ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XL N 1–2 Нижний Новгород 1997

Содержание

Радиофик М. Юбилеи, юбилеи, юбилеи 5

Железняков В. В. Космическая плазма в экстремальных условиях 17

Gurevich A. V., Rinnert K., and Schlegel K. Long wave part of the plasma turbulence spectrum in the lower E-region 37

Dogiel V. A., Schönfelder V. Gamma-ray astronomy and the origin of cosmic-rays 57

Андронов А. А., Нефёдов И. М. Аномальный эффект Допплера и индуцированное ондуляторное излучение в скрещенных электрическом и магнитном полях 86

Ерухимов Л. М., Митяков Н. А., Токарев Ю. В. Искусственная фокусирующая система в ионосфере 101

Тамойкин В. В., Цыганов П. В. О распространении и взаимодействии сверхнизкочастотных волн в волноводе, заполненном гиротропной плазмой 111

Трахтенгерц В. Ю., Мареев Е. А., Сорокин А. Е. Электродинамика конвективного облака 123

Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. Модель атмосферного электричества от планетарного генератора и низкоширотных грозовых токов 138

Деришев Е. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. Особенности спектра гамма-излучения нейтронных звёзд, вызванные распадом фотона в сильном магнитном поле 146

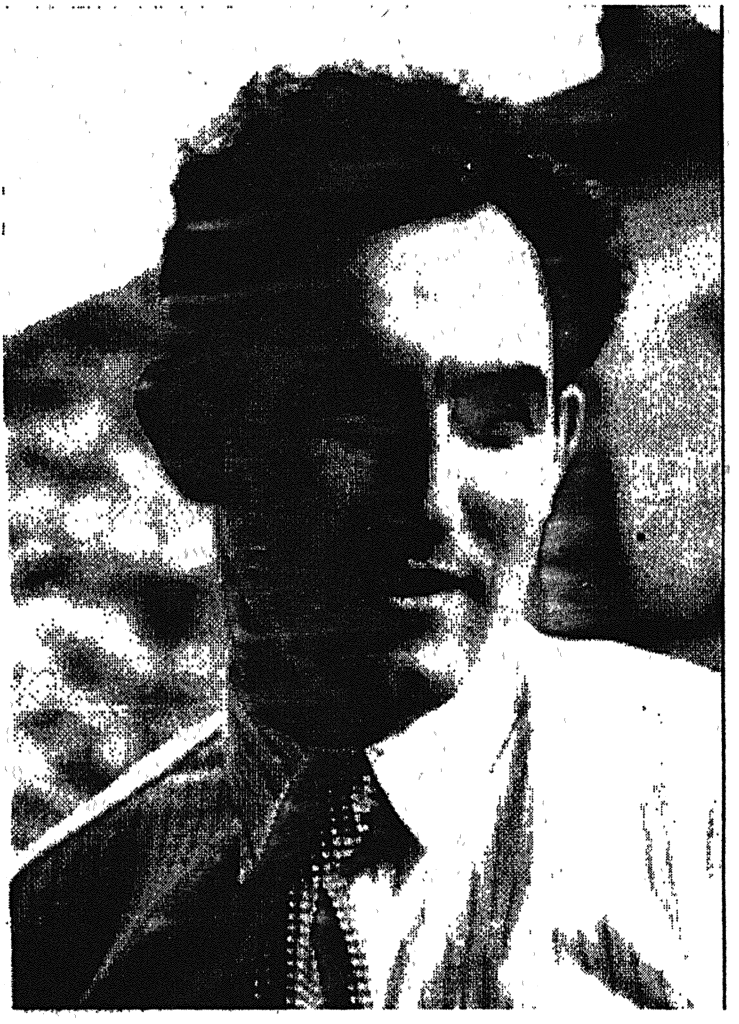
Khandokhin P. A., Mandel Paul, Koryukin I. V., Nguyen B. A., and Khanin Ya. I. Multimode fabry-perot laser: number of relaxation frequencies 161

Зайцев В. В., Ходаченко М. Л. Энерговыделение в корональных магнитных петлях 176

Вышеславцев П. П., Курин В. В., Нефёдов И. М., Шерешевский И. А., Андронов А. А. Моделирование резистивного состояния сверхпроводящих плёнок в магнитном поле на основе нестационарного уравнения Гинзбурга–Ландау 213

Малов Д. Е., Чугунов Ю. В. Об электродинамике вращающихся плазмосфер планет в дипольном магнитном поле 232

Ерухимов Л. М., Митяков Н. А., Тиде Бу. О воздействии мощным радиоизлучением на ионосферу в области геомагнитного экватора 250



Юбилеи... юбилеи... юбилеи.

С этих слов начинается первая статья первого в этом году выпуска нашего журнала, посвящённая юности Научно исследовательского радиофизического института, а фактически — молодости виновников двух торжеств, двух из нескольких юбилеев, случившихся в 1996 г., статья, написанная в преддверии ещё двух юбилеев. Один из них, грядущих, — сорокалетие нашего журнала — нам, людям, имеющим отношение к его изданию, особенно приятен. Другой юбилей — двадцатилетие Института Прикладной физики РАН — не менее приятен по причине его генетического исхода, а также в связи давней дружбой с журналом и давней связью с Юбиляром, воспитавшим многих ведущих сотрудников Нижегородских институтов физического профиля, Юбиляром, которому посвящён данный выпуск.

Нет, фактически данный выпуск посвящён не Юбиляру– ему посвящены лишь все статьи выпуска, в которых благодарные Юбиляру авторы вводят читателя в круг тех современных проблем, у истоков которых был Юбиляр. И сформировать такой выпуск было совсем нетрудно, ибо круг проблем, в решение которых внёс свой определяющий вклад Юбиляр, значительно превышает тематический кругозор нашего журнала, за что Юбиляр, на протяжение всех лет существования журнала являющийся его главным редактором, несёт самую непосредственную ответственность. Поэтому определённую ответственность ему суждено нести и за подбор авторов — его непосредственных учеников из Москвы и из Нижнего Новгорода, где Юбиляр, помимо других основанных им школ, создал широко известные школы специалистов в области излучения и распространения электромагнитных волн, физики природной плазмы и астрофизики.

Мы не будем здесь писать о научных заслугах Юбиляра, без сомнения принадлежащего к числу самых выдающихся физиков–теоретиков нашего столетия. Они широко известны. Кроме того, не без участия Юбиляра много лет назад было принято решение, поставившее препятствие для публикации в журнале персоналий.

Поэтому, за всё персонализированное, просочившееся в этот выпуск, Юбиляр не несёт никакой ответственности. По этой же причине, завершая это краткое введение к выпуску, мы помещаем здесь просто фотографию одного из молодых учёных, которая может существенно дополнить всё сказанное выше. Кроме того, следуя воле Главного редактора журнала, мы объявляем набор обзорных статей, посвящённых актуальным проблемам физики, публикация которых не будет приурочена к тому или иному юбилею.

М. РАДИОФИК

"Юбилеи, юбилеи, юбилеи ...
50 лет Радиофизическому факультету ...
40 лет НИРФИ ...
40 лет журналу "Радиофизика" ...
20 лет ИПФ РАН ...
3 года ИФМ РАН ...
и не всё ещё позади ...?"

1. СЛОВО О ЮБИЛЕЯХ

Мы редко задумываемся над празднованием чисел. Гимн условностям? Или научно–языческое преклонение перед загадкой? При желаниях любому числу можно придать "праздничный смысл" — по аналогии ... с каким-нибудь другим числом.

Привлекательнее и чаще в сравнения вовлекаются "круглые даты", хотя всем понятна надуманность понятия "круглости". И всё-таки... 50 лет — это полстолетья, а сто лет — век. В любезной уму нашему десятеричной системе исчисления сотня — это точка перескока в третий разряд! Можно, разумеется, сомневаться в сакраментальности самóй десятеричной системы: одни привязывают её к фалангам человеческих рук ("фалангисты"), а другие — более эрудированные — к числу пространственно–временных симметрий (законов сохранения), их можно обозвать "консерватистами"; кстати сказать, этот второй аргумент в пользу десятки не стыдно было бы предъявить даже инопланетянам! Правда, только мыслящим "по нашему образу и подобию".

Такое вступление вполне сообразуется с отмечаемыми торжествами, поскольку напоминает застольные тосты. Но возможны и более основательные указания на "изоморфизмы дат": почти всё преходящее в нашем лучшем (по слухам) из миров поэтапно сопоставимо с пребыванием в нём нас, людей — ... предки... зачатие... вынашивание... рождение... детство... взросление... активная взрослость... дети, дети, дети, а иногда и разводы... пассивная взрослость... уставание от жизни... распад...

Разбиение небезусловное, как и небезупречны наименования этих "этапов большого пути", — возможны пропуски и рокировки, хотя в целом вся последовательность выглядит более или менее ж и з н е п о д о б н о ! Будем придерживаться её. И кстати сказать, с о р о к а л е т н и й срок очень даже примечателен, ибо примерно в сорок лет начинается клеточное состаривание человеческого организма, во всяком случае, именно начиная с сорока, вероятность ухода из жизни, дотоле почти не зависящая

от возраста, начинает (увы!) расти с годами. Так что сорок лет — хороший предлог для человеческого празднования, это фазовый переход из нестарости в немолодость!

2. ПРЕДКИ

Совсем непросто устанавливать родовые предшествия: впечатление такое, что наша (небось, псевдосоветская?) нерасположенность к собственным личным генеалогическим древам перенеслась и на профессиональные, хотя и там, и тут раскопки имеют и вполне практическую важность, — их результаты могут помочь в предсказаниях, вернее, по крайней мере, в предсказаниях.

Радио и физика возникли на нижегородской земле поначалу совсем независимо, если не считать общей причины: их породили войны. Увы, но приходится признавать, что науки и технологии продолжают и по сей день достигать своих совершенств благодаря возможностям смертоносных применений. Даже хозяйственная разруха и перемешивание народов, обусловленные войнами, поощряют обновления в развитиях.

В 1915 году в Нижний Новгород был эвакуирован Варшавский Политех, он никогда и не вернулся обратно (ибо Пилсудский защитил Варшаву в 1920 году от Тухачевского!), а на новых территориях дал многочисленные культурные побеги — фактически все (ну, почти все) высшие учебные заведения Н. Новгорода (а затем г. Горького) вытянулись из этого самого Варшавского Политеха. В том числе и Горьковский университет с его развившейся впоследствии физико–математической инфраструктурой.

В 1918 году в Нижнем, подальше от бело–красных фронтов, был собран весь цвет радиоинженерии Страны Советов, — создана знаменитая Нижегородская Радиолаборатория (НРЛ). У неё были и военные, и мирные, и всемирно–революционные задания, и она с ними в общем справилась. Но прожила она всего лишь десять лет: её распотрошили окончательно в 1928 году со свойственной нашему люду бесшабашностью! Руководствуясь высшими государственными интересами! И всё же после неё в Горьком (тогда ещё Нижнем Новгороде) остались специализированные воспоминания и обученные радиопрофессиям кадры. Во всяком случае, когда в 1945 году при Горьковском госуниверситете организовался Радиофизический факультет, можно было проследить его наследственные связи с научными и техническими "предками", т.е. и с Варшавским Политехом, и с НРЛ. Но конечно, теперь это были уже новые взгляды, новые намерения и, главное, новые люди. Они-то фактически и осуществили соединение радио с физикой, почему-то не происшедшее много раньше. Три человека стояли во главе, все приехавшие в 30-у годы из Москвы и не имевшие здешних корней. Мотивы переезда совокупны: тут и поиски простора, тут и страхи прижимов... Александр

Александрович Андронов (АА), Мария Тихоновна Грехова (МТ), Габриэль Семенович Горелик (ГС)... Они привлекли к работе на факультете небольшую группу педагогов, которые потом тоже сыграли заметную роль в создании научно–творческой обстановки вокруг и около нового факультета. Это — математик А. Г. Майер, физики В. Л. Гинзбург, М. Л. Левин, С. М. Рытов, Е. Л. Фейнберг, А. Г. Самойлович, Д. А. Франк–Каменецкий и др. ..., и др.

Радиофизика, как наука, была определена ими через соединение теории колебаний, электроники и электродинамики. Но это была лишь начальная, "затравочная" область её охвата. Впоследствии она расширялась и обогащалась. В конце концов к радиофизике стали относить исследования любых колебаний и волн — независимо от их физической природы и уж тем более от диапазонов частот. Можно этому и не удивляться: очень часто именования, даваемые наукам при их зарождении (да и не только наукам!), со временем утрачивают свой первородный смысл и скорее исполняют роль обозначающих символов или талисманов (!), — не более того. Нам ведь не приходит в голову считать "электричество" всего лишь "янтаронатиранием".

Тройка основоположников радиофизики в Горьком была "подобрана" функционально удачно: А. А. Андронов — мыслитель, идеолог нелинейной "физ-матики", человек с высоким научным и госнаучным авторитетом; Г. С. Горелик — физик, "выпускник" мандельштамовской школы, а плюс к этому непревзойдённый (в своей категории) педагог, сумевший придать "Колебаниям и волнам" (так называлась его направляющая книга) значение универсальных общефизических проявлений; М. Т. Грехова — широкопрофильный экспериментатор в электродинамике, электронике и УКВ-радиосвязи и притом неутомимый организатор с хорошим чутьём на плодоносную неожиданность.

Создание Радиофизического факультета в 1945 году, т.е. сразу по окончании Второй Мировой войны (и нашей Отечественной, а в действительности и несколько раньше — документы кочевряжились на всяких одобрениях около года), было частью общей стратегической подготовки к войне следующей, к Третьей Мировой, к счастью, оказавшейся (пока?) не такой кровопролитной, как Первая и Вторая. Её потом окрестили холодной. Но ведь факт всё-таки — мы готовились к ней, ещё не выпутавшись из предыдущей горячей и уж заведомо задолго до знаменитой фултоновской речи Черчилля, декларировавшего готовое наличие нового противостояния. Всё устройство нашего государства было нацелено на войну: сначала это проистекало из идеологии всемирного коммунизма, а потом, по-видимому, из параноидально–классовой неизбежности нищенствования. Предыдущая война выявила несколько наших просчётов. Мы не оценили в должной мере роль м ы с л и и, прежде всего, в области новейшего вооружения, управления, связи. Да ещё плюс к тому сказалась

всеобщая набивка наших умов идеологической чушью, столь удобная для зомбирования усреднённых масс трудящихся и столь пагубная для выращивания "творцов–еретиков".

А. А. Андронов был виднейшим специалистом по теории управления, признаваемым даже Кремлёвским Двором, но и он не смог спасти от гонения, например, кибернетику, недоразвитие которой отбросила нас на несколько поколений назад. Радиофизика же выкарабкалась на дозволенный властями простор, благодаря радиолокации и, разумеется, **"б о м б е"!**

Редким правителям бывает свойствен чистый романтизм познания окружающего мира, а вот "романтизм упоения в бою" — да ещё за счёт чужих судеб — похоже, входит в их должностные обязанности, так что умело используя невежество бряцающих своей воинственностью вождей, можно направлять их энтузиазм на развитие общепознавательных наук, убеждая их в том, что совсем уж отвлечённых от военной пользы знаний, пожалуй, и не бывает вовсе.

3. ВЫНАШИВАНИЕ ЗАМЫСЛА

За десять лет существования радиофизического факультета произошло много разных событий — и деловых, и личных, и жизнеутверждающих, и грустных. Умер А. А. Андронов. Вернулся в Москву Г. С. Горелик. Его фактически выжили местные "философы в штатском", организовав беспримерную травлю над "Колебаниями и волнами". Были такие времена, когда можно было преследовать даже физические явления! Но факультет выдюжил, навыпускал много способнейшей молодёжи и продолжал непрерывно расширяться и физически, и тематически. Ещё в 30-х годах Университету был передан небольшой институтик — ГИФТИ — Горьковский физико–технический институт. Именно в нём сосредоточивалась преобладающая часть радиофизических исследований и именно в нём оседало большинство оставленных в университете первых выпускников РФ. Там же и зародилась мысль о создании нового специализированного в радиофизике института. Идея принадлежала М. Т. Греховой. И не только идея, но и её воплощение обязано было этой неутомимой, неугомонной, неустрашимой женщине.

Несколько слов о М. Т. Греховой

Здесь уместно сделать небольшое отступление и рассказать о её жизни с теми подробностями, которые необходимы для понимания последующих изложений её действий.

Мария Тихоновна Грехова (МТ) родилась 23 апреля 1902 года на станции Новогеоргиевская вблизи Варшавы. Отец, Тихон Семенович, —

инженер-путеец занимался эксплуатацией и строительством железных дорог в России, мать, Раиса Иосифовна, — по профессии зубной врач, но значительную часть жизни — домохозяйка. Затем её семья переехала в Москву, где в 1918 году МТ окончила среднюю школу и начала свою долгую, интересную, наполненную удачами и срывами, беспокойными стремлениями к созиданию, возвышению, и в общем-то счастливую трудовую жизнь. Она стартовала с должности секретаря-машинистки и достигла к середине жизни поста директора одного из крупнейших научных учреждений страны (ею самой и созданного!) и далее до самого конца пребывания на Земле поддерживала себя в состоянии кипучей необходимости людям!

Работая, она одновременно училась на физико-математическом факультете МГУ и в 1924 году заприходовалась уже дипломированным физиком-экспериментатором. В ту пору это была очень редкая специальность даже среди интеллигентных особей мужеского пола, а уж про женщин и говорить нечего: до революции они готовились для таких профессий только в Германии, поэтому поначалу в Новой России женщины просто дорвались до получения высшего образования.

По окончании Университета МТ сразу окунулась в научно-инженерную деятельность: вот она — научный сотрудник Всесоюзного электротехнического института, вот она — аспирантка и одновременно преподавательница МГУ, а ещё консультант электролампового завода ... и многое, многое другое ... без отрыва от самой себя ...

В 1932 году МТ добровольно и окнчательно переехала в Нижний Новгород (по переводной путёвке Наркомпроса) и задействовала себя сразу в трёх его научных местах: в Горьковском физико-техническом институте (ГИФТИ), в Горьковском университете (ГГУ), только что восстановленном после продолжительных дрязг, и в Центральной военно-индустриальной радиолаборатории (ЦВИРЛ), — наследнице ещё недавно знаменитой, но распавшейся — об этом уже говорилось чуть выше — Нижегородской радиолаборатории (НРЛ).

Всю свою жизнь МТ непринуждённо и страстно что-нибудь организовывала ... и на новом месте тоже: отдел колебаний в ГИФТИ, учебную лабораторию колебаний, а затем и кафедры в ГГУ, одну — по физике вакуума и газов, а другую — по радиофизике с пока ещё ограниченной специализацией в электронных приборах..., и ещё что-то, что-то, перечислению не подлежащее ...

И всё-таки её главным научным увлечением, зародившимся ещё в Москве и продолжавшемся в Горьком, была проблема связи на дециметровых волнах; комплексная проблема, включающая в себя генерацию сверхвысоких колебаний, излучение, распространение и приём.

В 1936 году ей была присвоена — без защиты диссертации — степень доктора физико-математических наук, а в 1938 году она стала

профессором.

В последний год Отечественной войны МТ участвовала в создании первого в нашей стране Радиофизического факультета (РФФ при ГГУ) и возглавила его, став первым его деканом (1945–1947).

Вместе с тем МТ продолжала работать и в ГИФТИ, занимая — в зависимости от конъюнктурных обстоятельств, с повышениями и с понижениями — различные должности от директора до зав.отделом.

В 1956 году небольшая часть ГИФТИ, ведомая М. Т. Греховой, образовала новый самостоятельный научно–исследовательский радиофизический институт — НИРФИ, — тот самый, юбилею которого и посвящена в основном эта заметка; естественно, что МТ стала его директором, причём директорствовала в нём 16 лет — вплоть до 1972 года.

В последние годы МТ руководила отделом в Институте прикладной физики, где изучалось применение радиофизических и гидрофизических методов в медицине. Она ушла из жизни в 1995 году, в возрасте 93 лет, оставив после себя обширное научное наследство — несколько научных учреждений (Радиофизический факультет ГГУ и НИРФИ), созданных ею, а также Институт прикладной физики (ИПФ) и Институт физики микроструктур (ИФМ), инициативно поддержанных ею через сыновей — Андрея Викторовича Гапонова–Грехова и Сергея Викторовича Гапонова. Редко кому в жизни может выпасть такой совмещённый успех — личный и научный!

Итак, вернёмся в 1956 год — год создания НИРФИ. Как появляются на свет научные учреждения? Встречаются типовые сценарии, а бывают экспромты — по обстановке... Но конечно, как правило, всегда–всегда вначале бывает слово, т.е. замысел... А во главе замысла обычно воздвигается инициативная группа — штаб из активных, пробивных и авторитетных людей... И далее следует... **работа** ... труднейшая работа по убеждению верхов, по отысканию "источников питания" и, главное, по прогнозированию надежд и... умелому составлению обещаний эти надежды оправдать. Бывает, научные учреждения создаются под высокие авторитеты, под значащие имена, под Личности. А бывает, они создаются под проблемы. И уж совсем хорошо, когда имеет место и то, и это.

С известной осторожностью можно считать, что новый институт — вскоре ему дали сокращение НИРФИ (Научно–исследовательский радиофизический институт) — был создан под коллективное имя, под развивающуюся школу и одновременно под освоение научно–прикладной проблематики, крайне необходимой для неотставаний (а кое-где и для дерзких опережений1) в военных приготовлениях Страны Советов.

Однако, помимо коллективного аргумента в пользу нового института, фигурировал ещё и довольно-таки убедительный "переход на личности".

Фактически с момента организации Радиофизического факультета в Университете кафедру распространения радиоволн возглавил Виталий Лазаревич Гинзбург (ВЛ).* Сперва просто профессор, затем член-корр. и потом уже действительный член Академии Наук. К 1956 году ВЛ успел вырастить в Горьком складно работающий и международно **признанный** коллектив радиофизиков, специализировавшийся на исследованиях в области радиоастрономии, распространения радиоволн и физики природной плазмы. И поскольку сам ВЛ к этому времени был уже известен как учёный мирового класса, то возглавляемая им горьковская школа несомненно обеспечивала гарантию качества дальнейших перспективных работ.

Несколько слов о В. Л. Гинзбурге

Роль В. Л. Гинзбурга была значительнее его прямой педагогической деятельности. Он заражал всех своей молодецкой ретивостью, она и теперь почти не затухает с возрастом, а тогда... ВЛ бывал в Горьком лишь наездами, и каждый его приезд ожидался празднично, ибо его гастрольные семинары действительно превращались в Научные Фестивали: он рассказывал что-нибудь своё, делал многотемные обзоры и обязательные дополнения из "текущей литературы" — под девизом "Есть такое в Мире Чудо"! В физическом Мире, физическое Чудо, но и не только! Его выступления демонстрировали энциклопедическую широту мышления и одновременно воспитывали радость маленьких успехов. А главное — перед нами представал "Посланец с Переднего Фронта" и, общаясь с нами, он профилактически предотвращал наше погрязание в провинциализме — одна из самых опасных разновидностей самодовольства!

Вообще про семинарную деятельность ВЛ можно писать и писать. Он создал какой-то особый жанр взаимодействия с научной аудиторией. В Горьком они представлялись малыми формами настоящего Большого Московского Семинара, проводимого им еженедельно по средам в ФИАНе в продолжение традиций И. Е. Тамма. Влияние их распространялось далеко за пределы теор-физической Москвы. Транспортная недороговизна тех времён позволяла физикам даже из удалённых мест съезжаться в Москву — иногда для выступления с докладом, а иногда для того, чтобы просто побывать, пообщаться, поокунаться, проникнуться духом наступательности и успеха. ФИАН был раньше нормальным полузакрытым учреждением, куда без унизительного стояния к микроокошечку в бюро пропусков отдела кадров (тех самых, которые действительно решают всё! всё! всё!) дозволялось пройти только иностранцам(!) и... посетителям семинара ВЛ(!). Так что попав туда,

*Первоначально она называлась кафедрой излучения и распространения радиоволн.

минуя "спецдырку", наши люди испытывали ещё и "международную гордость Великороссов". Представительность аудитории позволяла докладчикам пройти надёжную проверку на оригинальность результатов и получить "путёвку в известность". И, главное, подвергнуть себя разнообразным "приставаниям" самого ВЛ. Непременные перебивания докладчика Шефом входили в обязательный ассортимент "обслуживания". Возгласы! Вставки! Выскакивания к доске! Взывания к ленивцам! Разбрасывания по залу вопросов на продум! Вытаскивание из присутствующих мнений! Неожиданные байки! А то и воспоминания!... Всё это создавало атмосферу кипучей открытости, дабы ничего не заметалось под ковёр. Правда, бурная активность могла сшибать тихонь, переводя их выступления в режим поддакивающего лепета. Но и такая Наука была в Науку. Невозможно оценить, сколько людей, дотоле прозябавших в "беспутёвостях" — то ли им кем-то быть, а то ли им никем не быть, обрели в общениях с ВЛ свои судьбы, ориентированные на науку. В условиях провинции это было равносильно исполнения Воли Всевышнего!

Вернёмся снова к доводам, выставляемым в качестве достоинств организации НИРФИ. Немалую роль сыграло планируемое объединение образовательных и научно–исследовательских функций в н у т р и единого министерства образования. Приближался год 1956, год перехода государства в какое-то новое состояние, что всегда у нас предварялось новыми прилипчатыми призывами; тогда это, в частности, были призывы "Завод — ВУЗ" и примкнувший к нему призыв "НИИ–ВУЗ". М.Т.Грехова отлично чувствовала все эти "тонкости административных игр" и ухитрилась ввести новые правила их ведения: она придумала и довела до ума (так теперь принято говорить взамен "до осуществления"!) систему двойного подчинения — Минвузу и Академии Наук. Не сразу, правда, а со временем, ибо любое доведение до ума требует и того, и этого. Впоследствии это дало совсем непустяшные преимущества, впрочем, двойные подчинения и раньше всегда расширяли маневренность действий.

Вынашивание замысла создания нового отдельного Радиофизического института тянулось несколько лет, предшествующих 1956 году. Штаб, возглавляемый М.Т.Греховой,* при разработке "диспозиции сражения за ..." учёл множество важнейших конъюнктур — личных, социальных, военных и научных. И все они с известной точностью достигли наилучшего благоприятствования примерно к этому самому "незабываемому

*Официально штабистами, помимо самой МТ, были назначены: М.М.Кобрин — можно сказать, начштаба, державший в своих руках все "рабочие интриги", В.С.Троицкий — научный координатор и А.А.Рябов — куратор инженерно–технических служб. Однако фактически в составлении научных программ нового института участвовали десятки увлечённых сравнительно молодых людей, примерно в возрасте тридцати лет.

56-му" году, когда в очередной раз в нашей измученной стране всё смешалось до неразберихи: это и разоблачение сталинской эпохи, это и новые планы на новые несбыточности, а значит, и дежурное заигрывание с интеллигенцией, не говоря уже о традиционной жажде самопрославления царствующих особей; но ведь одновременно с этим и прямые военные действия против взбунтовавшихся окраин, а потом вдруг и мобилизация ракетно-ядерной мощи для удара по "предполагаемым противникам" ... а заодно рекордное послевоенное сокращение армии и одновременно рекордное размещение военно-исследовательских заказов ... плюс неостановимое бахвальство о преимуществах социалистического образа жизни перед всяким иным ... а потому и показушная состязательность всюду — и в науках ... и в хоккеях с шайбой и без шайб! ... и прочая, прочая, прочая...

Вот в такой-то сумятице могло появиться что угодно от .... и до ... Появление НИРФИ, если вдуматься, действительно легло почти на все, казалось бы, слабо совместимые конъюнктуры из числа перечисленных!

4. НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ И РАЗГОНКА

Научные заделы, послужившие организационным толчком к созданию НИРФИ, а также стартовому разгону исследований, были накоплены ещё в маленьких лабораториях ГИФТИ и РФ Университета. В этом участвовало примерно полсотни научных людей и десяток-другой научных идей. Однако почти все научные направления были инициированы основоположниками послевоенной радиофизики. а) Нелинейные колебания и волны продолжали традицию андроновской школы. б) Статистическая радиофизика во многом была обязана гореликовским начинаниям. в) Радиоастрономия и распространение радиоволн обусловлены научным и организационным возглавлением исследований В. Л. Гинзбургом. г) Электродинамика — развивалась под влиянием М. Л. Левина и его учеников. д) Электроника — в том числе и электроника СВЧ — контролировались М. Т. Греховой и её мужем В. И. Гапоновым... е) Радиотехнические исследования в основном опирались на работы Д.А.Агеева, перемещённые из Горьковского Политеха...

.....

.....

.....

