

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XL N 4

Нижний Новгород

1997

С о д е р ж а н и е

- Тюхтин А. В.** Дифракция электромагнитных волн на полуплоскости, проницаемой для потока холодной плазмы 399
- Разин А. В.** Переходное излучение акустических волн на границе раздела атмосфера – земля 420
- Селин В. И.** Сквaziшная антенна в приближении длинной линии 432
- Скулкин С. П.** Анализ критерия дальней зоны при измерениях больших антенн на основе импульсных характеристик 441
- Алимов В. А., Ерухимов Л. М., Мясников Е. Н., Рахлин А. В.** О спектре турбулентности верхней ионосферы 446
- Коган Л. П.** Об излучении вертикального электрического диполя в волноводе земля – ионосфера с плавной стохастической неоднородностью импеданса верхней границы 457
- Савченко П. П.** Исследование возмущений длинноволновых радиосигналов, связанных с индуцированным высыпанием энергичных электронов 472
- Дубинов А. Е., Садовой С. А.** Динамика лучей в периодически гофрированном плазмонаполненном волноводе с полиномиальным профилем гофры 479
- Цвык А. И., Нестеренко А. В., Пушкарев К. А.** Исследование поляризационных эффектов токооседания электронов при возбуждении нерелятивистским электронным потоком черенковского излучения в открытом диэлектрическом резонаторе 491

Венедиктов Н. П., Глявин М. Ю., Запевалов В. Е., Куфтин А. Н., Постникова А. С., Юлпатова М. В. Экспериментальное исследование эмиссионной неоднородности катодов гиротронов по вольт-амперным характеристикам.....	506
Метелёв С. А., Лисов А. А. Оптимальный пространственный разделитель сигналов и помех в каналах радиосвязи. 2. Экспериментальные исследования	517
Савченко В. В. Тестирование спектральных оценок по выборке	530

УДК 537.874

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПОЛУПЛОСКОСТИ, ПРОНИЦАЕМОЙ ДЛЯ ПОТОКА ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

А. В. Тюттин

Исследуется дифракция плоских электромагнитных волн на проводящей полуплоскости, помещённой в ортогональный ей поток холодной плазмы. Предполагается, что частицы среды практически не испытывают механического воздействия со стороны полуплоскости (она может быть выполнена, например, в виде мелкоячейной сетки). С помощью метода Винера-Хопфа-Фока получено общее решение задачи. Проведено аналитическое и численное исследование рассеянного поля, которое состоит из волн двух типов. Проанализировано поведение этих волн на большом расстоянии от ребра полуплоскости. Показано, в частности, что на самом ребре электрическое поле конечно, а область тени при определённых условиях отсутствует.

В В Е Д Е Н И Е

Исследование рассеяния электромагнитных волн на полуплоскости и клине в средах с нетривиальными свойствами достаточно интенсивно проводилось в последние десятилетия. Особенно часто анализировались задачи с анизотропной неподвижной средой без пространственной дисперсии (см., например, [1, 2, 3] и приведённую там литературу). Гораздо меньшее внимание уделялось иным факторам, усложняющим свойства среды. Одним из них является пространственная дисперсия, вызванная хаотическим движением электронов. В частности, в [4, 5] рассмотрена дифракция на проводящей полуплоскости в горячей плазме, а в [6] аналогичная задача решена для непроводящей полуплоскости. Другим фактором, принципиально влияющим на рассеяние волн, является движение окружающей среды относительно рассеивающего объекта. Оно приводит к тому, что в системе координат, связанной с объектом, среда обладает специфической анизотропией [7, 8]. В статье [9] проанализировано рассеяние на проводящей полуплоскости, расположенной в движущейся среде без дисперсии, а в [10] подобная задача решена для щели в проводящем экране.

В настоящей работе исследуется дифракция на полуплоскости, которая расположена в движущейся среде, обладающей частотной дисперсией в состоянии покоя. При этом в системе отсчёта, относительно которой среда движется, имеет место так называемая "конвективная" пространственная дисперсия, которая вызывается движением среды как целого [7].

Задачи дифракции на ограниченных или полуограниченных объектах в таких условиях, насколько нам известно, ранее не рассматривались.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть идеально проводящая полуплоскость ($z = 0, x > 0$) расположена в однородном потоке холодной бесстолкновительной плазмы или в чисто электронном потоке, причём скорость движения среды $\vec{u} = u_z \vec{e}_z$ перпендикулярна полуплоскости (рис. 1). Возмущениями ионной компоненты плазмы будем пренебрегать. Зависимость от времени примем в виде $\exp(-i\omega t)$. Предполагается, что частицы среды не испытывают механического воздействия со стороны полуплоскости. Отметим, что случай идеально проводящей безграничной плоскости при таких условиях рассмотрен в статье [11].

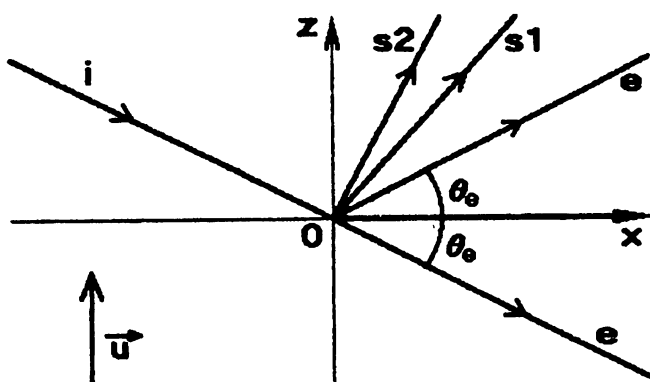


Рис. 1.

Экран, проницаемый для частиц среды, может быть реализован, например, в виде металлической сетки с достаточно мелкими ячейками и достаточно малой толщиной проводов. Ранее нами исследовалось взаимодействие плоских электромагнитных волн с бесконечной плоской сеткой методом усреднённых граничных условий [12]. Из них следует, что применимость модели идеально проводящей плоскости сильно зависит от размера ячейки, но довольно слабо — от толщины проводов. Последняя может быть много меньше размера ячейки. При этом можно считать, что частицы среды практически не испытывают механического воздействия со стороны проводов. Другим примером реализации указанной модели экрана является тонкий слой металлической фольги, который пробивается потоком электронов, обладающих достаточно большой энергией. Подобная ситуация встречается в ускорительной технике.

Электромагнитное поле в движущейся среде подчиняется уравнениям Максвелла, дополненным материальными соотношениями Минковско-

го [7, 8, 13]. Рассматриваемая среда в системе своего покоя обладает диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 1 - \omega_p^2/\bar{\omega}^2$, где ω_p — плазменная частота, $\bar{\omega}$ — циклическая частота в данной системе отсчёта (магнитную проницаемость считаем равной 1). Используя релятивистское преобразование частоты, можно записать

$$\epsilon = 1 - \omega_p^2(1 - \beta^2)(\omega - \vec{k}\vec{u})^{-2}, \quad (1)$$

где ω и \vec{k} — соответственно частота и волновой вектор в “лабораторной” системе отсчёта, связанной с рассеивающим объектом, \vec{u} — скорость движения среды в этой системе, $\beta = u/c$ (c — скорость света в вакууме). Зависимость ϵ от \vec{k} свидетельствует о наличии конвективной пространственной дисперсии [7]. В такой среде могут распространяться плоские электромагнитные волны двух типов: обычные квазиперечные волны (e-волны) и волны пространственного заряда (s-волны). Волновое число для e-волн, не зависящее от \vec{u} , равно [7] $k_0 = \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}/c$. Мы будем считать, что $\omega > \omega_p$, вследствие чего плоские e-волны являются незатухающими. Для s-волн имеет место дисперсионное уравнение $\epsilon(\omega, \vec{k}) = 0$. Из него следует, что при любых значениях k_x, k_y существуют две волны пространственного заряда: быстрая (s1) и медленная (s2), для которых $k_z = k_{1,2z} = u_z^{-1}(\omega \mp \omega_p\sqrt{1 - \beta^2})$. Несмотря на различие фазовых скоростей, групповые скорости обеих s-волн одинаковы и равны \vec{u} [7].

Далее мы будем рассматривать волновые поля, не зависящие от y . Как следует из уравнений Максвелла–Минковского, любая e-волна, распространяющаяся в плоскости x, z , представима в виде суммы двух волн, имеющих, соответственно, ТЕ-поляризацию ($E_{x,z}^e = B_y^e = 0$) и ТМ-поляризацию ($B_{x,z}^e = E_y^e = 0$). Для обеих s-волн, распространяющихся в плоскости x, z , отличны от нуля только три компоненты: $E_x^{s1,2}, E_z^{s1,2}, B_y^{s1,2}$.

Пусть из области $z > 0$ на полуплоскость нормально её ребру падает плоская волна $\vec{E}^i = \vec{E}_0^i \exp(ik_x^i x + ik_z^i z)$, где k_x^i, k_z^i будем считать вещественными. Полное поле (\vec{E}^Σ) состоит из падающего и рассеянного (\vec{E}) полей, причём в последнее вносят вклад как e- так и s-волны:

$$\vec{E}^\Sigma = \vec{E}^i + \vec{E} = \vec{E}^i + \vec{E}^e + \vec{E}^{s1} + \vec{E}^{s2}. \quad (2)$$

Возможность существования двух волн пространственного заряда означает, что граничных условий

$$E_x \Big|_{x>0, z=\pm 0} = -E_x^i, \quad (3a)$$

$$E_y \Big|_{x>0, z=\pm 0} = -E_y^i \quad (36)$$

недостаточно для однозначного решения задачи. На полуплоскости должны выполняться ещё два требования [11, 12]: $\rho|_{z=+0} = \rho|_{z=-0}$, $j_z|_{z=+0} = j_z|_{z=-0}$, где ρ и \vec{j} — соответственно возмущения плотностей заряда и тока, индуцируемых в среде. Эти условия означают, что полуплоскость не оказывает механического воздействия на электроны плазмы. С помощью уравнений Максвелла они записываются в виде

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} \Big|_{z=+0} = \frac{\partial E_z}{\partial z} \Big|_{z=-0}, \quad \frac{\partial B_y}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} E_z \Big|_{z=+0} = \frac{\partial B_y}{\partial x} + \frac{i\omega}{c} E_z \Big|_{z=-0}. \quad (4)$$

Таким образом, требуется решить уравнения Максвелла–Минковского, дополненные условиями (3), (4) на полуплоскости и условием Мандельштама на бесконечности [7]. Последнее означает, что групповые скорости \vec{v}_g всех волн, входящих в рассеянное поле, на бесконечности должны быть направлены от полуплоскости ($z v_{gz} > 0$ при $z \rightarrow \pm\infty$).

Легко показать, что если падающая волна является е-волной и обладает ТЕ-поляризацией, то волны пространственного заряда не возбуждаются [11]. При этом оказывается, что поле подчиняется уравнению Гельмгольца и граничному условию (36). Такая задача не представляет большого интереса, т.к. отличия от случая вакуума сводятся лишь к иным формулам связи между компонентами поля. Поэтому далее мы будем рассматривать только случай падения ТМ-волны или одной из s-волн, вследствие чего условие (36) становится излишним.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ОБЩЕМ ВИДЕ

Прямой путь решения задачи заключается в том, чтобы, опираясь на уравнения Максвелла–Минковского и принцип излучения Мандельштама, представить рассеянное поле в виде разложений по плоским волнам в областях $z > 0$ и $z < 0$. После этого следует удовлетворить условиям сшивания в плоскости $z = 0$: при $z > 0$ это условия (3а), (4), а при $z < 0$ — условия (4) и требования

$$E_x \Big|_{z=+0} = E_x \Big|_{z=-0}, \quad (5a)$$

$$H_y \Big|_{z=+0} = H_y \Big|_{z=-0}. \quad (5b)$$

Однако проще воспользоваться результатом, полученным в [11]. Там показано, что экран можно заменить плоским источником, для которого объёмные плотности тока \vec{j}_{ext} и заряда ρ_{ext} связаны уравнением неразрывности:

$$\vec{j}_{\text{ext}} = I_{\text{ext}}(x) \vec{e}_x \delta(z), \quad \rho_{\text{ext}} = (i\omega)^{-1} \delta(z) \partial I_{\text{ext}} / \partial x, \quad (6)$$

где $I_{\text{ext}}(x)$ — поверхностная плотность тока. При этом условия (4) и требование непрерывности E_x оказываются выполненными на всей плоскости $z = 0$. Используя результаты [11], для ненулевых компонент электрического поля и магнитной индукции получаем

$$\{E_x^e, E_z^e, B_y^e\} = -\frac{2\pi k_0^2}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_x(\kappa), f_z(\kappa), f_b(\kappa)\} I_0(\kappa) e^{ik_0[x\kappa + |z|s(\kappa)]} d\kappa, \quad (7)$$

$$E_z^{s1,2} = \mp \frac{2\pi k_0^2 \omega_p' 1(z\beta_z)}{\omega \beta_z \sqrt{\epsilon_0} \sqrt{1-\beta^2}} \left(\kappa_{1,2} - \frac{\beta}{\sqrt{\epsilon_0}} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\kappa I_0(\kappa) \exp(ik_0 x \kappa)}{\kappa^2 + \kappa_{1,2}^2 - 1} d\kappa \exp(ik_{1,2z} z), \quad (8)$$

$$E_x^{s1,2} = \frac{1}{ik_0 (\kappa_{1,2z} - \beta_z / \sqrt{\epsilon_0})} \frac{\partial E_z^{s1,2}}{\partial x}, \quad B_y^{s1,2} = \beta_z E_x^{s1,2}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f_x(\kappa) &= s^{-1}(\kappa) \left[\frac{1}{\epsilon_0} - \kappa^2 - \frac{\omega_p'^2 \kappa^2}{\beta^2 \epsilon_0 \omega(\kappa)} \right], \\ f_z(\kappa) &= -\text{sgn}(z) \kappa \left[1 + \frac{\omega_p'^2 s(\kappa) - \beta_z \text{sgn}(z) / \sqrt{\epsilon_0}}{\beta^2 \epsilon_0 s(\kappa) \omega(\kappa)} \right], \\ f_b(\kappa) &= \frac{\text{sgn } z}{\sqrt{\epsilon_0}} \left[1 - \frac{\omega_p'^2 \kappa^2 \text{sgn } z}{\beta_z \sqrt{\epsilon_0} s(\kappa) \omega(\kappa)} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \omega(\kappa) &= [s(\kappa) - \kappa_{1z} \text{sgn } z][s(\kappa) - \kappa_{2z} \text{sgn } z], \quad s(\kappa) = \sqrt{1+i0-\kappa^2}, \quad \beta_z = u_z/c, \\ \kappa_{1,2z} &= \frac{k_{1,2z}}{k_0} = \frac{1 \mp \omega_p' \sqrt{1-\beta^2}}{\beta_z \sqrt{\epsilon_0}}, \quad \kappa_{1,2} = |\kappa_{1,2z}|, \quad \epsilon_0 = 1 - \omega_p'^2, \quad \omega_p' = \frac{\omega_p}{\omega} < 1. \end{aligned}$$

Ветвь корня фиксирована так, что на вещественной оси $\text{Im } s(\kappa) > 0$ при $|\kappa| > 1$ и $\text{Re } s(\kappa) > 0$ при $|\kappa| < 1$. В (8) через $1(\xi)$ обозначена единичная функция $1(\xi) = 0$ при $\xi < 0$, $1(\xi) = 1$ при $\xi > 0$. Величина I_0 имеет смысл Фурье-образа поверхностной плотности тока, индуцируемого на экране: $I_0(\kappa) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\text{ext}}(x) \exp(-ik_0 x \kappa) dx$. Отметим, что $\kappa_{1,2} > 1$ при любых рассматриваемых значениях β и ω_p' .

Обратим внимание на то, что s -поле существует лишь в области $z\beta_z > 0$. Это объясняется тем, что групповая скорость s -волн совпадает со скоростью движения среды. Поэтому s -волны могут возбуждаться только

“ниже по течению” относительно экрана. Разрывы в трёх частях рассеянного поля (e , s_1 , s_2) согласованы друг с другом таким образом, что условия (4) и (5а) выполнены на всей плоскости $z = 0$. Остаётся удовлетворить условиям (3а) при $x > 0$ и (5б) при $x < 0$.

В (3а) удобно положить $z\beta_z = -0$, так как при этом отсутствует вклад s -волн (непрерывность E_x уже обеспечена). В итоге имеем уравнение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_0(\kappa) s(\kappa) K(\kappa) e^{ik_0 x \kappa} d\kappa = \omega(2\pi k_0^2)^{-1} E_{0z}^i e^{ik_0 x \kappa_i} \text{ при } x > 0. \quad (10a)$$

Условие (5б), означающее отсутствие поверхностного тока, даёт

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_0(\kappa) \exp(ik_0 x \kappa) d\kappa = 0 \text{ при } x < 0. \quad (10б)$$

В (10а) $\kappa_i = k_x^i/k_0$,

$$K(\kappa) = \frac{1}{s^2(\kappa)} \left\{ \frac{1}{\epsilon_0} - \kappa^2 - \frac{\omega_p'^2 \kappa^2}{\beta^2 \epsilon_0 [s(\kappa) + \kappa_1][s(\kappa) + \kappa_2]} \right\} = \\ = \frac{\beta^2 \epsilon_0 s^4 + 2\beta \sqrt{\epsilon_0} s^3 + (1 + 2\beta^2 \omega_p'^2) s^2 + 2\beta \omega_p'^2 s / \sqrt{\epsilon_0} + \beta^2 \omega_p'^4 / \epsilon_0}{\beta^2 \epsilon_0 s^2 (s + \kappa_1)(s + \kappa_2)}. \quad (11)$$

Парные интегральные уравнения (10) решаются обычным способом [14]. Допустим, что известны функции $K_{\pm}(\kappa)$, такие, что

$$K_+(\kappa) K_-(\kappa) = K(\kappa), \quad (12)$$

причём $K_+(\kappa)$ — регулярна и не имеет нулей при $\text{Im } \kappa \geq 0$, $K_-(\kappa)$ — регулярна и не имеет нулей при $\text{Im } \kappa \leq 0$. Тогда решением (10) является функция

$$I_0(\kappa) = - \frac{i \omega E_{0z}^i}{4\pi^2 k_0^2 \sqrt{1 + \kappa_i} K_+(\kappa_i)} \frac{1}{(\kappa - \kappa_i - i0) \sqrt{1 + i0} - \kappa K_-(\kappa)}. \quad (13)$$

Подставляя (13) в (7), (8), получаем

$$\{E_x^e, E_z^e, B_y^e\} = \frac{i E_{0z}^i}{2\pi \sqrt{1 + \kappa_i} K_+(\kappa_i)} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_x(\kappa), f_z(\kappa), f_b(\kappa)\} \frac{\exp\{ik_0[x\kappa + |z|s(\kappa)]\}}{(\kappa - \kappa_i - i0) \sqrt{1 + i0} - \kappa K_-(\kappa)} d\kappa, \quad (14)$$

$$E_z^{s1,2} = \pm \frac{i E_{0x}^i \omega_p' (\kappa_{1,2} - \beta/\sqrt{\epsilon_0}) 1(z\beta_z)}{2\pi \beta_z \sqrt{\epsilon_0} \sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{1 + \kappa_i} K_+(\kappa_i)} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\kappa \exp(ik_0 x \kappa) d\kappa}{(\kappa^2 + \kappa_{1,2}^2 - 1)(\kappa - \kappa_i - i0) \sqrt{1 + i0 - \kappa} K_-(\kappa)} \exp(ik_{1,2z} z). \quad (15)$$

Отметим, что в принципе нетрудно также выписать выражения для электрической индукции $\vec{D} = \vec{D}^e$ и магнитного поля $\vec{H} = \vec{H}^e$ (любопытно, что в z -волнах эти компоненты отсутствуют: $\vec{D}^{s1,2} = \vec{H}^{s1,2} = 0$ [11]). Мы ограничиваемся здесь исследованием компонент \vec{E} , \vec{B} , поскольку они дают достаточно полное представление о структуре рассеянного поля. К тому же, именно эти векторы определяют силы, воздействующие на заряженные частицы.

3. ФАКТОРИЗАЦИЯ ФУНКЦИИ $K(\kappa)$

Для факторизации функции $K(\kappa)$ могут использоваться различные приёмы [14]. Наиболее распространённый способ основан на использовании формулы

$$K_{\pm}(\kappa) = \exp \left[\pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln K(\xi)}{\xi - (\kappa \pm i0)} d\xi \right], \quad (16)$$

которая определяет $K_+(\kappa)$ при $\text{Im } \kappa \geq 0$ и $K_-(\kappa)$ при $\text{Im } \kappa \leq 0$. Целесообразно получить другие формы записи этого выражения, при которых интеграл сходится быстрее. Пользуясь чётностью факторизируемой функции, легко получить следующую формулу:

$$K_{\pm}(\kappa) = \exp \left[\pm \frac{\kappa}{\pi i} \int_0^{\infty} \frac{\ln K(\xi)}{\xi^2 - (\kappa \pm i0)^2} d\xi \right]. \quad (17)$$

Недостатком этого представления является близость контура интегрирования к полюсу при вещественных κ . Его можно преодолеть, трансформируя контур. При этом необходимо знать расположение особенностей функции $\ln K(\xi)$. Две из них расположены при $\xi = \pm(1 + i0)$. Относительно остальных особенностей отметим следующее. Проведём разрезы для многозначной функции $s(\xi)$ от $\xi = 1 + i0$ до $\xi = \infty + i0$ и от $\xi = -1 - i0$ до $\xi = -\infty - i0$ и фиксируем верхний лист римановой поверхности по правилу $\text{Re } s(\xi) > 0$ (рис. 2). Как видно из (11), знаменатель функции $K(\xi)$ обращается в нуль в точках $s(\xi) = 0$ и $s(\xi) = -\kappa_{1,2}$. Корни числителя, как функции от s , нетрудно приближённо найти в некоторых частных

случаях, например, при $\beta \ll 1$ или при $\omega'_p \ll 1$. Для нас здесь важно только то, что при всех рассматриваемых значениях параметров задачи ($0 < \beta < 1$, $0 < \omega'_p < 1$) все корни числителя $s = s_n$ ($n = 1, 2, 3, 4$) имеют отрицательную вещественную часть (это можно доказать, используя критерий Рауса–Гурвица [15]). Таким образом, в области $\text{Re } s(\xi) > 0$, т. е. на верхнем листе плоскости ξ , функция $K(\xi)$ не имеет нулей и особенностей. Поэтому мы можем трансформировать контур интегрирования в (17) в пределах III и IV квадрантов (рис. 2). При этом нужно учитывать только вклад одного из полюсов $\xi = \pm \kappa$, если он пересекается при трансформации контура. Таким способом нетрудно получить, в частности, следующее представление:

$$K_{\pm}(\kappa) = \exp \left[\pm \frac{\kappa}{\pi i} \int_0^{-i\infty} \frac{\ln K(\xi)}{\xi^2 - \kappa^2} d\xi \right]. \quad (18)$$

Эта формула определяет $K_+(\kappa)$ при $\text{Re } \kappa > 0$ и $K_-(\kappa)$ при $\text{Re } \kappa < 0$. Парные факторизующие функции определяются из (12). Выражение (18) использовалось при численных расчётах.

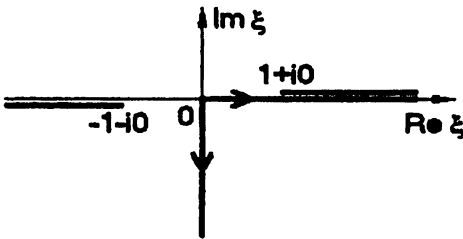


Рис. 2.

Для функций $K_{\pm}(\kappa)$ можно найти и другие представления. Один из возможных путей состоит в том, чтобы представить числитель и знаменатель в (11) как произведение сомножителей вида $s(\kappa) + a$, после чего факторизовать каждый из сомножителей отдельно (например, так, как предложено в [14]). Однако такой способ является весьма громоздким, а

конечные формулы даже в нерелятивистском приближении оказываются не проще, чем точные формулы (18). Поэтому мы приведём лишь самые грубые оценки, полученные для случая $\beta \ll 1$:

$$K_{\pm}(\kappa) \approx 1/\sqrt{\epsilon_0} \text{ при } \omega_p'^2 \beta / \sqrt{\epsilon_0} \ll |s(\kappa)| \ll (\beta \sqrt{\epsilon_0})^{-1}, \quad (19a)$$

$$K_{\pm}(\kappa) \approx 1 \text{ при } |\kappa| \gg (\beta \sqrt{\epsilon_0})^{-1}. \quad (19b)$$

4. Е-ВОЛНЫ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Приступим к исследованию полученного решения. Рассмотрим сначала е-волны, определяемые формулами (14). Ради удобства введём следующие обозначения:

$$\kappa_i = \cos \theta_e, \quad s(\kappa_i) = \sin \theta_e. \quad (20)$$

Если $|\kappa_i| < 1$, то θ_e — вещественная величина ($0 \leq \theta_e \leq \pi$), имеющая смысл угла, под которым распространяется отражённая от плоскости $z = 0$ волна е-типа (θ_e отсчитывается от положительного направления оси x против часовой стрелки, как показано на рис. 1). Если падает волна е-типа, то θ_e является также углом падения. Если же падает волна s-типа, то величина κ_i по модулю может превышать 1. Тогда θ_e будет комплексным, причём в силу вещественности κ_i величина $\text{Re } \theta_e$ будет кратна π . Производя в (14) замену переменной интегрирования ($\kappa = \cos \alpha$, $s(\kappa) = \sin \alpha$), имеем

$$\left\{ E_x^e, E_z^e, B_y^e \right\} = \frac{i E_{0x}^i}{2\pi \cos(\theta_e/2) K_+(\cos \theta_e)} \times \\ \times \int_{\Gamma} \left\{ f_x(\cos \alpha), f_z(\cos \alpha), f_b(\cos \alpha) \right\} \frac{\cos(\alpha/2) \exp[ik_0 r \cos(\alpha - |\theta|)]}{(\cos \alpha - \cos \theta_e - i0) K_-(\cos \alpha)} d\alpha, \quad (21)$$

где r, θ — полярные координаты в плоскости x, z ($-\pi \leq \theta \leq \pi$). Контур интегрирования Γ показан на рис. 3. Для вычисления полученных интегралов в дальней зоне воспользуемся методом перевала. При этом контур Γ следует трансформировать в контур наибыстрейшего спуска Γ_* . Такая трансформация может сопровождаться пересечением следующих особенностей подынтегральных выражений:

- полюса в точке $\alpha = \theta_e$,
- полюсов, определяемых уравнением $w(\cos \alpha) = 0$,

— полюсов в нулях функции $K_-(\cos \alpha)$ (нетрудно показать, что они могут находиться лишь в областях $2\pi n - \pi/2 < \text{Re } \alpha < 2\pi n, \text{Im } \alpha > 0$).

Геометрооптическое приближение. Исследование показывает, что при условии $k_0 r \gg 1$ все особенности, кроме первой, вносят лишь экспоненциально малый вклад. Вклад полюса $\alpha = \theta_e$ определяет геометрооптическую часть рассеянного поля. Если $|\kappa_i| > 1$, т. е. θ_e комплексно, то при условии $k_0 |z| \gg 1$ этот вклад оказывается экспоненциально малым. Если же θ_e вещественно, то мы имеем

$$\left\{ \begin{matrix} E_x^{eg} \\ E_z^{eg} \\ B_y^{eg} \end{matrix} \right\} = -\frac{E_{0x}^i 1(\theta_e - |\theta|)}{\sin \theta_e K(\cos \theta_e)} \left\{ \begin{matrix} f_x(\cos \theta_e) \\ f_z(\cos \theta_e) \\ f_b(\cos \theta_e) \end{matrix} \right\} \exp[ik_0 r \cos(\theta_e - |\theta|)]. \quad (22)$$

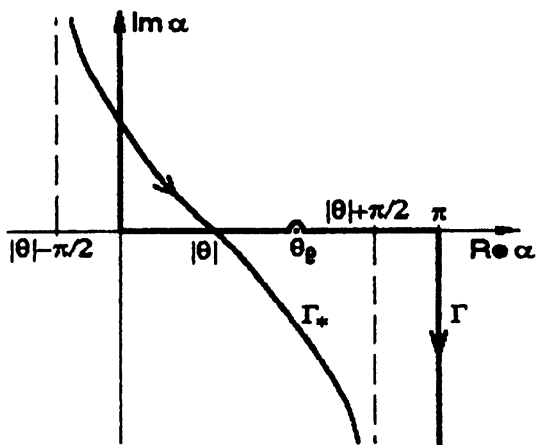


Рис. 3.

Данное поле при $|\theta| < \theta_e$ совпадает с полем, возникающим в случае безграничной плоскости, а при $|\theta| > \theta_e$ оно отсутствует.

Обсудим некоторые особенности полученного геометрооптического приближения. Из (22) нетрудно найти продольную (E_{\parallel}^{eg}) и поперечную (E_{\perp}^{eg}) компоненты электрического поля (предполагается, что ось r_{\parallel} направлена вдоль направления распространения волны, т.е. в области $z > 0$ — под углом θ_e к оси x , а в области $z < 0$ — под углом $-\theta_e$). Отметим, что $E_{\perp}^{eg} = -B_y^{eg}/\sqrt{\epsilon_0}$. Вообще говоря, отношение $E_{\parallel}^{eg}/E_{\perp}^{eg}$ оказывается не малой величиной. В частном случае

$$\beta \ll 1, \quad \beta \omega_p'^2 (\sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e)^{-1} \ll 1 \quad (23)$$

имеем

$$E_{\perp}^{eg} \approx E_{0x}^i \frac{\operatorname{sgn} z}{\sin \theta_e} 1(\theta_e - |\theta|) \left\{ 1 - [2 + \operatorname{sgn}(z\beta_z)] \frac{\omega_p'^2 \beta \cos^2 \theta_e}{\sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e} \right\} \times \\ \times \exp [ik_0 r \cos(\theta_e - |\theta|)], \quad E_{\parallel}^{eg} \approx E_{\perp}^{eg} \omega_p'^2 \beta_z \cos \theta_e / \sqrt{\epsilon_0}. \quad (24)$$

Таким образом, при медленном движении среды и не слишком малом значении $\sin \theta_e$ продольная компонента электрического поля мала, т.е. е-волна является квазипоперечной.

Рассмотрим подробнее геометрооптическое приближение в том случае, когда падающая волна является волной е-типа. Опираясь на (22), для коэффициентов отражения $R = (B_y^{eg}/B_y^i)|_{z=+0}$ и прохождения $T = [(B_y^{eg} + B_y^i)/B_y^i]|_{z=-0}$ получаем

$$R = \frac{w_+ \beta \sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e w_- - \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e}{w_- \beta \sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e w_+ + \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e} \quad \text{при } \beta_z > 0, \\ R = \frac{\beta^2(1 - \epsilon_0 \cos^2 \theta_e)w_- - \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e}{\beta^2(1 - \epsilon_0 \cos^2 \theta_e)w_+ - \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e} \times \\ \times \frac{\beta \sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e w_+ + \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e}{\beta \sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e w_- - \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e} \quad \text{при } \beta_z < 0, \quad (25)$$

$$T = 0 \quad \text{при } \beta_z > 0,$$

$$T = \frac{4\omega_p'^2 \cos^2 \theta_e \sin \theta_e}{\beta \sqrt{\epsilon_0} w_- [\beta^2(1 - \epsilon_0 \cos^2 \theta_e)w_+ - \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e]} \quad \text{при } \beta_z < 0,$$

где $w_{\pm} = (\sin \theta_e \pm \kappa_1)(\sin \theta_e \pm \kappa_2)$. Как видим, при $\beta_z > 0$ проходящей волны нет, однако при $\beta_z < 0$ она имеется, т.е. идеально проводящая плоскость

теряет способность экранировать электромагнитное поле (этот эффект обсуждался также в работе [11]). Это означает, что область тени при $\beta_z < 0$ отсутствует.

Отметим некоторые частные случаи, когда формулы (25) принимают более наглядный вид. Так, при нормальном падении е-волны ($\theta_e = \pi/2$) имеем тот же результат, что и в вакууме: $R = 1, T = 0$. При "касательном" падении ($\theta_e \rightarrow 0$) результат аналогичен, но коэффициент отражения меняет знак: $R = -1, T = 0$. В случае, когда выполнены условия (23), получаем

$$R \approx 1 - 2 \frac{\beta \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e}{\sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e}, \quad T \approx 4 \frac{\beta \omega_p'^2 \cos^2 \theta_e}{\sqrt{\epsilon_0} \sin \theta_e} 1(\beta_z). \quad (26)$$

Как видим, в нерелятивистском приближении амплитуда проходящей волны тем больше, чем больше скорость движения среды и чем меньше $\omega_p'^2$.

На рис. 4 показаны зависимости коэффициентов отражения (а) и прохождения (б) от угла падения θ_e . Принято, что $\omega_p' = 0,5$, а скорость движения среды равна одному из следующих значений: $\beta_z = \pm 0,1$ (кривые 1 \pm), $\beta_z = \pm 0,5$ (кривые 2 \pm), $\beta_z = \pm 0,9$ (кривые 3 \pm). Как видим, при малой скорости движения среды её знак мало влияет на коэффициент отражения (кривые 1+ и 1- практически совпадают). С ростом угла падения от 0 до $\pi/2$ коэффициент отражения изменяется от -1 до 1. При не слишком больших β этот рост является монотонным, а при $\beta \sim 1$ имеется широкая область значений θ_e , где отражение мало. Интересно, что при больших отрицательных скоростях появляется такой угол падения, при котором $R \rightarrow \infty$ (кривая 3-). Этот эффект объясняется тем, что для данного угла при условии конечности B_y^i компонента E_x^i в падающей волне обращается в бесконечность, а, как видно из (22), отражённое поле пропорционально E_x^i . Коэффициент прохождения при небольших отрицательных β_z имеет резкий максимум, где он обращается в 1. Если же $\beta_z \sim -1$, то имеется широкая "полка", где $T \approx 1$.

Дифракционная поправка. Вклад седловой точки $\alpha = |\theta|$ в (21) описывает дифракционную поправку к геометрическому приближению (22). Вдали от геометрических границ, когда выполняется условие $k_0 r (\theta_e - |\theta|)^2 \gg 1$, она имеет вид цилиндрической волны, амплитуда которой падает пропорционально корню из расстояния до ребра:

$$\begin{Bmatrix} E_x^{ed} \\ E_z^{ed} \\ B_y^{ed} \end{Bmatrix} = \frac{E_{0x}^i \cos(\theta/2) \exp(i k_0 r + i\pi/4)}{\cos(\theta_e/2) K_+(\cos \theta_e) K_-(\cos \theta) (\cos \theta - \cos \theta_e) \sqrt{2\pi k_0 r}} \begin{Bmatrix} f_x(\cos \theta) \\ f_z(\cos \theta) \\ f_b(\cos \theta) \end{Bmatrix}. \quad (27)$$

Отсюда нетрудно также найти продольную (E_r^{ed}) и поперечную (E_θ^{ed}) компоненты электрического поля, причём оказывается, что $E_\theta^{ed} = -B_y^{ed}/\sqrt{\epsilon_0}$. Выпишем эти компоненты для случая медленного движения среды, когда

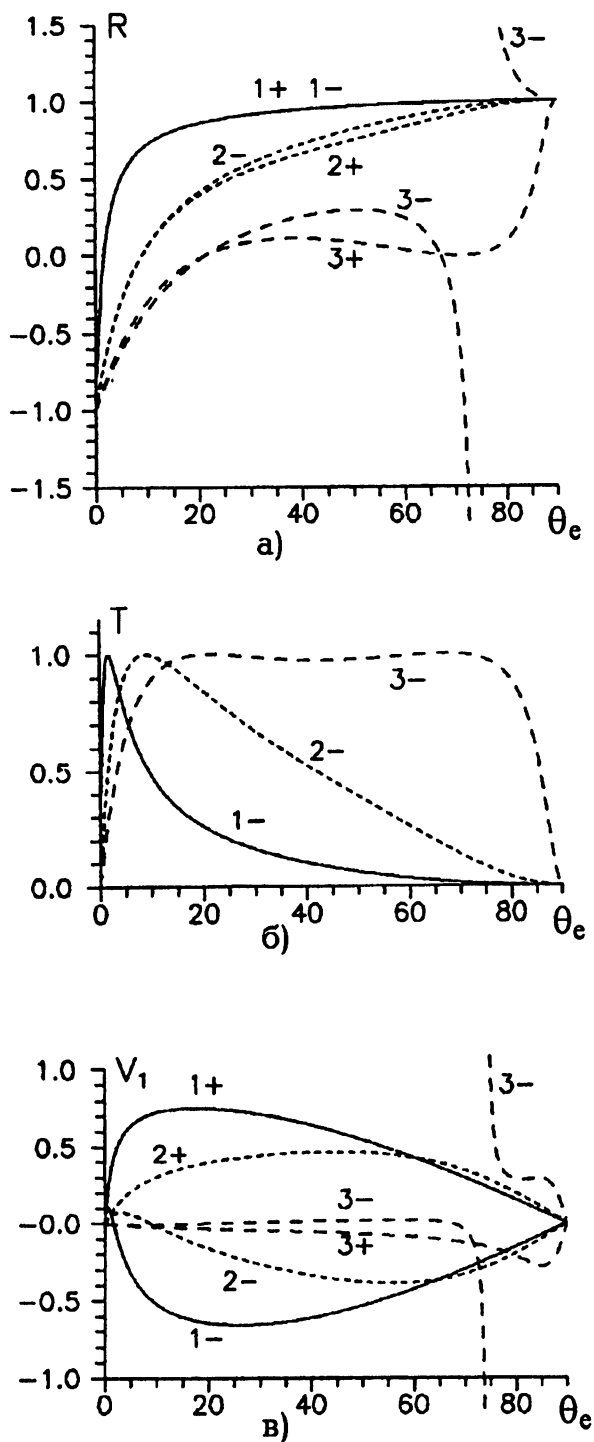


Рис. 4.

выполнены условия $\beta \ll 1$, $\beta \omega_p'^2 (\sqrt{\epsilon_0} |\sin \theta|)^{-1} \ll 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\theta}^{ed} \\ E_r^{ed} \end{array} \right\} \approx - \frac{E_{0z}^i \cos(\theta/2) \operatorname{sgn} z \exp(ik_0 r + i\pi/4)}{\epsilon_0 \cos(\theta_e/2) K_+(\cos \theta_e) K_-(\cos \theta) (\cos \theta - \cos \theta_e) \sqrt{2\pi k_0 r}} \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} 1 - \beta_z \omega_p'^2 \cos^2 \theta / (\sqrt{\epsilon_0} \sin \theta) \\ \beta_z \omega_p'^2 \cos \theta / \sqrt{\epsilon_0} \end{array} \right\}. \quad (28)$$

Как видим, при данных условиях продольная компонента много меньше поперечной.

Метод перевала позволяет также построить асимптотику, равномерно справедливую при приближении к геометрооптическим границам [16]. Мы не будем выписывать соответствующие формулы ввиду их громоздкости. Отметим только, что непосредственно на каждом из лучей $\theta = \pm \theta_e$, как обычно, поле равно полусумме его геометрооптических значений по обе стороны от луча.

С помощью асимптотики, справедливой для любого угла θ , были произведены расчёты е-поля в ряде случаев. Предполагалось, что падающая волна является волной е-типа, для которой $B_y^i = 1$ при $x = z = 0$. Как и ранее, принято, что $\omega_p' = 0,5$. На рис. 5 приведены диаграммы для модуля магнитной индукции полного е-поля. Длина радиус-вектора, описывающего показанные кривые, равна $|B_y^{\epsilon\Sigma}| = |B_y^i + B_y^e|$. Расстояние от края полуплоскости везде считалось одним и тем же: $k_0 r = 20$. Рис. 5а,б относятся к случаю $\theta_e = 45^\circ$, а рис. 5в,г — к случаю $\theta_e = 135^\circ$. На рис. 5а,в сплошные линии соответствуют $\beta_z = 0,1$, мелкий пунктир — $\beta_z = 0,5$, крупный пунктир — $\beta_z = 0,9$. На рис. 5б,г сплошные линии соответствуют $\beta_z = -0,1$, мелкий пунктир — $\beta_z = -0,5$, крупный пунктир — $\beta_z = -0,9$. Отметим, что приведённые кривые не являются диаграммами направленности в обычном смысле слова, поскольку их вид зависит от расстояния до ребра.

Как видим, для областей $0 < \theta < \theta_e$ характерна значительная изрезанность диаграмм, что объясняется интерференцией падающей и отражённой волн. С ростом β интерференция становится менее выраженной, поскольку коэффициент отражения падает (см. рис. 4а). Если $\beta_z > 0$ (рис. 5а,в), то в области $-\theta_e \leq \theta \leq 0$ происходит спад суммарного е-поля: при $\theta = -\theta_e$ $B_y^{\epsilon\Sigma} = B_y^i/2$, а при $\theta = -0$ $B_y^{\epsilon\Sigma} = 0$. Если же $\beta_z < 0$ (рис. 5б,г), то суммарное е-поле не обращается в нуль на полуплоскости $\theta = -0$, что согласуется со сказанным выше относительно коэффициента прохождения (см. рис. 4б). Интересно, что при достаточно высокой отрицательной скорости движения среды влияние полуплоскости в области $\theta < 0$ становится практически незаметным (пунктирные кривые на рис. 5б,г близки к окружности).

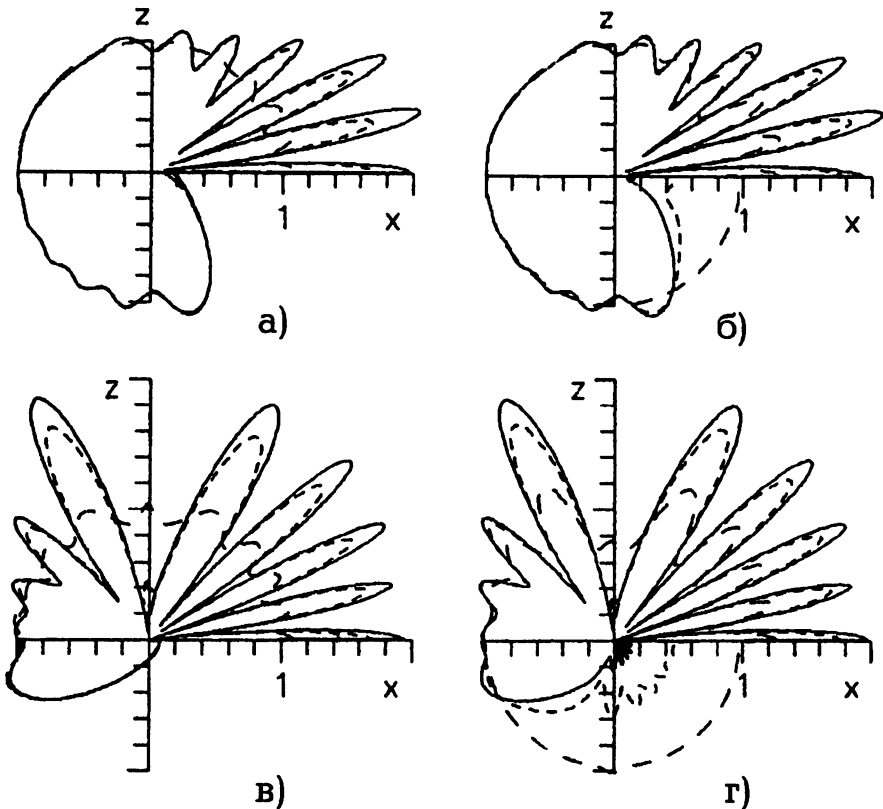


Рис. 5.

5. ВОЛНЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Волны пространственного заряда, входящие в рассеянное поле, определяются выражениями (15). Далее мы будем выписывать только компоненты $E_z^{s1,2}$, поскольку $E_x^{s1,2}$ и $B_y^{s1,2}$ связаны с $E_z^{s1,2}$ простыми формулами (8). Отметим, что в любой плоскости $z = \text{const}$ структура s -поля одинакова.

При взятии интеграла (15) удобно зафиксировать ветвь корня по правилу $\text{Re} \sqrt{1 + i0 - \kappa} > 0$. Нетрудно показать, что на данном листе плоскости κ подынтегральное выражение имеет только три полюса: один — вблизи вещественной оси ($\kappa = \kappa_i + i0$), и два — на мнимой оси ($\kappa = \pm i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1}$). Если $x \leq 0$, то интеграл (15) вычисляется точно: достаточно замкнуть контур интегрирования в нижнюю полуплоскость, учитывая вклад полюса $\kappa = -i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1}$. В результате имеем

$$E_z^{s1,2} = \mp \frac{E_{0x}^i \omega'_p (\kappa_{1,2} - \beta/\sqrt{\varepsilon_0}) 1(z\beta_z)}{2\sqrt{2\varepsilon_0}\beta_z \sqrt{1-\beta^2} \cos(\theta_e/2) K_+(\cos\theta_e)} \times \\ \times \frac{\exp(-k_0 \sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1} |x| + ik_{1,2} z)}{(i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1} + \cos\theta_e) \sqrt{1 + i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1}} K_-(-i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1})}. \quad (29)$$

Здесь использованы обозначения (20). Как видим, с ростом $|x|$ при $x < 0$ амплитуда s -волн спадает экспоненциально, причём тем быстрее, чем меньше β .

При $x > 0$ интеграл (15) не удаётся вычислить точно. Для численных расчётов оказалось удобным замкнуть контур интегрирования в (15) в верхнюю полуплоскость. При этом нужно учесть: вклад полюса $\kappa = \kappa_i + i0$; вклад полюса $\kappa = i\sqrt{\kappa_{1,2}^2 - 1}$, экспоненциально убывающий с ростом x ; вклад разреза, который представляет собой, по существу, боковую волну. Первый полюс даёт геометрикооптическое приближение для s -волн, справедливое при $k_0 x \gg 1$:

$$E_z^{s1,2} \approx E_z^{s1,2g} = \mp \frac{E_{0x}^i \omega'_p (\kappa_{1,2} - \beta/\sqrt{\varepsilon_0}) \exp(ik_0 x \cos\theta_e + ik_{1,2} z)}{\beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \sqrt{1-\beta^2} \operatorname{tg}\theta_e (\kappa_{1,2}^2 - \sin^2\theta_e) K(\cos\theta_e)} 1(z\beta_z). \quad (30)$$

Вклады второго полюса и разреза мы не выписываем ввиду громоздкости соответствующих выражений.

В случае падения волны e -типа нетрудно выразить E_{0x}^i через B_{0y}^i и получить коэффициенты трансформации e -волны в s -волны: $V_{1,2} = E_z^{s1,2g}/B_y^i|_{z\beta_z=+0}$. На рис. 4в показаны зависимости V_1 от угла падения e -волны при тех же значениях параметров задачи, которые использовались в разд. 4. Из них видно, что s -волны возбуждаются более или менее эффективно при углах падения, не слишком близких к 0° и к 90° . Однако при большой скорости движения среды появляется широкая область значений θ_e , где s -волны возбуждаются слабо (кривые 3+ и 3-). Наличие особенности в случае $\beta_z = -0,9$ (кривая 3-) объясняется так же, как и в разд. 4. Графики для V_2 мы не приводим, поскольку они сходны с графиками для V_1 .

