигналы, принятые испытуемой антенной, регистрировались стробоскопическим осциллографом, оцифровывались с помощью пятнадцатиразрядного АЦП и поступали в память ЭВМ.

Для получения более полного представления о работе метода и для выявления характера временных зависимостей сигналов апертурной антенны в ближней зоне изменялись такие параметры эксперимента как: шаг сканирования в ближней зоне, т. е. дискрет равномерной сетки узлов направляющих косинусов; в качестве облучателя испытуемой антенны применялись две импульсные антенны с рабочими полосами частот 250 МГц – 1,2 ГГц и 500 МГц – 2,5 ГГц и длительностью фронта 120 и 250 пс, соответственно, аналогичные антенны устанавливались на мачте в качестве зонда на расстоянии 10 м от точки пересечения угломестной и азимутальной осей вращения испытуемой антенны. На поверхности сканирования реализовывалась матрица 25 × 25 точек. Временной дискрет составлял 70–100 пс, измерение временной зависимости включало 512 точек.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Временные зависимости сигналов для антенны с облучателем, имеющим максимум спектра на частоте 565,5 МГц, приведены в [12] (рис. 66, рис. 7). Из этих рисунков видно, что временная зависимость поля в ближней зоне состоит из двух импульсов. Второй импульс задержан относительно первого и имеет меньшую амплитуду и большую длительность. Эти данные хорошо согласуются с результатами теоретических расчётов импульсных полей апертурных антенн [10]. Вместе с этими импульсами при реальных измерениях перед первым импульсом, определяемым зеркалом, появляются небольшие по

амплитуде сигналы, определяемые прямым прохождением сигнала в "хвост"облучателя и отражением сигнала от тяг крепления облучателя. При измерениях эти импульсы также должны быть учтены при обработке сигнала.

На рис. 2, 3 приведены синтезированные временные зависимости поля в дальней зоне для антенны с облучателем, имеющим максимум спектра на частоте 279 МГц. Отметим, что в направлении главного максимума диаграммы направленности синтезированная временная зависимость поля в дальней зоне име



Рис. 2. Синтезированная временная зависимость поля в дальней зоне в направлении оси антенны.



Рис. 3. Синтезированная временная зависимость поля в дальней зоне.

На рис. 4 представлены восстановленные сечения диаграмм направленности. Сплошной линией — угломестное сечение диаграммы направленности антенны на частоте 565,5 МГц с соответствующим

облучателем. Пунктирной линией изображено азимутальное сечение диаграммы направленности антенны с облучателем меньшего размера на частоте 279 МГц.



Рис. 4. Сечения диаграммы направленности на двух частотах.

Как видно из этого рисунка, нули восстановленной ДН опускаются до уровней 40-45 дБ, что даёт возможность приблизительно оценить динамический диапазон измерений.

Очевидно, точность измерений также ограничена точностью опорно—поворотного устройства или ошибками определения радиуса поверхности сканирования. Точность определения радиуса поверхности обычно упирается в точность определения фазового центра зондовой антенны. Как показал опыт измерений, в случае применения зондов с согласующей двухпроводной линией положение фазового центра несколько смещается по направлению к коаксиально—полосковому переходу.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа описывает только небольшую часть особенностей измерений параметров полей антенн во временной области. Вместе с тем, последние теоретические исследования в этой области показывают большие возможности данного метода измерений. Так в работах [10, 13] было показано, что временную зависимость поля в дальней зоне (и семейство диаграмм направленности в диапазоне частот) возможно синтезировать только по коротким начальным участкам временных откликов в ближней зоне, что позволяет проводить измерения в ближней зоне при расстояниях до окружающих предметов в несколько длин волн при любой ширине полосы измеряемой антенны. При этом окружающие предметы не вносят никаких искажений в восстанавливаемую диаграмму направленности. К одним из главных недостатков данного метода измерений на данном этапе следует отнести отсутствие высокоточных экспериментов, позволивших бы сравнить его результаты с результатами измерений другими методами (прежде всего с корреляционным) с помощью аттестованной аппаратуры. И хотя используемые стробоскопические регистраторы обеспечивают точности временной развёртки в пределах 1 пикосекунды в диапазоне частот до 18—40 ГГц и динамический диапазон регистрации сигналов более 50 дБ, анализу ошибок при таких измерениях должно быть уделено большее внимание.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных научных исследований (проекты 96-02-19462 и 97-02-17728).

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Baum C. E. Impulse Radiating antennas. In: Ultra-Wideband Short-Pulse Electromagnetics /Ed. by Bertroni et al. Plenum Press, 1993.
- 2. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Турчин В. И. и др. В кн.: Методы измерения характеристик антенн СВЧ /Под ред. Н. М. Цейтлина. М.: Радио и связь, 1985. 368 с.
- 3. Турчин В. И. //Изв. вузов. Радиофизика, 1977. Т. 20. № 7. С.1071.
- 4. Петрунькин В. Ю. //Труды ЛПИ. Радиофизика, 1955. № 181. С. 75.
- 5. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
- 6. Фок. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970. 517 с.
- 7. Будай А. Г., Вилькоцкий М. А., Гациха С. В. и др. В кн.: Методы и устройства радио- и акустической голографии /Под ред. Л. Д. Бахраха, А. П. Курочкина. Л.: Наука, 1983. С. 34.
- 8. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д., Курочкин А. П. и др. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне. — Л.: Наука, 1985. – 272 с.
- 9. Скулкин С. П., Турчин В. И. и др. //Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. № 1. С. 73.
- 10. Skulkin S. P. In: Proc. ICAP'95 Conference, Eindhoven, Nitherland, Apr. 1995. P. 118.
- 11. Theodorou E. A., Gorman M. R., Rigg P. R., Kong F. N. //IEE Proc., June 1981. V. 128. Pt. H. № 3. P. 124.
- 12. Скулкин С.П. //Изв. вузов. Радиофизика, 1998 (в печати).
- 13. Skulkin S. P. In: Proc. EUROEM-94 Symposium, Bordeaux, France, 1994. P. 1492.

Научно-исследовательский радиофизический институт, Институт прикладной физики РАН,

Поступила в редакцию 12 июля 1995 г.

Н.Новгород, Россия

## A METHOD OF ANTENNA PARAMETER MEASUREMENTS IN TIME DOMAIN

S. P. Skulkin, V. I. Turchin

A method is described to restore temporal field functions in the far zone (and, respectively, an antenna pattern set in frequency domain) by the measurements of the pulse field in the near zone. The procedure and measurement results on the characteristics of 7-m mirror antenna with broadband feeds are presented.

УДК 535.361

# ОБНАРУЖЕНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ МЕТОДАМИ КОНФОКАЛЬНОЙ МИКРОСКОПИИ

## В. Л. Вебер

На основе теории видения в рассеивающих средах разработана модель обнаружения локальных неоднородностей рассеивающего и поглощающего типов методами отражательной и просветной конфокальной микроскопии. Выведены соотношения для расчёта контраста изображения неоднородности на фоне рассеивающей среды. Исследовано влияние характеристик объекта и параметров системы наблюдения на предельную глубину обнаружения неоднородностей различного типа.

В работах [1, 2] разработаны физические модели процесса формирования изображения малоразмерных неоднородностей в однородной рассеивающей среде с использованием методов отражательной и просветной конфокальной микроскопии. Основой построения моделей является теория подводного видения [3]. На базе этих моделей исследована зависимость контраста полос в изображении пространственно ограниченного тест—объекта с синусоидальным распределением коэффициента отражения или пропускания от характеристик объекта и параметров системы наблюдения. Предельная глубина видения объекта определяется по достижению контраста полос порогового значения 2% (контрастная чувствительность глаза). Такой подход характеризует возможности системы наблюдения по различению деталей в изображении объекта. В данной работе мы используем результаты [1, 2] для решения более грубой задачи определения глубины обнаружения объекта, которая соответствует пороговому значению контраста изображения объекта как целого относительно изображения фона (фоном служит окружающая объект однородная рассеивающая среда).

#### 1. ОБНАРУЖЕНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МЕТОДОМ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ МИКРОСКОПИИ

Схема наблюдения ламбертово отражающего объекта приведена на рис. 1 (см. [1]). Система наблюдения (CH), содержащая линзу диаметром  $d_s$ , с фокусным расстоянием f, а также расположенные на её оси на расстоянии H от неё совмещённые источник и приёмник диаметрами  $d_1$  и  $d_2$ , соответственно, освещает и визирует находящийся в однородной рассеивающей среде на глубине  $h_o$  плоский ограниченный непрозрачный объект с коэффициентом отражения  $R_o$ . Формирование изображения осуществляется посредством поперечного перемещения CH относительно объекта.

Мощность светового излучения источника, попадающего в фотоприёмник СН при ориентации его на середину объекта, описывается соотношением

$$P_{\rm i} = P_{\rm ob} + P_{\rm bs}^{\rm o} + P_{\rm bs}^{\rm e} \,, \tag{1}$$

где  $P_{\rm ob}$  — мощность излучения, отражённого поверхностью объекта,  $P_{\rm bs}^{\rm o}$  — мощность помехи обратного рассеяния (ПОР) из толщи среды, расположенной перед объектом,  $P_{\rm bs}^{\rm e}$  — мощность ПОР из толщи среды, расположенной за объектом (с учётом его экранирующего действия).

При ориентации СН на область среды вне объекта выражение для принимаемой мощности имеет вид

$$P_{\rm bs} = P_{\rm bs}^{\rm o} + P_{\rm bs}^{\infty} \,, \tag{2}$$



Рис. 1. Схема наблюдения методом отражательной конфокальной микроскопии.

где  $P_{\rm bs}^{\infty}$  — мощность помехи обратного рассеяния из толщи среды, расположенной за глубиной  $h_{\rm o}$ .

В работе [1] получено выражение для распределения яркости в изображении объекта с синусоидальным распределением коэффициента отражения. Из него непосредственно следует выражение для *P*<sub>ob</sub> применительно к объекту без модуляции коэффициента отражения

$$P_{\rm ob} = P_{\rm o} \frac{\Delta_{\rm o}}{\pi} \frac{\sigma_2}{\sigma_1^{\rm o} \sigma_2^{\rm o}} R_{\rm o} \cdot e^{-2\mathfrak{R}h_{\rm o}} \sum_{i,j=1}^2 C_i C_j \frac{\sigma_{\rm o}}{b(a_1 + a_2)}, \qquad (3)$$

где *P*<sub>о</sub> — мощность излучения источника,

 $\alpha$ 

$$\begin{split} \Delta_{\rm o} &= \Sigma_s / H^2, \qquad \sigma_{1,2}^{\rm o} = 2 + \sigma_{1,2}, \qquad \sigma_{1,2} = \Sigma_{1,2} / \Sigma_{\rm s}; \\ &b = \sigma_{\rm o} + \frac{a_1 \cdot a_2}{a_1 + a_2}, \qquad \sigma_{\rm o} = \Sigma_{\rm o} / \Sigma_{\rm s}; \\ &a_1 = \xi_1 + \sigma_{\rm d} + g_i, \qquad a_2 = \xi_2 + \sigma_{\rm d} + g_j, \\ &\xi_{1,2} = \frac{1}{\sigma_{1,2}^{\rm o}} \left[ \sigma_{1,2} \cdot (\alpha^2 + \beta^2) + (\beta - \alpha)^2 \right]; \\ &\sigma_{\rm d} = \left( \lambda z / d_{\rm s}^2 \right)^2, \qquad g_{i,j} = G_{i,j} / \Sigma_{\rm s}; \\ &= z / H, \quad \beta = z / f - 1, \quad z = L_0 + h_{\rm o} - h_{\rm s}, \quad L_0 = \frac{H \cdot f}{H - f}; \end{split}$$

 $\Sigma_{1,2}$  — площади апертур источника и фотоприёмника,  $\Sigma_{\rm o}$  — площадь объекта,  $\Sigma_{\rm s}$  — площадь линзы,  $h_{\rm s}$  — глубина зоны фокусировки (области, оптически сопряжённой источнику и приёмнику); функции среды описываются следующими формулами [4]:  $C_1 = \exp(-\sigma h_{\rm o})$  — амплитуда нерассеянной компоненты излучения,  $C_2 = 1/\operatorname{ch} \zeta - \exp(-\sigma h_{\rm o})$  — амплитуда рассеянной компоненты,  $G_1 = 0$ ,  $G_2 = \frac{4\pi(\zeta - \operatorname{th} \zeta)}{\varpi^2 \Omega_{\infty} [1 - \operatorname{ch} \zeta \cdot \exp(-\sigma h_{\rm o})]}$  — площадь сечения узкого пучка света в рассеивающей среде на расстоянии  $h_{\rm o}$  от источника;  $\zeta = \frac{1}{2} \Omega_{\infty} \varpi h_{\rm o}$ ,  $\Omega_{\infty} = \sqrt{2\sigma \overline{\gamma^2}/\varpi}$ ;  $\sigma$  — коэффициент рассеяния воды,  $\varpi$  — коэффициент поглощения,  $\overline{\gamma^2}$  — дисперсия индикатрисы рассеяния.

Напомним, что поперечное разрешение CH характеризуется параметрами *a*<sub>1,2</sub> — чем они меньше, тем выше разрешение. Эти параметры представляют собой безразмерные площади освещённых зон на

поверхности объекта. Входящие в  $a_{1,2}$  параметры  $\xi_{1,2}$  характеризуют геометрические площади,  $g_{i,j}$  — площади рассеяния,  $\sigma_d$  — дифракционная площадь. В том случае, когда объект расположен в сопряжённой источнику плоскости ( $h_o = h_s$ ), выполняется условие  $\alpha = \beta$ . При этом параметры  $a_{1,2}$  имеют наименьшие значения, что обеспечивает системе наблюдения наилучшее разрешение.

Мощность помехи обратного рассеяния из толщи среды, расположенной до объекта, описывается полученным в [1] выражением

$$P_{\rm bs}^{\rm o} = P_{\rm o} \frac{\Delta_{\rm o}}{\pi} \frac{\sigma_2}{\sigma_1^{\rm o} \sigma_2^{\rm o}} \rho \int_0^{h_{\rm o}} e^{-2\Re h} \sum_{i,j=1}^2 \frac{C_i C_j}{a_1 + a_2} dh, \tag{4}$$

где  $\rho = \sigma_{\pi}/4$ ,  $\sigma_{\pi}$  — коэффициент обратного рассеяния среды; параметры  $a_{1,2}$ ,  $C_{i,j}$  описываются аналогичным (3) образом с той лишь разницей, что здесь они зависят от "текущей" глубины h.

Обратимся к задаче определения мощности ПОР из толщи среды, расположенной за объектом. Учёт этой составляющей в [1] не производился, поскольку её роль в формировании деталей изображения объекта невелика. Напротив, в задаче обнаружения объекта её роль существенна. Для решения задачи необходимо сначала пересчитать источники на плоскость, в которой расположен объект, затем умножить полученное распределение яркости на функцию пропускания объекта, определить освещённость от этого виртуального источника на произвольной глубине ниже объекта и проинтегрировать произведение освещённостей от источника и приёмника по всему рассеивающему объёму — аналогично тому, как это делается при определении  $P_{\rm bs}^{\rm o}$ .