Эти выразительные многоточия "характеризуют" наличие закрытой тематики, поручавшейся НИРФИ при его создании и в значительной степени определявшей заботы государства о его благосостоянии. Сейчас за истечением всех разумных сроков давности эти работы не составляют

уже ни государственных, ни личных тайн, однако целесообразно (на всякий пожарный!!! случай!!!) не раскрывать даже обветшалых со временем подробностей, тем паче, что по тем же самым причинам они утратили и научное значение. Важно лишь подчеркнуть, что и у нас, и во всём остальном мире развитие истинной, познавательной науки (в нашей официальной лексике её именуют фундаментальной!) в значительной мере происходит за счёт отщепления от "сопутствующих военных поручений", правда, иногда трудно разобраться, что чему сопутствует.

Что же касается НИРФИ, то даже его размещение было произведено на "военных объектах": он расположился в свежерасформированном суворовском училище; кстати говоря, в этом доме когда-то В.Даль трудился над своим многотомным Толковым словарём — поистине история неповторима даже в своих повторах... (впрочем, некоторые лингвисты не сочли словарь Даля истинно научным произведением, ... а зря).

За десятилетие, минувшее со дня официального провозглашения радиофизики как самостоятельной науки, она уже начала разбредаться по отдельным проблемам со своими методиками и даже со своими жаргонизмами... Видимо, это неизбежное свойство любого развития, сходное с процессом расходящихся явлений после Big Bang-а: точечное начало порождает всё новые и новые продолжения, так что спустя какое-то время уже утрачиваются связи с единым прошлым. И всё-таки к моменту образования НИРФИ ещё сохранялись общие колебательно–волновые "навыки". Удивительно, но факт, — сотрудники, взятые со стороны, так сказать, из других традиций, как-то сразу распознавались по "языку и нраву" ... и им почему-то непросто было перепривыкать и адаптироваться к тутошнему образу думанья и деланья. Выходит, что даже при разбегании интересов у людей общей выучки сохраняется нечто исконное, нечто сущее, нечто трудноперекваливицируемое... это нечто можно было бы назвать **идеологией**, если бы этот термин не истрепали политприхотями. Между прочим, такая скрытая, неявно присутствующая общность интеллектуальных манер свидетельствует о том, что даже в науках точных и строгих образные составляющие мышления — те самые, которые формируют в людях культуру восприятия красоты, играют важную роль, по крайней мере, при создании коллективов с устойчивым взаимопониманием.

Свежерождённые отделы НИРФИ-56

Ниже приводится список названий отделов НИРФИ-56 вместе с именами их руководителей. Нам показалось, что он информативнее многих рассуждений. Ведь именно эти наименования и эти люди определяли первоначальный научный облик института, а также предсказуемую часть его будущего...

1. *Теоротдел (член-корр., проф. В. Л. Гинзбург).*
2. *СВЧ приборостроения (доктор ф.-м.наук, проф. М. Т. Грехова).*
3. *Радиолокационной астрономии и распространения СВЧ колебаний (канд. ф.-м.наук М. М. Кобрин).*
4. *Сверхвысокочастотной электроники (докт. ф.-м. наук, проф. А. В. Гапонов).*
5. *Сверхвысокочастотной электродинамики (канд. ф.-м. наук М. А. Миллер).*
6. *Помехоустойчивой радиоаппаратуры (докт. техн. наук, проф. Д. В. Агеев).*
7. *СВЧ радиоастрономии и СВЧ радиоспектроскопии (канд. ф.-м. наук В. С. Троицкий).*
8. *Космического радиоизлучения и физики ионосферы (канд. ф.-м.наук Г. Г. Гетманцев).*
9. *Физики электрических флуктуаций (докт. ф.-м. наук И. Л. Берштейн).*
10. *Гидроакустики (канд. ф.-м.наук А. Н. Бархатов).*
11. *Статистической радиофизики (канд. ф.-м.наук В. А. Зверев).*
12. *Импульсной техники (канд. техн. наук Л. А. Моругин).*
13. *Радиоспектроскопии (докт. техн. наук, проф. Л. А. Мясников).*
14. *Матфизики (докт. ф.-м.наук, проф. А. Г. Сигалов).*

5. И ДАЛЕЕ И ТАК ДАЛЕЕ

Всё удивляет пора весеннего воодушевления. По каким-то неведомым путям оно распространяется вообще на многие начала. Вот и НИРФИ в своё первое десятиление был схож с молодым и храбрым скакуном. Всё казалось достижимым. А если что и нет, то не вызывало уныний. Не было синдрома усталости — ни хронической, ни импульсной. По всем статьям — взрывной расцвет и плодоносные удачи! По всем! Некоторые догадки той поры послужили идейной основой новых ответвлений радиофизики. Да и не только её.

В первоначальном варианте этого торжественного текста предполагалось перечислить все имена и успехи, но сие оказалось не подвластно никакой честности и объективности, тем паче, что любые расстановки по ранжирам и рейтинговые оценки подвержены изменениям со временем. Более того, бывают научные идеи "прямого признания", а бывают —

отсроченные, доживающие до "всенародных ликований" лишь после длительного пребывания в незаметности... И вообще так легко нанести обиду недопохвалением...

И в этом трудном деле вдруг пришла в голову м ы с л ь — в ы р у ч а л к а — фактически все достижения нирфинцев за 40 лет функционирования НИРФИ нашли своё представительство в журнале "Радиофизика", родившемся одновременно с НИРФИ и синхронно прожившем с ним многие перипетии общей научной судьбы. Так что далее, вместо перечня успехов, может следовать просто подшивка нашего журнала за совместно прожитое сорокалетие.

Правда, при этом не будут схвачены некоторые внутренние сюжеты, — интриги, перестановки начальств, борьба за блага и покровительства, слияния и разлияния коллективов... Но такие "социальные интимы" часто бывают подлаженными под внешние обстоятельства, а они, как известно, в нашей Великой Державе всегда были и будут недосягаемыми для рационального понимания и вдобавок ещё опасными для толкования.

И вообще размышление о настоящем и будущем — это уже отдельная тема. Её нелегко осилить, т.е. придать ей определённую сценарную логику. В английском литературоведении существует выразительный термин **suspense**, означающий напряжённую неопределённость сюжета. Вот и хотелось, чтобы к этим юбилейным датам (50-летию, 40-летию, 20-летию, 3-летию ...) саспенс обернулся в ясность и в центре, и на местах. Может, произойдёт обратное объединение всех научно–физических сродственных подразделений (НИРФИ + ИПФ + ИФМ + ВШОПФ + + ??? + ...) в единый комплекс, нечто вроде Содружества Независимых Государств ... (аналогия скорее напоминает типообразие иерархических структур, чем слепое копирование!!) ... А может, вообще ничего не случится ... "Живите, люди, как живётся и не бегите своих мест, пока вам хуже не придётся или пока не надоест!"... А вот в другой нашей популярной песенке есть другие слова, нацеленные на больший оптимизм: "Если долго мучиться, что-нибудь получится!"... Руководствуясь этим девизом, НИРФИ уже вполне заслужил своего нового расцвета идей, технологий и востребованностей!

А впрочем, для окончательного завершения текста непреминем последовать мудрому совету классика:

Ходить бывает склизко
По камешкам иным.
Итак, о том, что близко,
Мы лучше помолчим.

УДК 524.3-77

КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ*

В. В. Железняков

Обсуждаются признаки экстремальности в космических условиях, а также те новые качества, которые приобретает при этом плазма. Основное внимание уделено явлениям взаимодействия плазмы с излучением в сильных магнитных полях вырожденных звёзд — белых карликов и нейтронных звёзд. Подчеркнута определяющая роль циклотронного рассеяния, давления излучения на циклотронных частотах и намагничения вакуума в формировании плазменных оболочек и наблюдаемых спектров этих звёзд.

1. КАКИЕ УСЛОВИЯ МОГУТ СЧИТАТЬСЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ

Космическая плазма отличается значительно более широким разнообразием условий, чем лабораторная. Это относится и к величине магнитного поля, и к значениям плотности частиц и их энергии. Для ориентировки отметим, что в токамаках характерные значения электронной концентрации N достигают 10^{15} см$^{-3}$ при энергии $\mathcal{E} \sim 10$ кэВ на частицу (что соответствует кинетической температуре $T \sim 10^8$ К), а магнитные поля $B \sim 10^5$ Гс. В лазерной плазме $N \sim 10^{24}$ см$^{-3}$, $\mathcal{E} \sim 2$ кэВ ($T \sim 2 \cdot 10^7$ К) и $B \sim 10^7$ Гс. Такого же порядка магнитные поля реализованы и в экспериментах по взрывному сжатию проводящего вещества. В астрофизических условиях — на белых карликах — магнитные поля достигают $B \sim 10^7 - 10^9$ Гс, а на нейтронных звёздах — значений $B \sim 10^{11} - 10^{13}$ Гс.** При этом температура излучающей плазмы T на нейтронных звёздах — рентгеновских пульсарах составляет $T \sim 10^8$ К ($\mathcal{E} \sim 10$ кэВ), а для нейтронных звёзд — гамма-барстеров энергии излучающих частиц $\mathcal{E} \gtrsim 0{,}1 - 1$ МэВ. Плотность плазмы ρ может достигать 10^5–10^6 г·см$^{-3}$ ($N \sim 10^{29}$–10^{30} см$^{-3}$), а в недрах нейтронных звёзд —

*Содержание этой статьи легло в основу доклада на научной сессии Отделения общей физики и астрономии Российской Академии наук, посвящённой 80-летию Виталия Лазаревича Гинзбурга.

**Впервые на возможность существования сильных магнитных полей на нейтронных звёздах указал В.Л.Гинзбург [1] на основе соображений о сохранении магнитного потока в проводящем веществе звезды при её коллапсе в нейтронную. Это было сделано ещё до открытия пульсаров и оценки их магнитного поля B по замедлению вращения нейтронных звёзд, а также до обнаружения циклотронн линии в спектре рентгеновского пульсара Her X-1 на частоте, соответствующей полям $4 \cdot 10^{12}$ Гс [2].

доходить до ядерной $\rho \sim 10^{14}$–10^{15} г·см$^{-3}$. В то же время, в межзвёздной среде при низких значениях магнитных полей $B \sim 10^{-6}$ Гс имеют место также весьма малые величины температуры $T \sim 10^2$ К и электронной концентрации $N \sim 10^{-2}$ см$^{-3}$.

Из сказанного ясно, что широкий интервал значений параметров космической плазмы включает в себя и ту область, которая характерна для лабораторной плазмы. В то же время, в космической плазме реализуются и значения параметров, простирающиеся далеко за пределы границ, достигнутых в физических лабораториях.

Исследователи лабораторной плазмы склонны полагать экстремальными те рекордные параметры, которые они получают в настоящее время. Это определение имеет смысл, но оно весьма относительно, поскольку такие рекорды зависят от уровня развития науки и, очевидно, меняются со временем. В космической физике иногда проявлется стремление объявить все условия в космосе экстремальными. Это удобно для получения грантов, но термин "экстремальный" в этом случае становится повторением термина "космический". Вместе с тем, для определения экстремальности в космической физике можно обратиться к областям, которые расположены вне интервала параметров "земной" плазмы. Здесь возможны фактически два определения "экстремальности". Первое из них использует те границы, которые достижимы в физических лабораториях, утверждая, что за их пределами условия становятся экстремальными. Это определение, очевидно, тесно связано с "земным" и столь же относительно вследствие расширения указанных границ. Второе определение охватывает более ограниченную область параметров, а именно — ту область, где плазма приобретает качественно новые свойства, не характерные для лабораторной плазмы и той части плазмы космической, которая по своим свойствам в общем не отличается от лабораторной. Изучение реальных явлений, связанных с новыми свойствами плазмы или обусловленных ими, представляют существенный интерес не только для астрономии и физики космической плазмы: ставя новые задачи и открывая новые возможности для исследований, оно стимулирует прогресс физики плазмы в целом.

Экстремальные свойства космической плазмы проявляются в сильных магнитных полях белых карликов и нейтронных звёзд, в сильных гравитационных полях чёрных дыр и в условиях высокой плотности вещества, характерных для недр нейтронных звёзд и ранних стадий развития Вселенной. Тем самым очерчивается та область экстремальных условий, которую отличают высокие значения физических параметров вещества и поля. Есть и ещё одна экстремальная область весьма низких значений параметров, прежде всего — плотности вещества и излучения. Примером последней может служить разреженная межзвёздная среда, в которой, благодаря низкой частоте межчастичных столкновений и малому числу

энергичных фотонов, становится возможным длительное существование возбуждённых атомов с электронами на далёких внешних орбитах. Переходы между этими орбитами формируют так называемые рекомбинационные линии, частоты которых лежат в радиодиапазоне и интенсивности которых достаточны для их изучения методами радиоастрономии. Их исследование, в частности, показало, что в условиях межзвёздной среды существуют атомы макроскопических размеров — порядка долей миллиметра[3, 4].

В области высоких значений параметров прежде всего важны те плазменные объекты, излучение которых несёт информацию об условиях в источнике излучения. Это позволяет непосредственно судить о характере взаимодействия излучения с плазмой в экстремальных условиях. Напротив, информация об объектах высокой плотности, таких, как вещество на первичной стадии Большого взрыва или вещество в недрах нейтронных звёзд, получается более опосредованным образом, и их исследование представляет собой существенно более сложную проблему.

2. ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПЛАЗМОЙ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

Межзвёздная среда, хромосферы и короны Солнца и обычных (невырожденных) звёзд, планетные атмосферы и магнитосферы состоят из классической (неквантованной) плазмы. В такой плазме выполнено условие $\kappa T \gg \hbar\omega_B$, и её характеристики могут быть описаны в рамках физики плазмы, развитой для лабораторных приложений и ионосферы Земли. (Здесь $\hbar$ и κ — постоянные Планка и Больцмана, T — кинетическая температура плазмы, $\omega_B = eB/m_e c$ — электронная циклотронная (гиро)частота, e и m_e — заряд и масса электрона, B — индукция магнитного поля, c — скорость света.) Эта плазма обычно нерелятивистская ($\kappa T \ll m_e c^2$, c — скорость света), в отличие от плазмы на нейтронных звёздах, где она во многих случаях, и прежде всего — в магнитосферах пульсаров, релятивистская (с энергией частиц $\mathcal{E} \gg m_e c^2$). Кроме того, для последней выполнено условие "квантованности":

$$\kappa T_\perp \ll \hbar\omega_B, \tag{1}$$

где $T_\perp$ — поперечная по отношению к магнитному полю температура.

Если выполнено условие (1), то большинство электронов располагается на нижнем уровне Ландау; их движение в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, будет иметь квантованный характер. Соответственно, и плазма здесь имеет такое же название. Далее, в случае $\kappa T \gg \hbar\omega_B$ квантовые эффекты могут оказать существенное влияние на характер движения частиц лишь в плотной плазме, где длина волны

де-Бройля $\bar{\lambda} = \hbar/m_e v_T$, соответствующая тепловой скорости частиц $v_T = \sqrt{\kappa T/m_e}$, велика по сравнению со средним расстоянием между частицами $r_0 \sim N^{-1/3}$. Такой критерий может быть представлен в виде неравенства

$$\kappa T \ll \frac{\hbar^2 N^{2/3}}{2m_e} \simeq \mathcal{E}_F, \tag{2}$$

где $\mathcal{E}_F$ — энергия Ферми. Электронный газ, удовлетворяющий условию (2), становится вырожденным, и его равновесное распределение (распределение Ферми) существенно отличается от максвелловского. В астрофизической плазме ферми-газ существует только внутри белых карликов, нейтронных звёзд и массивных звёзд на поздних стадиях их эволюции. Эти области скрыты от непосредственного наблюдения и не оказывают прямого влияния на излучение указанных объектов.

Вместе с тем, плазма в источниках излучения, располагающаяся на поверхности и в ближайшей окрестности вырожденных звёзд, обладает рядом специфических особенностей, которые оказывают сильное воздействие на характер электромагнитного излучения. Эти особенности тесно связаны прежде всего с величиной магнитного поля и особенно ярко проявляются на циклотронных частотах. Поскольку эти частоты $\omega \simeq \omega_B$ для полей $B \sim 10^7 - 10^9$ Гс (белые карлики) и $B \sim 10^{11} - 10^{13}$ Гс (нейтронные звёзды) располагаются в оптическом и рентген-гамма диапазонах соответственно, становится ясным значение циклотронных эффектов на этих звёздах. Следует отметить также, что существенное влияние на характер взаимодействия излучения с плазмой могут оказывать эффекты намагничения вакуума и рождения электрон-позитронных пар, проявляющиеся в сильных магнитных полях нейтронных звёзд. Рождение пар, по-видимому, происходит также в окрестности чёрных дыр в двойных системах, где за счёт аккреции со звезды-компаньона создаются высокие плотности излучения и вещества.

Влияние намагниченного вакуума на распространение излучения становится существенным при условии*

$$\frac{\omega_L^2 c}{\omega^2 v_T} \ll \frac{1}{45\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{B^2}{B_c^2}, \tag{3}$$

где ω_L — плазменная частота, $e^2/\hbar c$ —постоянная тонкой структуры, $B_c \simeq 4 \cdot 10^{13}$ Гс — критическое магнитное поле, в котором энергия кванта циклотронной частоты равна энергии покоя электрона: $\hbar\omega_B = m_e c^2$. Условие (3) выполнено, например, в источнике излучения рентгеновского пульсара Her X-1 с температурой $\kappa T \sim 10$ кэВ, расположенного на нейтронной

*Об этом условии и характере нормальных волн (мод) в намагниченном вакууме см. [5].

звезде с $B \simeq 4 \cdot 10^{12}$ Гс,* если концентрация плазмы $N \ll 10^{23}$ см$^{-3}$.

Влияние магнитного поля на распространение электромагнитных волн в вакууме было сначала рассмотрено в [6], и лишь через несколько лет было обращено внимание на ту роль, которую может играть эффект намагничения вакуума для теории рентгеновского излучения нейтронных звёзд [7]. Оказалось, что в сильных магнитных полях появляется намагничение и поляризация вакуума, благодаря которым вакуум ведёт себя как одноосная негиротропная среда: в нём существуют две линейно поляризованные нормальные волны (моды) с показателями преломления $n_j = kc/\omega$ следующего вида:

$$n_1 = 1 + \frac{7}{2} a \sin^2 \alpha, \quad n_2 = 1 + 2a \sin^2 \alpha. \tag{4}$$

Здесь k — модуль волнового вектора $\mathbf{k}$, а параметр

$$a = \frac{1}{45\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{B^2}{B_c^2}. \tag{5}$$

Электрический вектор необыкновенной волны ($j = 1$) лежит в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$ и ортогонален $\mathbf{k}$, тогда как в обыкновенной волне ($j = 2$) этот вектор ортогонален плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$. Если волны распространяются в системе "нерелятивистская плазма + намагниченный вакуум", то при условии (3) показатели преломления близки к (4). Вместе с тем, появляется циклотронное поглощение и рассеяние на частотах $\omega \simeq \omega_B$, величина которых определяется, в частности, характером поляризации нормальных волн. Коэффициенты поглощения для обеих мод в намагниченном вакууме на $\omega \simeq \omega_B$ сравнимы по величине, тогда как в случае, противоположном (3), циклотронное поглощение и рассеяние имеет совершенно другой характер: для обыкновенных волн они практически несущественны по сравнению с соответствующими эффектами для необыкновенной компоненты** (см. подробнее [5]).

Для тех, кто ещё не забыл электродинамику, заметим, что отличие от единицы коэффициента преломления в вакууме является следствием теоремы Крамерса–Кронига (см., например, [8]). Согласно этой теореме,

$$\epsilon' - 1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{x\epsilon''(x)}{x^2 - \omega^2} \, \mathrm{d}x, \tag{6}$$

где ϵ' и ϵ'' — реальная и мнимая части диэлектрической проницаемости ϵ. Показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon} \neq 1$, если есть поглощение $\epsilon' \neq 0$. В намагниченном вакууме происходит однофотонное рождение электрон-позитронных пар фотонами с энергией $\hbar\omega > 2m_e c^2 / \sin\alpha$ (α — угол между

*Это значение магнитного поля соответствует циклотронной частоте ω_B и её второй гармонике $2\omega_B$, на которых наблюдаются линии в спектре Her X-1.

**Чтобы быть точными, отметим, что речь идёт о разреженной плазме, в которой выполнено условие $\omega_L^2/\omega^2 \ll v_T/c$.

B и волновым вектором **k**). Благодаря интегральной связи между ϵ' и ϵ'' эти величины могут быть разнесены по частоте. Поэтому, в частности, при $\hbar\omega < 2m_e c^2/\sin\alpha$, когда рождения пар и связанного с этим процессом поглощения фотонов нет, показатель преломления всё равно отличается от единицы.

Указанные качественные отличия от случая лабораторной плазмы позволяют уверенно трактовать сильные магнитные поля нейтронных звёзд $B \sim 10^{10} - 10^{13}$ Гс как экстремальные для астрофизической плазмы. Однако взаимодействие замагниченной плазмы с излучением на циклотронных частотах $\omega \simeq \omega_B$ меняется уже в более слабых полях $B \sim 10^7 - 10^9$ Гс, характерных для белых карликов. Особенности такого взаимодействия зависят от двух характерных времён: времени радиационных переходов электронов между соседними уровнями Ландау t_c и времени пробега электронов между столкновениями $t_{\rm eff} = 1/\nu_{\rm eff}$ (здесь $\nu_{\rm eff}$ — эффективная частота столкновений электронов). Поскольку магнитные поля на Солнце и невырожденных звёздах относительно слабые ($B \lesssim 10^4$ Гс), плазма на этих объектах "столкновительная" в том смысле, что выполнено условие

$$t_c \gg t_{\rm eff}. \tag{7}$$

Сильные магнитные поля вырожденных звёзд (белых карликов и нейтронных звёзд) существенно уменьшают время $t_c \propto B^{-2}$, что приводит к реализации неравенства

$$t_c \ll t_{\rm eff}, \tag{8}$$

соответствующего "бесстолкновительному" пределу.*

В первом предельном случае столкновительной плазмы влияние циклотронных переходов на электронную функцию распределения несущественно. Это распределение устанавливается, главным образом, столкновениями, механизмами ускорения и т.п. В случае бесстолкновительной плазмы эффективное влияние циклотронных переходов на распределение электронов возникает благодаря относительной малости величины t_c. Здесь функция распределения (прежде всего, по поперечным к полю **B** скоростям) определяется величиной интенсивности излучения на циклотронных частотах, в то время как роль столкновений становится относительно малой.

Отмеченное различие между этими двумя предельными случаями радикально меняет вид уравнения переноса излучения. В случае (7) перенос излучения на циклотронной частоте происходит за счёт резонансного

*Следует иметь в виду, что данные здесь определения столкновительного и бесстолкновительного пределов характеризуют взаимодействие излучения на циклотронных частотах с замагниченной плазмой. В физике плазмы эти термины обычно разделяют случаи $\omega \ll \nu_{\rm eff}$ и $\omega \gg \nu_{\rm eff}$.

поглощения и излучения в плазме с заданной (фиксированной) функцией распределения:

$$\frac{\mathrm{d}I_\omega}{\mathrm{d}l} = a_\omega - \mu_\omega I_\omega. \tag{9}$$

В этом уравнении I_ω — спектральная интенсивность, a_ω — излучательная способность, μ_ω — коэффициент поглощения, $\mathrm{d}l$ — элемент длины луча. Вид коэффициентов переноса излучения a_ω и μ_ω зависит от формы функции распределения; поскольку последняя не зависит от интенсивности I_ω, эти величины в уравнении (9) являются функциями l, но не I_ω.

Напротив, в случае (8) благодаря ведущей роли излучения в формировании электронной функции распределения по поперечным скоростям это распределение становится равновесным (больцмановским) с эффективной температурой [5, 9]

$$T_{\mathrm{eff}} = \frac{\int_{4\pi} T_{\mathrm{b}}(\omega, \mathbf{\Omega})\Psi(\mathbf{\Omega})\,\mathrm{d}\Omega}{\int_{4\pi} \Psi(\mathbf{\Omega})\,\mathrm{d}\Omega}, \tag{10}$$

где T_{b} — яркостная температура излучения с интенсивностью I_ω, $\Psi(\mathbf{\Omega})$ — диаграмма направленности циклотронного излучения электрона, $\mathbf{\Omega} = \mathbf{k}/k$, а $\mathrm{d}\Omega$ — элемент телесного угла. Эта формула справедлива при $\kappa T_{\mathrm{eff}} \gg \hbar\omega$; в общем случае она заменяется несколько более сложным выражением [5]. Форма a_ω и μ_ω также меняется — эти величины являются функциями T_{eff}, то есть зависят теперь от величины яркостной температуры T_{b} (интенсивности I_ω). В результате соответствующее уравнение переноса излучения приобретает форму, типичную для рассеивающей среды:

$$\frac{\mathrm{d}I_\omega}{\mathrm{d}l} = \mu_\omega \frac{\int_{4\pi} I_\omega(\omega, \mathbf{\Omega}')\Psi(\mathbf{\Omega}')\,\mathrm{d}\Omega'}{\int_{4\pi} \Psi(\mathbf{\Omega}')\,\mathrm{d}\Omega'} - \mu_\omega I_\omega(\omega, \mathbf{\Omega}). \tag{11}$$

Основным процессом взаимодействия здесь является резонансное циклотронное рассеяние. Учёт столкновений приводит к более сложной форме уравнения переноса. Заметим, что уравнение (11) получено с учётом (10) из исходного уравнения (9), в котором коэффициент μ_ω описывает поглощение излучения в плазме. В уравнении (11) фигурирует тот же коэффициент μ_ω, но теперь он характеризует другой процесс — резонансное рассеяние. Совпадение коэффициентов циклотронного поглощения и циклотронного рассеяния, вполне очевидное,* ранее в астрофизике отчётливо не осознавалось и нередко приводило к недоразумениям.

Решения уравнения переноса (11) в предельном случае бесстолкновительной плазмы существенно отличаются от решения уравнения (9) в

*В квантовой теории это обстоятельство отражает содержание так называемой "оптической теоремы". Например, в случае резонансной флуоресценции она утверждает, что полная вероятность поглощения излучения при переходах электрона в атомах из начального состояния в единицу времени равна полной вероятности рассеяния в телесный угол 4π; см., например, [10].

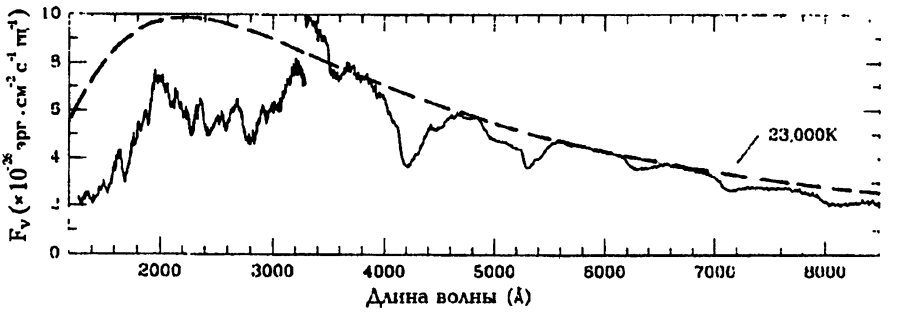


Рис. 1. Частотный спектр излучения магнитного белого карлика GD 229. Пунктирная линия — спектр равновесного излучения с температурой 23000 K. В интервале 2000–3000 Å видна сильная полоса поглощения.

столкновительном пределе. Поэтому можно ожидать, что плазма на белых карликах с $B \sim 10^8 - 10^9$ Гс, где хорошо выполняется критерий (9), также находится в экстремальных условиях (рис. 1). Дополнительным аргументом здесь служит также и тот факт, что такие поля ещё не получены в лабораторных экспериментах на Земле.

После сделанных в разд. 1, 2 общих замечаниях об экстремальных условиях в космической плазме мы рассмотрим в оставшейся части статьи несколько конкретных примеров взаимодействия излучения с плазмой в экстремальных условиях. Эти примеры не претендуют на полноту и, разумеется, не исчерпывают проблему. Их выбор довольно субъективен и отражает в значительной мере интересы автора и направления его исследований в последние годы. В частности, не затронута весьма важная проблема формирования магнитосферы радиопульсаров; этому вопросу посвящена книга [11] и обзор [12], к которым мы и отсылаем читателя.