Аналитическое исследование s -поля в области $0 < k_0 x \leq 1$ возможно лишь при определённых ограничениях на параметры задачи. Остановимся подробнее на случае, когда $\beta \ll 1$, а падающее поле является волной e -типа. Основная идея приближённого расчёта интеграла (15) заключается в том, чтобы выделить вклад тех частей контура интегрирования, где справедливо представление (19а). Можно показать, что вклады отбрасываемых при этом частей относительно малы. После упрощения подынтегрального выражения можно снова дополнить контур интегрирования

до всей вещественной оси, также совершая лишь малую ошибку. В итоге, после ряда громоздких выкладок интеграл сводится к табличному:

$$E_z^{s1,2} \approx \mp \frac{E_{0x}^i \omega_p' (1 \pm \omega_p')}{\sin \theta_e} \operatorname{sgn}(\beta_z) l(z\beta_z) \left\{ \cos \theta_e e^{ik_0 x \cos \theta_e} - \right. \\ \left. - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{ik_0 x - i\pi/4} \left[\cos \theta_e G\left(\sqrt{2k_0 x} \sin \frac{\theta_e}{2}\right) + \frac{i \sin(\theta_e/2)}{\sqrt{2k_0 x}} \right] \right\} \exp(ik_{1,2z} z), \quad (31)$$

где $G(a) = e^{-ia^2} \int_a^\infty e^{i\xi^2} d\xi$ — интеграл Френеля. При выводе (31),

кроме требования $\beta \ll 1$, использовались неравенства $k_0 x \gg \sqrt{\beta}$, $\sin \theta_e \gg 4\beta\omega_p'^2$, $\kappa_{1,2} \gg 1$. Таким образом, (31) верно на достаточно большом расстоянии от ребра, при не слишком малом $\sin \theta_e$ и при $\omega_p' \neq 1$. Справедливость полученного выражения подтверждается численными расчётами по точным формулам.

Обратим внимание на то, что при $\beta \rightarrow 0$ волны пространственного заряда, вообще говоря, не исчезают (данное обстоятельство отмечалось в [11] применительно к случаю безграничного экрана). Таким образом, между неподвижной плазмой, где этих волн нет, и плазмой, движущейся со сколь угодно малой скоростью, казалось бы, имеется различие. Объяснение этого парадокса заключается в том, что использованная модель плазмы неприменима при слишком малых значениях β . В частности, учёт столкновений электронов с эффективной частотой ν приводит к затуханию s-волн по закону $\exp[-\nu|z|(2u)^{-1}]$ [11]. Поэтому при $u \rightarrow 0$ s-волны локализуются в бесконечно узкой области около экрана. Другим ограничивающим фактором является тепловое движение электронов: использованная модель верна лишь тогда, когда скорость направленного движения среды много больше, чем средняя скорость хаотического движения электронов.

Из (31) для дальнейшей зоны ($\sqrt{k_0 x} \sin(\theta_e/2) \gg 1$) получаем

$$E_z^{s1,2} \approx \mp \frac{E_{0x}^i \omega_p' (1 \pm \omega_p')}{\sin \theta_e} \operatorname{sgn}(\beta_z) l(z\beta_z) \left[\cos \theta_e e^{ik_0 x \cos \theta_e} - \right. \\ \left. - \frac{\exp(ik_0 x + i\pi/4)}{\sin(\theta_e/2)\sqrt{2\pi k_0 x}} \right] \exp(ik_{1,2z} z). \quad (32)$$

Здесь первое слагаемое даёт геометрикооптическое приближение, а второе является малой поправкой к нему. Его можно трактовать как боковую волну [17], поскольку фаза этого слагаемого складывается из набега фазы $k_0 x$, возникающего при пробеге e-волной расстояния x вдоль экрана, и набега фазы $k_{1,2z} z$, возникающего при пробеге s-волной расстояния z . В

“средней” зоне ($\sqrt{k_0 x} \sin(\theta_e/2) \ll 1$, но $k_0 x \gg \sqrt{\beta}$) из (31) получаем

$$E_z^{s1,2} \approx \pm \frac{E_{0x}^i \omega_p' (1 \pm \omega_p')}{\cos(\theta_e/2) \sqrt{2\pi k_0 x}} \operatorname{sgn}(\beta_z) l(z\beta_z) \exp(ik_{1,2} z + i\pi/4). \quad (33)$$

Как видим, в этой области по мере приближения к оси $x = 0$ амплитуда z -волн растёт по закону $1/\sqrt{k_0 x}$.

Отметим, что при $\beta \ll 1$ в области $k_0 x \gg \sqrt{\beta}$ s -волны являются квазипродольными в том смысле, что компоненты $E_z^{s1,2}$, параллельные групповой скорости (которая, напомним, равна \vec{u}), намного превышают $E_x^{s1,2}$. В то же время, вблизи оси $x = 0$ поперечные компоненты $E_x^{s1,2}$ сопоставимы с продольными.

На рис. 6 приведены результаты расчётов величины $|E_z^{s1}|$ в плоскости $z = \text{const}$. Как и ранее, принято, что падает волна e -типа, причём $\omega_p' = 0,5$, $B_y^i|_{x=z=0} = 1$. Для рис. 6а — $\beta = 0,1$, для рис. 6б — $\beta = 0,5$, для рис. 6в — $\beta = 0,9$. Сплошные кривые 1 описывают случай нормального падения, кривые 2 (крупный пунктир) — случай $\theta_e = 45^\circ$, кривые 3 (мелкий пунктир) — случай $\theta_e = 135^\circ$. Как уже отмечалось, при $x < 0$ имеет место экспоненциальный спад амплитуды s -волны, а при $x > 0$ поведение поля определяется вкладом двух полюсов и разреза. Если $\theta_e = 90^\circ$, то при $k_0 x \rightarrow +\infty$ s -поле спадает до нуля вследствие отсутствия геометрооптической составляющей (30), а вблизи оси $x = 0$ оно достигает максимума. Этот максимум тем более резкий, чем ниже скорость движения среды. Если угол падения не близок к нормальному, то выраженный максимум вблизи оси $x = 0$ имеется лишь при достаточно низкой скорости β . В этом случае с ростом $k_0 x$ амплитуда s -волны колеблется вблизи своего геометрооптического значения, причём размах этих колебаний медленно спадает до нуля (кривые 2 и 3). Причиной этого эффекта является интерференция геометрооптически отражённой волны (30) и боковой волны (при $x k_0 \sqrt{\kappa_1^2 - 1} \leq 1$ значимо также и влияние экспоненциально убывающего слагаемого). Поведение амплитуды второй волны пространственного заряда (s_2) не приводится, т. к. оно аналогично рассмотренному.

6. ПОЛЕ НА РЕБРЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Интегралы (14), (15) сходятся при $x \rightarrow 0$, $z \rightarrow 0$, так что поле на ребре конечно (напомним, что в неподвижной среде электрическое поле на ребре бесконечно). Положим в (14) $x = 0$, $z = -0 \operatorname{sgn} \beta_z$ (тогда в рассеянном поле присутствует только e -часть). Нам нужно вычислить лишь E_z и B_y , поскольку $E_x|_{z=0} = -E_x^i$. Нетрудно видеть, что если зафиксировать верхний лист условием $\operatorname{Re} s(\kappa) > 0$, то в области $\operatorname{Im} \kappa < 0$ имеется лишь одна особенность в подынтегральном выражении в (14), а именно,

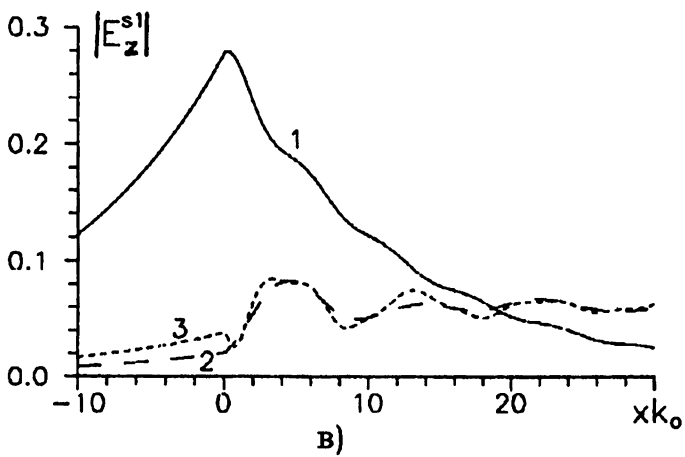
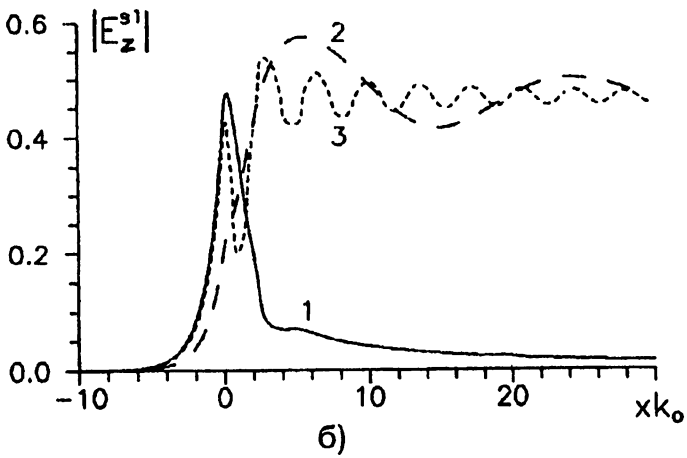
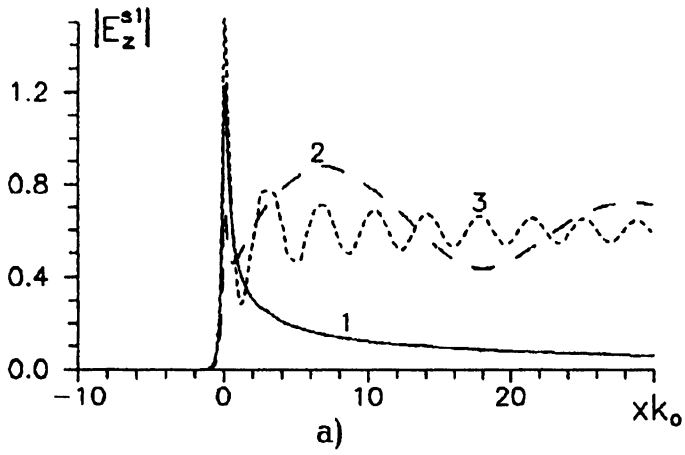


Рис. 6.

точка ветвления $\kappa = -1 - i0$. Поэтому можно замкнуть контур интегрирования в область $\text{Im } \kappa < 0$, учитывая только вклад разреза, и после ряда преобразований записать поле на ребре в виде некоторого интеграла по лучу от 0 до $\infty e^{i\alpha}$, где $-\pi/2 < \alpha < -\pi$. Такое представление удобно для численных расчётов, так как контур интегрирования проходит вдали от особенностей.

Аналитический расчёт поля на ребре возможен лишь при определённых ограничениях на параметры задачи. Рассмотрим случай, когда среда движется медленно ($\beta \ll 1$), а частота не близка к плазменной ($\omega_p'^2 \ll 1$). Подобно тому, как это делалось в предыдущем разделе, можно выделить часть контура интегрирования, где справедлива асимптотика (19а) для $K_-(\kappa)$, а также показать, что оставшаяся часть контура вносит лишь малый вклад. В итоге, после ряда громоздких преобразований, интегралы сводятся к табличным, и мы получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z \\ B_y \end{array} \right\} \Big|_{z=z=0} \approx \frac{E_{0x}^i \omega_p'^2 \text{sgn } \beta_z}{4 \cos(\theta_e/2) K_+(\cos \theta_e)} \left\{ \begin{array}{l} 1/\sqrt{\beta} \\ \sqrt{\beta} \end{array} \right\}. \quad (34)$$

Численные расчёты подтверждают справедливость этого приближения. Как видим, электрическая компонента содержит большой параметр $1/\sqrt{\beta}$, а магнитная — малый параметр $\sqrt{\beta}$. Этот результат согласуется с решением для неподвижной среды: при $\beta \rightarrow 0$ полное электрическое поле $\vec{E} + \vec{E}^i$ обращается в бесконечность, а полное магнитное поле $\vec{B} + \vec{B}^i$ стремится к \vec{B}^i .

На рис. 7 приведены результаты численных расчётов поля на ребре по точным формулам для случая нормального падения е-волны ($\theta_e = 90^\circ$, $B_y^i|_{x=z=0} = 1$). По оси абсцисс отложена величина β_z , а по оси ординат — модуль полного электрического поля $|\vec{E} + \vec{E}^i|$. На обеих осях используется логарифмический масштаб. Кривая 1 соответствует $\omega_p' = 0,1$, кривая 2 — $\omega_p' = 0,5$, кривая 3 — $\omega_p' = 0,9$. Как видим, поле на ребре тем больше, чем меньше скорость движения среды и чем больше параметр ω_p' . Полное магнитное поле $\vec{B} + \vec{B}^i$ на ребре при указанных параметрах мало отличается от падающего поля \vec{B}^i .

В заключение подчеркнём, что построенное решение (14), (15) относится к случаю бесконечно тонкой полуплоскости. Для реальной структуры оно справедливо на таких расстояниях от ребра, которые превышают некоторое минимальное значение r_{\min} (для слоя фольги r_{\min} существенно больше его толщины d , а для металлической сетки r_{\min} значительно превосходит размер ячейки a). Поэтому полученное значение поля на ребре, строго говоря, следует рассматривать как теоретический предел, достигаемый при $a, d \rightarrow 0$. В случае конечности параметров a, d на расстояниях $r_{\min} \leq r \ll k_{1,2}^{-1}$ поле мало отличается от данного предельного значения.

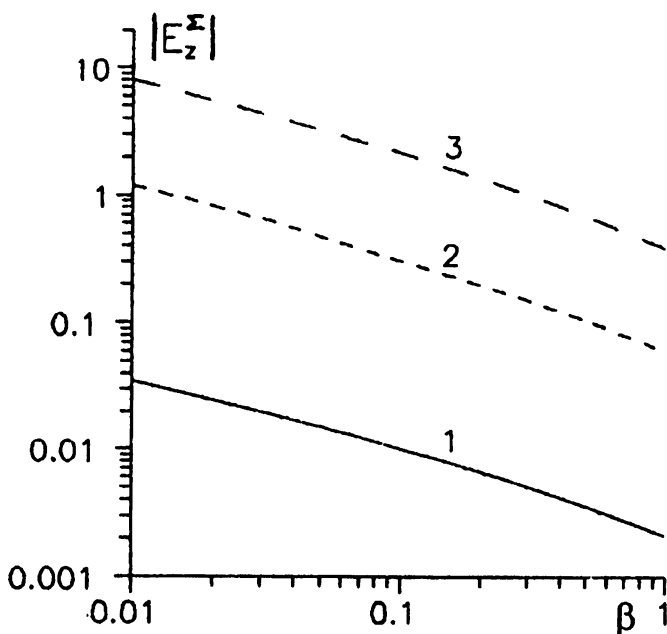


Рис. 7.

Автор признателен В. Н. Красильникову за плодотворные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Госкомитета России по высшему образованию (грант 95-0-8. 0-13).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hurd R. A., Przewdzieski S. //IEEE Trans. Ant. Propag., 1985. V. 33. № 8. P. 813.
2. Przewdzieski S., Hurd R. A. //Can. J. of Phys., 1986. V. 64. № 11. P. 1458.
3. Бобровников М. С., Фисанов В. В. Дифракция волн в угловых областях. — Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1988.
4. Labianca F. M., Felsen L. B. Diffraction by a half plane in compressible homogeneous plasma. — N. Y.: Polytechnic Inst. of Brooclin, Farmingdale, PIBMRI-1304-65, 1966.
5. Christiansen P. L. //Прос. IEEE, 1974. V. 62. № 11. P. 1462.
6. Тюхтин А. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 12. С. 1503.
7. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. — В кн.: Эйнштейновский сб., 1974. — М.: Наука, 1976. С. 179.
8. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. — В кн.: Эйнштейновский сб., 1978-1979. — М.: Наука, 1983. С. 173.
9. Красильников В. Н., Тюхтин А. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. № 9. С. 1106.

10. Тюхтин А. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 8. С. 678.
11. Красильников В. Н., Тюхтин А. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1985. Т. 28. № 4. С. 416.
12. Красильников В. Н., Тюхтин А. В. //Радиотехника и электроника, 1989. Т. 34. № 3. С. 517.
13. Паули В. Теория относительности. — М.: Наука, 1983.
14. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1977.
16. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т.1. — М.: Мир, 1978.
17. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. 2-е изд. — М.: Наука, 1973.

НИИ Радиофизики
Санкт-Петербургского
государственного университета,
Россия

Поступила в редакцию
20 июля 1996 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A HALF-PLANE WHICH IS PERMEABLE TO A STREAM OF A COLD PLASMA

A. V. Tyukhtin

Diffraction of plane electromagnetic waves by a conductive half-plane situated in an orthogonal stream of a cold plasma is investigated. It is supposed, that the half-plane has no the mechanical effect on medium particles (for example, the half-plane can be a model of a metal grid possessing rather small cells). The general solution of the problem has been obtained by the Wiener-Hopf-Fok technique. Analytical and numerical analysis of the scattering field comprising waves of two types has been performed. A behaviour of these waves away from the half-plane edge has been analyzed. In particular, it has been shown, that the electric field on the edge is finite, and the area of shadow is nonexistent under certain conditions.

УДК 534.232

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА АТМОСФЕРА – ЗЕМЛЯ

А. В. Разин

Методом контурного интегрирования решена задача о переходном излучении акустических волн источником массы, равномерно движущимся в газе по нормали к границе раздела однородных газообразного и упругого полупространств и исчезающим в момент касания поверхности твёрдого тела. Получены асимптотические формулы для поля переходного излучения, справедливые вблизи фронтов сферической и боковой волн. Для точек наблюдения, расположенных на траектории источника, получено точное аналитическое выражение для поля переходного излучения. Проанализированы эффекты полного внутреннего отражения в переходном излучении звука.

Волновые возмущения в атмосфере, создаваемые вертикально движущимися источниками, исследованы в настоящее время достаточно подробно. Так, в [1] рассмотрено переходное излучение акустико-гравитационных волн, возникающее при пересечении вертикально движущимся точечным источником массы границы раздела двух сред, в каждой из которых из-за влияния силы тяжести равновесные давление и плотность меняются по барометрическому закону. Работа [2] посвящена исследованию переходного излучения объёмных и поверхностных внутренних волн при нормальном и наклонном пересечении точечным источником массы горизонтальной границы двух экспоненциально стратифицированных сред. Ряд особенностей излучения звуковых волн и радиационного торможения при движении источника массы в экспоненциально стратифицированной атмосфере рассмотрен в [3]. В [4] проанализировано переходное излучение акустико-гравитационных волн и поверхностной волны Ламба линейным источником массы, движущимся по вертикали в изотермической атмосфере над абсолютно жёсткой поверхностью Земли. Однако в теории переходного излучения акустических волн источниками, пересекающими границы раздела сред или движущимися вблизи этих границ, не изучена в достаточной степени ситуация, когда одна из граничащих сред является упругой. Необходимо отметить, что в ряде задач атмосферной акустики учёт конечной жёсткости Земли и волновых процессов в ней существенно усложняет рассмотрение. В связи с этим целесообразно воспользоваться приближением однородной по плотности атмосферы и ограничиться анализом акустических волн.

Переходное излучение сейсмоакустических волн на границе раздела атмосфера – Земля (эти среды моделировались газообразным и упругим однородными полупространствами) точечным источником массы рассматривалось в работе [5]. Для вычисления двойных интегралов Фурье, описывающих нестационарные звуковые и упругие волны, в [5] использовался метод перевала, что позволило вычислить поле переходного излучения только вблизи фронтов сферических волн. Между тем, значительный интерес представляет исследование эффектов полного внутреннего отражения в переходном излучении, в частности, расчёт полей боковых волн в газе, связанных с продольными и поперечными волнами в твёрдом теле. Весьма важным также является получение точных аналитических результатов, которые могли бы использоваться для тестирования программ расчёта полей источников, движущихся в атмосфере вблизи земной поверхности.

В настоящей статье методом контурного интегрирования [6] решена задача о переходном излучении акустических волн источником массы, равномерно движущимся в газе по нормали к границе раздела однородных газообразного и упругого полупространств и исчезающим в момент касания твёрдого тела. Получены представления поля переходного излучения в виде однократного интеграла по замкнутому контуру, интегральные выражения для полей боковых волн, а также асимптотические формулы, справедливые вблизи фронтов волн. Для точек наблюдения, расположенных на траектории движения источника, получено точное аналитическое выражение для поля переходного излучения. При рассмотрении эффектов полного внутреннего отражения в переходном излучении показано, что его поле представляет собой сосредоточенный сферический импульс и распределённое в пространстве возмущение. Аналогичный эффект для границы раздела двух газов исследован в [7, 8].

Итак, пусть плоскость $z = 0$ цилиндрической системы координат r, φ, z совпадает с границей раздела однородного газа с плотностью ρ_1 и скоростью звука c_1 , заполняющего полупространство $z < 0$, и однородного изотропного твёрдого тела, занимающего полупространство $z > 0$ и характеризуемого плотностью ρ_2 и скоростями продольной и поперечной волн соответственно c_l и c_t . Пусть источник массы с постоянной производительностью Q равномерно движется в газе с дозвуковой скоростью v из области $z = -\infty$ в положительном направлении оси z и исчезает в момент касания поверхности твёрдого тела. При этом исключаются из рассмотрения нестационарные газодинамические возмущения, связанные с началом движения источника. Аналогичным образом ставились классические задачи о переходном излучении в электродинамике [9, 10] и в акустике [11, 12].

Газодинамические возмущения при $z < 0$ описываются потенциалом

скоростей φ_1 , который удовлетворяет уравнению

$$\Delta\varphi_1 - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = \frac{Q}{\rho_1} H(-t) \frac{\lambda}{2\pi(\lambda^2 + r^2)^{3/2}} \delta(z - vt). \quad (1)$$

В (1) δ — дельта-функция Дирака, H — ступенчатая функция Хевисайда, а λ — характерный поперечный размер источника. Введение распределённого источника необходимо для использования развитых в [6] методов контурного интегрирования. Результаты для точечного источника получим предельным переходом $\lambda \rightarrow 0$ в окончательных выражениях для волновых полей. Скорость и давление в звуковой волне связаны с потенциалом соотношениями

$$v_1 = \text{grad } \varphi_1, \quad p = -\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t}. \quad (2)$$

Возмущения в упругом полупространстве будем описывать скалярным ψ и векторным $\vec{A} = A \vec{e}_\varphi$ (\vec{e}_φ — орт оси φ) потенциалами смещений, которые удовлетворяют однородным волновым уравнениям

$$\Delta\psi - \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta A - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

и связаны со смещениями соотношением

$$\vec{u}_2 = \text{grad } \psi + \text{rot } \vec{A}, \quad \text{div } \vec{A} = 0. \quad (4)$$

На границе раздела газ — твёрдое тело выполняются условия

$$u_{z1} = u_{z2}, \quad \sigma_{zz} = -p, \quad \sigma_{rz} = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad (5)$$

выражающие непрерывность вертикальных смещений и нормальных к границе компонент тензора напряжений, а также равенство нулю тангенциальных напряжений на поверхности твёрдого тела [13].

Решения волновых уравнений (1), (3) с граничными условиями (5) представим в следующем виде:

$$\varphi_1 = \varphi_1^{(1)} + \varphi_1^{(2)},$$

$$\varphi_1^{(1)} = \frac{Q}{2\pi^2 \rho_1 v} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^{\infty} \frac{\exp [i(\omega/v)(z - vt) - \lambda k]}{k_1^2 - k^2 - \omega^2/v^2} J_0(kr) k dk, \quad (6)$$

$$\varphi_1^{(2)} = \frac{Q}{4\pi^2 \rho_1 v} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^{\infty} R_s(\omega, k) \exp(-i\omega t - i\alpha_1 z - \lambda k) J_0(kr) k dk, \quad (7)$$

$$\psi = \frac{Q}{4\pi^2 \rho_1 v} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^{\infty} T_l(\omega, k) \exp(-i\omega t + i\alpha_l z - \lambda k) J_0(kr) k dk, \quad (8)$$

$$A = \frac{Q}{4\pi^2 \rho_1 v} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_0^{\infty} T_t(\omega, k) \exp(-i\omega t + i\alpha_l z - \lambda k) J_1(kr) k dk, \quad (9)$$

где k — горизонтальное волновое число, ω — циклическая частота, J_0 и J_1 — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков,

$$R_s = \frac{(\omega/v) R_0(\omega/k) - \varepsilon k_t^4 \alpha_l}{\alpha_1 S_0(\omega, k)(k_1^2 - k^2 - \omega^2/v^2)},$$

$$T_l = \frac{i\omega \varepsilon (\alpha_1 + \omega/v)(k_t^2 - 2k^2)}{c_t^2 \alpha_1 S_0(\omega, k)(k_1^2 - k^2 - \omega^2/v^2)},$$

$$T_t = -\frac{2\omega \varepsilon k \alpha_l (\alpha_1 + \omega/v)}{c_t^2 \alpha_1 S_0(\omega, k)(k_1^2 - k^2 - \omega^2/v^2)},$$

$$S_0(\omega, k) = R_0(\omega, k) + \varepsilon k_t^4 \alpha_l / \alpha_1, \quad \varepsilon = \rho_1 / \rho_2,$$

$$R_0(\omega, k) = (k_t^2 - 2k^2)^2 + 4k^2 \alpha_l \alpha_t, \quad \alpha_{1,t} = (k_{1,t}^2 - k^2)^{1/2},$$

$k_{1,t} = \omega / c_{1,t}$ — волновые числа акустической волны в газе и продольной и поперечной волн в твёрдом теле. Вводя в среды малое затухание можно показать, что контур интегрирования по ω в (6)–(8) должен проходить выше особых точек подынтегральных выражений, т. е. в области $\text{Im} \omega > 0$. Для сходимости интегралов (6)–(8) при $|z| \rightarrow \infty$ необходимо считать, что $(\omega^2 / c_{1,t}^2 - k^2)^{1/2} = i \left| (k^2 - \omega^2 / c_{1,t}^2)^{1/2} \right|$ при $k > |\omega| / c_{1,t}$.

Потенциал $\varphi_1^{(1)}$ соответствует статическим возмущениям, создаваемым в однородной безграничной среде движущимся источником массы. Вычисляя интеграл (6) в предельном случае точечного источника, $\lambda \rightarrow 0$, получаем

$$\varphi_1^{(1)} = -(Q/4\pi\rho_1) \left[r^2(1 - M_1^2) + (z - vt)^2 \right]^{-1/2}, \quad (10)$$

где $M_1 = v/c_1$ — число Маха.

Потенциал $\varphi_1^{(2)}$ описывает газодинамические возмущения, связанные с наличием границы раздела сред. Рассмотрим эти возмущения для случая, когда скорость звука в газе меньше скорости рэлеевской волны c_R на границе твёрдое тело–вакуум.

В интеграле Фурье (7) сделаем замену $\omega = c_1 k' \chi$, $k = k'$, а затем $\chi = (1 - \theta^2)^{-1/2}$ [6]. Это приводит к следующему выражению для потенциала $\varphi_1^{(2)}$:

$$\varphi_1^{(2)} = \frac{iQ}{8\pi^2 \rho_1 R} \int_{L_1} \frac{V(\theta) d\theta}{E_1(\theta)}, \quad (11)$$

где θ — переменная интегрирования, $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$ — расстояние от начала координат до точки наблюдения,

$$V(\theta) = \frac{2 \left[R_1(\theta)/M_1 - \varepsilon n_t^4 (\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} \right] \theta}{S_1(\theta) (\theta^2 - 1/M_1^2) M_1},$$

$$S_1(\theta) = \theta R_1(\theta) + \varepsilon n_t^4 (\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2},$$

$$R_1(\theta) = (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2 + 4(1 - \theta^2)(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2}(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2},$$

$$\alpha_{t,t}^2 = 1 - n_{t,t}^2, \quad n_{t,t} = c_1/c_{t,t}, \quad \lim_{\theta \rightarrow \infty} (\theta^2 - \alpha_{t,t}^2)^{1/2} = \theta,$$

$$E_1(\theta) = \left[(\theta - q_1^{(1)})(\theta - q_2^{(1)}) - 2(i\lambda/R^2)(1 - \theta^2)^{1/2}(c_1 t - |z|\theta) \right]^{1/2},$$

$$q_{1,2}^{(1)} = \left[c_1 t |z| \pm r(R^2 - c_1^2 t^2)^{1/2} \right] / R^2,$$

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} (1 - \theta^2)^{1/2} = -i\theta, \quad \lim_{\substack{\theta \rightarrow \infty \\ \lambda \rightarrow 0}} E_1(\theta) = \theta.$$

Контур интегрирования L_1 изображён на рис. 1.

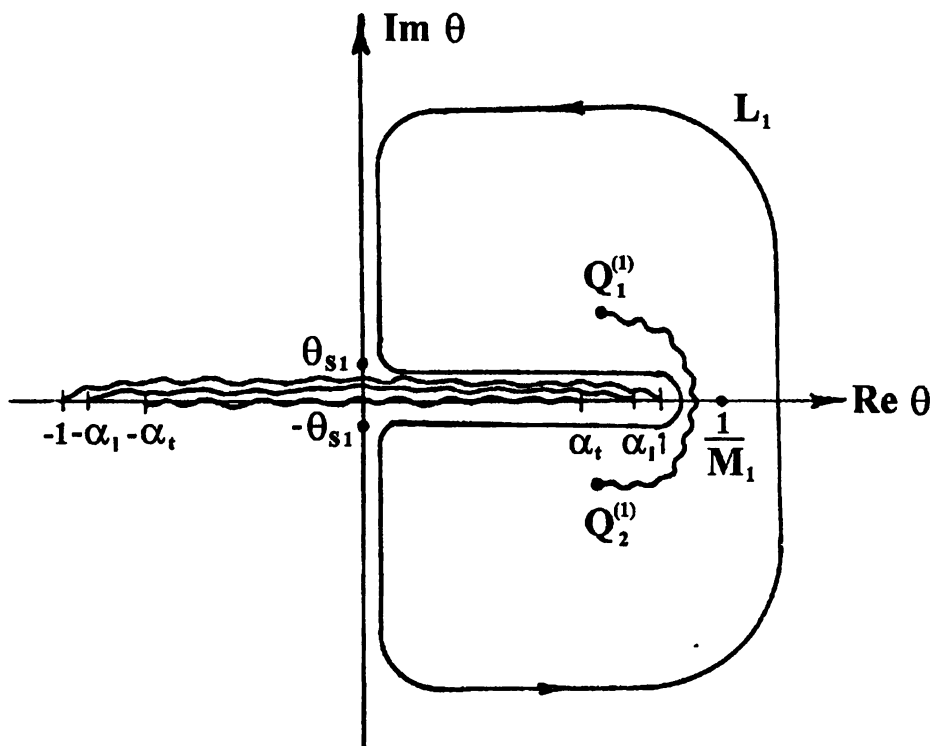


Рис. 1. Контур интегрирования L_1 и особые точки подынтегрального выражения (11). Разрезы показаны волнистыми линиями.

Если $|z| > c_1 t$, то аналитическая функция $E_1(\theta)$ не имеет точек ветвления на выбранном листе римановой поверхности [6], и потенциал $\varphi_1^{(2)}$ пропорционален вычету в полюсе $\theta = 1/M_1$ ($\lambda \rightarrow 0$):

$$\varphi_{ст} = - \frac{Q}{4\pi\rho_1 [r^2(1 - M_1^2) + (z + vt)^2]^{1/2}} \times \quad (12)$$

$$\times \frac{R_1(1/M_1) - \varepsilon n_t^4(1 - M_1^2 \alpha_t^2)^{1/2}}{R_1(1/M_1) + \varepsilon n_t^4(1 - M_1^2 \alpha_t^2)^{1/2}}.$$

Выражение (12) описывает статическое поле зеркального изображения источника, которое движется в направлении, противоположном направлению оси z . Статические поля (10), (12) описывают газодинамические возмущения при $t < 0$ (до момента касания источником границы) во всём полупространстве $z < 0$. При $t > 0$ выражения (10), (12) полностью описывают поле только в области $|z| > c_1 t$, куда ещё не пришёл импульс переходного излучения.

Если $|z| < c_1 t$, то внутри контура интегрирования имеются точки ветвления

$$\theta = Q_{1,2}^{(1)} = q_1^{(1)} \pm i \frac{\lambda \sin^2(\delta - \delta_1)}{R \sin \delta_1}$$

аналитической функции $E_1(\theta)$ [6], где $\delta = \arccos(|z|/R)$, $\delta_1 = \arccos(c_1 t/R)$. Точки ветвления $\theta = \pm \alpha_t$, $\theta = \pm i$ аналитических функций $(\theta^2 - \alpha_{t,t}^2)^{1/2}$, $(1 - \theta^2)^{1/2}$ и определяемые из уравнения $S_1(\theta) = 0$ полюса $\pm \theta_{S1} = i(c_1^2/c_S^2 - 1)^{1/2}$ (c_S — скорость поверхностной волны Стонели) лежат вне контура L_1 .

При вычислении интеграла (11) следует рассмотреть случаи $R > c_1 t$ и $R < c_1 t$ и учесть три возможные ситуации: $\text{Re } Q_1^{(1)} > \alpha_t$, $\alpha_t < \text{Re } Q_1^{(1)} < \alpha_t$, $\text{Re } Q_1^{(1)} < \alpha_t$. Условия $\text{Re } Q_1^{(1)} = \alpha_t$ и $\text{Re } Q_1^{(1)} = \alpha_t$ можно переписать в виде

$$t = t_\ell = r/c_\ell + z\alpha_\ell/c_1, \quad t = t_t = r/c_t + z\alpha_t/c_1,$$

где t_ℓ и t_t — времена прихода в точку с координатами (r, z) боковых волн, связанных с продольными и поперечными волнами в твёрдом теле. Эти боковые волны существуют соответственно в областях $\delta > \theta_\ell$ и $\delta > \theta_t$, где $\theta_\ell = \arcsin n_\ell$, $\theta_t = \arcsin n_t$ — углы полного внутреннего отражения (рис. 2).

Анализ, аналогичный проведённому в [6, 7], показывает, что при $\delta < \theta_t$ (область I на рис. 2) потенциал переходного излучения в газе в предельном случае $\lambda \rightarrow 0$ (точечный источник) даётся выражением

$$\varphi_{II}^I = \frac{iQ H(t - R/c_1)}{8\pi^2\rho_1 R} \oint_{L_q} \frac{V(\theta) d\theta}{\varepsilon_1(\theta)}, \quad (13)$$

где контур L_q проходит по берегам разреза, проведённого между точками ветвления $q_{1,2}^{(1)}$ функции $\varepsilon_1(\theta) = [(\theta - q_1^{(1)})(\theta - q_2^{(1)})]^{1/2}$, и

$$H(t - R/c_1) = \begin{cases} 1, & t > R/c_1, \\ 0, & t < R/c_1, \end{cases}$$

— ступенчатая функция Хевисайда.

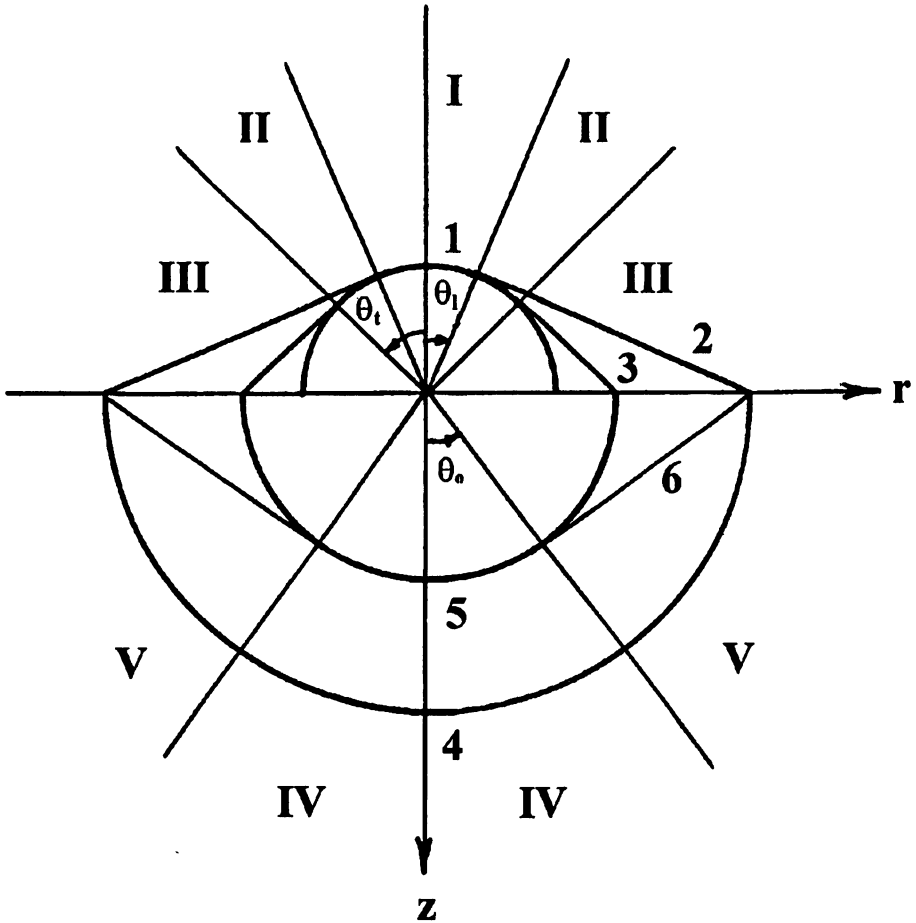


Рис. 2. Картина волновых фронтов акустической и упругих волн: 1 — фронт сферической звуковой волны, 2 — фронт боковой волны, связанной с продольной волной в твёрдом теле, 3 — фронт боковой волны, связанной с поперечной волной в твёрдом теле, 4 — фронт сферической продольной волны, 5 — фронт сферической поперечной волны.

Аналитически интеграл (13) можно приближённо вычислить для области вблизи фронта сферической звуковой волны, где $R \lesssim c_1 t$, так что $c_1 t |z| \gg r(c_1^2 t^2 - R^2)^{1/2}$ и $\varepsilon_1(\theta) \approx \theta - |z|/R$. Результат интегрирования

пропорционален вычету в полюсе $\theta = |z|/R$:

$$\varphi_{\Pi}^I \Big|_{R \lesssim c_1 t} \simeq - \frac{QH(t - R/c_1) |z| \left[R_1(|z|/R) - M_1 \varepsilon n_t^4 (z^2/R^2 - \alpha_t^2)^{1/2} \right]}{2\pi \rho_1 R^2 S_1(|z|/R) (M_1^2 z^2/R^2 - 1)}. \quad (14)$$

Результат, аналогичный (14), был ранее получен в [5] путем вычисления интеграла (7) методом перевала. Соответствующее потенциалу (14) звуковое давление имеет вид:

$$P_{\Pi}^I \Big|_{R \lesssim c_1 t} \simeq \frac{Q |z| \left[R_1(|z|/R) - M_1 \varepsilon n_t^4 (z^2/R^2 - \alpha_t^2)^{1/2} \right] \delta(t - R/c_1)}{2\pi R^2 S_1(|z|/R) (M_1^2 z^2/R^2 - 1)}. \quad (15)$$

Из (15) следует, что в области I, где отсутствуют эффекты полного внутреннего отражения, переходное излучение вблизи фронта сферической волны представляет собой дельта-импульс.

На траектории источника, где $r = 0$, и $\varepsilon_1(\theta) = \theta - c_1 t / |z|$, значение интеграла (13) пропорционально вычету в полюсе $\theta = c_1 t / |z|$:

$$\varphi_{\Pi} \Big|_{r=0} = - \frac{QH(t - |z|/c_1) c_1 t \left[R_1(c_1 t / |z|) - M_1 \varepsilon n_t^4 (c_1^2 t^2 / z^2 - \alpha_t^2)^{1/2} \right]}{2\pi \rho_1 S_1(c_1 t / |z|) (M_1^2 c_1^2 t^2 - z^2)}. \quad (16)$$

Отметим, что знаменатель в (16) обращается в нуль при $t = |z|/v$, однако звуковое давление, являющееся суммой поля переходного излучения и статических полей источника и изображения, конечно. Выражение для давления здесь не приводится ввиду его громоздкости.

Для рассмотрения поля переходного излучения в интервалах углов $\theta_t < \delta < \theta_t$ (область II) и $\delta > \theta_t$ (область III) представим величину $V(\theta)$ в виде

$$V(\theta) = B_1 + B_2(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} + B_3(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2} + B_4(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2}(\theta^2 - \alpha_t^2)^{1/2},$$

где

$$B_1(\theta) = 2\theta \left[\theta \widetilde{W}(\theta) W(\theta) - 32\varepsilon^2 n_t^8 \theta (1 - \theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2) \times \right. \\ \left. \times (1 - M_1 \theta) + M_1 \varepsilon^2 n_t^8 \widetilde{W}(\theta) (\theta^2 - \alpha_t^2) \right] / G(\theta) (\theta^2 M_1^2 - 1),$$

$$B_2(\theta) = 2\varepsilon n_t^4 (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2 \widetilde{W}(\theta) \theta / G(\theta) (1 - \theta M_1),$$

$$B_3(\theta) = 8\varepsilon n_t^4 \theta (1 - \theta^2) (\theta^2 - \alpha_t^2) \left[\widetilde{W}(\theta) + 2\varepsilon^2 n_t^8 (\theta^2 - \alpha_t^2) \right] / G(\theta) (\theta M_1 - 1),$$

$$B_4(\theta) = 16\varepsilon^2 n_t^8 \theta^2 (1 - \theta^2) (2\theta^2 - 2 + n_t^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2) / G(\theta) (1 - \theta M_1),$$

$$G(\theta) = \widetilde{W}^2(\theta) - 64\varepsilon^2 n_t^8 \theta^2 (1 - \theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2),$$

$$\widetilde{W}(\theta) = \theta^2 W(\theta) - \varepsilon^2 n_t^8 (\theta^2 - \alpha_t^2),$$

$$W(\theta) = (2\theta^2 - 1 + n_t^2)^4 - 16(1 - \theta^2)^2 (\theta^2 - \alpha_t^2) (\theta^2 - \alpha_t^2).$$

Во временном интервале $t_t < t < R/c_1$ переходное излучение в области углов $\theta_t < \delta < \theta_t$ определяется боковой волной, связанной с продольной волной в твёрдом теле ($\lambda \rightarrow 0$):

$$\varphi_{\Pi t} = -\frac{QH(R/c_1 - t)H(\alpha_t - q_1^{(1)})}{2\pi^2 \rho_1 R} \int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} \frac{(B_2 + B_4 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}) \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} d\theta}{\varepsilon_1(\theta)}. \quad (17)$$

Из (17), (2) следует, что давление на фронте боковой волны, где $q_1^{(1)} \approx \alpha_t$, описывается формулой

$$p_{\Pi t} \Big|_{t \gtrsim t_t} \approx \frac{\varepsilon Q n_t^4 n_t c_1}{2\pi R^2 (n_t^2 - 2n_t^2)^2 \alpha_t^{1/2} \sin^{1/2} \delta \sin^{3/2}(\delta - \theta_t) (M_1 \alpha_t - 1)}. \quad (18)$$

Потенциал сферического импульса переходного излучения в области II в предельном случае $\lambda \rightarrow 0$ описывается выражением

$$\varphi_{\Pi} = \frac{iQH(t - R/c_1)}{8\pi^2 \rho_1 R} \oint_{L_q} (B_1 + B_2 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}) \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} - \frac{QH(t - R/c_1)H(\alpha_t - \operatorname{Re} q_1^{(1)})}{4\pi^2 \rho_1 R} \left\{ \int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} (B_2 + B_4 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}) \frac{\sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2}}{\varepsilon_1(\theta)} d\theta + \text{к.с.} \right\}, \quad (19)$$

В области углов $\delta > \theta_t$ (область III на рис. 2) существуют две боковые волны, которые связаны с продольными и поперечными волнами в твёрдом теле. Во временном интервале $t_t < t < t_t$ звуковое поле определяется только первой из этих боковых волн, и потенциал переходного излучения точечного источника имеет вид

$$\varphi_{\Pi t}^{\text{III}} = -\frac{QH(q_1^{(1)} - \alpha_t)H(\alpha_t - q_1^{(1)})}{2\pi^2 \rho_1 R} \int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} \frac{(B_2 + B_4 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2}) \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} d\theta}{\varepsilon_1(\theta)}. \quad (20)$$

Во временном интервале $t_t < t < R/c_1$ поле переходного излучения в области III представляет собой сумму полей боковых волн, связанных с продольными и поперечными волнами в твёрдом теле, и при $\lambda \rightarrow 0$ даётся выражением

$$\varphi_{\Pi}^{\text{III}}(\ell+t) = -\frac{Q}{2\pi^2\rho_1 R} \left[\int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} B_2 \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} + \int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} B_3 \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} + \right. \\ \left. + \int_{\alpha_t}^{\alpha_t} B_4 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2} \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} \right] H(R/c_1 - t) H(\alpha_t - q_1^{(1)}). \quad (21)$$

Сферический импульс переходного излучения в области III описывается формулой

$$\varphi_{\Pi}^{\text{III}} = \frac{iQ H(t - R/c_1)}{8\pi^2\rho_1 R} \oint_{L_q} \left(B_1 + B_4 \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2} \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2} \right) \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} - \\ - \frac{Q H(t - R/c_1) H(\alpha_t - \text{Re } q_1^{(1)})}{4\pi^2\rho_1 R} \left\{ \left[\int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} B_2 \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} + \right. \right. \\ \left. \left. \int_{\alpha_t}^{q_1^{(1)}} B_3 \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} + \text{к. с.} \right] + 2 \int_{\alpha_t}^{\alpha_t} B_4 \sqrt{\alpha_t^2 - \theta^2} \sqrt{\theta^2 - \alpha_t^2} \frac{d\theta}{\varepsilon_1(\theta)} \right\}. \quad (22)$$

Из (17), (19), (21), (22), (2) следует, что асимптотики звукового давления вблизи фронта сферического импульса переходного излучения в областях II и III представляют собой суммы сосредоточенного и распределённого в пространстве возмущений:

$$p^{\text{II,III}} \Big|_{t \approx R/c_1} = p_{\delta}^{\text{II,III}} + p_{\text{расп}}^{\text{II,III}}, \quad (23)$$

где

$$p_{\delta}^{\text{II}} = \frac{Q}{4\pi R} \left[B_1 \left(\frac{|z|}{R} \right) + B_3 \left(\frac{|z|}{R} \right) \left(\frac{z^2}{R^2} - \alpha_t^2 \right)^{1/2} \right] \delta \left(t - \frac{R}{c_1} \right), \quad (24)$$

$$p_{\text{расп}}^{\text{II}} = \frac{Q}{4\pi^2 R} \left[B_2 \left(\frac{|z|}{R} \right) + B_4 \left(\frac{|z|}{R} \right) \left(\frac{z^2}{R^2} - \alpha_t^2 \right)^{1/2} \right] \left(\alpha_t^2 - \frac{z^2}{R^2} \right)^{1/2} \frac{P}{t - R/c_1}, \quad (25)$$

$$p_{\delta}^{\text{III}} = \frac{Q}{4\pi R} \left[B_1 \left(\frac{|z|}{R} \right) - B_4 \left(\frac{|z|}{R} \right) \left(\alpha_t^2 - \frac{z^2}{R^2} \right)^{1/2} \left(\alpha_t^2 - \frac{z^2}{R^2} \right)^{1/2} \right] \delta(t - R/c_1), \quad (26)$$

$$p_{\text{расп}}^{\text{III}} = \frac{Q}{4\pi^2 R} \left[B_2 \left(\frac{|z|}{R} \right) \left(\alpha_t^2 - \frac{z^2}{R^2} \right)^{1/2} + B_3 \left(\frac{|z|}{R} \right) \left(\alpha_t^2 - \frac{z^2}{R^2} \right)^{1/2} \right] \frac{P}{t - R/c_1}, \quad (27)$$

и P — символ главного значения. Аналогичный эффект, связанный с полным внутренним отражением звука, был ранее получен в [7, 8] для случая источника массы, пересекающего границу раздела двух газов.