Выражение для пространственно—углового спектра распределения яркости, создаваемого источником на глубине  $h_0$ , имеет вид [2]

$$F_1^{\rm o}(\vec{\kappa}, \vec{p}) = F_b(\vec{\kappa}, \vec{p}, h_{\rm o}) F_{\rm d}(\vec{p} + \vec{\kappa}z) \Phi_1(\vec{\kappa}, \vec{p}), \tag{5}$$

где

$$\Phi_1(\vec{\kappa},\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_1(\vec{\omega},\vec{p}+\vec{\kappa}z+\vec{\omega}H) F_{\Pi}\left(\frac{\vec{p}}{f}+\beta\vec{\kappa}+\vec{\omega}\right) d\vec{\omega},$$

 $F_1$  и  $F_{\pi}$  — оптические передаточные функции источника и линзы;  $F_b$  — пространственно-угловой спектр яркости светового поля в рассевающей среде от точечного мононаправленного источника света на расстоянии  $h_o$  от него (фурье-образ автомодельного решения уравнения переноса излучения для распределения яркости в среде с анизотропным рассеянием [3]);  $F_d$  — угловой спектр, описывающий дифракционные эффекты на апертуре линзы.

Аналогичным образом описывается спектр распределения яркости поля, создаваемого приёмником, с заменой индексов 1 на 2.

Воспользуемся результатами работы [2] (несколько модифицировав их) для описания функций, входящих в (5):

$$\Phi_1(\vec{\kappa}, \vec{p}) = \frac{\Sigma_1 \Delta_0}{\sigma_1^0} \exp\left[-\frac{1}{4\pi} \left(\xi_1 \kappa^2 + 2\eta_1 \vec{\kappa} \vec{p} + \nu_1 p^2\right)\right],\tag{6}$$

где

$$\xi_{1} = \Sigma_{s} \frac{1}{\sigma_{1}^{o}} \left[ \sigma_{1} (\alpha^{2} + \beta^{2}) + (\beta - \alpha)^{2} \right],$$
  
$$\eta_{1} = \frac{\Sigma_{s}}{H} \frac{1}{\sigma_{1}^{o}} \left[ \sigma_{1} \left( \alpha + \beta \frac{H}{f} \right) + (\beta - \alpha) \left( \frac{H}{f} - 1 \right) \right],$$
  
$$\nu_{1} = \frac{\Sigma_{s}}{H^{2}} \frac{1}{\sigma_{1}^{o}} \left[ \sigma_{1} \left( 1 + \frac{H^{2}}{f^{2}} \right) + \left( \frac{H}{f} - 1 \right)^{2} \right];$$

В.Л.Вебер

$$F_b(\vec{\kappa}, \vec{p}, h_o) = e^{-\mathfrak{E}h_o} \sum_{i=1}^2 C_i \exp\left[-\frac{1}{4\pi} \left(G_i \kappa^2 + 2R_i \vec{\kappa} \vec{p} + Q_i p^2\right)\right],\tag{7}$$

где  $R_1 = Q_1 = 0$ ,  $R_2 = \frac{2\pi}{aA} \left( 1 - \frac{1}{\operatorname{ch} \zeta} \right)$ ,  $Q_2 = \frac{\pi}{A} \Omega_\infty \operatorname{th} \zeta$ ;  $A = 1 - \operatorname{ch} \zeta \cdot \exp(-\sigma h_o)$ ;

$$F_{\rm d}(\vec{p}) = \exp\left(-\frac{\Delta_{\rm d}}{4\pi}p^2\right), \quad \text{где } \Delta_{\rm d} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{\lambda}{d_s}\right)^2. \tag{8}$$

Пространственный спектр освещённости от виртуального источника  $F_1^{o}$  на расстоянии h от него с учётом экранирующего действия объекта описывается выражением

$$F_{E_1}(\vec{\kappa},h) = F_e(\vec{\kappa},h) \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_1^{\rm o}(\vec{\omega},\vec{\kappa}h) F_{\rm ob}(\vec{\kappa}-\vec{\omega}) d\vec{\omega},\tag{9}$$

где  $F_e(\vec{\kappa}, h) = F_b(\vec{\kappa}, 0, h)$  — пространственный спектр освещённости от точечного мононаправленного источника в рассеивающей среде на расстоянии h от него.

$$F_{\rm ob}(\vec{\kappa}) = (2\pi)^2 \delta(\vec{\kappa}) - \Sigma_{\rm o} \cdot \exp\left(-\frac{\Sigma_{\rm o}}{4\pi}\kappa^2\right) -$$
(10)

фурье-образ функции пропускания объекта. Аналогично записыватся выражение для  $F_{E_2}(\vec{\kappa},h)$ .

Выражение для мощности помехи обратного рассеяния из толщи среды за объектом имеет следующий вид:

$$P_{\rm bs}^{\rm e} = \int_{0}^{\infty} p(h) \, dh,\tag{11}$$

,

где

$$p(h) = \frac{\rho}{\pi} \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_{E_1}(\vec{\kappa}, h) F_{E_2}(\vec{\kappa}, h) d\vec{\kappa}.$$
 (12)

Подставляя в (12) соотношения (5)–(10), получим в результате громоздких, но по сути несложных выкладок выражение для дифференциальной ПОР из толщи среды за объектом

$$p(h) = P_{o} \frac{\Delta_{o}}{\pi} \frac{\sigma_{2} \cdot \rho}{\sigma_{1}^{o} \sigma_{2}^{o}} e^{-2\mathfrak{E}(h_{o}+h)} \cdot \sum_{i,j,\kappa,l=1}^{2} C_{i} C_{j} C_{\kappa} C_{l} \cdot \mathcal{F}(h),$$
(13)

где

$$\begin{split} \mathcal{F}(h) &= \frac{1}{\psi_{i\kappa}^{\mathrm{o}} + \psi_{jl}^{\mathrm{o}}} + \frac{\sigma_{\mathrm{o}}}{\sigma_{i} + \sigma_{\mathrm{o}}} \cdot \frac{\sigma_{\mathrm{o}}}{\sigma_{j} + \sigma_{\mathrm{o}}} \cdot \frac{1}{\psi_{i\kappa} + \psi_{jl}} - \\ &- \frac{\sigma_{\mathrm{o}}}{\sigma_{i} + \sigma_{\mathrm{o}}} \cdot \frac{1}{\psi_{i\kappa} + \psi_{jl}^{\mathrm{o}}} - \frac{\sigma_{\mathrm{o}}}{\sigma_{j} + \sigma_{\mathrm{o}}} \cdot \frac{1}{\psi_{i\kappa}^{\mathrm{o}} + \psi_{jl}}, \\ \psi_{i\kappa} &= \psi_{i} + g_{\kappa}, \quad \psi_{i\kappa}^{\mathrm{o}} = \psi_{i}^{\mathrm{o}} + g_{\kappa}, \quad \psi_{jl} = \psi_{j} + g_{l}, \quad \psi_{jl}^{\mathrm{o}} = \psi_{j}^{\mathrm{o}} + g_{l}, \\ \psi_{i} &= \left(\frac{h}{H}\right)^{2} \left(\nu_{1} + \frac{Q_{i} + \Delta_{\mathrm{d}}}{\Delta_{\mathrm{o}}}\right) + \sigma_{\mathrm{o}} - \frac{1}{\sigma_{i} + \sigma_{\mathrm{o}}} \left[\frac{h}{H} \left(\eta_{1} + \frac{R_{i} + \Delta_{\mathrm{d}}z}{\Delta_{\mathrm{o}}H}\right) - \sigma_{\mathrm{o}}\right]^{2} \\ \psi_{i}^{\mathrm{o}} &= \sigma_{i} + \left(\frac{h}{H}\right)^{2} \left(\nu_{1} + \frac{Q_{i} + \Delta_{\mathrm{d}}}{\Delta_{\mathrm{o}}}\right) + 2\frac{h}{H} \left(\eta_{1} + \frac{R_{i} + \Delta_{\mathrm{d}}z}{\Delta_{\mathrm{o}}H}\right), \end{split}$$

628

В. Л. Вебер

$$\sigma_i = \xi_1 + \Delta_d + g_i;$$

выражения для  $\psi_j, \psi_i^{o}, \sigma_j$  записываются аналогичным образом — с заменой индексов *i* на *j*, 1 на 2.

Отметим, что все переменные с индексами i, j зависят от глубины объекта  $h_o$ , а переменные с индексами  $\kappa, l$  — от "текущей" глубины h.

Выражение для мощности ПОР  $P_{\rm bs}^{\infty}$  из толщи среды, расположенной за глубиной расположения объекта (в отсутствие последнего), получается из (11), (13) путём приравнивания площади объекта  $\sigma_{\rm o}$  нулю.

Контраст изображения объекта на фоне среды определяется следующей формулой:

$$K = \frac{P_{\rm i} - P_{\rm bs}}{P_{\rm i} + P_{\rm bs}}.$$
 (14)

Выражение (14) можно записать в преобразованной форме

$$K = K_{\rm i} / (1 + P_{\rm bs}^{\rm o} / \bar{P}),$$
 (15)

где

$$\begin{split} K_{\rm i} &= \Delta P/\bar{P}\,,\\ \Delta P &= \frac{1}{2}\left(P_{\rm ob} + P_{\rm bs}^{\rm e} - P_{\rm bs}^{\infty}\right), \qquad \bar{P} = \frac{1}{2}\left(P_{\rm ob} + P_{\rm bs}^{\rm e} + P_{\rm bs}^{\infty}\right). \end{split}$$

Отсюда видно, что величина  $K_i$  определяет контраст изображения объекта без учёта помехи  $P_{\rm bs}^{\rm o}$  из толщи среды до объекта.

Полученные соотношения позволяют провести анализ зависимости контраста от всех физических факторов задачи. Ниже излагаются результаты численных расчётов контраста изображения для следующих значений параметров CH, объекта и среды: длина волны излучения  $\lambda = 600$  нм, диаметры источника и приёмника  $d_1 = d_2 = 4$  мкм, диаметр линзы  $d_s = 4$  мм, фокусное расстояние f = 4 мм, H = 160 мм, диаметр объекта  $d_o = 0,1$  мм, коэффициент рассеяния среды  $\sigma = 20$  мм<sup>-1</sup>, коэффициент поглощения  $\alpha = 0,02$  мм<sup>-1</sup>, коэффициент обратного рассеяния  $\sigma_{\pi} = 0,8$  мм<sup>-1</sup>, дисперсия индикатрисы рассеяния  $\gamma^2 = 0,04$ .

Перейдём к обсуждению полученных результатов. На рис. 2 приведены рассчитанные по формуле (15) зависимости контраста от глубины расположения объекта ( $R_o = 1$ ). Эти зависимости имеют сложный, в общем случае немонотонный характер. Характер поведения  $K(h_o)$  существенно зависит от величины продольной "расстройки"СН  $\Delta h = h_s - h_o$ . Рост контраста K на начальном участке глубин при положительных значениях  $\Delta h$  (он наблюдается и в поведении  $K_i(h_o)$ ) обусловлен различием скоростей уменьшения сигнальной и фоновой составляющих — последняя спадает быстрее первой, и поэтому их разность растёт, что и приводит (см. (14)) к увеличению контраста. Наличие резкого "провала"в зависимости  $K(h_o)$  при  $\Delta h < 0$  (он отсутствует в зависимости  $K_i(h_o)$ ) целиком обусловлено влиянием  $P_{bs}^o$ . Поскольку в этом случае зона фокусировок лежит выше объекта, то сигнал из неё в значительной степени "забивает"сигнал от объекта, что и приводит, согласно (15), к уменьшению контраста. Похожие особенности поведения  $K(h_o)$  наблюдаются и для абсолютно поглощающего объекта ( $R_o = 0$ ), с той лишь разницей, что значения контраста в этом случае имеют отрицательный знак.

На рис. З представлена зависимость предельной глубины обнаружения объекта от коэффициента отражения объекта ( $\Delta h = 0$ ). Для определения глубины обнаружения задаёмся пороговым значением контраста, равным 0,02 (контрастная чувствительность глаза). Точка пересечения графика  $\ln(K/0,02)$  с осью абсцисс определяет значение глубины обнаружения. Зависимость  $h_{\max}(R_0)$  в основной своей части является монотонно возрастающей. Исключением является область с очень малыми значениями коэффициента отражения — здесь имеется довольно глубокий минимум. В этой области коэффициент



Рис. 2. Зависимость контраста изображения объекта от глубины ( $R_{\rm o}=1$ ). 1 —  $\Delta h=0,~2-\Delta h=0,2$  мм,  $~3-\Delta h=-0,1$  мм.

отражения объекта становится приблизительно равным коэффициенту отражения среды, в результате чего объект становится невидимым на фоне среды.

На рис. 4 представлены зависимости глубины обнаружения объекта от его размеров (для абсолютно отражающего и поглощающего объектов). Эти зависимости имеют монотонно возрастающий характер. Сравнение результатов данной работы с результатами [1] позволяет сделать вывод: предельная глубина обнаружения объекта в 1,5–2 раза превышает глубину видения деталей на объекте.

На рис. 5 приведены зависимости глубины обнаружения объекта от величины продольной "расстройки"СН  $\Delta h$  (для 2-х типов объектов: "белого"и "чёрного"). Примечательно то, что эти зависимости имеют максимум, который достигается не при  $\Delta h = 0$ , как можно было бы ожидать, а при некотором положительном значении "расстройки" $\Delta h$ . В области отрицательных значений  $\Delta h$  наблюдается быстрое уменьшение глубины обнаружения, что связано с резким увеличением мощности ПОР из толщи среды до объекта (это обсуждалось выше — при анализе зависимостей контраста от глубины расположения объекта).

## 2. ОБНАРУЖЕНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МЕТОДОМ ПРОСВЕТНОЙ МИКРОСКОПИИ

Перейдем к рассмотрению возможности обнаружения пространственно ограниченного поглощающего объекта в рассеивающей среде с помощью просветной конфокальной микроскопии. На рис. 6 приведена схема наблюдения (см. [2]). Поглощающий объект диаметром  $d_o$  с коэффициентом поглощения  $T_o$  находится в толще однородной рассеивающей среды, ограниченной двумя параллельными плоскостями (толщина среды — d). Система наблюдения состоит из схемы подсветки, включающей в себя источник света и линзу диаметром  $d_{s1}$  с фокусным расстоянием  $f_1$ , находящуюся на расстоянии  $H_1$  от источника, а также схемы приёма излучения, расположенной со стороны рассеивающей среды, противоположной той, где находится источник света, и включающей в себя фотоприёмник и линзу диа-



Рис. 3. Зависимость глубины обнаружения объекта от его коэффициента отражения ( $\Delta h = 0, \ d_o = 0,1$  мм).

метром  $d_{s2}$  с фокусным расстоянием  $f_2$  на расстоянии  $H_2$  от приёмника. Формирование изображения осуществляется посредством поперечного перемещения СН относительно объекта.