3. РАДИАЦИОННЫЕ ДИСКОНЫ — НОВЫЕ АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ

Среди немногочисленной семьи наблюдаемых магнитных белых карликов известны четыре объекта — GD 229, PG 1031+234, GrW+70°8247 и недавно исследованный [13] белый карлик с координатами 1408+3054 — чьи спектры обнаруживают широкие полосы поглощения в ультрафиолетовой области (см. рис. 1 [14]). Эти провалы в спектре не находили своего объяснения до тех пор, пока не было обращено внимание на возможность истечения плазмы из верхней части фотосферы горячих магнитных белых карликов и заполнения ею обширной области вокруг звезды (размером порядка нескольких радиусов). Причиной этого является сильное давление излучения, вызванное циклотронным рассеянием на частотах $\omega \simeq \omega_B$. Последнее обстоятельство ясно из рис. 2 [15]. Кривая на

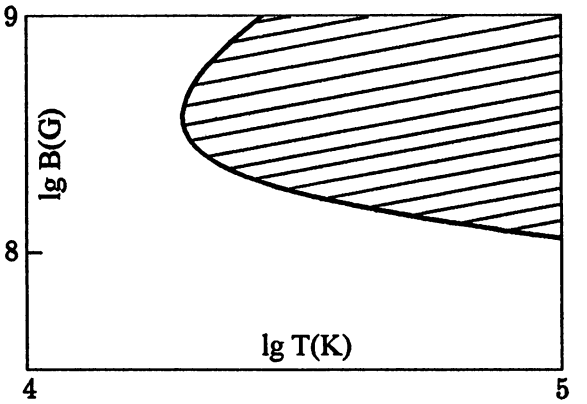


Рис. 2. Диаграмма "магнитное поле – температура фотосферы" белого карлика. В заштрихованной области сила радиационного давления превышает силу тяжести на звезде.

этой диаграмме разделяет области параметров, где сила гравитации f_g больше силы давления излучения $f_{\rm rad}$ (слева) и где, наоборот, сила тяжести меньше силы радиационного давления (справа). Согласно рис. 2, белые карлики с магнитным полем $B \sim 10^8 - 10^9$ Гс и температурой поверхности $T_{\rm ph} \gtrsim 2 \cdot 10^4$ К могут относиться именно к такой группе объектов с неустойчивой фотосферой.

Существование сильного магнитного поля с замкнутой конфигурацией силовых линий не позволяет плазме покинуть окрестность звезды:* она заполняет область, в которой продольная компонента силы радиационного давления, действующей на разреженную плазму, превышает соответствующую проекцию f_g. Эта область ограничена замкнутой поверхностью A, на которой $f_{\rm rad} = f_g$ (см. рис. 3 [16]). В реальных условиях белых карликов размер этой области порядка нескольких радиусов звезды. На больших расстояниях от звезды $f_{\rm rad} < f_g$ из-за резкого падения радиационного давления, вызванного уменьшением магнитного поля $\mathbf{B}$ и смещением циклотронной частоты ω_B в сторону низких частот, где интенсивность излучения фотосферы сильно убывает [16].

Если оптическая толщина плазменной оболочки по циклотронному рассеянию τ меньше единицы, то равновесной конфигурации отвечает случай, когда плазма собирается вдоль замкнутой поверхности A и вдоль плоскости магнитного экватора (в той её части, которая лежит внутри A; см. рис. 3). Эти поверхности соответствуют минимуму потенциальной энергии разности сил $f_{\rm rad} - f_g$ в проекции на направление

*Исключением служат направления вдоль магнитной оси C: здесь возможно формирование джетов, хотя из-за сильного магнитного поля они, по-видимому, очень слабы.

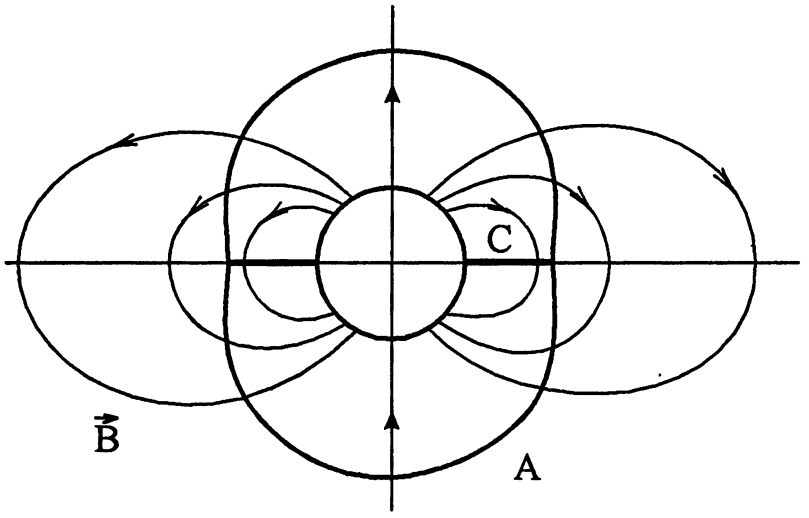


Рис. 3. Плазменная оболочка вокруг звезды, поддерживаемая силой радиационного давления на циклотронных частотах.

магнитного поля.* Однако эта конфигурация не может сохраняться, если накопление плазмы, истекающей из фотосферы, ведёт к росту τ. (Заметим, что в протяжённой плазменной оболочке в сильнонеоднородном магнитном поле основной вклад в оптическую толщину на частоте ω вносит геометрически тонкий гирорезонансный слой, включающий в себя поверхность $\omega = \omega_B$.) В пределе $\tau \gg 1$ характер прохождения излучения сквозь этот слой уже не зависит от конкретных значений τ (то есть конкретной величины электронной концентрации N в гирорезонансном слое). Поэтому распределение излучения по плазменной оболочке остаётся фиксированным. Вместе с тем, сила радиационного давления в расчёте на одну частицу убывает при $\tau \gg 1$ как τ^{-1}. В результате распределение разности сил $f_{\rm rad} - f_g$ вокруг звезды деформируется так, что устанавливается новая равновесная конфигурация, в которой плазма заполняет всю область, ограниченную поверхностью A. Плотность плазмы нарастает до уровня, при котором в каждой точке рассматриваемой области $f_{\rm rad} \simeq f_g$ (в проекции на направление силовых линий). Это соотношение, очевидно, может быть реализовано в плазменной оболочке, поскольку равенство $f_{\rm rad} \propto \tau^{-1} \propto N^{-1}$ имеет локальный характер.

Возможность выполнения равенства $f_{\rm rad} \simeq f_g$ ** в более низких слоях

*Возможность формирования плазменного диска, который поддерживается радиационным давлением в районе магнитного экватора, дало основание назвать рассматриваемые объекты "радиационными дисконами" (radiation-driven diskons). Однако, как ясно из дальнейшего, реальное распределение плазмы в окрестности этих объектов, наверное, сильно отличается от первоначальных предположений.

**Точнее, соотношения $f_{\rm rad} = f_g - \nabla p$, где $p = 2N\kappa T$ — газокинетическое давление.

на уровне фотосферы остаётся неясной: здесь распределение излучения и величина радиационной силы зависят от всего распределения $N(r)$ в фотосфере, а не от значения N в данной точке. Если указанное равновесное состояние реализуется на всём протяжении силовой линии вплоть до уровня, на котором начинается истечения плазмы из фотосферы, то инжекция плазмы в магнитосферу дискона прекратится. Если, кроме того, рассматриваемая конфигурация плазмы устойчива, то сформированная вокруг звезды оболочка может долгое время сохраняться в стационарном состоянии.

Вопрос об устойчивости такой оболочки детально ещё не анализировался. В качестве предварительных замечаний изложим качественные соображения, которые указывают на возможность устойчивости крупномасштабных возмущений. В плотной плазменной оболочке с $\tau \gg 1$ распределение радиационной силы совпадает с распределением силы $f_g(r)$ между точками 1 и 2 (см. рис. 4). Если в силу каких-либо причин концентрация плазмы повысится, так что распределение $N(r)$ сместится в направлении стрелки a и займёт новое положение $N'(r)$, то величина радиационной силы $f'_{\rm rad} \propto 1/\tau'$ уменьшится из-за возрастания оптической толщины τ' (см. стрелку b). Новое распределение силы $f'_{\rm rad}$ приведёт к появлению результирующей силы $f'_{\rm rad}(r) - f_g(r)$, направленной к звезде. Эта сила вызовет смещение профиля $N'(r)$ в направлении c, то есть она будет стремиться восстановить прежнее распределение $N(r)$. К такому же результату приводит и смещение распределения $N(r)$ в противоположную сторону: появляющаяся сила $f'_{\rm rad}(r) - f_g(r)$ восстановит первоначальное распределение $N(r)$, при котором равнодействующая сил на плазму обращается в нуль.

Приведённые соображения не учитывают дополнительных источников неустойчивости, к числу которых следует отнести неустойчивость плазмы в верхних слоях фотосферы из-за выхода резонансной частоты плазмы за пределы циклотронной линии в поглощении при сверхзвуковом движении этой плазмы вверх или вниз. Дело в том, что под действием процессов рассеяния излучения и межчастичных столкновений в фотосфере формируется линия в поглощении; она уменьшает силу радиационного давления, и выход за её пределы резко повышает силу давления излучения, приводя к выбросу плазмы из фотосферы [17]. Другой причиной может быть желобковая неустойчивость, которая в применении к экваториальному диску обсуждалась в [18].

Вполне возможно, однако, что в фотосфере равновесное состояние $f_{\rm rad} = f_g - \nabla p$ окажется невозможным. В этом случае инжекция плазмы не прекратится и в то время, когда концентрация в оболочке достигнет со-

Роль давления p в фотосфере существенна — в отличие от протяжённой оболочки, где им можно пренебречь.

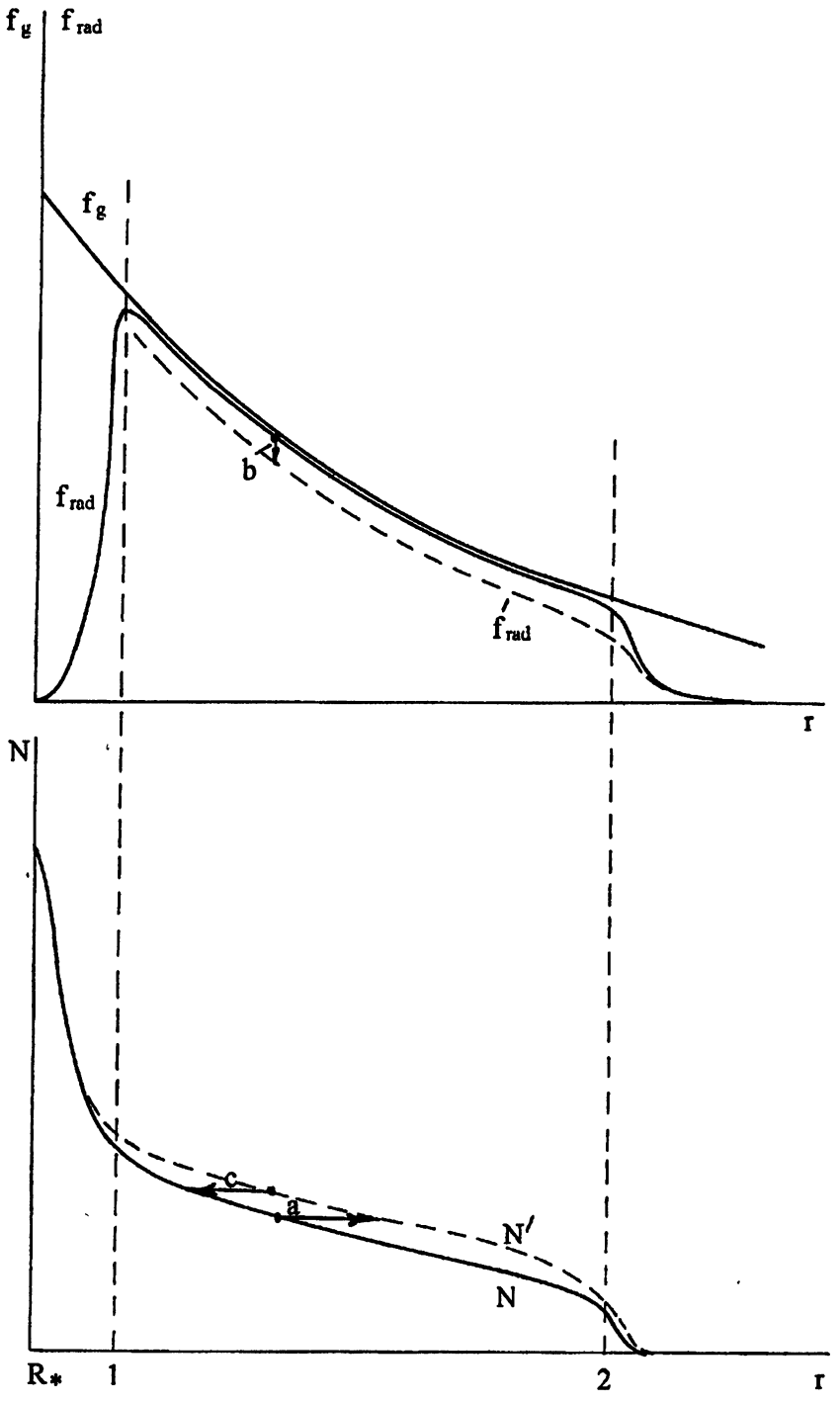


Рис. 4. Радиальное распределение сил тяжести $f_g(r)$, радиационной силы в разреженной плазме $f_{\rm rad}(r)$ и электронной концентрации $N(r)$ в фотосфере и плазменной оболочке звезды (схематически). Точками 1 и 2 отмечены положения равновесных поверхностей $f_{\rm rad} = f_g$ в фотосфере и над звездой соответственно; R_* — радиус звезды, остальные обозначения пояснены в тексте.

стояния равновесия. Дальнейшее накопление плазмы разрушит равновесное состояние: сила давления не сможет поддерживать это тяжёлое плазменное образование, и оно рухнет на поверхность звезды. Затем процесс накопления плазмы повторится, последует новое разрушение оболочки и т.д. Таким образом, в этом случае формирование плазменной оболочки приобретает крайне нестационарный характер.

Оптически толстая по циклотронному рассеянию плазменная оболочка, окружающая всю звезду целиком, оказывает сильное влияние на наблюдаемый спектр белого карлика. Магнитные белые карлики GD 229 и PG 1031+234 дают примеры таких спектров с сильными и глубокими депрессионными полосами в ультрафиолетовой области. Подобная депрессия возникает, если электронная концентрация в оболочке $N > 10^8$ см$^{-3}$ (при условии, что $B \simeq 5 \cdot 10^8$ Гс, а масштаб неоднородности дипольного магнитного поля $L_B \simeq R_*/3 \sim 3 \cdot 10^8$ см [5]). В условиях магнитных белых карликов, когда намагничение вакуума несущественно, депрессия возникает только в необыкновенной моде; обыкновенная компонента излучения не рассеивается и проходит через оболочку без заметного ослабления. Поэтому в полосах депрессии следует ожидать довольно сильной поляризации излучения, хотя, конечно, при определённой ориентации магнитного поля звезды относительно наблюдателя, вклад в поляризацию от различных частей звезды может быть заметно скомпенсирован. Так или иначе, важность поляризационных наблюдений белых карликов — кандидатов в радиационные дисконы вполне очевидна.О первых наблюдениях такого рода сообщается в [14].

Нестабильность плазменных оболочек может вызвать переменность в полосе депрессии. Указания на такого рода переменность содержатся в данных об ультрафиолетовых спектрах GD 229, полученных с помощью спутника *IUE* в 1980 и 1994 гг. Однако однозначного заключения о существовании переменности делать пока рано и здесь настоятельно необходимы дальнейшие исследования.

4. ЦИКЛОТРОННЫЕ ЛИНИИ В СПЕКТРАХ РЕНТГЕНОВСКИХ И ГАММА-ИСТОЧНИКОВ

Вторым примером проблемы взаимодействия плазмы с излучением в экстремальных условиях является формирование циклотронных линий в спектрах рентгеновских пульсаров и космических гамма-всплесков. Спектры, содержащие такие линии, приведены на рис. 5 [2, 19] . При этом спектр рентгеновского пульсара Her X-1 на рис. 5 а [2] содержит две циклотронные гармоники на частотах ω_B и $2\omega_B$, величины которых дают оценку магнитного поля на нейтронной звезде $B \simeq 4 \cdot 10^{12}$ Гс. Другой пульсар (4U 0115+69) с циклотронной особенностью в рентгеновском спектре связан с нейтронной звездой, обладающей магнитным полем $B \simeq 10^{12}$ Гс.

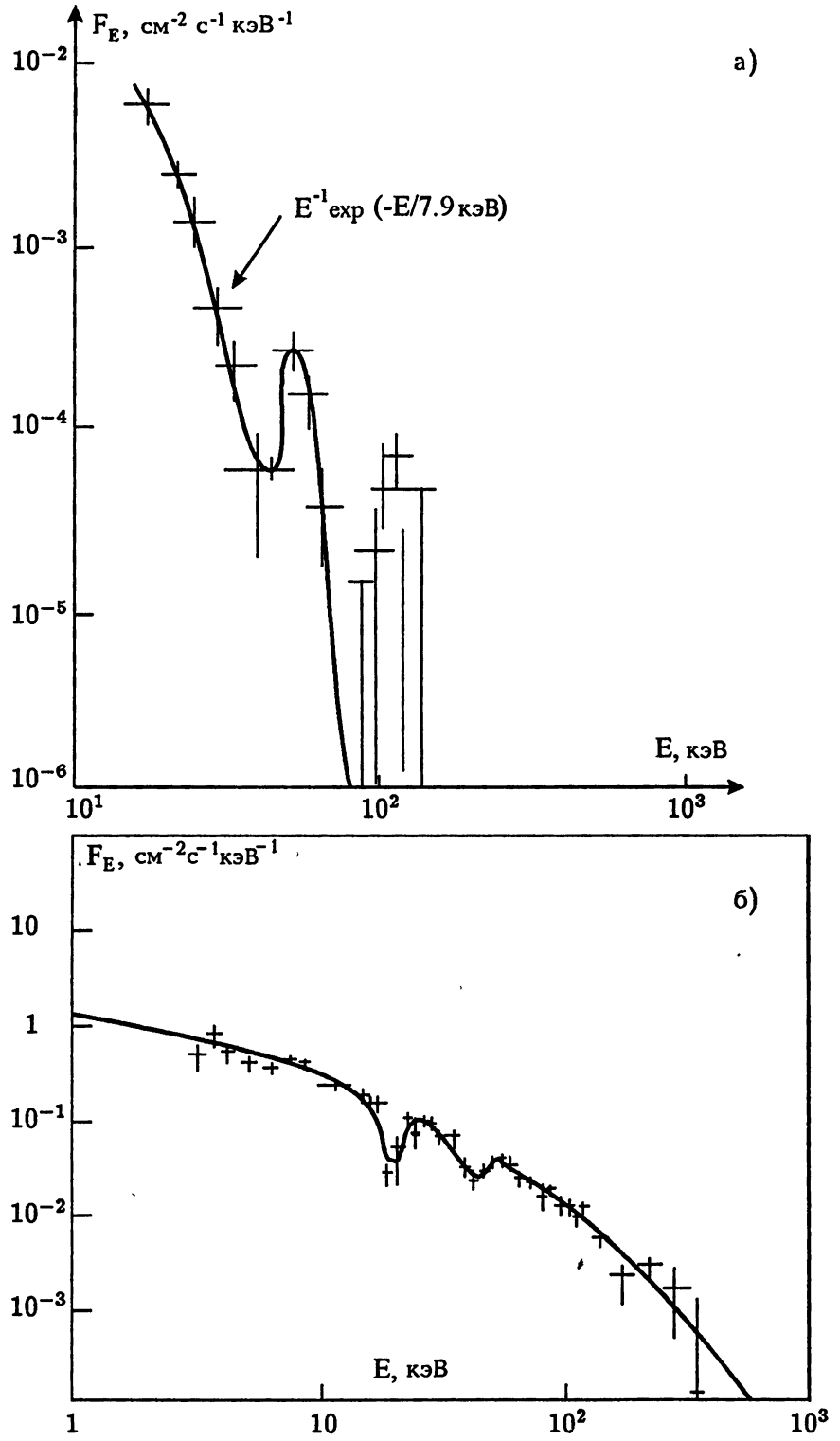


Рис. 5. Спектры излучения рентгеновского пульсара Her X-1 (а) и космического гамма-всплеска GB870303 (б).

Возможность образования циклотронных линий у рентгеновских пульсаров была предсказана ещё до обнаружения этих особенностей [20]. Наблюдаемые линии имеют довольно узкий профиль; это обусловлено их формированием в горячем полярном пятне с квазиоднородным магнитным полем. Источником нагрева служит направляемая магнитным полем аккреция вещества со звезды-компаньона. Температура плазмы в пятне, оцениваемая по уровню излучения в континууме, достигает $T \sim 10^8$ К.

Так как перенос циклотронного излучения в плазме на нейтронных звёздах, как и на белых карликах, происходит при доминирующей роли резонансного рассеяния, было высказано предположение [21], что циклотронные линии формируются так же, как фраунгоферовы линии в спектрах обычных звёзд. (Как мы знаем, большинство фраунгоферовых линий возникает благодаря резонансному рассеянию при переходах между дискретными энергетическими уровнями атомов и ионов в звёздных фотосферах.) Эта идея оказалась в целом правильной. В дальнейшем было учтено [5, 22], что перенос излучения вне циклотронной линии определяется нерезонансным томсоновским рассеянием на электронах, а также процессами тормозного излучения и поглощения при свободно-свободных переходах. В соответствии с проведённым анализом, интенсивность излучения в континууме

$$I_\omega \simeq I_\omega^{(0)} M_{\mathrm{T}}^{1/3}, \qquad (12)$$

где $I_\omega^{(0)}$ — равновесная интенсивность, а параметр $M_{\mathrm{T}} = \mu/H\sigma_{\mathrm{T}}^2 N^2$ (μ — коэффициент тормозного поглощения, H — приведённая высота изотермической атмосферы, σ_{T} — томсоновское сечение рассеяния). В условиях нейтронных звёзд $M_{\mathrm{T}} \sim 10^{-6}$, так что интенсивность излучения в континууме примерно на два порядка ниже равновесной интенсивности $I_\omega^{(0)}$. Этот факт следует учитывать при определении расстояния до рентгеновских пульсаров по наблюдаемому потоку излучения [23], хотя нередко при таких оценках полагают $I_\omega \simeq I_\omega^{(0)}$, как это было бы в оптически толстой атмосфере без рассеяния.

Соответственно, интенсивность излучения в центре циклотронной линии $\omega = \omega_B$ равна

$$I_\omega \simeq I_\omega^{(0)} M_{\mathrm{B}}^{1/3}. \qquad (13)$$

Здесь параметр

$$M_{\mathrm{B}} = \frac{t_{\mathrm{c}}}{t_{\mathrm{eff}}\tau_{\mathrm{c}}}, \qquad (14)$$

где τ_{c} — оптическая толщина фотосферы по циклотронному рассеянию. Параметр M_{B} не зависит от концентрации частиц N и по порядку величины равен 10^{-11}. Таким образом, интенсивность в центре линии составляет только $2 \cdot 10^{-4}$ от уровня равновесного излучения $I_\omega^{(0)}$; вместе с тем, она значительно ниже окружающего континуума. В результате

линия в поглощении формируется в спектре рентгеновского пульсара благодаря сильному циклотронному рассеянию с коэффициентом $\mu \gg \mu_T$ ($\mu_T = \sigma_T N$ — коэффициент томсоновского рассеяния). Такая линия появляется на фоне континуума, который также ослаблен из-за томсоновского рассеяния.

Заметим, что формулы (13), (14) приведены для иллюстрации роли циклотронных эффектов на нейтронных звёздах. При более корректных расчётах частотного спектра следует принимать во внимание угловую зависимость коэффициентов рассеяния, конверсию мод при рассеянии и квантовый эффект отдачи при излучении фотона электроном. Более того, модель горячего пятна — не единственная модель, обсуждаемая в применении к рентгеновским пульсарам. Например, в случае сильной аккреции, когда плотность аккрецирующего потока плазмы достаточно велика, чтобы обеспечить эффективное циклотронное взаимодействие с излучением, ситуация лучше описывается моделью аккреционной колонки, вытянутой вдоль силовых линий магнитного поля над полюсами звезды.

Циклотронные линии также были обнаружены в спектре космических гамма-всплесков детекторами, установленными на борту космических станций серии "Венера" [24]. Затем эти линии в спектрах гамма-всплесков были зарегистрированы во многих последующих наблюдениях. Последние результаты такого типа на "Фобос-2" [25] и "Гинга" [19] обнаружили особенности на двух циклотронных гармониках. Пример такого частотного спектра приведён на рис. 5 б [19] . Определённые по этим линиям поля в источниках всплесков близки по порядку величины к полям на рентгеновских пульсарах.

Существование циклотронных линий в спектрах космических гамма-всплесков служит одним из главных аргументов в пользу их связи с нейтронными звёздами. Однако наблюдения гамма-всплесков на спутнике GRO (Gamma-Ray Observatory) не обнаружили циклотронных линий; вдобавок распределение источников всплесков по небосводу оказалось изотропным и не обнаружило какой-либо корреляции с галактическим центром или диском. Эти наблюдения дали толчок изучению других сценариев этого явления, основанных на внегалактическом (и, возможно, космологическом) происхождении гамма-всплесков — например, в результате образования горячего плазменного облака после столкновения пары нейтронных звёзд (см. подробнее [26]). Недавно установлена связь одного из гамма-всплесков со спокойным рентгеновским источником, спектр которого соответствует тепловому тормозному излучению плазмы, нагретой до температуры $T \simeq 7 \cdot 10^6$ K; поглощение в нейтральном водороде HI по пути от источника соответствует его содержанию в столбе 10^{22} см$^{-3}$ [27]. Трудно сделать окончательное заключение о локализации источника и его природе: скорее всего, он расположен в нашей Галактике на расстоянии в несколько килопарсек, но внегалактическое происхождение тоже

исключить нельзя.

Что касается конкретной теории формирования циклотронных линий на магнитных нейтронных звёздах, то простейшая модель — термически однородное горячее пятно или аккреционная колонка — не в состоянии объяснить появление относительно узких линий на фоне жёсткого рентгеновского континуума. Дело в том, что фотоны континуума со средней энергией $\hbar\omega \sim 100$ кэВ могут излучаться лишь электронами с энергией $\mathcal{E} \gtrsim 100$ кэВ. Однако доплеровское уширение циклотронных линий, формируемых в плазме с $\kappa T \gtrsim 100$ кэВ, будет существенно больше наблюдаемых значений ширины линий $\Delta\omega$. Объяснение узких циклотронных особенностей требует наличия относительно холодной плазмы со средней энергией частиц порядка десятков килоэлектровольт над горячим пятном. При этом вполне возможно, что холодный слой представляет собой электрон-позитронную плазму. Электрон-позитронные пары могут рождаться в результате однофотонного процесса в сильном магнитном поле нейтронной звезды (для этого необходимы фотоны с энергией $\hbar\omega \gtrsim 1$ МэВ из горячего "хвоста" спектра пятна) [28–30]. Образование циклотронных линий было изучено аналитически в [29] путём решения уравнения переноса типа (11) и методом Монте-Карло в [30]. Оба метода позволили установить параметры области формирования циклотронных линий; в [29] был также установлен верхний предел на расстояние до источников гамма-всплесков, имеющих в спектре наряду с основной ещё и вторую гармонику: 0,6 и 3 кпк для всплесков GB880205 и GB870303 соответственно. На бóльших расстояниях вторая гармоника, наблюдаемая в поглощении, исчезает вследствие высокой плотности излучения в источнике. Этот предел указывает на галактическое происхождение всплесков, обладающих такого рода особенностями. К сожалению, в обеих упомянутых работах не были учтены некоторые процессы, существенно влияющие на формирование циклотронных линий. Поэтому настоятельно необходимы дальнейшие усилия в решении этой проблемы как в области теории, так и наблюдений.

5. ОКРЕСТНОСТИ ЧЁРНЫХ ДЫР

Выше отмечалось, что экстремальные условия реализуются также в окрестности чёрных дыр, где при интенсивной аккреции образуется плазма с высокой плотностью вещества и излучения. В окрестности сферы Шварцшильда возможны активные процессы рождения электрон-позитронных пар [31] (за счёт фотон-фотонного взаимодействия, например). Вместе с тем процессы аннигиляции позитронов и электронов с образованием узких аннигиляционных линий 0,5 МэВ и широкополосных подъёмов-всплесков с энергией несколько сотен мегаэлектронвольт на квант в источниках рентгеновского излучения, содержащих, по всей вероятности,

чёрные дыры, происходят достаточно далеко от шварцшильдовского радиуса. В областях аннигиляции плазма имеет вполне классический характер, если не говорить о высоком содержании в ней примеси позитронов. Таким образом, чёрная дыра непосредственно служит источником частиц (возможно, ускоренных до релятивистских энергий), но процессы излучения, доступного наблюдениям, происходят в условиях, которые, строго говоря, нельзя отнести к экстремальным.