Из анализа выражений (14)–(16), (18), (24)–(27) следует, что акустическое излучение существует даже при нулевой скорости источника. Оно связано с “выключением” неподвижного источника, находящегося на границе раздела газ – твёрдое тело. Действительно, в безграничной среде при включении и выключении источника массы излучается сферический дельта-импульс. Поэтому при $M_1 \rightarrow 0$ приведённые выше формулы описывают поле, возникающее при излучении сферического акустического дельта-импульса (отрицательной полярности) точечным источником, находящимся на границе газ – твёрдое тело. Задача о поле такого источника рассмотрена в [14].

Анализ полученных выше результатов позволяет сделать следующие выводы. До момента касания источником границы ($t < 0$) в газе существуют статические газодинамические возмущения, создаваемые движущимся источником и его изображением. В момент касания источником границы ($t = 0$) генерируется импульс переходного излучения, после прохождения которого через некоторую область среды какие-либо возмущения в этой области исчезают. Форма импульса переходного излучения вблизи фронтов сферической и боковой волн описывается асимптотическими выражениями (15), (18), (24)–(27). Для точек наблюдения, лежащих на траектории источника, для поля переходного излучения получено точное аналитическое выражение (16).

Значительный интерес представляет рассмотрение переходного излучения поверхностных и вытекающих волн на границе газ – твёрдое тело. Однако провести такое рассмотрение в рамках настоящей статьи не представляется возможным ввиду его сложности и громоздкости. Это будет сделано в отдельной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Г. И., Савина О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика, 1983. Т. 26. №2. С. 135.
2. Джангирян Р. Г., Костанян Ф. А. // Изв. АН Армянской ССР. Физика, 1984. Т. 19. Вып. 5. С. 245.
3. Эйдман В. Я. // Изв. вузов. Радиофизика, 1984. Т. 27. №12. С. 1545.
4. Григорьев Г. И., Денисов Н. Г., Савина О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. №2. С. 145.

5. Докучаев В. П., Разин А. В. // Изв. АН СССР. Физика Земли, 1987. №8. С. 56.
6. Курин В. В., Немцов Б. Е., Эйдман В. Я. // УФН, 1985. Т. 147. Вып. 1. С. 157.
7. Немцов Б. Е., Разин А. В. // Препринт N 221. — Горький: НИРФИ, 1986. — 37 с.
8. Немцов Б. Е., Эйдман В. Я. // Акуст. журн., 1987. Т. 33. №2. С. 362.
9. Гинзбург В. Л., Франк И. М. // ЖЭТФ, 1946. Т. 16. №1. С. 15.
10. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984. — 360 с.
11. Докучаев В. П. // ЖЭТФ, 1962. Т. 43. №2(8). С. 595.
12. Павлов В. И., Сухоруков А. И. // УФН, 1985. Т. 147. Вып. 1. С. 83.
13. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. — 343 с.
14. Разин А. В. // Акуст. журн., 1990. Т. 36. №2. С. 338.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г.Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
19 июня 1996 г.

TRANSITION RADIATION OF ACOUSTIC WAVES AT THE ATMOSPHERE-EARTH INTERFACE

A. V. Razin

A problem is solved by the method of contour integration on the transition radiation of acoustic waves by the mass production source moving uniformly in gas over the normal to the interface of homogeneous gaseous and elastic halfspaces and vanishing at the moment of the solid body surface contact. Asymptotic formulae have been derived for the field of the transition radiation, which are valid near the fronts of the spherical and lateral waves. For points of observation located at the source trajectory, the exact analytical expression has been obtained for the field of the transition radiation. The effects of total internal reflection in the transition radiation have been analyzed.

УДК 518.5+538.3+621.396.67

СКВАЖИННАЯ АНТЕННА В ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛИННОЙ ЛИНИИ

В. И. Селин

В работе проведено обоснование синусоидального характера распределения тока по скважинной изолированной антенне с учётом конечных размеров антенны, её фидерной области и слоя неоднородности внешней среды. Подробно рассмотрен вопрос о настройке скважинной антенны в резонанс и показана возможность по расстройке антенны обнаружить неоднородность внешней среды.

В В Е Д Е Н И Е

Одним из методов поиска полезных ископаемых является метод радиоволнового просвечивания горных пород между двумя скважинами [1] с помощью электрических вибраторов, помещённых в скважины и выполняющих роль излучателя и приёмника электромагнитных волн. Важным моментом практической реализации радиоволнового метода зондирования является согласование скважинной антенны с окружающей средой.

В качестве модели изолированной скважинной антенны в однородной полупроводящей среде с вертикальным плоским слоем неоднородности рассмотрим структуру, изображённую на рис. 1. Для простоты модели положим, что скважина выполняет роль аксиального слоя изоляции радиуса r_1 с действительной величиной диэлектрической проницаемости ϵ_1 . В работе [2] была решена задача излучения изолированной линейной антенны, сформулированная как граничная задача электродинамики, а в работе [3] проведено обобщение этого решения на случай изолированной антенны в слоистой среде. Решение в [2, 3] сводится к интегральному уравнению 1-го рода и предполагает использование численных методов решения задач электродинамики [4]. Предпочтительным с вычислительной точки зрения является интегральное уравнение для векторного потенциала, которое для рассматриваемой в данной работе структуры на рис. 1 имеет вид:

$$\int_{-L}^L \frac{I(z')}{4\pi} G(z, z') dz' = C \cos \left(k_L \left(z - \frac{d}{2} \right) \right) + \frac{iV_0 k_L}{2\omega\mu} \begin{cases} \sin k_L \left(|z| - \frac{d}{2} \right), & \text{при } |z| \geq \frac{d}{2}, \\ 0, & \text{при } |z| < \frac{d}{2}, \end{cases} \quad (1)$$

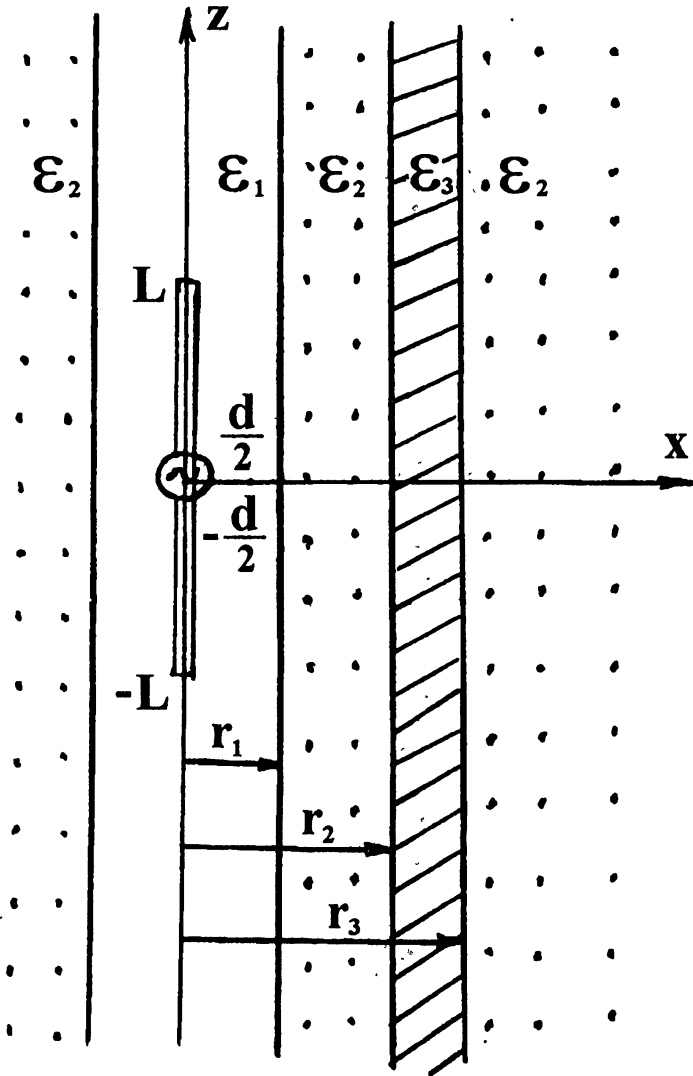


Рис. 1.

где $I(z')$ — искомый ток по vibratorу длиной $2L$, $G(z, z')$ — ядро интегрального уравнения, учитывающее влияние на ток vibratorа полей, наведённых во внешней неоднородной среде:

$$G(z) = \frac{\exp(ik_1\sqrt{z^2 + r_0^2})}{\sqrt{z^2 + r_0^2}} - \frac{\exp(ik_1\sqrt{z^2 + r_1^2}) - \exp(ik_L\sqrt{z^2 + r_1^2})}{\sqrt{z^2 + r_1^2}} - \Gamma_{\parallel} \left[\frac{\exp(ik_L\sqrt{z^2 + 4r_2^2})}{\sqrt{z^2 + 4r_2^2}} - \frac{\exp(ik_L\sqrt{z^2 + 4r_3^2})}{\sqrt{z^2 + 4r_3^2}} \right], \quad (2)$$

где $\Gamma_{\parallel} = k_L^2 \left(\frac{1}{k_2^2} - \frac{1}{k_3^2} \right)$ — коэффициент отражения поля изолированной антенны от плоского слоя неоднородности внешней среды мощности $H = r_3 - r_2$, k_L — эквивалентная постоянная распространения, характеризующая неоднородную внешнюю среду как эквивалентно однородную.

Постоянная распространения k_L находится из решения трансцендентного уравнения

$$\left\{ \frac{\xi_1^2}{k_1^2} [H_0^{(1)}(\xi_1 r_0) - H_0^{(1)}(\xi_1 r_1)] + \frac{\xi_2^2}{k_2^2} H_0^{(1)}(\xi_2 r_1) \right\} \Big|_{\zeta=k_L} = 0, \quad (3)$$

где $r_{0,1,2}$ — радиус вибратора, скважины и расстояние до слоя неоднородности соответственно, $k_{1,2,3}$ — постоянные распространения в скважине, земле и в слое неоднородности, $H_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка,

$$\xi_1^2 = k_1^2 - \zeta^2, \quad k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \varepsilon_0 \mu_0, \quad \xi_{1,2}^2 = k_{1,2}^2 - \zeta^2,$$

$$k_{2,3}^2 = \varepsilon_{2,3} k_0^2, \quad \varepsilon_{2,3} = \varepsilon'_{2,3} + i \frac{\sigma_{2,3}}{\omega \varepsilon_0},$$

C — постоянная, определяемая из условия равенства нулю тока на концах вибратора, V_0 — напряжение питания антенны, ω — круговая частота, $i^2 = -1$.

Правая часть уравнения (1) учитывает размер d разрыва между проводниками вибратора в фидерной области. При $d \rightarrow 0$ правая часть уравнения определяет точечный источник питания. Поскольку для скважинной антенны размер фидерной области может достигать величин, превышающих поперечный размер вибратора, а частотная характеристика антенного вибратора имеет резонансный характер, отсутствие учёта этого параметра может существенно исказить реальные значения тока в области питания [5].

Приведённая выше функция источника (2) соответствует тонким, по сравнению с длинами волн в рассматриваемых средах, вибратору и скважине, и относительно большому расстоянию до слоя неоднородности, что в наибольшей степени соответствует реальной, практической ситуации.

Помимо численных результатов решения интегрального уравнения (1), большой интерес для инженерных расчётов представляет аналитическая зависимость распределения тока по скважинной антенне от параметров скважины и внешней среды. Для нахождения такой зависимости проведём приближённое решение уравнения (1), известное как приближение длинной линии — когда антенну длиной $2L$ представляют отрезком соответствующей длинной линии.

1. СКВАЖИННАЯ АНТЕННА БЕСКОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Для скважинной антенны бесконечной длины, когда $|L| \rightarrow \infty$, уравнение (1) принимает вид:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{I_{\infty}(z')}{4\pi} G(z, z') dz' = \frac{V_0 k_L}{2\omega\mu} \exp \left\{ ik_L \left(|z| - \frac{d}{2} \right) \right\}, \quad \text{при } -\infty < z < \infty. \quad (4)$$

В силу того, что ядро $G(z, z')$ имеет ярко выраженную особенность при совпадении аргументов, для (4) можно записать:

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I_{\infty}(z')}{4\pi} G(|z' - z|) \exp \{ i\zeta(z' - z) \} dz' = I_{\infty}(z) \Psi(\zeta=0), \quad (5)$$

где $\Psi(\zeta)$ — Фурье-образ ядра (2).

Поскольку (2) представлено в виде суперпозиции фундаментальных решений волнового уравнения, преобразование Фурье которых хорошо известно, из соотношения (5) для функции распределения тока по бесконечной скважинной антенне получаем:

$$I_{\infty}(z) = \frac{V_0}{2Z_i} \exp \left\{ ik_L \left(|z| - \frac{d}{2} \right) \right\}, \quad \text{при } |z| \geq \frac{d}{2}, \quad (6)$$

где $Z_i = \frac{\omega\mu}{k_L} \Psi_i = Z_c + Z_s$, Z_c — волновое сопротивление скважинной антенны в однородном пространстве, Z_s — волновое сопротивление плоского слоя неоднородности мощности H на расстоянии r_2 от скважинной антенны,

$$\begin{aligned} \Psi_i &= \frac{1}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{k_L r_0} + i\frac{\pi}{2} \right] + k_L^2 \left(\frac{1}{k_3^2} - \frac{1}{k_2^2} \right) \frac{\exp \{ i(k_L 2r_2 - \frac{\pi}{4}) \}}{\sqrt{\pi k_L r_2}} \times \\ &\times \left[1 - \frac{\exp(ik_L 2H)}{\sqrt{1 + \frac{H}{r_2}}} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках в соотношении (7) получено с учётом того, что скважина и вибратор тонкие по сравнению с длинами волн в рассматриваемых средах. Второе слагаемое в квадратных скобках в (7) получено при условии, что слой неоднородности находится на относительно большом расстоянии от вибратора, т. е. когда правомерно использование асимптотик функции Ханкеля при малых и больших значениях аргумента. Полученные соотношения (6) и (7) показывают существенную зависимость постоянной распространения волн тока по вибратору от параметров скважины и свойств сред внутри и непосредственно вокруг скважины (см. уравнение (3)), а также сложную зависимость волнового сопротивления антенны от параметров внешней неоднородной среды. Чем

больше расстояние до неоднородности, тем её влияние на волновое сопротивление меньше. Обращает на себя внимание осциллирующий с убыванием характер влияния толщины слоя неоднородности на волновое сопротивление антенны. Формула (6) при $|z| \geq \frac{d}{2}$ даёт распределение тока по излучающим проводникам антенного вибратора. При $|z| < \frac{d}{2}$ (6) описывает поведение фиктивного тока, взаимодействие которого с токами излучающего антенного вибратора аппроксимирует влияние фидерного устройства на излучающие токи антенны [5].

2. СКВАЖИННАЯ АНТЕННА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Используем полученные выше соотношения для нахождения функции распределения тока по скважинной антенне конечной длины. Уравнение (1) в приближении длинной линии можно записать как

$$\int_{-L}^L \frac{I(z')}{4\pi} G(z, z') dz' \approx I(z) \Psi_i(\zeta=0) = C \cos\left(k_L\left(z - \frac{d}{2}\right)\right) + \frac{iV_0 k_L}{2\omega\mu} \begin{cases} \sin\left(k_L\left(|z| - \frac{d}{2}\right)\right), & \text{при } |z| \geq \frac{d}{2} \\ 0, & \text{при } |z| < \frac{d}{2} \end{cases}.$$

Тогда для тока по вибратору конечной длины, используя полученную в (7) функцию $\Psi_i(\zeta=0)$, после определения постоянной C из условия равенства нулю тока при $|z| \geq L$, получаем

$$I(z) = \frac{iV_0 \sin(k_L(|z| - L))}{2Z_i \cos(k_L(L - \frac{d}{2}))}, \quad \text{при } \frac{d}{2} \leq |z| \leq L. \quad (8)$$

Таким образом, мы приходим к синусоидальному закону распределения тока по скважинной изолированной антенне. Причём, если внешняя среда имеет электрические потери, то синус комплексный и в общем случае мы получаем синусоидальное распределение тока с экспоненциальным затуханием по длине вибратора — чем длиннее вибратор и чем больше проводимость внешней среды, тем существеннее распределение тока по скважинной антенне будет отличаться от распределения тока по аналогичному вибратору в свободном пространстве [6].

Полученное соотношение (8) при $z = \pm \frac{d}{2}$ и $V_0 = 1$ представляет собой проводимость, а обратная ей величина — импеданс антенны как отрезка длинной линии. Это соотношение обычно используется для определения резонансной длины вибратора. Условие резонанса отрезка длинной линии

есть равенство нулю реактивной части её проводимости, либо импеданса. Для случая, когда k_L — действительная величина, а волновое сопротивление скважинной антенны в однородном пространстве Z_c также можно считать действительной величиной, условие равенства нулю реактивной части проводимости и импеданса определяет резонансную длину вибратора:

$$L_m = \frac{d}{2} + \frac{\lambda_L}{4} m, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где $\lambda_L = \frac{2\pi}{\text{Re } k_L}$. Из соотношения (9) видно, что размер фидерной области d существенно влияет на настройку антенны.

В случае, когда Z_c — величина комплексная и вибратор настраивается на скважину в однородном пространстве, условие настройки определяется решением трансцендентного уравнения

$$\text{tg } \delta_c = - \frac{\sin(\text{Re } k_L(2L_c - d))}{\text{sh}(\text{Im } k_L(2L_c - d))}, \quad (10)$$

где $\text{tg } \delta_c = \frac{\text{Im } Z_c}{\text{Re } Z_c}$ — тангенс угла потерь волнового сопротивления скважинной антенны, $k_L = \text{Re } k_L + i \text{Im } k_L$, $\text{tg } \delta_k = \frac{\text{Im } k_L}{\text{Re } k_L}$ — тангенс угла потерь постоянной распространения, $\text{sh}(x)$ — синус гиперболический. Уравнение (10) является дисперсионным уравнением скважинной изолированной антенны в однородной полупроводящей среде. Аналогичное дисперсионное уравнение можно записать для скважинной антенны в полупроводящей среде с плоским слоем неоднородности. Полученное дисперсионное уравнение является приближённым в смысле использования предельного перехода в (5) для вибратора конечных размеров. Это уравнение учитывает влияние на резонансную длину вибратора неоднородной внешней среды распространения электромагнитных волн и влияние поперечных размеров вибратора, скважины и расстояния до неоднородности в первом приближении через волновое сопротивление антенны.

Если ограничиться рассмотрением представляющего практический интерес случаев первого резонанса, то в приближении малой величины $\text{Im } k_L$, такой что $\text{Im } k_L(2L_c - d) \ll 1$, уравнение (10) можно решить приближённо. Поскольку $\text{sh}(\text{Im } k_L(2L_c - d))$ и $\sin(\text{Re } k_L(2L_c - d))$ вблизи первого резонанса — малые величины, то, вводя величину малой расстройки $\Delta = \text{Re } k_L(2L_c - d) - \pi$, уравнение (10) преобразуется

$$\sin \Delta - \text{tg } \delta_c \text{tg } \delta_k (\Delta + \pi) = 0. \quad (11)$$

Разлагая $\sin \Delta$ в окрестности нуля в ряд Тэйлора и удерживая члены первого порядка малости величины Δ , уравнение (11) приводит к соотноше-

нию

$$\Delta = \frac{\pi \operatorname{tg} \delta_c \operatorname{tg} \delta_k}{1 - \operatorname{tg} \delta_c \operatorname{tg} \delta_k},$$

которое определяет зависимость резонансной длины вибратора от тангенсов углов потерь волнового сопротивления и постоянной распространения в области первого резонанса:

$$L_c = \frac{d}{2} + \frac{\lambda_L}{4} (1 + \operatorname{tg} \delta_c \operatorname{tg} \delta_k) \approx \frac{d}{2} + \frac{\lambda_L}{4} \left[1 + \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \delta_k \ln \left(\frac{e}{|k_L| r_0} \right) \right) \operatorname{tg} \delta_k}{\ln \left(\frac{1}{|k_L| r_0} \right)} \right]. \quad (12)$$

В формуле (12) учтены члены не более второго порядка малости величины $\operatorname{Im} k_L$. В результате мы получаем, что резонансная длина скважинной антенны определяется эквивалентной длиной волны распространяющихся по скважинной антенне волн тока, размером фидерной области и тангенсами углов потерь постоянной распространения и волнового сопротивления скважинной антенны как единой структуры, состоящей из собственно вибратора и скважины. Увеличение $\operatorname{Im} k_L$ в (12) приводит к нелинейному изменению резонансной длины вибратора от этого параметра. С увеличением $\operatorname{Im} k_L$ резонансная длина вибратора увеличивается, но, начиная с определённых значений, дальнейший рост $\operatorname{Im} k_L$ приводит к уменьшению резонансной длины.

Очевидно, что решение, аналогичное (12), справедливо и в случае когда присутствует неоднородность внешней среды:

$$L_i = \frac{d}{2} + \frac{\lambda_L}{4} (1 + \operatorname{tg} \delta_i \operatorname{tg} \delta_k), \quad (13)$$

где L_i — резонансная длина вибратора в неоднородной среде, $\operatorname{tg} \delta_i = \frac{\operatorname{Im} Z_i}{\operatorname{Re} Z_i}$ — тангенс угла потерь волнового сопротивления скважинной антенны в неоднородной среде.

Если в формуле (13) выделить резонансную длину вибратора L_c настроенного на скважину в однородном пространстве, то получим:

$$\begin{aligned} L_i &= L_c + \frac{\lambda_L}{4} \operatorname{tg} \delta_c \operatorname{tg} \delta_k \left[\frac{\operatorname{Im} Z_s}{\operatorname{Im} Z_c} - \frac{\operatorname{Re} Z_s}{\operatorname{Re} Z_c} \left(\frac{\operatorname{Re} Z_s}{\operatorname{Re} Z_c} \right)^2 - \dots \right] = \\ &= L_c + \frac{\operatorname{Im} k_L}{(\operatorname{Re} k_L)^2} \frac{\operatorname{Im} Z_s}{\operatorname{Re} Z_c} + O \left(\frac{\operatorname{Re} Z_s}{(\operatorname{Re} Z_c)^2} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$|Z_s| = O \left(\frac{\exp(-2r_2 \operatorname{Im} k_L)}{\sqrt{r_2}} \right) \left[1 + O \left(\frac{\exp(-2H \operatorname{Im} k_L)}{\sqrt{1 + \frac{H}{r_2}}} \right) \right],$$

r_2 — расстояние до неоднородности, H — мощность слоя неоднородности.

Из соотношения (14) видно, что резонансная длина вибратора в неоднородной среде меняется с изменением действительной и мнимой частей той составляющей волнового сопротивления, вклад которой определяется неоднородностью, в данном случае плоским слоем мощности H , и пропорциональна произведению мнимых частей эквивалентной постоянной распространения k_L и волнового сопротивления Z_s слоя неоднородности. Поскольку мнимая часть эквивалентной постоянной распространения является коэффициентом экспоненциального затухания полезного сигнала от неоднородности, то расстройка резонансной длины вибратора, с точки зрения обнаружения неоднородности, является главной частью проявления неоднородности внешней среды как среды распространения электромагнитных волн антенны. Поэтому, по расстройке резонансной длины вибратора ($L_i - L_c$), настроенного на скважину в однородном пространстве, можно обнаружить неоднородность внешней среды, которая приведёт к появлению реактивной составляющей тока антенны как отрезка длинной линии.

Кроме этого, из формулы (14) также следует, что при определённых расстояниях до неоднородности возникает эффект "замирания" расстройки до величины более высокого порядка малости слагаемых в квадратных скобках (14) за счёт обращения в ноль разности $\left(\frac{\text{Im } Z_s}{\text{Im } Z_c} - \frac{\text{Re } Z_s}{\text{Re } Z_c}\right)$. В приближении действительных значений множителя $k_L^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{k_3^2} - \frac{1}{k_2^2}\right)$ и при $H \rightarrow \infty$ условие "замирания" расстройки возникает при равенстве тангенсов углов потерь волновых сопротивлений неоднородности и скважинной антенны:

$$\frac{\pi}{2 \ln(1/(\text{Re } k_L r_0))} = \text{tg} \left(\text{Re } k_L 2r_2 - \frac{\pi}{4} \right),$$

что для тонких вибраторов радиуса $r_0 = \frac{\exp(-4)}{2\pi} \lambda_L$ даёт величину

$$\frac{r_2}{\lambda_L} \approx \frac{3}{32} + \frac{n_r}{4}, \quad n_r = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Аналогичную формулу можно получить, если рассматривать толщину слоя H конечных размеров. Тогда условие минимума расстройки резонансной длины вибратора возникает при

$$\frac{H}{\lambda_L} \approx \frac{n_H}{4}, \quad n_H = 1, 2, \dots \quad (16)$$

Таким образом, если расстояние до неоднородности и мощность её слоя удовлетворяют условиям (15), (16), то расстройка собственной резонансной длины вибратора (9) обусловлена скважиной, а именно третьим слагаемым в формуле (12), в противном случае на расстройку вибратора

настроенного на скважину влияет второе слагаемое в формуле (14), обусловленное наличием неоднородности внешней среды. Численное решение уравнения (1) даёт возможность более точно определить резонансную длину скважинной антенны и найти её входное сопротивление. Как показывает исследование задач излучения в [7], входное сопротивление подобных структур может значительно отличаться от их сопротивления излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В приближении длинной линии обоснован синусоидальный характер функции распределения тока по скважинной антенне. Получены выражения для волнового сопротивления антенны в присутствии плоского слоя неоднородности. Подробно рассмотрен вопрос настройки скважинной антенны в резонанс в однородной среде и в среде с неоднородностью как решение дисперсионного уравнения скважинной антенны. Показано, что на настройку вибратора в резонанс влияют параметры скважины и неоднородности внешней среды. Настройка вибратора на скважину в однородном пространстве позволяет по его расстройке за счёт влияния на электрический ток вибратора поля от неоднородности внешней среды обнаружить эту неоднородность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петровский А. Д. Радиоволновые методы в подземной геофизике. — Л.: Недра, 1971. С. 224.
2. Селин В. И. //Радиотехника и электроника, 1995. Т. 40. № 2. С. 222.
3. Селин В. И. — В сб.: Численные методы в математической физике. — М.: Изд-во МГУ, 1996. С. 80.
4. Вычислительные методы электродинамики /Под ред. Р. Миттры. — М.: Мир, 1976.
5. Ильинский А. С., Селин В. И. //Радиотехника, 1981. № 4. С. 62.
6. Леонтович М. А., Левин М. Л. //ЖТФ, 1944. Т. 14. № 9. С. 481.
7. Селин В. И. //Радиотехника и электроника, 1996. Т. 41. № 7. С. 781.

Обнинский Институт атомной
энергетики, Россия

Поступила в редакцию
4 июля 1996 г.

A CHINK ANTENNA IN APPROXIMATION OF A LONG LINE THEORY

V. I. Selin

A sinusoidal function of the current distribution in chink antenna has been founded. The question of the turning antenna in resonance is considered in detail and a possibility to reveal the inhomogeneity of external media by means of put out of tune antenna is shown.

УДК 520.2

АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ ДАЛЬНЕЙ ЗОНЫ ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ БОЛЬШИХ АНТЕНН НА ОСНОВЕ ИМПУЛЬСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

С. П. Скулкин

Часто используемый критерий дальней зоны $R_0 = 2D_a^2/\lambda$ (D_a — диаметр измеряемой антенны, λ — длина волны), предполагающий малые размеры зондовой антенны, оказывается действительным только для случая распределения поля по апертуре, близкого к равномерному. При измерениях антенн с низким уровнем боковых лепестков требуется большее расстояние между антеннами [1] (например, при тейлоровском распределении поля по апертуре). При реальных измерениях, для увеличения уровня принимаемого сигнала наиболее удобен случай, когда зондовая антенна имеет размер, сравнимый с размером измеряемой антенны. Здесь, по аналогии со случаем малого зонда обычно используется критерий $R_1 = 2(D_a + D_b)^2/\lambda$. Однако в работах [2–4] было показано, что для случая равных размеров апертур обеих антенн применение критерия R_0 не вносит сколько-нибудь существенных ошибок в измеренную диаграмму направленности (ДН). Данный эффект объясняется с точки зрения метода разложения по плоским волнам [4] следующим образом: на данном расстоянии от антенны точечная антенна принимает одинаково все угловые спектры плоских волн, в то время как апертурный зонд принимает селективно только угловые спектры в направлении нормали к своей апертуре. А именно, эти угловые спектры определяют поле в дальней зоне измеряемой антенны. Все вышперечисленные результаты были получены на основе приближённых выражений для монохроматического поля в зоне Френеля.

В данной работе мы проведём краткий анализ эффекта снижения уровня боковых лепестков на выходе апертурного зонда с использованием импульсно-переходных характеристик (ИПХ) апертуры [5]. В рамках апертурной теории антенн для поляризации, характеризуемой ортом \vec{e} , длиннофокусной параболической антенны, каждая точка которой излучила δ -импульс в момент времени $t = 0$, представим ИПХ $E_e(t, \vec{r})$ в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} , в следующем виде:

$$E_e(t, \vec{r}) = \frac{1}{2\pi c} \iint_{S_a} g(\vec{r}_a) \delta\left(t - \frac{1}{c}|\vec{r}'|\right) \frac{dS_a}{|\vec{r}'|}, \quad (1)$$

где c — скорость света, \vec{r}_a — радиус-вектор точки на апертуре, $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_a$, \vec{n} — вектор нормали к апертуре, S_a — поверхность апертуры,

$g(\vec{r}_a)$ — функция освещения апертуры (для простоты считаем $g(\vec{r}_a) = 1$). Отметим, что данное выражение напоминает интеграл Гюйгенса-Кирхгофа для монохроматических полей, в котором сделан переход из частотной во временную область [6]. Для представления E_e в таком виде требуется, чтобы (1) было справедливо во всём диапазоне частот $-\infty < \omega < \infty$, в то время как это выражение пригодно для описания поля антенны с размерами апертуры много больше длины волны. Чтобы обойти эту трудность, будем считать, что энергия импульсного сигнала S_0 сосредоточена, в основном, на конечном интервале частот $\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max}$ и $D_a \gg 2\pi c/\omega_{\min}$; хотя формально, с точки зрения строгого расчёта (1), неверно — после перехода в частотную область мы получим правильный результат для монохроматического поля.

В работе [5] было показано, что ИПХ может быть представлена в элементарных функциях для всего полупространства перед апертурой. На бесконечности поле $f(t', \theta)$ в каждый момент времени t' ($t' = t - |\vec{r}'|/c$, θ — угол между векторами \vec{n} , \vec{r}') будет определяться как интеграл по линии пересечения апертуры плоскостью (сферой бесконечного радиуса), наклонённой под углом θ [5]. И временная зависимость поля представляется следующим элементарным выражением:

$$f(t', \theta) = \begin{cases} 0, & a \sin \theta < |ct'|, \\ \frac{1}{\sin^2 \theta} \sqrt{(a \sin \theta)^2 - (ct')^2}, & |ct'| < a \sin \theta, \end{cases} \quad (2)$$

здесь $a = D_a/2$ — радиус апертуры. На конечном расстоянии от апертуры временная зависимость поля $E_e(t, \rho, z)$ в цилиндрической системе координат ρ, φ, z определяется в каждый момент времени t как интеграл по линии пересечения апертуры сферой радиуса ct с центром в точке наблюдения \vec{r} , и поле при условии, что точка наблюдения находится за пределами прожекторного луча ($\rho > a$), будет определяться [5]:

$$E_e(t, \rho, z) = \begin{cases} 0, & 0 < ct < \sqrt{z^2 + (\rho - a)^2}; \\ \frac{1}{\pi} \arccos \frac{-a^2 + \rho^2 + (ct)^2 - z^2}{2\rho\sqrt{(ct)^2 - z^2}}, & \sqrt{z^2 + (\rho - a)^2} < ct < \sqrt{z^2 + (\rho + a)^2}; \\ 0, & \sqrt{z^2 + (\rho + a)^2} < ct. \end{cases} \quad (3)$$

Графики временных зависимостей поля на выходе точечного зонда приведены на рис. 1. Здесь же приведена временная зависимость поля на выходе апертурного зонда, полученная в результате суммирования временных откликов в точках его апертуры. Для наглядности, амплитуды временных откликов отнормированы и приведены к одной величине. Как

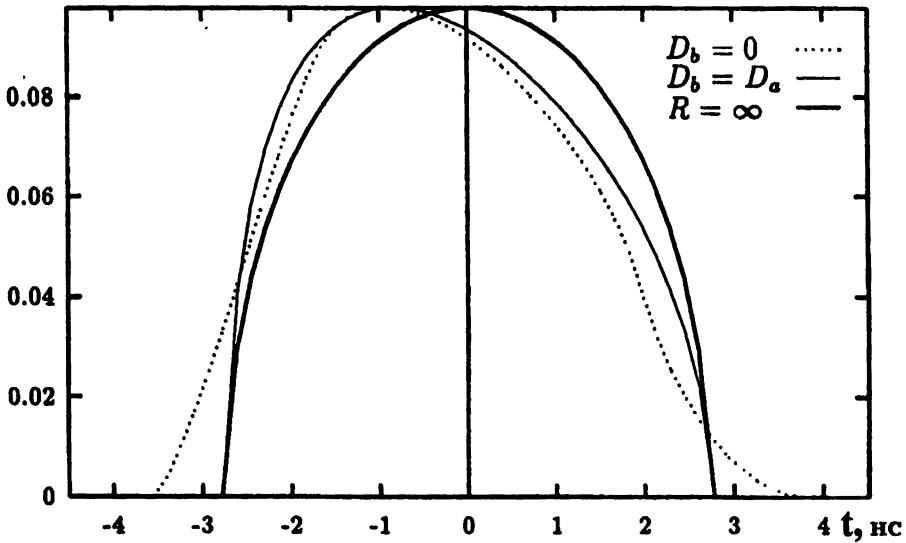


Рис. 1.

видно из рис. 1, на малом расстоянии от апертуры возрастает крутизна переднего фронта ИПХ, что является причиной повышения высокочастотных компонент спектра и соответственно роста уровня боковых лепестков ДН, измеренной малым зондом. Отметим, что в пределах прожекторного луча крутизна переднего фронта ИПХ не изменяется при всех z и ρ [5, 6]. В случае использования апертурного зонда на конечном расстоянии, передний фронт результирующей временной зависимости становится более пологим по сравнению с фронтом ИПХ точечного зонда в той же точке \vec{r} . Данный эффект объясняется тем, что временные отклики измеряемой антенны приходят в разные точки апертуры зонда с разными задержками (максимальная разница задержек $\Delta\tau_{\max} \sim D_b/R$). Кроме того, в точках зонда, наиболее удалённых от оси измеряемой антенны, ИПХ имеет большую длительность, поэтому на суммарной ИПХ появляются пологие участки фронтов вблизи нулевой амплитуды. В результате обоих эффектов уровни боковых лепестков ДН, измеренных таким зондом, при $R < R_0$ понижаются.

На рис. 2а приведена истинная ДН измеряемой антенны диаметром $D_a = 10$ м и ДН, полученная на выходе апертурного зонда диаметром $D_b = D_a/2$ для $D_a/\lambda = 200$, $R = R_0/2 = R_1/4,5 = 4$ км. Если не обращать внимания на размытые нули, то ДН отличаются только уровнем первого бокового лепестка, где ошибка составляет 0,7 дБ. Отметим, что при малых $D_a/\lambda \sim 20$ ошибки немного растут, но практически не отличаются от приведённых на рис. 2а до уровней 30–35 дБ. На рис. 2б приведены графики зависимостей уровней ошибки первого бокового лепестка от рас-

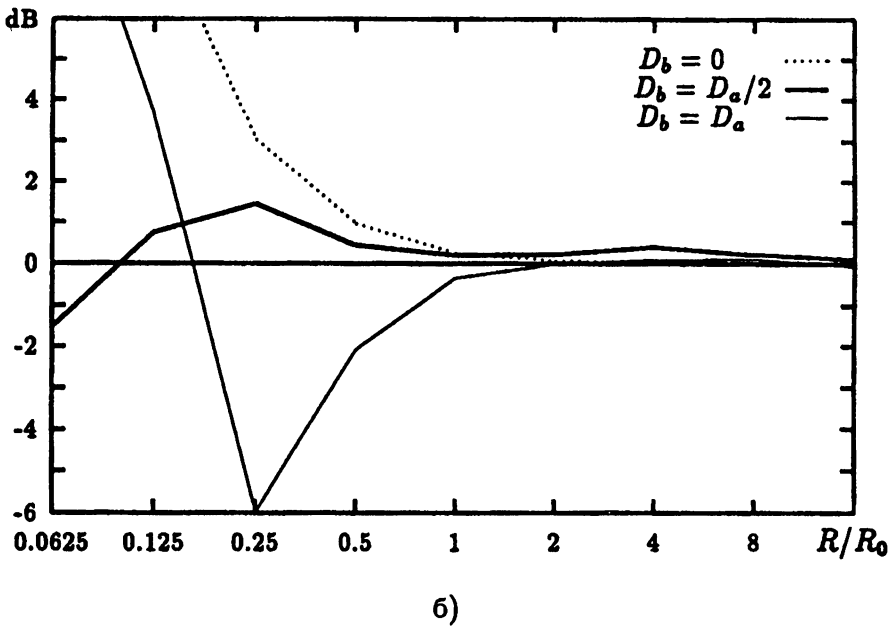
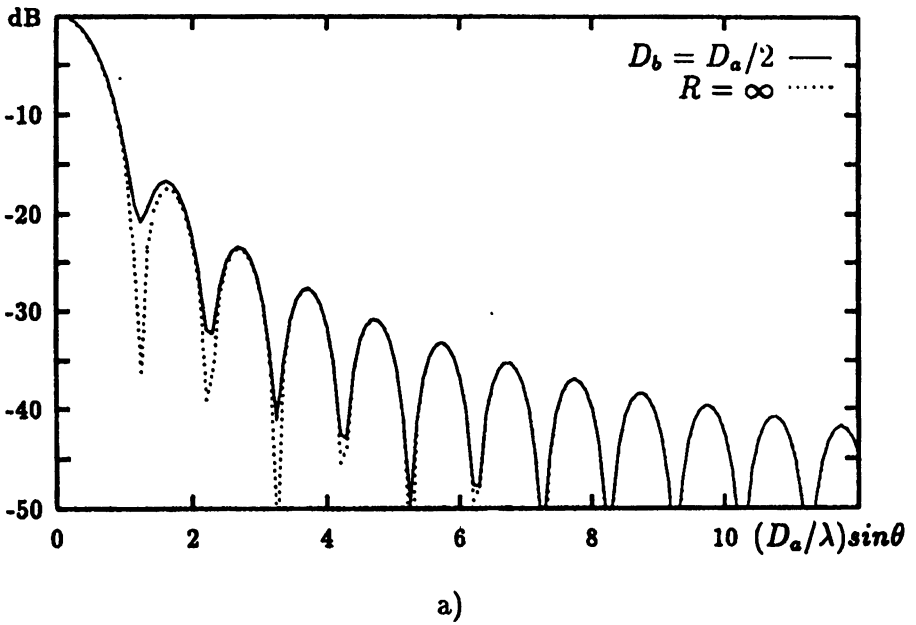


Рис. 2.

стояния между антеннами для разных зондов. Из проведённых расчётов для других $D_a/\lambda > 20$ можно также сделать вывод, что расстояние между антеннами в случае апертурного зонда может быть уменьшено в 4–5 раз по сравнению с обычно используемым критерием $R_1 = 2(D_a + D_b)^2/\lambda$ при ошибках боковых лепестков не более 1 дБ до уровней 40–50 дБ. Принимая во внимание результаты работы [4], касающиеся различных распределений поля по апертуре, отметим, что возможно, данные расстояния могут быть использованы для стандартных распределений поля по апертуре при условии, что разница амплитуды поля на апертуре не превышает 10 дБ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hacker P. S., Shrank H. E. //IEEE Trans. Antennas Propag., 1982. V. AP-30. P. 956.
2. Rhodes D. R. //Proc. IRE, 1954. V. 42. P. 1048.
3. Jull E. V. //IRE Trans. Antennas Propag., 1962. V. AP-10. P. 363.
4. Uno T., Adachi S. //IEEE Trans. Antennas Propag., 1989. V. AP-37. P. 707.
5. Skulkin S. P., Turchin V. I. //Proc. of EUROEM-94 Symp. Bordeaux, France, 1994.
6. Skulkin S. P. //Proc. of JINA-94 Conf. Nice. France, 1994. P. 340.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
12 июля 1995 г.

**THE ANALYSIS OF FAR ZONE CRITERION AT LARGE ANTENNA
MEASUREMENTS ON THE BASIS OF PULSE CHARACTERISTICS**

S. P. Skulkin

УДК 621.371

О СПЕКТРЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ВЕРХНЕЙ ИОНОСФЕРЫ

В. А. Алимов, Л. М. Ерухимов, Е. Н. Мясников, А. В. Рахлин

Рассмотрен вопрос о форме спектра ионосферных неоднородностей с размерами в сотни – тысячи метров. Предложена обобщённая модель спектра ионосферной турбулентности, учитывающая как анизотропные свойства крупномасштабной фракции неоднородностей, так и зависимость анизотропии (вытянутости) мелкомасштабных неоднородностей верхней ионосферы вдоль направления магнитного поля Земли от поперечных масштабов этих неоднородностей. Получены соотношения, позволяющие определять основные параметры спектра неоднородностей верхней ионосферы (показатели анизотропии для крупномасштабных и мелкомасштабных фракций), а также толщину тонкого ионосферного слоя по измерениям спектральных характеристик амплитудных и фазовых флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ. С использованием предложенной модели спектра плазменных неоднородностей непротиворечивым образом объясняются многие известные результаты экспериментальных исследований спектральных характеристик фазовых и амплитудных флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ как в высокоширотной, так и среднеширотной ионосфере.

Исследованиям спектров плазменных неоднородностей в ионосфере посвящено большое количество работ [1]. При этом, если в 50-х – 60-х годах исследователи, как правило, пользовались гауссовской аппроксимацией пространственной корреляции флуктуаций электронной концентрации неоднородностей ионосферы и, соответственно, гауссовской формой трёхмерного спектра [2]

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim \exp \left[-\frac{(\kappa_x^2 + a^2 \kappa_y^2 + b^2 \kappa_z^2) l_{0\perp}^2}{4} \right],$$

то позднее, в 70-х – начале 80-х годов, широко была распространена степенная форма пространственного спектра ионосферной турбулентности (ИТ) [3]:

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim [1 + \kappa_{0\perp}^{-2} (\kappa_x^2 + a^2 \kappa_y^2 + b^2 \kappa_z^2)]^{-p/2}. \quad (1)$$

Здесь $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ — координаты пространственных волновых чисел неоднородностей в декартовой системе координат, связанной с магнитным полем Земли \vec{H}_0 (yz — плоскость магнитного меридиана, ось $z \parallel \vec{H}_0$), $\kappa_{0\perp} = 2\pi/l_{0\perp}$ — волновое число, соответствующее внешнему масштабу турбулентности $l_{0\perp}$ в плоскости, перпендикулярной \vec{H}_0 ; коэффициент a

характеризует анизотропию ИТ в плоскости xy , а коэффициент b — вытянутость неоднородностей ионосферной плазмы вдоль магнитного поля \vec{H}_0 , так что внешний масштаб ионосферной турбулентности вдоль направления \vec{H}_0 определяется соотношением $l_{0\parallel} = bl_{0\perp}$.

В конце 70-х годов в работах по искусственной ионосферной турбулентности (ИИТ) была предложена модель анизотропного спектра ионосферной турбулентности [4, 5]:

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim \Phi_N(\vec{\kappa}_\perp) \exp\left(-\frac{\kappa_z^2 l_{0\parallel}^2}{4}\right) \sim \left[1 + \frac{\kappa_x^2 + a^2 \kappa_y^2}{\kappa_{0\perp}^2}\right]^{-p/2} \exp\left(-\frac{\kappa_z^2 l_{0\parallel}^2}{4}\right). \quad (2)$$

В отличие от степенной модели, модель (2) подчёркивает существенно более резкую анизотропию спектра ионосферной турбулентности относительно направления магнитного поля Земли.

В 1990 г. в работе [6], при интерпретации результатов наблюдений за сцинтилляциями сигналов ИСЗ в высокоширотной ионосфере, была предложена анизотропная форма спектра неоднородностей с различными индексами вдоль и поперёк направления магнитного поля:

$$\Phi_N(\kappa_\perp, \kappa_\parallel) \sim [\kappa_0^{2\alpha} + \kappa_\perp^{2\alpha} + (\gamma \kappa_\parallel)^{2\beta}]^{-p/2}, \quad (3)$$

где $\kappa_\perp, \kappa_\parallel$ — волновые числа неоднородностей в плоскостях, перпендикулярной и параллельной направлению магнитного поля \vec{H}_0 соответственно, $p\alpha$ и $p\beta$ — спектральные индексы в направлениях, перпендикулярном и параллельном \vec{H}_0 , γ — постоянный параметр, характеризующий анизотропию спектра неоднородностей при $\alpha \equiv \beta$.