Мощность светового излучения источника, попадающего в фотоприёмник СН при ориентации её на середину объекта, описывается соотношением [2]

$$P_{i} = P_{o} \frac{\Delta_{2}}{\pi} \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{1}^{o} \sigma_{2}^{o}} e^{-\mathfrak{A}d} \sum_{i,j=1}^{2} \frac{C_{i}C_{j}}{\gamma_{ij}} \left(\frac{1}{\nu} - \frac{T_{o}\sigma_{o}}{\mu + \nu\sigma_{o}}\right), \tag{16}$$

где

$$\begin{split} \mu &= a_1 a_2 - \Delta_1 \Delta_2 a_3^2 \,, \qquad \nu = \frac{\sum_{s1}}{\sum_{s2}} a_1 + a_2 + 2a_3 \Delta_1 \frac{H_1}{H_2} \,, \\ a_1 &= \xi_1 + \sigma_{d_1} + g_i - \Delta_1 b_i^2 \,, \qquad a_3 = b_i b_j \,, \\ a_2 &= \xi_2 + \sigma_{d_2} + g_j - \Delta_2 b_j^2 \,, \qquad \sigma_{1,2} = \sum_{1,2} / \sum_{s1,2} \,; \\ \xi_{1,2} &= \frac{1}{\sigma_{1,2}^0} \left[ \sigma_{1,2} (\alpha_{1,2}^2 + \beta_{1,2}^2) + (\beta_{1,2} - \alpha_{1,2})^2 \right] \,, \\ b_i &= \frac{1}{\sqrt{\gamma_{ij}}} \left\{ \frac{1}{\sigma_1^0} \left[ \sigma_1 \left( \alpha_1 + \beta_1 \frac{H_1}{f_1} \right) + (\beta_1 - \alpha_1) \left( \frac{H_1}{f_1} - 1 \right) \right] + \frac{\rho_i + \sigma_{d1}}{\alpha_1} \right\} \,; \end{split}$$

 $b_j$  записывается аналогично — с заменой индексов i на j, 1 на 2;

$$\gamma_{ij} = \gamma_1 + \gamma_2 + Q_i + Q_j + \Delta_{d_1} + \Delta_{d_2} ,$$
  
$$\gamma_{1,2} = \frac{\Delta_{1,2}}{\sigma_{1,2}^0} \left[ \sigma_{1,2} (1 + H_{1,2}^2 / f_{1,2}^2) + (H_{1,2} / f_{1,2} - 1)^2 \right] ;$$
  
$$\Delta_{1,2} = \Sigma_{s_{1,2}} / H_{1,2}^2 , \quad \rho_i = \frac{R_i z_1}{\Sigma_{s1}} , \quad \rho_j = \frac{R_j z_2}{\Sigma_{s2}} ;$$

В.Л.Вебер



Рис. 4. Зависимость глубины обнаружения объекта от его размеров ( $\Delta h=0).$  1 —  $R_{\rm o}=0,~~2$  —  $R_{\rm o}=1.$ 



Рис. 5. Зависимость глубины обнаружения объекта от величины продольной "расстройки" системы наблюдения. 1 —  $R_{\rm o}=1,~2-R_{\rm o}=0.$ 



Рис. 6. Схема наблюдения методом просветной конфокальной микроскопии.

(отметим, что аргументом функций среды с индексом i является  $h_1$ , а функций с индексом  $j - h_2$ );

$$\sigma_{d_{1,2}} = \left(\frac{\lambda z_{1,2}}{d_{s_{1,2}}^2}\right)^2, \quad \Delta_{d_{1,2}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\lambda}{d_{s_{1,2}}}\right)^2;$$

 $\sigma_{\rm d}$  — относительная площадь дифракционного пятна на глубине  $h_1, \Delta_{\rm d}$  — телесный угол дифракции,

$$lpha_{1,2} = z_{1,2}/H_{1,2}, \qquad eta_{1,2} = z_{1,2}/f_{1,2} - 1,$$
  
 $z_1 = L_1 - \Delta h, \qquad z_2 = L_2 + \Delta h,$   
 $L_{1,2} = H_{1,2} \cdot f_{1,2}/(H_{1,2} - f_{1,2}), \qquad \Delta h = h_{\rm s} - h_1;$ 

(описание остальных переменных см. в предыдущем разделе).

Выражение для мощности светового излучения, попадающего в фотоприёмник при ориентации CH на среду вне объекта, следует из (16) при  $\sigma_0 = 0$ :

$$P_{\rm v} = P_{\rm o} \frac{\Delta_2}{\pi} \frac{\sigma_2}{\sigma_1^{\rm o} \sigma_2^{\rm o}} e^{-\mathfrak{A} d} \cdot \sum_{i,j=1}^2 \frac{C_i C_j}{\gamma_{ij}} \cdot \frac{1}{\nu} \,. \tag{17}$$

Контраст изображения объекта на фоне среды описывается соотношением

$$K = \frac{P_{\rm v} - P_{\rm i}}{P_{\rm v} + P_{\rm i}}.\tag{18}$$

Ниже излагаются результаты численных расчётов контраста изображения для следующих значений параметров:  $\lambda = 600$  нм, диаметры источника и приёмника  $d_{1,2} = 4$  мкм, диаметры линз  $d_{s_{1,2}} = 4$  мм, фокусные расстояния линз  $f_{1,2} = 4$  мм, расстояния от источника и приёмника до соответствующих линз  $H_{1,2} = 160$  мм, диаметр объекта  $d_0 = 0,1$  мм, коэффициент поглощения объекта  $T_0 = 0,5$ , коэффициент рассеяния среды  $\sigma = 20$  мм<sup>-1</sup>, коэффициент поглощения  $\alpha = 0,02$  мм<sup>-1</sup>, дисперсия индикатрисы рассеяния  $\overline{\gamma^2} = 0,04$ .

Перейдём к обсуждению полученных результатов. В [2] показано, что зависимости контраста от глубины расположения объекта имеют минимум на глубине, соответствующей середине слоя рассеивающей среды. Левая и правая ветви этих зависимостей симметричны при соблюдении условия оптического сопряжения плоскостей, в которых располагаются источник света (приёмник) и объект (при этом  $\Delta h = 0$ ,  $\alpha_{1,2} = \beta_{1,2}$ ), хотя в общем случае, как будет показано ниже, это не так. Для оценки

предельной глубины обнаружения объекта, как и прежде, задаёмся пороговым значением контраста 0,02.

На рис. 7 приведены рассчитанные на основе (16), (18) зависимости глубины обнаружения объекта от размеров объекта ( $\Delta h = 0, T_0 = 0,5$ ). Из рисунка видно, что глубина обнаружения объекта растёт при увеличении его размеров, достигая асимптотического значения, равного половине толщины среды (последнее фактически означает, что объект виден на всех глубинах).



Рис. 7. Зависимость глубины обнаружения объекта от его размеров  $(\Delta h=0, T_{\rm o}=0.5). \ 1-d=2$  мм,  $\ 2-d=4$  мм.

С увеличением коэффициента поглощения объекта глубина обнаружения монотонно увеличивается, что иллюстрируется зависимостями, приведёнными на рис. 8.

На рис. 9 приведены зависимости глубины обнаружения объекта от толщины среды ( $\Delta h = 0$ ). Из них следует, что глубина обнаружения при относительно малых толщинах среды имеет максимальное значение, соответствующее условиям видения объекта на всех глубинах, в дальнейшем — по мере роста толщины среды — глубина обнаружения монотонно уменьшается.

Специальный интерес представляет исследование влияния продольной "расстройки"системы наблюдения относительно глубины расположения объекта. Зависимость контраста изображения объекта от глубины при  $\Delta h \neq 0$  становится несимметричной, в связи с чем можно ввести две предельные глубины обнаружения объекта: со стороны источника света —  $h_{1\,\text{max}}$  и со стороны фотоприёмника  $h_{2\,\text{max}}$ . На рис. 10 приведены зависимости этих величин от значений "расстройки" $\Delta h$ . Обе зависимости имеют спадающий характер, однако правая граница обнаружения  $h_{2\,\text{max}}$  (та, что обращена к приёмнику) спадает значительно медленнее по сравнению с левой границей (обращённой к источнику). Отметим, что при смене знака  $\Delta h$  эти зависимости меняются местами. Зависимости рис. 10 свидетельствуют о том, что продольная "расстройка"СН существенным образом снижает возможность обнаружения объекта в рассеивающей среде.

Автор благодарен Л. С. Долину, А. Г. Лучинину, И. А. Сергиевской за полезное обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 95-02-5797).


Рис. 8. Зависимость глубины обнаружения объекта от его коэффициента поглощения ( $\Delta h = 0$ ). 1 — d = 2 мм, 2 — d = 3 мм.



Рис. 9. Зависимость глубины обнаружения объекта от толщины рассеивающей среды ( $\Delta h=0$ ). 1 —  $T_{\rm o}=1,~2$  —  $T_{\rm o}=0,5.$ 

В. Л. Вебер





### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Вебер В. Л. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1996. Т. 39. № 7. С. 925.
- 2. Вебер В. Л. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 8. С. 980.
- 3. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. Минск: Наука и техника, 1985. 327 с.
- 4. Долин Л. С. //Изв.АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1983. Т. 19. № 4. С. 400.

Институт прикладной физики РАН, Н.Новгород, Россия Поступила в редакцию 1 октября 1997 г.

## DETECTION OF INHOMOGENEITIES IN BIOLOGICAL TISSUES BY THE METHODS OF CONFOCAL MICROSCOPY

V.L. Weber

The model of the detection of a local inhomogeneities in biological tissues by the methods of reflected and transmitted confocal microscopy has been worked out on the basis of the vision theory in dispersive media. General formulas for the calculation of the image contrast of inhomogeneity against a scattering medium background are presented. The analysis of the influence of the object characteristics and observation system parameters on the maximum detection depth of inhomogeneities has been carried out.

УДК 621.396.96

# ПРИНЦИП МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ В ЗАДАЧЕ АДАПТИВНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ НЕИНФОРМАТИВНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

## М.А.Островский

Синтезирован новый алгоритм обнаружения с оценкой неинформативных параметров сигнала на фоне пассивных помех с произвольным законом распределения. На простейшем примере гауссова помехового воздействия показано, что по мере увеличения объёма выборки эффективность синтезированного устройства сближается с эффективностью обнаружителя детерминированных сигналов.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В [1] предложена модель и найдено выражение многомерной плотности вероятности (ПВ) негауссовой пассивной помехи

$$W_N(\mathbf{H}) = \prod_{\nu=1}^N w_1 \left( \Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{H}_{\nu} \right) , \qquad (1)$$

где  $\mathbf{H}_{\nu} = [\eta_0, \ldots, \eta_{N-1}], \Psi_{\nu} = [\psi_{\nu}, \ldots, \psi_{\nu-N+1}]$  — вектор-столбцы отсчётов помехи и весовых коэффициентов обеляющего междупериодного фильтра, N — объём выборки,  $w_1(\cdot)$  — одномерная ПВ "обелённых" отсчётов помехи,  $\top$  — знак транспонирования.

Из (1) вытекает общая запись функционала безусловного отношения правдоподобия (ОП) при приёме сигнала  $\mathbf{S}_{\nu}$ , известного с точностью до вектора неинформативных параметров  $\vec{\beta}(\beta_1, \ldots, \beta_k)$ :

$$\Lambda = \int_{(\vec{\beta})} \exp\left\{\sum_{\nu=1}^{N} \left[\ln w_1(\Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{Y}_{\nu} - \Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{S}_{\nu} \mid \vec{\beta}) - \ln w_1(\Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{Y}_{\nu})\right]\right\} P(\vec{\beta}) d\vec{\beta},\tag{2}$$

где  $P(\vec{\beta})$  — априорная ПВ этого вектора, **Y** — принимаемая выборка. Традиционно синтез обнаружителя осуществляется путём вычисления интеграла безусловного ОП и построения на его основе решающего правила обнаружения. Однако, точное вычисление интеграла (2) удаётся произвести либо при гауссовости помехи, либо в асимптотических случаях предельно слабого и сильного по сравнению с помехой сигнала [2]. При произвольном же законе распределения помехи и произвольном отношении сигнал/помеха нахождение  $\Lambda$  в явном виде невозможно, что не позволяет в рамках классической теории статистических решений определить характеристики некогерентной части обработки случайных сигналов и, следовательно, синтезировать оптимальную процедуру их обнаружения на фоне помех.

### 2. АДАПТИВНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ НЕИНФОРМАТИВНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Откажемся от принятого в байесовской теории предположения о случайной природе неинформативных параметров. Действительно, такие неинформативные параметры сигнала, как начальная фаза  $\varphi$  и амплитуда *a*, вполне определённым образом зависят от дальности до цели и её ориентации относительно РЛС, которые, как известно, случайными не являются. При этом незнание последних вовсе



не является признаком их случайности, стохастичность параметров используется в литературе лишь как математический приём для облегчения вычислений. Следовательно, неслучайные неинформативные параметры могут быть оценены в процессе обнаружения и использованы для обнаружения цели.

Предлагаемый подход превращает классическую процедуру обнаружения случайных сигналов в процедуру совместного обнаружения—оценивания их детерминированных, но неизвестных наблюдателю неинформативных параметров. Кстати, само название "неинформативные параметры" при этом утрачивает смысл, т. к. оцениваемые параметры становятся существенными при обнаружении сигналов. Попытаемся решить задачу вычисления (2) отличными от классических методами, для чего рассмотрим сначала процедуру вычисления логарифма условного ОП, содержащегося под знаком экспоненты интеграла (2). Структурная схема этого вычислителя (рис. 1) содержит обеляющие фильтры (ОФ) по каналам принимаемого  $\mathbf{Y}_{\nu}(\vec{\beta})$  и ожидаемого  $\mathbf{S}_{\nu}(\hat{\vec{\beta}})$  сигналов, нелинейный безынерционный преобразователь (НП) и когерентный накопитель пачки (КН). Сигнал в принятой выборке  $\mathbf{Y}_{\nu}$ зависит от истинного значения вектора параметров  $\vec{\beta}$ , а ожидаемый — от оценки этого вектора  $\hat{\vec{\beta}}$ .

Из рисунка следует, что вычислитель условного ОП не относится ни к одному из известных классов [3] оптимальных приёмников (корреляционному, фильтровому, корреляционно—фильтровому). Важной функцией вычислителя является компенсация сигнала  $\mathbf{S}_{\nu}(\vec{\beta})$ , содержащегося в принятой реализации. Ясно, что чем точней произведена оценка вектора  $\vec{\beta}$ , т. е. чем точнее ожидаемый сигнал повторяет полезный, тем выше качество его компенсации в НП и тем выше качество самого обнаружителя. В связи с этим целесообразно называть процедуру вычисления логарифма условного ОП компенсационно фильтровой.