Наглядным примером описанной ситуации служит так называемый Великий Аннигилятор — рентгеновский источник 1E 1740.7-2942, расположенный в районе центра Галактики. Его спектр содержит континуум, на который налагаются спорадические всплески в широком интервале энергий: 200–700 кэВ. До настоящего времени обнаружено три таких всплеска длительностью несколько дней; первый из них был зарегистрирован 13 октября 1990 г. [32]. Весьма вероятно, что именно с этим объектом (наиболее ярким рентгеновским источником вблизи Галактического центра) связан и дискретный источник узкополосной линии 0,5 МэВ шириной 35 кэВ, также принадлежащий этому району.*

Важным моментом в исследовании этого объекта явилось его обнаружение в микроволновом диапазоне с помощью антенной системы *VLA* [33]. Оказалось, что в радиодиапазоне он имеет сложное строение — два джета и центральный радиоисточник, положение которого совпадает с рентгеновским. Это обстоятельство позволило предложить модель источника 1E 1740.7-2942, единым образом объясняющую происхождение линии 0,5 МэВ, широкополосных всплесков и микроволнового радиоизлучения [34].

Согласно этой модели, рождение электрон-позитронных пар происходит в непосредственной близости от чёрной дыры; затем, ускоряясь, они выходят частично вдоль силовых линий магнитного поля, образуя два джета, а частично инжектируются в магнитосферу этого объекта. Двигаясь в магнитном поле, которое поддерживается хорошо проводящей плазмой аккреционного диска, они дают синхротронное излучение, наблюдаемое как в центральном источнике, так и в двух лепестках-джетах как микроволновое радиоизлучение. В то же время релятивистские электроны и позитроны проникают в более плотные районы внешних частей диска, где замедляются и термализуются; их температура падает до значений $T \lesssim 5 \cdot 10^4$ K, характерных для данной области. Сталкиваясь с электронами основной плазмы, позитроны аннигилируют, создавая излучение в узкой линии 0,5 МэВ. Проникая иногда под действием плазменно-волновых неустойчивостей во внутреннюю часть диска, более плотную и

*Более определенно о связи этой линии с источником 1E 1740.7-2942 можно будет судить после её наблюдений с высоким угловым разрешением или после установления корреляции между интенсивностью в линии 0,5 МэВ и другими компонентами частотного спектра этого источника.

горячую, и аннигилируя там, они порождают широкополосные всплески в рентгеновском диапазоне. Поскольку в этой модели одни и те же позитроны дают вклад как в синхротронное, так и (после термализации) в аннигиляционное излучение, появляется возможность связать две системы параметров, обеспечивающих наблюдаемый уровень этих процессов в одном и том же объекте. Последнее позволяет наложить определённые и довольно жёсткие ограничения на параметры магнитосферы (величину магнитного поля, плотность холодных электронов) и области термализации, локализованной во внешней части аккреционного диска, а также указать чёткие способы наблюдательной проверки этой модели.

Статья написана во время моего визита в Институт Макса Планка по астрофизике (Гаршинг, Германия). Я благодарен дирекции института за приглашение, а также академику Р. А. Сюняеву, профессору Ф. Майеру и участникам семинара в этом институте за полезные дискуссии по затронутым выше проблемам.

Работа по исследованию астрофизической плазмы в экстремальных условиях поддерживается грантом РФФИ № 96-02-16045-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. // ДАН СССР, 1964. Т. 156. С. 43.
2. Trümper J. et. al. // Ann. Acad. Sci.(N.-Y.), 1976. V. 302. P. 538.
3. Кардашев Н. С. // Астрон. журн., 1959. Т. 36. С. 838.
4. Сороченко Р. Л. — В сб.: Нильс Бор и наука XX века. — Киев: Наукова думка, 1989. С. 177.
5. Zheleznyakov V. V. Radiation in Astrophysical Plasmas. — Kluwer Acad. Publ., 1996.
6. Adler S. L. // Ann. Phys. (N.-Y.), 1971. V. 67. P. 599.
7. Novick R., Weisskopf M. C., Angel J. R. P., Sutherland P. G. // Astrophys. J., 1977. V. 215. P. L117.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
9. Zheleznyakov V. V. // Astrophys. Space Sci., 1983. V. 97. P. 229.
10. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. — М.: Изд. иностр. лит., 1956.
11. Beskin V., Gurevich A., Istomin Ya. Physics of the Pulsar Magnetosphere. — Cambridge Univ. Press, 1993.
12. Бескин В. С., Гуревич А. В., Истомин Я. Н. // ЖЭТФ, 1983. Т. 58. С. 235.
13. Becker R. H. et. al. — In: Radio Emission from the stars and the Sun. /Eds. A. B. Taylor, J. M. Paredes. — ASP, 1996. P. 422.
14. Schmidt G. D., Allen R. G., Smith P. S., Liebert J. // Astrophys. J., 1996. V. 463. P. 320.

15. Железняков В. В., Сербер А. В. // Письма в Астрон. ж., 1991. Т. 17. С. 179.
16. Zheleznyakov V. V., Serber A. V., Kuijpers J. // Astron. Astrophys., 1996. V. 308. P. 465.
17. Митрофанов И. Г. // Астрон. ж., 1986. Т. 63. С. 965.
18. Беспалов П. А., Железняков В. В. // Письма в Астрон. ж., 1990. Т. 16. С. 442.
19. Murakami T. — In: Proc. of 23rd ESLAB Symp. on Two Topics in X-ray Astron. ESA SP-296, 1989.
20. Gnedin Yu. N., Sunyaev R. A. // Astron. Astrophys., 1974. V. 36. P. 379.
21. Trümper J. et. al. // Astrophys. J., 1978. V. 219. P. L105.
22. Zheleznyakov V. V. // Astrophys. Space Sci., 1981. V. 77. P. 279.
23. Железняков В. В. // Астрофизика, 1980. Т. 16. С. 539.
24. Мазец Е. П. и др. // Письма в Астрон. ж., 1980. Т. 6. С. 706.
25. Barat C. et. al. // Planet. Space Sci., 1991. V. 39. № 67. P. 173.
26. Hurley K. // Space Sci. Rev., 1996. V. 75. P. 43.
27. Hurley K. et. al. // Astrophys. J., 1996. V. 464. P. 342.
28. Zheleznyakov V. V. // Astrophys. Space Sci., 1982. V. 83. P. 81.
29. Железняков В. В., Сербер А. В. // Астрон. ж., 1993. Т. 70. С. 1002.
30. Wang J. C. L. et. al. // Phys. Rev. Lett., 1989. V. 63. P. 1550.
31. Van Oss R., Belyanin A. A. // Astron. Astrophys., 1995. V. 302. P. 154.
32. Sunyaev R. A. et. al. // Asrtrophys. J., 1991. V. 383. P. L49.
33. Mirabel I. F. et. al. // Nature, 1992. V. 358. P. 215.
34. Zheleznyakov V. V., Belyanin A. A. // Astron. Astrophys., 1994. V. 287. P. 782.

Институт прикладной физики
РАН, Н. Новгород, Россия;
Институт Макса Планка по
астрофизике, Гаршинг, Германия

Поступила в редакцию
19 сентября 1996 г.

THE COSMIC PLASMA UNDER EXTREME CONDITIONS

V. V. Zheleznyakov

Attributes of extreme conditions in space are discussed, as well as the new properties which plasma acquires under these. The discussion is focused on the features of interaction of plasma with radiation in strong magnetic fields of degenerate stars — white dwarfs or neutron stars. The specific role of cyclotron scattering, radiation pressure at cyclotron frequencies and vacuum birefringence in the formation of plasma envelopes and observed spectra of these objects is pointed out.

УДК 550.388.2

LONG WAVE PART OF THE PLASMA TURBULENCE SPECTRUM IN THE LOWER E-REGION

A. V. Gurevich, K. Rinnert, and K. Schlegel

In the lower polar E-region electric field and plasma density fluctuations were measured with rocket-borne instrumentation (a floating double probe system and a retarding potential analyzer) during the ROSE project. The observational data are presented and compared with the recently developed theory (Gurevich et al. 1996) for a long wave ionospheric plasma oscillations induced by the neutral turbulence. The measured shape and anisotropy of the plasma turbulence spectra at the ionospheric heights below about 95 km are well described by this theory. Significant amplification of the low frequency plasma fluctuations in strongly disturbed ionospheric conditions is established.

1. INTRODUCTION

To study the auroral E-region structure and dynamics as well as plasma instabilities excited therein four rockets have been launched during the "ROSE" campaign in 1988/89 (F1 and F2 from the rocket range Andoya, and F3 and F4 from ESRANGE), (Rose et al., 1992). In the following investigation, data collected by the rocket-borne retarding potential analyzer and the electric field measuring instrument from the flights 1 and 4 are analysed with emphasis on low frequency electric field fluctuations.

Density fluctuations were measured using a retarding potential analyzer (RPA) operated in the saturation mode (Schlegel, 1992). The relative density changes $\Delta n/n$ were supposed to be proportional to the saturation current $\Delta j/j$. The absolute values of the electron density are difficult to estimate with this technique, but relative density changes are easy to measure. The measured current in the saturation mode (10^{-10} to 10^{-6} A) was amplified by a fast electrometer and then sampled every 0.5 ms in order to receive the density fluctuation spectrum up to 1 kHz. For more details, see Schlegel (1992).

The electric field measuring instrument was a floating Langmuir double probe system primarily designed to measure the d.c. electric field. Two pairs of booms were utilized which had goldplated spherical probes (50 mm diameter) mounted on the ends. Each deployed boom pair placed the probes in opposite directions at a distance of 1.8 m from the payload axis. Hence the probe separation of each boom pair was 3.6 m. One boom pair was mounted at the lower level of the payload and the other at an upper level 1.8 m apart from the

lower level and rotated by 90°. Thus, the four probes on the deployed booms formed the corners of a tetrahedron. All six different voltages between any two probes were sampled simultaneously with a rate of 4 kHz. The corresponding six electric field components are transformed into a three-dimensional electric field vector in the payload frame of reference and finally into an Earth-fixed frame of reference. For more details see Rinnert (1992).

As an example Fig. 1 exhibits both the d.c. and the a.c. electric field data gained during flight 4. The lower frame shows the d.c. electric field component perpendicular to the Earth's magnetic field versus flight time. It shows a fairly stable electric field primarily southward directed and slightly increasing during the flight from about 35 mV/m to about 50 mV/m. The d.c. electric field in magnitude and direction is confirmed by STARE measurements and EISCAT measurements of the plasmadrift at 150 km altitude just above the apogee of the payload trajectory (Kohl et al., 1992). The dots indicate the payload altitude versus flight time. The apogee was reached at 123 km about 180 s after launch. In the upper frame an a.c. signal is presented. Plotted are the contours of constant amplitude (voltage between the upper two probes) versus frequency and flight time. The spectra are 1-s averages. The fluctuations occur in a well defined altitude region and the payload passed this instability region twice, during upleg and during downleg. The a.c. electric field activity started at about 80 km altitude with low frequencies and at about 95 km with higher frequencies and stopped just above 115 km. The width of the instability region as well as the intensity is somewhat larger during downleg than during upleg because of the larger d.c. electric field.

An important feature is the occurrence of intense fluctuations in the frequency band below 50 Hz in the lower part of the instability region between about 80 and 100 km altitude. The high frequency oscillations are practically absent in this region, but they dominate at higher heights. This is an indication that two different mechanisms are responsible for these oscillations in the lower and upper part. The fluctuations in the higher region are certainly related to the Farley-Buneman (FB) or "twostream instability" (Farley, 1963). In the lower region the "gradient drift instability" is usually considered as a source of plasma oscillations (Fejer and Kelley, 1980), but it strongly depends on the local gradients of plasma density. On the other hand, the fact that the lower altitude range is dominated by low frequency fluctuations was found for all four flights under quite different conditions. This finding is therefore interesting to evaluate with regard to the turbulence of neutral atmosphere, which is another possible source of a low frequency plasma fluctuations in ionosphere.

2. MEASUREMENTS

Examples of the density spectra for different heights are presented in Fig. 2

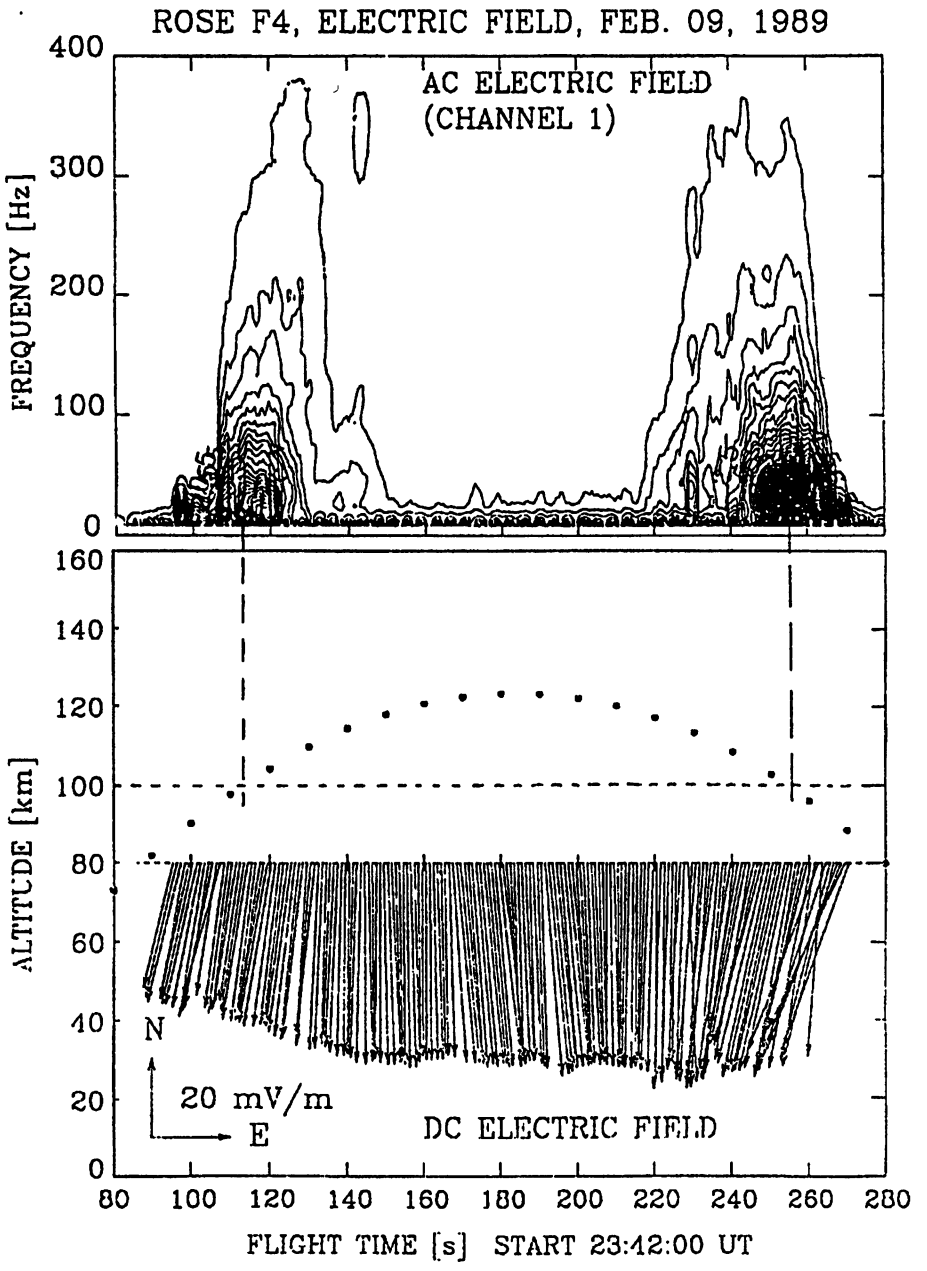


Fig. 1. Electric field measurements during ROSE flight F4. The bottom frame shows the d.c. electric field component perpendicular to B. The dotted curve indicates the altitude. The upper frame shows contours of a.c. electric field spectral densities in arbitrary units.

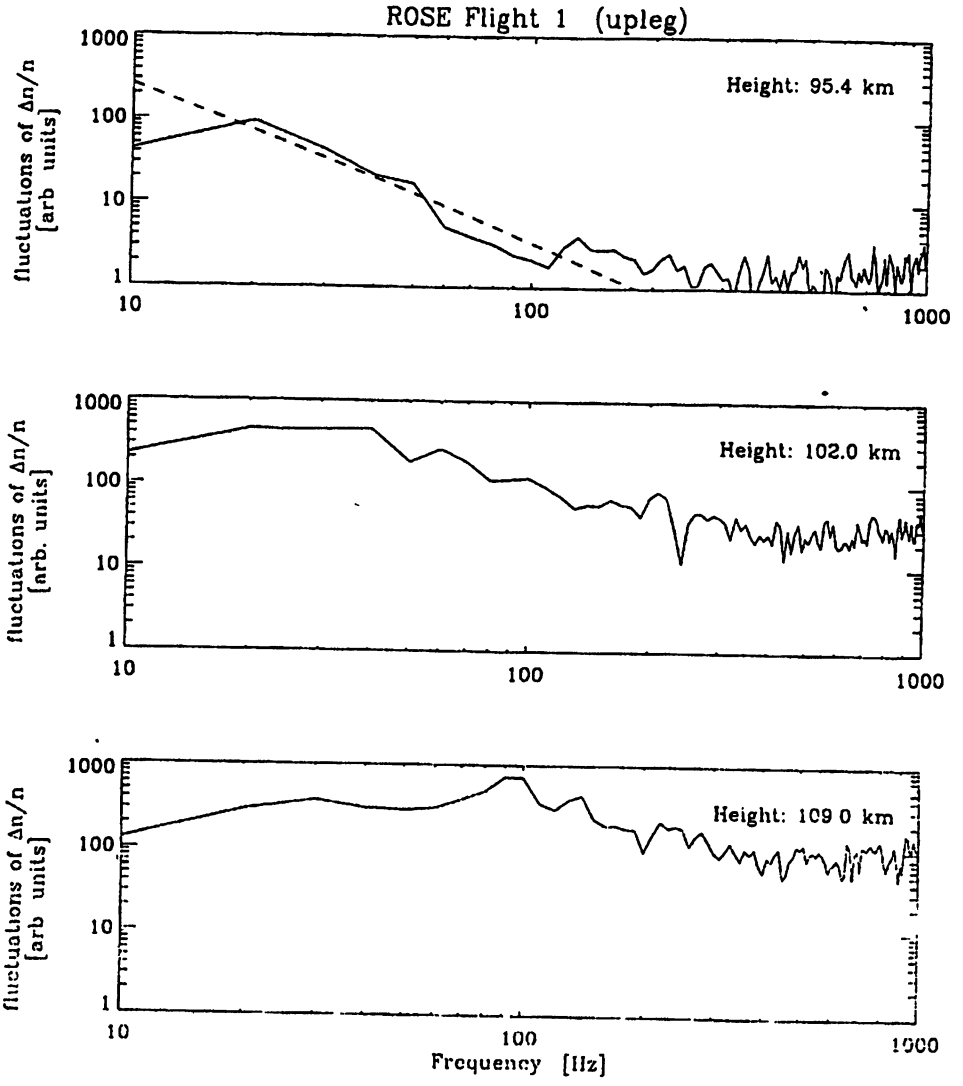


Fig. 2. Electron density fluctuations as a function of frequency for the ROSE flight F1 at three different altitudes. The dashed curve in the upper panel is the result of eq. (4). The ordinate gives the fluctuation power in arbitrary units.

(Flight 1, upleg). Significant changes of the spectrum with altitude can be seen. At low heights ($z \leq 95$ km, upper panel) the density oscillations are mostly in the low frequency range ($f \leq 100$ Hz). The high frequency part is very weak here, or is not seen at all. At higher altitudes ($z \sim 100$ to 110 km, middle and lower panel) the high frequency part of the spectrum $f \geq 100$ Hz becomes significant and even dominates (lower panel). So, we see, that the density fluctuations agree well with the electric field fluctuations. The fluctuations at low heights have generally the same structure for the different

flights and for the upleg and downleg motion of the rocket, Fig. 3 shows results from the ROSE flight No. 4.

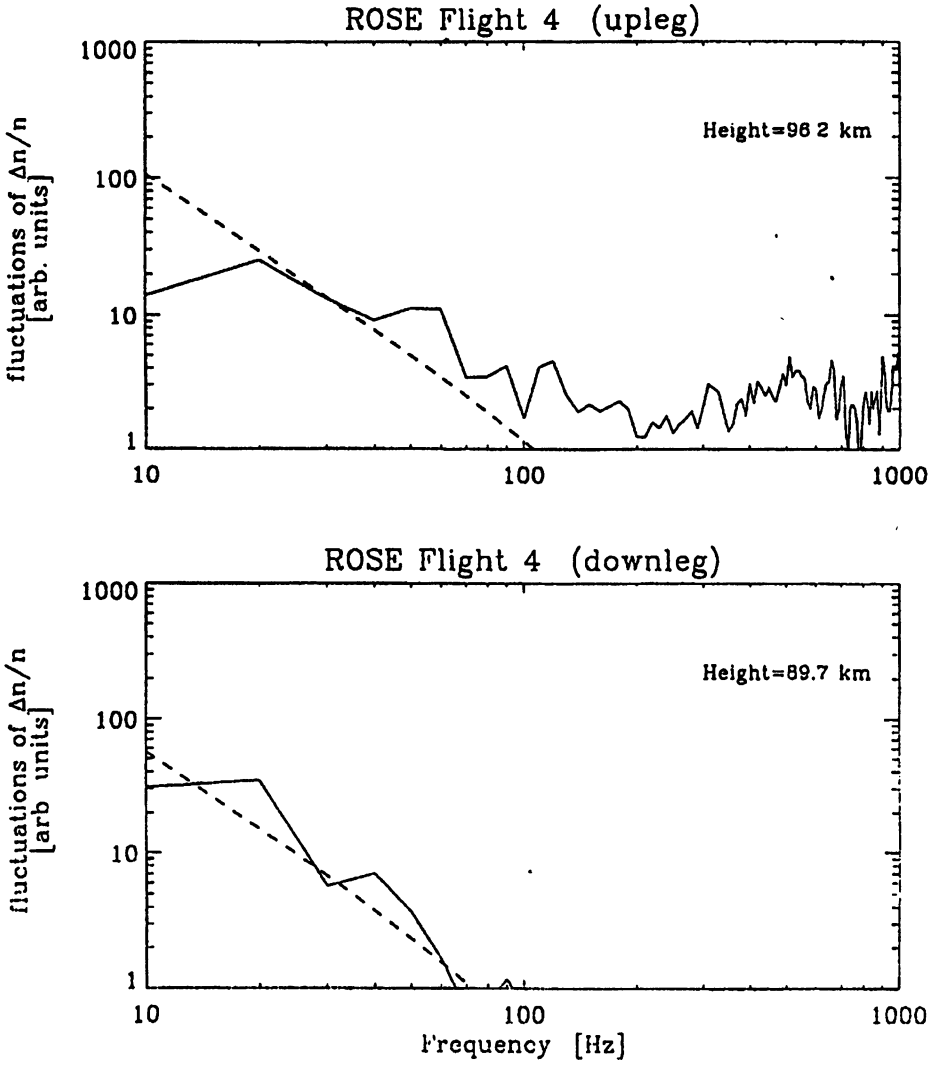


Fig. 3. Same as Fig. 2, but for the ROSE flight F4.

The Figure 4 exhibits some relevant height dependences during the flight F4. v_r is the rocket velocity and $v_{r\perp B}$ is the rocket velocity perpendicular $\mathbf{B}$, v_{Drift} is the electron drift velocity deduced from the measured d.c. electric field according to $v_{\mathrm{Drift}} = \dfrac{[\mathbf{E},\mathbf{B}]}{B^2}\dfrac{1}{1+\psi}$, C_s is the sound speed and is assumed to be constant $C_s = 300$ m/s for the altitudes below ~ 110 km, f_c is the critical frequency according to (1) and l_o is the characteristic scale of neutral turbulence

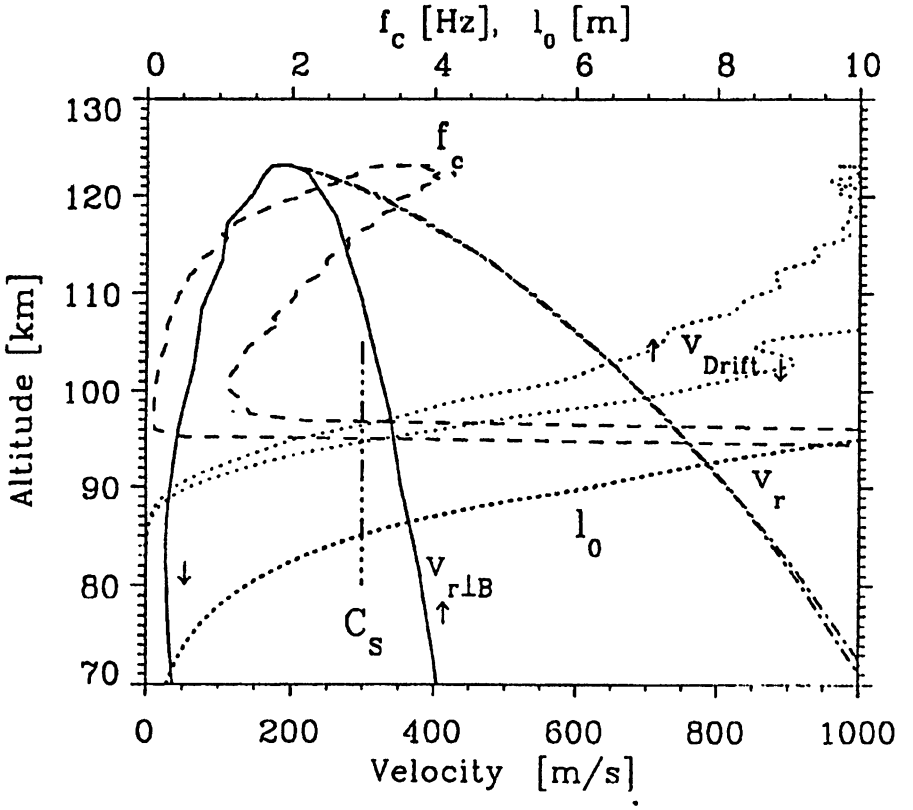


Fig. 4. Height dependencies used in the analysis for flight 4.

$$f_c = \frac{v_r}{2\pi}\sqrt{\frac{\nu_i(1+\psi)}{\psi\tau(v_{\text{Drift}}^2 - C_s^2)}}. \qquad (1)$$

Here ν_i is the collision frequency of ions, τ - the lifetime of electrons, ψ - a nondimensional factor, determining the collisional diminishing of the drift velocity (Fejer and Kelley, 1980). If the drift velocity exceeds the sound velocity ($v_{\text{Drift}} > C_s$), which happens quite suddenly at about 95 km, then the FB instability is excited for the frequencies $f > f_c$. Thus below 95 km FB waves are not excited and the observed fluctuations must have another source.

On the downleg the payload flew almost parallel to **B** and therefore $v_{r\perp B}$ is then much smaller than during upleg. Assuming that the atmospheric conditions in both altitude regions were the same during upleg and downleg (during downleg the probed region was about 40 km further north and it happened about 3 minutes later), this allows some information on the directional dependence of these structures with respect to **B**.

The three a.c. components δE_{east}, δE_{north} and $\delta E_{\text{parallel}}$ with respect to the Earth's magnetic field have been Fourier analysed with a frequency resolution

of 3.906 Hz using overlapping time windows of 256 ms. The spectra were combined to provide an estimate of the total spectral energy density δE^2.

Figure 5 shows some measured power spectra from flight F4. The energy density is plotted versus a normalized wave number $x = kl_o = 2\pi f l_o/v$; v is the rocket velocity. l_o is the characteristic scale of neutral turbulence and is a function of altitude. According to Tatarski (1961) it can be expressed as

$$l_o = 1.8 \cdot 10^3 \left(\frac{10^{13}}{N_m}\right)^{3/4} \left(\frac{T}{240}\right)^{3/8} \left(\frac{\varepsilon}{10^3}\right)^{-1/4} \quad \text{(in cm)}. \qquad (2)$$

Here N_m is the number density of the neutral atmosphere (in cm^{-3}), T is the neutral gas temperature (in K), and ε the turbulent energy dissipation parameter. We used the value $\varepsilon = 1000\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{s}^3$ in our estimates (e.g. Rüster 1984). In the range of interest l_o is of the order of 1–10 m (see Fig. 4). (The heavy dotted curves at Fig. 5 represent the theoretical power spectrum after formula (3) below. The constant C in (3) is chosen to fit the low frequency part of the observed spectra.)

The transformation from the frequency scale to the kl_o scale leads to an altitude dependent position of the measured spectra with respect to the kl_o scale.

Plotted are spectra from various height regions. The top frames are from upleg and the bottom frames from downleg. At the lower altitudes the measured spectra are steeper than the theoretical spectrum and at higher altitudes they are flatter. The sudden change in the measured spectra at the heights higher then 95 km (upleg) is clearly seen. The additional contribution at high frequencies (or large k) is natural to attribute to the FB instability. During downleg this change happens somewhat lower. As the d.c. electric field is larger during downleg the height range of the FB instabilities is extended (see Fig. 1 and 4).