Наконец, в 1996 г. в работе [7] для описания спектральной структуры авроральных пэччей в верхней ионосфере была предложена модель спектра плазменных неоднородностей, учитывающая и крупномасштабную, и мелкомасштабную составляющие неоднородностей в ионосфере высоких широт:

$$\Phi_N(\kappa) \sim \{1 + l_0^2[\kappa_x^2 + \beta(\kappa_y^2)\kappa_y^2 + \gamma^2 \kappa_z^2]\}^{-p/2} \cdot \exp\left(-\frac{l_{mz}^2 \kappa_z^2}{4}\right). \quad (4)$$

Здесь κ_x, κ_y — волновые числа по направлениям восток-запад и север-юг соответственно, κ_z и l_{mz} — волновое число и внутренний масштаб турбулентности в направлении магнитного поля, функция $\beta(\kappa_y)$ характеризует анизотропию спектра в направлении оси \vec{y} — направлении, перпендикулярном ориентации авроральной L -оболочки [1]. Для определённости в [7] функция $\beta(\kappa_y)$ была задана в форме

$$\beta(\kappa_y^2) = \left[1 - \exp\left(-\frac{l_{my}^2 \kappa_y^2}{4}\right)\right],$$

где l_{m_y} — некоторый характерный масштаб авроральных неоднородностей вдоль оси \vec{y} в плоскости, перпендикулярной L -оболочке, на котором происходит изменение наклона спектра — переход от режима крупномасштабных к режиму мелкомасштабных неоднородностей. Согласно измерениям фазовых спектров в [7] величина $l_{m_y} \simeq 0,5$ км.

Все указанные выше модели спектров турбулентности верхней ионосферы (1)–(4) обладают определёнными достоинствами, которые сделали их достаточно распространёнными в ионосферных исследованиях последних лет. Вместе с тем, нельзя не отметить и отдельные существенные недостатки указанных моделей. Так, например, в работе [6] при разработке модели спектра неоднородностей высокоширотной ионосферы был заложен перспективный принцип анизотропии спектральных характеристик плазменной турбулентности по различным направлениям в пространстве, но реализован он в модели (3) применительно к описанию усреднённых по времени и пространству спектров амплитудных флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ. Такой подход резко снижает практическую ценность модели (3) и, прежде всего, применительно к построению геофизической модели ионосферной турбулентности [8]. Кроме того, модель (3) носит скорее математический, чем физический характер. В этом плане более прогрессивной является модель (4), учитывающая различный характер анизотропии неоднородностей в зависимости от масштаба и отражающая свойство крупномасштабных неоднородностей вытягиваться в плоскости, проходящей через локальную L -оболочку, в то время как мелкомасштабные неоднородности вытянуты только вдоль направления \vec{H}_0 и изотропны в ортогональной геомагнитному полю плоскости. В настоящей работе рассмотрена модель, обобщающая форму (4), что позволило более точно учесть анизотропные свойства неоднородностей и дать детальную интерпретацию результатов измерений спектральных характеристик неоднородностей как в районе высокоширотной ионосферы, так и на средних широтах.

1. ОБОБЩЁННАЯ МОДЕЛЬ СПЕКТРА ИОНОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Итак, мы будем исходить из следующей модели спектра ионосферной турбулентности верхней ионосферы (ср. [1]):

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim \{1 + l_0^2[\kappa_x^2 + \beta(\kappa_y)\kappa_y^2 + \gamma(\kappa_\perp)\kappa_z^2]\}^{-p/2} \cdot \exp\left(-\frac{\kappa_\perp^2}{\kappa_{i\perp}^2} - \frac{\kappa_z^2}{\kappa_{i\parallel}^2}\right), \quad (5)$$

$$\beta(\kappa_y) = \beta_0 \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{\kappa_y^2}{\kappa_*^2}\right)^\beta\right]\right\}, \quad \gamma(\kappa_\perp) = \gamma_0 \left\{1 - \exp\left[-\left(\frac{\kappa_*^2}{\kappa_y^2}\right)^\alpha\right]\right\}^{-1}.$$

Здесь $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ — волновые числа неоднородностей по осям $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ соответственно (yz — плоскость магнитного меридиана, xz — плоскость L -оболочки в авроральной ионосфере [1], $\kappa_{\perp} = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$ и κ_z — поперечное и продольное волновые числа (относительно направления магнитного поля \vec{H}_0), $\kappa_* = 2\pi/l_{*\perp}$ — волновое число для характерного (переходного) масштаба плазменной турбулентности, разделяющего турбулентную структуру на крупномасштабную и мелкомасштабную фракции ($l_{*\perp} \simeq 0,5$ км [7]), l_0 — внешний (поперечный) масштаб турбулентности, $\kappa_{i\perp,||} = 2\pi/l_{i\perp,||}$ (где $l_{i\perp,||}$ — соответственно поперечный и продольный, по отношению к \vec{H}_0 , внутренние масштабы ионосферной турбулентности). Коэффициенты $\beta(\kappa_y)$ и $\gamma(\kappa_{\perp})$ характеризуют анизотропные свойства крупномасштабной фракции спектра неоднородностей в направлении, перпендикулярном плоскости L -оболочки, и, соответственно, зависимость анизотропии (вытянутости) мелкомасштабных неоднородностей верхней ионосферы вдоль магнитного поля \vec{H}_0 от поперечных масштабов этих неоднородностей, α, β — показатели спектра, γ_0, β_0 — постоянные коэффициенты.*

Следует заметить, что при исследованиях слабых мерцаний радиосигналов методом радиопросвечивания ионосферной турбулентности сигналами ИСЗ в условиях, когда внешние масштабы турбулентности много больше внутренних масштабов ($l_{0\perp} = l_0 \gg l_{i\perp}, l_{0||} = \gamma(\kappa_{\perp})l_0 \gg l_{i||}$), соответствующие внутренние масштабы турбулентности, равно как и конкретные значения внешних масштабов турбулентности (при условии, что l_0 много больше характерных исследуемых масштабов неоднородностей методом мерцаний), не играют сколь-нибудь существенной роли при определении формы спектра неоднородностей электронной концентрации $\Phi_N(\vec{\kappa})$ (см., например, [1]).** Кроме того, необходимо учесть возможность раздельного (приближённого) описания формы спектра неоднородностей для крупномасштабной (с размерами более $l_{*\perp}$) и мелкомасштабной ($l \lesssim l_{*\perp}$) фракций в модели (5).

С учётом этих замечаний спектр крупномасштабной ($l_{\perp} > l_{*\perp}$) фракции ионосферной турбулентности будет описываться следующим приближённым выражением (ср. (5)):

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim \left[\kappa_x^2 + \left(\frac{\kappa_y}{\kappa_*} \right)^{2\beta} \kappa_y^2 + \kappa_z^2 \right]^{-p/2}, \quad (6)$$

*В дальнейшем в расчётах, без ограничения общности, постоянные коэффициенты положим $\gamma_0, \beta_0 \equiv 1$.

**Вопрос о роли внутренних масштабов плазменных неоднородностей в исследуемых спектральных характеристиках ионосферной турбулентности будет рассмотрен в отдельной работе.

а спектр мелкомасштабной ($l_{\perp} \lesssim l_{*\perp}$) фракции соответственно

$$\Phi_N(\vec{\kappa}) \sim \left[\kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \left(\frac{\kappa_{\perp}}{\kappa_*} \right)^{2\alpha} \kappa_z^2 \right]^{-p/2}. \quad (7)$$

2. СПЕКТРЫ АМПЛИТУДНЫХ И ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛОВ ИСЗ

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть сигнал, прошедший под углом θ ионосферный слой с неоднородностями толщиной L (θ — угол между волновым вектором \vec{k} и магнитным полем \vec{H}_0 , направленным вдоль оси \vec{z}), принимается в точке наблюдения, расположенной от него на расстоянии z и смещённой относительно плоскости L -оболочки на азимутальный угол φ . Необходимо определить спектральные характеристики фазовых и амплитудных флуктуаций радиоволн в точке наблюдения.

Задачу будем решать с помощью метода фазового экрана. Исходными соотношениями в этом случае являются выражения для флуктуационного набега фазы волны в ионосферном слое с неоднородностями (ср. [1])

$$\varphi(x, y, z) \simeq \frac{k_0}{2 \cos \theta} \int_0^L \Delta \varepsilon(x(z), y(z), z) dz \quad (8)$$

и, соответственно, для пространственной функции корреляции флуктуаций фазы волны на выходе ионосферного слоя (ср. [1]):

$$\Gamma_{\varphi}(\xi, \eta) \simeq \frac{k_0^2}{2 \cos^2 \theta} \int_0^L d\zeta \int_{\zeta/2}^{L-\zeta/2} dz \Gamma'_e(\zeta \tan \theta \cos \varphi + \xi, \zeta \tan \theta \sin \varphi + \eta, \zeta, z). \quad (9)$$

Здесь $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число (λ — длина волны), $\Delta \varepsilon$ — флуктуационная часть диэлектрической проницаемости ионосферы, ξ, η, ζ — относительное смещение точек разнесения по координатным осям $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ соответственно. Корреляционная функция флуктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы $\Gamma'_e(\xi, \eta, \zeta, z)$ учитывает неоднородное распределение флуктуаций электронной концентрации плазмы по высоте z :

$$\Gamma'_e(\xi, \eta, \zeta, z) = \overline{(\Delta \varepsilon)^2(z)} \cdot \Gamma_e(\xi, \eta, \zeta), \quad (10)$$

где $\Gamma_e(\xi, \eta, \zeta)$ — нормированная корреляционная функция, соответствующая спектральной модели (5).

В дальнейшем мы будем характеризовать неоднородный ионосферный слой эффективной толщиной L , так что соотношение (9) может быть записано в следующем виде:

$$\Gamma_{\varphi}(\xi, \eta) \simeq \frac{k_0^2 L \overline{(\Delta \varepsilon)_0^2}}{2 \cos^2 \theta} \int_0^L d\zeta (1 - \zeta/L) \Gamma_{\varepsilon}(\zeta \tan \theta \cos \varphi + \xi, \zeta \tan \theta \sin \varphi + \eta, \zeta). \quad (11)$$

Соответственно, для двумерного спектра фазовых флуктуаций принимаемых радиоволн имеем

$$\begin{aligned} \Phi_{\varphi}(\kappa_x, \kappa_y) &\simeq \frac{k_0^2 L \overline{(\Delta \varepsilon)_0^2}}{2 \cos^2 \theta} \int_0^L d\zeta \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right) \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_z \Phi_{\varepsilon}(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) \times \\ &\times e^{i[\kappa_x \tan \theta \cos \varphi + \kappa_y \tan \theta \sin \varphi + \kappa_z] \zeta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Отсюда, в случае толстого слоя с неоднородностями ($L > l_{0||}$) получаем (ср. [9])

$$\Phi_{\varphi}(\kappa_x, \kappa_y) \simeq \frac{k_0^2 L \overline{(\Delta \varepsilon)_0^2}}{2 \cos^2 \theta} \Phi_{\varepsilon}[\kappa_x, \kappa_y, -\tan \theta (\cos \varphi \kappa_x + \sin \varphi \kappa_y)]. \quad (13)$$

Для тонкого слоя ($L < l_{0||}$) из соотношения (12) следует

$$\begin{aligned} \Phi_{\varphi}(\kappa_x, \kappa_y) &\simeq \frac{k_0^2 L \overline{(\Delta \varepsilon)_0^2}}{2 \cos^2 \theta} \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_z \Phi_{\varepsilon}(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) \int_0^L d\zeta \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right) \times \\ &\times e^{i[\kappa_x \tan \theta \cos \varphi + \kappa_y \tan \theta \sin \varphi] \zeta}. \end{aligned} \quad (14)$$

В экспериментах по просвечиванию ионосферы сигналами орбитальных ИСЗ измеряется одномерный спектр фазовых или амплитудных* флуктуаций [1]:

$$\Phi_{A,\varphi}(\kappa_y) \sim \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_x \Phi_{\varphi}(\kappa_x, \kappa_y). \quad (15)$$

Подставляя в соотношение (15) выражения (6), (13), (14), в результате несложных преобразований для случая толстого неоднородного слоя находим

$$\Phi_{A,\varphi}(\kappa_y) \sim \begin{cases} \kappa_y^{-(\beta+1)(p-1)} & \text{при } \left(\frac{\kappa_*}{\kappa_0}\right)^{\beta} \tan \theta \sin \varphi \lesssim 1, \\ \kappa_y^{-(p-1)} & \text{при } \left(\frac{\kappa_*}{\kappa_0}\right)^{\beta} \tan \theta \sin \varphi > 1, \end{cases} \quad (16)$$

*Следует заметить, что соотношение (15) справедливо при описании амплитудного спектра принимаемого излучения только в случае слабых флуктуаций амплитуды (но не фазы [10]) сигналов.

а в случае тонкого слоя

$$\Phi_{A,\varphi}(\kappa_y) \sim \begin{cases} \kappa_y^{-(\beta+1)(p-2)} & \text{при } \kappa_0 L \tan \theta \sin \varphi \lesssim 1, \\ \kappa_y^{-(p-1)} & \text{при } \kappa_0 L \tan \theta \sin \varphi > 1. \end{cases} \quad (17)$$

Соотношения (16), (17) описывают поведение спектров фазовых и амплитудных флуктуаций радиосигналов орбитальных ИСЗ при радиопросвечивании крупномасштабных неоднородностей (с размерами $l_y > l_{*1}$) верхней ионосферы. В случае же изучения спектральных характеристик амплитудных флуктуаций сигналов ИСЗ, обусловленных мелкомасштабной фракцией ионосферной турбулентности, в соотношение (15) следует подставить выражения (7), (13). В результате получаем следующие выражения:

$$\Phi_A(\kappa_y) \sim \begin{cases} \kappa_y^{-(p-1)} & \text{при } \left(\frac{\kappa_{\perp}^m}{\kappa_*}\right)^\alpha \tan \theta \sin \varphi \lesssim 1, \\ \kappa_y^{-[(\alpha+1)p-1]} & \text{при } \left(\frac{\kappa_{\perp}^m}{\kappa_*}\right)^\alpha \tan \theta \sin \varphi > 1. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь $\kappa_{\perp}^m = 2\pi/l_{m\perp}$, $l_{m\perp}$ — минимальный (пороговый) размер неоднородностей, регистрируемый при амплитудных спектральных измерениях. Соотношения (18) описывают поведение спектров флуктуаций радиосигналов орбитальных ИСЗ при дифракции их на мелкомасштабных неоднородностях верхней ионосферы.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Итак, соотношения (16)–(18) позволяют определять основные параметры неоднородностей верхней ионосферы (общий показатель спектра турбулентности p , показатель спектральной анизотропии для крупномасштабной β и мелкомасштабной α фракций, толщину L тонкого неоднородного слоя) по измерениям спектральных характеристик амплитудных и фазовых флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ.

Подавляющее большинство экспериментальных исследований спектров амплитуды и фазы при радиопросвечивании полярной ионосферы сигналами орбитальных ИСЗ были выполнены с использованием бортовых передатчиков ИСЗ Wideband [11, 12] и “Транзит” [5, 7, 13] в МВ ($f = 138$ и 150 МГц) и ДМВ ($f = 400$ МГц) диапазонах. При этом в МВ диапазоне радиоволн фазовые и амплитудные флуктуации сигналов ИСЗ формируются, преимущественно, неоднородностями с масштабами в несколько километров, а при амплитудных флуктуациях в ДМВ диапазоне, с учётом

френелевского обрезания спектра, — неоднородностями с размерами в несколько сотен метров [5, 7, 11÷13]. Так что при анализе соответствующих экспериментальных данных, полученных в этих работах в МВ диапазоне радиоволн, следует пользоваться соотношениями (16), (17), а при интерпретации результатов наблюдений амплитудных флуктуаций в ДМВ диапазоне — соотношением (18).

Основной массив экспериментальных данных по фазовым и амплитудным спектрам флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ на частотах $f = 138$ и 150 МГц был получен в работах [7, 12]. В работе [12] было зарегистрировано увеличение показателя спектра фазовых флуктуаций от значения 2,4 вдали от направления на L -оболочку до значения 3,9 при наблюдениях вблизи плоскости L -оболочки. Согласно соотношению (16), это соответствует значениям показателя спектра неоднородностей $p \simeq 3,4$ и $\beta \simeq 0,7$. В работе [7] при наблюдениях за амплитудными и фазовыми флуктуациями ИСЗ "Транзит" на частоте 150 МГц было зарегистрировано увеличение показателей соответствующих спектров от значения 2 вне плоскости L -оболочки до значения 4 в плоскости L -оболочки. Согласно соотношению (16), это соответствует показателю спектра неоднородностей $p \simeq 3$ и $\beta \simeq 1$.

Таким образом, наблюдаемое значительное увеличение показателя спектра фазовых и амплитудных флуктуаций МВ сигналов орбитальных ИСЗ вблизи L -оболочки объясняется заметной анизотропией ($\beta \simeq 0,7 \div 1$) крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации в этой области авроральной ионосферы.

В то же время на эксперименте [12] было обнаружено уменьшение показателя спектра фазовых флуктуаций на единицу при наблюдениях в направлении на магнитный зенит. В [12] было высказано предположение, что это явление обусловлено эффектом тонкого неоднородного слоя, который в этом случае играет роль измерительного зонда,* с вертикальным размером, меньшим внешнего масштаба ионосферной турбулентности. Действительно, в этом случае, согласно соотношению (17), наблюдаемое в [12] уменьшение показателя спектра фазовых флуктуаций от 2,8 до 1,8 соответствует значениям показателя спектра неоднородностей $p \simeq 3,8$ и $\beta \simeq 0$. Причём, исходя из результатов измерений [12], эффект уменьшения показателя спектра фазовых флуктуаций вблизи направления на магнитный зенит наблюдался в области $\theta \lesssim \theta' \simeq 2^\circ$ и внешний масштаб турбулентности был равен $l_{0\perp} \simeq 6$ км, так что, согласно соотношению (17), эффективная толщина неоднородного слоя составляла $L \simeq l_{0\perp} / (2\pi\theta') \simeq 30$ км, что находится в хорошем соответствии с результатами прямых измерений толщины неоднородных ионосферных слоёв в

*Впервые на эффект тонкого неоднородного слоя, как измерительного зонда при наблюдениях за фазовыми флуктуациями сигналов, было указано в работе [16].

полярной ионосфере с помощью станций некогерентного рассеяния в работах [14, 15]. Здесь следует обратить внимание на то обстоятельство, что измеренный эффект уменьшения показателя спектра фазовых флуктуаций, в отличие от эффекта увеличения показателя спектра в области L -оболочки в январе 1979 г. [12] (см. выше), наблюдался в совершенно других геофизических условиях в апреле 1978 г. [12], когда отсутствовала L -аномалия в спектре фазовых флуктуаций ($\beta \simeq 0$) и спектр крупномасштабных неоднородностей был близок к изотропному колмогоровскому ($p \simeq 3,8$).

Спектральные измерения в ДМВ диапазоне радиоволн были выполнены в работах [5, 13] при наблюдениях за амплитудными флуктуациями сигналов ИСЗ "Транзит" на частоте 400 МГц. В работе [5] было зарегистрировано уменьшение показателя спектра амплитудных флуктуаций от значений $2,5 \div 2,7$ вдали от направления на магнитный зенит до значений $1,5 \div 1,8$ при наблюдениях в направлении на магнитный зенит. Согласно соотношению (18), это соответствует значениям показателя спектра мелкомасштабных неоднородностей $p \simeq 2,5 \div 2,8$ и $\alpha \simeq 0,4$. В работе [13], при аналогичной геометрии эксперимента, было зарегистрировано уменьшение показателя спектра амплитудных флуктуаций от значения 3 до величины 2. Согласно соотношению (18), это соответствует значениям показателя спектра неоднородностей $p \simeq 3$ и $\alpha \simeq 0,3$.

Таким образом, наблюдаемое уменьшение показателя спектра амплитудных флуктуаций ДМВ сигналов орбитальных ИСЗ вблизи направления на магнитный зенит может быть объяснено заметной анизотропией ($\alpha \simeq 0,3 \div 0,4$) мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации полярной ионосферы. Другими словами, наблюдаемый эффект уменьшения показателя спектра амплитудных флуктуаций может быть обусловлен зависимостью анизотропии (вытянутости) мелкомасштабных неоднородностей верхней ионосферы вдоль магнитного поля \vec{H}_0 от поперечных масштабов этих неоднородностей (ср. [5]).

В заключение сделаем одно замечание. Оно касается области применения предложенной обобщенной модели (5) спектра ионосферной турбулентности верхней ионосферы. Выше — везде речь шла о применении этой модели для описания спектра турбулентности высокоширотной ионосферы. Вместе с тем, модель (5) может быть использована и при описании спектральных характеристик турбулентности верхней ионосферы на средних широтах. При этом лишь следует учесть, что для среднеширотной ионосферы, как правило, не существует аномалий в распределениях электронной концентрации в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля Земли \vec{H}_0 , и, исходя из этого, в соотношении (5) следует положить $\beta(\kappa_y) \equiv 1$. Кроме того, следует учесть, что в спокойных геофизических условиях, присущих среднеширотной ионосфере, ха-

ракторный масштаб l_* в спектре плазменных неоднородностей, разделяющий режимы крупномасштабных и мелкомасштабных неоднородностей, по-видимому, несколько увеличивается и составляет $l_* \simeq 1 \div 2$ км [2]. Поэтому при интерпретации спектральных характеристик амплитудных и фазовых флуктуаций сигналов орбитальных ИСЗ в МВ-ДМВ диапазонах радиоволн в среднеширотной ионосфере следует пользоваться соотношением (18). Так, например, в работе [17] при исследованиях спектра слабых амплитудных флуктуаций сигналов ИСЗ "Транзит" на частоте 150 МГц во время модификации среднеширотной ионосферы мощным КВ радиоизлучением было зарегистрировано уменьшение показателя спектра амплитудных флуктуаций на единицу (от значения 2 вдали от луча зрения на магнитный зенит до 1 при наблюдениях в направлении на магнитный зенит). Согласно соотношению (18), это соответствует значениям показателей спектра неоднородностей $p \simeq 2$ и $\alpha \simeq 0,5$.

Таким образом, как и в естественных условиях полярной ионосферы, в условиях искусственной модификации среднеширотной ионосферы наблюдаемое уменьшение показателя спектра амплитудных флуктуаций МВ сигналов орбитальных ИСЗ вблизи направления на магнитный зенит может быть обусловлено зависимостью анизотропии (вытянутости) неоднородностей верхней ионосферы вдоль магнитного поля \vec{H}_0 от поперечных масштабов этих неоднородностей (ср. [17, 18]).

Работа выполнена в рамках проектов 95-02-03716 и 96-02-18659 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.
2. Getmantsev G. G., Erukhimov L. M. //Solar Terr. Phys., 1969. V. 5. P. 13.
3. Rino C. L. et al. //Geophys. Res. Lett., 1978. V. 5. № 12. P. 1039.
4. Ерухимов Л. М. и др. — В сб.: Тепловые нелинейные явления в плазме. — Горький, 1979. С. 7.
5. Erukhimov L. M. et al. //Planet. Space Sci., 1981. V. 29. № 9. P. 93.
6. Wernik A. W. et al. //Radio Sci., 1990. V. 25. № 5. P. 883.
7. Erukhimov L. M. et al. The spectral structure of auroral F-layer patches //Radio Sci., 1996. V. 31, in press.
8. Алимов А. В., Рахлин А. В. //Геомагн. и аэрон., 1981. Т. 21. № 3. С. 466.
9. Rino C. L., Fremouw E. J. //J. Atm. Terr. Phys., 1977. V. 39. № 8. P. 859.
10. Алимов В. А. //Изв. вузов. Радиофизика, 1981. Т. 24. № 1. С. 122.
11. Fremouw E. J. et al. //Radio Sci., 1978. V. 13. № 1. P. 167.

12. Fremouw E. J. et al. //Radio Sci., 1985. V. 20. № 4. P. 923.
13. Ерухимов Л. М. и др. //Геомагн. и аэрон., 1990. Т. 30. № 6. С. 948.
14. Kersley L. et al. //J. Atm. Terr. Phys., 1988. V. 50. № 12. P. 1047.
15. Боголюбов А. А., Вильямс Ф. — В сб.: Исследования ионосферы высоких широт. — Апатиты, 1990. С. 85.
16. Ерухимов Л. М. и др. //Изв. вузов. Радиофизика, 1983. Т. 26. № 7. С. 795.
17. Выборнов Ф. И., Ерухимов Л. М. и др. //Изв. вузов. Радиофизика, 1986. Т. 29. № 4. С. 491.
18. Ерухимов Л. М. и др. //Изв. вузов. Радиофизика, 1977. Т. 20. № 12. С. 1814.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
22 июля 1996 г.

ON THE SPECTRUM OF THE UPPER IONOSPHERE TURBULENCE

V. A. Alimov, L. M. Erukhimov, E. N. Myasnikov, A. V. Rakhlin

A problem is considered on the spectrum form of the ionospheric irregularities with dimensions of hundred-thousand meters. A generalized model is suggested for the ionospheric turbulence spectrum, which takes into account both the anisotropic properties of a large-scale fraction of irregularities and the dependence of the anisotropy (elongation) of small-scale irregularities of the upper ionosphere along the Earth's magnetic field direction on the transverse scales of these irregularities. Relations have been derived, which permit us to define the basic parameters of the upper ionosphere irregularity spectrum (indices of the anisotropy for large-scale and small-scale fractions), as well as the depth of a thin ionospheric layer over the measurements of the spectrum characteristics of amplitude and phase fluctuations of the orbital AES signals. Using the suggested model of the spectrum of plasma irregularities we can inconsistently explain many well-known experimental results of the spectral characteristics of phase and amplitude fluctuations of the orbital AES signals both in the high-latitude and in the mid-latitude ionosphere.

УДК 533.951

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ В ВОЛНОВОДЕ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА С ПЛАВНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ИМПЕДАНСА ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ

Л. П. Коган

Исследовано влияние плавnoneоднородного стохастического возмущения импеданса верхней стенки плоского волновода Земля–ионосфера на поле вертикального электрического диполя, помещённого в волноводный канал. Рассмотрен случай, когда дисперсия возмущения соизмерима со средним значением импеданса. Получено выражение для потенциала Герца, и выведены условия применения приближения Бурре в рассматриваемом случае.

Задача о нахождении среднего поля источника в виде вертикального электрического диполя (ВЭД), помещённого в волновод Земля–ионосфера со случайной и плавnoneоднородной в масштабе длины волны верхней стенкой, рассматривалась в ряде работ. В частности, в [1] она была сведена к исследованию уравнения Дайсона, во [2] — решена с помощью принципа адиабатического инварианта, применённого для построения системы собственных мод нерегулярного волновода. В [3] с этой же целью использовался метод асимптотического интегрирования, а в [4] — первое приближение теории возмущений при условии малости отклонения свойств ионосферы от средних значений.

В ряде работ [1, 4, 5–7] показано, что граничное условие, отвечающее неоднородности высоты верхней стенки, может быть приведено к виду, когда высота волновода постоянна, а нерегулярность соответствующей границы моделируется путём введения импеданса в виде случайной функции от горизонтальных переменных.

При условии $|\sigma^2| \ll |\eta_0^2|$, где σ^2 — дисперсия возмущения импеданса, а η_0 — его среднее значение, приближённое решение может быть получено с помощью методов, изложенных в [1–4]. Но если $|\sigma^2| \sim |\eta_0^2|$, то за исключением некоторых достаточно простых случаев (см. [1]) выражение для вектора Герца, полученное с помощью указанных подходов, не удаётся записать в аналитическом виде. Целью данной работы является исследование случая, при котором дисперсия возмущения импеданса границы может быть сравнима с его средним значением.

Как и в работе [8], для этого используется представление вектора Герца в виде интеграла по переменной, равной отношению горизонтальных проекций волновых векторов плоских волн, в сумме создающих поле в непосредственной близости от источника, к тем же самым величинам, но взятым в точке наблюдения и изменившим свои значения при распространении по неоднородной трассе. Возмущение импеданса верхней стенки предполагается изотропным и плавным в масштабе длины волны, что позволяет пренебречь деполяризацией. С помощью указанного разложения приходим к интегральному уравнению Фредгольма II рода с ядром типа свертки. Его решение затем усредняется по совокупности реализаций.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Итак, рассмотрим волновод высотой h . Пусть в точке с координатами $\vec{R}_0 = \vec{R}_0(x_0; y_0; z_0)$ расположен источник в виде вертикального электрического диполя с дипольным моментом $\vec{p} = p_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) e^{i\omega t} \vec{z}^0$ (где \vec{z}^0 — орт оси Z , см. рис. 1), поле которого наблюдается в точке $\vec{R} = \vec{R}(x, y, z)$.

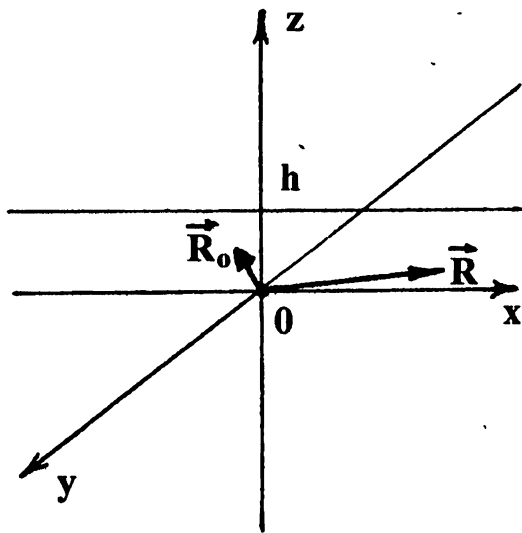


Рис. 1.

Пусть импеданс нижней стенки равен нулю, а верхней $\eta_b = \eta_0 + \eta_1(x, y)$, где $\eta_0 = \text{const}$ и $\eta_1(x, y)$ — реализация случайного процесса от горизонтальных переменных x и y , причём $\langle \eta_1 \rangle = 0$, η_1 — изотропная случайная функция, стационарная в широком смысле относительно x и y . Предполагается также, что $\text{Im } \eta_1 = \text{Im } \eta_0 = 0$.

Далее полагаем, что пространственный масштаб l , определяемый радиусом корреляции процесса $\eta_1 = \eta_1(x, y)$, удовлетворяет соотношениям $l \sim h$, $l \gg \lambda$, где $\lambda = \frac{\omega}{c}$ — длина волны, излучаемой диполем в свободном пространстве. При этих условиях можем считать, что для распространяющихся нормальных волн расстояние между ближайшими собственными значениями по абсолютной величине много меньше чем π/l .

В таком случае возможно пренебречь горизонтальными компонентами вектора Герца \vec{P}_b , описывающего электромагнитное поле в данном волно-

воде. Следовательно, правомерно соотношение

$$\Pi_B(\vec{R}_0; \vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + (-ik_0\chi) \int_{S_1} \Pi_B(\vec{R}_0; \vec{R}_1) \eta_1(\vec{R}_1) \Pi_0(\vec{R}_1; \vec{R}) dS_1, \quad (1)$$

где Π_0 — вектор Герца в невозмущённом волноводе ($\eta_1 = 0$), $dS_1 = dx_1 dy_1$, $\chi = \frac{\varepsilon_0}{\rho_0}$ (ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума) и интегрирование ведётся на уровне верхней стенки канала при $z = h$. У Π_B , также как и у Π_0 , первый аргумент есть координата источника, а второй — точки наблюдения.

Потенциал Π_B в (1) записывается в виде итерационного ряда:

$$\begin{aligned} \Pi_B(\vec{R}_0; \vec{R}) &= \\ &= \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + \sum_{n=1}^{+\infty} (-ik_0\chi)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{m=1}^n \Pi_0(\vec{R}_{m-1}; \vec{R}_m) \eta_1(\vec{R}_m) \right) \times \\ &\times \Pi_0(\vec{R}_n; \vec{R}) \prod_{m=1}^n dx_m dy_m. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь x_m, y_m — горизонтальные координаты векторов \vec{R}_m .

Для Π_0 справедливо следующее выражение (см. [9]):

$$\begin{aligned} \Pi_0(\vec{R}_{m-1}; \vec{R}_m) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) \times \\ &\times e^{-iu_m(x_m - x_{m-1})} e^{-iv_m(y_m - y_{m-1})} du_m dv_m, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) &= \\ &= \frac{1}{4\pi\chi} \frac{(e^{+ik_z z_{m,1}} + e^{-ik_z z_{m,1}})(e^{+ik_z(h-z_{m,2})} + V e^{-ik_z(h-z_{m,2})})}{1 - V e^{-2ik_z h}} \frac{e^{-ik_z h}}{k_z}, \end{aligned}$$

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - u_m^2 - v_m^2}, \quad V = \frac{k_z - k_0\eta_0}{k_z + k_0\eta_0},$$

$$z_{m,1} = \begin{cases} z_0, & m = 1 \\ h, & 1 < m \leq n \end{cases}, \quad z_{m,2} = \begin{cases} h, & 1 \leq m < n \\ z, & m = n \end{cases}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{в}}(\vec{R}_0, \vec{R}) &= \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} (-ik_0\chi)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{m=1}^n L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) \eta_1(\vec{R}_m) \right) \times \\ &\times L_0(u_0; v_0; h; z) \left(\prod_{m=1}^n e^{-i[(x_m - x_{m-1})u_m + (y_m - y_{m-1})v_m]} \right) \times \\ &\times e^{-i[(x - x_n)u_0 + (y - y_n)v_0]} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^n \left(\prod_{m=1}^n du_m dv_m dx_m, dy_m \right) du_0 dv_0. \quad (4) \end{aligned}$$

Используя последнее соотношение, можем получить удобное для дальнейшего исследования выражение вектора Герца.

2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ГЕРЦА

В формуле (4) зависимость от координат источника и приёмника x_0 и x_1 , y_0 и y_1 в n -м интеграле имеет вид $\sim e^{-iu_0(x - \alpha x_0)} e^{-iv_0(y - \tilde{\alpha} y_0)}$, где $\alpha = \frac{u_1}{u_0}$, $\tilde{\alpha} = \frac{v_1}{v_0}$.

Если провести замену переменных $\begin{cases} u_1 = u_0 \alpha, \\ v_1 = v_0 \tilde{\alpha} \end{cases}$ в интеграле (4), то нетрудно получить, что возмущённое поле $\Pi_{\text{в}}$ можно представить в виде интеграла по $d\alpha d\tilde{\alpha}$ от некоторой функции, зависящей от α и $\tilde{\alpha}$:

$$\Pi_{\text{в}}(\vec{R}_n; \vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\alpha, \tilde{\alpha}; x - \alpha x_n; y - \tilde{\alpha} y_n; z_0; z) d\alpha d\tilde{\alpha}. \quad (5)$$

В формуле (5) величина \vec{R}_n , в зависимости от конкретного случая, может означать как радиус-вектор R_0 ВЭД \vec{p} , так и координаты \vec{R}_1 вторичного источника в интеграле по верхней стенке волновода в уравнении (1). Здесь $\Pi = \Pi(\alpha, \tilde{\alpha})$ описывает принимаемое в точке наблюдения поле плоских волн, у которых, из-за наличия неоднородности импеданса верхней стенки, в процессе распространения произошло смещение горизонтальных постоянных распространения от u_0 к u_1 и от v_0 к v_1 .

Рассмотрим случай

$$x_0 = y_0 = 0, \quad (6)$$

при котором источник \vec{R}_0 находится на высоте z_0 прямо над началом координат. Кроме того, будем полагать, что точка наблюдения \vec{R} имеет высоту h и расположена на уровне верхней стенки.

В результате подстановки (5) в уравнение (1) (с учётом (6)) и замены переменных ($\alpha x_1 = X$; $\bar{\alpha} y_1 = Y$) получаем соотношение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\alpha; \bar{\alpha}; x; y; z_0; z) d\alpha d\bar{\alpha} =$$

$$\Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + (-ik_0\chi) \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\alpha; \bar{\alpha}; x - X; y - Y; z_0; h) \eta_1\left(\frac{X}{\alpha}; \frac{Y}{\bar{\alpha}}\right) \times$$

$$\times \Pi_0\left(\frac{X}{\alpha}; \frac{Y}{\bar{\alpha}}; h; h\right) dX dY d\alpha d\bar{\alpha}. \quad (7)$$

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУРЬЕ-ОБРАЗА

В соотношении (7) интеграл справа представляет собой свёртку. Поэтому удобно применить Фурье-преобразование:

$$F(u_0, v_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots e^{+iu_0x} e^{iv_0y} dx dy. \quad (8)$$

В результате получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(\alpha, \bar{\alpha}; u_0; v_0; z_0; h) d\alpha d\bar{\alpha} = L_0(u_0; v_0; z_0; h) +$$

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(\alpha, \bar{\alpha}; u_0; v_0; z_0; h) \xi(u_0\alpha; v_0\bar{\alpha}) d\alpha d\bar{\alpha}, \quad (9)$$

где

$$\xi(u_0\alpha; v_0\bar{\alpha}) = (-ik_0\chi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_0\alpha - u_1; v_0\bar{\alpha} - v_1; h; h) T(u_1; v_1) du_1 dv_1.$$

и

$$T(u_1; v_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_1(x; y) e^{+iu_1x} e^{+iv_1y} dx dy,$$

есть Фурье-образ для $\eta_1(x; y)$.

Исследуем величину L как функцию от переменных α и $\bar{\alpha}$. Будем считать $y = 0$ и $x \gg l$. Тогда из условия $l \gg \lambda$ и принципа симметрии следует, что $L(\alpha, \bar{\alpha}) = L(\alpha, 1) \delta(\bar{\alpha} - 1)$. Поэтому далее L полагаем зависящей только от одного аргумента α . Приближённый профиль реальной или соответственно мнимой части функции $L = L(\alpha)$ показан на рис. 2.

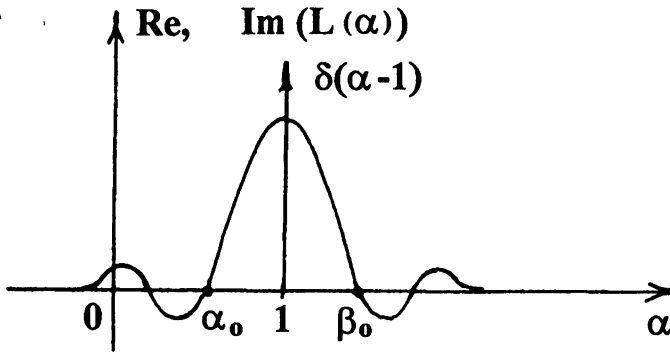


Рис. 2.

Исходящая из $\alpha = 1$ "стрелка" изображает δ -функцию $\delta(\alpha - 1)$, соответствующую случаю зеркального отражения, а остальная плавная кривая описывает незеркальное отражение плоских волн от верхней стенки волновода. Нетрудно понять, что вес δ -функции будет, по крайней мере, не меньшим чем площадь под плавной кривой. Поэтому правомерно утверждение, что эффективный интервал интегрирования по $d\alpha$ ограничен точками α_0 и β_0 ($\alpha_0 \leq \alpha \leq \beta_0$), где плавная кривая в первый раз после достижения максимума в точке $\alpha = 1$ обращается в ноль. Таким образом, $L = L(\alpha)$ есть знакпостоянная функция при $\alpha \in [\alpha_0, \beta_0]$. Следовательно, возможно использовать теорему о среднем:

$$\int_{\alpha_0}^{\beta_0} L(\alpha; 1; u_0; v_0; z_0; h) \xi(u_0 \alpha, v_0) d\alpha = \xi(u_0 \alpha_1; v_0) \int_{\alpha_0}^{\beta_0} L(\alpha, 1; u_0; v_0; z_0; h) d\alpha,$$

где $\alpha_0 \leq \alpha_1 \leq \beta_0$.

Подставляя полученный результат в (9), находим

$$\int_{\alpha_0}^{\beta_0} L(\alpha, 1; u_0; v_0; z_0; h) d\alpha = \frac{L_0(u_0; v_0; z_0; h)}{1 - \xi(u_0 \alpha_1; v_0)}. \quad (10)$$

Рассмотрим свойства случайной величины ξ , входящей в соотношение (10) и равной

$$\begin{aligned} \xi(u_0 \alpha_1; v_0) &= (-ik_0 \chi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_0 \alpha_1 - u_1; v_0 - v_1) T(u_1; v_1) du_1 dv_1 = \\ &= (-ik_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_0(x_1; y_2; h; 0; 0; h) \eta_1(x_1; y_2) e^{+iu_0 \alpha_1 x_1} \times \\ &\quad \times e^{+iv_0 y_2} dx_1 dy_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Последнее представление содержит сумму большого числа некоррелированных случайных величин (СВ). Поэтому ξ есть гауссова СВ, причём

$$\langle \xi \rangle = 0, \quad (12)$$

так как $\langle \eta_1 \rangle = 0$.

Дисперсия $a^2 = a^2(u_0\alpha_1; v_0)$ реальной части ξ имеет вид

$$a^2 = \langle (\text{Re } \xi)^2 \rangle = (-ik_0\chi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Re} (L_0(u_0\alpha_1 - u_1; v_0 - v_1; h; h)) \times \\ \times \text{Re} (L_0(u_0\alpha_1 + u_1; v_0 + v_1)) \Gamma(u_1; v_1) du_1 dv_1, \quad (13)$$

где учтено, что

$$\langle T(u_1; v_1) T(u_2; v_2) \rangle = \Gamma(u_1; v_1) \delta(u_1 + u_2) \delta(v_1 + v_2)$$

и Γ — спектр мощности для $\eta_1 = \eta_1(x; y)$.

Если ввести обозначение $\sqrt{(u_0\alpha_1 \pm u_1)^2 + (v_0 \pm v_1)^2} = p_{\pm}$, то получим

$$\left\{ \begin{aligned} \text{Re} [(-ik_0\chi)L_0(p_{\pm}; h; h)] &= \frac{1}{4\pi} \left(1 + \frac{(1+v)(\cos(2k_z h) - v)}{1 - 2v \cos(2k_z h) + \cos^2(2k_z h)} \right) \times \\ &\quad \times \frac{(1+v)k_0}{k_z}, \\ \text{Im} [(-ik_0\chi)L_0(p_{\pm}; h; h)] &= \frac{1}{4\pi} \frac{\sin(2k_z h)}{1 - 2v \cos(2k_z h) + \cos^2(2k_z h)} \times \\ &\quad \times \frac{(1+v)^2 k_0}{k_z}, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$(k_z = \sqrt{k_0^2 - p_{\pm}^2}).$$

Пусть $\begin{pmatrix} f(p_{\pm}) \\ \beta(p_{\pm}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Re} \\ \text{Im} \end{pmatrix} [(-ik_0\chi)L_0(p_{\pm}, h, h)]$. Анализируя поведение функций $f(p_{\pm})$ и $\beta(p_{\pm})$ при тех значениях p_{\pm} , когда $k_z = \frac{\pi m}{h}$ или $k_z = \frac{\pi(m + \frac{1}{2})}{h}$ (т. е. в точках максимума и минимума $f(p_{\pm})$), нетрудно показать, что при $|p_{\pm}| \leq k_0$ функция $f(p_{\pm}) \sim \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\eta_0} (1 + \cos(2k_z h))$ и не меняет знака в рассматриваемой области, а $\beta(p_{\pm})$ быстро осциллирует (в сравнении с масштабом π/l) и $|\beta(p_{\pm})| \ll \max f(p_{\pm})$. Если же

$|p_{\pm}| > k_0$, то $\beta(p_{\pm})$ экспоненциально быстро спадает и по модулю практически всюду много меньше чем $|f(p_{\pm})| \sim \frac{1}{2\pi} \frac{k_0}{k_z + k_0\eta_0}$. На основе сказанного и с учётом принятого ранее условия $|q_m - q_{m-1}|_{\max} \ll \frac{\pi}{l}$ приходим к оценке, что для вещественных p_0 дисперсия $a^2(p_0)$ по модулю не превосходит $\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\eta_0} \right)^2$.

Вводя дисперсию мнимой части $b^2 = \langle (\text{Im } \xi)^2 \rangle$ и используя факт быстрой осцилляции $b(p_{\pm})$, приходим к выводу, что выполняется соотношение $b^2 \lesssim a^2 \frac{\lambda}{l} \ll a^2$.

Далее, $\text{Re } \xi$ и $\text{Im } \xi$ можно считать независимыми СВ, имеющими, как и ξ , гауссово распределение (так как из (12) понятно, что ξ есть сумма большого числа некоррелированных случайных слагаемых). Поэтому, с учётом $\langle \xi \rangle = 0$, мы можем выписать плотности вероятности $\rho_{1,2}$ для $\text{Re } \xi$ и $\text{Im } \xi$:

$$\rho_{1,2}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{1,2}} e^{-u^2/(2\sigma_{1,2}^2)}, \text{ где } \sigma_1^2 = a^2 \text{ и } \sigma_2^2 = b^2.$$

При этом a^2 и b^2 есть функции от горизонтальных волновых чисел u_0 и v_0 . Ищем среднее значение величины $\left\langle \frac{1}{1-\xi} \right\rangle$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \left\langle \frac{1}{1-\xi} \right\rangle = \frac{1}{2\pi ab} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1-w_1-iw_2} e^{-w_1^2/(2a^2)-w_2^2/(2b^2)} dw_1 dw_2 \approx \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1-w_1}{(1-w_1)^2 + b^2} e^{-w_1^2/(2a^2)} dw_1, \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\xi = w_1 + iw_2$. Заметим, что последнее приближённое равенство возможно в силу того, что $b^2 \ll a^2$, т.е. при условии $1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\eta_0} \right)^2 \gg b^2 \sim \left(\frac{\sigma}{\eta_0} \right)^2 \frac{\lambda}{l}$. (В написанных соотношениях учтено, что $|a^2| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\eta_0} \right)^2$.) Однократный интеграл по du_1 в (15) сводится к интегралу Досона и вычисляется в виде асимптотической суммы:

$$\mathcal{L} = 1 + \sum_{m=1}^n \widetilde{c}_m a^{2m}, \text{ где } \widetilde{c}_m = (1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2m-1)). \quad (16)$$

Число n слагаемых в (16) определяется из условия минимизации остатка, не превышающего по модулю первого отброшенного элемента суммы (см. [10]).

С точностью до "отбрасываемых" членов суммы порядка a^{2n+2} и выше можем переписать выражение (16) в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{1 - \sum_{m=1}^n c_m a^{2m}}, \quad (17)$$

где коэффициенты c_m рекуррентно находятся из системы n уравнений: $c_1 = \bar{c}_1$, $c_1^2 + c_2 = \bar{c}_2$, $c_1^3 + 2c_1c_2 + c_3 = \bar{c}_3$, ..., возникающих из требования равенства (17) и (16) с точностью до "отбрасываемых" слагаемых более высоких, чем a^{2n} , порядков малости ($c_1 = 1$, $c_2 = 2$, $c_3 = 10$, ...).

Обозначая интеграл по $d\alpha$ в (10) как $\langle L \rangle$, можем записать соотношение $\Pi(\vec{R}_0, \vec{R}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle L \rangle e^{-i u_0 x} du_0 dv_0$, где без ограничения общности постановки задачи принято $y_0 = 0$.

Осуществим замену переменных: $u_0 = p_0 \cos \varphi$, $v_0 = p_0 \sin \varphi$. Нетрудно показать, что при значениях $\frac{\pi}{l}$, много больших чем расстояние между волновыми числами для всех ближайших друг к другу существенных мод волновода, допустимо считать, что $a^2 = a^2(u_0 \alpha_1, v_0) \approx a(p_0 \alpha, 0)$. Тогда

$$\Pi(\vec{R}_0, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{L_0(p_0, h, h)}{1 - \sum_{m=1}^n c_m a^{2m}} H_0^{(2)}(p_0 x) p_0 dp_0. \quad (18)$$

Проанализируем полученное решение.