Переходя к вычислению безусловного ОП, отметим, что один из возможных подходов отыскания интеграла (2) указывает теория адаптации, в терминах которой задача оптимального обнаружения формулируется следующим образом. Пусть имеется объект адаптации, в нашем случае вычислитель (рис. 1), на вход которого действует аддитивная смесь негауссовой помехи и сигнала с точно известной формой, но неизвестными, хотя и постоянными за время адаптации неинформативными параметрами  $\vec{\beta} = \vec{\beta}_0$ . При отсутствии в смеси сигнала один из его параметров (амплитуда) принимает нулевое значение. Состояние объекта может быть изменено путём вариации вектора управляющего воздействия  $\mathbf{S}_n$ , форма которого также известна, а параметры  $\hat{\vec{\beta}}(\hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_k)$  изменяются в процессе адаптации. Поскольку объект представляет собой часть обнаружителя, его состояние в каждый момент времени *n* полностью характеризуется мгновенным значением безусловного ОП (2) либо логарифмом этого функционала [4], выполняющим в данном случае роль функционала качества системы

$$J_n(\vec{\beta}) = \ln \int_{(\vec{\beta})} \Lambda_n(\vec{\beta} \mid \vec{\beta}) P(\vec{\beta}) d\vec{\beta}.$$
 (3)

При детерминированности вектора неинформативных параметров  $P(\vec{\beta}) = \delta(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0)$  функционал (3) легко находится из (2) и равен

$$J_{n}(\hat{\vec{\beta}}) = \ln \Lambda_{n}(\hat{\vec{\beta}} \mid \vec{\beta}_{0}) = \sum_{\nu=n-N}^{n} \left\{ \ln w_{1} \left[ \Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{Y}_{\nu}(\vec{\beta}_{0}) - \mathbf{Y}_{\nu}^{\top} \mathbf{S}_{\nu}(\hat{\vec{\beta}}) \right] - \ln w_{1} \left[ \Psi_{\nu}^{\top} \mathbf{Y}_{\nu}(\vec{\beta}_{0}) \right] \right\} = \ln \Lambda_{n-1}(\hat{\vec{\beta}} \mid \vec{\beta}_{0}) + \ln w_{1} \left[ \Psi_{n}^{\top} \mathbf{Y}_{n}(\vec{\beta}_{0}) - \Psi_{n}^{\top} \mathbf{S}_{n}(\hat{\vec{\beta}}) \right] - \ln w_{1} \left[ \Psi_{n}^{\top} \mathbf{Y}_{n}(\vec{\beta}_{0}) \right].$$
(4)

Вариации вектора  $\hat{\vec{\beta}}$  приводят к изменению функционала (4) и при точном совпадении компонент векторов  $\hat{\vec{\beta}}$  и  $\vec{\beta}_0$  последний достигает максимального значения (максимум правдоподобия), а получаемые при этом оценки неинформативных параметров являются максимально правдоподобными. Таким образом, если функционал (4) выпуклый и имеет единственный максимум при  $\hat{\vec{\beta}} = \vec{\beta}_0$ , то цель адаптации состоит в нахождении такого вектора управления  $\hat{\vec{\beta}}$ , который обеспечивал бы достижение этим функционалом экстремального значения, т. е. являлся бы решением уравнения оптимизации

$$\nabla_{\hat{\vec{\beta}}} J_n(\hat{\vec{\beta}}) = 0, \tag{5}$$

где  $\nabla_{\hat{\vec{\beta}}} = \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\vec{\beta}}_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \hat{\vec{\beta}}_k}\right)$  — градиент функционала по компонентам вектора управления.

Одним из наиболее эффективных методов нахождения экстремума сложных функционалов качества является градиентный [5], превращающий процедуру нахождения экстремума в итерационную

$$\hat{\vec{\beta}}_n = \hat{\vec{\beta}}_{n-1} - \Gamma_n \nabla_{\hat{\vec{\beta}}} \ln \Lambda_n (\hat{\vec{\beta}}_n \mid \vec{\beta}_0), \tag{6}$$

где  $\Gamma_n$  — переменный шаг адаптации, представляющий собой N-мерную квадратную матрицу и определяющий скорость сходимости оценки к оптимальному значению. Подставляя в (6) выражение (4) и имея в виду независимость от оценки  $\hat{\vec{\beta}}_n$  всех ранее сформированных отсчётов функционала качества, получаем

$$\hat{\vec{\beta}}_n = \hat{\vec{\beta}}_{n-1} - \Gamma_n \frac{\partial \ln w_1 [\Psi_n^\top \mathbf{Y}_n(\vec{\beta}_0) - \Psi_n^\top \mathbf{S}_n(\hat{\vec{\beta}}_n)]}{\partial [\Psi_n^\top \mathbf{Y}_n(\vec{\beta}_0) - \Psi_n^\top \mathbf{S}_n(\hat{\vec{\beta}}_n)]} \Psi_n^\top \frac{d \mathbf{S}_n(\hat{\vec{\beta}}_n)}{d\hat{\vec{\beta}}_n},$$
(7)

откуда с очевидностью вытекает схема адаптивного обнаружителя—измерителя максимального правдоподобия (рис. 2).

Синтезированный обнаружитель является оптимальным при произвольном значении отношения сигнал/помеха и произвольной ПВ помехи. Он представляет собой вычислитель логарифма условного ОП, управляемый ожидаемым сигналом  $\mathbf{S}_n(\hat{\vec{\beta}}_n)$ , и устройства оценки вектора неинформативных параметров. Ожидаемый сигнал известной формы формируется в генераторе ожидаемых сигналов (ГОС), управляемом контуром адаптации по вектору  $\hat{\vec{\beta}}_n$ . Оценка этого вектора является оценкой степени корреляции выхода дискриминатора полезного сигнала по оценке параметра и логарифмической производной ПВ от результата компенсации сигнала.

Существенной особенностью обнаружителя является отсутствие в его составе детекторных звеньев на выходе КН — неотъемлемой части классических обнаружителей случайных сигналов. Являясь





адаптируемым по вектору неинформативных параметров, синтезированный обнаружитель—измеритель с течением времени приближает оценку ожидаемого сигнала к истинному значению принимаемого сигнала, тем самым приближая свою эффективность к эффективности обнаружения детерминированных сигналов. В связи с этим, наряду с задачей синтеза адаптивного обнаружителя возникает задача определения его характеристик и сравнения последних с эффективностью обнаружения детерминированных сигналов. Рассмотрим эту задачу на наиболее простом примере гауссова помехового воздействия.

### 3. ЭФФЕКТИВНОСТЬ АДАПТИВНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ ПРИ ГАУССОВОМ ПОМЕХОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Пусть на вход обнаружителя (рис. 2) действует выборка аддитивной смеси гауссовой коррелированной помехи и прямоугольной когерентной пачки из N одиночных радиоимпульсов, амплитуда a и начальная фаза  $\varphi$  которой неизвестны. Если ОФ осуществляет идеальное обеление помехи, то в качестве n-го отсчёта входной реализации можно принять сумму аналогичных отсчётов узкополосных некоррелированного гауссова шума с дисперсией  $\sigma^2$  и сигнала с двумя неинформативными параметрами  $\beta_{c0} = a \cos \varphi$  и  $\beta_{s0} = a \sin \varphi$ :

$$y_n = (A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \cos \bar{\omega} n + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \sin \bar{\omega} n, \tag{8}$$

где  $A_{cn}$  и  $A_{sn}$  — квадратурные составляющие некоррелированного гауссова шума,  $g_n = \begin{cases} 1(n) - 1(n - N + 1) \\ 0 & 0 \end{cases}$ 

$$= z_{n-1} + \frac{1}{\sigma^2} y_n(\beta_{c0}, \beta_{s0}) S_n(\hat{\beta}_{cn}, \hat{\beta}_{sn}) = z_{n-1} + \frac{1}{\sigma^2} [(A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \cos \bar{\omega}n + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \sin \bar{\omega}n] (\hat{\beta}_{cn} \cos \bar{\omega}n + \hat{\beta}_{sn} \sin \bar{\omega}n).$$

Полагая далее  $\Gamma_n = \Gamma = \mathrm{const},$  находя производные сигнала по оценкам неинформативных параметров

$$\frac{dS_n(\hat{\beta}_{cn}, \hat{\beta}_{sn})}{d\hat{\beta}_{cn}} = \cos\bar{\omega}n, \qquad \frac{dS_n(\hat{\beta}_{cn}, \hat{\beta}_{sn})}{d\hat{\beta}_{sn}} = \sin\bar{\omega}n,$$

вычисляя логарифмическую производную ОП и подставляя всё это в (7), получим также уравнения оптимальных управлений обнаружителя

$$\hat{\beta}_{cn} = \hat{\beta}_{cn-1} + \frac{\Gamma}{\sigma^2} \cos \bar{\omega} n [(A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \cos \bar{\omega} n + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \sin \bar{\omega} n - \hat{\beta}_{cn} \cos \bar{\omega} n - \hat{\beta}_{sn} \sin \bar{\omega} n],$$

$$\hat{\beta}_{sn} = \hat{\beta}_{sn-1} + \frac{\Gamma}{\sigma^2} \sin \bar{\omega} n [(A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \cos \bar{\omega} n + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \sin \bar{\omega} n - \hat{\beta}_{cn} \cos \bar{\omega} n - \hat{\beta}_{sn} \sin \bar{\omega} n].$$

Отметим, что КН и интегрирующие фильтры в цепях управления, которые ниже будем задавать с помощью произвольной импульсной характеристики h(n), являются видеочастотными, т. е. не пропускают на свой выход составляющие несущей частоты и тем более их гармоники. При этом полученные уравнения можно свести к более компактному виду

$$\begin{cases} z_n = z_{n-1} + \frac{1}{2\sigma^2} [(A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \hat{\beta}_{cn} + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \hat{\beta}_{sn}], \\ \hat{\beta}_{cn} = G \sum_{k=0}^{\infty} h(n-k) (A_{ck} + g_k \beta_{c0} - \hat{\beta}_{ck}), \\ \hat{\beta}_{sn} = G \sum_{k=0}^{\infty} h(n-k) (A_{sk} + g_k \beta_{s0} - \hat{\beta}_{sk}), \end{cases}$$

где  $G = \frac{\Gamma}{2\sigma^2}$  — обобщённый коэффициент усиления петли управления. Возможно также и дальнейшее упрощение полученной системы путём взятия дискретного преобразования Лапласа от её последних двух уравнений, введения эквивалентного интегрирующего фильтра с передаточной характеристикой

$$H_{\mathfrak{s}}^{*}(q) = \frac{GH^{*}(q)}{1 + GH^{*}(q)}$$
(9)

и обратного перехода в область оригиналов

$$\begin{cases} z_n = z_{n-1} + x_n, \ x_n = \frac{1}{2\sigma^2} [(A_{cn} + g_n \beta_{c0}) \hat{\beta}_{cn} + (A_{sn} + g_n \beta_{s0}) \hat{\beta}_{sn}], \\ \hat{\beta}_{cn} = \sum_{k=0}^{\infty} h_{\mathfrak{I}} (n-k) (A_{ck} + g_k \beta_{c0}), \\ \hat{\beta}_{sn} = \sum_{k=0}^{\infty} h_{\mathfrak{I}} (n-k) (A_{sk} + g_k \beta_{s0}). \end{cases}$$
(10)

Система (10) будет служить объектом дальнейшего исследования обнаружителя и описывает его приближённую модель, схема которой изображена на рис. 3.

Из рисунка видно, что при конечном значении N процесс  $x_n$  на входе КН отличается от гауссова даже при условии нормальности входного воздействия. Это объясняется денормализующим действием перемножителей составляющих входного и управляющего процессов. Однако при увеличении N



 $(N \gg 1)$  ПВ достаточной статистики z стремится к нормальному закону и довольно точно описывается моделью ряда Эджворта [6]

$$W(t) = W_{\Gamma}(t) \left\{ 1 + \frac{\gamma_1^x}{3!\sqrt{N}} (t^3 - 3t) + \frac{\gamma_2^x}{4!N} (t^4 - 6t^2 + 3) \right\},\tag{11}$$

где  $W_{\Gamma}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$  — гауссова ПВ,  $t = \frac{z - N \varpi_1^x}{\sqrt{N \varpi_2^x}}$ ,  $\varpi_i^x$ ,  $\gamma_1^x$ ,  $\gamma_2^x - i$ -й кумулянт, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Как следует из (11), статистика *z* целиком определяется величиной первых четырёх кумулянтов процесса  $x_n$ , которые могут быть известными методами вычислены из системы (10):

$$\begin{cases} 
\mathfrak{x}_{1}^{x}(n) = \frac{1}{2}Q^{2}g_{n}f_{n}, \\
\mathfrak{x}_{2}^{x}(n) = \frac{1}{2N} + \frac{1}{4}Q^{2}f_{n}^{2} + \frac{1}{4N}Q^{2}g_{n}^{2}, \\
\mathfrak{x}_{3}^{x}(n) = \frac{3}{4N}Q^{2}g_{n}f_{n}, \\
\mathfrak{x}_{4}^{x}(n) = \frac{3}{4N^{2}} + \frac{3}{4N}Q^{2}\left(f_{m}^{2} + \frac{g_{n}^{2}}{N}\right) - \frac{9}{8N}Q^{4}g_{n}^{2}f_{n}^{2},
\end{cases}$$
(12)

где  $f_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_{\mathfrak{I}}(n-k)$  — нестационарная функция, характеризующая переходные процессы об-

наружителя при воздействии сигнала,  $Q^2 = \frac{1}{\sigma^2} (\beta_{c0}^2 + \beta_{s0}^2)$  — отношение сигнал/помеха по мощности для одного импульса пачки.

Предположим, что фильтры в цепях управления идентичны и осуществляют идеальное интегрирование процессов

$$H^*(q) = \frac{1}{e^q - 1}$$

В этом случае эквивалентный интегрирующий фильтр  $H_{\mathfrak{s}}^*(q) = \frac{G}{e^q - 1 + G}$  исчерпывающе описывает динамические свойства адаптивного обнаружителя, имеет импульсный отклик  $h_{\mathfrak{s}}(n) = (1 - G)^n$ , устойчив при условии 0 < G < 2

и характеризуется безразмерной постоянной времени

$$N = -\ln^{-1}|1 - G|. \tag{13}$$

Из вышеприведённого следует, что при  $N \gg 1$  "рабочей" областью значений обобщённого коэффициента усиления является  $G \ll 1$ . При этом справедливо приближённое равенство, вытекающее из (13)

$$G \simeq N^{-1}$$
.

При этих же условиях нестационарная сигнальная функция в системе (12) принимает вид

$$f_n = \begin{cases} 1 - (1 - G)^n & \text{при } n \le N - 1, \\ (1 - G)^{n - N} [1 - (1 - G)^n] & \text{при } n > N - 1, \end{cases}$$

является нарастающей в области действия полезного сигнала с максимумом при n = N - 1

$$f_{\max} = 1 - (1 - G)^{N-1} \simeq 1 - \frac{1}{N} \simeq 1$$

и быстро спадающей при n > N - 1. Так как при исследовании обнаружителей наибольший интерес представляет случай порогового обнаружения, т. е. обнаружения в момент окончания действия сигнала при n = N - 1, когда сигнальная функция принимает наибольшее значение  $f_{\text{max}}$ , функции  $g_n$  и  $f_n$  в системе (12) можно положить равными единице при воздействии сигнала и нулю при его отсутствии.