Figure 6 represents the same measured spectra but now plotted versus $k_\perp l_o = \dfrac{2\pi l_o f}{v_{r\perp B}}$. One can see here a better agreement with the form of theoretical spectrum for the lower altitudes.

No data exist from below about 77 km because the booms were not released, respectively during downleg the payload got unstable. Unfortunately there are no neutral wind data. Neutral winds, of course, have an impact on the transformation from the frequency into the k domain as the wind velocity adds to the rocket velocity v_r, but as v_r is large enough (see Fig. 4), the role of neutral winds is clearly to be unimportant.

Qualitatively the same behaviour of a turbulent spectra is found for the data from flight F1. The d.c. electric field or the drift velocity was lower and consequently the destabilization of FB waves was less. The trajectory of F1 was such that there was not a big difference in $v_{\perp B}$ for upleg and downleg,

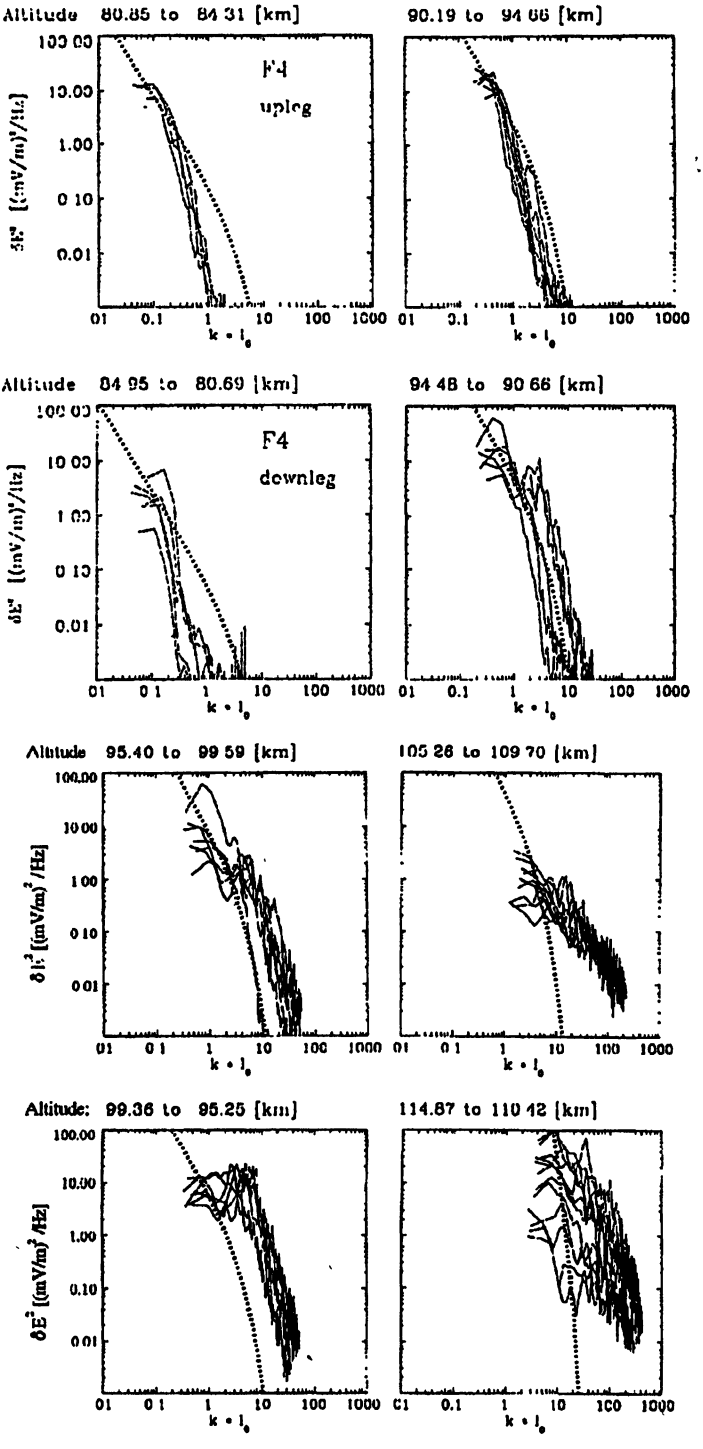


Fig. 5. Measured energy density spectra during flight 4 for some height intervals during upleg (upper frames) and downleg (lower frames) versus kl_o. The dotted curve represent the theoretical spectra fitted to the low frequency part of the measured spectra.

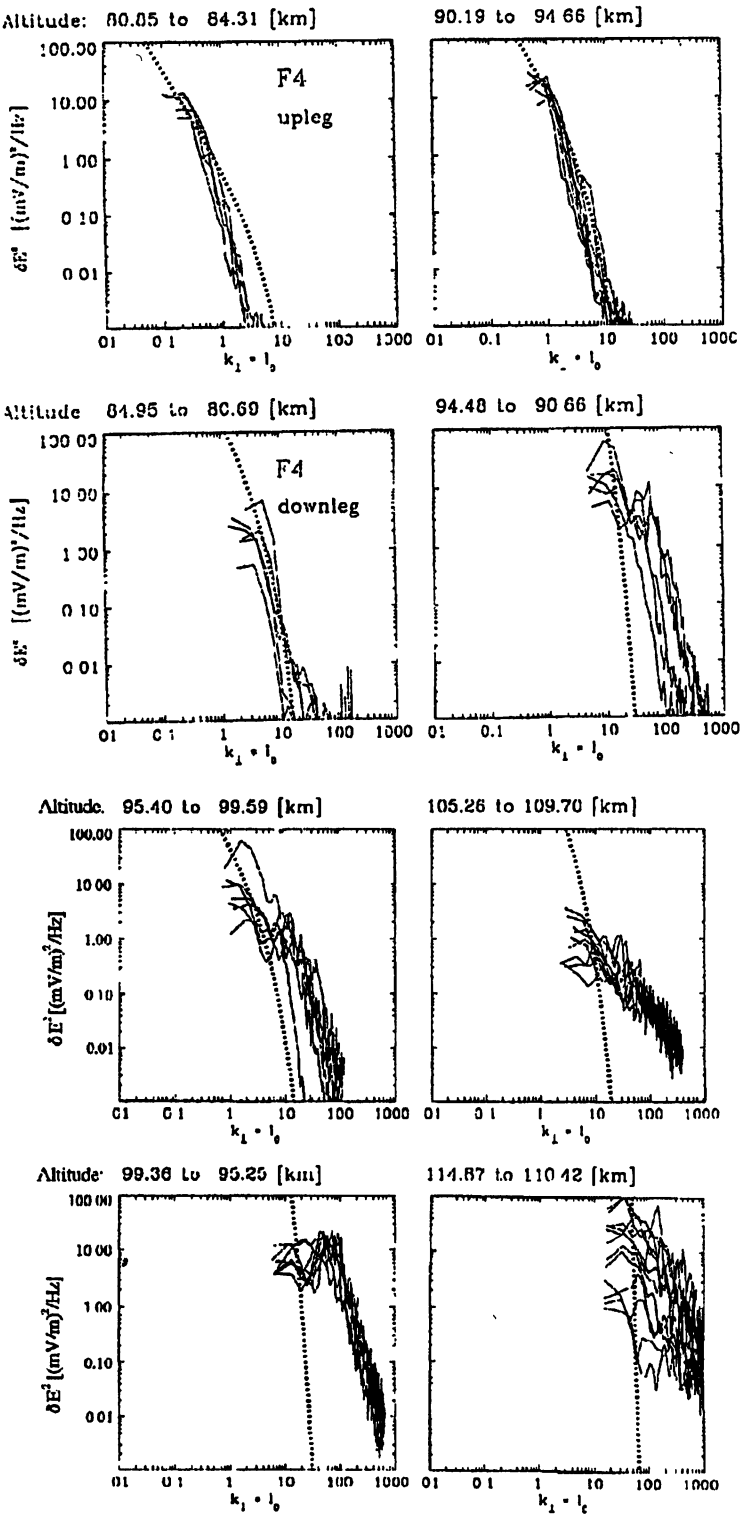


Fig. 6. The same data as in Figure 5, but plotted versus $k_\perp l_o$.

and therefore the differences in k, $k_{\perp B}$ up and $k_{\perp B}$ down is less pronounced. Figures 7 and 8 present the F1 data corresponding to Fig. 5 and 6, respectively. The data analogous to presented at Figs. 5–8 were obtained during other flights, what demonstrates general stability of the shape of electric field fluctuations spectra.

3. COMPARISON WITH THE THEORY

Experimental data of both the electric field and plasma density fluctuations, definitely show, that the region of low heights $z \leq 95$ km is singled out. In this region the low frequency $f \leq 100$ Hz part of the fluctuations dominates. Higher frequency fluctuations are strongly excited at higher altitudes. As mentioned above the last fact is in full agreement with the existing theory of the Farley-Buneman (FB) instability (Fejer and Kelly, 1980).

On the other hand, fluctuations observed at lower heights $z \lesssim 95$ km cannot be excited by the FB instability and another process has to be responsible for these oscillations. A theory, describing such a process was developed recently basing on the classical V.L.Ginzburg's monography (1967) devoted to electromagnetic waves in ionospheric plasma. It considered the electric field and plasma density fluctuations, induced at the low altitudes $z \approx 80$ to 100 km due to the turbulence of the neutral atmosphere (Gurevich et al. 1996). We will compare the observational data with the predictions of this theory.

It should be emphasized, that the theory of induced turbulence gives a **quantitative** description of plasma turbulence. It means, that one is able to compare with the theory not only the wave vector k (or frequency f) dependence of the observed spectrum, but also its anisotropy (which is determined mostly by the Earth's magnetic field $\mathbf{B}$) and, what is especially remarkable, its absolute values.

The averaged frequency spectrum of electric field fluctuations according to Gurevich et al. (1996) has the form:

$$\begin{aligned} \frac{d<\delta E^2>}{df} &= C\mathrm{E}(x)\left(\frac{mV}{m}\right)^2 \ \mathrm{Hz}^{-1}, \\ \mathrm{E}(x) &= (1.14x^{-5/3} + 0.626x^{-1})\exp(-0.57x), \\ x &= \frac{2\pi l_o}{v} f. \end{aligned} \tag{3}$$

Here v is the rocket velocity, l_o the characteristic length of neutral turbulence (see (2)), and C is a normalizing constant. The spectrum (3) is compared with the experimental data at different heights in Figures 5 to 8. There is a general agreement between the theory and observational data at low heights. At the higher altitude $z > 95 \div 100$ km there is no agreement, as could be expected

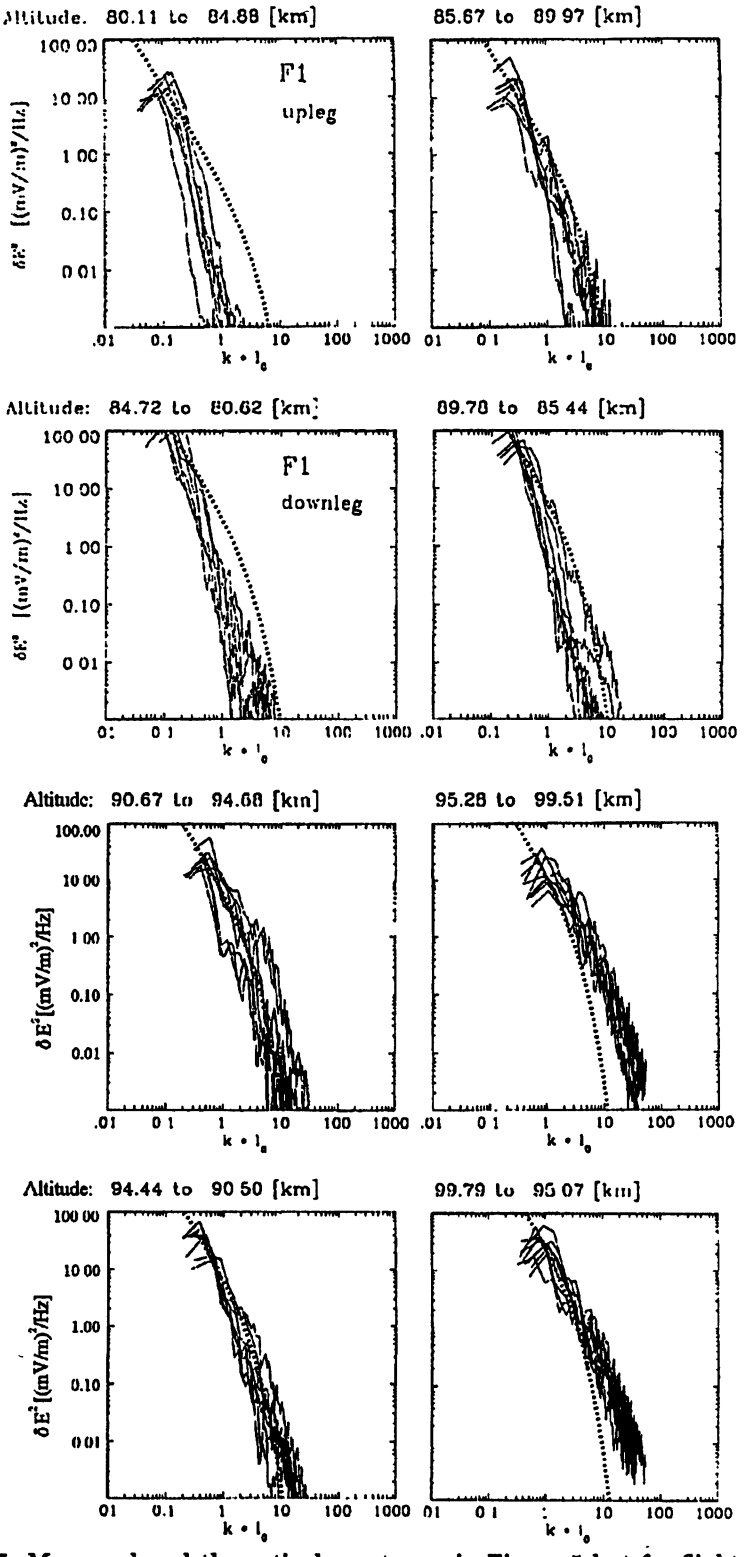


Fig. 7. Measured and theoretical spectra as in Figure 5 but for flight 1.

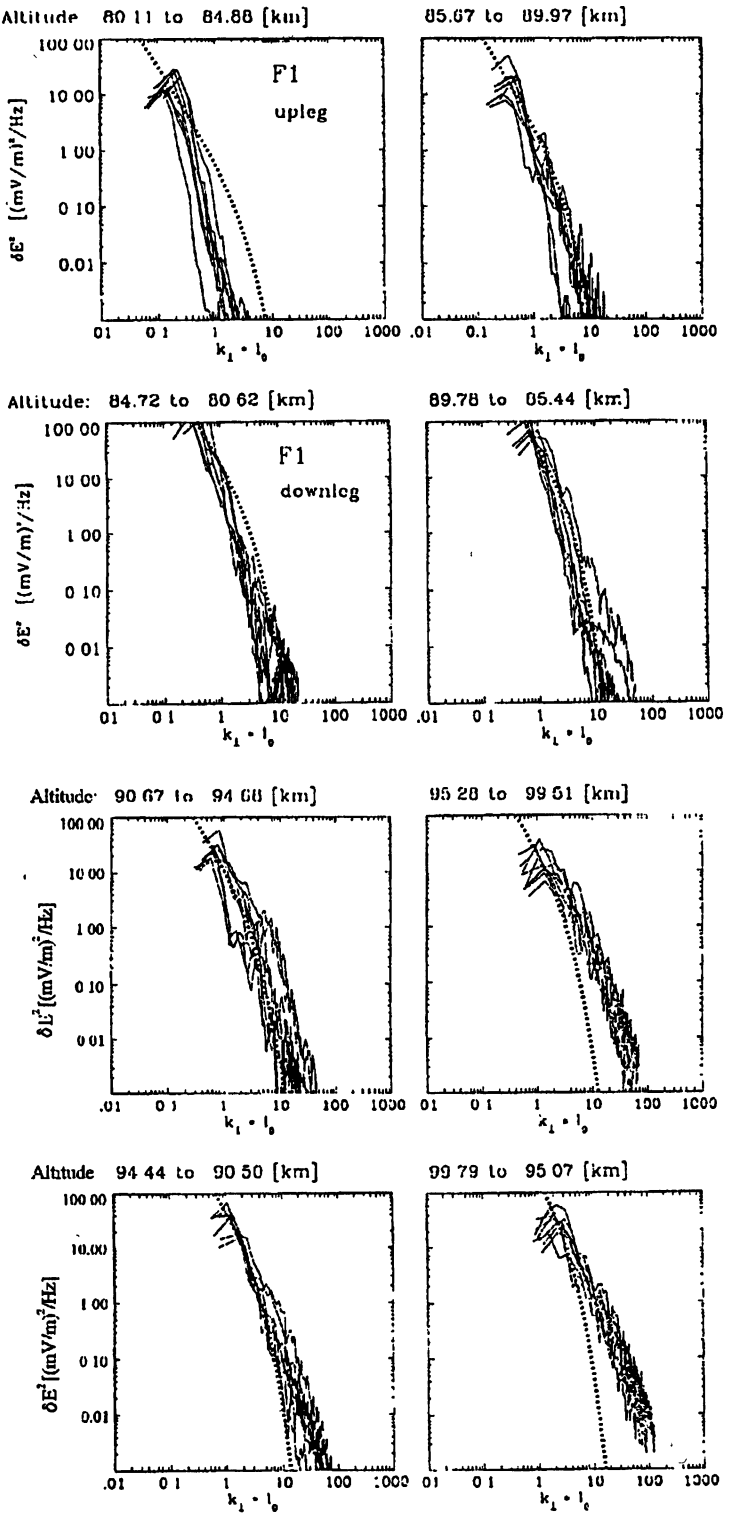


Fig. 8. The same data as in Figure 7, but plotted versus $k_\perp l_o$.

due to excitation of the FB instability. Note that the observed spectrum has a tendency to become steeper, than (3) at the low heights $z \sim 80$ km.

It should be emphasized, that the theory predicts the existence of an asymmetry of the spectrum with respect to the magnetic field direction – part of inhomogeneities are strongly elongated along the Earth's magnetic field **B**. In the observational data there seems to be an indication of such an anisotropy. If the inhomogeneities are strongly elongated along **B**, only the component of the rocket velocity perpendicular to **B** ($v_r \perp B$), should be used in (3) instead of the full velocity v. Especially for the lower altitude there is a better agreement with observations with respect to $k_\perp = \dfrac{2\pi f}{v_r \perp B}$ (Fig. 6 and 8). In the same time the anisotropy is not too strong, what can be seen from the comparison of downleg spectra at Fig. 6 and Fig. 5 for the heights 90.66–94.48 km: note that velocity $v_{\perp B}$ was very small in this case and so the role of $k_{||}$ component became important.

It is significant that the theory predicts an universal dependence of directional distribution of electric field fluctuations with respect to **B**: the dependence on the angle between **k** and **B** is the same for all values of k and varies only slightly with altitude. It allows us to average the observed angular dependence over k values and over the heights in the lower ionosphere (80 km $\gtrsim z \gtrsim$ 100 km). The result of this averaging is compared with the predictions of the theory in Fig. 9. One can see a quite good agreement between the theory and the observations.

The analysis of the density observations leads to analogous results. To compare the experimental data with the theory, the following formula for $d|\Delta n/n|/df$ was obtained using the density spectrum $d < |\Delta n/n|^2 > /dk$, presented in Gurevich et al. (1996):

$$\frac{d}{df}\left|\frac{\Delta n}{n}\right| = \frac{d}{df}\sqrt{\int \frac{d < |\Delta n/n|^2 >}{dk} dk} =$$

$$= C_1 \exp\left(-\frac{f}{f_o}\right)\left[\left(\frac{f}{f_o}\right)^{-11/6} + 0.68\left(\frac{f}{f_o}\right)^{-5/6}\right], \qquad (4)$$

$$f_o = v/\pi l_o,$$

where v again is the rocket velocity and l_o the characteristic length of neutral turbulence and C_1 a normalization constant. The result of (4) for the appropriate heights have been included in Fig. 2 (top panel) and Fig. 3 as a dashed line.

So, we deduce that at low heights shape and asymmetry of the the spectra of the observed electric field and plasma density fluctuations are in agreement with the theory of neutral atmosphere induced plasma turbulence. A discrepancy with the theory is seen, however, when we compare the normalization constant C for electric field fluctuations. The observed values of this constant

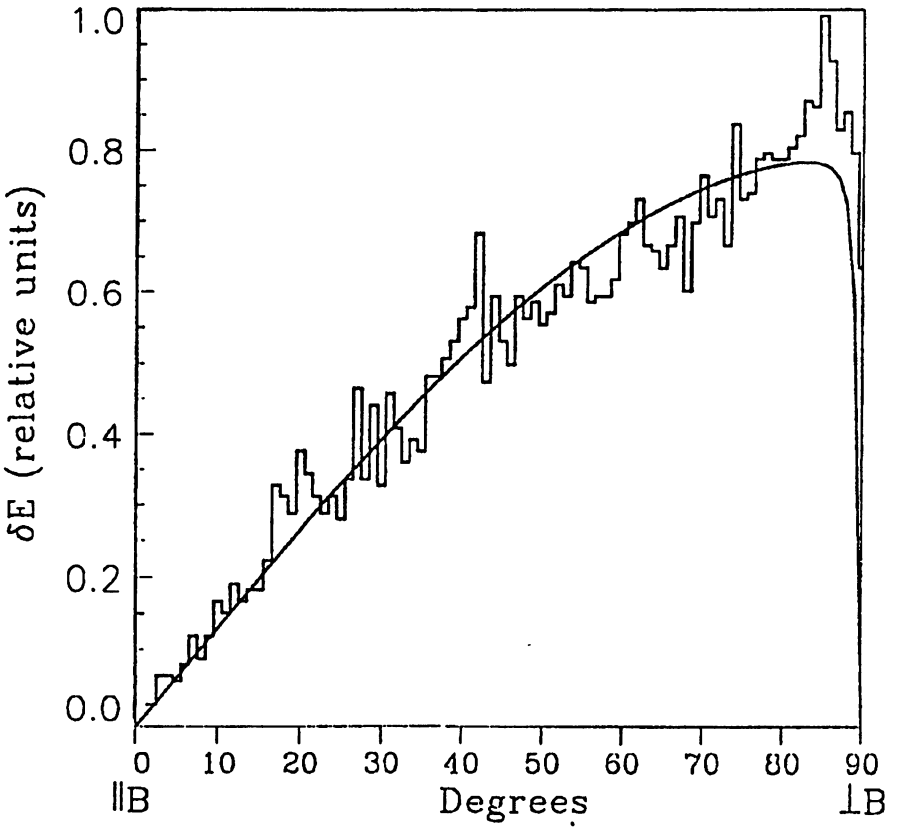


Fig. 9. Comparison of the theory with the measured dependence of the electric field fluctuations $|\delta E|$ on the angle β between k and B.

are approximately 10^3 times larger, than those obtained in the theory.

It is important to note here that the theory by Gurevich et al., 1996 in fact establishes only direct connection between the spectrum of induced plasma turbulence and the spectrum of neutral turbulence. The latter, according to Carter and Balsley, 1982; Rüster, 1984; Manson et al., 1987 can be regarded as Kolmogoroff's, what means that it is fully determined by the only parameter ε, which characterizes the energy dissipation in neutral turbulence and is generally proportional to v_o^3, where v_o is the characteristic value of neutral wind velocity pulsations. The intensity of pulsations v_o has significant seasonal, daily and temporal variations (depending for example on gravity waves). Because of this even the time averaged values of ε can differ by an order of magnitude. As follows from observations the averaged value of parameter ε is slightly growing with height in the upper atmosphere (Manson et al., 1981), it can also be essentially amplified (up to one order of magnitude and even more) in the region of gradient temperature inversion in the height profile ($z \sim$ 80-85 km). In our analysis here we do not take into account all

these variations of neutral turbulence, using for parameter ε its characteristic value $\varepsilon = 1000$ cm^2/s^3. This normalization is denoted at C=1. It follows from the previous discussion, that when the rocket measurements of the turbulent spectra in given concrete conditions are compared with the theory, the changes of normalization constant C at least within one order of magnitude should be considered as quite normal fluctuations. For example, the change of fluctuations in one and the same realization of turbulent spectra are usually more than one order of magnitude, what is directly seen from Fig. 5–8, 10, 11. Regardless theses fluctuations the established strong amplification of the observed turbulent spectra $C \sim 10^3$ is regular and definitely has a real signifance.

4. DISCUSSION

In the lower ionosphere the densities of electrons n_e and ions n_i are several orders of magnitude less, than the density of neutral particles n_m. That means, that the charged components are the minor species and have no influence on both the average motion and turbulent pulsations of the neutral gas. On the contrary, the motion of the neutra small (Tatarski, 1961).

It is of importance, that not only the neutral gas motion, but both the Earth's magnetic field **B** and electric field **E**, in the ionospheric plasma, have a strong influence on the motion of charged particles. Therefore, the charged components at the ionospheric heights 70–100 km are not only transported by the turbulent motion of neutrals, but accomplish their own motion. This motion becomes compressible due to the action of the magnetic field **B**, and is thus essentially different from the motion of neutral component. Compressibility leads to the creation of plasma density fluctuations and to the generation of random electric fields and currents. In this sense the plasma turbulence in the lower ionosphere induced by the noncompressible turbulence of the neutral gas is considered in the theory of Gurevich et al. (1996).

The interaction with neutral particles has a crucial influence on the motion of the charged components. The interaction between charged particles and excited plasma waves is much smaller. Due to these facts, the plasma turbulence in the lower ionosphere can be described as the superposition of the linear low frequency plasma waves, excited by turbulent motions of the neutral gas. Neutral turbulence acts as a driving force for the natural ionospheric plasma modes. The key role in the induced turbulence is played by the drift mode. Note, that exactly the same mode is excited in the Farley-Buneman instability, in the gradient-drift instability (Fejer and Kelley, 1980), and in the thermodiffusive instability (Gurevich and Karashtin, 1984).

The resulting **k** spectrum of induced plasma turbulence obtained by Gurevich et al. (1996) has some interesting peculiarities, depending on the angles between **k** and the directions of the electron drift velocity $\mathbf{v_e}$ and the magnetic

field **B**. The dependence on the angle between **k** and **B** is shown in Fig. 9. One can see, that the spectrum of induced plasma turbulence is essentially nonisotropic.

The integration over the angles, gives the dependence of the spectrum on the absolute value of k. The spectrum for the density fluctuations Δn at the low height $z \lesssim 95$ km is

$$\frac{d}{dx} < |\frac{\Delta n}{n}|^2 >= \frac{\pi}{2} Q_o \frac{E(x)}{x}, \quad x = kl_o. \tag{5}$$

Here the characteristic scale l_o and the function $E(x)$ are determined according to equations (2) and (3). The parameter Q_o depends substantially on the height z, and is given in Table 2 of Gurevich et al. (1996). We emphasize that in the inertial interval $kl_o << 1$, the spectrum (5) is proportional to $k^{-8/3}$. A comparison of the spectrum with density fluctuations at mesospheric heights ($z = 85.2-86.6$ km) obtained by Røyrvik and Smith (1984) during quiet ionospheric conditions is presented in Fig. 10. The dashed curve in Fig. 10a applies for a ten times enlarged value of the parameter ε. The dotted vertical line shows where $kl_o \approx 1$. The straight lines indicate the comparison with $k^{-5/3}$ and k^{-7} according to Røyrvik and Smith (1984).

One can see a good agreement between the theory and the observations (for 86.5 km, $Q_o \approx 3 \cdot 10^{-7}, l_o \approx 3,3$ m). This agreement is present not only in the shape of the spectrum, but also in the absolute values of the fluctuations. The discrepancy is small enough and could be corrected with the chosen atmospheric model and the actual local value of the turbulence dissipative factor ε, as indicated with the dashed line in Fig. 10a. One can notice also that the amplification of ε at the heights $z = 85$ km, seen in Fig. 10a, can be attributed to the region of the temperature gradient inversion in the height profile. As was already mentioned before the amplification of fluctuations is often observed in the mesopause near this region, and it is also clearly seen in the Fig. 2 of the Røyrvik and Smith paper (1984). Note that gradual growth of the averaged value of $|\Delta n/n|$ with height up to $95 \div 98$ km, which is seen in this Figure is also in agreement with the theory of Gurevich et al. (1996).

Let us return to the comparison of the theory with our experimental data. We have seen that in the lower ionosphere the shape of the spectra of the density and of the electric field fluctuations presented in the Fig. 2, 3, 5–8 is in agreement with the theory. We especially emphasize the good agreement in the predicted and observed asymmetry of the spectra (Fig. 9): the spectrum is not isotropic, as it should be for neutral turbulence, nor is it strongly anisotropic, as in the case of plasma excited instability.