4. ВЫВОД И ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ ПОЛЮСОВ УСРЕДНЁННОГО ФУРЬЕ-ОБРАЗА ВЕКТОРА ГЕРЦА

В формуле (18) функция $L_0(p_0, h, h)$ есть Фурье-образ потенциала Герца в невозмущённом волноводе и поэтому отвечает системе полюсов

$$q_{m,0} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi m}{h}\right)^2} - i\Delta_{m,0}, \quad (19)$$

где $\Delta_{m,0} = \frac{\eta_0}{h\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda m}{2h}\right)^2}}$ при $m > 0$ и $\Delta_{m,0} = \frac{\eta_0}{2h}$ при $m = 0$. Но по

принципу причинности такие волны не должны входить в среднее поле, если только $\sigma \neq 0$. Данное утверждение хорошо иллюстрируется уже на примере решения уравнения Дайсона для среднего поля в приближении Бурре, когда $\sigma^2 \ll \eta_0^2$. Следовательно, полюса $q_{m,0}$ не должны вносить вклада в (19). Это возможно только при условии, что точки полюсов

числителя совпадают с полюсами $a^2 = a^2(p_0)$ в знаменателе. Дисперсия a^2 , с учётом обозначений p_{\pm} , может быть записана в виде

$$a^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(p_-) f(p_+) \Gamma(u_1, v_1) du_1 dv_1. \quad (20)$$

Применяя теорему о среднем, получаем

$$a^2 = f(\widehat{p}_-) \cdot \theta_+(p_0) = f(\widehat{p}_+) \theta_-(p_0), \quad (21)$$

здесь $\theta_{\pm}(p_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(p_{\pm}) \Gamma(u_1, v_1) du_1 dv_1$, $p_{\pm} = \sqrt{(p_0 \alpha \pm \varkappa_{1,\pm})^2 + \varkappa_{2,\pm}^2}$, где $\varkappa_{1,\pm}$ и $\varkappa_{2,\pm}$ — “средние” значения переменных для u_1 и v_1 .

Функции $f(p_-)$ и $f(p_+)$ в (20) переходят друг в друга при замене u_1 на $-u_1$ и u_2 на $-u_2$. Отсюда, в силу принципа симметрии, $\varkappa_{1,+} = \varkappa_{1,-}$ и $\varkappa_{2,+} = \varkappa_{2,-}$.

С другой стороны, дисперсия a^2 в (21) имеет полюс первого порядка относительно аргумента \widehat{p}_{\pm} , только если $\widehat{p}_{\pm} = q_{m,0}$.

Таким образом, $\varkappa_{1,\pm} = 0$ и для $p_0 \alpha$ истинно соотношение

$$(p_0 \alpha)^2 + (\varkappa_{2,\pm})^2 = q_{m,0}^2.$$

Дополнительно предположим, что максимум величины спектра мощности Γ удалён от начала координат в плоскости волновых векторов u_1 и v_1 не более чем на половину радиуса $\frac{\pi}{l}$ зоны, существенной для интегрирования входящего в выражение (20) спектра мощности Γ . При этом получаем оценку: $(\varkappa_{2,\pm})^2 \leq \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2$. Следовательно, требование отсутствия вкладов от полюсов невозмущённого волновода приводит к выводу о том, что вблизи точек комплексной плоскости $p_0 = q_{m,0}$ допустимо полагать $\alpha = 1$, если только $\frac{\pi \lambda}{16l^2} x \ll \frac{\pi}{2}$ (или, что то же самое, $x \ll \frac{8l^2}{\lambda}$).

Можно показать, что при выполнении условия $|q_{m,0} - q_{m-1,0}| \ll \frac{\pi}{l}$ значение интеграла (20) существенно меняются только при изменении p_0 на величину $\gtrsim \frac{\pi}{l}$, в силу чего свойства α , а также $\varkappa_{1,\pm}$, $\varkappa_{2,\pm}$ также будут аналогичны. Поэтому, если полюса q_m возмущённого волновода таковы, что $|q_m - q_{m,0}| \ll \frac{\pi}{l}$, то, как и ранее, допустимо считать $\alpha = 1$, $\varkappa_{1,\pm} = 0$ и $(\varkappa_{2,\pm})^2 \leq \left(\frac{\pi}{2l}\right)^2$.

Следовательно, интеграл (18) будет целиком определяться полюсами, соответствующими нулям знаменателя:

$$\sum_{m=0}^n c_m a^{2m} - 1 = 0. \quad (22)$$

Согласно сделанным ранее оценкам, при реальных значениях p_0 дисперсия $a^2 \sim \left(\frac{\sigma}{\eta_0}\right)^2$. Следовательно, если $\sigma^2 \ll \eta_0^2$, то (22) можно записать в виде $a^2 = 1$; при этом значение p_0 является комплексным (при $c_1 = 1$). Таким образом

$$(-ik_0\chi)L_0(p_0, h, h) \cdot \theta(p_0) = 1, \quad (23)$$

где учтено, что при значениях p_0 , стремящихся к полюсам $q_{m,0}$, мнимая часть Фурье-образа $L_0(p, h, h)$ много меньше реальной части, и поэтому $f(p_+) \rightarrow (-ik_0\chi)L_0$.

При подстановке полученных результатов в (18) приходим к виду решения, аналогичному тому, которое возникает в результате решения уравнения Дайсона в приближении Бурре. Уравнение (23), где $L_0(p_0, h, h) = \frac{(-i)}{4\pi} \frac{(1 + e^{-2ik_z h})}{1 - ve^{-2ik_z h}} \frac{1 + v}{k_z}$, после несложных алгебраических преобразований приводится к соотношению

$$e^{-2ik_z h} = \frac{k_z - k_0(\eta_0 + \widetilde{\theta}_m)}{k_z + k_0(\eta_0 + \widetilde{\theta}_m)}, \quad \text{где } \widetilde{\theta}_m = \frac{1}{4\pi}\theta(p_0). \quad (24)$$

Следовательно, $\widetilde{\theta}_m$ есть не что иное, как эффективная поправка к невозмущённому импедансу η_0 . Отсюда понятно, что в нашем случае эффективный импеданс равен $\eta_{\text{эфф}} = \eta_0 + \frac{1}{4\pi}\theta(p_0) \Big|_{p_0 = \text{Re } q_{m,0}}$.

Итак, при $\sigma^2 \neq 0$ полюса q_m находятся из уравнения (24)

$$q_m = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi m}{h}\right)^2} - i\Delta_m, \quad \text{где } \Delta_m = \Delta_{m,0}(\eta_0 + \widetilde{\theta}_m). \quad (25)$$

Если же σ^2 по величине сравнимо с η_0^2 , то, как это рассматривалось ранее, порядок n уравнения полюсов (22) определяется из условия минимума погрешности $|R_n|$ в асимптотическом разложении (16):

$$|R_n| \leq |\widetilde{c}_n a^{2n+2}| \quad (\text{см. [9]}). \quad (26)$$

Далее рассмотрим некоторые конкретные значения величины $\mathcal{D} = \frac{\sigma^2}{\eta_0^2}$.

При каждом \mathcal{D} величины a^2 и $\widetilde{\theta}_m$ зависят от p_0 . Можно показать, что при принятых ограничениях $\widetilde{\theta}_m$ близко к $\frac{1}{4} \frac{\sigma^2}{\eta_0}$ для всех m . Действительно,

$$\widetilde{\theta}_m = I_1 + I_2, \quad (27)$$

где I_1 есть интеграл по области (I) пересечения "малой" и "большой" окружностей, изображённых на рис. 3, а I_2 — интеграл по остальной

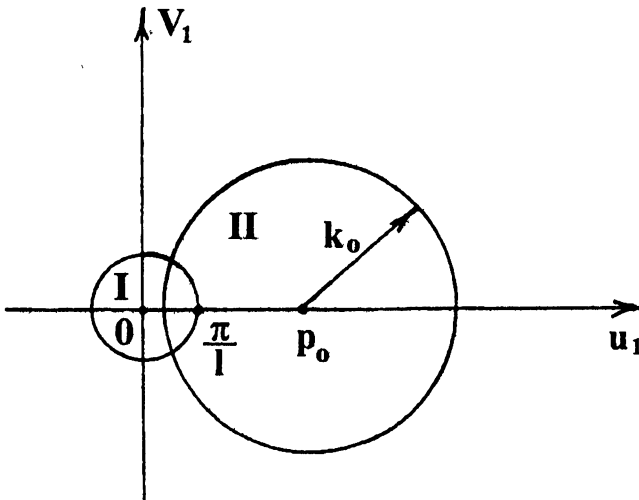


Рис. 3.

области. На этом рисунке изображена зона (I), существенная для интегрирования входящей в (21) функции Γ (малая окружность с центром в начале координат и радиусом $\frac{\pi}{l}$), а также область (II), где p_+ по модулю не превосходит k_0 ("большая" окружность с центром $u_1 = p_0, v_1 = 0$ и радиусом k_0). Внутри "большой" окружности $f(p_+) \sim \frac{1}{4\pi\eta_0} + \frac{1}{4\pi\eta_0} \cos(2k_z h)$, и при интегрировании в I_1 мы пренебрегаем вкладом от второго осциллирующего слагаемого. Вне "большой" окружности $f(p_+) \sim \frac{1}{2\pi} \frac{k_0}{k_z + k_0\eta_0}$ и является квазипостоянной величиной на масштабе π/l . Используя полученные результаты, несложно найти I_1 и I_2 из формулы (27):

$$I_1 = \frac{1}{4\pi\eta_0} \int_{(1)} \Gamma(u_1, v_1) du_1 dv_1, \quad I_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{k_0}{\sqrt{k_0 \frac{\pi}{l} + k_0\eta_0}} \int_{(2)} \Gamma(u_1, v_1) du_1 dv_1.$$

Найденные выражения дают возможность вычисления эффективных поправок к импедансу для известной функции Γ . При дополнительном предположении $\sqrt{\frac{\lambda}{h}} \sim \eta_0$ правомерно следующее функциональное соотношение: $\tilde{\theta}_m = \frac{1}{4\pi\eta_0} \int_{(1)+(2)} \Gamma(u_1, v_1) du_1 dv_1 = \frac{\sigma^2}{4\eta_0}$. Аналогично получаем

приближение $a^2 \approx \frac{1}{4} \frac{\sigma^2}{\eta_0^2}$. Далее приведём конкретные оценки влияния возмущения импеданса ионосферы на изменение параметров усреднённого решения.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим несколько частных случаев. Пусть вначале $\mathcal{D} = 1$. Тогда $a^2 \approx \frac{1}{4}$, так что минимум $|R_n|$ в (26) достигается при $n = 2$ и уравнение полюсов записывается в виде $2a^4 + a^2 - 1 = 0$. Положительный корень $a^2 = \frac{1}{2}$. Данное значение a^2 достигается уже при комплексных p_0 . Отсюда определяем полюса подынтегральной функции в (18):

$$q_m = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi m}{h}\right)^2} - i \Delta_{m,0}(\eta_0 + 2\widetilde{\theta}_m), \quad (28)$$

и эффективный импеданс: $\eta_{\text{эфф}} = \eta_0 + 2\widetilde{\theta}_m \approx \eta_0 + \frac{1}{2}\eta_0$. Точно также, если $\mathcal{D} = \frac{1}{2}$, то при $\text{Im } p_0 = 0$ у нас $a^2 \approx \frac{1}{8}$, $n = 3$; уравнение для a^2 имеет запись $10a^6 + 2a^4 + a^2 - 1 = 0$, откуда положительный корень $a^2 \approx \frac{3}{8}$, и соответственно $\eta_{\text{эфф}}$ представляется следующим образом:

$$\eta_{\text{эфф}} = \eta_0 + \frac{8}{3}\widetilde{\theta}_m \approx \eta_0 + \frac{1}{3}\eta_0. \quad (29)$$

При $\mathcal{D} = \frac{2}{5}$ находим, что $\eta_{\text{эфф}} \approx \eta_0 + \frac{12}{35}\eta_0$. И так далее.

В итоге, интеграл (18) можем представить в виде суммы вкладов от полюсов соответствующего подынтегрального выражения:

$$\Pi_B(\vec{R}_0, \vec{R}) = \frac{i}{2} \sum_{m=0}^{+\infty} A_m H_0^{(2)}(q_m x), \quad (30)$$

где

$$A_m = \text{res} \left(\frac{L_0(p_0, z_0, h)}{1 - \sum_{m=1}^n c_m a^{2m}(p_0)} \right) \Big|_{p_0=q_m}.$$

Фазовые зависимости в моде номера m в приближении Бурре и в случае больших дисперсий (28), (29) совпадают, в то время как коэффициенты поглощения достаточно сильно различаются. Из (19), а также (25) и (28), (29) следует, что приближение Бурре справедливо и при больших дисперсиях, если только

$$\frac{\frac{1}{2}\eta_0 x}{h} \ll 1 \quad \left(\text{или, при } \mathcal{D} \leq 1, \text{ если } \frac{\frac{1}{2}(\sigma^2/\eta_0)x}{h} \ll 1 \right). \quad (31)$$

При больших расстояниях x между источником и точкой наблюдения, когда не выполняется условие (31), коэффициенты затухания для наиболее существенных мод следует рассчитывать по аналогии со случаями (28) и

(29). В рамках введённых ограничений для каждого конкретного \mathcal{D} можно ввести эффективный импеданс, слабо зависящий от номера моды.

Итак, найдено решение, соответствующее случаю $z = h$. Нетрудно увидеть, что единственно возможное решение такой задачи, справедливое в области $0 \leq z \leq h$, получается при замене в (30) третьего аргумента h в числителе формулы для A_m на z :

$$A_m = \operatorname{res} \left(\frac{L_0(p_0, z_0, z)}{1 - \sum_{m=1}^n c_m a^{2m}(p_0)} \right) \Big|_{p_0=q_m}$$

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 96 02-18666).

ЛИТЕРАТУРА

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
2. Борисов Н. Д., Гуревич А. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1976. Т. 19. № 9. С. 1275.
3. Зернов Н. Н. // Проблемы дифракции и распространения волн. 1990. № 23. С. 119.
4. Безродный В. Г., Блиох П. В., Шубова Р. С., Ямпольский Ю. М. Флуктуации сверхдлинных радиоволн в волноводе Земля – ионосфера. — М.: Наука, 1984.
5. Жук Н. П. // Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 3–4. С. 240.
6. Докучаев В. П., Кротиков В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика, 1981. Т. 24. № 8. С. 937.
7. Орлов В. П. // Радиотехника и электроника, 1964. Т. 9. № 3. С. 553.
8. Заборонкова Т. М., Коган Л. П. — В кн.: XVIII Всерос. конф. по распространению радиоволн. — С.-П., 1996.
9. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд-во АН СССР, 1957.
10. Абрамовиц М., Стиган И. Справ. по специальным функциям. — М.: Наука. 1979.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
10 июля 1996 г.

**INVESTIGATION OF THE VERTICAL ELECTRIC DIPOLE IN THE
EARTH-IONOSPHERE WAVEGUIDE WITH A SMOOTH STOCHASTIC
INHOMOGENEITY OF THE UPPER BOUNDARY IMPEDANCE**

L. P. Kogan

An effect has been studied of smoothly inhomogeneous stochastic disturbance of the impedance of the upper wall of the plane Earth-ionosphere waveguide on the field of the vertical electric dipole being placed in a waveguide channel. A case has been considered, when the disturbance dispersion is close to the value of the mean impedance. An expression has been derived for the Hertz potential and conditions are obtained for the application of the Bourre approximation in the case considered.

УДК 550.388

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛИННОВОЛНОВЫХ РАДИОСИГНАЛОВ, СВЯЗАННЫХ С ИНДУЦИРОВАННЫМ ВЫСЫПАНИЕМ ЭНЕРГИЧНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

П. П. Савченко

Проведённые измерения длинноволновых радиосигналов на коротких трассах одновременно с широкополосным приёмом ОНЧ излучений обнаружили резкие амплитудные изменения (более 10%) сигналов московского длинноволнового передатчика, которые по своим характеристикам могут быть идентифицированы как отражения радиосигналов от областей индуцированных свистящими атмосфериками высыпаний энергичных электронов в ионосфере. Регистрация резких амплитудных изменений радиосигналов в ряде случаев сопровождалась приёмом односкачковых и многоскачковых (отражённых в южном полушарии) свистящих атмосфериков (СА).

1. ВВЕДЕНИЕ

В среднеширотной ионосфере одним из основных факторов возникновения возмущений являются процессы, связанные с геомагнитной активностью и высыпанием заряженных частиц (электронов и протонов) из радиационных поясов (РП) Земли. С одной стороны, высыпание в атмосферу является естественным процессом утечки электронов из РП, однако этот же процесс может стимулироваться очень низкочастотным (ОНЧ) излучением молниевых разрядов грозовых очагов [1, 2]. Электромагнитное излучение грозовых разрядов в атмосфере проникает в магнитосферу и при наличии магнитосферных волноводов (дактов) может распространяться в магнитосопряжённые области, где принимается в виде свистов (СА). Традиционно считалось, что слабое затухание свистов, в том числе многократно переотражённых между магнитосопряжёнными точками, объяснимо хорошими волноводными свойствами дактов. Однако было обнаружено, что свисты усиливаются при распространении в магнитосфере и сопровождаются заметными высыпаниями электронов, образующих области повышенной ионизации (ОПИ) в нижней ионосфере. Резкие локальные увеличения ионизации ионосферы влияют на распространение радиоволн в ионосфере и в приземном волноводе и проявляются в виде эффектов Тримпи — резких изменений амплитуды и фазы радиосигналов продолжительностью до ~ 100 с [3, 4].

Известные из литературы проявления Тримпи-эффектов относятся, главным образом, к американскому континенту. В то же время, ряд экспериментальных данных о распределении электронов РП Земли и о характере принимаемых на земной поверхности ОНЧ излучений указывают на возможное различие таких процессов для среднеширотной ионосферы западного и восточного полушарий Земли. В западном (американском) полушарии важное значение для динамики РП имеет наличие бразильской (южно-атлантической) аномалии магнитного поля Земли, приводящей к обеднению РП как в регулярном диффузионном режиме, так и при взаимодействии с иницирующими ОНЧ излучениями [5, 6]. Результаты одновременных наблюдений вариаций длинноволновых и сверхдлинноволновых радиосигналов на сети радиотрасс на североамериканском континенте [4] показали, что зарегистрированные эффекты порождаются мощными молниевыми разрядами в северном полушарии, при этом прошедшее в магнитосферу электромагнитное излучение в виде свистовых волн взаимодействует на циклотронном резонансе со встречными энергичными электронами (с энергиями больше 40 кэВ). После взаимодействия с СА электроны высыпаются в северном полушарии, образуя ОПИ. Часть провзаимодействовавших электронов может отразиться в северном полушарии и высыпаться в южном, где напряжённость геомагнитного поля меньше и области отражений электронов РП лежат на более низких высотах. В случае же СА, идущего из южного полушария в северное, наличие южно-атлантической аномалии приводит к практически полному выпанию энергичных электронов вблизи конца дакта в южном полушарии. Таким образом, и это подтверждено в экспериментах [4], регистрируемые на североамериканском континенте эффекты редко сопровождаются наблюдаемыми свистами.

В области над Европой и европейской частью России в средних широтах разница в напряжённости геомагнитного поля в южном и северном полушарии уменьшается, что должно выражаться в большей симметрии процессов распространения СА и индуцированных выпадений электронов. В частности, указания на большую вероятность наблюдения многоскачковых СА в этой области имеются в литературе [7]. В то же время, результаты наземных и спутниковых наблюдений многоскачковых СА выявили ряд особенностей, указывающих на несимметричность распространения СА в южное полушарие и обратно [8, 9]. На основе анализа результатов приёма многоскачковых СА можно сделать вывод, что в области европейской части России, где были проведены измерения, в районе $L \sim 3$ распространение СА симметрично между магнитосопрежёнными областями, в то время как в области $L = 2 - 2,5$ обнаружено более вероятное распространение СА из южного полушария в северное [8, 9]. Применительно к выпадениям электронов в северном полушарии, обнаруженная особенность должна приводить к большей вероятности возмущений ра-

диосигналов вблизи географических широт 50° – 60° , по сравнению с более низкими широтами.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

К сожалению, регулярные наблюдения Тримпи-эффектов и связанных с ним явлений в России не проводятся. Московским физико-техническим институтом в 1994 г. были проведены серии регистраций в Московской и Тверской областях сигналов московского длинноволнового передатчика (66,6 кГц) одновременно с широкополосным приёмом ОНЧ излучений. При выборе частоты используемого для наблюдений передатчика предполагалось, что наблюдения будут проводиться на коротких трассах распространения и радиосигнал с длиной волны $\sim 4,5$ км будет чувствителен к изменениям поглощения и высоты отражения в ионосфере. Вероятность обнаружения рассматриваемых эффектов на коротких трассах, конечно, меньше, чем на дальних, но при этом облегчается задача определения местоположения ОПИ и сопоставления проявления эффектов Тримпи с одновременно наблюдаемыми СА. При работе на коротких трассах мы можем локализовать область высыпания, размеры которой (20–200 км) сопоставимы с длиной трассы, а также уверенно принять СА, если он сопровождает высыпание.

Приём горизонтальной магнитной компоненты H радиосигнала проводился на ферритовую магнитную антенну. После полосовой фильтрации сигнал поступал на смеситель, где перемножался с сигналом гетеродина от кварцевого генератора, затем проводилась основная фильтрация сигнала в полосе 3 Гц (чтобы выделить только несущую частоту передатчика) и детектирование с усреднением по времени ~ 5 с. В результате, при такой схеме приёма мы получаем высокую селективность и хорошее отношение сигнал/шум даже при наличии большого уровня промышленных помех в городских условиях. Запись амплитуды принимаемого сигнала проводилась на самописец.

ОНЧ излучения принимались в широкой полосе (0,5–12,5 кГц) на воздушную рамочную антенну с эффективной площадью ~ 300 м² и после усиления и полосовой фильтрации поступали на акустическую систему для прослушивания, и записывались на магнитофон.

Пример регистрации эффектов резкого изменения амплитуды в г. Москве, которые по своим характеристикам можно интерпретировать как влияние высыпания электронов в области отражения радиосигнала, приведён на рис. 1 в виде зависимости амплитуды принимаемого сигнала от времени (время T везде далее московское, одновременный приём СА в Москве не проводился). Расстояние между передатчиком и приёмником здесь очень короткое $d \sim 20$ км (практически вертикальное распространение). Приём сигнала проводился при ориентации магнитной антенны

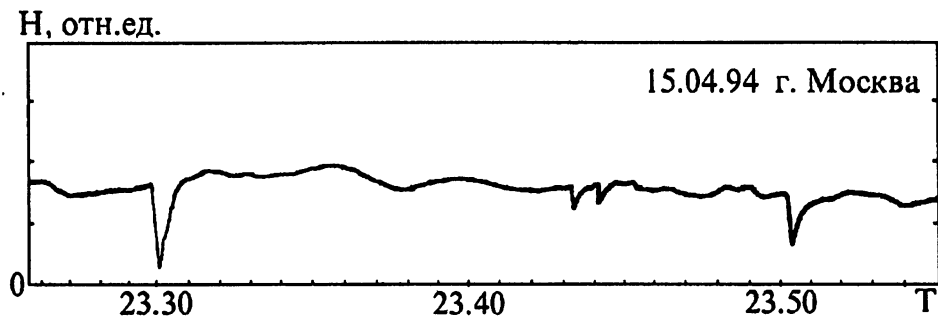


Рис. 1. Возмущения амплитуды длинноволнового радиосигнала.
Одновременный приём СА в Москве не проводился.

по минимуму диаграммы направленности, что обеспечивает подавление прямой волны на ~ 40 дБ и приём ионосферной волны в ночных условиях. Всего в Москве проведено в период с апреля по ноябрь 1994 г. 34 ночных сеанса регистрации сигнала, из них только в 4-х сеансах, в мае и июне, обнаружены резкие амплитудные (не менее 10%) изменения сигналов продолжительностью до 60 с, которые могут быть интерпретированы как проявления Тримпи-эффектов. К сожалению, в городских условиях с большим уровнем помех широкополосный приём ОНЧ излучений невозможен, поэтому мы не располагаем информацией о грозовой активности и появлении СА в периоды сеансов.

Регистрация с одновременным приёмом широкополосных ОНЧ излучений проводилась в Московской и Тверской областях, всего было проведено 49 ночных сеансов в период с мая по сентябрь 1994 г., при этом эффект Тримпи с изменением амплитуды (не менее 10%) наблюдался в 5-и сеансах. При наблюдениях в Московской области (рис. 2, 3) (в областях $L = 2,6$) расстояние между передатчиком и приёмником составляло $d \sim 100$ км, приём проводился при такой ориентации магнитной антенны, чтобы в ночное время прямая и ионосферная волны были соизмеримы, что приводит к глубоким замираниям сигнала. В этом случае мы можем наблюдать амплитудные возмущения сигнала, связанные как с увеличением поглощения в ионосфере при высыпании электронов, так и с изменением фазы ионосферной волны вследствие понижения высоты отражения. Уже после восхода солнца (рис. 2) резкие скачки амплитуды видны на фоне перестройки ионосферы от ночи ко дню (рост поглощения ионосферной волны ведёт к уменьшению глубины осцилляций амплитуды сигнала). В это время СА не зафиксированы, но широкополосный приём регистрировал значительную местную грозовую активность со множеством мощных разрядов. В случае, показанном на рис. 3, регистрация амплитудных изменений сигнала сопровождалась приёмом СА; моменты регистрации СА, приходящих из южного полушария, отмечены стрелками. На рис. 3

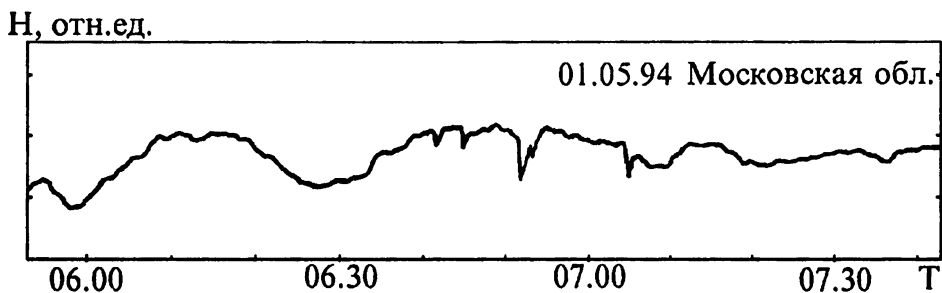


Рис. 2. Возмущения амплитуды сигнала несущей частоты ДВ радиосигнала.

в предзакатное время скачки амплитуды сигнала сопровождалось одиночными свистами с дисперсией, соответствующей пришедшим из южного полушария СА. Таким образом, отмеченные изменения амплитуды могут быть вызваны высыпаящимися энергичными электронами, отражёнными от южной магнитосопряжённой области.

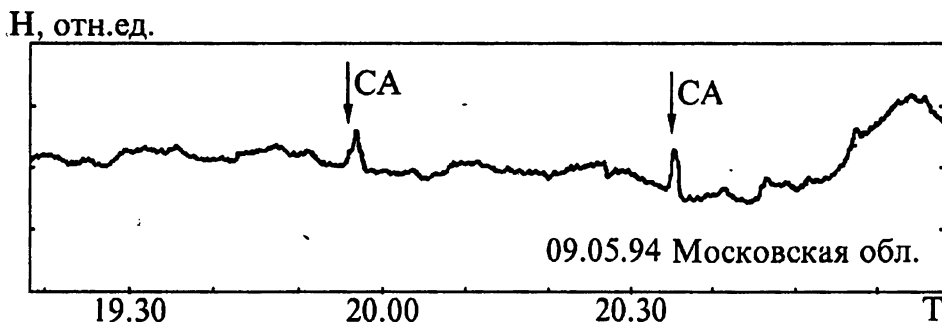


Рис. 3. Запись амплитуды длинноволнового сигнала, аналогичная рис. 2.

В Тверской области (в областях $L = 2,8$, расстояние между передатчиком и приёмником $d \sim 400$ км) приём сигнала проводился при ориентации магнитной антенны по максимуму диаграммы направленности (при этом наблюдалась соразмерность прямой и ионосферной волн в ночных условиях). Эффект высыпания зарегистрирован на фоне перехода от ночных к дневным условиям распространения (рис. 4). Стрелками указаны моменты регистрации многоскачковых СА. Резким и достаточно продолжительным изменениям амплитуды соответствуют одновременно зарегистрированные две группы мощных многоскачковых (не менее четырёх переотражений между магнитосопряжёнными областями) СА, которые могли вызвать продолжительное высыпание электронов. Всего в трёх сеансах наблюдений в 1994 г. нами отмечено одновременное проявление эффекта Тримпи и приёма свистящих атмосфериков.

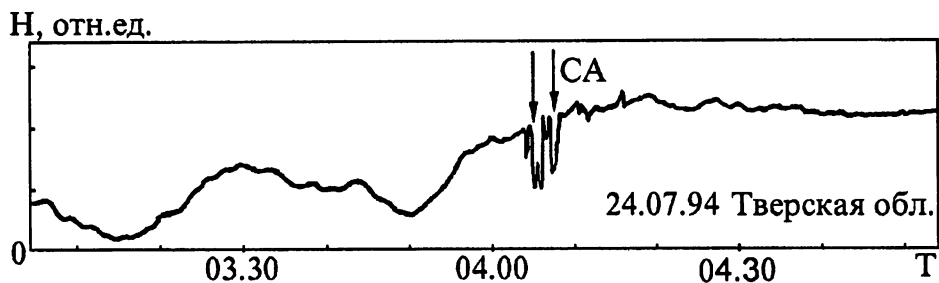


Рис. 4. Возмущения амплитуды сигнала несущей частоты ДВ радиопередатчика.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Одновременная регистрация Тримпи-эффектов и СА подтверждает предположение о симметричности распространения последних и индуцированных высыпаний электронов в районе $L \sim 3$. В пользу этого предположения говорит также анализ зарегистрированных в 1990–1994 гг. многоскачковых СА [8, 9]. Оказалось, что все принятые СА, несколько раз переотражённые между северным и южным полушариями, распространяются в области $L = 2,6\text{--}3,3$ (с дисперсиями $D = 66\text{--}85 \text{ с}^{1/2}$), в то время как на меньших L -оболочках зарегистрированы только односкачковые СА. Для исследования особенностей проявления эффекта Тримпи в широтной области $L \sim 2\text{--}2,5$ необходимы дальнейшие экспериментальные исследования. Проведённые нами эпизодические измерения сверхдлинноволновых сигналов, пересекающих эти области, не обнаружили амплитудных изменений, схожих с эффектом Тримпи, однако, по-видимому, это связано с недостаточно большим объёмом измерений и трудностями идентификации эффектов с малыми амплитудными изменениями без одновременного приёма СА. При анализе экспериментальных записей для отбора эффектов нами был выбран 10% порог резких изменений амплитуды. В то же время в работе [4] руководствовались порогом в 5%, однако при этом при анализе эффектов были использованы одновременные записи на других частотах и трассах.

Проведённые в период с мая по сентябрь 1994 г. экспериментальные измерения в Московской и Тверской областях обнаружили эффекты резких амплитудных изменений длинноволновых радиосигналов, связанные с индуцированными высыпаниями электронов из магнитосферы. На основе результатов одновременного приёма широкополосных ОНЧ излучений (свистящих атмосфериков) установлено, что источником ОНЧ излучений, инициирующих высыпания, может быть грозовой разряд как в северном, так и в южном полушариях. Накопленный экспериментальный материал по приёму СА в средних широтах указывает на ряд особенностей распространения последних. Большинство наблюдаемых СА и, в частности,

многоскачковых СА (с большой дисперсией) распространяются по дактам $L = 2,6-3,3$. Соответственно в этих широтных областях следует ожидать более частых проявлений возмущений амплитуды и фазы СДВ-ДВ-СВ радиосигналов, вызываемых высыпаниями энергичных электронов, которые индуцированы СА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трахтенгерц В. Ю. // Геомагн. и аэрон., 1963. Т. 3. №3. С. 442.
2. Dangey J. V. // Planet. Space Sci., 1963. V. 11. P. 591.
3. Helliwell R. A., Katsuftrakis J. P., and Trimpi M. L. // J. Geophys. Res., 1973. V. 78. P. 4679.
4. Inan U. S., Knifsend F. A., and Oh J. // J. Geophys. Res., 1990. V. 95. № A10. P. 17217.
5. Vampola A. L., Gorney D. J. // J. Geophys. Res., 1983. V. 88. P. 6267.
6. Imhof W. L., Voss H. D., Walt M., Gains E. E., Mobilia J., Datlowe D. W., and Reagan J. B. // J. Geophys. Res., 1986. V. 92. № A8. P. 8883.
7. Smith A. J., Carpenter D. L., Corcuff Y., Rash J. P. S., and Bering E. A. // J. Geophys. Res., 1990. V. 96. № A1. P. 75.
8. Савченко П. П., Шибяев И. Г. — В межвед. сб.: Распространение и дифракция электромагнитных волн. — М., 1993. С. 91.
9. Savtchenko P. — In: Eighth Intern. Simp. on Solar Terrestrial Physics. Abstracts. — Japan: Sendai, 1994. P. 136.

Московский физико-технический
институт, Россия

Поступила в редакцию
26 марта 1996 г.

INVESTIGATION OF LONG-WAVE RADIOSIGNAL DISTURBANCES, ASSOCIATED WITH LIGHTNING-INDUCED ENERGETIC ELECTRON PRECIPITATION

P. P. Savtchenko

Long-wave transmitter radiosignals at short distances were measured simultaneously with the broadband reception of very low frequency activity. The analysis of acquired data revealed events with brief amplitude changes of $> 10\%$, which can be identified as the reflection of long-wave signals from the lightning-induced energetic electron precipitation regions in the ionosphere. Some registered events were accompanied by whistlers, arrived from the southern hemisphere, and multi-hop whistlers, originated in the northern hemisphere.

УДК 534.222

ДИНАМИКА ЛУЧЕЙ В ПЕРИОДИЧЕСКИ ГОФРИРОВАННОМ ПЛАЗМОПОЛНЕННОМ ВОЛНОВОДЕ С ПОЛИНОМИАЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ ГОФРЫ

А. Е. Дубинов, С. А. Садовой

Рассмотрена задача о динамике лучей в периодически гофрированном плоском волноводе, частично заполненном немагнитной плазмой. Найдены периодические, с малым периодом, траектории лучей чисто волноводного и плазменно-волноводного типов. Рассчитана функция распределения точек отражения лучей от поверхности волновода в случае хаотических траекторий.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для решения целого ряда проблем, связанных с усилением и генерированием излучения СВЧ диапазона, СВЧ нагревом и диагностикой плазмы, расчётом резонаторов газовых лазеров, осуществлением дальней ионосферной связи и т. п., необходимо рассматривать динамику лучей электромагнитных волн в различных сложных по геометрии электродинамических структурах, полностью или частично заполненных неоднородной плазмой.

С этой целью в данной работе изучается динамика электромагнитных лучей в полиномиально гофрированном плоском волноводе, частично заполненном неоднородной, но изотропной плазмой. Схожие задачи рассматривались в работах [1, 2], в которых неоднородное заполнение имитировалось некой модельной диэлектрической средой, и было показано, что, в случае слабогофрированного периодического волновода с параболическим профилем гофры и с модельным заполнением, реализуется хаотическая динамика последовательности точек отражения лучей от стенок волновода.

Однако наряду с хаотическими последовательностями в решениях практически всегда имеет место счётное множество изолированных друг от друга и, следовательно, неустойчивых по отношению к начальным условиям входа в волновод периодических траекторий, поиск которых имеет важное значение для понимания рассматриваемой динамической системы в целом.

Поэтому, поиску периодических решений, а также вычислению функций распределения вероятностей в хаотических решениях с отказом от

малости глубины гофрировки волновода посвящена данная работа. В работе была рассмотрена полиномиальная гофрировка волновода, которая также является более общей по отношению к параболической, рассмотренной в работах [1, 2].

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим математический формализм, с помощью которого можно описать плоский волновод, гофрированные стенки которого задаются периодической функцией $\chi(\xi) = \chi(\xi + 1)$. Функция $\chi(\xi)$ должна быть гладкой, кроме, быть может, счётного числа точек, но всюду непрерывной. Для полиномиального профиля гофры имеем $\chi(\xi) = bL^{-1}[1 - (2\xi - 1)^{2m}]$, где m — целое число; при этом надо учитывать, что значение функции $\chi(\xi)$ необходимо сдвинуть относительно оси 0ξ на $\pm h$, где h — свободная апертура волновода (см. рис. 1). Волновод частично заполнен изотропной плазмой с поперечным профилем концентрации, описываемым чётной функцией $n_e(z)$. Этот профиль условно показан на рис. 1 слева. На нём же изображён сам волновод и типичный участок траектории луча.

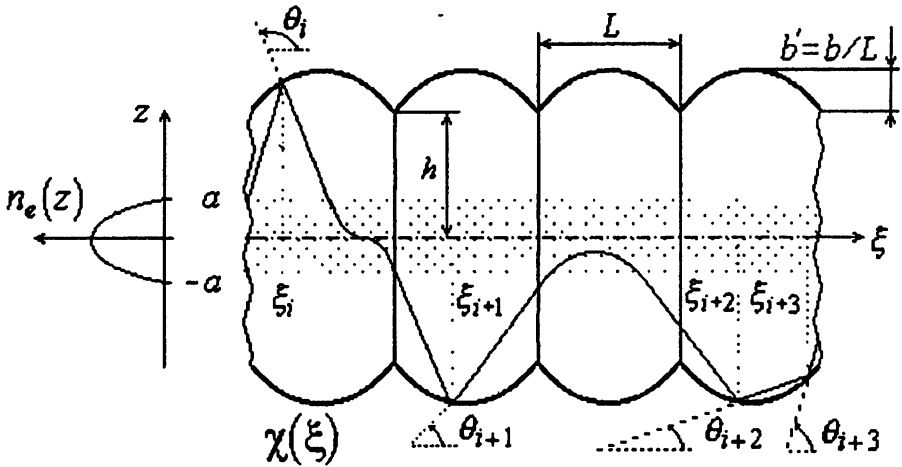


Рис. 1. Геометрия задачи.

Легко понять, что возможны три типа траекторий луча между двумя последовательными отражениями его от стенки волновода:

- полное прохождение луча сквозь плазму,
- отражение луча плазмой,
- отсутствие захода луча в плазму (прямолинейный участок); это отражение в данной задаче нами условно названо — отражение типа “шепчущей галереи”.

Все эти возможности также показаны на рис. 1.

Для описания динамики луча удобно выбрать следующие динамические переменные: $\{\xi_i; \theta_i\}$, соответствующие i -му отражению от стенки волновода (ξ — продольная координата точки i -го отражения, θ_i — угол между отражённым лучём и осью волновода в точке i -го отражения, см. рис. 1). Удобно рассматривать лишь дробную часть ξ_i , т. е. один период гофры, следовательно фазовое пространство динамической системы $\{\xi_i; \theta_i\}$ является 2-мерным тором на полуотрезках $0 \leq \xi_i < 1$, $90^\circ \leq \theta_i < -270^\circ$. Также, аналогично [1, 2], мы будем рассматривать лишь нижнюю половину волновода. Эти упрощения не сказываются на полученных далее результаты.

Получим уравнения для границ областей на торе, соответствующих разным типам траекторий:

I — условие прохождения луча сквозь плазму:

$$-90^\circ - \arccos \sqrt{\frac{n_0}{n_{cr}}} < \theta_i < -90^\circ + \arccos \sqrt{\frac{n_0}{n_{cr}}}, \quad (1)$$

где n_0 — максимальная концентрация плазмы, n_{cr} — критическая концентрация плазмы;

II — условие отражения луча от плазмы:

$$\begin{cases} -90^\circ + \arccos \sqrt{\frac{n_0}{n_{cr}}} \leq \theta_i < -\arctg \left(\frac{\chi(\xi_i)}{(1-\xi_i)} \right) \text{ и} \\ -180^\circ + \arctg \left(\frac{\chi(\xi_i)}{\xi_i} \right) < \theta_i \leq -90^\circ - \arccos \sqrt{\frac{n_0}{n_{cr}}}; \end{cases} \quad (2)$$

III — условие для траектории типа “шепчущей галереи”:

$$\begin{cases} -\arctg \left(\frac{\chi(\xi_i)}{(1-\xi_i)} \right) \leq \theta_i \leq \arctg(\chi'(\xi_1)) \text{ и} \\ -180^\circ + \arctg(\chi'(\xi_1)) \leq \theta_i \leq -180^\circ + \arctg \left(\frac{\chi(\xi_i)}{\xi_i} \right), \end{cases} \quad (3)$$

где штрих обозначает производную по переменной ξ при $\xi = \xi_i$;

IV — границы области тора, в которые динамическая система $\{\xi_1; \theta_1\}$ никогда не попадает (отражённый луч направлен вглубь стенки, а при выбранной нами системе координат такое невозможно):

$$\begin{cases} -180^\circ + \arctg(\chi'(\xi_i)) > \theta_i \text{ и} \\ \arctg(\chi'(\xi_i)) < \theta_i. \end{cases} \quad (4)$$

Перечисленные выше условия справедливы для любой вогнутой и гладкой функции, описывающей гофрированные стенки волновода.

Надо учитывать, что условия (1) и (3) могут иметь пересечения, при этом главным остаётся условие (3).

Все эти условия можно увидеть на развёртке фазового пространства (рис. 2), построенной для конкретного случая $\chi(\xi) = bL^{-1}\xi(1-\xi)$, $b = 0,2$, $L = 1$, $h = 1$, $a = 0,2$, $k = \sqrt{n_0/n_{cr}} = 0,938$, $m = 1$. Центральная симметрия 2-го порядка развёртки фазового пространства, относительно точки $\xi = 0,5$, $\theta = -90^\circ$, является следствием обратимости хода луча.

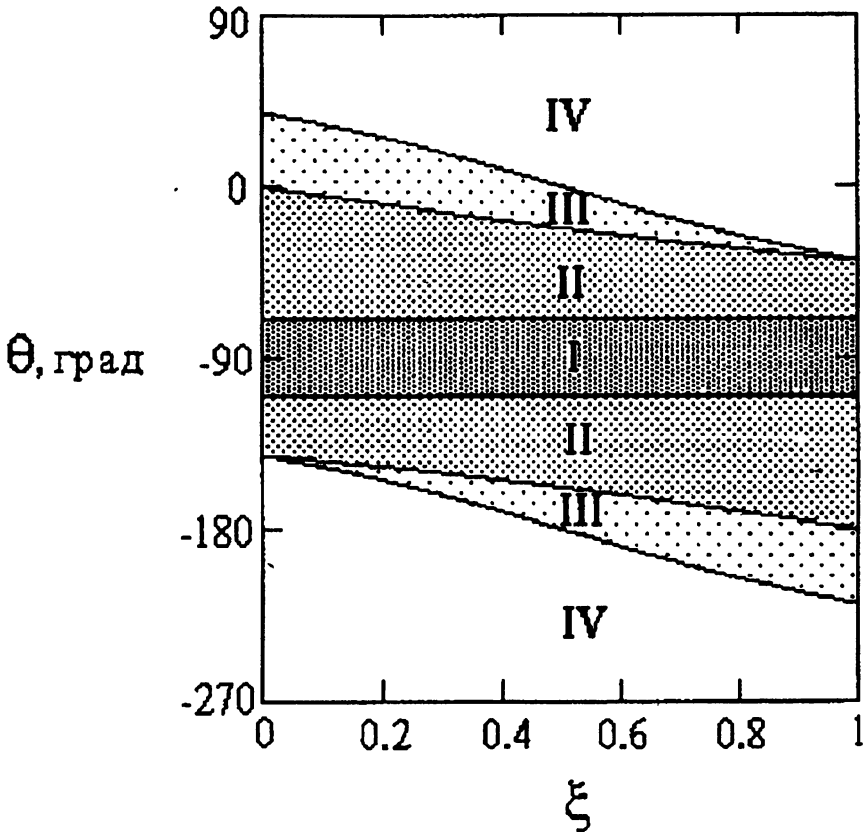


Рис. 2. Развёртка фазового пространства динамической системы.

Легко понять, как трансформируются области типов траекторий при варьировании параметров b и k (рис. 3):

— при уменьшении концентрации плазмы (т. е. при уменьшении k) область I увеличивается, достигает границ областей II и IV и огибает их (рис. 3а: $k = 0,4$, $b = 0,2$),

— при увеличении концентрации плазмы область I уменьшается (рис. 3б: $k = 0,991$, $b = 0,2$) и при $k \geq 1$ исчезает,

— при увеличении амплитуды гофрирования b области III и IV возрастают, поглощая часть области II, и, достигая границы области I, начи-

нают поглощать и её (рис. 3в: $k = 0,98, b = 1,5$),

— при уменьшении b область III сужается (рис. 3г: $k = 0,98, b = 0,05$).

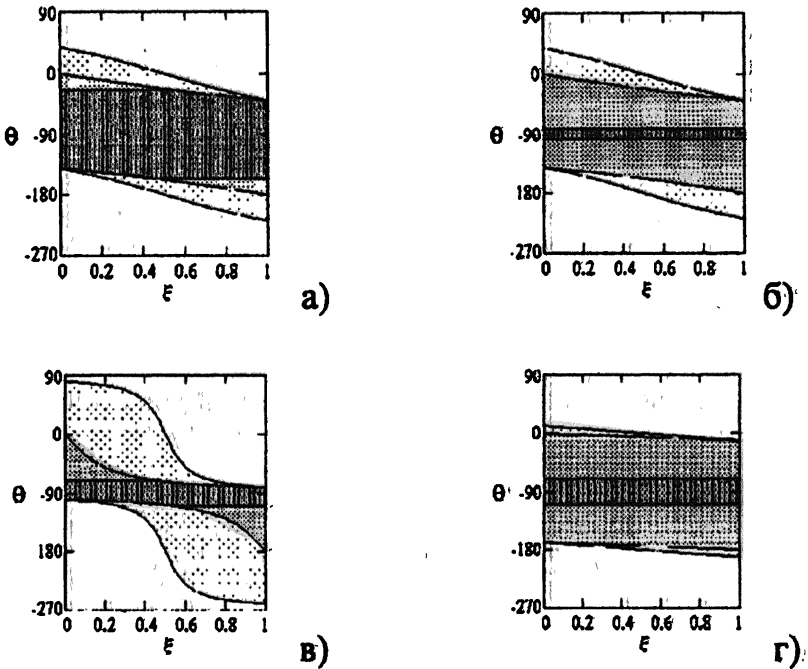


Рис. 3. Деформация развёртки фазового пространства при варьировании параметров k и b .