Из (12) видно, что в случае действия на вход обнаружителя только помехи ( $g_n = f_n = 0$ ) нечётные кумулянты процесса  $x_n$  обращаются в нуль, т. е. распределение становится симметричным с коэффициентом эксцесса  $\gamma_2^x = 3$ . Периферийная часть такой ПВ приподнята по сравнению с нормальным законом. Последнее означает, что вероятность ложных тревог, получаемая путём интегрирования (11) в пределах [ $t_0$ ,  $+\infty$ ],

$$F(t_0) = F_{\Gamma}(t_0) + \frac{1}{8N}(t_0^3 - 3t_0)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t_0^2/2}$$
(14)

превосходит соответствующую вероятность обнаружения детерминированного сигнала

$$F_{\rm r}(t_1) = 1 - \Phi(t_1) \tag{15}$$

с гауссовым законом ПВ процесса  $x_n$ . В зависимостях (14) и (15) величины нормированных порогов равны  $t_0 = \frac{z_0}{\sqrt{N\varpi_2^x}} = \sqrt{2}z_0$  и  $t_1 = \frac{z_0}{\sqrt{N\varpi_2^x}}$ , а функция  $\Phi(\cdot)$  представляет собой интеграл вероятности. При обнаружении по критерию Неймана–Пирсона, когда на выходе ПУ обеспечивается заданная вероятность  $F(t_0)$  или  $F_r(t_1)$ , из (14) и (15) могут быть определены значения нормированных порогов  $t_0$  и  $t_1$ . Подставляя найденные значения в вероятности правильного обнаружения, также вычисляемые путём интегрирования (11), но уже при наличии сигнала, получим

$$D(r_0) = D_{\rm r}(r_0) + \left[\frac{\gamma_1^x}{3!\sqrt{N}}(r_0^2 - 1) + \frac{\gamma_2^x}{4!N}(r_0^3 - 3r_0)\right]\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-r_0^2/2}$$
(16)

для адаптивного обнаружителя и

$$D_{\rm r}(r_1) = 1 - \Phi(r_1) \tag{17}$$

для обнаружителя детерминированных сигналов. В выражении (16) приняты обозначения:  $r_0 = t_0 - a_1^x \sqrt{\frac{N}{a_2^x}}$ , а в (17) —  $r_1 = t_1 - \sqrt{N}Q$ . Рассчитанные по формулам (14)–(17) характеристики обнаружения адаптивного обнаружителя (сплошные линии) и обнаружителя детерминированных



Рис.4.

сигналов (пунктирные линии) для D = 0.5,  $F = 10^{-5}$ , N = 10, 50, 100, 300 приведены на рис. 4 (кривая 1 — N = 300, 2 - N = 100, 3 - N = 50, 4 - N = 10). Графики потерь порогового сигнала в адаптивном обнаружителе в зависимости от N для  $F = 10^{-5}$  (кривая 1),  $10^{-6}$  (кривая 2),  $10^{-7}$  (кривая 3) приведены на рис. 5.

Из графиков следует, что при увеличении объёма накопления N эффективность адаптивного обнаружителя сближается с эффективностью обнаружителя детерминированных сигналов. Так, при N = 100 потери первого не превышают 0,6 дБ, а при N = 300 - 0,5 дБ. Объясняется это нормализующим действием КН, ослабляющим влияние продуктов параметрического взаимодействия между входным и управляющими процессами. Это влияние тем менее значимо, чем больше объём накопления N. Таким образом, выше было показано, что по мере увеличения N эффективность предложенного метода адаптивного обнаружения сигналов с неизвестными неинформативными параметрами асимптотически стремится к показателям качества обнаружения детерминированных сигналов. При любом значении Nрассмотренный обнаружитель оказывается более эффективным, чем классический, содержащий детекторные звенья на выходе КН.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Островский М. А. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 10. С. 1111.
- 2. Островский М. А. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 8. С. 870.
- Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
- 4. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977.
- 5. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988.
- 6. Островский М. А. //Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, 1990. № 11. С. 75.

ВЗРКУ, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 1997 г.

М.А.Островский



Рис. 5.

# MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD IN THE PROBLEMS OF ADAPTIVE DETECTION OF SIGNALS WITH UNKNOWN NONINFORMATIVE PARAMETERS

M.A. Ostrovsky

A new algorithm of signal detection is synthesized with an estimate of signal noninformative parameters on a clutter background with an arbitrary distribution law. It has been shown by an example of a gaussian clutter that the efficiency of the sunthesized detector is getting closer to that of the determined signal detector with the growth of the array dimentions.

УДК 538.61

# ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МОД МАГНИТОГИРОТРОПНОГО ВОЛНОВОДА В ОБЛАСТИ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

# Д. И. Семенцов, А. М. Шутый

Исследовано динамическое преобразование волноводных мод в магнитогиротропном волноводе в режиме однородной прецессии спинов при больших углах прецессии. Показано, что нутация вектора намагниченности, обусловленная эффектом удвоения частоты прецессии, приводит к зависимости глубины модуляции лазерного излучения от поляризации высокочастотного поля. Анализируется вклад гармоник с частотами, кратными основной частоте ферромагнитного резонанса, в общую эффективность модового преобразования для различных длин волновода и ориентации равновесного положения намагниченности.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Преобразование ортогональных мод магнитогиротропного волновода лежит в основе работы многих интегрально-оптических элементов, таких как изоляторы, дефлекторы, пространственно-временные модуляторы света [1]. В большинстве случаев модовое преобразование осуществляется в режиме статической намагниченности, т. е.  $\vec{M} = \text{const}$ , и управляется внешним полем, задающим ориентацию M. Реализация динамических режимов модового преобразования значительно расширяет возможности волноводных магнитооптических (МО) устройств (при наличии СВЧ-поля). Одно из перспективных направлений интегральной магнитооптики связано с использованием волноводной дифракции света на спиновой решётке, создаваемой в магнитогиротропном волноводе поверхностными либо объёмными магнитостатическими волнами [2, 3]. Эффективность динамических МО устройств в этом случае определяется эффективностью МО дифракции, которая из-за малых углов прецессии спинов в магнитостатической волне достигает всего лишь нескольких процентов, и её повышение требует значительного увеличения МО добротности феррит-гранатовых плёнок. В этой связи представляет интерес динамическое преобразование мод в магнитогиротропном волноводе в режиме однородной прецессии спинов с большими углами прецессии. Особенности такого преобразования в условиях ферромагнитного резонанса ( $\Phi$ MP) для мод нулевого порядка ( $TE_0 \rightarrow TM_0$ ) исследовались в [4] для случая прецессии намагниченности вокруг направления, близкого к нормали к поверхности плёнки. В настоящей работе исследуется преобразование волноводных мод нулевого и первого порядков в режиме однородной прецессии в широком диапазоне равновесной ориентации магнитного момента с учётом нелинейности динамики намагниченности при больших углах прецессии.

### 2. МОДЫ МАГНИТОГИРОТРОПНОГО ВОЛНОВОДА

Расматриваемый магнитогиротропный волновод представляет трёхслойную планарную структуру, состоящую из ферритового волноводного слоя толщиной L, немагнитной подложки и покровного слоя, в роли которого, как правило, выступает воздушная среда. Волноводный слой описывается тензорной диэлектрической проницаемостью  $\hat{\varepsilon}_{\rm f}$  [5, 6], а подложка и покровный слой — скалярными проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$ . Магнитные проницаемости подложки  $\mu_1$  и покровного слоя  $\mu_3$  являются скалярными

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый

величинами и принимаются равными единице. Магнитная проницаемость феррит—гранатовой плёнки в рассматриваемом оптическом ИК диапазоне слабо проявляет тензорные свойства и с хорошим приближением также может считаться скалярной, равной единице. Излучение в волноводе распространяется в направлении оси *z*, а нормаль к волноводному слою совпадает с осью *x*. Анализ особенностей распространения и преобразования волноводных мод в такой структуре проводится на основе уравнений связанных мод [7], которые в двухмодовом приближении имеют вид:

$$A'_{\nu} = -i\Delta\beta_{\nu}A_{\nu} + \gamma_{\nu,\mu}A_{\mu}\exp[i(\beta_{nu} - \beta_{\mu})z],$$

$$A'_{\mu} = -i\Delta\beta_{\mu}A_{\mu} + \gamma^{*}_{\nu,\mu}A_{\nu}\exp[i(\beta_{mu} - \beta_{\nu})z].$$
(1)

Здесь  $A_{\nu,\mu}$  — амплитуды, а  $\beta_{\nu,\mu}$  — постоянные распространения волноводных мод; штрих означает производную по координате *z*; коэффициент связи мод TE<sub> $\nu$ </sub> и TM<sub> $\mu$ </sub> для магнитогиротропного волновода имеет вид [8, 9]

$$\gamma_{\nu,\mu} = -ik_0 \int \mathcal{E}^*_{\mu y} (\varepsilon_{yz} \mathcal{E}_{\nu z} + \varepsilon_{yx} \mathcal{E}_{\nu x}) dx, \qquad (2)$$

поправки к постоянным распространения

$$\Delta \beta_{\mu}^{\mathrm{E}} = k_0 \int \Delta \varepsilon_{yy} \mathcal{E}_{\mu y}^* \mathcal{E}_{\mu y} dx,$$

$$\Delta \beta_{\nu}^{\mathrm{M}} = k_0 \int [\mathcal{E}_{\nu x}^* (\Delta \varepsilon_{xx} \mathcal{E}_{\nu x} + \varepsilon_{xz} \mathcal{E}_{\nu z}) + \mathcal{E}_{\nu z}^* (\varepsilon_{zx} \mathcal{E}_{\nu x} + \Delta \varepsilon_{zz} \mathcal{E}_{\nu z})] dx.$$
(3)

В приведённых соотношениях  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  — недиагональные компоненты  $\hat{\varepsilon}_{f}$ , а  $\Delta\varepsilon_{\alpha\alpha}$  — зависящая от намагниченности часть диагональных компонент тензора  $\hat{\varepsilon}_{f}$  [6]. Указанные компоненты в приближении метода связанных мод рассматриваются как малое возмущение, вносимое намагниченностью, а невозмущённым принимается волновод, диэлектрическая проницаемость волноводного слоя которого является диагональным тензором с различными компонентами  $\varepsilon_{\alpha\alpha}$ . Неравенство диагональных компонентов тензора диэлектрической проницаемости невозмущённого волновода объясняется естественной анизотропией феррит—гранатовой плёнки, вызванной несоответствием параметров решётки плёнки и подложки [5]. Модовые функции  $\mathcal{E}_{\nu\alpha}(x)$  и  $\mathcal{E}_{\mu\alpha}(x)$  описывают распределение электрического поля моды по толщине волновода.

Эффективность модового преобразования  $\eta_{\nu,\mu} = |A_{\mu}(z)/A_{\nu}(0)|^2$ , как показывает анализ уравнений (1), определяется коэффициентом связи  $\gamma_{\nu,\mu}$  и параметром фазовой расстройки  $\Delta\beta_{\nu\mu} = \beta_{\nu} + \Delta\beta_{\nu} - \beta_{\mu} - \Delta\beta_{\mu}$ :

$$\eta_{\nu\mu} = \frac{4|\gamma_{\nu\mu}|^2}{\Delta\beta_{\nu\mu}^2 + 4|\gamma_{\nu\mu}|^2} \sin^2\left(\frac{z}{2}\sqrt{\Delta\beta_{\nu\mu}^2 + 4|\gamma_{\nu\mu}|^2}\right).$$
(4)

Справедливость двухмодового приближения (1) в методе связанных мод обусловлена тем, что только две моды из полного набора обладают достаточным фазовым синхронизмом, обеспечивающим значительную модовую связь и, следовательно, эффективную перекачку энергии из одной моды в другую. При этом из полной системы уравнений связанных мод остаются только два уравнения (1), в которых модули фазовых множителей  $\exp[\pm i\Delta\beta_{\nu\mu}z]$  близки к единице, что имеет место при  $\beta_{\nu} \cong \beta_{\mu}$ . Для однородно намагниченного волновода эффективная связь реализуется между однонаправленными модами ортогональной поляризации с одинаковыми модовыми числами ( $\nu = \mu$ ), для которых наиболее близки постоянные распространения. Как показывает анализ [10], ориентация магнитного момента существенно влияет на эффективность модового преобразования  $\eta_{\nu}(\theta, \psi)$ . Так, при ориентации магнитного момента в плоскости плёнки (полярный угол, отсчитываемый от оси  $x, \theta = 90^{\circ}$ ), эффективность

Д.И.Семенцов, А.М.Шутый

 $\eta_0(\psi)$  характеризуется четырьмя, а  $\eta_1(\psi)$  — двумя максимумами на полном интервале азимутального, отсчитываемого от оси y, угла  $\psi$  [10]. Это позволяет реализовать эффективную модуляцию лазерного излучения при высокочастотных колебаниях магнитного момента с большими углами прецессии.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ

Динамическое поведение намагниченности во внешнем статическом  $\vec{H}$  и переменном  $\vec{h}$  магнитных полях описывается уравнениями движения намагниченности, записанными в сферической системе координат [11]:

$$\dot{\psi} M \sin \theta = \gamma \frac{\partial F}{\partial \theta} + \frac{\lambda}{M} \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F}{\partial \psi},$$

$$\dot{\theta} M = \frac{\lambda}{M} \frac{\partial F}{\partial \theta} - \gamma \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F}{\partial \psi},$$
(5)

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\lambda$  — параметр затухания, F — плотность свободной энергии. Решение этих уравнений позволяет найти частоту прецессии магнитного момента относительно его равновесной ориентации и временную зависимость ориентации вектора  $\vec{M}$ , т. е. углы  $\psi(t)$  и  $\theta(t)$  при заданной геометрии приложенных полей и временной зависимости внешнего поля. При этом резонансная частота  $\omega_{\rm r}$  определяется выражением

$$\omega_{\rm r} = \frac{\gamma}{M\sin\theta} \left( F_{\theta\theta} F_{\psi\psi} - F_{\theta\psi}^2 \right)^{1/2},\tag{6}$$

где значения вторых производных от плотности свободной энергии берутся для равновесных углов  $\theta_0$  и  $\psi_0$ .

Для волноводного слоя, которым является плёнка феррит—граната с кристаллографической осью [111], ориентированной вдоль нормали к её поверхности (рис. 1), плотность свободной энергии определяется выражением

$$F = -\vec{M}(\vec{H} + \vec{h}) + (K_{\rm u} - 2\pi M^2)\sin^2\theta + K_1 \left(\frac{1}{4}\sin^4\theta + \frac{1}{3}\cos^4\theta + \frac{\sqrt{2}}{3}\sin^3\theta\cos\theta\cos(3\psi)\right),$$
(7)

где  $K_{\rm u}$  и  $K_1$  — константы наведённой и кристаллографической анизотропии. Подставляя (7) в (6), можно найти резонансную частоту для произвольной ориентации равновесной намагниченности. В частности, для  $\theta_0 = 0$  получаем  $\omega_{\rm r} = \gamma H_{\rm ef}(0)$ , где

$$H_{\rm ef}(0) = H - 4\pi M + \frac{2}{M} \left( K_{\rm u} - \frac{2}{3} K_1 \right).$$
(8)

Существенное влияние на динамику намагниченности в прецессионном движении оказывает амплитуда прецессии. Так, для малых углов прецессии  $\phi$  на частотах, близких к  $\omega_r$ , имеет место линейный ферромагнитный резонанс, для которого легко получить углы  $\psi(t)$  и  $\theta(t)$  в аналитическом виде [12]. Для реализации эффективной модуляции волноводных мод за счёт прецессионного движения намагниченности необходимы большие углы прецессии. Максимальные углы прецессии магнитного момента,

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый 653





полученные в известных нам экспериментальных работах, в феррит-гранатовых плёнках составляют ~ 20–25° [13], при этом с ростом максимального угла прецессии увеличивается эллиптичность траектории прецессии. В этом случае линейное приближение при решении уравнений движения уже не справедливо и уравнения (5) необходимо решать в общем виде численными методами.