The absolute values of $< |\Delta n/n| >$ were not measured in our experiment. The absolute values of the electric field fluctuations $d < |\delta E|^2 > /df$, however,

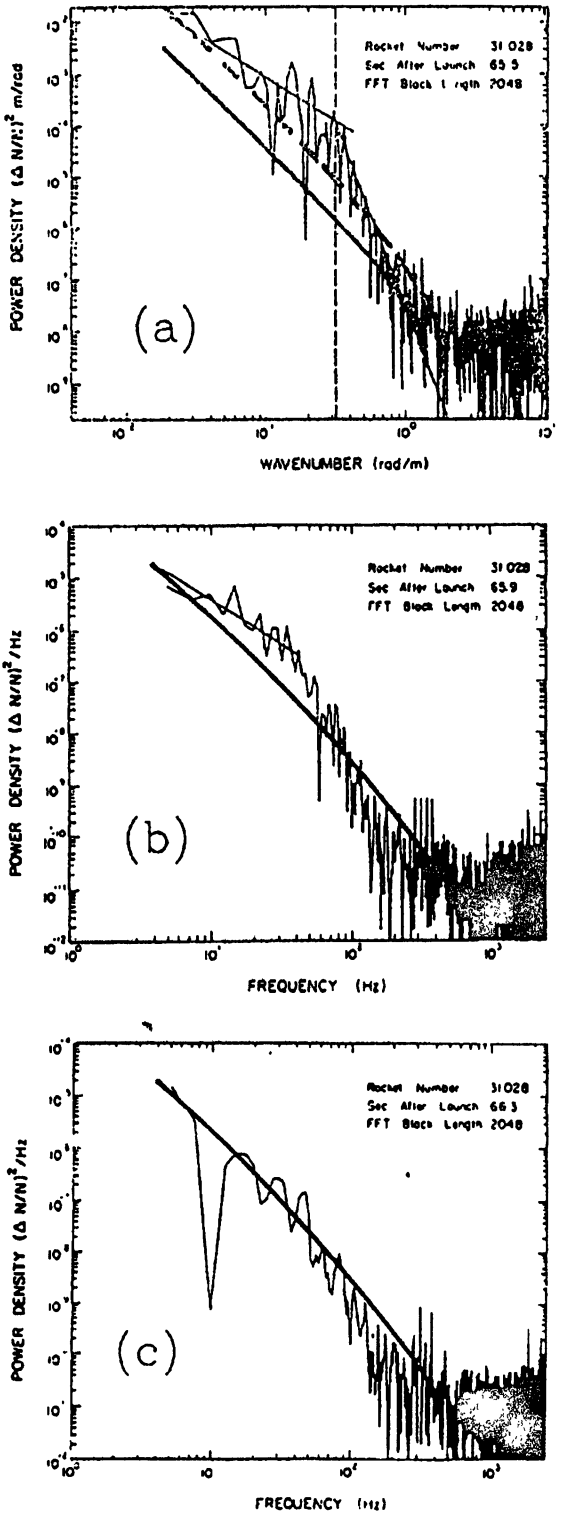


Fig. 10. Density spectra compared with the theory of induced turbulence (5).

were measured and we have seen, that the observed values are amplified by the factor $C \sim 10^3$ in comparison with the predictions in the theory.

One can suggest the following main reasons of the observed amplification of the low frequency oscillations:

1. The theory is developed for a homogeneous medium. The real ionospheric plasma, however, is height inhomogeneous, and this inhomogeneity lead to WKB amplification of the oscillations in the reflection region at the lower boundary of ionosphere (see Gurevich et al., 1995).
2. Our measurements were made during strongly disturbed conditions, when the FB instability was excited. This instability, being excited at higher altitudes, possibly could amplify the oscillations at lower heights also. For example, in the equatorial electrojet, under conditions, when the FB instability was excited, the electric field fluctuations at low heights being compared with the theory of induced turbulence have the same spectral form and the same values $C \sim 10^3$, as in our experiments (Pfaff et al., 1987 and Pfaff, 1991). Quite analogous comparison with measurements in the absence or in the very weak FB instability give a C value of $10 \div 30$ times less (see Fig. 11, where a direct comparison of formula (3) with observations is presented. The exact value $C = 1$ from Gurevich et al. (1996) is used here to calculate the theoretical curve).
3. The vertical electric currents, which usually exist in disturbed conditions, could also lead to the amplification of electric field oscillations.

We have to add also that on the basis of the observations (Manson et al., 1981, Carter and Balsley, 1982; Rüster, 1984), it was supposed in the theory that the neutral turbulence is isotropic and has Kolmogoroff's spectrum. This statement for the real upper atmosphere does not seem to be proven well enough and should be studied more.

One can conclude, that there is a general agreement of the theory of induced turbulence with observational data in the lower ionosphere. It is significant, that the observed shape of a low frequency spectra in the equatorial and auroral region are alike. On the one hand this is indicative of a common mechanism for these phenomena and could easily be understood if the excitation of plasma oscillations at low heights is mainly determined by neutral plasma turbulence, which has a unique spectrum. On the other hand it has to be emphasized, that in disturbed conditions the amplitudes of the observed electric field fluctuations are strongly amplified in comparison with the one predicted by the theory of induced turbulence.

5. ACKNOWLEDGEMENT

The work of one of the authors, A.V. Gurevich, was partially supported by a grant N=96-02-16465a from Russian Foundation for Basic Recearch (RFBR).

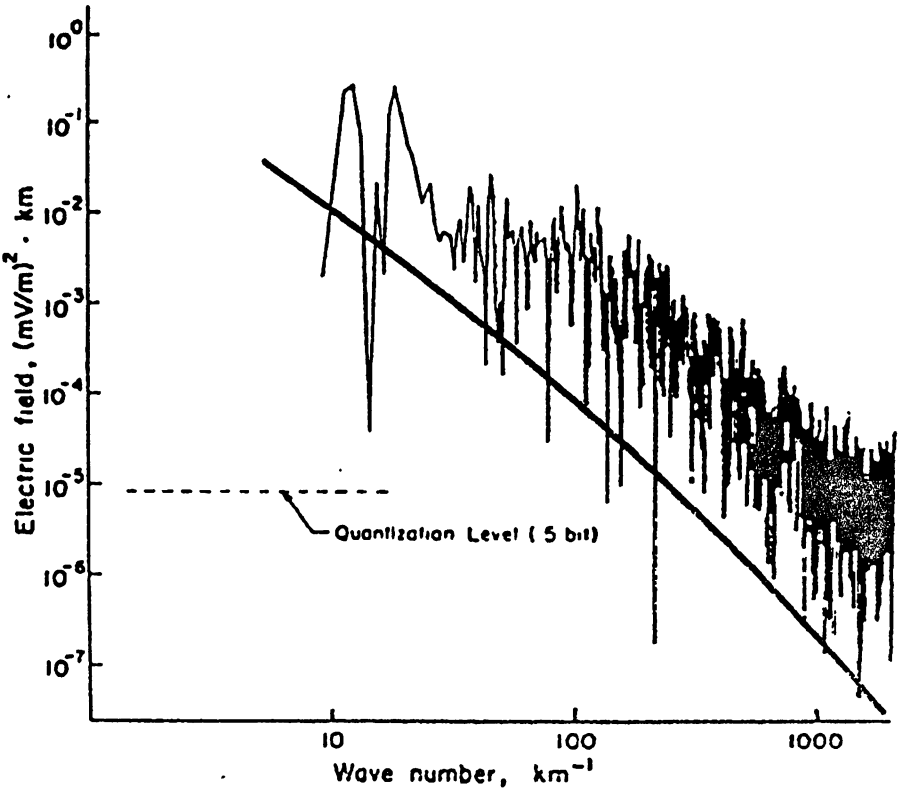


Fig. 11. Electric field fluctuation spectra (from Fejer and Kelley 1980, Fig. 10) compared with the theory.

REFERENCES

1. Carter D. A. and Balsley B. B. The summer wind field between 80 and 93 km observed by MST radar at Poker Flat, Alaska (65°N) // J. Atmos. Sci., 1982. V. 39. P. 2905.
2. Farley D. T. A plasma instability resulting in field-aligned irregularities in the ionosphere // J. Geophys. Res., 1963. V. 68. P. 6083.
3. Fejer B. G. and Kelley M. C. Ionospheric irregularities // Rev. Geophys. Space Phys., 1980. V. 18. P. 401–454.
4. Ginzburg V. L. Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas. — Moscow: Nauka, 1967.
5. Gurevich A. V., Borisov N. D., Karashtin A. N., and Zybin K. P. Plasma density perturbations in the ionospheric E-region // Phys. Let. 1995. V. A208. P. 214.
6. Gurevich A. V., Borisov N. D. and Zybin K. P. Ionospheric turbulence induced in the lower part of E-region by the turbulence of neutral atmosphere, // J. Geophys. Res., 1996 (in press).

7. Gurevich A. V. and Karashtin A. N. Small-scale thermal diffusion instability in the lower ionosphere // Geomagnetism and Aeronomy, Engl. Transl., 1984. V. 24. P. 733.
8. Kohl H., Nielsen E., Rinnert K. and Schlegel K. EISCAT results during the ROSE campaign and comparison with STARE measurements // J. Atmos. Terr. Phys., 1992. V. 54. P. 733–739.
9. Manson A. H., Meek C. E., and Gregory J. B. Winds and waves in mesosphere and lower thermosphere // J. Geophys. Res, 1981. V. 86. P. 9615.
10. Pfaff R. F., Kelley M. C., Kudeki E., Fejer B. G., and Baker K. D. Electric field and plasma density measurements in the strongly driven daytime equatorial electrojet. 1. The unstable layer and gradient drift waves // J. Geophys. Res., 1987. V. 92. P. 13,578–13,596.
11. Pfaff R. F. Rocket observations in the equatorial electrojet current status and critical problems // J. Atmos. Terr. Phys., 1991. V. 53. P. 709.
12. Rastogi P. K. and Bowhill S. A. Scattering of radiowaves from the mesosphere // J. Atmos. Terr. Phys., 1976. V. 38. P. 449–462.
13. Rinnert K. Plasma waves observed in the auroral E-region – ROSE campaign // J. Atmos. Terr. Phys., 1992. V. 54. P. 683–692.
14. Rose G., Schlegel K., Rinnert K., Kohl H., Nielsen E., Dehmel G., Friker A., Lübken F.-J., Lühr H., Neske E. and Steinweg A. The ROSE project. Scientific objectives and discussion of first results // J. Atmos. Terr. Phys., 1992. V. 54. P. 657–667.
15. Røyrvik O. and Smith L. G. Comparison of mesospheric VHF radar echoes and rocket probe electron concentration measurements // J. Geophys. Res., 1984. V. 89. P. 9014.
16. Rüster R. Winds and waves in the middle atmosphere as observed by ground-based radars // Adv. Space Res., 1984. V. 4. P. 3.
17. Schlegel K. Measurements of electron density fluctuations during the ROSE rocket flights // J. Atmos. Terr. Phys., 1992. V. 54. P. 715–723.
18. Tatarski V. I. Wave propagation in turbulent medium. — Dover Publ. inc. New York, 1961.

P.N. Lebedev Institute of Physics,
Moscow, Russia;
Max-Planck-Institut für
Aeronomie, Katlenburg-Lindau,
Germany

Поступила в редакцию
20 сентября 1996 г.

UDK 524.1:524.6

GAMMA-RAY ASTRONOMY AND THE ORIGIN OF COSMIC-RAYS

V. A. Dogiel[1,2], *V. Schönfelder*[2]

Measurements supplied by the Compton Gamma-Ray Observatory (CGRO) and other gamma-ray telescopes allow the analysis of a variety of processes in galactic and metagalactic space. They are especially important for the problem of cosmic ray origin since a significant part of the observed gamma-ray flux is generated by cosmic rays. Many aspects of this problem are still enigmatic. Gamma-ray data give an opportunity to clarify some of them. We suggest the gradient test for the analysis of gamma-ray emissivity in the galactic disk from which important parameters of cosmic ray propagation can be determined.

1. INTRODUCTION

This paper is devoted to the 80th anniversary of Prof.Vitaly L. Ginzburg who (together with his other numerous achievements in theoretical physics) is one of the pioneers in theoretical astrophysics. He is one of the first who stated the unquestionable importance of gamma-ray astronomy for an understanding of the origin of cosmic-rays. His investigations (see for references [1–3]) provided the basis for current research of the origin of cosmic rays by means of gamma-ray observations.

The bulk of information on cosmic rays in the Galaxy comes mostly from measurements of nonthermal emission generated by charged particles, mainly from galactic gamma-rays. The difficult part of such an analysis is the correct interpretation of the data, since different model concepts are often used to bridge the gap between measured parameters of the gamma-ray flux and unknown parameters of cosmic-ray origin. Regrettably, our knowledge about processes in the interstellar medium is not sufficient to make a choice between different models. In many cases the interpretation of data in the framework of different models is equally acceptable. In other words, the results of the analysis on the origin of cosmic rays depend on several (not one) unknown parameters and therefore are unreliable. In order to determine one of these parameters others often are assumed to be known (in some cases this leads to a wrong interpretation of the data).

One of the goals of this paper is to give a summary of those parameters which we definitely know and those which we definitely don't know and to determine a set of parameters which play a key role in the interpretation of the observational data in different energy ranges. The point is that measurements

of the diffuse galactic gamma-ray emission are performed now at almost all gamma-ray energies. The gamma-rays are generated by different components of cosmic rays, under different conditions, and by different processes. Some parameters are important for the interpretation of data at high gamma-ray energies, others are important for the interpretation of low energy gamma-rays. By combining the analyses of both energy ranges we can find a single interpretation which isjustified the analyses (and which is in some sense model independent).

Here we try to analyse problems of cosmic ray origin and ways to solve them. In the first part we give a summary of problems, some of which have been resolved already and discuss others whose solution is only expected; what we know and what we don't know about the origin of cosmic rays. In the second part of the paper we suggest a way to obtain answers to some of these questions from the distribution of diffuse gamma-rays in the galactic disk.

1.1. Galactic and metagactic origin of cosmic rays

Immediately after the discovery of cosmic rays the question arose: where are the sources of relativistic charged particles which we observe on the Earth as the cosmic ray flux. At the beginning of the fifties and later two main possibilities were discussed: these sources are inside the Galaxy or somewhere outside in the Metagalaxy (see e.g. [1]). In 1972 Ginzburg [4] suggested a test to solve this problem. The idea was, if cosmic rays are metagalactic then the whole local metagalactic medium, including the nearest galaxies: LMC, SMC and M31, is filled with cosmic rays having the density observed near the Earth. In this case it is easy to estimate the expected gamma-ray flux from these galaxies which is generated by cosmic ray collisions with nuclei of the interstellar gas. The total mass of the intestellar gas is known from radio observations. The estimates of the gamma-ray flux at energies E >100 MeV are: $1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}}$ for SMC, $2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}}$ for LMC [4, 5] and $2.4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}}$ for the galaxy M 31 [6]. It took more than twenty years to measure these fluxes. The measurement of the LMC flux gave, however, just the value $2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}}$ [7] that meant either a metagalactic cosmic ray origin or by chance the same density of cosmic rays emitted by sources in LMC as in the Galaxy. It was only from measurements (nondetection) of the SMC flux that a definite answer was obtained. The upper limit of the gamma-ray flux from SMC determined by the EGRET group is two times less than Ginzburg's estimate [8] which is incompatible with the predictions of the metagalactic model. Thus the answer is: the bulk of cosmic rays is galactic.

We don't discuss here the origin of ultra-high energy cosmic rays which may be metagalactic.

1.2. Supernovae as sources of cosmic rays

The second question is: what are the sources of cosmic rays in the Galaxy? The answer to this question depends on the number of cosmic ray particles in the Galaxy and on the cosmic ray luminosity there. This luminosity L_{cr} is estimated from the equation

$$L_{cr} = \frac{n_{cr} V_G}{T_{cr}}, \tag{1}$$

where n_{cr} is the average density of cosmic rays in the Galaxy, V_G is the galactic volume filled by cosmic rays and T_{cr} is the cosmic ray life-time in the Galaxy. We can assume that the average density of cosmic rays n_{cr} is approximately equal to that measured near Earth, the other two values are unknown. Fortunately we can transform this equation in a way which makes it model independent. Let us multiply the numerator and the dominator by the speed of light c and the average density of the interstellar gas ρ_g. As a result we obtain

$$L_{cr} = \frac{n_{cr} c M_g}{x}. \tag{2}$$

All values in this equations can be derived from observations making the estimate of L_{cr} model independent. Thus, the total mass of the interstellar gas in the Galaxy, $M_g \doteq \rho_g V_G \approx 10^{43}\,\mathrm{g}$, is determined from radio data, and the grammage x at energies of about hundreds MeV, $x = \rho_g c T_{cr} \approx 12 - 14\,\mathrm{g\cdot cm^{-2}}$ (see e.g. [9]), the thickness of interstellar matter traversed by cosmic rays is obtained from analyses of the cosmic ray chemical composition. If we put these numbers into eq.(2) we obtain the value $L_{cr} \sim 5 \cdot 10^{40}\,\mathrm{erg\cdot s^{-1}}$.

Only supernovae are able to produce this huge energy flux of $\sim 10^{42}\,\mathrm{erg\cdot s^{-1}}$ (see [1]). Approximately 10% of their energy should be transformed into energy of fast charged particles (CR nuclei with energies higher than hundreds MeV) to provide the necessary flux of cosmic rays. According to estimates [10] about 20% of the explosion energy is transformed into accelerated particles.

The subsequent development of the theory of particle acceleration by supernova shock waves and observations of nonthermal emission of supernovae in the radio and gamma energy ranges confirmed the assumption that supernovae are the main sources of cosmic rays in the Galaxy.

Regrettably many supernovae are not observable since their emission is absorbed by the interstellar matter. Thus, we have not been able to determine their distribution within the galactic disk accurately whereas a knowledge of this distribution would be necessary for quantitative calculations of the cosmic ray distribution in the Galaxy.

1.3. Cosmic ray halo

The next question is: What is the size of the Galaxy filled by cosmic rays? This question arose after the first measurements of the diffuse galactic radio-emission. The rather weak dependence of its intensity on the celestial coordinates led Shklovskii in 1952 to the assumption that there is a quasi-spherical region (halo) around the galactic disk emitting this radio flux [11]. A year later Ginzburg [12] assumed that this emission is generated by synchrotron losses of relativistic electrons in the halo. We mention here that the electron component of cosmic rays was discovered in 1961 [13, 14] and the synchrotron origin of the diffuse radio emission was confirmed only in 1967 by measurements of its polarization [15].

The extension of the halo in which cosmic rays are confined before escaping into the metagalactic medium was uncertain for a long time. From the physical point of view it is natural to believe that the cosmic rays cover the gaseous disk and form a kind of halo around it. We know from plasma experiments how difficult it is to confine a mixture of magnetic fields and fast particles. Due to various instabilities this mixture always tends to occupy more extended regions.

Parker [16] concluded that there is generally no stable equilibrium state for a gas-magnetic field-cosmic ray system confined in the galactic disk (see, however, [17]). The characteristic time of this Rayleigh-Taylor instability is of the order of $2 \cdot 10^7$ years. The effect of magnetic field-cosmic ray instabilities is to push the gas into clouds. Then the cosmic ray pressure inflates the raised gas-free portions of this field almost without limit leading to a halo of magnetic fields and cosmic rays around the Galaxy.

Let us return to the estimates of the halo size from radio data. To determine the extension of the region filled by cosmic ray electrons more accurate calculations of the particle spatial and energy distribution were necessary. It was understood that the distribution of cosmic ray electrons differs strongly from that of protons. Because of energy losses the spatial distribution of electrons is greatly nonuniform and depends on the particle energy (see [18]). In the case of diffusive electron propagation their mean free path in the Galaxy is:

$$\lambda(E) = \sqrt{\int_E \frac{D\, dE}{dE/dt}}, \tag{3}$$

where D is the diffusion coefficient, and dE/dt is the rate of electron energy losses which for the case of synchrotron losses is $dE/dt = -\beta E^2$ where β is constant. From eq.(3) we see that electrons occupy only a part of the halo depending on their energy: the higher the energy the smaller the electron halo. The height of the halo above the galactic plane equals $\lambda(E)$.

The energy dependence of the electron halo was investigated in detail in [19, 20] in attempts to determine the cosmic ray halo extension in the direction

perpendicular to the galactic plane from model calculations and analyses of observational data. It was concluded that the cosmic ray halo could extend as far as 10 kpc above the galactic plane.

At that time the existance of the halo was not widely accepted by most of the astrophysical community. There were several reasons for this. The first one was that radio observations of edge-on galaxies did not show any radio halo. Only in 1977 Ekers and Sancisi [21] discovered an extended halo for the galaxy NGC 4631. Since that time several more radio halos have been discovered but nevertheless these galaxies are exceptions. Many others do not show any radio emission outside their disks.

The other problem is that the Sun is inside the Galactic disk and it is difficult to separate the halo radio component from other components. Attempts to discover a radio component from the halo were not very conclusive because of uncertainties about a component of radio emission from the local galactic arm. In addition the diffuse radio-emission in the disk and in the halo are mainly due to one mechanism - synchrotron energy losses of relativistic electrons. Thus, it is difficult to separate the disk and halo components from each other.

To exclude some of these uncertainties Webster [22] suggested an original method of analysing the radio background based on the use of two-temperature (T-T) diagrams. He concluded that the Galaxy should possess an extended halo with a size of the order of 10 kpc but its radio emissivity is only equal to 1/30 of the emissivity of the galactic disk.

The more careful analysis performed by Bulanov et al. [23] disclosed serious restrictions in Webster's results. His estimates of the halo emissivity were determined to a large extent by the assumption, that the spectral index of the halo emission is constant, which is not true for the case of an extended halo. This led him to an overestimate of the disk emissivity and to an underestimate of the halo emissivity. Similar conclusion was obtained by Strong [24] who estimated from the analysis of T-T diagrams the halo emissivity equaled to 0.1 – 0.2 of the disk emissivity.

All of this meant that the existance of a halo in our Galaxy was an open question.

In this respect analyses of the diffuse galactic gamma-ray emission seem to be more promising because the disk and halo components are generated by different processes and thus have different spatial and energy characteristics that in principle makes it possible to distinguish between them.

The galactic gamma-ray emission is mainly produced in the interstellar medium by three processes:

1) Gamma-rays are generated as a result of collisions of cosmic ray protons and nuclei with protons and nuclei of interstellar gas. These nuclear interactions are accompanied by the production of high energy π^0-mesons which decay into two gamma-ray photons. The production of π^0-mesons is characterized

by a threshold energy ($\sim$ 135 MeV), and therefore the gamma-ray photons have an energy 67.5 MeV in the rest frame of the π^0-meson;

2) Bremsstrahlung of relativistic electrons resulting from their collisions with nuclei and electrons of the ambient gas;

3) Compton (or inverse Compton (IC)) scattering of relativistic electrons on soft background photons.

Gamma-ray quanta resulting from processes 1 and 2 are produced mainly within the galactic disk whereas gamma-quanta resulting from process 3, the Compton gamma-quanta, are formed in a much wider region than the disk since the background photon density, although decreasing with a distance from the Galactic plane, does not decrease as rapidly as the gas density. These gamma-rays should therefore have a wider spatial distribution than gamma-quanta generated in the gaseous disk if cosmic rays also occupy the halo.

The first theoretical estimates for the disk-halo galactic flux were made by Ginzburg and Syrovatskii [1] who showed from rather simple assumptions that the halo flux in the pole direction should be of the order of $10^{-4}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}{\cdot}ster^{-1}}$ at $E \geq 50\,\mathrm{MeV}$. A similar conclusion was reached by Felten and Morrison [25], Fazio et al. [26] and Bhatia and Tandom [27] who concluded that the IC gamma-ray flux fits the observed flux if the electrons are contained with their disk density in the halo up to a radius of about 15 kpc. Later Worral and Strong [28] made the next step and calculated the cosmic ray distribution in the framework of an unbounded diffusion model. They concluded that about 50% of the diffuse gamma-rays observed by SAS-II at high galactic latitudes can be explained by IC interactions between background photons with cosmic ray electrons diffusing from the disk. Dogiel and Uryson [29] calculated the disk-halo flux using the diffusion model with the halo. They showed that the halo flux has a significant isotropic component that makes it difficult to separate the halo and metagalactic components. They estimated the halo flux to have a value $\geq 10^{-5}\,\mathrm{ph{\cdot}cm^{-2}{\cdot}s^{-1}}$ at $E \geq 50\,\mathrm{MeV}$ in the pole direction with variations over galactic latitude and longitude. This means that the halo flux should be large enough to be detected by present gamma-ray telescopes.

The effect of the halo gamma-ray flux could be also observed as a steepening of the diffuse spectrum with the galactic latitude at low energies and a flatterning at high energies [30].

Attempts to discover a gamma-ray flux from the halo were not successful for a long time. Interpretations of first results of observations were mainly in terms of CR-gas interaction i.e. the intensity was supposed to be correlated in some way with the gas column density. This is true for the disk emission where the IC gamma-ray emissivity is an order of magnitude less than that of CR-gas interaction, but if the halo extension is much larger than the disk thickness then the IC gamma-ray flux from high and medium latitudes could be significant. SAS-II and COS-B data did not provide any definite evidence

for the gamma-ray halo although the problem of gamma-ray flux from the extended galactic halo was discussed at that time (see e.g. [31]). The discovery of a gamma-ray excess at medium galactic latitudes in the anticenter region whose intensity is not correlated with a gas column density was also interpreted as a result of CR interaction with the ionized component of interstellar gas (see [32]). The origin of this excess (if present) is still an open problem and other explanations also could not be excluded. It may be generated in the halo by IC scattering which could produce enough gamma-ray photons [2]).

Only recently the COMPTEL group confirmed for the first time the discovery of a gamma-ray component generated in the galactic halo [33]. Based on its energy and spatial characteristics this component may be due to inverse Compton scattering of relativistic electrons, although a different origin cannot be excluded at this time. The gamma-ray component generated in the halo is also seen in EGRET data (see [34, 35]).

The size of the halo, however, remains to be determined.

1.4. Cosmic ray propagation and boundary conditions on the halo surface

The cosmic ray distribution in the Galaxy is defined by three processes: particle acceleration, their propagation in the galactic medium and cosmic ray escape into the metagalactic space. We have a well developed theory of cosmic ray acceleration and propagation (for details see e.g. [3]). We will not discuss here the problem of cosmic ray acceleration since it is not a subject of thid paper.

Charged particle propagation in the interstellar medium is widely described as diffusion (in any case sufficiently close to the galactic disk) which arises from cosmic ray interactions with the interstellar magnetic field. The interaction between charged particles and magnetic field fluctuations (MHD-waves) is resonant entailing the following resonant condition

$$\omega - kv_{||} = \frac{s\Omega}{\gamma} \text{ where } s = \pm 1, 2, \ldots \tag{4}$$

Here $\Omega = ZeH/Amc$ is the gyrofrequency of a particle in the magnetic field H, of charge Ze, mass Am, Lorentz factor γ and a velocity component $v_{||}$ parallel to the magnetic field. The values k and ω are the wave frequency and wavenumber.

The frequency ν of resonant particle scattering can be written as

$$\nu = 2\pi^2 \frac{\Omega}{\gamma} \frac{kW(k,r)}{H^2}, \tag{5}$$

where r is a vector of spatial coordinates and W is the energy density of MHD-waves. The value of the wave number k is determined by the resonance

condition (4). If the scattering is effective enough to isotropize the particle distribution over pitch angles, then their spatial propagation is described as diffusion with the coefficient

$$D(r,p) = \frac{v^2}{2}\int_0^1 \frac{(1-\mu^2)d\mu}{\nu}, \tag{6}$$

where μ is the cosine of the particle pitch angle.

As follows from observations, the cosmic ray flux in the galactic disk is isotropized to a degree high enough to allow particle propagation to be described as diffusion.

This scattering provides also stochastic (Fermi II) acceleration in the interstellar space with the momemtum diffusion coefficient

$$D_{\rm pp} \simeq p^2 \frac{V_{\rm A}}{v}\int_0^1 \nu(1-\mu^2)d\mu, \tag{7}$$

where $V_{\rm A}$ is the Alfvenic velocity.

It seems, however, from analysis of the cosmic ray chemical composition that this process is not essential there (see e.g. [3]).

Concerning the boundary conditions for the cosmic ray distribution function, we still know almost nothing about where and how cosmic rays leave the Galaxy. We mean here the proton-nuclei component which does not lose energy and thus reachs the halo boundaries.

It is often assumed that cosmic rays independent of their energy escape freely into the metagalactic medium from the same halo surface (the case of static halo)

$$n(r,E) = 0 \quad \text{at} \quad r = R_{\rm h}, \tag{8}$$

where $R_{\rm h}$ is the coordinate of an arbitrary point on the halo surface.