Динамика рассматриваемой системы определяется отображением $\{\xi_{i+1}; \theta_{i+1}\} = \mathbf{T}\{\xi_i; \theta_i\}$, где оператор \mathbf{T} есть

$$\begin{cases} \xi_{i+1} = f(\xi_i; \theta_i), \\ \theta_{i+1} = g(\xi_i; \theta_i). \end{cases} \quad (5)$$

Функции f и g , рассчитаны для различных областей фазового пространства:

$$\text{I} \quad \begin{cases} \xi_{i+1} = \{\alpha_i\}, \\ \theta_{i+1} = 2 \arctg(\chi'(\xi_{i+1})) + \theta_i, \end{cases} \quad (6)$$

где $\{\alpha_i\}$ — дробная часть от величины α_i , определяемой из решения трансцендентного уравнения

$$\chi(\alpha_i) + \text{tg}(\theta_i)\alpha_i + b - \text{tg}(\theta_i) \left(\xi_i + \frac{2h - 2a - \chi(\xi_i)}{-\text{tg}(\theta_i)} + S_{\text{tr}} \right) = 0; \quad (7)$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} \xi_{i+1} = \{\beta_i\}, \\ \theta_{i+1} = 2 \arctg(\chi'(\xi_{i+1})) + \theta_i, \end{cases} \quad (8)$$

где величина β_i определяется из решения трансцендентного уравнения:

$$\chi(\beta_i) + \operatorname{tg}(\theta_i)\beta_i + b - \operatorname{tg}(\theta_i) \left(\xi_i + \frac{2h - 2a - \chi(\xi_i)}{-\operatorname{tg} \theta_i} + S_{\text{ref}} \right) = 0; \quad (9)$$

$$\text{III} \quad \begin{cases} \xi_{i+1} = \gamma_i, \\ \theta_{i+1} = 2 \operatorname{arctg}(\chi'(\xi_{i+1})) - \theta_i, \end{cases} \quad (10)$$

где величина γ_i определяется из решения трансцендентного уравнения на отрезке $[0; 1]$, исключая решение $\gamma_i = \xi_i$:

$$\chi(\gamma_i) - \operatorname{tg}(\theta_i)\gamma_i - \chi(\xi_i) + \operatorname{tg}(\theta_i)\xi_i = 0. \quad (11)$$

Через S_{tr} и S_{ref} в (7) и (9) мы обозначили осевое смещение луча при проходе его через плазму в режиме прохождения и отражения соответственно. Их значения можно определить, следуя [3], посредством интегрирования по ходу луча:

$$S_{\text{tr}} = \int_{-a}^a \frac{\sin(90^\circ - \theta_i) dz}{\sqrt{1 - \frac{n_e(z)}{n_{\text{cr}}} - \sin^2(90^\circ - \theta_i)}}, \quad (12)$$

$$S_{\text{ref}} = 2 \int_{a-l_{\text{cr}}}^a \frac{\sin(90^\circ - \theta_i) dz}{\sqrt{1 - \frac{n_e(z)}{n_{\text{cr}}} - \sin^2(90^\circ - \theta_i)}}, \quad (13)$$

где l_{cr} — глубина проникновения луча в плазму, т. е. $n(l_{\text{cr}}) = n_{\text{cr}} \cos^2(90^\circ - \theta)$. Конкретно, для параболического поперечного распределения концентрации плазмы $n_e(z) = n_0(1 - (z/a)^2)$ при $n_0 < n_{\text{cr}}$ получаем

$$S_{\text{tr}} = 2 \frac{a}{k} \cos(\theta_i) \ln \left[\frac{\sin(\theta_i) + k}{\sin(\theta_i) - k} \right], \quad (14)$$

$$S_{\text{ref}} = 2 \frac{a}{k} \cos(\theta_i) \ln \left[\frac{\sin(\theta_i) + k}{\sqrt{k^2 - \sin^2(\theta_i)}} \right]. \quad (15)$$

Итак, соотношения (6)–(11) совместно с (14), (15) и условиями (1)–(4) полностью определяют динамическую систему $\{\xi_i; \theta_i\}$.

3. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ

Для нахождения всех периодических траекторий с длиной периода N , в общем случае, необходимо найти все корни системы уравнений:

$$\{\xi; \theta\} = \mathbf{T}^N \{\xi; \theta\}. \quad (16)$$

Ясно, что практически реализовать этот поиск можно лишь при малых N или использовать другие, более конкретные, уравнения. Ниже будут найдены периодические траектории рассматриваемой системы N , причём мы не будем исследовать уравнение (16), а воспользуемся очевидными геометрическими свойствами. Это позволит нам провести некоторую классификацию таких решений.

Прежде всего, заметим, что если луч входит в плазму перпендикулярно оси волновода, то на форму траектории лучей наличие плазмы никак не сказывается. Поэтому, легко найти такое семейство периодических траекторий (для конкретных параметров системы $\chi(\xi) = b[1 - (2\xi - 1)^{2m}]$, $b = 0,6$, $k = 0,938$, $m = 3$): три траектории с периодом $N = 1$ и две траектории с периодом $N = 4$. Точки отражений таких траекторий условно показаны на рис. 4. Аналогичным образом можно строить периодические траектории с большим значением длины периода N . Легко понять, что множество всех таких траекторий счётное.

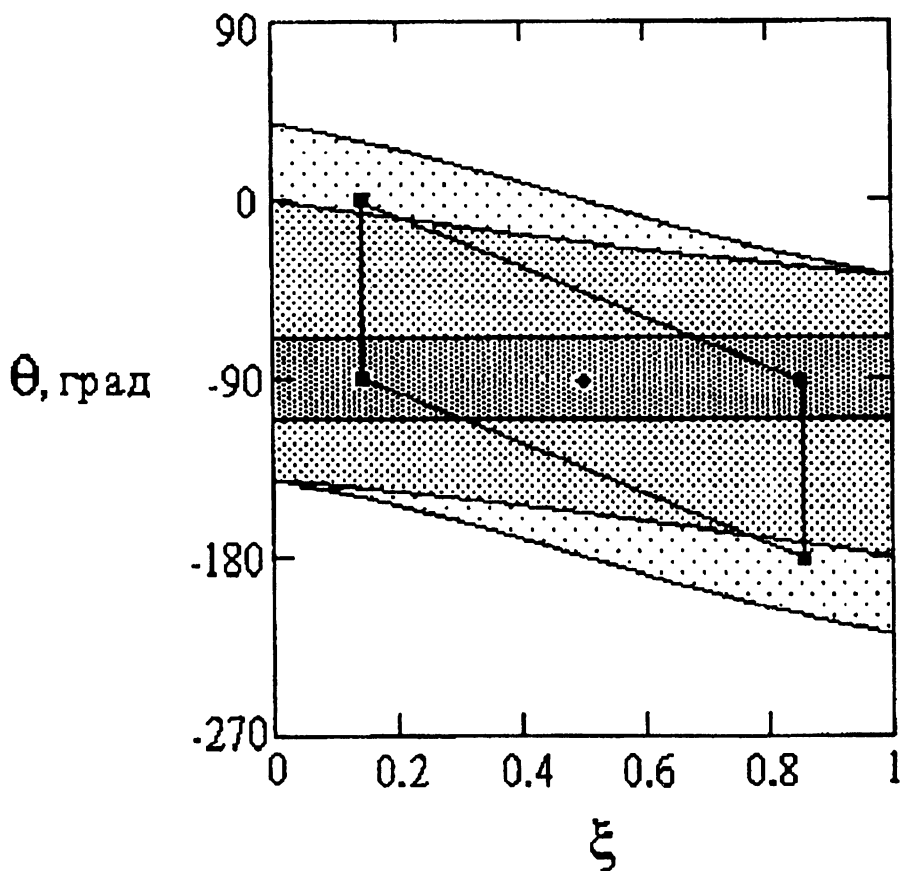


Рис. 4. Периодические траектории волноводного типа. Обозначения: \diamond — длина периода $N = 1$, \square — длина периода $N = 4$.

Поскольку плазма не влияет на ход этих траекторий, то их удобно классифицировать как чисто волноводные. К этому типу также можно отнести и тривиальные решения с $\theta = 0^\circ, 180^\circ$, соответствующие траекториям, параллельным оси волновода. Естественно, последние могут существовать лишь целиком в вакуумной области волновода и частично в плазме, где отсутствует отсечка луча. Несмотря на то, что мощность множества — континуум, вероятность их реализации равна нулю, т. к. площадь отрезка, соответствующая им в пространстве $\{\xi; \theta\}$, — нулевая.

Особый класс периодических траекторий с длиной периода $N = 2$ показан на рис. 5. Эти траектории искривлены плазмой, проходят сквозь неё (рис. 5а) или отражаются ею (рис. 5б) и охватывают n периодов гофры. Поэтому мы их классифицировали как плазменно-волноводные n -го порядка. Для их нахождения можно воспользоваться очевидным условием: луч перпендикулярен касательной к стенке волновода в точке его отражения. Из этого следует условие для ξ и θ точек отражения:

$$\begin{cases} \xi_{i+n} = 1 - \xi_i, \\ \theta_i = 90^\circ + \arctg(-2\pi b \sin(2\pi\xi_i)), \end{cases} \quad (17)$$

где $i = 1, \dots, n$; n — порядок периодической плазменно-волноводной траектории. Условия (17) сводятся к трансцендентному уравнению:

$$\xi_i + 2[h - a + \chi(\xi_i)] \operatorname{tg}(\chi'(\xi_i)) + S_{\text{tr,ref}} = n - \xi_i. \quad (18)$$

Значения ξ и θ изображены на рис. 6. Очевидно, что их число или конечно, или счётно.

Возможно, мы рассмотрели не все типы периодических волноводных и плазменно-волноводных траекторий, но количество таких типов не более чем счётно.

4. ХАОС ЛУЧЕЙ

Для исследования хаотического поведения траекторий лучей в рассматриваемой системе была вычислена (для конфигурации $\chi(\xi) = bL^{-1}\xi(1-\xi)$, $b = 0,2$, $L = 1$, $h = 1$, $a = 0,2$, $\sqrt{n_0/n_{\text{cr}}} = 0,938$) последовательность $\{\xi_i; \theta_i\}$ длиной $\sim 10^6$ итераций. Для доказательства хаотичности этой последовательности был рассчитан коэффициент корреляции $K(N)$ для переменной ξ по формуле

$$K(N) = \frac{\langle \xi_i \xi_{i+N} \rangle - \langle \xi_i \rangle \langle \xi_{i+N} \rangle}{\sqrt{\langle \xi_i^2 \rangle - \langle \xi_i \rangle^2} \cdot \sqrt{\langle \xi_{i+N}^2 \rangle - \langle \xi_{i+N} \rangle^2}}. \quad (19)$$

График зависимости $K(N)$ показан на рис. 7. Видно, что корреляции быстро спадают и система хаотична.

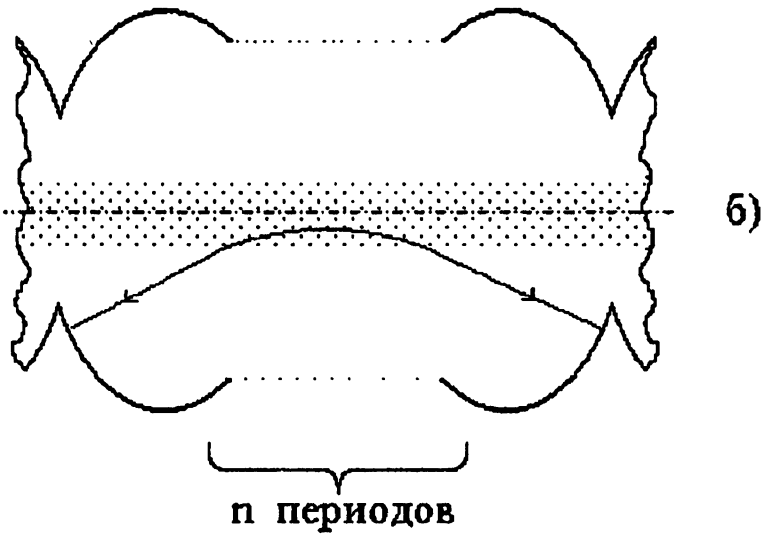
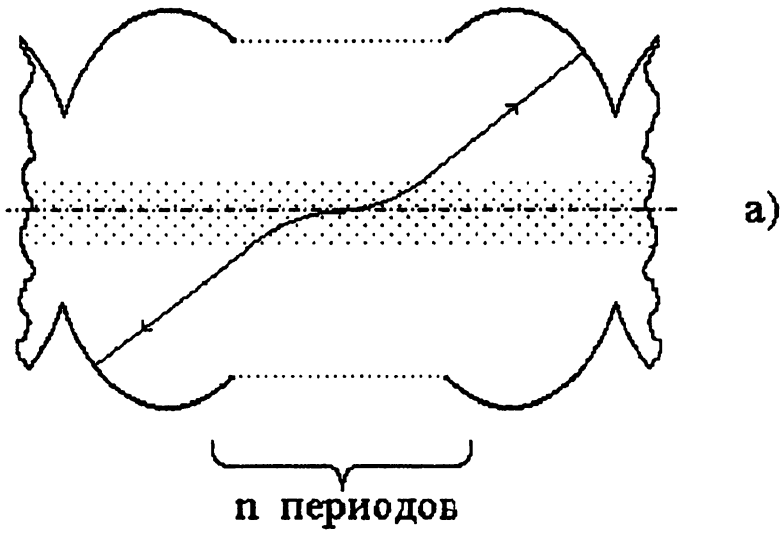


Рис. 5. Периодические траектории плазменно-волноводного типа.

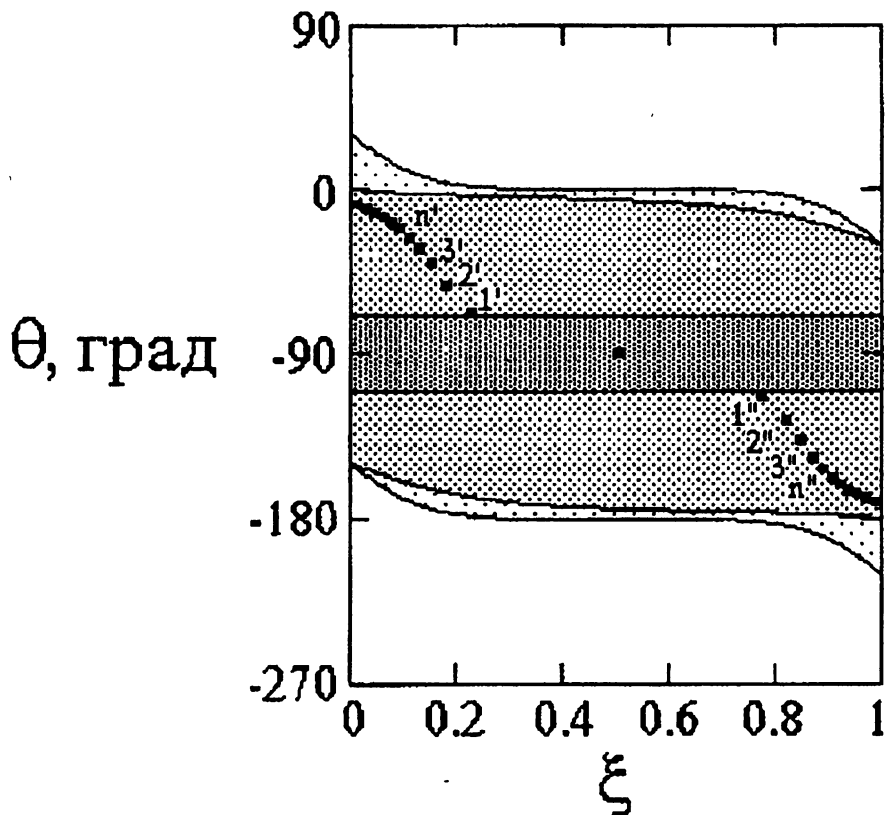


Рис. 6. Периодические траектории плазменно-волноводного типа с длиной периода $N = 2$ n -го порядка; n^I — условное начало траектории, n^{II} — конец траектории в гофре n -го порядка.

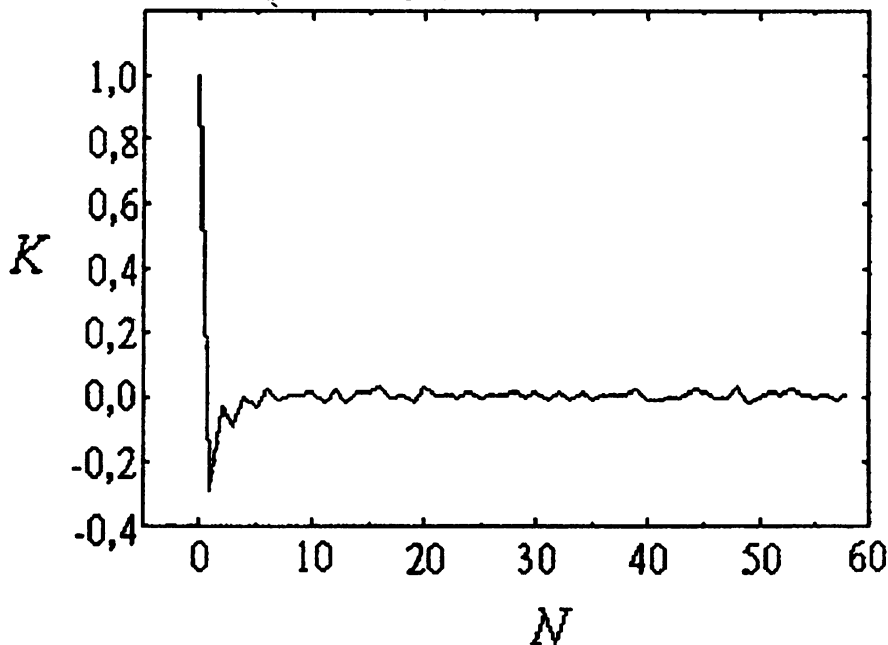


Рис. 7. График корреляционного коэффициента $K(N)$.

Для вычисления функции распределения вероятности $P(\xi; \theta)$ (рис. 8) была построена гистограмма числа попаданий траектории в ячейку $\Delta\xi\Delta\theta$ фазового пространства. Она нормировалась так, чтобы

$$\int_0^1 \int_{-90^\circ}^{270^\circ} P(\xi; \theta) d\xi d\theta = 1. \quad (20)$$

На рис. 8 видна область фазового пространства, куда наиболее часто попадает траектория луча.

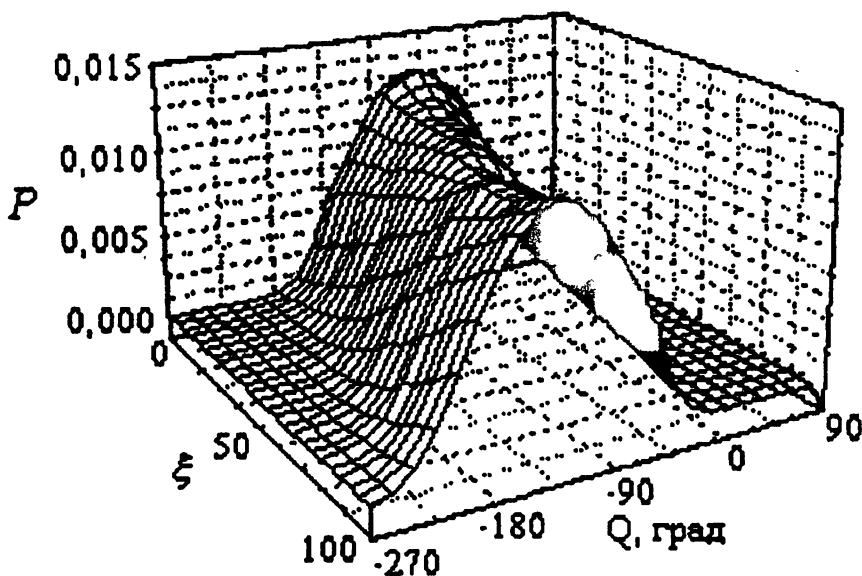


Рис. 8. Функция распределения вероятностей $P(\xi; \theta)$.

Следствием быстрого затухания корреляций является следующий любопытный факт. Если поместить в некоторую точку внутри волновода некоторый источник, то, независимо от его диаграммы направленности (изотропна ли она или узконаправлена в малый, но конечный угол), распределение освещённости на некотором удалении от этой точки будет одинаковым. Это удаление определяется характерной длиной спада корреляции, а само распределение освещённости — функцией распределения $P(\xi; \theta)$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовалась динамика луча в полиномиально гофрированном волноводе, частично заполненном изотропной плазмой. Найдены и

классифицированы изолированные периодические траектории луча и указано, что мощность множества таких траекторий, за исключением тривиальных, не более чем счётна.

Вычислялся корреляционный коэффициент $K(N)$. Показано, что корреляции в системе быстро затухают и реализуется состояние детерминированного хаоса.

Вычислена также функция распределения координаты и направления луча в точке отражения. Авторы понимают, что, скорее всего, амплитуда волны луча в результате многократных отражений и прохождения сквозь плазму затухает и поэтому в реальности через $\sim 10^6$ отражений луч, как таковой, практически исчезает. Однако использованный метод расчёта функции распределения, вследствие быстрого затухания корреляций представляется оправданным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдуллаев С. С., Заславский Г. М. //Акуст. журн., 1988. Т. 34. № 4. С. 578.
2. Абдуллаев С. С., Заславский Г. М. //УФН, 1991. Т. 161. С. 12.
3. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. — М.: Наука, 1968.

РФЯЦ ВНИИЭФ, г. Саров,
Россия

Поступила в редакцию
13 июня 1996 г.

DYNAMICS OF RAYS IN PERIODIC RIPPLED AND PLASMA FILLED WAVEGUIDE WITH POLYNOMIAL PROFILE OF RIPPLE

A. E. Dubinov, S. A. Sadovoy

A problem is considered on the ray dynamics in a periodically rippled plane waveguide partially filled by a nonmagnetized plasma. Periodic with small period trajectories of rays have been found of partially waveguide and plasma-waveguide types. We have calculated the function of the point distribution for the ray reflection by the waveguide surface in the case of chaotic trajectories.

УДК 621.385.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ТОКОСЕДАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОТКРЫТОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

А. И. Цвык, А. В. Нестеренко, К. А. Пушкарёв

Исследуется влияние на черенковское излучение (ЧИ) эффектов токооседания электронов ленточного нерелятивистского электронного потока (ЭП) в металлодиэлектрическом канале, образованном поверхностью металла и поверхностью изотропного прямоугольного открытого диэлектрического резонатора миллиметрового диапазона ($3,6 \div 5,8$ мм). Выбор канала обосновывается теоретическими исследованиями плотности энергии ЧИ. Экспериментально обнаружен и изучен ряд эффектов, в частности, эффект нейтрализации электронами поверхностного дипольного заряда диэлектрика и эффекты накопления электронного заряда на поверхности диэлектрика и действия его на ЭП и ЧИ. Делаются выводы о перспективе использования для возбуждения ЧИ коротких импульсов ЭП и специальных дифракционных металлодиэлектрических решёток.

В В Е Д Е Н И Е

Возможности применения черенковского излучения (ЧИ) в электронике миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн давно привлекают физиков [1–6]. В этом направлении значительное внимание уделялось исследованиям ЧИ релятивистского электронного потока (ЭП), и в меньшей степени ЧИ изучено в нерелятивистской электронике. Уже в ранних работах отмечается, что эффекты накопления заряда на поверхности диэлектрика, вблизи которой пропускается ЭП, существенно ограничивают возможности создания электронных устройств [2]. О таких ограничениях также указывается в последних работах при исследовании возбуждения ЧИ релятивистским ЭП в металлическом волноводе с диэлектрическим каналом [5] и нерелятивистским ЭП, движущимся вблизи поверхности открытого диэлектрического резонатора [6]. Однако физические процессы явлений оседания электронов на поверхность диэлектрика в условиях возбуждения ЧИ и степень влияния этих явлений на ЧИ недостаточно изучены в опубликованных работах. Отсутствие таких исследований не позволяет в полной мере установить ограничивающие факторы

при построении электронных устройств на принципах ЧИ или многоволнового излучения Черенкова–Смита–Парселла [7, 8].

Целью данной работы является исследование эффектов, связанных с оседанием электронов на поверхность диэлектрика в процессе возбуждения ЧИ нерелятивистским ЭП. Предлагается для изучения этих эффектов использовать металлодиэлектрический канал (МДК), образованный металлической поверхностью и поверхностью изотропного диэлектрика. Приводятся теоретические исследования плотности энергии ЧИ монохроматического ЭП, движущегося в МДК, которые обосновывают характерные размеры МДК для экспериментальных исследований. Излагается сущность метода исследований и экспериментальная установка для изучения процессов токооседания нерелятивистского ЭП в условиях возбуждения ЧИ миллиметрового диапазона ($\lambda = 3,8 \div 5,8$ мм).

Впервые в процессе ЧИ выделены и исследованы эффекты нейтрализации электронами потока дипольного заряда диэлектрика, накопления на поверхности диэлектрика электронного заряда и действия этого заряда на ЭП и ЧИ. Приводятся осциллограммы сигналов, иллюстрирующие эти эффекты, и характеристики изменения наблюдаемых эффектов от фокусирующего магнитного поля и скорости движения (ускоряющего напряжения) ЭП. Делаются выводы о перспективности использования коротких импульсов ЭП ($\lesssim 10^{-6}$ с) для возбуждения ЧИ в диэлектрике.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Рассмотрим возбуждение ЧИ электронным потоком, движущимся со скоростью $\beta = \frac{v}{c}$ внутри плоского металлодиэлектрического канала (МДК), образованного металлической поверхностью с проводимостью σ и поверхностью изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ , расположенных на расстоянии h . При скоростях ЭП $\beta > \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ в диэлектрике под углом $\gamma = \arccos \frac{1}{\beta\sqrt{\epsilon}}$ к его поверхности возбуждается ЧИ. Из решения задачи в приближении заданного тока следует, что плотность энергии ЧИ тонкого ЭП в таком канале определяется формулой [9]

$$S = S_{\epsilon} K, \quad (1)$$

где обозначено

$$S_{\epsilon} = 2\pi c \rho_0^2 \beta^2 \epsilon \sqrt{\epsilon} \frac{\theta^2}{\epsilon^2 \theta^2 + \theta_0^2} e^{-2qa},$$

$$K = |D|^2, \quad D = \frac{(i\varepsilon\theta + \theta_0)(z_1 - z_2 e^{-2q(h-a)})}{z_1(i\varepsilon\theta + \theta_0) - z_2(i\varepsilon\theta - \theta_0)e^{-2qh}}, \quad (2)$$

$$\theta = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \theta_0 = \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1}, \quad q = 0,5p\theta, \quad p = \frac{4\pi}{\lambda\beta},$$

$$z_1 = i\theta + \xi\beta, \quad z_2 = i\theta - \xi\beta, \quad \xi = (1 - i)\sqrt{\frac{\omega}{8\pi\sigma}}.$$

Здесь S_e — плотность энергии ЧИ при отсутствии металлической поверхности [10], K — коэффициент, характеризующий влияние металлической плоскости МДК на возбуждение ЧИ, ρ_0 — плотность заряда ЭП, a — расстояние ЭП до поверхности диэлектрика (прицельный параметр), $\lambda = \frac{c}{f}$ — длина волны ЧИ, c — скорость света, f — частота модуляции ЭП.

Для металлов с высокой проводимостью (например, бескислородная медь, серебро и другие материалы в миллиметровом диапазоне) можно положить $|\xi| = 0$, а коэффициент K вычислять по упрощённой формуле

$$K = \frac{(\varepsilon^2\theta^2 + \theta_0^2)(1 - e^{-2q(h-a)})^2}{\varepsilon^2\theta^2(1 - e^{-2qh})^2 + \theta_0^2(1 + e^{-2qh})^2}. \quad (3)$$

При больших расстояниях между металлом и диэлектриком ($h \gg \frac{\lambda\beta}{2\pi\theta}$) коэффициент $K \approx 1$, т.е. влиянием металлической поверхности на ЧИ можно пренебречь. Однако близкое расположение металлической плоскости возле диэлектрика ($h \lesssim \frac{\lambda\beta}{2\pi\theta}$) может существенно снизить эффективность возбуждения ЧИ. В частности, при $\sigma = 10^{15}$ сек⁻¹, $\lambda = 4$ мм, $h = \frac{\lambda\beta}{2\pi\theta}$, $a = 0,5h$, $\beta = 0,5$, $\varepsilon = 10$ значение $K \approx 0,5$.

Из формул (1)–(3) видно, что плотность энергии ЧИ убывает по экспоненциальному закону $\exp(-p\theta a)$ при удалении ЭП от поверхности диэлектрика. В релятивистской электронике ЧИ показатель этой экспоненты можно уменьшить путём увеличения скорости β , что позволяет применять диэлектрики с малым значением ε и пропускать ЭП на “больших” эффективных прицельных расстояниях a от диэлектрика с минимальным оседанием электронов на его поверхность [2, 5].

В нерелятивистской электронике ($\beta \lesssim 0,25$) эффективность возбуждения ЧИ в значительной мере определяется величиной прицельного расстояния a . Здесь ЧИ возбуждается в диэлектриках с большим значением ε ($\varepsilon > \frac{1}{\beta^2}$), в которых поле ЧИ, преимущественно, сосредотачивается внутри среды, а в свободном пространстве (в МДК) убывает при удалении от поверхности диэлектрика тем сильнее, чем больше ε и меньше λ . Плотность энергии ЧИ нерелятивистского ЭП, согласно (1)–(3), вычисляется

по формуле

$$S_{\beta} = 2\pi c \rho_0^2 \beta^2 \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \left(\frac{1 - e^{-p(h-a)}}{1 - e^{-ph}} \right)^2 e^{-pa}. \quad (4)$$

Из этого соотношения видно, что при удалении ЭП от поверхности диэлектрика на расстояние $a = a_e = \frac{\lambda\beta}{4\pi}$ плотность энергии (4) уменьшается в e раз, а при $a = 0,7a_e$ — в два раза. В нерелятивистском случае параметр a_e с ускорением λ существенно уменьшается, что повышает требования к прямолинейности движения электронов относительно поверхности диэлектрика.

На практике получение прямолинейного ЭП ограничивается поперечными статическими и динамическими смещениями траектории движения электронов, которые возникают под действием сил пространственного заряда и статических полей электронно-оптической системы. В результате в направлении $a = \text{const}$ электроны потока движутся не по прямолинейным, а по волнообразным траекториям. Это ограничивает получение оптимального значения прицельного параметра. Так, в случае фокусировки ленточного ЭП продольным магнитным полем эффективное прицельное расстояние для возбуждения ЧИ находится в пределах

$$R_{\pi} \lesssim a_{\text{эф}} \lesssim 0,055\lambda\beta, \quad (5)$$

где $R_{\pi} = 0,055\lambda\beta \frac{B_k}{B}$ — амплитуда пульсаций поверхности граничных электронов “толстого” ЭП, $B_k = 10,2 \frac{b}{\lambda d_1}$ — критическое значение индукции B фокусирующего магнитного поля, при котором ЭП, движущийся на расстоянии $a = 0,7a_e$, пульсациями касается поверхности диэлектрика ($R_{\pi} = 0,7a_e$), b — равновесная толщина ЭП, d_1 — расстояние между катодом и анодом диодной электронной пушки, магнитное поле B измеряется в Теслах, значения b , a , λ — в миллиметрах.

Из соотношения (5) следует, что для эффективного возбуждения ЧИ нерелятивистским ЭП требуются фокусирующие магнитные поля с индукцией $B \gtrsim B_k$. Уменьшение B относительно B_k приводит к оседанию электронов на поверхность диэлектрика.

2. Для уменьшения влияния эффектов оседания на возбуждение ЧИ предлагается на поверхность диэлектрика со стороны ЭП наносить ленточную металлическую дифракционную решётку с определённым периодом l и коэффициентом заполнения $u = \cos \frac{\pi d}{l}$, где d — ширина лент решётки. Теоретические исследования показывают, что при скоростях $\beta > \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ в такой дифракционной металлодиэлектрической решётке (ДМДР) кроме ЧИ могут возбуждаться пространственные гармоники излучения

Смита–Парселла [7, 8]. Путём выбора β и параметров ДМДР в диэлектрике можно возбуждать “чистое” ЧИ или многоволновое излучение Черенкова–Смита–Парселла (ЧСПИ). В случае $h \gg \frac{\lambda\beta}{2\pi\theta}$ плотность энергии ЧИ электронного потока, движущегося вблизи поверхности ДМДР, находится по формуле

$$S_0 = S_\epsilon K_l, \quad (6)$$

где K_l — коэффициент экранировки ЧИ ленточной решёткой, который в длинноволновом приближении ($l = 0,5\lambda$) определяется соотношением

$$K_l = \frac{\epsilon^2\theta^2 + \theta_0^2}{\epsilon^2\theta^2 + \theta_0^2[1 + \theta(1 + \sqrt{\epsilon})\Phi]^2}. \quad (7)$$

Здесь значение Φ зависит от условий возбуждения ЧИ. Для чистого ЧИ, которое возбуждается при малых периодах решётки ($l \lesssim \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon}}$) и параметрах $\eta = \frac{l}{\lambda\beta} \lesssim 0,5$, значение $\Phi = \Phi_1$, где

$$\Phi_1 = \frac{\eta(u-1)(1 - \ln \frac{1+u}{2})}{2 + \eta(u-1) - \eta(u+1) \ln \frac{1+u}{2}}. \quad (8)$$

Многоволновое ЧСПИ возбуждается при больших периодах решётки. В частности, для $\frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon}} < l < \frac{\lambda}{2}$ вблизи параметров $\eta = 1 + \zeta$ ($|\zeta| \lesssim 0,2$) значение $\Phi = \Phi_2$, где

$$\Phi_2 = \frac{(u-1)(3 - 2\eta - \zeta \ln \frac{1+u}{2})}{1 - u + 2\eta u + (1+u)\zeta \ln \frac{1+u}{2}}. \quad (9)$$

Из формул (6)–(9) видно, что при отсутствии на диэлектрике решётки ($u = 1$) коэффициент $K_l = 1$, т.е. формула (6) переходит в известное соотношение [10], а при замене решётки металлической плоскостью ($u = -1$) излучение $S_0 = 0$. По формулам (6)–(10) в интервале $-1 < u < 1$ можно определить параметры ДМДР с максимальным коэффициентом K_l . В частности, для чистого ЧИ миллиметрового диапазона ($\lambda = 4$ мм) квазипрозрачной является ДМДР с параметрами $l = 0,2$ мм, $d = 0,1$ мм, $\beta = 0,2-0,3$, $\epsilon = 100$, в которой $K_l = 0,95-0,98$; в многомодовом случае ЧСПИ для решётки с параметрами $l = 1,2$ мм, $d = 0,6$ мм, $\beta = 0,3$, $\epsilon = 100$ коэффициент $K_l = 0,95$. Параметры ДМДР для произвольных значений η и конечной толщины диэлектрика можно определить из решения задачи в строгой математической постановке [7, 9].

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Эффекты оседания электронов в процессе возбуждения ЧИ в диэлектрике исследуются в импульсном режиме. При выбранных значениях b , λ , $V = V_x$ прямоугольный импульс ЭП, длительностью $\tau_i \gg \tau_p$, пропускается в МДК с поперечным размером

$$h = b + 0,11\lambda\beta, \quad (10)$$

где τ_p — время поляризации диполей в диэлектрике под действием статического заряда ЭП, τ_s — время пролёта электронами МДК, удовлетворяющее условию $\tau_s \ll \tau_p \ll \tau_i$, при котором в процессе движения импульса ЭП через МДК произойдёт поляризация диэлектрика и накопление на его поверхности при токооседании отрицательного электронного заряда; второе слагаемое в (10) определяет значение $2R_{\text{П}}$ при $V = V_x$.

В таком МДК эффект накопления заряда на поверхности диэлектрика приведёт к отталкиванию ЭП от его поверхности и к увеличению оседания электронов на металлическую поверхность, находящуюся, например, под нулевым (анодным) потенциалом (рис. 1). В результате входной в МДК прямоугольный импульс тока ЭП преобразуется на выходе МДК в “ступенчатый” импульс тока. По изменению характеристик ЧИ и параметров прошедшего через МДК электронного тока можно изучить особенности проявления поляризационных эффектов токооседания при возбуждении ЧИ. В случае использования в (10) тонкого ЭП ($b \lesssim 4a_e$) необходимо учитывать влияние на возбуждение ЧИ металлического экрана (значение $b = 4a_e$ обычно называют эффективной толщиной ЭП, которое характеризует глубину проникновения в ЭП электромагнитного поля поверхностной волны дифракционной решётки; для толстого ЭП $b > 4a_e$, [7]).

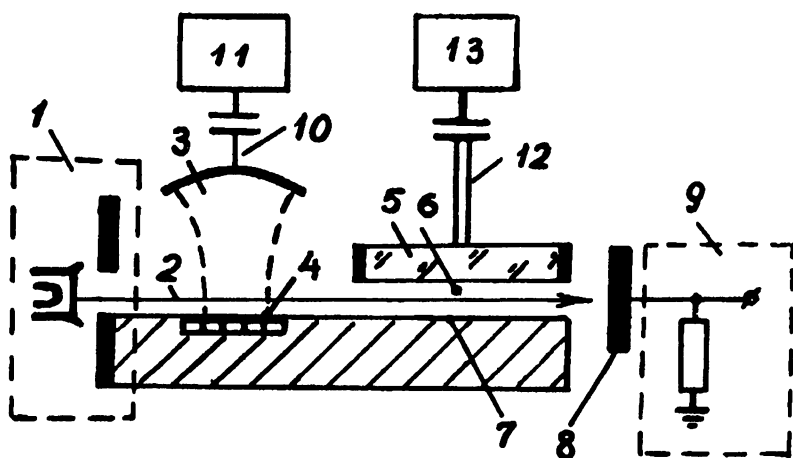


Рис. 1.

Экспериментальные исследования проводились в диапазоне $\lambda = (3,6 \div 5,8$ мм на специально созданном анализаторе ЧИ (рис. 1). Здесь

импульсный ленточный ЭП (2) сечением $0,2 \times 5 \text{ мм}^2$ от электронной пушки (1), после предварительной крайне высокочастотной (КВЧ) модуляции, поступает в МДК (6), образованный широкой поверхностью $10 \times 10 \text{ мм}^2$ прямоугольного открытого диэлектрического резонатора (5) и металлической поверхностью (7). На выходе канала ЭП попадает на коллектор (8) с измерительной секцией (9). Диодная электронная пушка (1) запитывается от импульсного источника напряжения U_a с плавной регулировкой амплитуды U_a до 15 кВ и дискретным переключением длительностей импульсов в пределах $0,1 \div 10 \text{ мкс}$ со скважностью ЭП 10000–200 соответственно. КВЧ модулятор ЭП выполнен на базе короткофокусного открытого резонатора (3) (ОР) малогабаритного генератора дифракционного излучения (МГДИ, [11]) и содержит ‘нижнее’ зеркало (4) с дифракционной решёткой и верхнее зеркало с волноводным элементом связи (10), переходящим в волноводно-измерительный тракт (11). Диэлектрический резонатор объёмом $10 \times 10 \times 1,6 \text{ мм}^3$ выполнен из рутила (TiO_2 , $\epsilon = 95$, $\text{tg } \delta \approx 10^{-3}$) и в исследуемом диапазоне частот 56–80 ГГц имеет нагруженную добротность продольных колебаний порядка 400–600. При скоростях ЭП $\beta > \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ в диэлектрическом резонаторе возбуждается ЧИ, мощность которого через диэлектрический элемент связи (12) поступает в волноводно-измерительный тракт (13). Для уменьшения потерь ЧИ из объёма диэлектрического резонатора две его торцевые боковые грани сечением $10 \times 1,6 \text{ мм}^2$ в направлении движения ЭП металлизированы. Для фокусировки ЭП в направлении катод-коллектор используется продольное однородное магнитостатическое поле, создаваемое электромагнитом со специальной системой плавной регулировки магнитного поля в пределах $0 \div 0,7 \text{ Тл}$. Здесь, согласно (5), (10), критическое значение $B_k \approx 0,47 \text{ Тл}$, а расстояние $h = 0,29 \text{ мм}$ при $B = B_k$, $\beta = 0,2$ ($U_a = 10 \text{ кВ}$), $d_1 = 1,2 \text{ мм}$, $\lambda = 4 \text{ мм}$. Анализатор ЧИ обладает двумя способами модуляции ЭП: 1 — внутренней автомодуляцией ЭП, 2 — внешней (вынужденной) модуляцией ЭП. Отметим отличительные особенности модуляции ЭП этими способами.

1. В первом способе возможны два режима автомодуляции ЭП: а — режим ГДИ, б — режим ЛОВО. В режиме ГДИ модуляция ЭП осуществляется резонансным электромагнитным полем автоколебаний излучения Смита-Парселла (дифракционного излучения [7]), возбуждаемых этим же ЭП в объёме ОР (ГДИ-модулятор). В режиме ЛОВО электронный поток модулируется полем автоколебаний поверхностных волн, возбуждаемых на решётке (ЛОВО-модулятор). В этих режимах модуляционные колебания возникают, если величина тока ЭП, проходящего вблизи решётки ОР, превышает пусковые значения тока автоколебаний ГДИ или ЛОВО. ГДИ-модулятор, по сравнению с ЛОВО-модулятором,

имеет более, чем на порядок улучшенную стабильность частоты и малую ($\nu_{ГДИ} \approx 0,2$ МГц/В) крутизну электронной перестройки частоты ($\nu_{ЛОВО} \approx 6-10$ МГц/В). Поэтому при равных технических условиях ГДИ-модулятор создаёт в ЭП более высокую монохроматичность группировки электронов, что приводит к возбуждению в диэлектрическом резонаторе более высококачественных сигналов ЧИ. Однако ГДИ-модулятор позволяет промодулировать ЭП только вблизи дискретных резонансных частот, выбираемых путём комбинированной перестройки частоты [7], в то время как ЛОВО-модулятор обеспечивает непрерывную модуляцию ЭП в широком диапазоне частот (путём изменения анодного напряжения U_a). Поэтому выбор режима автомодуляции ЭП определяется решаемой при эксперименте задачей.

2. Вторым способом модуляция ЭП осуществляется электромагнитным полем ОР, запитываемым от внешнего высокостабильного КВЧ генератора стационарных колебаний, включённого в волноводно-измерительный тракт ОР модулятора (рис. 1). Этот способ используется для модуляции ЭП с малым током, не превышающим стартовые токи ГДИ- или ЛОВО-модуляторов. Эффективность модуляции определяется по контролируемым в измерительном тракте 11 уровней мощности сигналов усиления или поглощения ЭП электромагнитного поля ОР. Как известно [7], эти явления связаны с возбуждением в ЭП медленных и быстрых электронных волн пространственного заряда, распространяющихся с различными (но относительно близкими по U_a фазовыми скоростями. Поэтому, здесь для выделения "чистых" электронно-волновых явлений предъявляются более высокие требования к прямоугольности импульсов напряжения U_a (в частности, в миллиметровом диапазоне уклон вершины импульса длительностью $\tau_i = 10$ мкс не должен превышать 0,4 В/мкс). Этим способом изучается тонкая структура ЧИ, связанная с эффектами поляризации и с динамическими явлениями, протекающих в ЭП.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментально установлено, что при движении ЭП в МДК происходит индуцированная поляризация поверхности диэлектрика. Если электроны потока не оседают на поверхность диэлектрика, то она заряжается положительно относительно нулевого (заземлённого) потенциала металлической поверхности, а импульс электронного тока на коллекторе и огибающая импульса ЧИ в диэлектрическом резонаторе по длительности имеют минимальные искажения относительно входного в МДК импульса ЭП. Это отображено на рис. 2а, где показаны осциллограммы трёх сигналов (сверху вниз): 1 — огибающая импульса ГДИ-модулятора, $f = 68,385$ ГГц, 2 — огибающая импульса ЧИ в диэлектрическом резонаторе, 3 — импульс электронного тока на коллекторе; $U_a = 8,6$ кВ;

$B = 0,6$ Тл, средний ток катода $I_k = 3,6$ мА, средний ток импульса коллектора $I_{кол} = 3,1$ мА (здесь и в последующем длительность импульса тока ЭП $\tau_1 = 10$ мкс, скважность — 200). Сигналы получены при оптимальной юстировке ЭП в МДК, т.е. когда прохождение ЭП на коллектор может ограничиваться только частичным оседанием электронов на дифракционную решётку ОР и металлическую поверхность МДК. Характеристики этих сигналов существенно изменяются, если электроны потока попадают на поверхность диэлектрика; на выходе МДК образуется ступенчатый импульс тока, что приводит к изменению импульса ЧИ. Это явление иллюстрируют осциллограммы на рис. 2б, где верхний сигнал соответствует импульсу ЧИ, а нижний — импульсу тока на коллекторе (см. также рис. 4б). Здесь для сравнения с рис. 2а автомодуляция ЭП осуществляется от ЛОВО-модулятора на частоте $f = 57,216$ ГГц, $U_a = 10,7$ кВ, $I_k = 5,0$ мА, $I_{кол} = 2,8$ мА, $B = 0,55$ Тл, масштаб одного большого деления на осциллограммах соответствует 2 мкс.

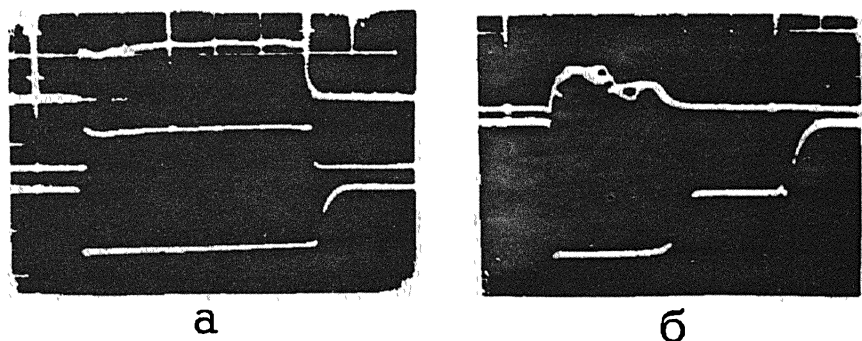


Рис. 2.

В процессе формирования ступенчатого импульса тока можно выделить три основные стадии. Первая стадия характеризуется квазилинейным процессом нейтрализации электронами ЭП положительного дипольного заряда на поверхности диэлектрика. Этот процесс наблюдается в течение времени τ_1 и определяется длительностью первой ступеньки со стороны переднего фронта импульса коллектора. Амплитуда импульса тока этой ступеньки за время τ_1 изменяется незначительно и, примерно, соответствует амплитуде тока входного в МДК прямоугольного импульса ЭП. Вторая стадия характеризует процесс накопления отрицательного электронного заряда на поверхности диэлектрика. Это сугубо нестационарный процесс перехода от амплитуды A_1 первой ступеньки к амплитуде тока A_2 второй ступеньки, который длится в течение времени τ_2 от нескольких наносекунд до микросекунд (в зависимости от скорости оседания электронов на поверхность диэлектрика). Третья стадия формирования ступенчатого импульса тока связана с действием на ЭП статической силы отрицательного электронного заряда, образовавшегося в

процессе оседания электронов на поверхность диэлектрика. В результате со стороны заднего фронта выходного из МДК прямоугольного импульса тока формируется вторая ступенька длительностью τ_3 с амплитудой тока $A_2 < A_1$. Особенности изменения характеристик ступенчатого импульса тока и сигналов ЧИ от степени оседания электронов на поверхность диэлектрика показаны на рис. 3–5.