### 4. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Анализ решения уравнений движения намагниченности, отвечающего резонансным условиям (СВЧ поле перпендикулярно равновесной намагниченности) показывает, что в случае линейной поляризации СВЧ поля и больших углов прецессии магнитного момента значительным становится нелинейный эффект удвоения частоты, приводящий к нутационному движению магнитного момента [11]. При этом наблюдается колебание угла прецессии  $\phi$  с удвоенной частотой. Ниже даны результаты численного решения приведённых выше уравнений, определяющих как динамику намагниченности, так и эффективность динамического преобразования волноводных мод. На рис. 2 для феррит—гранатовой плёнки приведены проекции на плоскости xz (а) и yz (б) прецессирующего с частотой  $\omega_r = 6,3 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$  магнитного момента  $\vec{M}$  для равновесной ориентации намагниченности вдоль нормали к плёнке ( $\theta_0 = 0^\circ$ ). Кривые 1—6 построены для высокочастотного поля, поляризованного вдоль оси z, и различных максимальных углов прецессии  $\phi_{\text{max}}$ , изменяющихся в пределах  $4^\circ \div 18^\circ$ , кривые 7— для CBЧ поля, поляризованного вдоль оси y, и  $\phi_{\text{max}} = 18^\circ$ . Расчёты проводились для констант анизотропии  $K_u = -1070$  эрг/см<sup>3</sup>,  $K_1 = -760$  эрг/см<sup>3</sup>, намагниченности  $4\pi M = 214.6$  Гс;  $\gamma = 1.755 \cdot 10^7$   $\Im^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ . Из приведённых зависимостей видно, что траектория вектора намагниченности и, следовательно, эффек-

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый



Рис. 2. Проекции магнитного момента на плоскости xz (а) и yz (б) при максимальных углах прецессии  $\phi_{\text{max}}$ : 4°, 7°, 9°, 12°, 14° (кривые 1–5, соответственно), 18° (кривые 6, 7).

Д.И.Семенцов, А.М.Шутый

Таблица 1

тивность модового преобразования зависят от направления поляризации СВЧ поля, а эффект удвоения частоты нарастает с увеличением угла прецессии, т. е. амплитуды СВЧ поля. Для количественной оценки эффекта удвоения частоты, проявляемого в нутационном движении вектора  $\vec{M}$ , в рассматриваемом случае введём зависящую от времени величину  $\delta(t) = (M_x(t)/M_0) \sin \phi_{\rm max}$ , которую разложим в ряд по гармоникам основной частоты прецессии  $\omega_{\rm r}$ :

$$\delta(t) = \sum_{n=0} \delta^{(n\omega)} \exp(i\omega nt).$$
(9)

В табл. 1 приведён вклад различных гармоник  $\delta^{(n\omega)}$  в нутационное движение вектора намагниченности для различных углов прецессии  $\phi_{\max}$  и оси прецессии, совпадающей с нормалью к плёнке, и СВЧ поля, поляризованного вдоль оси z. Видно, что в случае малых углов прецессии величина  $\delta(t)$  близка к константе  $\delta^{(0)}$ , следовательно, нутационным движением вектора  $\vec{M}$  при этом можно пренебречь, т. е. становятся справедливы решения уравнений (5) в линейном приближении. При увеличении угла прецессии наблюдается рост второй гармоники  $\delta^{(2\omega)}$ , характеризующей нелинейный эффект удвоения частоты; вклад первой гармоники  $\delta^{(\omega)}$  в нутационное движение вектора  $\vec{M}$ , как и следовало ожидать, остаётся незначительным.

$\phi_{\rm max}^{\rm o}$	$\delta^{(0)}$	$\delta^{(\omega)}$	$\delta^{(2\omega)}$	$\delta^{(3\omega)}$
4	22,0	$8,4 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-3}$	$7,1 \cdot 10^{-4}$
9	8,3	$9,2 \cdot 10^{-4}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$
14	5,5	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$
18	4,5	$3,\!2\cdot 10^{-3}$	$5{,}6\cdot10^{-2}$	$1{,}5\cdot10^{-3}$

Эпитаксиальные плёнки феррит—граната являются монокристаллическими слоями с кубической кристаллической решёткой. Принято, что кристаллографическая ось [111] нормальна поверхности плёнки, а оси [112] и [110] совпадают с осями *у* и *z*. В проводимых расчётах зависящие от намагниченности компоненты тензора диэлектрической проницаемости записаны с учётом линейной и квадратичной МО связи [6] и для данной геометрии волноводного слоя имеют вид

$$\begin{split} \varepsilon_{xx} &= g_{12} + 2g_{44}\cos^2\theta + \frac{1}{3}\Delta g \,, \\ \varepsilon_{yy} &= g_{12} + 2g_{44}\sin^2\theta\cos^2\psi + \frac{1}{3}\Delta g \left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\cos^2\psi + \frac{1}{2}\sin^2\theta + \right. \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(2\theta)\cos\psi \right) , \\ \varepsilon_{zz} &= g_{12} + 2g_{44}\sin^2\theta\sin^2\psi + \frac{1}{3}\Delta g \left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\sin^2\psi + \frac{1}{2}\sin^2\theta - \right. \\ &- \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(2\theta)\cos\psi \right) , \\ \varepsilon_{yz} &= g_{44}\sin(2\psi)\sin^2\theta + \frac{1}{6}\Delta g \left(\sin^2\theta\sin(2\psi) - \sqrt{2}\sin(2\theta)\sin\psi \right) - if\cos\theta , \\ \varepsilon_{xz} &= -g_{44}\sin(2\theta)\sin\psi - \frac{1}{6}\Delta g \left(2\sin(2\theta)\sin\psi - \sqrt{2}\sin(2\psi)\sin^2\theta \right) + \\ &+ if\sin\theta\cos\psi , \\ \varepsilon_{xy} &= -g_{44}\sin(2\theta)\cos\psi - \frac{1}{6}\Delta g \left(2\sin(2\theta)\cos\psi + \sqrt{2}\cos(2\psi)\sin^2\theta \right) - \\ &- -if\sin\theta\sin\psi , \end{split}$$

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый

где f — линейный по намагниченности, а  $g_{12}$ ,  $g_{44}$  и  $\Delta g$  — квадратичные по намагниченности МО параметры; действительные части  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  являются компонентами симметричного тензора, а мнимые — компонентами антисимметричного тензора.

На следующих рисунках представлены графические зависимости эффективности модового преобразования  $TE_{\nu} \rightarrow TM_{\nu}$  ( $\nu = 0, 1$ ) от параметров волновода, полученные на основе выражений (1)–(4). Применимость этих соотношений для динамических режимов преобразования мод обоснована тем, что время прохода волноводной моды вдоль всего волновода (d = 4 мм) составляет 3% от периода прецессии магнитного момента на используемой резонансной частоте  $\omega_r = 6,3 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ . При этом изменение ориентации вектора  $\vec{M}$  за время прохода моды мало и практически не изменяет эффективности модового преобразования. Максимальный угол прецессии в расчётах принимается равным  $\phi_{max} = 22^{\circ}$ . На рис. 3 представлена зависимость эффективности преобразования от угла  $\varphi$ , определяющего прецессионное движение магнитного момента. Кривые на рис. За соответствуют преобразованию мод с  $\nu = 0$  при равновесной ориентации намагниченности, определяемой углами  $\theta_0 = 90^{\circ}$ ,  $\psi_0 = 22^{\circ}$  (кривые 1, 2),  $\psi_0 = 45^{\circ}$  (кривые 3, 4) и  $\psi_0 = 68^{\circ}$  (кривые 5, 6).

Кривые на рис. Зб построены для мод с  $\nu = 1$  при равновесных углах  $\theta_0 = 0^\circ$  (кривые 1, 2),  $\theta_0 = 90^\circ$ ,  $\psi_0 = 45^{\circ}$  (кривые 3, 4) и  $\psi_0 = 68^{\circ}$  (кривые 5, 6). Для расчётов СВЧ поле принимается перпендикулярным оси прецессии, с  $h_x = h \sin \theta_0$  (кривые 1, 3, 5) и  $h_x = 0$  (кривые 2, 4, 6). Параметры волноводной структуры выберем соответствующими реальной феррит-гранатовой плёнке Y<sub>2,9</sub>La<sub>0,1</sub>Fe<sub>3,9</sub>Ga<sub>1,1</sub>O<sub>12</sub>, выращенной на подложке гадолиний-галлиевого граната [4, 13]: толщина волноводного слоя L = 6 мкм, длина волновода d=4 мм;  $\varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=4{,}5351$  ,  $\varepsilon_{xx}=4{,}5383$  ,  $\varepsilon_1=3{,}8$  (подложка),  $\varepsilon_3=1$ (воздух); МО параметры  $g_{44} = 2,4 \cdot 10^{-4}, \Delta g = -0,73 \cdot 10^{-4}, f = 3,07 \cdot 10^{-4};$  длина волны излучения  $\lambda = 1.15$  мкм. Неравенство диагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости волноводного слоя является принципиально важным, т. к. именно в результате этого удаётся полностью синхронизировать ортогонально поляризованные моды одного порядка и значительно увеличить эффективность соответствующего модового преобразования. Приведённые зависимости показывают, что глубина модуляции эффективности модового преобразования зависит от выбора поляризации СВЧ поля и определяется, главным образом, положением равновесной ориентации магнитного момента, т. е. направлением оси прецессии намагниченности. Наибольшая глубина модуляции наблюдается в случае, когда ось прецессии лежит в плоскости плёнки при азимутальном угле  $\psi_0 = 68^\circ$  для преобразования мод с  $\nu = 0$  и при  $\psi_0 = 45^\circ$  для мод с  $\nu = 1$ .

Раскладывая в ряд Фурье эффективность модового преобразования, представляем её как сумму эффективностей на различных гармониках

$$\eta_{\nu}(t) = \sum_{n=0} \eta_{\nu}^{(n\omega)} \exp(i\omega nt), \tag{10}$$

где  $\eta_{\nu}^{(0)}$  определяет постоянную составляющую эффективности преобразования мод, соответствующую состоянию волновода с намагниченностью  $\langle \vec{M}(t) \rangle$ ,  $\eta^{(n\omega)}$  определяет эффективность модуляции преобразованной моды с частотой  $n\omega_{\rm r}$ .

На рис. 4 приведены зависимости от длины волновода эффективности модового преобразования с  $\nu = 0$  на первой, второй и третьей гармониках прецессионного движения намагниченности для углов  $\theta_0 = 90^\circ, \psi_0 = 45^\circ$  (а) и  $\psi_0 = 68^\circ$  (б). На рис. 5 аналогичные зависимости приведены для мод с  $\nu = 1$ и углов  $\theta_0 = 0^\circ$  (а),  $\theta_0 = 90^\circ, \psi_0 = 45^\circ$  (б). Поляризация СВЧ поля, соответствующая кривым на этих рисунках, перпендикулярна оси прецессии с  $h_x = h \sin \theta_0$ . Из приведённых кривых видно, что в зависимости от длины волновода можно получить преобладание модуляции эффективности модового преобразования на одной из первых двух гармоник  $\eta_1^{(\omega)}$  или  $\eta_1^{(2\omega)}$ , определяющей модуляцию эффективности с удвоенной частотой. Однако в большинстве случаев (за исключением прецессии вектора  $\vec{M}$ 

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый

с осью, ориентированной вдоль нормали к плёнке —  $heta_0=0^\circ$ ) реализуется модуляция, главным образом, на первой гармонике. Так для рассмотренных длин волновода и равновесных углов максимальная величина  $\eta_1^{(\omega)} \approx 0.38$ , а максимальная  $\eta_1^{(2\omega)} \approx 0.18$ . Эффективность преобразования на высших гармониках мала —  $\eta_1^{(3\omega)} < 0,1$ , но возможно увеличение её вклада для волноводов большей длины.

# 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённый выше анализ указывает на возможность практической реализации эффективной модуляции излучения ближнего ИК диапазона в режиме динамического преобразования мод с глубиной модуляции, достигающей 38% на основной и 18% на удвоенной частоте прецессии магнитного момента, что представляет интерес для создания интегральных элементов и устройств волноводного типа. Для повышения глубины модуляции лазерного излучения следует добиваться максимально возможных углов прецессии вектора намагниченности. Однако в этом случае необходимо учитывать возможность возбуждения в плёнке спиновых волн при амплитудных СВЧ-поля, превышающих пороговое значение [14]. Отметим также, что использование более длинных волноводов позволяет увеличить вклад высших гармоник прецессии намагниченности в общую эффективность модового преобразования.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рандошкин В.В., Червоненкис А.Я. Прикладная магнитооптика. М.: Энергоатомиздат, 1990. − 320 c.
- 2. Гуляев Ю. В., Игнатьев И. К., Плеханов В. Г., Попков А. Ф. //Радиотехника и электроника, 1985. Т. 30. Вып. 8. С. 1522.
- 3. Сташкевич А. А. //Изв. ВУЗов. Физика, 1989. Т. 32. № 4. С. 5.
- 4. Neite B., Dotsch H. //J. Appl. Phys., 1987. V. 62. № 2. P. 648.
- 5. Прохоров А. М., Смоленский Г. А., Агеев А. Н. //УФН, 1984. Т. 143. № 1. С. 33.
- 6. Sementsov D. I., Shutyi A. M., Ivanov O. V. //Pure Appl. Opt., 1995. V. 4. P. 653.
- 7. Волноводная микроэлектроника /Под ред. Т. Тамира. М.: Мир, 1991. 132 с.
- 8. Семенцов Д. И. //Изв. ВУЗов. Физика, 1993. Т. 36. № 2. С. 94.
- 9. Семенцов Д. И. //Оптика и спектроскопия, 1990. Т. 69. Вып. 5. С. 1167.
- 10. Семенцов Д.И., Шутый А.М., Иванов О.В. //Радиотехника и электроника, 1996. Т.41. № 4. C.421.
- 11. Моносов Я. А. Нелинейный ферромагнитный резонанс. М.: Наука, 1971. 210 с.
- 12. Яковлев Ю. М., Генделев С. Ш. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М.: Сов. радио, 1975. – 360 с.
- 13. Neite B., Dotsch H. In: SPIE. Electro-Optic and Magneto-Optic Materials, 1988. V. 1018. P. 115.
- 14. Львов В. С. Нелинейные спиновые волны. М.: Наука, 1987. 270 с.

Государственный университет, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 17 июня 1997 г.

# DYNAMICAL REGIMES OF TRANSFORMATION OF MAGNETOGYROTROPIC WAVEGUIDE MODES IN THE REGION OF FERROMAGNETIC RESONANCE

D. I. Sementsov, A. M. Shutyi

Dynamical mode conversion in a magnetogyrotropic waveguide in the regime of uniform spin precession at large angles is investigated. Nutation of the magnetization vector caused by the effect of precession frequency doubling results in the dependence of light modulation amplitude on the polarization of the microwave field. The contribution of harmonics with frequencies multiple of the fundamental precession frequency of ferromagnetic resonance to the total mode conversion efficiency is analyzed for various lengths of the waveguide and equilibrium orientations of the magnetization.