On the other hand, one can assume that cosmic rays of different energies escape into the Metagalaxy at different distances from the galactic plane (i.e. the halo extension of cosmic ray protons is energy dependent)

$$n(r,E) = 0 \quad \text{at} \quad r = R_{\rm h}(E) \tag{9}$$

or the boundary conditions may differ from those for free escape. One can even imagine a halo boundary as a shock front where particles are accelerated to very high energies - up to 10^{20} eV (see [36, 37]). Thus, there are many conjectures about conditions on the halo surface and careful analysis of particle propagation at the periphery of the galactic space is necessary.

Another question arises: What is the cosmic ray halo? Either we have the case of smooth variations of interstellar parameters and the halo is a transitional region between the disk and the Metagalaxy or there is a real

boundary between the halo and metagalactic space separating regions with absolutely different spatial characteristics.

An attempt to analyse this boundary problem was undertaken in [38, 39]. Cosmic ray propagation was analysed in the divergent configuration of magnetic field lines for two cases: 1) MHD-turbulence scattering of cosmic rays is generated by external sources; 2) MHD-turbulence is excited by the cosmic ray flux. The problem is described by a system of nonlinear kinetic equations

a) for the particle distribution function f:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{dp}{dt}\frac{\partial f}{\partial p} = I(f) + Q(r,p)\,, \tag{10}$$

where Q is the cosmic ray source distribution, p is the particle momentum and $I(f)$ is the integral of particle-wave collisions

$$I(f) = \frac{\partial}{\partial \mu}\left(\nu(r,p,\mu)(1-\mu^2)\frac{\partial f}{\partial \mu}\right)\,, \tag{11}$$

b) for the spatially nonuniform energy density of the waves W:

$$\frac{\partial W}{\partial \mu} + \frac{\partial \omega}{\partial k}\frac{\partial W}{\partial r} - \frac{\partial \omega}{\partial r}\frac{\partial W}{\partial k} = (\sigma - \Gamma)W\,, \tag{12}$$

where σ and Γ are the increment and decrement of MHD-waves.

As follows from the analysis, the run-away boundary surrounding the particle sources occurs naturally where the cosmic ray distribution function changes from quasiisotropic inside the boundary to highly anisotropic at the periphery. If the spectral index of particles injected by the sources equals -2 (this is expected for the case of cosmic ray acceleration by supernova shocks) then cosmic rays escape into the metagalactic space from the same surface. Otherwise the boundary position depends on particle energy.

In other words these investigations determine the halo surface as a boundary at which cosmic ray and MHD fluxes are decoupled and move outward without interacting.

The other scenario of cosmic ray escape into the Metagalaxy was developed by the group from Heidelberg which investigated the case of so-called galactic wind driven by the pressure of different interstellar components – thermal gas, magnetic fields and/or cosmic rays (see [40–43]). This scenario assumes a strong coupling between MHD-waves and cosmic rays everywhere in space (except perhaps a rather narrow region nearby the galactic plane where cosmic rays propagate by diffusion).The wind transports cosmic rays from the disk to great distances from the galactic plane. In this model the mixture of the three components is not in hydrostatic equilibrium, thus they are allowed to escape convectively into the Metagalaxy (the case of dynamic halo). This process is described by hydrodynamic equations of three fluids (gas, magnetic field

fluctuations and cosmic rays) with a standard system of equations of mass, momentum and energy balances for the thermal gas and equations for the cosmic ray P_C and magnetic field P_W pressures in the form:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P_C}{\gamma_C - 1}\right) + \nabla F_C - (u + V_A)\nabla P_C = Q\,, \tag{13}$$

where

$$F_C = \frac{\gamma_C}{\gamma_C - 1}(u + V_A) - \frac{D}{\gamma_C - 1}\nabla P_C \tag{14}$$

and

$$\frac{\partial(2P_W)}{\partial t} + \nabla[P_W(3u + 2V_A)] = u\nabla P_W - V_A\nabla P_C + L\,, \tag{15}$$

where

$$P_W = \frac{\langle(\delta B)^2\rangle}{8\pi} \tag{16}$$

and

$$F_W = P_W(3u + 2V_A)\,, \tag{17}$$

where γ_C is the adiabatic index for cosmic rays and Q and L represent sources and links of cosmic ray internal energy and fluctuations of the magnetic field energy, respectively.

The initial idea of the convective cosmic-ray transport was developed by Skilling [44] and Wentzel [45], and the formal solution for the cosmic ray kinetic transport equation with the convective term was obtained in [19]).

The convective transport can be provided by a directed flux of MHD-waves to which the cosmic rays are coupled through intensive scattering. The velocity of the wind is equal to

$$u = \frac{3}{2}V_A\int_0^1 \frac{\nu^+ - \nu^-}{\nu^+ + \nu^-}(1 - \mu^2)d\mu\,, \tag{18}$$

where the indexes + and - correspond to waves that propagate along the magnetic field H and opposite to it, respectively.

The MHD-waves may either be generated by cosmic rays (see [46, 47]) or preexist.

Later more sophisticated models of the galactic transport were analysed in [48–53] and in many others.

The halo surface in the case of convection is determined by the boundary R_c

$$R_c \approx \frac{D(R_c, E)}{V(R_c)} \tag{19}$$

from which cosmic rays are picked up by the galactic wind. The position of the boundary may be energy dependent if the diffusion coefficient is a function

of particle energy as follows from the cosmic ray chemical composition (see below). The boundary conditions on the halo surface are determined by the value of convective flux there

$$-D\nabla n = Vn \qquad \text{at} \qquad r = R_c\,. \tag{20}$$

Concluding we should nevertheless state that we still don't know anything about cosmic ray propagation at the periphery of the Galaxy and how these particles escape from the Galaxy.

1.5. Cosmic ray life-time

The chemical composition of cosmic rays contains information on their residence time in the Galaxy T_{cr} (see the review [54]). A few isotopes of cosmic rays are secondary i.e. they are generated in the interstellar medium by collisions of primary cosmic ray nuclei (which are emitted by the sources) with the interstellar gas. From the ratio of primaries to secondaries it is possible to derive the residence time of cosmic rays in the galactic disk T_r (where the main part of the interstellar gas is confined) which is proportional to the combination $T_r \propto (R_h L_g)/D$ where L_g is the thickness of the gaseous disk. From the chemical composition of stable secondary cosmic rays it was deduced that cosmic rays traversed a matter thickness (grammage) x ($x \propto T_r$), in the galactic disk of about $12-14\,\mathrm{gr/cm^2}$ [9] meaning that they spend there a time of about $T_r \sim 10^7$ years. This grammage decreases with the energy of cosmic rays as: $x \propto E^{-0.62}$, i.e. the diffusion coefficient $D \propto E^{0.62}$ for the case of an energy independent halo boundary R_h.

Secondary stable nuclei do not allow, however, determination of the time that particles remain in the Galaxy, $T_{cr} \sim (R_h/L_g)T_r$, since the residence time T_r is proportional to the two unknown parameters: D and R_h.

In principle the age of cosmic rays can be determined from the relative abundance of radioactive nuclei n_{sr}/n_{ss}, where n_{sr} and n_{ss} are densities of radioactive and stable secondary cosmic rays. Usually, the Be^{10} isotope is supposed to provide information on the cosmic ray residence time in the Galaxy which is calculated in the framework of any model of cosmic ray propagation. In the framework of often used leaky-box model, which assumes a uniform distribution of all components of cosmic rays in the Galaxy the cosmic ray life-time T_{cr} is estimated from

$$T_{cr} \sim \tau \frac{n_{ss}}{n_{sr}}$$

if $\tau < T_{cr}$. Here τ is the average life-time with respect to radioactive decay. If, however, $\tau \ll T_{cr}$ then the results of calculations are model dependent. The reason is that the distribution of radioactive isotopes in the halo is similar to that of high energy electrons. For the case of extended halo both components

fill only a part of the halo. They don't reach the halo boundary and in this respect don't contain any information on the cosmic ray life-time. If, however, we try in this case to calculate T_{cr} from the ratio of stable and radioactive secondary nuclei in the framework of the leaky-box model (which assumes a uniform distribution of all components of cosmic rays in the Galaxy) we get some combination of $\sqrt{T_{cr}\tau}$ instead of a proper value of T_{cr} (see [55]).

At the moment we know this ratio for energies to within about several hundred MeV only, making estimates of cosmic ray lifetime model dependent. If measurements at higher energies were accessible (where the decay time τ is energy dependent because of relativistic effects), we could immediately estimate the proper value of the cosmic ray life time in the Galaxy and how particles propagate there (for details see [3, 53]). The idea is that the grammage and the fraction of surviving radioactive nuclei change with the cosmic ray energy differently depending on how the particles propagate in the halo.

Based on the available data we still cannot estimate the lifetime of cosmic rays in the Galaxy.

Some information about the cosmic ray lifetime can be obtained from analyses of antiproton and positron fluxes near the Earth. Measurements of the antiproton flux whose origin was enigmatic for a long time, agree now with predictions derived from standard cosmic ray transport models in which antiprotons originate as secondaries. Their flux corresponds well to the grammage x derived from the flux of stable secondary cosmic ray nuclei [56, 57].

The situation is more complicated for cosmic ray positrons. For positrons as secondaries it is rather easy to determine how they propagate in the Galaxy since we know their production spectrum in the interstellar medium (see e.g. [58]) and their energy dependent life time in the Galaxy due to synchrotron losses. Observations covered a broad energy range of the positron spectrum, (necessary for the analysis), but the available data showed that the measured flux above 10 GeV was higher than that predicted by the standard models assuming their secondary origin (see [59] (leaky-box model) and [29] (diffusion model)).

Recent measurements over the range 5 – 50 GeV [60], are consistent, however, with the standard model. On the other hand, the flux of positrons measured by Golden et al. [61] in the energy range 5–60 GeV is still higher than that expected from a secondary origin.

1.6. General remarks

As a general conclusion we could state that we know qualitatively almost everything about the origin of cosmic rays. They are galactic, they are emitted by supernovae, they are confined in the galactic halo.

But if we turn to the quantitative aspects of the origin of cosmic rays we immediately realize that we know almost non of the parameters of cosmic

ray origin. Let us look at the equation describing particle propagation in the Galaxy which is derived from the kinetic equation (10) for the case of strong particle scattering (see e.g. [1, 3])

$$\nabla(un - D\nabla n) - \frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{dE}{dt}n\right) = Q(r, E)\,. \tag{21}$$

We immediately realize from eq.(21) that we still don't know:

1. The cosmic ray source distribution in the galactic disk, $Q(r, E)$. The problem is that many supernova shells are unseen in the Galaxy. One expects to get more information about SN distribution in the disk from ^{44}Ti-line observations (see e.g. [62]). This line was already detected for the supernova Cas-A (see [63]).

2. The value of the diffusion coefficient in the Galaxy, $D(r, E)$;

3. Whether a galactic wind exists and if so whether it transfers cosmic rays.

Concerning the boundary conditions

$$n = ? \quad \text{at} \quad r = R_{\text{h}} \tag{22}$$

we don't know:

1. The cosmic ray density and the cosmic ray flux at the boundary;

2. Whether the position of the cosmic ray run-away boundary is energy dependent or not;

3. Whether the cosmic ray flux is strongly coupled with or decoupled from MHD-turbulences at the boundary; in other words, whether cosmic rays escape freely into Metagalaxy or are taken away by the galactic wind.

Below we suggest a method which may help us to determine quantitative parameters of the cosmic ray origin. This method is based on the analysis of the emissivity gradient of gamma-rays generated in the galactic disk by cosmic rays. The important condition is availability of observational data in a very broad energy range: from hundreds keV up to tens of GeV.

2. GRADIENT OF GAMMA-RAY EMISSIVITY IN THE GALACTIC DISK

The distribution of the gamma-ray emissivity in the galactic disk is important information for determining the cosmic ray origin. Originally it was suggested as a probe to determine the distance to sources of cosmic rays (if they are in the Galaxy or somewhere in the Metagalaxy). The idea was based on the fact that the galactic diffuse gamma-ray emission in the disk results from interactions of cosmic rays with the interstellar matter and if the cosmic ray sources are galactic, one expects a galactocentric gradient of the emissivity, i.e. a fall of CR intensity with increasing galactocentric distance [64].

This test was not, however, conclusive. The analyses of SAS-II and COS-B data were to some extent controversial (see e.g. [65–69]) showing different values of the gradient even for the same data.

On the other hand there were some indications of energy variations in the emissivity distribution (gradient) in observational data. It is not clear whether the difference of the analyses can be explained by uncertainties of the results but there are definitely physical reasons for energy variations of the gradient.

From a general point of view gradient variations would not be surprising because gamma-radiation is produced by different components of cosmic rays. For the case of the galactic disk we have roughly two different energy regions: one $\leq 100\,\mathrm{MeV}$ where gamma-rays are generated by CR electron bremsstrahlung and another one, $\geq 100\,\mathrm{MeV}$ where gamma photons are produced in collisions of the proton-nuclear component of cosmic rays with the interstellar matter. These two components propagate in the Galaxy in different ways, so that we could expect their density variations in the disk to differ.

The value of the gradient in the disk strongly depends on conditions of CR propagation in the Galaxy and, in particular, on the scale of the CR halo. The scale perpendicular to the galactic plane has a strong effect in determining the radial distribution of cosmic rays. If the halo scale is small enough then CRs leave the Galaxy so fast that their density at any point of the galactic disk is determined by local conditions. Thus, their density distribution in the disk is similar to the distribution of their sources (supernovae). In the case of a very extended CR halo the source distribution can be neglected (roughly) because of mixing processes due to scattering by magnetic field fluctuations. As a result the CR gradient is determined by processes of diffusion flowing out of the Galaxy and could be much smaller than the gradient density of their sources. The effective scale of the halo filled by CR electrons in many cases is determined by their energy losses and, thus, they fill only a part of the proton halo, so we expect a stronger decrease of their density with galactocentric distance than for protons.

In general, the SAS-II (energy range 30–200 MeV) data showed a steeper emissivity gradient than that of COS-B (energy range 70–5000 MeV) and a nonuniform distribution of both CR protons and electrons in the Galaxy. The gradient of CR protons derived from SAS-II data was so steep that Stecker and Jones [70] concluded that CR models with halo scale heights higher than 3 kpc provided a poor fit to the gamma-ray longitudinal data. Only thin halo models with an upper limit scale height of $\sim$3 kpc could explain the SAS-II data.

The emissivity gradient derived from COS-B data was found to be small especially at high energies (>300 MeV), when compared to the distribution of candidate cosmic ray sources in the Galaxy such as supernovae or pulsars. The effect of gradient energy variations was mentioned by almost all groups

analysing COS-B data and was usually interpreted as a steeper gradient for cosmic ray electrons, producing the soft part of the gamma-ray spectrum, compared to nuclei (see for references [71]).

Thus, Bloemen et al. [67, 68] discovered a strong decrease of the CR electron density in the outer Galaxy and an absence of the gradient in the emissivities of the high energy gamma-rays implying that the density of cosmic ray nuclei with energy of a few GeV is constant out to large galactocentric distances. From these variations it was concluded that it is difficult to explain the steep gradient of electrons and the uniform distribution of CR protons in the framework of one model , so that disk-confinement models encounter difficulties, but also models involving a large halo cannot be easily applied. They also mentioned that previous studies indicating a strong density gradient for cosmic-ray nuclei in the outer Galaxy, first claimed by Dodds et al.[64], are incorrect.

Strong et al.[69] discovered the gradient of emissivity in the whole energy range of COS-B. The emissivity gradient was, however, small with a maximum variation by a factor 2. The gradient was smaller than that of the distribution of CR sources.

From the value of the COS-B gradient it can be concluded that it corresponds to the case when the Galaxy is surrounded by an extended halo whose radius is larger than 15 kpc [29]. Only in this case mixing processes of cosmic rays in the Galaxy make their distribution there more uniform than that of the sources.

Strong et al. [69] did not exclude a steeper gradient emissivity at low energies which could be related to different distributions of CR electrons and nuclei, or to a contribution from discrete sources.

One assumption was that these variations are related to physical processes associated with cosmic ray propagation in molecular clouds, such as CR acceleration [29]) or production of secondary electrons there [69]. Some mechanisms for secondary electron acceleration exist [72, 73] providing higher CR density in molecular clouds and as a result a steeper gamma-ray emissivity gradient at low energies.

The COMPTEL data [33] suggest, however, that these molecular clouds do not emit gamma-rays at energies less than 30 MeV and for this reason CR electron production processes there could not explain the effect of a steeper gradient at low energies.

As we mentioned already the extension of the electron halo in many cases could be much smaller than that of CR nuclei because of energy losses (in this sense their distribution is independent of the position of the escape boundary). This may be a reason for the gradient variations.

Recent analyses of the EGRET data made by different methods at energies 100–1000 MeV showed that the emissivity drops at the edge of the disk (see [33, 74, 75] and in general these results are consistent with the COS-B dis-

tribution. No obvious energy dependent gradient variations were found, but that is the subject of future work.

We try to give some ideas about physical processes which could be responsible for the gradient variations and to find ways to derive some important information on CR propagation in the Galaxy from the gradient analysis.

3. COSMIC RAY PROTON AND ELECTRON DISTRIBUTION IN THE GALAXY

We recall here that the disk gamma-ray emission is generated by cosmic ray collisions with the interstellar gas. At energies $E \leq 100\,\mathrm{MeV}$ they are generated by electron bremsstrahlung. At energies $E \geq 100\,\mathrm{MeV}$ gamma-rays are produced by the proton-nuclei components, resulting from their collisions with interstellar gas.

We start from the analysis of the electron bremsstrahlung gamma-rays $E \leq 100\,\mathrm{MeV}$.

The main peculiarity of CR electrons is that their propagation is influenced strongly by energy losses. In the energy range of interest ($< 100\,\mathrm{MeV}$) the electrons lose their energy by ionization. The rate of energy loss is (see e.g. [76, 77])

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{e^4 N_e}{4\pi c m_e}\left[\ln\left(\frac{2\gamma^2 m_e c^2}{I}\right) - 1\right] \tag{23}$$

in the relativistic case, where N_e is the electron density in the matter and I is the average ionization energy of the atoms in the medium.

As we see from these equations the characteristic life-time of CR electrons rises with electron energy:

$$\tau \sim \frac{E}{a}. \tag{24}$$

Here we use a rough approximation for the ionization losses neglecting the weak logarithmic dependence on CR energy:

$$\frac{dE}{dt} \sim -a. \tag{25}$$

The diffusion length of these electrons is (see eq.(3))

$$\lambda_e \sim \sqrt{D\tau} \sim \sqrt{\frac{D \cdot E}{a}}. \tag{26}$$

If we take as parameters of the interstellar medium in the disk: the gas density $n_g = 0.37\,\mathrm{cm}^{-3}$, then the rate of energy losses of electrons is $a \sim 10^{-7}\,\mathrm{eV/s}$. From eq.(26) the mean free path of electrons with energies

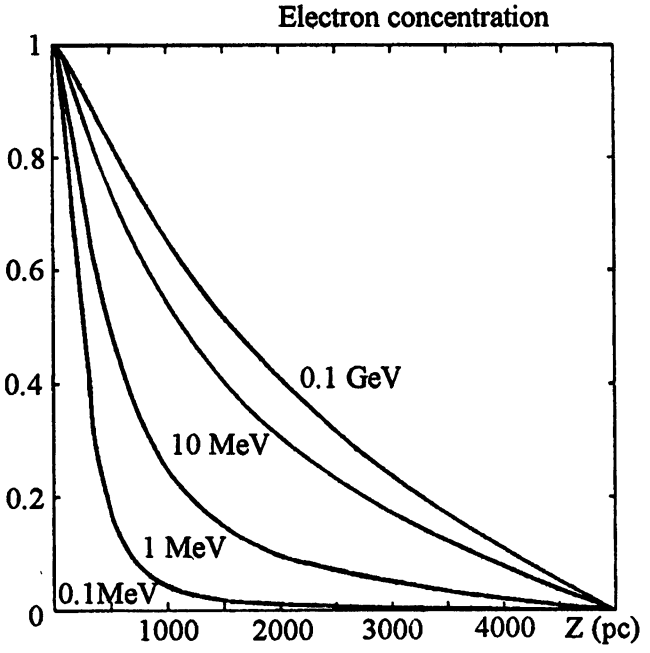


Fig. 1. Spatial distribution of gamma-radiating electrons. The halo scale $z_h = 5$ kpc, the diffusion coefficient $D = 10^{28}\,\mathrm{cm^2 \cdot s^{-1}}$. Here z is the coordinate perpendicular to the galactic plane where the CR electron density n is taken equal to unity: $n = 1$ at $z = 0$.

$E \leq 100$ MeV is less than 5 kpc (in this case we should take into account that electrons of relatively high energies spend only part of their life-time in the disk thus decreasing the effective rate of ionization energy losses) . This means that because of losses these electrons don't reach the halo surface and occupy only the inner part of the proton halo. The spatial distribution of these electrons in the halo is shown in Fig. 1.

On the other hand, energy losses of cosmic ray protons producing high-energy gamma-ray emission are negligible in the Galaxy. They fill the whole volume of the halo and their energy variations there may be caused by variations of boundary conditions at the halo surface.

4. CR SOURCE DISTRIBUTION

As follows from Fig. 1 the mean free path of electrons with energies $E < 1$ MeV is less than several hundred pc even when the diffusion coefficient is as large as $10^{28}\,\mathrm{cm^2/s}$. This means that these electrons have a life-time so short that they remain near their sources and thus occupy the galactic disk

only. This suggest that the spatial distribution of the electrons is at least approximately that of their sources.

In this case spatial propagation is not important for these electrons and eq.(21) has a very simple form

$$\frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{dE}{dt}n\right) = Q(r,E) = Q_1(r)Q_2(E)\,. \tag{27}$$

The solution of eq.(27) is

$$n = \frac{Q_1(r)}{\mid dE/dt \mid}\int\limits_E Q_2(E)dE\,. \tag{28}$$

From eq.(28) we see that the electron distribution in the disk (as well as the gamma-ray emissivity generated by these electrons) is determined by only one(!) unknown parameter $Q_1(r)$. Thus, for low energy gamma-rays $E < 1\,\mathrm{MeV}$ we immediately obtain very important information. The spatial distribution of low energy gamma-rays generated by the electrons is exactly the same as that of their sources: $n(r,E) \propto Q_1(r)$. Thus, the unknown function $Q(r)$ can be determined (if the gas distribution in the disk is known).

The question is whether one could separate emission generated by CR electrons from that of point-like gamma-ray sources. We can assume that their spectra are different. We know from the theory of CR acceleration as well as from radio and gamma-ray observations that spectra of cosmic ray sources are: $Q \propto E^{-2}$ in the relativistic energy range. Then, as follows from eq.(23), the diffuse gamma-ray spectrum distorted by ionization losses in the disk is $I_\gamma \propto E^{-1}$. This gives us a hope of determining an energy interval for the diffuse spectrum which is generated by electron bremsstrahlung. Usually emission from point like-sources is much steeper than E^{-1}, and thus we expect that the energy interval with a flat spectrum is generated by CRs and the energy interval with a steeper spectrum is emitted by point-like sources. Of course, we cannot exclude that the injection spectrum of electrons is very steep at low energies (see e.g. [78]) but from the general point of view we still don't have grounds for assuming an injection spectrum of electrons much steeper than E^{-2}.

Very interesting perspectives can be expected from analyses of the X-ray diffuse emission, $E_\gamma < 100\,\mathrm{keV}$. A part of this emission is supposed to be due to bremsstrahlung losses of nonthermal electrons accelerated in the Galaxy. The mean free path of these electrons in the Galaxy is less than the average distance between supernova shells, in this respect their space distribution is very similar to that of high energy electrons, $E_e > 100\,\mathrm{GeV}$, which are also not able to fill the whole volume of the disk because of synchrotron energy losses (for details of high energy electron propagation see e.g. [79–82]). These low and high energy electrons are distributed only in a small volume surrounding their sources. For

the case of diffuse X-ray emission it means that instead of the disk component we should observe in this energy range a clumpy emission which is generated by these electrons around supernova shells. The sources of cosmic rays could be observed in this case as extended sources of X-ray emission whose size changes with the energy of the X-ray photons. This energy dependence makes it possible to distinguish these cosmic ray sources from "real" discrete X-ray sources which are observed as point-like objects.

5. CR DIFFUSION COEFFICIENT IN THE GALAXY

Electrons with energies higher than 1 MeV have a mean free path larger than the disk thickness. As a result these electrons escape from the galactic disk by diffusion into the halo where their rate of energy loss drops rapidly. They lose their energy mainly in the disk where they spend a small fraction of their life time returning there from the halo by diffusion. The spatial distribution of these electrons in the halo is shown in Fig. 1. As we see the electrons don't reach the halo boundary since they lose almost all their energy. In this respect we notice that the boundary conditions on the surface of the halo are unimportant for these particles and therefore to simplify the computation we can formally remove the halo surface to infinity. As mentioned above, cosmic rays are transfered in the inner part of the halo by diffusion; the convective transport (if present) is not essential there. The equation (21) in this case turns into

$$-\nabla(D\nabla n) - \frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{dE}{dt}n\right) = Q(r,E) \tag{29}$$

with the boundary conditions

$$n = 0 \quad \text{at} \quad r = \infty . \tag{30}$$

As in the case of low energy electrons we have here only one unknown parameter - the diffusion coefficient D (we already know $Q(r)$).

These electrons occupy a part of the halo whose size (apart from the case of low energies) depends on particle energy, the higher the energy of the electrons the larger their halo. This effect has a strong influence on the emissivity gradient generated by these electrons in the disk. For energies higher than 1 MeV the electron halo is more extended than the galactic disk. It means that processes of particle mixing in the halo are more and more important for high energy electrons. These electrons retain some characteristics of their source distribution but the fine structure of the sources is not as important for them as for electrons with energies $\leq$ 1 MeV. The emissivity gradient at higher energies is variable with energy being smoother at high energies.

This effect of the gradient variations could be used to determine the unknown diffusion coefficient D.

6. BOUNDARY CONDITIONS ON THE HALO SURFACE AND GALACTIC WIND TRANSPORT

Gamma-rays with energies higher than 100 MeV are generated by the proton-nuclei component of cosmic rays. The distribution of CR protons in the Galaxy is determined by processes of spatial propagation only. Their energy losses are negligible in the Galaxy. This make them a good indicator of conditions on the halo surface. Their distribution function n satisfies the simplified form of eq.(21)

$$\nabla(un - D\nabla n) = Q(r, E) \tag{31}$$

with the boundary conditions

$$n = ? \quad \text{at} \quad r = R_{\text{h}}. \tag{32}$$

Again we have here only one unknown, the boundary conditions, which is determined either by particle run-away into the Metagalaxy or by convective transport at the periphery of the Galaxy.

In the case when all cosmic rays freely escape into the metagalactic medium from the same boundary, as expected for the static halo, the emissivity gradient does not vary with energy in the energy interval $E_\gamma > 100$ MeV. It is clear from the equation describing the distribution function of CR protons

$$\nabla D \nabla n = -Q(r, E), \tag{33}$$

$$n = 0 \quad \text{at} \quad r = R_{\text{h}}, \tag{34}$$

where the coordinate R_{h} determines the halo boundary.

The analysis is more complex if the emissivity distribution varies with the energy. It means that either cosmic rays run-away into the Metagalaxy from different halo boundaries depending on their energy or that the galactic wind transport is important in the Galaxy.

In the latter case the effective halo boundary of comic rays is determined by the boundary between diffusion and convective transport of cosmic rays (see eq.(20)) which is at the distance R_{c} (see eq.(19)). We see that apart from the case of a static halo here the halo boundary position is energy dependent.

As may follow from the cosmic ray chemical composition the diffusion coefficient D depends on the energy as $D \propto E^{0.6}$. It means that the boundary, from which CR protons are picked up by the wind, slowly moves outward from the galactic plane with energy. As a result the gradient value drops further at high energies (as is clear from the analysis of gamma-ray emission generated by the electron component). The existence of the gradient drop at high energies could be an indication of the reality of the galactic wind.

7. EXTRAGALACTIC GAMMA-RAY FLUX

The spectrum of the extragalactic gamma-ray flux is still unknown. Usually it is accepted that the observed high latitude gamma-ray emission comes from the Metagalaxy but if the Galaxy is surrounded by an extended halo there is a significant isotropic flux of galactic origin and, what we usually determine as a halo component is a rather small anisotropic part of the total emission generated in the halo.

The latitude dependent part of the halo flux seen at medium latitude which does not correlate with the gas column density is a rather small part of the emission generated in the halo.