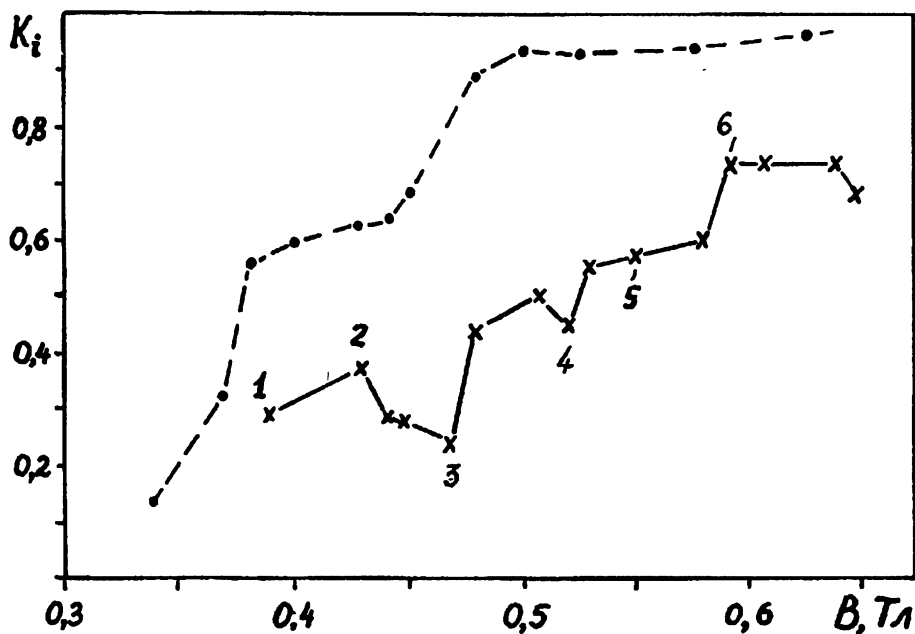


Рис. 3.

На рис. 3 приведены зависимости прошедшего на коллектор электронного тока (нормированного к току катода, $K_i = I_{кол}/I_k$) и времени τ_1 (рис. 4а) от фокусирующего магнитного поля при двух значениях U_a : пунктирные графики — $U_a = 5,3$ кВ, $I_k = 2,45$ мА; непрерывные — $U_a = 10,7$ кВ, $I_k = 5,0$ мА; точками 1, 2, 3, ..., 6 на графиках отмечены номера осциллограмм (осц.), показанных на рис. 4б.

Из рис. 3 видно, что в общем случае в зависимостях сохраняется известная тенденция улучшения токопрохождения ЭП с увеличением B . Однако оседание электронов на поверхность диэлектрика приводит к неравномерному изменению этих зависимостей и к существенному изменению характеристик выходного из МДК импульса тока (рис. 4б). По сложному закону изменяются зависимости времени нейтрализации τ_1 от магнитного поля (рис. 4а). Здесь с увеличением B обнаруживаются определённые значения фокусирующего магнитного поля, при которых время τ_1 принимает минимальное или максимальное значения, соответствующие сильному или слабому оседанию электронов на поверхность диэлектрика.

Сильное оседание электронов возможно не только при малых магнитных полях ($B \lesssim 0,35$ Тл), но и при $B \gtrsim B_k$ (осц. 3, 6 на рис. 4б). Это вызвано линзовыми эффектами разброса электронов по направлению движения на выходе электронной пушки, что приводит к неоднозначному изменению амплитуды пульсаций R_n электронного потока.

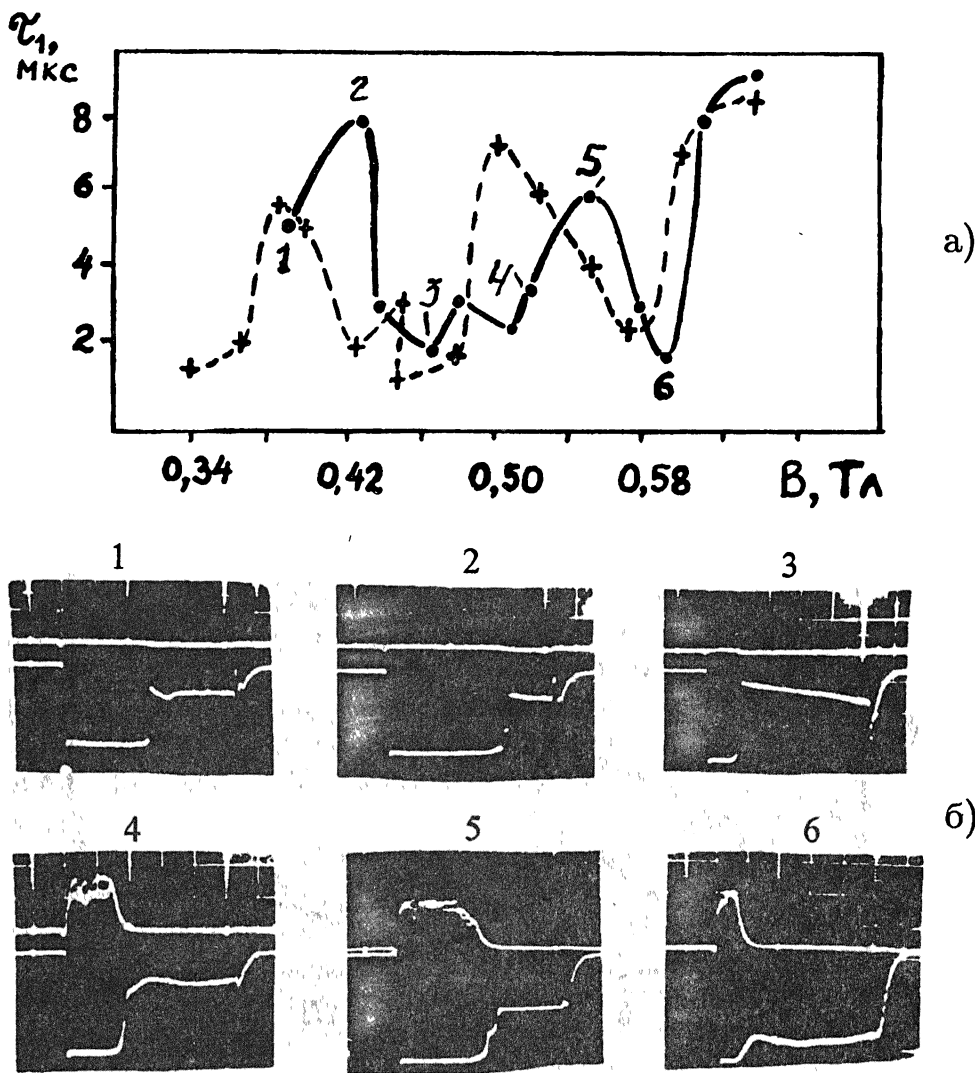


Рис. 4.

Измерения показывают, что минимальное время τ_1 , примерно, составляет величину $\tau_{1\min} \approx 10^{-6}$ с, что сравнимо с длительностью процесса поляризации диполей в диэлектрике. При этом важно отметить, что при слабых магнитных полях ($B \lesssim 0,35$ Тл) эффект сильного токооседания электронов на поверхность диэлектрика приводит к преобразованию входного в МДК длинного прямоугольного импульса ЭП ($\tau_1 = 10$ мкс) не в ступенчатый,

а в короткий прямоугольный импульс ЭП с минимальной длительностью $\tau_{1 \min}$ (в ступенчатом импульсе $A_2 = 0$; этот сигнал на рис. 4б не показан). С увеличением B улучшается токопрохождение ЭП через МДК и на выходе МДК преимущественно образуются ступенчатые импульсы с различными значениями τ_1, τ_2, τ_3 . Максимальное время τ_1 может достигать длительностей τ_1 входного (начального) импульса тока, что возможно при минимальном оседании электронов на поверхность диэлектрика (нижние сигналы на осц. 2, 5 рис. 4б и рис. 2а). Время τ_2 с увеличением B изменяется от нескольких наносекунд (сильное оседание) до микросекунд (рис. 4б).

На рис. 5 показано, как изменяется время τ_1 от ускоряющего напряжения U_a при постоянном значении $B = 0,45$ Тл (график 1 — средний ток катода; график 2 — ток коллектора). Видно, что здесь также существуют определённые значения U_a , при которых τ_1 достигает минимального значения (1–2 мкс); отличительной особенностью является незначительное изменение времени: $\tau_1 \approx \tau_{1 \min}$ при $U_a \gtrsim 8,5$ кВ, что связано с увеличением $R_{\text{д}}$ и сильным оседанием электронов на поверхность диэлектрика.

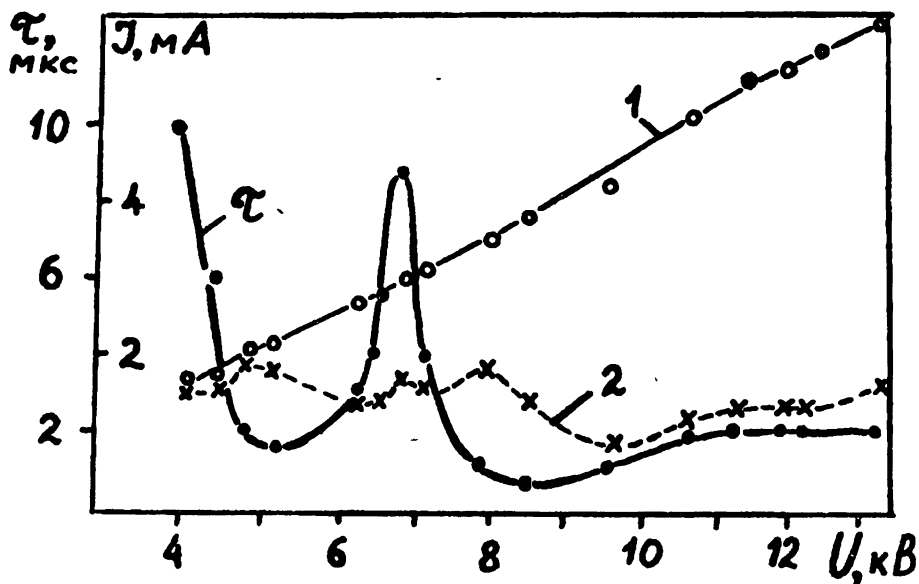


Рис. 5.

Исследовалось также влияние на процессы формирования ступенчатого импульса величины тока ЭП в МДК (или статического пространственного заряда ЭП). Установлено, что при $B \gtrsim B_k$ время τ_1 уменьшается с увеличением тока в МДК и стремится к значению $\tau_{1 \min}$ при больших токах пучка, когда действие пространственного заряда ЭП увеличивает оседание электронов на диэлектрик.

Обнаруженные эффекты изменения импульсов ЭП в МДК существенно

вливают на возбуждение ЧИ в диэлектрике. При этом можно установить ряд закономерностей. Так, из приведённых осциллограмм следует, что длительность ЧИ, в основном, определяется длительностью τ_1 процесса нейтрализации электронами потока положительного дипольного заряда и ограничивается процессами накопления на поверхности диэлектрика отрицательного электронного заряда и действия его на ЭП (временем $\tau = \tau_2 + \tau_3$). В результате импульс ЧИ укорачивается (по сравнению с длительностью ЭП) и снижается эффективность возбуждения ЧИ. Наблюдаемые на рис. 26, рис. 46 искажения импульсов ЧИ преимущественно вызваны техническими условиями — уклоном вершины импульса U_a , который в эксперименте составлял, примерно, 4 В/мкс. Вследствие большой крутизны электронной перестройки частоты и неравномерного изменения мощности генерации по диапазону частот в режиме ЛОВО-модуляции ЭП, такой уклон вершины U_a приведёт к паразитной амплитудной и частотной модуляциям высокочастотного сигнала ЧИ (при этих же технических условиях в случае ГДИ-модуляции ЭП заметных искажений в огибающей импульса ЧИ не наблюдается, рис. 2а). Следовательно, путём улучшения формы импульса U_a можно повысить качество спектра ЧИ. Кроме того, анализ сигналов и характеристик ЧИ показывает, что существуют стартовые значения электронного тока ($I_{ст}$) и фокусирующего магнитного поля ($B_{ст}$), при которых в диэлектрическом резонаторе возбуждаются автоколебания ЧИ. Так, для рассматриваемых на рис. 3, 4 характеристик стартовыми являются $I_{ст} = 4,8$ мА, $B_{ст} = 0,5$ Тл. Если $B < B_{ст}$ (или $I < I_{ст}$ для заданного B), то ЧИ в диэлектрике наблюдается на уровне слабой регистрации сигналов (рис. 46, осц. 1, 2, 3); при $B > B_{ст}$ мощность ЧИ существенно нарастает с увеличением B и тока ЭП (рис. 46 сигналы ЧИ на осц. 5, 6 имеют в два раза большее ослабление, чем сигнал ЧИ на осц. 4; исследованию режима генерации ЧИ в открытом диэлектрическом резонаторе будет посвящена отдельная работа).

Таким образом, для возбуждения ЧИ нерелятивистским ЭП перспективно использовать короткие импульсы электронного тока $\tau \lesssim \tau_{1\min}$, длительность которых сравнима с временем поляризации диполей в диэлектрике и которые в меньшей степени подвержены влиянию поляризационных эффектов токооседания электронов на поверхность диэлектрика. Получение длинных импульсов ЧИ или электромагнитных колебаний ЧИ в непрерывном режиме ограничиваются эффектами токооседания. Влияние этих эффектов на ЧИ можно уменьшить путём применения развитых ЭП (с минимальными пульсациями) или специальных устройств, уменьшающих степень накопления электронного заряда на поверхности диэлектрика. Как показывают проведённые теоретические оценки, перспективно в этом направлении использовать дифракционные металлodieлектрические решётки.

ВЫВОДЫ

1. Приведён сравнительный анализ плотностей энергии ЧИ релятивистского и нерелятивистского ЭП в металлодиэлектрическом канале. Показано, что в нерелятивистском случае, вследствие малости эффективного прицельного параметра, предъявляются более высокие требования к прямолинейности движения электронов относительно поверхности диэлектрика.

2. Предложен и создан метод экспериментального исследования эффектов оседания электронов на поверхность диэлектрика в процессе возбуждения ЧИ. Обнаружены и исследованы эффект нейтрализации электронами потока поверхностного дипольного заряда и эффекты накопления на поверхности диэлектрика электронного заряда и действия его на ЭП. Эти эффекты ограничивают возбуждение длинных импульсов ЧИ.

3. Для возбуждения ЧИ перспективно использовать короткие импульсы ЭП, длительность которых сравнима со временем поляризации диполей в диэлектрике под воздействием статического заряда ЭП. В этом случае достигаются минимальные значения эффективного прицельного параметра нерелятивистского ЭП.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Объединённого Фонда Правительства Украины и Международного Фонда (Грант К 67-100).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. // ДАН СССР, 1947. Т. 56. № 3. С. 112.
2. Миллиметровые и субмиллиметровые волны. / Под ред. Р. Г. Мириманова. — М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
3. Джелли Дж. Черенковское излучение и его применение. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Зрелов В. П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. — М.: Атомиздат, 1968.
5. Диденко А. Н., Борисов А. Ф., Фоменко Г. П., Штейн Ю. Г. // Письма в ЖТФ, 1983. № 2. С. 60.
6. Нестеренко А. В., Цвык А. И., Шестопапов В. П. — В сб.: Все-союз. науч.-техн. конф. по пробл. проектирования радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах. Тез. докладов. — Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1988. С. 216.
7. Генераторы дифракционного излучения. / Под ред. В. П. Шестопапова. — Киев: Наук. думка, 1991.
8. Smith S. J., Purcell E. M. // Phys. Rev., 1953. V. 92. № 4. P. 1069.

9. Цвык А. И., Черняков Э. И. — В сб.: Радиотехника. — Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1969. Вып. 10. С. 110.
10. Danos M. //J. Appl. Phys., 1955. V. 26. № 1. P. 2.
11. Цвык А. И., Нестеренко А. В., Шестопапов В. П. //ДАН СССР, 1984. Т. 277. № 1. С. 84.

Институт радиофизики
и электроники НАН Украины,
г. Харьков

Поступила в редакцию
20 января 1996 г.

**THE INVESTIGATION OF POLARIZATION EFFECTS OF THE
ELECTRON CURRENT SETTLING FOR ARISING THE CERENKOV
RADIATION BY THE NON-RELATIVISTIC ELECTRON BEAM IN THE
OPEN DIELECTRIC RESONATOR**

A. I. Tsvyk, A. B. Nesterenko, K. A. Pushkarev

The current settling effects are investigated for the influence on the Cerenkov radiation (CR) under the condition when a band-like non-relativistic electron beam (EB) passing through the metallic-dielectric channel formed by a metallic surface of the open rectangular isotropic dielectric resonator of the millimeter wave range (3.6–5.8). The channel selection is grounded by the theoretical investigation of CR-energy density. A number of effects are detected experimentally: an effect of the neutralization for a dipole charge of the dielectric surface by electrons, effects of coupling of electron charge on the dielectric surface and of the latter influence on the CR and the EB. Conclusions are made for using the short pulses of the electron beam and the specific metallic-dielectric diffraction gratings for the CR arising.

УДК 537.52

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭМИССИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ КАТОДОВ ГИРОТРОНОВ ПО ВОЛЬТ-АМПЕРНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

*Н. П. Венедиктов, М. Ю. Глявин, В. Е. Запезалов, А. Н. Куфтин,
А. С. Постникова, М. В. Юлпатова*

Разработана схема автоматизированного исследования вольт-амперных характеристик гирорезонансных приборов. Исследована эффективная эмиссионная неоднородность катодов мощных гиротронов на основе анализа вольт-амперных характеристик. Приводятся экспериментальные данные о параметре эффективной эмиссионной неоднородности для различных режимов. Приведена оценка допустимой эмиссионной неоднородности катода для мощных гиротронов и зависимость параметров электронного пучка от эмиссионной неоднородности катода. Предложена методика комплексных измерений, позволяющая судить о вкладе в эмиссионную неоднородность катода различных физических механизмов.

1. ВВЕДЕНИЕ

В гиротронах — источниках мощного (до 1 МВт и более) когерентного излучения миллиметрового диапазона длин волн электронный пучок формируется магнетронно-инжекторной пушкой, работающей в режиме температурного ограничения тока эмиссии с электрическим полем на катоде, лишь незначительно ослабленным полем пространственного заряда. Задачу оптимизации электронно-оптической системы гиротронов усложняют высокие требования, предъявляемые к однородности винтовых электронных пучков и к малому разбросу по скоростям электронов в пучке. Ухудшение однородности электронного потока приводит к резкому снижению КПД или возникновению различного рода неустойчивостей, приводящих к срыву колебаний. Решение задачи оптимизации параметров пушек гиротронов требует детального анализа многих физических процессов в электронно-оптической системе (ЭОС) гиротронов, использования сложных математических моделей [1, 2]. В то же время, для практики требуются достаточно простые и быстрые способы анализа качества ЭОС, позволяющие оценивать основные параметры катодов. Одним из важных параметров влияющих на однородность винтового электронного пучка, является эмиссионная неоднородность, т. е. распределение эмиссии по

поверхности катода (или же распределение элементарных участков поверхности катода по возможным значениям эмиссии) и реально существующее в катоде отклонение эмиссии от среднего значения. В работах [3–5] развита методика определения эмиссионной неоднородности катода на основе анализа переходного участка его вольт–амперной характеристики для классических маломощных электронных приборов, работающих в режиме пространственного заряда. Катоды гиротронов работают в режиме температурного ограничения тока эмиссии при существенно более высоких напряжениях и токах. Целью данной работы является развитие указанной методики для пушек гироприборов, отладка экспериментальных методов точного измерения вольт–амперных характеристик гиротронов, отработка методики экспресс–анализа качества катодов, предназначенных к установке в гирорезонансные приборы.

Информация о ВАХ необходима и для моделирования динамических процессов в мощных импульсных гиротронах, когда установление колебаний может существенно зависеть от процессов на фронте импульса ускоряющего напряжения. В зависимости от формы переходной характеристики напряжения и тока в гиротронах с резонаторами большого диаметра возможно возбуждение различных мод и возникновение паразитной генерации [6].

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как было принято в работе [5], условимся понимать под эффективной эмиссионной неоднородностью некоторую, проявляющуюся в характеристиках катода, неоднородность, не вникая в микромеханизмы, приводящие к неоднородности катода, а также не ставя задачи исследовать “эмиссионный рельеф” катода по координатам его поверхности.

На вольт–амперной характеристике идеального катода можно выделить два участка: до некоторого значения анодного напряжения U_n зависимость тока от напряжения определяется уравнением Чайльда–Ленгмюра:

$$j(U) = \hat{j}U^{3/2}, \quad (1)$$

где \hat{j} — первеанс эквивалентного диода, (т. н. режим пространственного заряда), а при напряжениях $U \geq U_n$ (область насыщения) уравнением Ричардсона:

$$j = BT^2 \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right), \quad (2)$$

где B — эмиссионная постоянная, зависящая от геометрии катода и материала эмиттера, φ — работа выхода, T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана, e — заряд электрона.

Неоднородность эмиссии проявляется в размытии области перехода катода из режима пространственного заряда в режим насыщения, что связано с переходом различных участков катода в режим насыщения при разных значениях анодного напряжения. С ростом напряжения часть площади катода, работающая в режиме пространственного заряда, уменьшается, а часть площади катода, работающая в режиме насыщения, увеличивается. Напряжение перехода каждого элементарного участка площади катода зависит от его эмиссионных свойств: чем более однороден по эмиссии катод, тем уже будет зона перехода из режима пространственного заряда в режим насыщения. Установим связь между эмиссионной неоднородностью катода и его вольт-амперной характеристикой, а именно — получим выражение описывающее распределение площади катода по току насыщения. Очевидно, что на катоде можно выделить две зоны: участки площади катода, работающие при данном напряжении в режиме пространственного заряда (присвоим всем переменным, относящимся к этому режиму, индекс “ ρ ”), и участки, работающие в режиме насыщения (присвоим индекс “ n ”). При этом всегда выполняются равенства

$$S = S_{\rho} + S_n \quad (3)$$

$$I(U) = I_{\rho}(U) + I_n(U),$$

где $I_{\rho}(U)$ — часть полного тока катода, которая поступает с участков, работающих при напряжении U в режиме пространственного заряда

$$I_{\rho}(U) = \int j(U) dS = j(U) \int dS, \quad (4)$$

$j(U)$ — плотность тока пространственного заряда, одинаковая при данном напряжении U для всех участков, работающих в режиме пространственного заряда, $I_n(U)$ — часть полного тока катода, которая поступает с участков, работающих при данном U в режиме насыщения. В работе [5] показано, что плотность распределения эффективной эмиссионной неоднородности, с точностью до постоянного множителя, равна второй производной от вольт-амперной характеристики неоднородного катода:

$$F(j_n) = -\frac{1}{\bar{j}^2} \cdot \frac{d^2 I}{dx^2}, \quad (5)$$

где $x = U^{3/2}$, часть площади катода, работающая в режиме пространственного заряда, пропорциональна первой производной вольт-амперной характеристики катода

$$S_{\rho}(x) = \frac{1}{\bar{j}} \cdot \frac{dI}{dx}, \quad (6)$$

а часть площади, катода находящаяся в режиме насыщения, определяется соотношением

$$S_{\text{н}}(x) = S - \frac{1}{\hat{j}} \cdot \frac{dI}{dx}, \quad (7)$$

где S — полная площадь катода. Как следует из (1) и (2), ширина зоны перехода от режима ограничения тока пространственным зарядом к режиму температурного ограничения тока эмиссии зависит от различия температур отдельных участков катода и различия работы выхода электронов для различных участков поверхности. Так, относительное изменение напряжения перехода $\frac{dU_{\text{п}}}{U_{\text{п}}}$ при относительном изменении работы выхода $\frac{d\varphi}{\varphi}$ определяется соотношением

$$\frac{dU_{\text{п}}}{U_{\text{п}}} = \left(-\frac{2e\varphi}{3kT} \right) \frac{d\varphi}{\varphi}, \quad (8)$$

а при относительном изменении температуры $\frac{dT}{T}$

$$\frac{dU_{\text{п}}}{U_{\text{п}}} = \left(\frac{4}{3} + \frac{2e\varphi}{3kT} \right) \frac{dT}{T}, \quad (9)$$

коэффициент пропорциональности $\left(\frac{2e\varphi}{3kT} \right)$ для типичных работы выхода электронов $\varphi = 2,3$ эВ и температуры катода $T = 1000^\circ \text{C}$ в гиротронах примерно равен 15. Для получения информации о том, какой именно механизм даёт наибольший вклад, необходимо параллельно с измерением вольт-амперной характеристики измерять распределение температур на поверхности катода (например, пирометрическими методами) и неоднородность работы выхода (методами вторичной электронной эмиссии). В катодах, имеющих однородные по поверхности работу выхода и температуру, остаточное размытие зоны перехода связано, по-видимому, с тепловыми уходами размеров катода и вызванными этим перекосами, шероховатостью эмитирующей поверхности и т. д. Если отнормировать ток и напряжение относительно значений I_0 и x_0 , соответствующих максимуму функции плотности распределения, а части площади катода, работающие в режиме пространственного заряда и в режиме насыщения относительно полной площади катода S , можно получить систему безразмерных переменных

$$\hat{j} = \frac{I}{I_0}, \quad \hat{x} = \frac{x}{x_0}, \quad \hat{S}_\rho = \frac{S_\rho}{S}, \quad \hat{S}_{\text{н}} = \frac{S_{\text{н}}}{S},$$

которую удобно использовать для сравнения между собой различных катодов.

3. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для получения достоверных результатов необходимо снимать вольт-амперную характеристику с высокой точностью, поэтому в ходе эксперимента используется автоматизированная система разработанная на основе компьютера HiCom (DEC) и аппаратуры КАМАК [7]. Измерения проводились следующим образом: на катод подавались прямоугольные импульсы отрицательной полярности ($\tau = 100$ мкс), амплитуда которых плавно уменьшалась во времени. Измерения проводятся через определённый пользователем интервал по ускоряющему напряжению. Значения тока эмиссии и напряжения на катоде за время импульса записываются в соответствующие буферы АЦП с заданной частотой (наименьший интервал между двумя точками 200 нс). Считанные в компьютер данные фильтруются и после усреднения выводятся на экран монитора. Полученные данные записываются на диск для вторичной обработки. Для повышения точности измерений и избавления от шумовых помех в автоматизированной системе применяется переключение диапазонов АЦП в зависимости от уровня сигналов.

Вторичная обработка экспериментальных данных проводилась на IBM PC при помощи специально разработанного пакета программ, включающего многооконный пользовательский интерфейс, дающий возможность визуализации данных в различных координатах, программ для двойного дифференцирования табулированных функций, их сглаживания и экстраполяции.

Измерения проводились в двух режимах — моделирующем и рабочем (индексы “м” и “р” соответственно). Необходимость измерений в моделирующем режиме, т. е. при пониженных напряжениях, связана с тем, что в настоящее время такие важные экспериментальные характеристики ВЭП как скоростной разброс и относительная осцилляторная энергия электронов измеряются в моделирующем режиме, так и для исследования возможности быстрой диагностики катода перед установкой в гиротрон. Для сохранения плотности пространственного заряда и траекторий частиц магнитные поля, токи и напряжения в моделирующих режимах определялись из соотношений подобия [8, 9]

$$U_m = \frac{U_p}{K}, \quad V_m = \frac{V_p}{\sqrt{K}}, \quad I_m = \frac{I_p}{\sqrt{K^3}}. \quad (10)$$

На рис. 1 приведены вольт-амперные характеристики $LaVa_6$ катода, снятые при различных температурах эмиттера, определяемых мощностью накала, в рабочем режиме катода $I = 30$ А, $U = 70$ кВ. Различия при измерении ВАХ в рабочем и моделирующем режимах связаны, в основном, с более высокой температурой и с большей напряжённостью поля на катоде, т. е. в большей роли эффекта Шоттки, при рабочих напряжениях. В моделирующих режимах ВАХ измерялись и в отсутствие

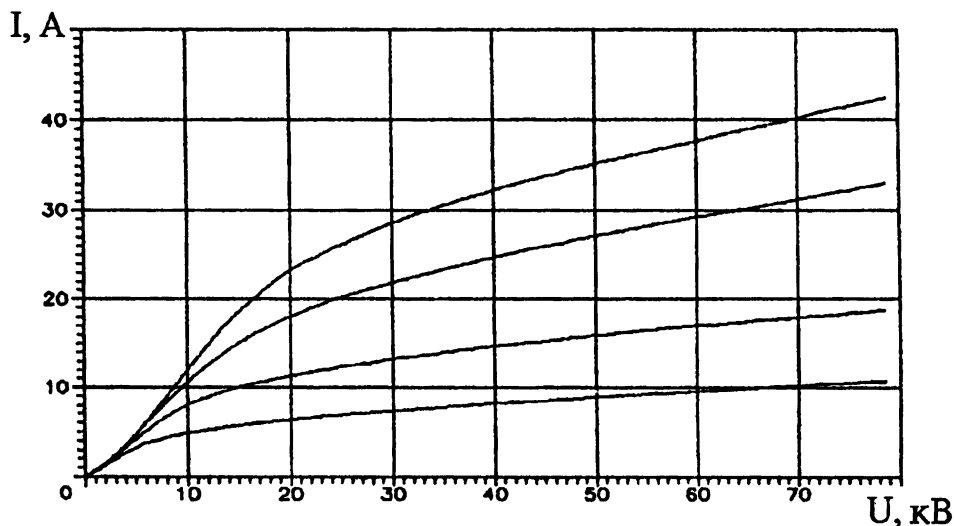


Рис. 1.

магнитного поля. Измерения ВАХ моделирующего режима в отсутствие магнитного поля обусловлено желанием проводить исследование катодов перед установкой в гиротрон. При этом эмиттер проще всего исследовать при пониженных напряжениях в режиме тока на анод в отсутствие прочих элементов электронно-оптической системы и магнитного поля. Для подобной диагностики требовалось проверить существует ли соответствие между величинами эффективной эмиссионной неоднородности измеряемыми в отличных от рабочего режимах.

Измеренные ВАХ рабочих режимов использовались при расчётах многомоновых процессов на фронте импульса ускоряющего напряжения в мощных гиротронах [10]. Полученные результаты расчётов зон возбуждения тех или иных мод гиротрона находятся в хорошем соответствии с экспериментом. В то же время, расчёты показали, что сценарий переходных процессов в гиротроне существенно зависит от формы импульсов ускоряющего напряжения и тока. Таким образом, точное измерение ВАХ гиротрона даёт возможность анализа переходных процессов в гиротронах с резонаторами большого диаметра, когда условия самовозбуждения могут выполняться для нескольких мод.

Нормированная функция плотности распределения во многих случаях хорошо описывается нормальным законом распределения, который в принятых нами координатах записывается в виде:

$$\hat{F}(j_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(1-\hat{x})^2}{2\sigma^2}\right). \quad (11)$$

Вторая производная нормированной вольт-амперной характеристики при переходе к идеально однородному по эмиссии катоду вырождается в

δ - функцию Дирака. В эту же функцию вырождается и нормальный закон распределения при $\sigma \rightarrow 0$, т. е. σ может служить безразмерным параметром эффективной эмиссионной неоднородности. В случае когда нормальным законом не удаётся достичь приемлемой аппроксимации, следует воспользоваться другими функциями и характеристикой будет служить параметр аналогичный σ , но определяемый законом распределения. На рис. 2 приводятся аппроксимации функции распределения эмиссионной неоднородности нормальным законом распределения, параметры которого определялись вариационным методом, для двух различных катодов [11]. Более плавное спадание справа от максимума вызвано влиянием эффекта Шоттки, и данное отклонение от нормального закона распределения снижает качество аппроксимации. В то же время видно, что, благодаря двойному дифференцированию ВАХ, вклад эффекта Шоттки в ширину функции распределения незначителен и им можно пренебречь, без существенного искажения информации о свойствах катода. Проведённые эксперименты показали, что, хотя ширина функции распределения эмиссионной неоднородности зависит от режима (рабочий или моделирующий, с магнитным полем или без), соотношения между шириной функции распределения для различных катодов сохраняются независимо от режима измерений.

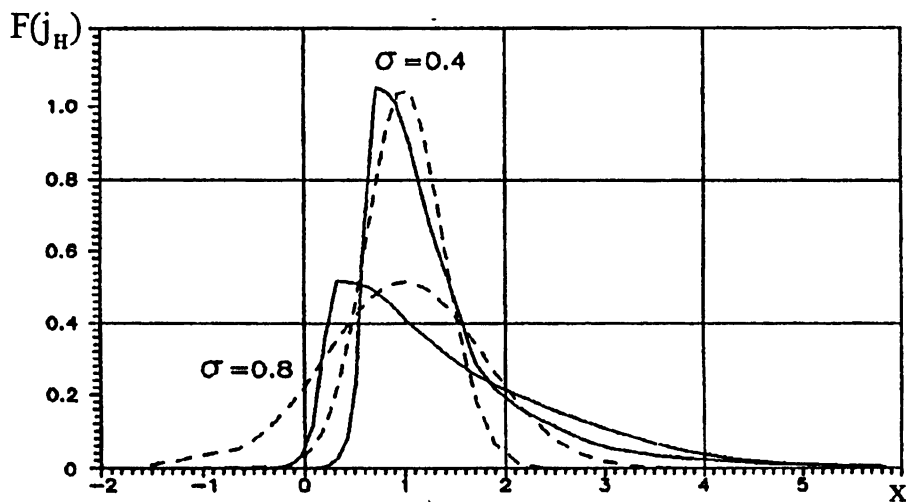


Рис. 2.

Использованная в описанных экспериментах установка позволяла одновременно с измерением вольт-амперных характеристик измерять с высокой точностью разброс скоростей электронов в пучке и относительную осцилляторную энергию методом тормозящего поля [8]. При этом в область резонатора гиротрона устанавливался анализатор, состоящий из сетки, на которую подаётся отрицательное напряжение, и коллектора. Сравнивая результаты измерений разброса поперечных скоростей элек-

тронов δV_1 и величину эффективной эмиссионной неоднородности от тока пучка, можно видеть, что катоду с большей эмиссионной неоднородностью соответствует больший разброс скоростей электронов (рис. 3). Это можно объяснить тем, что катод, обладающий большей неоднородностью эмиссии, имеет больший разброс начальных скоростей электронов и/или нарушения аксиальной симметрии, что приводит к увеличению разброса скоростей электронов в рабочем пространстве гиротрона и, как следствие, к снижению КПД прибора. Результаты экспериментов свидетельствуют о существовании связи между величиной эмиссионной неоднородности и разбросом скоростей электронов, однако установить конкретный вид этой зависимости (получить эмпирические формулы для оценки одного параметра по другому) возможно лишь после экспериментального исследования значительного числа катодов.

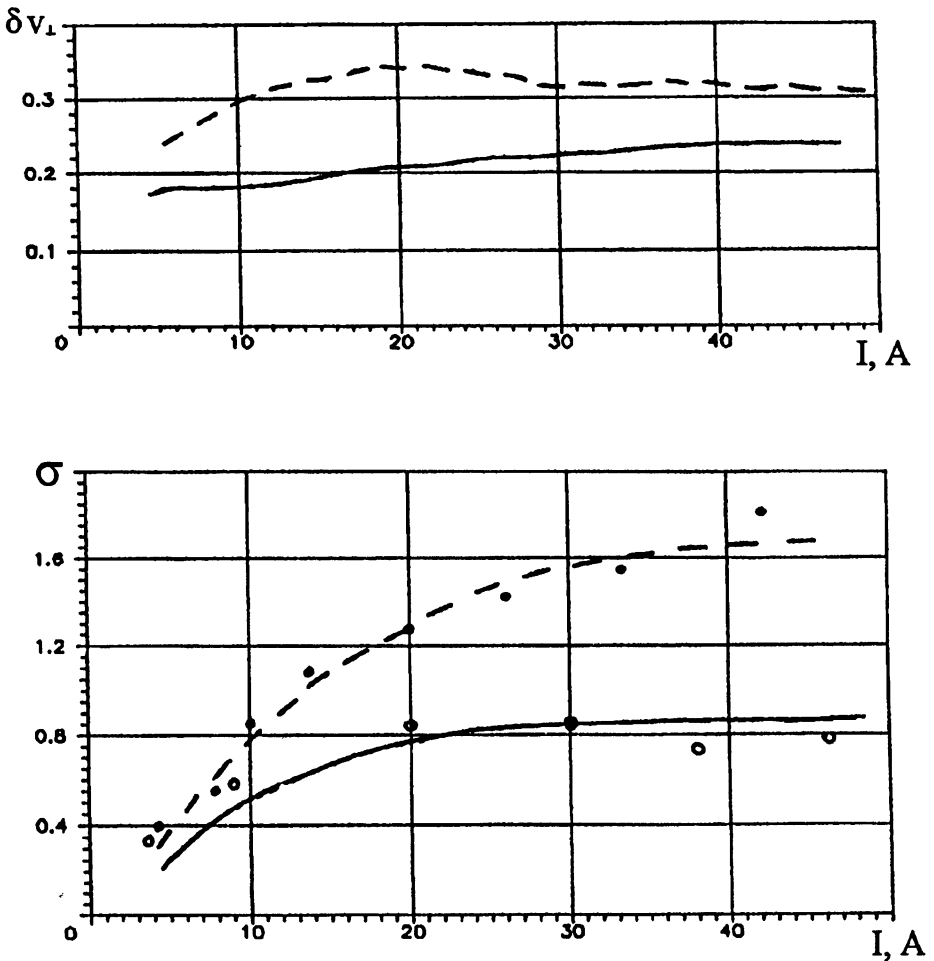


Рис. 3.

Сравнение параметров распределения эмиссионной неоднородности

для реального и моделирующего режимов позволяет сделать вывод о соответствии измерений и перейти для более детального анализа эмиссионной неоднородности катодов к комплексным измерениям характеристик катодов в моделирующем режиме. Для понимания механизмов, вызывающих неоднородность эмиссии, и определения распределения эмиссии по поверхности катода проектируется установка, включающая в себя возможность измерения вольт-амперных характеристик малых участков катода, анализ работы выхода в различных точках катода методом вторично-электронной эмиссии [12, 13] и измерение распределения температур. В настоящее время можно предположить, что катоды с $\sigma = 0,3 - 0,4$ при рабочей температуре обладают достаточной однородностью для гироприборов, но, как указывалось выше, для более аккуратного анализа требуется накопить больший статистический материал и, возможно, использовать лучшую аппроксимацию для описания эмиссионной неоднородности (например χ^2 — распределение). Целесообразность предложенной методики для диагностики катодов подтверждается измерениями выходной мощности и КПД гиротрона с различными эмиттерами. Перед измерением КПД гиротрона измерялись его ВАХ в рабочем и моделирующем режимах при различных температурах подогревателя. Результаты экспериментов изображены на рис. 4 для различных эмиттеров в виде зависимости КПД гиротрона от измеренной эффективной эмиссионной неоднородности катода в рабочем режиме. При увеличении эффективной эмиссионной неоднородности соответственно понижается КПД гиротрона, поскольку при прочих равных условиях КПД гиротрона определяется качеством электронного пучка, т. е. однородностью эмиссии и отсутствием неустойчивостей в пучке.

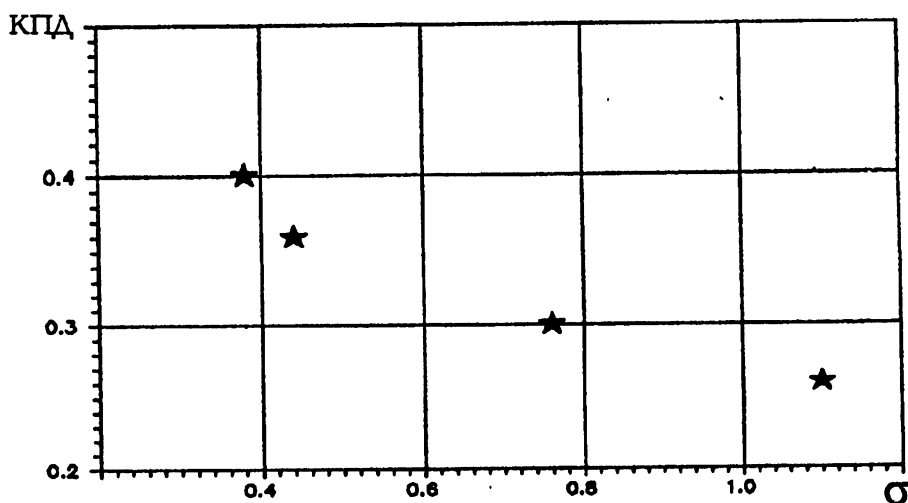


Рис. 4.

Для повышения достоверности оценок желательно учесть в уравнении Ричардсона зависимость работы выхода от электрического поля (эффект Шоттки: $\varphi_{\text{ш}} = \varphi - \sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon_0}}$), а в уравнении Чайльда-Ленгмюра учесть температурную зависимость первеанса, обусловленную тепловыми уходами размеров катода.

4. В Ы В О Д Ы

Описанная методика исследования катодов giroприборов по анализу переходного участка вольт-амперной характеристики даёт возможность быстрого анализа качества катода. При этом, при наличии достаточно большого статистического материала, возможно спрогнозировать реализуемый КПД прибора. Простота и оперативность метода позволяют использовать его для контроля за изменением качества катода в процессе эксплуатации. При проведении комплекса измерений включающего анализ ВАХ, исследование однородности работы выхода по поверхности катода, контроль за однородностью температуры, возможно дать полную характеристику эмиссионной способности катода. Описанная установка и методика экспериментов дают возможность точного измерения ВАХ катодов giroприборов и делают возможным контроль качества катодов, предназначенных к установке в giroприборы. После исследования данным методом достаточно большого числа катодов, при контроле технологии их изготовления, возможно выработать рекомендации по технологии изготовления и активации катодов giroприборов.

Авторы благодарят А. Л. Гольденберга за обсуждение результатов работы и ценные замечания, сделанные при чтении рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиروتроны: Сб. науч. тр. /Под ред. В. А. Флягина — Горький: ИПФ АН СССР, 1989. — 216 с.
2. Лыгин В. К., Цимринг Ш. Е. //ЖТФ, 1973. Т. 43. № 8. С. 1695.
3. Волков В. Н., Ходневич С. П., Павлов А. С., Третьякова М. Г. //Электронная промышленность, 1984. № 7. С. 27.
4. Grant T. J.. Effective workfunction distributions derived from Miram curves. Triservice Cathode Workshop, 1986.
5. Ходневич С. П. //Электронная техника. Серия 1, 1969. № 4. С. 119.
6. Глявин М. Ю. //СВЧ техника. Серия 1, 1994. Вып. 2. С. 33.
7. Artyuch S. J., Kuftin A. N., Postnikova A. S., Zapevalov V. E. //Int. J. Electron., 1992. V. 72. № 5, 6. P. 1145.

8. Авдошин Е. Г., Гольденберг А. Л. //Изв. вузов. Радиофизика, 1973. Т. 16. № 10. С. 1605.
9. Дж. Пирс. Теория и расчёт электронных пучков. — М.: Сов. Радио, 1956.
10. Glyavin Yu. M. Mode interaction in powerful pulsed gyrotrons. Proc. of Int. Conf. РeН - 95, NPF3/P, Nice, 1995.
11. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справ. по математике. — М.: Наука, 1986. — 287 с.
12. Бронштейн И. М., Фрайман Б. С. Вторичная электронная эмиссия. — М.: Наука, 1969.
13. Черепин В. Т., Васильев М. А.. Методы и приборы для анализа поверхности материалов.: Справ. — Киев: Наук. Думка, 1982.

Институт прикладной физики
РАН, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
3 января 1996 г.

EXPERIMENTAL STUDY OF EMISSION SPREAD AT GYROTRONS CATHODES BY VOLT-AMPERE CHARACTERISTICS

*N. P. Venediktov, M. Yu. Glyavin, V. E. Zapevalov, A. N. Kuftin,
A. S. Postnikova, M. V. Yulpatova*

The results of theoretical and experimental study of emission spread at gyrotrons cathode are presented. The method of volt-ampere characteristics analysis is used. The value of permissible emission spread, dependence of velocity spread on the emission spread and dependence of output efficiency on the emission spread are given. The method is suggested for complex measurements, which permits to estimate a contribution of different physical mechanisms into the emission spread of the cathode.

УДК 621.396:621.391.82

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАЗДЕЛИТЕЛЬ СИГНАЛОВ И ПОМЕХ В КАНАЛАХ РАДИОСВЯЗИ.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

С. А. Метелёв, А. А. Лисов

Приводятся результаты экспериментальных исследований устройства сепарации сигналов с угловой манипуляцией и помех различных типов в каналах связи СДВ-КВ диапазонов. Показана высокая эффективность выделения сигнала из сигнально-помеховой смеси в каналах связи, близких к идеальным. Проведены испытания разработанного алгоритма на макете сигнального процессора в реальном времени в лабораторных условиях и сопоставление полученных данных с результатами численных экспериментов.

2.1. ВВЕДЕНИЕ

Алгоритм работы устройства разделения радиосигналов и внешних радиопомех (сепаратора), использующего пространственно-временные методы обработки сигналов (ПВОС), был исследован численными методами для идеальных условий распространения радиоволн в неслучайной, недиспергирующей среде, когда волновой фронт сигналов является плоским [1]. При этом оптимальное согласование адаптивной антенной системы (ААС) с радиоволнами обеспечивается весовым суммированием сигналов элементов решётки.

Для определения эффективности разработанного алгоритма в реальных каналах радиосвязи потребовались экспериментальные исследования в различных диапазонах радиочастот, некоторые из которых в определённых условиях отвечают приближению идеального распространения (низкочастотный диапазон), другие характеризуются сильной нестационарностью, многолучевостью и дисперсией (КВ диапазон).

Натурные испытания алгоритма сепарации в разных условиях проводились при помощи четырёх макетов адаптивных приёмников СДВ—КВ диапазонов частот. Результаты этих исследований описаны в первой части работы.

Для испытаний алгоритма сепарации в реальном времени был создан макет сигнального процессора на базе платы цифровой обработки сигналов, лабораторный стенд, формирующий смесь сигналов, и проведены исследования эффективности разделения сигналов в "непрерывном" режиме

обработки. Первые результаты, полученные нами при помощи сигнального процессора, изложены во второй части работы.