Рис. 3. Зависимость эффективности преобразования  $\mathrm{TE}_{\nu} \to \mathrm{TM}_{\nu}$  для мод с  $\nu = 0$  (а) и  $\nu = 1$  (б) от угла прецессионного движения  $\varphi$  для  $h_x = h \sin \theta_0$  (сплошная линия) и  $h_x = 0$  (штриховая линия).

Д.И.Семенцов, А.М.Шутый



Рис. 4. Зависимость от длины волновода эффективности преобразования  $TE_0 \rightarrow TM_0$  на гармониках с n = 1, 2, 3 (кривые 1–3) для двух ориентаций (a, б) равновесной намагниченности.





Рис. 5. Зависимость от длины волновода эффективности преобразования  $TE_1 \rightarrow TM_1$  на гармониках с n = 1, 2, 3 (кривые 1–3) для двух ориентаций (a, б) равновесной намагниченности.

Д. И. Семенцов, А. М. Шутый

## УДК 621.373

# МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ДИХРОИЗМА ФОТОПРИЁМНИКА НА РЕЗУЛЬТАТ ОПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

# Г.Б.Малыкин

Предложен метод устранения влияния дихроизма фотоприёмника на результат оптических измерений. Для этого перед фотоприёмником устанавливаются два поляроида: первый, составной, состоящий из двух половин, направления пропускания которых взаимно ортогональны, и второй, направление пропускания которого ориентировано под углом 45° к направлениям пропускания обеих половин первого поляроида. Граница раздела составных частей первого поляроида проходит через середину сечения светового луча. В этом случае, при изменении состояния поляризации света на входе системы из рассматриваемых поляроидов, на выходе системы сотояние поляризации света остаётся неизменным, а суммарная интенсивность для обеих половин луча постоянной. Проведена экспериментальная проверка предложенного метода.

Дихроизм фотоприёмника приводит к ряду нежелательных явлений в случае, если в процессе оптических измерений состояние поляризации излучения меняется случайным образом или специально модулируется. Приведём два простых примера: 1. При анализе состояния поляризации излучения с помощью вращающегося поляризатора [1, 2] или вращающейся фазовой пластинки [3] дихроизм фотоприёмника приводит к изменению соотвествующей модуляции фототока и, следовательно, к ошибке в измерении состояния поляризации. 2. В волоконном кольцевом интерферометре (ВКИ) с контуром из одномодового волоконного световода (ОВС) и лазером на активном волокне в качестве источника излучения с очень низкой степенью поляризации [4], как показали результаты измерений [5], дихроизм фотоприёмника приводит к значительному сдвигу нуля такого ВКИ. Отметим, что в схеме такого ВКИ не применяется поляризатор, который устраняет сдвиг нуля, связанный с поляризационной невзаимностью контура ВКИ [6].

Целью настоящей работы является рассмотрение метода устранения влияния дихроизма фотоприёмника на результат отпических измерений. Оптическая схема для реализации предлагаемого метода представлена на рис. 1. Излучение с произвольным состоянием поляризации проходит сначала поляроид 1, который состоит из двух половин, причём направления пропускания для обеих его частей взаимно ортогональны, а граница раздела проходит через середину сечения луча. Затем излучение проходит





Рис. 16. Вид и ориентация направлений пропускания поляроидов 1 и 2.

поляроид 2, направление пропускания которого ориентировано под углом  $45^{\circ}$  к направлениям пропускания обеих частей поляроида 1, и падает на дихроичный фотоприёмник 3. Запишем выражения для ортогональных компонент электрических полей  $E_x$  и  $E_y$  на поверхности фотоприёмника

$$\begin{vmatrix} E_x^{\mathrm{r}} \\ E_y^{\mathrm{r}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |T(-\alpha)| \cdot |\Pi_{\phi}| \cdot |T(\alpha)| \cdot |\Pi_2| \cdot |\Pi_1^{\mathrm{r}}| \cdot \begin{vmatrix} A_x \\ A_y e^{i\psi} \end{vmatrix},$$

$$\begin{vmatrix} E_x^{\mathrm{B}} \\ E_y^{\mathrm{B}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |T(-\alpha)| \cdot |\Pi_{\phi}| \cdot |T(\alpha)| \cdot |\Pi_2| \cdot |\Pi_1^{\mathrm{B}}| \cdot \begin{vmatrix} A_x \\ A_y e^{i\psi} \end{vmatrix},$$

$$(1)$$

где  $|\Pi_1^{\Gamma}| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $|\Pi_1^{\scriptscriptstyle B}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$  — матрицы Джонса [7] частей поляроида 1 с вертикальным ("в") и горизонтальным ("г") направлением пропускания,  $|\Pi_2| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  — матрица Джонса поляроида 2,  $|\Pi_{\Phi}| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{vmatrix}$  — матрица Джонса дихроичного фотоприёмника ( $\varepsilon \sim 1$  — коэффициент экстинции),  $|T(\alpha)| = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$  — матрица Джонса поворота направления наибольшего пропускания дихроичного фотоприёмника относительно горизонтали,  $\begin{vmatrix} A_x \\ A_y e^{i\psi} \end{vmatrix}$  — нормированный вектор Джонса  $\left(A_x^2 + A_y^2 = 1\right)$  излучения на входе поляроида 1. Отметим, что здесь для простоты мы положили, что поляроиды 1 и 2 идеальные. В результате несложных вычислений получим

$$E_x^{\Gamma} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \cos^2 \alpha + \varepsilon \sin^2 \alpha + (1 - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \right] A_x ,$$

$$E_y^{\Gamma} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \sin^2 \alpha + \varepsilon \cos^2 \alpha + (1 - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \right] A_x ,$$

$$E_x^{B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \cos^2 \alpha + \varepsilon \sin^2 \alpha + (1 - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \right] A_y e^{i\psi} ,$$

$$\Gamma, E, Maxwinn \qquad (65)$$

$$E_y^{\scriptscriptstyle B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \sin^2 \alpha + \varepsilon \cos^2 \alpha + (1-\varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \right] A_y e^{i\psi} \,,$$

Величина фототока составит

$$i = \operatorname{Re}\left(E_x^{\Gamma} \cdot E_x^{\Gamma*} + E_y^{\Gamma} \cdot E_y^{\Gamma*} + E_x^{B} \cdot E_x^{B*} + E_y^{B} \cdot E_y^{B*}\right) =$$
$$= 0.125\left[(1 + \varepsilon^2) + (1 - \varepsilon^2)\sin 2\alpha\right].$$
(3)

Из выражения (3) следует, что величина фототока не зависит от состояния поляризации излучения на входе поляроида 1 — величины  $A_x$ ,  $A_y$  и  $\psi$  не входят в выражение (3).

Здесь был проведён расчёт для случая, когда фотоприёмник имеет линейный дихроизм (наши измерения показали, что фотодиоды имеют небольшой линейный дихроизм порядка  $2-5\% - \varepsilon = 0.98 - 0.95$ ), однако, можно показать, что и в случае произвольного типа дихроизма фотоприёмника, применение оптической системы, состоящей из поляроидов 1 и 2, исключает зависимость величины фототока от состояния поляризации излучения.

Рассмотрим теперь вопрос о том, насколько критичны требования к таким параметрам рассматриваемой системы из двух поляроидов, как точность ориентации границы раздела частей составного поляроида относительно середины сечения луча, ортогональность ориентации направления пропускания одной половины составного поляроида относительно другой и точность установки направления пропускания второго поляроида под углом 45° относительно направлений пропускания обеих частей первого поляроида. Введём обозначения: a — отличие интенсивности излучения, прошедшего через одну из половин составного поляроида от 50% — если, например, через половину с горизонтальным направлением пропускания прошло (0,5 + a) от единичной интенсивности, то через половину с вертикальным направлением пропускания прошло (0,5 + a) от единичной интенсивности;  $\delta$  — отличие ориентации направления пропускания одной половины составного поляроида относительно другой от 90°;  $\beta$  — отличие направления пропускания второго поляроида от угла 45° относительно направлений пропускания обеих частей первого поляроида. Проводя несложные вычисления, можно показать, что относительное изменение фототока  $\Delta i$  следующим образом связано с параметрами a,  $\delta$  и  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \Delta i/i &= aS_1 ,\\ \Delta i/i &= 2\delta S_1 + 0.5\delta S_2 ,\\ \Delta i/i &= 2\beta S_1 , \end{aligned} \tag{4}$$

где  $S_1 = A_x^2 - A_y^2$ ,  $S_2 = 2A_xA_y\cos\psi$  — первая и вторая компоненты нормированного вектора Стокса, которые соответствуют линейной составляющей поляризации излучения: ориентированной по горизонтали или вертикали —  $S_1$  и ориентированной под углом 45° к горизонтали —  $S_2$ .

Из соотношений (4) следует, что во-первых, только линейная поляризация на входе устройства может вызвать изменение фототока, при условиях  $a \approx 0$ ,  $\delta \approx 0$ ,  $\beta \approx 0$ , во-вторых, что смещая границу раздела составного поляроида относительно середины сечения луча, можно частично скомпенсировать зависимость фототока от неточности ортогональности направления пропускания одной половины составного поляроида относительно другой, т.е. ту её часть, которая связана с первой компонентой вектора Стокса  $S_1$ , и полностью скомпенсировать зависимость фототока от неточности установки направления пропускания второго поляроида под углом  $45^\circ$  относительно направлений пропускания обеих частей первого поляроида, поскольку она связана только с первой компонентой вектора Стокса  $S_1$ .

Для проверки эффективности предлагаемого метода был проведён следующий эксперимент (см. рис. 2). Циркулярно поляризованное излучение (полученное из линейно поляризованного излучения

Г.Б.Малыкин



Рис. 2. Схема экспериментальной установки для проверки предложенного метода: 1 и 2 — система из двух поляроидов (см. рис. 1), 3, 4 — поляроиды, 5 — вращающийся поляроид, 6 — фазовая пластинка λ/4, 7 — лазер, 8 — фотоприёмник.

He/Ne лазера ( $\lambda = 0.63$  мкм) с помощью  $\lambda/4$  фазовой пластинки) проходило через вращающийся поляризатор, который создавал линейно поляризованное излучение с вращающимся азимутом. Для увеличения дихроизма фотоприёмника перед ним устанавливался неподвижный поляроид и модуляция фототока была близка к 100%. После установки между вращающимся и неподвижным поляризатором системы из поляроидов 1 и 2 модуляция фототока не превышала 0,5-1%. Регулировка границы раздела частей составного поляроида 1 относительно середины сечения лазерного луча осуществлялась с помощью препаратоводителя до минимального значения модуляции фототока. Таким образом, влияние дихроизма фотоприёмника было подавлено более чем в 100 раз. Поскольку, как было отмечено выше, все неточности юстировки элементов системы из двух поляроидов, которые связаны с первой компонентой вектора Стокса S<sub>1</sub> излучения, компенсируются при перемещении границы раздела частей составного поляроида 1 относительно середины сечения лазерного луча, а вторая компонента вектора Стокса  $S_2$  излучения модулировалась при вращении поляроида 5 на 100%, то, следовательно, неточность ортогональности направления пропускания одной половины составного поляроида относительно другой составляла, как следует из (4), 0,01-0,02 рад  $(0,5^{\circ}-1^{\circ})$ . Таким образом, предельные возможности предложенного метода ограничиваются не коэффициентом экстинции плёночных поляроидов, который, как показывают измерения [8], очень мал, а, в основном, точностью установки разрешённых направлений частей составного поляроида 1 под углом 90° относительно друг друга, а также, в меньшей степени, точностью ориентации поляроида 2 под углом 45° относительно составных частей поляроида 1 — последнее можно полностью скомпенсировать перемещением границы раздела частей составного поляроида 1 относительно середины сечения лазерного луча. Следует также отметить влияние небольших неровностей границы раздела составных частей поляроида 1 на точность измерений.

Следует отметить, что предложенный метод имеет ряд недостатков: в результате прохождения поляроидов 1 и 2 интенсивность излучения уменьшается в 4 раза, его применение затруднено в цельноволоконных схемах. Тем не менее, в случае, когда имеется достаточное превышение сигнала над шумами, предложенный метод позволяет значительно подавить влияние дихроизма фотоприёмника на результаты оптических измерений.

Работа частично поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований № 96-

02-18568 и № 96-15-96742.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Малыкин Г. Б., Степанов Д. П. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 32. № 2. С. 255.
- 2. Попов А. И., Проценко Е. Д. //ПТЭ, 1968. № 3. С. 168.
- 3. Вайнер Ю. Г., Хангильдин У. В. //Оптика и спектроскопия, 1976. Т. 41. № 2. С. 315.
- 4. Алексеев Э.И., Базаров Е. Н, Гапонцев В. П. и др. //Письма в ЖТФ, 1994. Т. 20. № 2. С. 62.
- 5. Алексеев Э.И., Базаров Е.Н., Герасимов Г.А., Губин В.П., Сазонов А.И., Старостин Н.И. //Письма в ЖТФ, 1995. Т. 21. № 19. С. 21.
- 6. Ulrich R. //Optics lett., 1980. V. 5. № 5. P. 173.
- 7. Шерклифф У. Поляризованный свет. М.: Мир, 1965. (Shurkliff W. A. Polarized light. — Cambridge, Massachusetts: Harvard Univ. Press, 1962.)
- 8. Листвин А. В., Листвин В. Н. //Радиотехника и электроника, 1995. Т. 40. № 12. С. 1920.

Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 28 апреля 1997 г.

## ELIMINATION OF A PHOTODETECTOR DICHROISM IMPACT ON OPTICAL MEASUREMENT RESULTS

## G.B. Malykin

The method of elimination of a photodetector dichroism impact on optical measurement results is proposed. For this purpose two polaroids are placed before the photodetector: the first, a compound one, consisted of two nalves which filtering directions are mutually orthogonal and the second which filtering direction is oriented under  $45^{\circ}$  to those of both halves of the first polaroid. The interface of the compound parts of the first polaroid passes through the middle of the light beam cross-section. In this case, if the light polarization at the input of the polaroid system is changed, the output light polarizations will be the same and so will be the total intensity of the both beam halves. An experimental test of the method proposed has been made.

### УДК 537.52

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ 110 ГГЦ/1 МВТ ГИРОТРОНА С ОДНОСТУПЕНЧАТОЙ РЕКУПЕРАЦИЕЙ ЭНЕРГИИ

## Н. П. Венедиктов, М. Ю. Глявин, В. Е. Запевалов, А. Н. Куфтин

Приводятся результаты экспериментального исследования гиротрона с одноступенчатой схемой рекуперации энергии. В ходе экспериментов на коллектор лампы подавалось тормозящее электронный пучок напряжение, при этом регистрировался уровень выходной мощности в зависимости от магнитного поля соленоида. Экспериментально получен уровень выходной мощности 1 МВт при повышении КПД гиротрона от 40% (в отсутствие рекуперации) до 65%.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

До последнего времени повышение КПД гиротронов связывалось главным образом с повышением эффективности передачи энергии электронов ВЧ полю. Расчётные величины электронного КПД гиротрона довольно велики — около 0,6. Почти такие же величины были реализованы в относительно маломощных экспериментальных приборах при использовании пушек, работавших в режиме слабого пространственного заряда с малым разбросом скоростей электронов [1]. КПД мощных гиротронов миллиметрового диапазона длин волн обычно не превышает 0,4, и это понижение вызвано уменьшением доли энергии вращательного движения электронов. В гиротронах ВЧ полю передаётся лишь последняя, а энергия их поступательного движения, необходимая для переноса заряда через резонатор, остаётся практически неизрасходованной. Относительная доля энергии вращательного движения электронов уменьшается как с ростом тока пучка, так и с увеличением разброса скоростей электронов. Повышение КПД гироприборов за счёт отбора энергии электронного потока, неизрасходованной при взаимодействии с ВЧ полем, было предложено ещё в 1967 году, в авторской заявке на "Прибор для генерации электромагнитных колебаний сантиметрового, миллиметрового и субмиллиметрового диапазона волн-[2]. Однако интерес к практической реализации этой идеи возник лишь в последние годы и был связан с использованием гиротронов в энергетических приложениях, например, для нагрева термоядерной плазмы.

Первые теоретические оценки возможностей рекуперации в гиротронах были сделаны в конце 80-х годов. В работе [3] приведены оценки полного КПД гиротрона с рекуперацией при достаточно широком энергетическом спектре электронного пучка на выходе из рабочего пространства, рассмотрены возможности пространственного разделения электронов по энергетическим группам в неоднородных магнитных полях и опробованы численные методы расчёта реальных коллекторов. В настоящее время возможности повышения эффективности гироприборов за счёт рекуперации энергии активно исследуются за рубежом (CPD gyrotron — gyrotron with collector potential depression system). Во всех случаях использовалась схема без разделения электронного пучка на энергетические фракции, т. е. с однопотенциальным коллектором [4, 5]. Основные результаты зарубежных исследований представлены в табл. 1.

Таблица 1

Н. П. Венедиктов и др.

Разработчик	Частота,	Рабочая	Мощность,	КПД	Длительность
(страна)	ГГц	мода	МВт		импульса, с
KfK	140	TE10,4	0,5	0,48	0,03
(Германия)			0,46	0,51	0,2
NRL	155	TE12,4	0,35	0,27	0,005
(США)	115	QO	0,43	0,13	0,00001
			0,2	0,16	0,00001
Toshiba	110	TE22,2	0,61	0,5	0,05
(Япония)			0,42	0,48	2,6
			0,35	0,48	5,0

Целью проводимых АОЗТ НПП "Гиком" и ИПФ РАН работ в области гиротронов с рекуперацией энергии являлось развитие теории и практических методов расчёта гиротронов с рекуперацией энергии. В настоящей статье приводятся первые результаты экспериментов с СРD-гиротроном.

### 2. ОСНОВНЫЕ СХЕМЫ РЕКУПЕРАЦИИ

Принципиальная схема CPD-гиротрона и включения источников питания изображена на рис. 1. Коллектор лампы отделён от корпуса относительно длинным изолятором и заземлён, корпус лампы электрически изолирован от остальных элементов установки (в частности, и от криосистемы). Для реализации задачи рекуперации энергии используются два источника питания. Параметры пучка определяются источником, включённым между катодом и корпусом лампы. Данный источник создаёт полное ускоряющее напряжение  $U_a$ , формирующее электронный пучок с заданными параметрами, но может быть маломощным вследствие малого тока на корпус лампы  $I_k$  ( $U_a = 80$  кВ,  $I_k = 0,3$  A). Мощность в пучке задаётся источником "низкого" напряжения ( $U_c = 50$  кВ, I = 30 A), включённым между катодом и коллектором лампы. Напряжение на коллекторе не должно превышать возвратный потенциал (обычно около 30 кВ), соответствующий минимальной энергии электронов в пучке. При превышении этого значения резко возрастает число отражённых электронов и, следовательно, ток на корпус лампы, снижается КПД и выходная мощность. Эффективность рекуперации энергии пропорциональна фактору  $U_a/U_c$ . Полный КПД при этом определяется как

$$\eta = \eta_{\rm out} \frac{U_{\rm a}}{U_{\rm c}},\tag{1}$$

где  $\eta_{\rm out} = P_{\rm out}/IU_{\rm a}$  — выходной КПД гиротрона без рекуперации энергии, определяемый качеством пучка и параметрами электродинамической системы. Местоположение изолятора, отделяющего коллектор от корпуса лампы, определяется особенностями конструкции и желанием расположить изолятор возможно ближе к зоне оседания пучка, в области слабых магнитных полей. Поскольку в гиротроне имеет место сохранение адиабатического инварианта  $W_{\perp}/B$ , то чем меньше магнитное поле в области электростатической линзы, тем лучше выполняется соотношение  $V_{\parallel} \gg V_{\perp}$  и, следовательно, меньше энергия, достаточная для попадания электрона на коллектор. В этом случае число отражённых электронов незначительно до высоких значений тормозящего потенциала на коллекторе и КПД прибора может быть существенно увеличен.

Возможно использование схемы с заземлённым корпусом и подачей отрицательного потенциала на коллектор лампы. Основным отличием этой схемы является отсутствие необходимости электрической изоляции корпуса лампы от криосистемы, что позволяет максимально эффективно использовать объём теплого отверстия криостата.



Рис. 1. Принципиальная схема включения источников питания в схеме гиротрона с рекуперацией.

Н. П. Венедиктов и др.

Отметим, что снижение энергии электронов перед посадкой на коллектор позволяет существенно снизить тепловые нагрузки в зоне оседания пучка. Использование схем рекуперации энергии позволяет одновременно с повышением полного КПД системы соответствующим образом уменьшить тепловые нагрузки на коллектор и расход охлаждающей жидкости, что также актуально для мощных гиротронов [6].

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Простейшим вариантом коллектора с рекуперацией является однопотенциальный коллектор без разделения электронного пучка на энергетические фракции. Для экспериментального изучения возможностей рекуперации был модифицирован короткоимпульсный прототип 110 ГГц/1 МВт/2 сек гиротрона [7]. Между коллектором и корпусом лампы был помещён изолятор, что позволило создавать на коллекторе тормозящий потенциал. Расположение изолятора определялось конструкцией лампы. Изолятор, размер которого определялся требованиями электрической прочности, был установлен в месте фланцевого соединения корпуса лампы и коллектора. Подъём коллектора вызвал смещение зоны оседания пучка по сравнению с расчётной, что привело к неоднородности нагрева коллектора, имевшей место в эксперименте. Основные параметры экспериментального гиротрона, изображённого на фото (см. рис. 2), сведены в табл. 2.

Таблица 2

Тип колебаний	TE 19,5
Рабочая частота, ГГц	110
Длина волны, мм	2,727
Выходная мощность, МВт	1
Длительность импульса, с	0,0001
Ускоряющее напряжение, кВ	80
Максимальный ток пучка, А	40
Добротность резонатора	$\sim 10^3$
Плотность омических потерь в резонаторе, кВ/см <sup>2</sup>	2,0
Питч-фактор	1,3

В проведённых модельных экспериментах напряжение на коллекторе формировалось за счёт тока пучка, путём включения между коллектором и землёй переменного сопротивления. В ходе эксперимента для получения результатов с высокой точностью использовалась автоматизированная система, на основе компьютера HiCom(DEC) и аппаратуры KAMAK [8, 9]. Измерения проводились в режиме коротких импульсов (100 мкс) следующим образом: при фиксированных значениях тока и напряжения плавно уменьшалась величина магнитного поля, что позволяло наблюдать зависимость выходной мощности и КПД от магнитного поля. Ограничение длительности импульсов ускоряющего напряжения определяется источниками питания гиротрона. Мощность измерялась калориметрическим методом. Значения выходной мощности гиротрона и КПД записываются в соответствующие буферы АЦП с заданной частотой. Полученные данные записываются на диск для вторичной обработки и выводятся на экран монитора. Для повышения точности измерений и избавления от шумовых помех в автомати-зированной системе применяется переключение диапазонов АЦП в зависимости от уровня сигналов.

Результаты измерений выходной мощности в зависимости от магнитного поля (тока соленоида) приводятся на рис. З для различных значений напряжения на коллекторе. Внешние параметры системы формирования электронного пучка сохранялись постоянными (70 кВ, 30 А). Изменение магнитного

Н. П. Венедиктов и др.



Рис. 2. Гиротрон с изолированным коллектором, использованный в экспериментах по рекуперации.

Н. П. Венедиктов и др.



Рис. 3. Зависимость выходной мощности гиротрона от магнитного поля (тока соленоида) при различных значениях тормозящего напряжения.

поля, соответствующего максимальной выходной мощности с ростом тормозящего напряжения обусловлено двумя причинами. Во-первых, увеличение провисания потенциала за счёт отражённых электронов с ростом тормозящего напряжения вызывает снижение оптимального магнитного поля. Вовторых, вызванное отражёнными электронами изменение распределения пространственного заряда в области формирования пучка, которое может привести к изменению параметров электронного пучка в рабочем пространстве и, в итоге, к смещению максимума как в ту, так и в другую сторону. При относительно невысоких значениях тормозящего напряжения более весомым является первый механизм (провисание потенциала). При максимальном тормозящем напряжении более существенным оказалось изменение условий формирования пучка, что привело к смещению максимума мощности в сторону больших значений магнитного поля по сравнения с предыдущим значением.

Обобщённые результаты экспериментов приведены на рис. 4, в виде зависимостей выходной мощности и полного КПД гиротрона от тормозящего напряжения, и рис. 5, в виде зависимости тока на корпус лампы от тормозящего напряжения. При напряжениях, существенно меньших, чем возвратный потенциал (минимальная энергия электронов, при которой они неспособны преодолеть тормозящее поле), экспериментально полученные значения КПД соответствуют расчётным, вычисленным по формуле (1) (пунктирная линия). При этих напряжениях ток на корпус лампы практически не изменяется и составляет несколько десятков миллиампер. По мере увеличения напряжения на коллекторе возрастает число отражённых электронов и ток на корпус лампы, происходит насыщение, а потом и резкое падение КПД и выходной мощности. При этом ток на корпус лампы возрастает на два порядка и мо-

Н. П. Венедиктов и др.



Рис. 4. Зависимости выходной мощности и полной эффективности системы от тормозящего напряжения.

жет составлять несколько ампер. В ходе экспериментов достигнут уровень КПД 0,65 при выходной мощности 1 MBt, что в настоящий момент является рекордным результатом.

Дальнейшее увеличение эффективности рекуперации энергии возможно за счёт применения многоступенчатых коллекторов. В подобных системах осуществляется пространственное разделение электронного пучка на энергетические фракции, каждая из которых тормозится коллектором соответствующего потенциала. При этом полный КПД системы, как было показано в работе [2], определяется формулой

$$\eta = \frac{\eta_{\text{out}}}{1 - \sum_{i=1}^{n} \xi_i (1 - U_i / U_0)},$$
(2)

где n — число ступеней торможения,  $\xi_i = I_i/I_0$ ,  $I_i$  и  $U_i$  — ток на *i*-ю ступень коллектора и её потенциал,  $I_0$  — полный ток пучка,  $U_0$  — потенциал катода. В подобных системах во избежание отражения электронов часть тока, образованную электронами с минимальными энергиями требуется отводить на предколлектор без торможения. В настоящее время проводится экспериментальное исследование распределения электронов по энергии на выходе из рабочего пространства. Результаты эксперимента предполагается использовать при расчёте коллектора с многоступенчатой рекуперацией энергии. В этом случае возможно создание гиротронов с КПД, близким к единице.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Н. П. Венедиктов и др.



Рис. 5. Зависимость тока на корпус лампы от тормозящего напряжения.

В результате проведённых экспериментов можно сделать выводы:

- схема с одноступенчатой рекуперацией позволяет достаточно просто и эффективно повысить КПД гиротрона, в том числе и при высоком исходном КПД,
- экспериментально получено значение полного КПД гиротрона с одноступенчатой рекуперацией, равное 0,65, при уровне выходной мощности около 1 МВт.

Как показывают теоретические оценки (см., например, [3]), решение проблемы отражённых электронов возможно при реализации многоступенчатых схем с разделением электронного потока на энергетические фракции. При этом возможно дальнейшее увеличение полного КПД системы.

Для получения полного представления о возможностях рекуперации энергии в гиротронах планируется:

a) разработка специального экспериментального гиротрона с оптимизированным коллектором, возможностью электрической изоляции корпуса лампы и резонатора,

б) продолжение экспериментальных исследований гиротрона, в частности, с изолированным корпусом и в режиме с двумя независимыми источниками, проведение экспериментов в режиме длинных импульсов,
в) исследование энергетического спектра электронного пучка на выходе из пространства взаимодействия, после чего возможна разработка гиротрона с многоступенчатым коллектором.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Венедиктов Н. П., Запевалов В. Е., Куфтин А. Н. Мощный высокоэффективный гиротрон 3миллиметрового диапазона. — В кн.: Гиротрон. — Горький, 1989.
- 2. Гапонов А.В., Гольденберг А.Л., Петелин М.И., Юлпатов В.К. Авторское свидетельство № 223931 "Прибор для генерации электромагнитных колебаний сантиметрового, миллиметрового и субмиллиметрового диапазона волн".
- 3. Гольденберг А. Л., Мануилов В. Н., Бородачева Т. Б. О рекуперации в гиротроне. В кн.: Гиротрон. Горький, 1989.
- 4. Sakamoto K., Tsuneoka M., Kasugai A. Development of a high power gyrotron with energy recovery system. In: Fusion Eng. Des., 1995. P. 30.
- 5. Thumm M., Borie E., Dammertz G. Development of advanced high-power 140 GHz gyrotron at KfK. In: Conf. Digest 19 Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Sendai, JSAP Catalog № AP 941228.
- 6. Flyagin V.A., Goldenberg A. L., Zapevalov V. E. State of the art of gyrotron investigation in Russia. In: Proc. of the Int. Workshop Strong microwaves in plasmas. N. Novgorod, 1993.
- 7. Agapova M. V., Alikaev V. V., Kuftin A. N., Zapevalov V. E. et al. Long-pulse 110 GHz/1 MW gyrotron. In: Conf. Digest 20 Int. Conf. on Infrared and millimeter Waves, Orlando, 1995.
- 8. Artyuch S. I., Kuftin A. N., Postnikova A. S., Zapevalov V. E. //Int. J. Electronics, 1992. V. 72. № 5, 6. C. 1145.
- Kuftin A. N., Lygin V. K., Postnikova A. S., Usov V. G., Zapevalov V. E. Experimental investigation of the Prototype of the 170 GHz/1 MW Gyrotron for ITER. — In: Proc. of the 8 Joint Russian-German Meeting on ECRH and Gyrotrons, N. Novgorod, 1996.

АОЗТ НПП "Гиком", ИПФ РАН, Н. Новгород, Россия Поступила в редакцию 13 февраля 1997 г.

## EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF 110 GHz/1 MW GYROTRON WITH SINGLE-STAGE DEPRESSED COLLECTOR

N. P. Venediktov, M. Yu. Glyavin, V. E. Zapevalov, A. N. Kuftin

110 GHz high power gyrotron operating on the TE19.5 mode with a single-stage depressed collector has been experimentally studied. Results on CPD vs. the body current and the RF-output power vs. the retarding collector voltage are presented. Up to now, the output power of 1MW is obtained for the beam of 80 kV/30 A. The efficiency is 40% and the improved efficiency with the single-stage depressed collector is 65%.

Н. П. Венедиктов и др.