2.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО СЕПАРАТОРА СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ СВЯЗИ СДВ–КВ ДИАПАЗОНОВ

2.2.1. Макеты приёмных устройств СДВ–КВ диапазонов

Для проведения экспериментальных испытаний алгоритма оптимального сепаратора сигналов и помех [1] были разработаны макеты радиоприёмных адаптивных устройств, перекрывающих диапазон частот 0,003–30 МГц. Эти макеты имели различные радиочастотные (линейные) тракты усиления–фильтрации сигналов, различные конфигурации антенных систем и блок обработки, построенный на основе IBM PC. Блок-схема экспериментальных установок приведена на рис. 1.

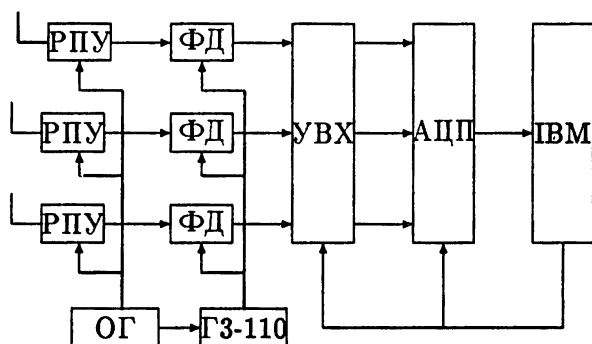


Рис. 1. Блок-схема экспериментальных установок. РПУ — радиоприёмные устройства с общими гетеродинами (ОГ); ФД — фазовые детекторы, осуществляющие перенос сигналов с промежуточной частоты на нулевую частоту с выделением квадратур; УВХ — устройства выборки–хранения; АЦП — аналого–цифровой преобразователь в конструктиве компьютера IBM PC.

В качестве приёмных устройств применялась следующая аппаратура:

- три приёмника SMV–11 с двумя воздушными ортогональными рамками и вертикальным электрическим вибратором (комплект FMA–11) в диапазоне частот 0,01–30 МГц;
- три приёмника P–399 (1,5–32 МГц) с двумя горизонтальными полу-волновыми вибраторами и вертикальным вибратором, расположенным в общем фазовом центре (резонансная частота 7 МГц);

- два приёмника Р-160П с двумя вертикальными вибраторами, разнесёнными в пространстве на 30 м (1,5–30 МГц);
- оригинальный трёхканальный приёмник с двумя ортогональными магнитными антеннами и вертикальным штырём (3–30 кГц).

В первых трёх макетах при помощи общих гетеродинов осуществлялось тройное преобразование частоты в область нулевой частоты с выделением синфазной и квадратурной компонент сигналов, в макете низкочастотного приёмника применялось однократное (прямое) преобразование сигналов к нулевой частоте с выделением квадратур. Применение различных макетов позволило исследовать специфику работы сепаратора в различных диапазонах с поляризационным и с пространственным разносом антенн с двумя и тремя ветвями разнесения.

Сигналы после преобразования к квадратурам поступали на вход схемы устройства выборки-хранения (УВХ), после чего последовательно опрашивались коммутатором и АЦП контроллера, встроенного в IBM PC. Входные процессы записывались на жёсткий диск IBM PC в виде набора бинарных файлов данных, каждый из которых характеризовался определённой сигнально-помеховой обстановкой (СПО). Для перебора различных СПО были созданы специальные установки — имитаторы сигналов, которые позволяли к принимаемому сигналу подмешивать в эфире второй радиосигнал с управляемыми параметрами. Записанные в цифровом виде входные колебания подвергались адаптивной обработке в IBM PC при помощи программы, реализующей алгоритм сепаратора. Таким образом, эксперименты проводились не в “реальном” времени, хотя процессу записи данных иногда предшествовал процесс проверочной адаптивной обработки “кусочно-непрерывным” методом — запись в память отрезка входных колебаний, обработка, визуализация результатов, после чего цикл повторялся. Такой способ применялся для квазистационарной СПО.

Различные макеты приёмников позволили экспериментально исследовать характеристики сепаратора для почти идеального канала связи (3–30 кГц) и многолучевого канала с замираниями (1,5–30 МГц). Проведённые эксперименты показали, что использование различных антенных систем не приводит к изменению качества разделения сигналов, в то время как эффективность адаптивной обработки существенно зависит от степени идеальности канала связи.

2.2.2. Результаты экспериментов в СДВ диапазоне

Разработанный четвёртый макет трёхканального СДВ приёмника апробировался для приёма внешних радиосигналов. Постановка эксперимента по приёму СДВ сигналов от нескольких разнесённых по углам прихода радионисточников заключалась в следующем. После предварительного

панорамного просмотра диапазона был выбран ряд станций, излучающих ЧТ сигналы в различных режимах. Для подмешивания второго сигнала в полосу приёма была создана специальная полеобразующая установка из витка с током размером 3×9 м, запитываемая генератором стандартных сигналов ГЗ-119, внутри которой помещалась ААС. При этом имитировалась плоская ТН-волна, приходящая с фиксированного направления с управляемыми параметрами (частота, мощность, параметры модуляции). В проведённой серии экспериментов была осуществлена запись исходных данных в цифровом виде для нескольких СПО в виде шестёрок квадратур, которые могут подвергаться адаптивной обработке.

Разработанный алгоритм сепаратора был исследован для этих СПО. При этом обработка проводилась на ИВМ РС. В качестве входных процессов для сепаратора использовались цифровые потоки из файлов данных. Использовалась та же самая программа, реализующая алгоритм трёхканального сепаратора, что и для численного моделирования [1]. Иными были лишь блок формирования входных данных и блок вычисления отношения $\text{сигнал}/(\text{помеха} + \text{шум})$ (ОСПШ), который в данном случае использовал метод спектрального оценивания (спектральные компоненты внешнего и имитационного сигналов имели небольшой частотный разнос в полосе приёма).

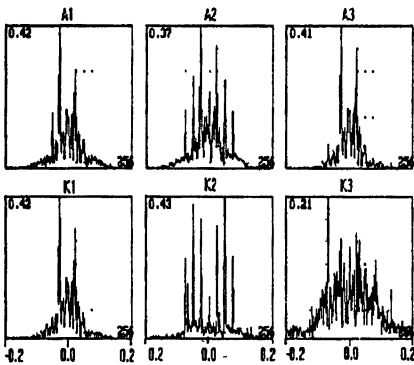


Рис. 2. Результаты обработки смеси двух ЧТ сигналов СДВ диапазона программой 3-канального сепаратора. Частоты приведены в кГц относительно центральной частоты 23,4 кГц

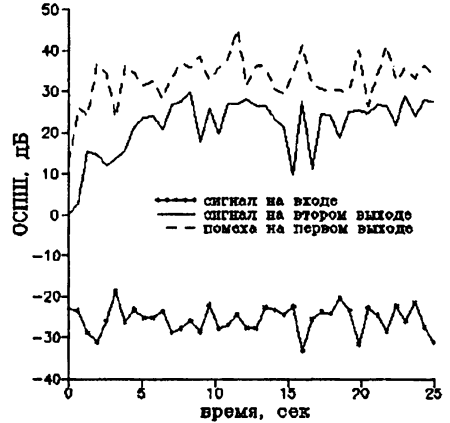


Рис. 3. Динамика поведения ОСПШ для сигнала на входе (нижняя кривая), на выходе 2 (средняя кривая) и для помехи на выходе 1 (верхняя кривая) в процессе настройки сепаратора.

В качестве примера рассмотрим результаты обработки данных из файла, в котором были зарегистрированы входные радиосигналы

на $f = 23,4$ кГц. Мощность ЧТ помехи превышала мощность ЧТ сигнала на 20 дБ. На рис. 2 приведены спектры входных сигналов со штыря и двух рамок (A1—A3). На нижней панели приведены спектры сигналов с трёх выходов сепаратора после его настройки (K1—K3). Наблюдается хорошее разделение помехи (K1) и сигнала (K2). В третьем канале выделяется смесь из атмосферного шума, местных помех и шумов приёмника. Количественные характеристики разделения сигналов приведены на рис. 3, на котором построены значения ОСПШ для сигнала на входе и втором выходе сепаратора и ОСПШ для помехи на первом выходе в зависимости от времени (естественно, под “помехой” в последнем случае подразумевался сигнал). Видно время настройки и выход сепаратора на стационарный режим с достаточно высокими ОСПШ. Для проверки работоспособности сепаратора в присутствии помехи другого типа был обработан другой сеанс, в котором была записана СПО с ЧТ сигналом и шумоподобной помехой. На рис. 4, 5 представлены результаты обработки этого сеанса в аналогичном виде. Из них видно, что сепаратор успешно разделяет ЧТ сигнал (второй выход сепаратора K2) и флуктуационную помеху (K1).

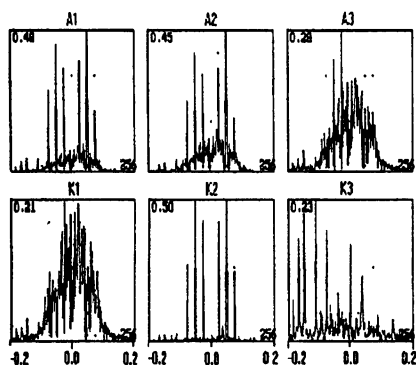


Рис. 4. Результаты обработки смеси ЧТ сигнала с шумоподобной помехой программой трёхканального сепаратора. Центральная частота $f = 18,6$ кГц.

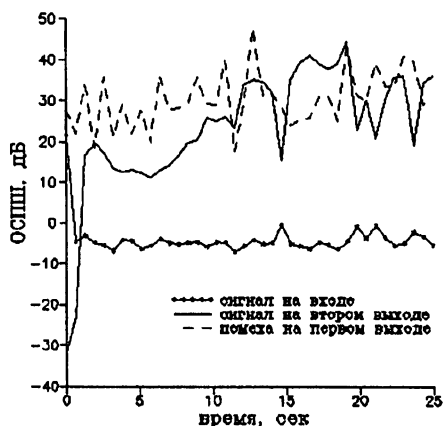


Рис. 5. Динамика поведения ОСПШ для сигнала на входе (нижняя кривая), на выходе 2 (сплошная кривая) и для помехи на выходе 1 (пунктирная кривая) в процессе настройки сепаратора.

Обработка других сеансов с изменяющимися параметрами СПО (различные частоты приёма, углы прихода внешних сигналов, соотношения мощностей внешнего и имитационного сигналов, параметры манипуляции) показала результаты, близкие к ожидаемым из теоретических исследований методами численного моделирования. Таким образом, про-

ведённые натурные эксперименты показали эффективность алгоритма сепарации реальных СДВ сигналов для различных СПО.

Такие результаты являются следствием того, что СДВ канал, по крайней мере в дневные часы, является однолучевым, точнее, однододовым каналом связи со слабой дисперсией и нестационарностью. Это проявляется в том, что отношения амплитуд радиосигналов, принимаемых различными антеннами, являются постоянными, что обеспечивает стационарность весовых коэффициентов в установленном режиме.

В таких условиях экспериментально показана эффективность алгоритма оптимальной сепарации сигналов с угловой манипуляцией — развязка по каналам превышает 30 дБ.

2.2.3. Результаты экспериментов в КВ диапазоне

КВ канал связи является нестационарным каналом, в котором присутствует многолучёвость и рассеяние. Это приводит, в частности, к тому, что параметры сигналов, принимаемых на поляризационно- или пространственно разнесённые антенны, могут изменяться некоррелированным образом. В результате таких некоррелированных флуктуаций эффективность корреляционной обработки сигналов снижается.

Рассмотрим для примера результаты разделения сигналов методами ПВОС, полученные на третьем макете КВ адаптивного устройства с двукратным пространственным разносом (расстояние между двумя вертикальными вибраторами 30 м). В качестве первого сигнала использовались ЧТ радиосигналы дальних станций (12÷15 МГц), второй (имитационный) сигнал (помеха) с АМ модуляцией (90%) излучался при помощи вертикального вибратора, запитываемого генератором, расположенного на крыше лабораторного корпуса на расстоянии 300 м от приёмного пункта. Измерения осуществлялись в условиях радиополигона при удалении от окружающих объектов на расстояние не менее 300 м. На рис. 6 показаны спектры принимаемых сигналов (ЧТ сигнал + АМ сигнал) (А1—А2) и спектры выходных сигналов двухканального сепаратора (К1—К2), полученные в этих экспериментах (частоты приведены в килогерцах относительно центральной частоты 1,4 МГц). Видно хорошее разделение ЧТ и АМ сигналов. Вместе с тем, в данном сеансе наблюдался интервал времени, на котором эффективность работы сепаратора резко упала — рис. 7. В эти моменты времени сигнал начал уменьшаться в одном из выходов и возрастать в другом выходе сепаратора.

Такой процесс “переброса” сигналов в выходах сепаратора является следствием эффекта “створа”, при котором пропадают пространственные различия между антенными колебаниями от разных источников. Подобные флуктуации выходных ОСПШ имели место и в ряде других сеансов серии экспериментов и являются типичными для многолучёвого канала связи.

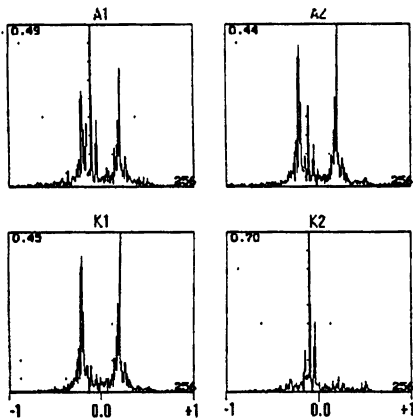


Рис. 6. Результаты обработки смеси ЧТ сигнала КВ диапазона с АМ помехой программой 2-канального сепаратора.

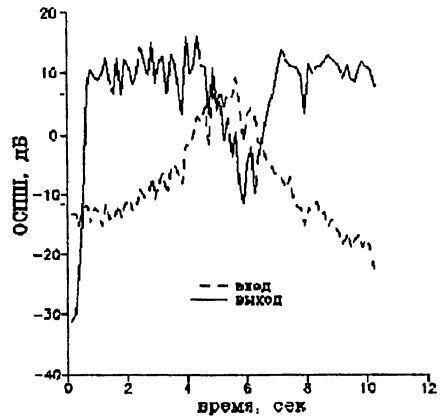


Рис. 7. Динамика поведения ОСПШ для сигнала на входе (пунктирная кривая) и на выходе (сплошная кривая) в процессе настройки сепаратора.

Причиной таких флуктуаций является нестационарность поведения отношения амплитуд КВ радиосигнала, принимаемых с разнесённых по пространству или по поляризации антенн, и флуктуации разностей фаз антенных напряжений, что показали специальные измерения параметров радиоволн на всех перечисленных выше КВ приёмных устройствах.

Таким образом, использование алгоритма оптимальной сепарации в неидеальных каналах связи требует применения дополнительных мер в алгоритме обработки сигналов.

2.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ УСТРОЙСТВА СЕПАРАЦИИ СИГНАЛОВ И ПОМЕХ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

2.3.1. Лабораторный макет устройства сепарации сигналов и помех

Принципы обработки сигналов в реальном времени исследовались в лабораторных условиях для двух способов формирования входных смесей сигналов, которые имитировали поляризационный и пространственный разнос антенн в двух диапазонах частот. В состав лабораторного макета СДВ адаптивного приёмного устройства, использующего принципы поляризационной обработки сигналов, входил приёмник СДВ диапазона

в двухканальном варианте, осуществляющий усиление–преобразование–фильтрацию сигналов и сигнальный процессор (рис. 8).

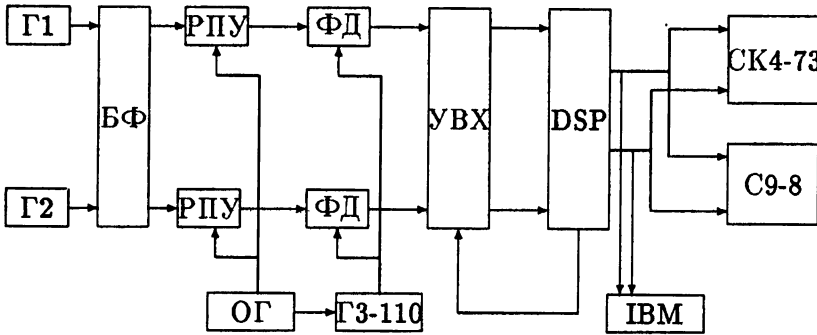


Рис. 8. Блок-схема лабораторного стенда для испытаний макета адаптивного приёмного устройства: Г1, Г2 — генераторы сигналов Г3–119, БФ — блок формирования входных смесей, СК4–73 — анализатор спектра, С9–8 — контрольный осциллограф, DSP — плата цифровой обработки сигналов.

В качестве сигнального процессора, реализующего алгоритм сепарации сигналов, использовалась плата цифровой обработки сигналов (ЦОС) DSP25AD с микропроцессором TMS320C25, аналоговыми интерфейсами (8 каналов АЦП и 2 канала ЦАП), параллельным и последовательным портами и памятью (ОЗУ) объёмом 64К. DSP25AD выполнена в конструктиве IBM PC и позволяет использовать ресурсы компьютера для разработки, отладки и хранения программ. Из входных сигналов в приёмнике выделялись две пары синфазных и квадратурных компонент на нулевой частоте (т.е. частота опорного гетеродина равнялась радиочастоте). Для одномоментной выборки отсчётов эти сигналы поступали на устройства выборки–хранения, которые тактировались импульсами, поступающими от тактового генератора платы ЦОС. Сигналы с УВХ последовательно опрашивались коммутатором и АЦП. Работа коммутатора и АЦП платы таймировалась этими же сигналами.

После преобразования в цифровую форму квадратуры обрабатывались по алгоритму сепарации сигналов. Обработанные сигналы подавались на ЦАП. Частота цифроаналогового преобразования была привязана к частоте тактового генератора платы ЦОС. Алгоритм обработки реализовывала программа для DSP25AD на языке Си, осуществляющая при помощи механизма прерываний процедуру аналогового ввода–вывода и адаптивную обработку сигналов. При помощи компилятора Си производства фирмы Texas Instruments создавался выполняемый файл для платы DSP25AD, который затем при помощи специальной программы с жёсткого диска (или из ОЗУ) IBM PC мог быть загружен в плату

ЦОС. После этого начинали работать микропроцессор и другие компоненты платы в автономном (по отношению к процессору компьютера) режиме. Кроме основной программы было создано несколько вспомогательных программ, обеспечивающих регистрацию оцифрованных входных сигналов, либо процессов с любой точки схемы обработки. Наконец, имелась возможность заполнения определённого объёма ОЗУ DSP25AD непосредственно при работе основной программы с записью этих данных на диске IBM PC после останова программы.

Главный блок программы для DSP25AD — алгоритм сепарации — был копией соответствующей программы, использующейся при численном моделировании. На настоящем этапе работы это нам было необходимо и давало возможность гибкого сопоставления отлаженной программы для IBM PC и программы для DSP25AD, причём для обеих программ использовались одни и те же входные сигналы. Негативной стороной такого переноса программы явилась её невысокая скорость выполнения целочисленным процессором TMS320C25 (программа написана для чисел с плавающей точкой). Максимальная тактовая частота оцифровки, при которой программа сепаратора успевала выполняться между очередными отсчётами, составила $f_d = 100$ Гц. Дальнейшая оптимизация программы с переходом к языку программирования низкого уровня, применение микропроцессоров, работающих с числами с плавающей точкой, позволяют надеяться на существенное повышение быстродействия алгоритма.

Для лабораторных испытаний был создан специальный стенд, обеспечивающий формирование антенных и контроля выходных сигналов.

В качестве источников радиосигналов использовались генераторы ГЗ-119, обеспечивающие формирование колебаний на частотах СДВ диапазона (3–30 кГц) с угловой модуляцией. При этом имелась возможность управления частотой, уровнем и другими параметрами радиосигналов. Сигналы с генераторов поступали на блок формирования входных смесей, задачей которого являлось сложение сигналов с учётом углов прихода имитируемых радиоволн. Он был выполнен на аттенюаторах, делящих сигнал по закону $\sin(\alpha)$, для нескольких углов прихода одного из сигналов. Угол прихода второго сигнала предполагался постоянным и равным 45 град. Выходные сигналы сепаратора (либо любые промежуточные сигналы, например, весовые коэффициенты) выводились при помощи 2-х каналов ЦАП и визуализировались на цифровом осциллографе С9-8 и на спектральном анализаторе С4-73. Эффективность адаптивной обработки оценивалась при помощи этих приборов, её количественные характеристики оказалось удобным вычислять в цифровом виде путём записи цифровых выходных сигналов сепаратора в файл данных с последующей необходимой обработкой. Таким образом персональный компьютер выполнял следующие функции:

- физический объём для DSP25AD,
- среда для компиляции программы,
- хранение загрузочных модулей платы ЦОС,
- регистрация выходных процессов,
- вычисление эффективности алгоритма сепарации.

Во втором макете были использованы КВ приёмники Р-399, блок формирования входных смесей представлял из себя линию задержки с 10-ю отводами для сигнала одного из генераторов и два сумматора. При этом моделировался приём двух радиоволн, одна из которых приходит по нормали к антенной плоскости, а вторая — под некоторым углом к ней. Эти смеси усиливались в приёмниках, в фазовых детекторах преобразовывались к нулевой частоте и поступали на тот же сигнальный процессор.

Полученные на двух макетах результаты были качественно подобны и далее, для краткости, будут обсуждаться лишь эксперименты на первом макете.

2.3.2. Основные результаты лабораторных испытаний адаптивного алгоритма

Измерения эффективности работы сепаратора осуществлялись следующим образом. В качестве полезного сигнала выбирался ЧТ сигнал генератора 1 на центральной частоте f_0 , на 15–25 дБ превышающий уровень собственных шумов приёмника. Разнос частот нулей и единиц составлял ΔF , скорость передачи — C Бод. Частота опорного гетеродина (частота настройки) совпадала с f_0 . Помеха формировалась из монохроматического сигнала второго генератора на частоте $f_0 - \Delta f_{\text{п}}$. Уровень помехи изменялся от сеанса к сеансу измерений. На ЦАПы платы цифровой обработки поступали выходные сигналы алгоритма сепаратора, которые измерялись на спектральном анализаторе и цифровом осциллографе. Параллельно выходные и входные процессы на установленном режиме сепаратора в цифровом виде записывались в файлы данных на жёсткий диск IBM PC. После записи напряжение второго генератора изменялось и процесс измерения повторялся с нулевыми начальными условиями.

В качестве критерия качества обработки было выбрано отношение спектральных составляющих (после БПФ в IBM PC) на частотах сигнала и частоте помехи. Пример спектров входных процессов по двум каналам приёма и выходных процессов после обработки приведён на рис. 9 (u_1, u_2) (частоты приведены в герцах относительно центральной частоты 10240 Гц). В этом сеансе измерений были выбраны следующие параметры: $f_0 = 10240$ Гц, $\Delta F = 10$ Гц, $C = 2$ Бод, $\Delta f_{\text{п}} = 3,5$ Гц, $f_d = 64$ Гц.

Из рис. 9 видно, что отношение спектральных составляющих на входе в двух каналах различно, что отражает влияние различных диаграмм направленности антенн (точнее, таким образом работает блок формирования входных смесей, имитирующий разные углы прихода сигнала и помехи — 45 и 60 град., соответственно). Данный рисунок приведён для случая, когда мощности помехи превышения мощности сигнала на 20 дБ. Спектры сигналов с двух выходов сепаратора приведены на нижних двух панелях рис. 9 (z_1 , z_2). Наблюдается хорошее разделение двух колебаний на выходе сепаратора.

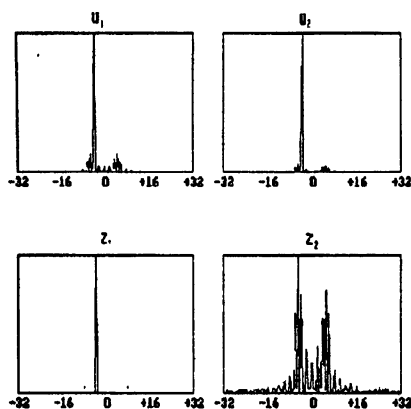


Рис. 9. Спектры входных (u_1 , u_2) и выходных (z_1 , z_2) сигналов сепаратора, полученные на макете сигнального процессора.

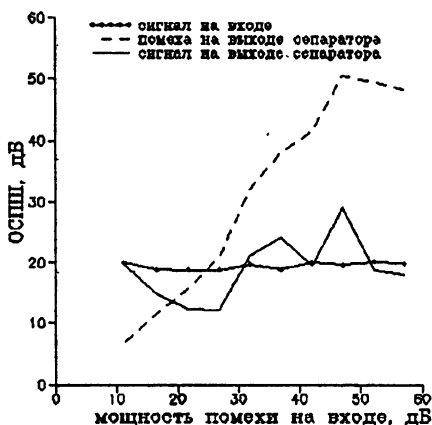


Рис. 10. Зависимости от мощности помехи выходных ОСПШ для ЧТ сигнала (сплошная кривая) и помехи (монохроматического колебания) — пунктир.

Характеристики отношения сигнал/помеха на выходах сепаратора от мощности помехи на входе приведены на рис. 10. Линией с точками представлен уровень мощности сигнала на входе, сплошная кривая отражает соотношение между сигналом и помехой на “сигнальном” выходе сепаратора, пунктирная кривая — ОСПШ для второго сигнала (“помехи”) на другом выходе. При этом помеха на сигнальном выходе и сигнал на помеховом выходе подавлены до величин менее -20 дБ, т.е. наблюдается высокая степень разделения (≥ 40 дБ) и слабое влияние уровня помехи на выходной сигнал. При увеличении от сеанса к сеансу мощности помехи в эксперименте также, как и при численном моделировании, наблюдался переход сигнала из первого во второй выходной канал сепаратора, после того как мощность помехи начала превышать входной уровень сигнала, поэтому представленные на рис. 10 данные являются результатом

“сшивки” в точке равенства мощностей сигналов.

Пунктирная кривая рис. 10 характеризует передаточную функцию сепаратора — $U_{\text{вых}}(U_{\text{вх}})$. На графике видно, что с возрастанием уровня сигнала на входе выходное ОСПШ возрастает, причём зависимость близка к линейной.

Сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования (рис. 6 в [1]) показывает их хорошее качественное согласие, что позволяет говорить о работоспособности алгоритма и в других стационарных сигнально-помеховых ситуациях (другие углы прихода, типы сигналов и т.д.). Тестовая проверка качества обработки, выполняемой платой ЦОС, осуществлённая путём обработки тех же самых входных колебаний персональным компьютером, показала полную идентичность выходных процессов.

Необходимо заметить, что наиболее сложным радиодиапазоном для техники компенсации помех является КВ канал связи, отличающийся сильной нестационарностью и многолучёвостью. При помощи второго лабораторного макета приёмника была промоделирована адаптивная обработка сигналов с двух идентичных антенн, разнесённых в пространстве для стационарной СПО. Полученные нами данные на макете КВ приёмника были качественно близки к приведённым выше результатам испытаний СДВ приёмного устройства. Эти лабораторные эксперименты моделировали идеальный канал связи и не отражают свойств реального КВ канала. Разработка компенсаторов-сепараторов для этого диапазона — существенно более сложная задача, которая требует учёта некоррелированного поведения сигналов в ветвях разнесения.

2.4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые эксперименты позволили убедиться в эффективности разработанного алгоритма в тех реальных каналах связи, которые близки к идеальным каналам распространения радиоволн. В неидеальных каналах связи, к которым, в первую очередь, относится КВ канал, исследованный алгоритм разделения может выступать в роли базового устройства, работа которого должна управляться специальными блоками, исключаящими “перебросы” сигнала с одного выхода на другой и использующими для этого ресурсы конкретной радиолинии связи.

Лабораторные испытания макета адаптивного приёмного устройства с платой цифровой обработки сигналов показали принципиальную возможность обработки сигналов в реальном времени для низкоскоростных каналов связи и наметили пути построения адаптивных вычислительных устройств на основе современных микропроцессоров для радиоканалов с типовыми скоростями передачи данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Метелев С. А., Шишкин Ю. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 3. С. 378.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
16 февраля 1996 г.

**OPTIMAL SPATIAL SEPARATOR OF SIGNALS AND NOISES IN RADIO
COMMUNICATION CHANNELS. 2. EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS**

S. A. Metelev, Yu. V. Shishkin

The experimental results are presented for the device of the signal separation with the angular manipulation and different type of noises in the communication channels of VLW-SW ranges. A high efficiency is shown for the signal isolation from signal-noise mixture in the communication channels close to ideal ones. We have tested the developed algorithm by the model of a strong processor in the real time under laboratory conditions and made a comparison between the data obtained and the results of numerical experiments.

УДК 621.391:519.72

ТЕСТИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ПО ВЫБОРКЕ

В. В. Савченко

Ставится и решается задача тестирования оценок спектральной плотности мощности по конечной выборке наблюдений. Исследуется эффективность синтезированного алгоритма в теоретико-информационном смысле.

1. ВВЕДЕНИЕ

Спектральное оценивание случайных процессов и полей на протяжении многих лет принадлежит к традиционным направлениям исследований в области статистической обработки информации. Появление же почти три десятилетия назад алгоритмов быстрого преобразования Фурье и вслед за ними нового класса методов с улучшенным частотным разрешением придало работам в данном направлении характер лавинообразного процесса [1]. В условиях порождённого этим процессом многообразия предлагаемых подходов и идей особую актуальность в настоящее время приобретает проблема выбора наилучшего метода спектрального оценивания для каждой конкретно поставленной задачи. Её решение обычно связывают [2] с регулярным синтезом оптимальных методов для задач с различными априорными данными и ограничениями. Однако такой подход имеет свои ограничения, которые обусловлены значительной степенью априорной неопределённости, характерной для большинства реальных ситуаций. Поэтому во многих случаях более продуктивным представляется иной подход [3], основанный на проверке или тестировании вполне определённого набора конкурирующих спектральных оценок по наблюдениям над каждым конкретным анализируемым процессом. Однако здесь возникает, в свою очередь, целый ряд нерешённых проблем. Среди них ключевое значение имеет выбор и обоснование универсального критерия тестирования спектральных оценок по эффективности в распространении на широкий круг разнообразных методов и задач. Довольно общий подход к указанной проблеме, в котором во главу угла как наиболее существенные выносятся информационные аспекты задачи тестирования, представлен в настоящей статье.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть $X(t)$ — центрированный гауссовский процесс, заданный последовательностью своих эквидистантных отсчётов, взятых с периодом дискретизации $\tau = t_i - t_{i-1} = \text{const}$ в серии из $M > 1$ независимых наблюдений $\vec{x}_m = \text{col}\{x_m(i)\}$, $m = \overline{1, M}$, где $\text{col}\{\cdot\}$ обозначает вектор-столбец размера $n \times 1$, $n = 1, 2, \dots$. И пусть имеется конечный набор различных оценок его спектральной плотности $G_r(f)$, $r = \overline{1, R}$, определённых в ограниченной полосе частот $[-F, F]$, где $F = 1/(2\tau)$. Требуется по имеющимся выборочным данным $\{\vec{x}_m\} = X$ принять решение в пользу наилучшей спектральной оценки $G_\nu(f)$, $\nu \leq R$. Задача состоит, таким образом, в проверке или тестировании R альтернативных гипотез в отношении спектральных свойств наблюдаемого процесса $X(t)$. Сформулируем её в терминах классической теории проверки статистических гипотез.

Для каждой рассматриваемой спектральной оценки $G_r(f)$ определим модель центрированного случайного процесса с n -мерным гауссовским распределением $\mathbf{P}_r = N(\mathbf{K}_r)$, заданным соответствующей корреляционной матрицей $\mathbf{K}_r = \mathcal{F}_n\{G_r(f)\}$, которая везде в дальнейшем предполагается неособенной. Здесь $\mathcal{F}_n\{\cdot\}$ — $(n \times n)$ -оператор обратного Фурье-преобразования. Задача выбора наилучшей спектральной оценки $G_\nu(f)$, из числа конкурирующих оценок $G_1(f), \dots, G_R(f)$, сводится, в таком случае, к проверке R простых гипотез о неизвестном законе распределения:

$$H_r : \mathbf{P} = \mathbf{P}_r, \quad r = \overline{1, R}. \quad (1)$$

Это — классическая задача различения по выборке набора гауссовских сигналов [4]. Следуя общесистемному критерию максимума правдоподобия, решение $H_\nu(X)$ в пользу одной из гипотез $H_1, \dots, H_R, 1 \leq \nu \leq R$, будем принимать по имеющейся выборке X из условия максимума соответствующей функции правдоподобия:

$$H_\nu(X) : p_\nu(X) = \max_r p_r(X). \quad (2)$$

В предположении о независимости наблюдений $\{\vec{x}_m\}$ в совокупности для центрированного процесса X имеем в рассматриваемом случае следующий набор функций правдоподобия:

$$p_r(X) = (2\pi)^{-Mn/2} |\mathbf{K}_r|^{-M/2} \exp\left(-0,5 \sum_{m=1}^M \vec{x}_m^T \mathbf{K}_r^{-1} \vec{x}_m\right), \quad r = \overline{1, R}. \quad (3)$$

Здесь $|\mathbf{K}_r|$ обозначает определитель корреляционной матрицы, \vec{x}_m — n -вектор-столбец выборочных данных, соответствующий m -му наблюдению, t — символ транспонирования векторов, \mathbf{K}_r^{-1} — обратная матрица.

Путём несложных преобразований выражений (3) [5] получим соответствующий набор решающих статистик

$$g_r(X) \triangleq \ln |\mathbf{K}_r| + M^{-1} \sum_{m=1}^M \vec{x}_m^T \mathbf{K}_r^{-1} \vec{x}_m = \\ = \ln |\mathbf{K}_r| + \text{tr}(\mathbf{K}_X \mathbf{K}_r^{-1}) \sim \ln p_r^{-1}(X), \quad (4)$$

где $\mathbf{K}_X \triangleq M^{-1} \sum_m \vec{x}_m \vec{x}_m^T$ — оценка корреляционной матрицы по выборке конечного объёма M ; $\text{tr}(\cdot)$ — след матрицы.

Выражения (2) и (4) в совокупности определяют оптимальное решение поставленной задачи (1) в терминах корреляционных характеристик анализируемых процессов. Основываясь на существующей жёсткой взаимосвязи корреляционных характеристик случайных процессов со спектральными, преобразуем полученный результат (4) в частотную область. Для этого воспользуемся рядом общих положений информационной теории идентификации.

3. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА

Отталкиваясь от выборочной оценки корреляционной матрицы в выражении (4), рассмотрим гауссовскую модель случайных наблюдений с распределением $\mathbf{P}_X = N(\mathbf{K}_X)$, где матрица \mathbf{K}_X предполагается неособенной.

Утверждение 1. Оптимальное по критерию максимума правдоподобия решение задачи различения R гауссовских сигналов в формулировке (1)–(3) отвечает принципу наименьшего информационного отклонения закона \mathbf{P}_X от искомого распределения \mathbf{P}_r в метрике Кульбака–Лейблера $I[\mathbf{P}_X | \mathbf{P}_r]$, $r = \overline{1, R}$.

Доказательство данного утверждения прямо следует из сопоставления известного в теории информации результата [6]

$$I[\mathbf{P}_X | \mathbf{P}_r] \triangleq \int_{\mathbf{R}^n} \ln \left[\frac{d\mathbf{P}_X}{d\mathbf{P}_r}(\vec{x}) \right] \mathbf{P}_X \{d\vec{x}\} = \\ = 0,5 \left[\text{tr}(\mathbf{K}_X \mathbf{K}_r^{-1}) + \ln(|\mathbf{K}_X^{-1}| \cdot |\mathbf{K}_r|) - n \right] \quad (5)$$

с выражением для r -й решающей статистики (4).

С использованием известного результата [7], в отношении удельной величины информационного отклонения, в обозначениях из выражения (5) будем иметь

$$\begin{aligned}
 n^{-1}I[\mathbf{P}_X | \mathbf{P}_r] \Big|_{n \rightarrow \infty} &= 0,5[\ln |\mathbf{K}_r| + \text{tr}(\tau^2 \mathbf{K}_X \mathcal{F}_n G_r^{-1}(f)) + \text{const}] \Big|_{n \rightarrow \infty} = \\
 &= (4F)^{-1} \int_{-F}^F \left[M^{-1} \sum_{m=1}^M \lim_{n \rightarrow \infty} (2Fn)^{-1} \left| \sum_{i=1}^n x_m(i) \exp(-2j\pi i f \tau) \right|^2 G_r^{-1}(f) + \right. \\
 &\left. + \ln G_r(f) \right] df + \text{const}.
 \end{aligned}$$

Предпринятый здесь предельный переход при $n \rightarrow \infty$ предполагает наличие полной априорной информации в отношении корреляционных свойств всех R различаемых сигналов как очевидное требование необходимой обусловленности решаемой задачи (1), (2) в терминах их спектральных характеристик. На основании последнего равенства и (4) получаем асимптотически оптимальный алгоритм принятия решений по выборкам конечного объема $n < \infty$:

$$H_\nu(X) : (2F)^{-1} \int_{-F}^F [G_X(f) G_r^{-1}(f) + \ln G_r(f)] df \Big|_{r=\nu} = \min_r. \quad (6)$$

Здесь

$$G_X(f) = M^{-1} \sum_{m=1}^M (2Fn)^{-1} \left| \sum_{i=1}^n x_m(i) \exp(-2j\pi i f \tau) \right|^2 - \quad (7)$$

периодограмма Бартлетта с усреднением по M независимым векторным наблюдениям [3].

Таким образом, для тестирования набора из R различных спектральных оценок предполагается следующая совокупность операций над имеющимися наблюдениями:

- 1) формирование по выборке периодограммной оценки спектральной плотности мощности в роли тестового сигнала (7),
- 2) вычисление для каждой рассматриваемой спектральной оценки соответствующей решающей статистики интегрального вида (6),
- 3) определение решающей статистики наименьшего значения и принятие соответствующего решения в пользу наиболее правдоподобной из конкурирующих оценок $G_\nu(f)$.

Указанной последовательности операций предшествует этап формирования базы исходных данных по результатам оценивания по выборке R различными способами неизвестной спектральной плотности мощности. При этом на каждом этапе вычислений используется либо одна и та же выборка, либо две разные выборки из рассматриваемого вероятностного пространства.

Предложенный алгоритм допускает ряд интересных модификаций. Так, для широкого класса спектральных оценок $G_r(f)$ с повышенной разрешающей способностью [8], основанных на идее порождающего процесса

с независимыми отсчётами $\{\eta_r(i)\}$ и дисперсией $\sigma_r^2 = \text{const}$ в заданной полосе частот $[-F; F]$, будем иметь систему равенств

$$G_r(f) = (2F)^{-1} \sigma_r^2 K_r^2(f), \quad r = \overline{1, R}, \quad (8)$$

где $K_r(f)$ — модуль комплексного коэффициента передачи формирующего фильтра для r -го процесса. На множестве физически реализуемых линейных фильтров из выражений (6) и (8) получаем алгоритм

$$H_\nu(X): \sigma_r^{-2} \int_{-F}^F G_X(f) K_r^{-2}(f) df + \ln \sigma_r^2 \Big|_{r=\nu} \rightarrow \min, \quad (9)$$

осуществляемый по схеме R -канальной параллельной фильтрации наблюдений с последующим выбором ν -го канала по критерию минимума дисперсии его отклика

$$\sigma_r^2(y) = \int_{-F}^F G_X(f) K_r^{-2}(f) df = M^{-1} \sum_{m=1}^M y_r^2(m), \quad (10)$$

отнесённой к соответствующей дисперсии порождающего процесса σ_r^2 и смещённой на пропорциональную ей величину $\ln \sigma_r^2$. При этом в каждом r -м канале используется фильтр, инверсный (обратный) формирующему фильтру для r -го процесса, т. е. соответствующий обеляющий фильтр. Набор частотных характеристик R обеляющих фильтров совместно с дисперсиями порождающих процессов для всех конкурирующих спектральных оценок и составляют в представленной модификации оптимального алгоритма (9) содержание базы исходных данных.

В частном случае нормирования спектральных оценок по дисперсиям порождающих процессов к некоторому постоянному уровню: $\sigma_r^2 = \sigma_0^2 = \text{const}$, $r = \overline{1, R}$, приходим к наиболее простой формулировке алгоритма вида

$$H_\nu(X): \int_{-F}^F G_X(f) K_r^{-2}(f) df \Big|_{r=\nu} \rightarrow \min.$$

Здесь во внимание принимаются исключительно структурные различия в спектральных оценках и решение выносится в пользу одной из них по признаку минимума дисперсии нескомпенсированного остатка (10) на выходе соответствующего обеляющего фильтра.

4. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Эффективность синтезированного алгоритма может быть охарактеризована по условным вероятностям ошибочных решений

$$\alpha_{\nu,r} \triangleq P\{H_r(X) | H_\nu\} = P\{g_\nu(X) > g_r(X) | H_\nu\}, \nu \neq r = \overline{1, R}.$$

В обозначениях из выражений (9) и (10) будем иметь

$$\begin{aligned} g_\nu(X)|_{H_\nu} &= \sigma_\nu^{-2} \int_{-F}^F G_X(f) K_\nu^{-2}(f) df |_{H_\nu} + \ln \sigma_\nu^2 = \\ &= M^{-1} \sum_{m=1}^M \eta_\nu^2(m) \sigma_\nu^{-2} + \ln \sigma_\nu^2 = \chi_\nu^2(M)/M + \ln \sigma_\nu^2; \\ g_r(X)|_{H_\nu} &= M^{-1} \sum_{m=1}^M y_r^2(m) \sigma_r^{-2} |_{H_\nu} + \ln \sigma_r^2 = \chi_r^2(M) \gamma_{\nu,r} / M + \ln \sigma_r^2. \end{aligned}$$

Здесь $\chi_\nu^2(M)$, $\chi_r^2(M)$ — случайные величины, распределённые по закону χ^2 -Пирсона с M степенями свободы каждая,

$$\gamma_{\nu,r} \triangleq \int_{-F}^F G_\nu(f) K_r^{-2}(f) df / \sigma_r^2 = (2F)^{-1} \int_{-F}^F G_\nu(f) G_r^{-1}(f) df$$

— коэффициент различимости ν -й и r -й спектральных оценок. С использованием представленных соотношений искомая вероятность ошибки при их тестировании определяется в общем случае выражением

$$\alpha_{\nu,r} = P\{\chi_\nu^2(M) - \chi_r^2(M) \gamma_{\nu,r} > M \ln(\sigma_r^2 \sigma_\nu^{-2})\}$$

или его упрощённой модификацией

$$\alpha'_{\nu,r} = P\{\chi_\nu^2(M) / \chi_r^2(M) > \gamma_{\nu,r}\}$$

для задач с набором нормированных по дисперсиям порождающих процессов спектральных оценок. В предположении о независимости статистик χ_ν^2 и χ_r^2 для этого случая окончательно будем иметь

$$\alpha'_{\nu,r} = P\{F_{M,M} > \gamma_{\nu,r}\} = 1 - \Phi_M(\gamma_{\nu,r}),$$

где $F_{M,M}$ — случайная величина, подчинённая закону F -распределения Фишера с (M, M) степенями свободы, $\Phi_M(\cdot)$ — его интегральная функция распределения, значения которой табулированы.

Полученное выражение вполне подтверждает интуитивно ясные представления об эффективности синтезированного алгоритма в зависимости от свойств тестируемых спектральных оценок. Чем больше суммарные различия сравниваемых оценок в пределах рассматриваемого диапазона частот, тем выше достоверность их тестирования по конечной выборке наблюдений. Набор относительных величин $\{\gamma_{\nu,r}\}$ здесь выполняет

роль рабочих характеристик алгоритма со свойством $\gamma_{\nu,r} \geq 1 \forall \nu, r = \overline{1, R}$. Теоретико-информационное обобщение сделанных выводов даётся в следующем утверждении.

Утверждение 2. Рабочая характеристика оптимального алгоритма в задаче различения двух гауссовских сигналов, нормированных по дисперсиям порождающих их процессов к некоторому постоянному уровню, определяется удельной величиной их информационного рассогласования по Кульбаку-Лейблеру согласно выражению

$$\gamma_{\nu,r} = 2n^{-1} \mathbf{I}[\mathbf{P}_\nu | \mathbf{P}_r] + 1 \geq 1.$$

Доказательство сказанного опирается на предыдущий результат (5) при дополнительном учёте равенства $\sigma_r^2 = \sigma_{nu}^2$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

К основным результатам проведённого исследования можно отнести, в первую очередь, вывод и обоснование решающего правила (6) в роли универсального критерия тестирования спектральных оценок по эффективности, которым охватывается широкий круг разнообразных методов, включая новые нелинейные методы с улучшенным частотным разрешением. Полученные результаты распространяются на задачи с различными априорными данными и ограничениями, среди которых следует выделить задачи многоканального и многомерного анализов.

В числе ограничений на оптимальность разработанного алгоритма необходимо особо отметить требование к стационарности в широком смысле анализируемого процесса, которое прямо связано со строгим определением понятия его спектральной плотности мощности [3]. Однако на практике указанное ограничение в значительной мере ослабляется при переходе к моделям кусочно-стационарных наблюдений на интервалах, не выходящих за пределы конечного объёма выборки X . Ограничения на диапазон анализируемых частот также не могут считаться чрезмерно жёсткими ввиду реально ограниченной полосы пропускания систем сбора, передачи и хранения информации. И, наконец, введение гауссовской модели наблюдений никак не ограничивает возможного разнообразия законов распределения \mathbf{P} . В действительности это распределение может существенно отличаться от гауссовского. Тогда используемая модель \mathbf{P}_X определяет его ортопроекцию на семейство гауссовских распределений как наиболее близкое к нему приближение в теоретико-информационном смысле [9].

По-видимому, наиболее значимым с точки зрения общности результатов исследования следует признать требование положительной определённости тестируемых спектральных оценок в пределах заданной полосы частот. Последнее непосредственно вытекает из математической

формулировки критерия (5). Однако для большинства новых методов спектрального оценивания, таких как методы максимальной энтропии, линейного предсказания, минимальной дисперсии и др., указанное требование выполняется автоматически. В остальных случаях его легко можно удовлетворить, исключая из анализируемой полосы частот $[-F; F]$ все те участки, где $G_r(f) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Robinson E. A. //Proc. IEEE, 1982. V. 70. P. 885.
2. Пыпкин Я. Э. //Автомат. и телемех., 1985. № 11. С. 7.
3. Марпл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1990.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 2. — М.: Сов. радио, 1975.
5. Burg J. P., Luenberger D. G., Wenger D. L. //Proc. IEEE, 1982. V. 70. P. 963.
6. Кульбак С. Теория информации и статистика. — М.: Наука, 1967.
7. Савченко В. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 11. С. 1002.
8. Савченко В. В. //Радиотехника и электроника, 1989. Т. 34. № 1. С. 68.
9. Ченцов Н. Н. Статистические решающие правила и оптимальные выводы. — М.: Наука, 1972.

Нижегородский государственный
технический университет, Россия

Поступила в редакцию
14 сентября 1995 г.

TESTING OF THE SPECTRUM ESTIMATION OVER THE SAMPLING

V. V. Savchenko

A problem is set and solved for testing the estimations of the spectrum power density over the final sampling of observations. The efficiency of the synthesized algorithm is investigated in the theoretical and information sense.