The spectral index of the halo component equals (2.1 – 2.2) [3] as expected for the metagalactic component (see e.g. [83]). Thus because of the similarity of their characteristics it is difficult to separate the halo and the metagalactic components. Usually the halo emission is estimated from different models of CR propagation and since parameters like the halo scale and the diffusion coefficient are unknown these estimates are model dependent.

From the analysis of gamma-ray data we could determine the thickness of the halo and the diffusion coefficient. Subsequently, the high latitude component of gamma-ray emission of metagalactic origin and its spectrum can be easily defined.

8. FACILITIES OF GAMMA-RAY AND X-RAY TELESCOPES

At present time three satellites are making observations of the gamma-ray and X-ray sky - SIGMA (35 keV – 1.3 MeV (see [84]) GINGA (1–37 keV) [85] (the mission is finished but the data are still analysing) and the COMPTON Observatory[86]. The last one has three telescopes which could in principle obtain a distribution of gamma-ray emission in the disk in a very broad energy range from 50 keV up to 50 GeV: OSSE (50 keV – 10 MeV) [87] , COMPTEL (0.75–30 MeV) [88], EGRET (20 MeV – 50 GeV) [89]. As we mentioned already the starting point of the analysis is the low-energy emission from the disk.

The OSSE collimated scintillation telescope with a field of view $4° \times 11°$ performs observations of the galactic central region in the energy range 50–600 keV [90]. Observations of low energy diffuse galactic gamma-ray emission are complicated by the existance of a large number of discrete sources. The authors used a combination of SIGMA and OSSE data to separate the compact source contribution from the diffuse component. Very promising for the analyses of source distributions in the galactic disk is the future INTEGRAL mission. One can expect that OSSE data in combination with the future experiment IBIS-INTEGRAL [91] data may provide better information on the low energy cosmic ray distribution in the disk. IBIS (15 keV – 10 MeV) has an angular resolution which is comparable to that of SIGMA

(12′ FWHM), but a much higher sensitivity (about $2.5 \cdot 10^{-7}$ ph/cm^2·s·keV at 200 keV) compared to $8 \cdot 10^{-6}$ ph/cm^2·s·keV for SIGMA, and therefore should be able to better separate point sources from diffuse emission.

The OSSE analysis was performed for the central galactic region and for several regions of the galactic plane away from the center (the galactic latitudes $l = 25°$ and 339°). The energy spectrum of the emission was derived for these regions and was found to have a power-law one with the spectral index -2.4 that is softer than predicted from the assumption of a single power-law injection spectrum with the index -2. The observed flux in this case may be due to unresolved sources below the SIGMA detection threshold or diffuse in origin and generated by low energy electron bremsstrahlung.

If the diffuse component is interpreted as bremsstrahlung, the calculated injection spectrum of the electrons would be very steep leading to the estimates of the galactic luminosity as large as $4 \cdot 10^{41}$ erg·s^{-1} [78]. This means that a significant part of the whole energy of supernova explosions ($\sim 40\%$) would be transformed into 100 keV electrons creating significant problems for the theory of cosmic ray acceleration in the Galaxy by supernova shocks.

Even more surprising conclusions follow from the analysis the diffuse hard X ray emission from the disk. About 80% of the flux above 10 keV observed by the Large Area Proportional Counter on board Ginga may have a diffuse origin. Ginga results therefore indicate that the steep nonthermal continuum spectrum derived from OSSE data extends to energies of 10 keV [92].

Skibo et al.[93] assumed that the process most likely to produce this emission is bremsstrahlung of low energy nonthermal electrons. Then a very large power ($\sim 10^{43}$ erg·s^{-1}) is required to maitain the galactic luminosity of these electrons. This value exceeds the total power provided by supernova stars and makes the problem of cosmic ray origin as enigmatic as it was fifty years ago.

COMPTEL, an imaging Compton telescope, has an angular resolution of a few degrees within a broad field-of-view of 1 steradian. The COMPTEL analysis of the diffuse gamma-ray emission so far has been performed only under simplified assumptions (e.g. constant cosmic ray density within the entire galactic plane), hence the possible existence of the gradient has been excluded from the analysis until now. The COMPTEL emission from the disk is well described by bremsstrahlung of relativistic electrons having a single power-law injection spectrum with the spectral index ~ -2 which is distorted in the interstellar medium through ionization energy losses [33].

The COMPTEL analysis of the spatial distribution of the gamma-ray emission in the disk is still not complete.

EGRET is a spark chamber experiment. Within its 0.5 steradian field-of-view it has an angular resolution of typically 1°. The EGRET analysis is most advanced: the spatial distribution of gamma ray emission in the disk was obtained for several energy ranges (see Hunter et al. 1996). Below about 1 GeV the observed spectrum agrees quite well with the calculated spectrum

which originates from electron bremsstrahlung and nuclei-nuclei collisions - the transfer from π^0 gamma-rays to bremsstrahlung gamma-rays is clearly seen in the measured spectrum. Above 1 GeV the observed spectrum, which has a spectral index of about -2.5, is flatter than expected from π^0-production. The origin of this feature is still unknown.

The cosmic ray density gradient is clearly seen in the EGRET data. Digel et al.[74] performed a study of the diffuse gamma-ray emission in the outer part of Galaxy towards molecular complexes, the Cepheus and Polaris Flares in the local arm and the larger molecular complex in the Perseus arm. The total masses of these complexes are known so it was possible from measured gamma ray fluxes in the direction of these objects to estimate a cosmic ray density there. They discovered the evident emissivity decreases by a factor 1.7. They didn't see the enhancement of cosmic rays inside these clouds that follows from the coupling model (see e.g. [94]) which assumes proportionality between gas and cosmic ray densities.

The analysis of Strong and Mattox[35] based on the model of average gas density distribution in the disk also shows a smooth gradient intensity which does not differ from that of COS-B: The energy variation analyses of the gradient are in progress.

Thus, the data which are necessary for the gradient analysis are not yet complete. We expect that the gradient test proposed in this paper will be a research project extending over the next 5 to 10 years.

9. CONCLUSION

The theory of cosmic ray origin is quantitatively incomplete since in practice we don't know with certainty any parameter of cosmic ray propagation in the Galaxy.

Previous attempts to derive these parameters from the observed gamma-ray flux were not very successful since observations were performed in a rather narrow range of relatively high energy gamma-rays. Almost all measurements were performed in the energy range about 100 MeV in which gamma-rays are generated in the disk mostly by cosmic ray protons and nuclei. Analysis at these energies analysis is determined by several unknown parameters and therefore the results on the origin of cosmic rays are unreliable. The interpretation depends on: a) the cosmic-ray source distribution in the disk; b) the extension of the halo in the direction perpendicular to the galactic plane; c) the way by which cosmic rays reach the halo boundary and by which they escape into the metagalactic medium. All these parameters are equally important for the cosmic ray distribution in the Galaxy and all of them are more or less unknown.

In the 1–30 MeV gamma-ray range photons are generated in the disk by electron bremsstrahlung. This range is interesting insofar as it allows one

to analyse cosmic ray propagation in the inner part of the halo. The halo extension and the boundary conditions are inessential for propagation of these electrons since they don't reach the halo boundary because of energy losses. Their distribution depends, however, on two unknown parameters: a) the cosmic-ray source distribution and b) the value of the diffusion coefficient in the inner part of the halo.

The diffuse gamma-ray emission at energies around a few hundred keV is also produced by electron bremsstrahlung but ionization energy losses of these electrons are so high that they fill the galactic disk only. It is clear that not only boundary conditions but processes of spatial propagation are unimportant for the distribution of these electrons in the Galaxy. The spatial gamma-ray distribution around 100 keV practically determines the distribution of cosmic-ray electron sources in the disk. The low energy component therefore plays a key role for an understanding of the cosmic ray origin.

Thus, we can: a) determine the source distribution from the diffuse hard X-ray emission; b) analyse particle propagation in the halo from characteristics of soft diffuse gamma-rays; and c) obtain information about where and how particles escape into the metagalactic medium from gamma-rays with energies $E_\gamma > 100$ MeV.

It is clear that the full set of the parameters can be determined only when the analysis is performed in a very broad energy range. Therefore cooperation in the field of X-ray, gamma-ray, and cosmic-ray astrophysics essential.

In spite of many problems we hope that the gradient test will be performed in the near future. This will make it possible to create a theory of cosmic ray propagation which does not contain free model parameters and makes analyses of observational data more reliable. In the case of positive results these investigations would be one of the most significant achievements of cosmic ray astrophysics.

Acknowledgements

The authors wish to thank Prof.J.Trümper who read this paper and made some comments and Dr.D.Breitschwerdt for useful discussions. They are especially grateful to Th.van Sant whose kind help allowed to improve the text significantly.

VAD acknowledges receipt of the award from the Alexander von Humboldt-Stiftung. This work was prepared during the his visit to Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik (Garching) and he is grateful to his colleagues from this institute for helpful and fruitful discussions.

This work was partly supported by the Government of Russia through the Russian Foundation of Fundamental Research under the grant No. 95-02-06422-a.

REFERENCES

1. Ginzburg V. L., Syrovatskii S. I. *The Origin of Cosmic Rays.* — Pergamon Press, 1964.
2. Dogiel V. A., Ginzburg V. L. // Space Sci. Rev., 1989. V. 49. P. 311.
3. Ginzburg V. L. (ed.). *Astrophysics of Cosmic Rays.* — North-Holland, 1990.
4. Ginzburg V. L. // Nature, 1972. V. 239. P. 8.
5. Ginzburg V. L., Ptuskin V. S. // J. Astron. Astrophys., 1984. V. 5. P. 99.
6. Ozel M. E., Berkhuijsen E. M. // Astron. Astrophys., 1987. V. 172. P. 378.
7. Sreekumar P., Betsch D. L., Dingus B. L., Fichtel C. E., Hartman R. C., Hunter S. D., Kanbach G., Kniffen D. A., Lin Y. C., Mattox J. R., Mayer-Hasselwander H. A., Michelson P. F., von Montigny C., Nolan P. L., Pinkau K., Schneid E. J., Stone R. G., Thompson D. J. // Phys. Rev. Lett., 1993. V. 70. P. 127.
8. Sreekumar P., Betsch D. L., Dingus B. L., Fichtel C. E., Hartman R. C., Hunter S. D., Kanbach G., Kniffen D. A., Lin Y. C., Mattox J. R., Mayer-Hasselwander H. A., Michelson P. F., von Montigny C., Nolan P. L., Pinkau K., Schneid E. J., Thompson D. J., // Astrophys. J., 1992. V. 400. P. L67.
9. Ferrando P., Lal N., McDonald F. B., Webber W. R. // Astron. Astrophys., 1991. V. 247. P. 163.
10. Berezhko E. G., Yelshin V. K., Ksenofontov L. T. // Astroparticle Phys., 1994. V. 2. P. 215.
11. Shklovskii I. S. // Astron. Zh., 1952. V. 29. P. 418.
12. Ginzburg V. L. // UFN (Soviet Physics Uspekhi), 1953. V. 51. P. 343.
13. Earl J. A. // Phys. Rev. Let., 1961. V. 6. P. 125.
14. Meyer P., Vogt R. // Phys. Rev. Lett., 1961. V. 6. P. 193.
15. Landecker T. L., Wielebinski R. // Proc. Astron. Soc. Austral., 1967. V. 1. P. 210.
16. Parker E. N. // Space Sci. Rev., 1969. V. 9. P. 651.
17. Kuznetsov V. D., Ptuskin V. S. // Astrophys. Space Sci., 1983. V. 94. P. 5.
18. Syrovatskii S. I. // Sov. Astron., 1959. V. 3. P. 22.
19. Bulanov S. V., Dogiel V. A., Syrovatskii S. I. // Cosmic Res., 1972. V. 10. PP. 478, 653.
20. Bulanov S. V., Dogiel V. A., Syrovatskii S. I. // Cosmic Res., 1975. V. 13. P. 704.
21. Ekers R. D., Sancisi R. // Astron. Astrophys., 1977. V. 54. P. 973.
22. Webster A. S. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1975. V. 171. P. 243.
23. Bulanov S. V., Syrovatskii S. I., Dogiel V. A. // Astrophys. Space Sci., 1976. V. 44. P. 255.
24. Strong'A. W. // Mon. Not. R. Astron. Soc., 1977. V. 181. P. 311.
25. Felten J. E., Morrison P. // Astrophys. J., 1966. V. 146. P. 686.

26. Fazio G.G., Stecker F.W., Wright J.P. // Astrophys. J., 1966. V.144. P.611.
27. Bhatia V.B., Tandom J.N. // Astrophys. Lett., 1971. V.8. P.99.
28. Worral D.M., Strong A.W. // Astron. Astrophys., 1977. V.57. P.229.
29. Dogiel V.A., Uryson A.V. // Astron. Astrophys., 1988. V.197. P.335.
30. Dobrovolskii S.I., Dogiel V.A. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
31. Fichtel C.E., Simpson G.A., Thompson D.J. // Astrophys. J., 1978. V.222. P.833.
32. Bloemen J.B.G.M., Reich P., Reich W., Schlickeiser R. // Artron. Astrophys., 1988. V.204. P.88.
33. Strong A.W., Benett K., Bloemen H., Diehl R., Hermsen W., Purcell W., Schönfelder V., Stacy J.G., Winkler C., Youssefi G. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
34. Chen A., Dwyer J., Kaaret P. // Astrophys. J., 1996. V.463. P.169.
35. Strong A.W., Mattox J.R. // Astron. Astrophys., 1996. V.308. P.21.
36. Jokipii J.R., Morfill G.E. // Astrophys. J., 1985. V.290. P.L1.
37. Jokipii J.R., Morfill G.E. // Astrophys. J., 1987. V.312. P.170.
38. Dogiel V.A., Gurevich A.V., Zybin K.P. // Astron. Astrophys., 1993. V.268. P.356.
39. Dogiel V.A., Gurevich A.V., Zybin K.P. // Astron. Astrophys., 1994. V.281. P.937.
40. Breitschwerdt D., McKenzie J.F., Völk H.J. // Astron. Astrophys., 1991. V.245. P.79.
41. Breitschwerdt D., McKenzie J.F., Völk H.J. // Astron. Astrophys., 1993. V.269. P.54.
42. Breitschwerdt D., Schmutzler T. // Nature, 1994. V.371. P.774.
43. Zirakashvili V.N., Breitschwerdt D., Ptuskin V.S., Völk H.J. // Astron. Astrophys., 1996. V.311. P.113.
44. Skilling J.A. // Astrophys. J., 1971. V.170. P.265.
45. Wentzel D.G. // Ann. Rev. Astron. Astrophys., 1974. V.12. P.71.
46. Lerche I. // Astrophys. J., 1967. V.147. P.689.
47. Kulsrud R.M., Pearce W.D. // Astrophys. J., 1969. V.156. P.445.
48. Jokipii J.R. // Astrophys. J., 1976. V.208. P.900.
49. Prishchep V.L., Ptuskin V.S. — In: Proc. of 16th Intern. Cosmic Ray Conf., 1979. V.2. P.137.
50. Dogiel V.A., Kovalenko V.M., Prishchep V.L. // Sov. Astron. Lett., 1980. V.6. P.366.
51. Lerche I., Schlickeiser R. // Month. Not. Roy. Astron. Soc., 1982. V.201. P.1041.
52. Webber W.R., Lee M.A., Gupta M. // Astrophys. J., 1992. V.390. P.96.

53. Bloemen J. B. G. M., Dogiel V. A., Dorman V. L., Ptuskin V. S. // Astron. Astrophys., 1993. V. 267. P. 372.
54. Simpson J. A., Garzia-Munoz M. // Space Sci. Rev., 1988. V. 46. P. 205.
55. Prishchep V. L., Ptuskin V. S. // Astrophys. Space Sci., 1975. V. 32. P. 265.
56. Hof M., Golden R. L., Stochaj S. J., Basini G., Bongiorno F., Massimo Brancaccio F., Brunetti M. T., Codino A., Grimani C., Menichelli M., Mitchell J. W., Morselli A., Ormes J. F., Papini P., de Pascale M. P., Pfeifer C., Piccardi S., Pizzola P., Ricci M., Salvatori I., Simon M., Spillantini S., Stephens S. A., Streitmatter R. E., Webber W. R. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V. 2. P. 60.
57. Labrador A. W., Menn W., Barbier L. M., Christian E. R., Divis A. J., Golden R. L., Hof M., Krombel K. E., Mewaldt R. A., Mitchell J. W., Ormes J. F., Reimer O., Schindler S. M., Simon M., Stochaj S. F., Streitmatter R. E., Rasmussen I. L., Webber W. R. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V. 2. P. 64.
58. Badhwar G. B., Stephens S. A. // Phys. Rev. D., 1977. V. 15. P. 1978.
59. Protheroe R. J. // Astrophys. J., 1982. V. 254. P. 391.
60. Barwick S. W., Beatty J. J., Bower C. R., Chaput C., Coutu S., de Nolfo G., Ficenec D., Knapp J., Lowder D. M., McKee S., Müller D., Musser J. A., Nutter S. L., Schneider E., Swordy S. P., Tang K. K., Tarlé G., Tomasch A. D., Torbert E. // Phys. Rev. Lett., 1995. V. 75. P. 390.
61. Golden R. L., Stochaj S. J., Stephens S. A., Aversa F., Barbiellini G., Boezio M., Bravar U., Colavita A., Fratnik F., Schiavon P., Vacchi A., Zampa N., Mitchell J. W., Ormes J. F., Streitmatter R. E., Bellotti R., Cafagna F., Castellano M., Circella M., de Cataldo G., de Marzo C., Giglietto N., Marangelli B., Rainò A., Spinelli P., Bocciolini M., Finetti N., Papini P., Perego A., Piccardi S., Spillantini P., Basini G., Massimo Brancaccio F., Ricci M., Brunetti M. T., Codino A., Grimani C., Menichelli M., Bidoli V., Candusso M., Casolino M., de Pascale M. P., Morselli A., Picozza P., Sparvoli R. // Astrophys. J., 1996. V. 457. P. L103.
62. Timmens F. X., Woosley S. E., Hartman D. H., Hoffman R. D. // Astrophys. J., 1996. V. 464. P. 332.
63. Iyudin A. F., Diehl R., Bloemen H., Hermsen W., Lichti G. G., Morris D., Ryan J., Schönfelder V., Steinle H., Varendorff M., de Vries C., Winkler C. // Astron. Astrophys., 1994. V. 284. P. L1.
64. Dodds D., Strong A. W., Wolfendale A. W. // Mon. Not. R. Astron. Soc., 1975. V. 171. P. 569.
65. Issa M. R., Strong A. W., Wolfendale A. W. // J. Phys. G., 1981. V. 7. P. 565.
66. Bhat C. L., Mayer C. J., Wolfendale A. W. // Nature, 1985. V. 314. P. 511.

67. Bloemen J.B.G.M., Bennett K., Bignami G.F., Blitz L., Caraveo P.A., Gottwald M., Hermsen W., Lebrun F., Mayer-Hasselwander H.A., Strong A.W. // Astron. Astrophys., 1984. V.135. P.12.
68. Bloemen J.B.G.M., Strong A.W., Blitz L., Cohen R.S., Dame T.M., Grabelsky D.A., Hermsen W., Lebrun F., Mayer-Hasselwander H.A., Thaddeus P. // Astron. Astrophys., 1986. V.154. P.25.
69. Strong A.W., Bloemen J.B.G.M., Dame T.M., Grenier I.A., Hermsen W., Lebrun F., Nyman L.-Å., Pollock A.M.T., Thaddeus P.T. // Astron. Astrophys., 1988. V.207. P.1.
70. Stecker F.W., Jones F.C. // Astrophys. J., 1977. V.217, P.843.
71. Ramana Murthy P.V., Wolfendale A.W. Gamma-Ray Astronomy. — Cambridge Univ. Press, 1993.
72. Morfill G.E. // Astrophys. J., 1982. V.262. P.749.
73. Dogiel V.A., Sharov G.S. // Astron. Astrophys., 1990. V.229. P.259.
74. Digel S.W., Grenier I.A., Heithhausen S., Hunter S.D. // Astrophys. J., 1996. V.463. P.609.
75. Hunter S.D., Bertsch D.E., Digel S.W., Esposito J.A., Fichtel C.E., Hartman R.C., Kanbach G., Kniffen D.A., Lin Y.C., Mayer-Hasselwander H.A., Michelson P.F., von Montigny C., Mukherjee R., Nolan P.L., Schneid E., Sreekumar P., Thompson D.J. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
76. Hayakawa S. *Cosmic Ray Physics.* — John Wiley & Sons, 1969.
77. Longair M.S. *High Energy Astrophysics.* — Cambridge Univ.Press, 1992.
78. Skibo J.G., Ramaty R., Purcell W.R. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V.2. P.219.
79. Dorman L.I., Ghosh A., Ptuskin V.S. // Sov. Astron. Lett., 1984. V.10. P.345.
80. Aharonian F., Atoyan A.M., Völk H.J. // Astron. Astrophys., 1995. V.294. P.L41.
81. Nishimura J., Kobayashi T., Komori Y., Tateyama N. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V.2. P.29.
82. Ptuskin V.S., Ormes J.F. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V.2. P.56.
83. Erlykin A.D., Wolfendale A.W. — In: Proc. of 24th Intern. Cosmic Ray Conf., 1995. V.2. P.256.
84. Mandrou P., Roques J.-P., Vedrenne G., Niel M., Paul J., Leray J.-P., Lebrun F., Ballet J., Churazov E., Gilfanov M., Sunyaev R., Bogomolov A., Khavenson N., Tserenin I., Sukhanov K. // Astron. Astrophys. Suppl., 1993. V.97. P.1.
85. Turner M.J.L., Thomas H.D., Patshett B.E., Reading D.H., Makishima K., Ohashi T., Dotani T., Hayashida K., Inoue H., Kondo H., Koyama K., Mitsuda K., Ogawa Y., Takano S., Awaki H., Tawara Y., Nakamura N. // Publ. Astron. Soc. Japan, 1989. V.41. P.345.

86. Gehrels N., Chipman E., Kniffen D.A. // Astron. Astrophys. Suppl., 1993. V. 97. P. 5.
87. Johnson W.N., Kinzer R.L., Kurfess J.D., Strickman M.S., Purcell W.R., Grabelski D.A., Ulmer M.P., Hillis D.A., Jung G.V., Cameron R.A. // Astrophys. J. Suppl., 1993. V. 86. P. 693.
88. Schönfelder V., Aarts H., Bennett K., de Boer H., Clear J., Collmar W., Connors A., Deerenberg A., Diehl R., von Dordrecht A., den Herder J.W., Hermsen W., Kippen M., Kniper L., Lichti G., Lockwood J., Macri J., McConnel M., Morris D., Much R., Ryan J., Simpson G., Snelling M., Stacy G., Steinle H., Strong A., Swanenburg B.N., Taylor B., de Vries C., Winkler C. // Astrophys. J. Suppl., 1993. V. 86. P. 657.
89. Thompson P.J., Bertsch D.L., Hartman R.C., Hofstadter R., Hughes E.B., Hunter S.D., Hughlock B.W., Kanbach G., Kniffen D.A., Lin Y.C., Mattox J.R., Mayer-Hasselwander H.A., von Montigny C., Nolan P.L., Nel H.I., Pinkau K., Rothermel H., Schneid E.J., Sommer M., Sreekumar P., Tieger D., Walker A.H. // Astrophys. J. Suppl., 1993. V. 86. P. 629.
90. Purcell W.R., Bouchet L., Jonson W.N., Jung G., Kinzer R.L., Kurfess J.D., Mandrou P., Roques J.P., Skibo J.G., Vedrenne G. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys., 1996, in press.
91. Winkler C. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
92. Yamasaki N.Y., Ohashi T., Takanara F., Yamauchi S., Kamae T., Kaneda H., Makishima K., Koyama K. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
93. Skibo J.G., Ramaty R., Purcell W.R. (Proc. of 3d COMPTON Symp., München, 1995) // Astron. Astrophys. Suppl., 1996, in press.
94. Fichtel C.E., Kniffen D.A. // Astron. Astrophys., 1984. V. 134. P. 13.

[1]P. N. Lebedev Physical Institute,
Moscow, Russia;
[2]Max-Planck Institut für
extraterrestrische Physik,
Garching, F.R.G.

Поступила в редакцию
23 декабря 1996 г.

УДК 538.945

АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА И ИНДУЦИРОВАННОЕ ОНДУЛЯТОРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

А. А. Андронов, И. М. Нефёдов

Рассмотрены процессы излучения в скрещенных полях, аналогичные излучению в условиях аномального эффекта Допплера, рассмотренному В.Л.Гинзбургом и И.М.Франком в 1947 г. Показано, что в скрещенных полях электрон при аномальном Допплер-эффекте, переходя на более высокий уровень Ландау при излучении, черпает энергию из потенциальной энергии электрического поля. Рассмотрена возможность использования такого излучения для получения индуцированного ондуляторного излучения в системе электронов, дрейфующих поперёк периодического потенциала, и продемонстрировано, что оно может возникать даже при большом разбросе электронов по скоростям. Этот результат представляет интерес для полупроводниковых систем с периодическим потенциалом (сверхрешёток).

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа (см., также [1]) возникла при обсуждении возможности осуществления в скрещенных электрическом E и магнитном H полях индуцированного излучения в ситуации, подобной исследованной в работе [2], где наблюдалось спонтанное излучение горячих носителей в сильном электрическом поле при $H = 0$ в двумерном электронном газе селективно-легированной структуры GaAs–AlGaAs, на поверхности которой был создан периодический потенциал (сверхрешётка) с периодом 500 – 1500 Å. Излучение этого типа — ондуляторное излучение, вызванное осцилляциями электрона при его поступательном движении через периодический потенциал, хорошо известно и исследовано в вакуумной электронике, где оно используется в лазерах на свободных электронах.

Для осуществления стимулированного ондуляторного излучения необходимо создать неравновесное (инвертированное) распределение электронов. В вакуумных лазерах на свободных электронах такое распределение возникает "автоматически" из-за того, что излучение здесь создаётся пучком электронов, который представляет собой неравновесное инвертированное распределение.

В ряде работ по физике горячих носителей в полупроводниках, начиная с работ Восилюса и Левинсона [3], Kurosawa и Maeda [4], авторов настоящей работы, их коллег и других исследователей было продемонстрировано,

что в полупроводниках в скрещенных полях благодаря особенности рассеяния носителей на оптических фононах при низких температурах могут возникать сильно неравновесные и инвертированные распределения горячих носителей пучкового типа. В частности, за счёт таких эффектов были созданы лазеры на горячих дырках Ge (см., например, обзор [5] и специальный выпуск [6]). И первоначальной мотивацией настоящей работы было обсуждение возможности использования такой неравновесности горячих носителей в полупроводниках в скрещенных полях для получения индуцированного излучения горячих электронов, дрейфующих поперёк потенциала сверхрешётки и совершающих ондуляторное движение. Рассуждения были следующими: если в скрещенных полях имеется пучкообразное распределение, то, рассматривая сначала случай, когда частота излучения ω существенно выше циклотронной частоты электронов ω_c, а период потенциала сверхрешётки d значительно меньше радиуса циклотронного вращения, мы можем приближённо пренебречь кривизной электронных траекторий в скрещенных полях. Тогда, как легко показать (см. ниже), условием возникновения индуцированного излучения (отрицательной проводимости) является превышение скорости дрейфа электронов v_d эффективной фазовой скорости $v_p = \omega/q$, где $q = 2\pi/d$ — волновое число потенциала сверхрешётки, плюс малый тепловой "разброс" v_T дрейфующих электронов: $v_d > v_T$. Последнее условие является существенным для полупроводников (в отличие от вакуумных лазеров на свободных электронах) и возникает из-за того, что потенциал сверхрешётки представляет собой стоячую волну; взаимодействие электромагнитного поля и дрейфующих электронов со встречной бегущей гармоникой волны потенциала всегда приводит к поглощению (встречная гармоника является "быстрой" по отношению к пучку). Хотя условие $v_d > v_T$ и может быть выполнено в полупроводниках, оно является достаточно серьёзным ограничением. Дальнейший анализ показал, что процесс излучения в скрещенных полях, ответственный за индуцированное излучение в этих условиях, аналогичен излучению в условиях аномального эффекта Допплера — излучению при движении источника (осциллятора) со скоростью, большей фазовой скорости волны, расмотренного впервые Гинзбургом и Франком в 1947 г. [7], и возникла весьма простая картина процессов излучения, которая, насколько известно авторам, до сих пор не обсуждалась.* Если в случае обычного аномального эффекта Допплера невозбуждённый осциллятор излучает за счёт эффекта "отдачи", черпая энергию из поступатель-

*Процессы этого типа известны исследователям, занимающихся вакуумной электроникой СВЧ, в связи с электронными приборами в скрещенных полях (магнетронного типа), работающих на частотах, резонансных с частотой циклотронного резонанса и её гармоник, и рассматривались даже в учебниках по вакуумной электронике СВЧ (см., например, [8]). В тоже время в среде физиков, насколько можно судить, эти эффекты не обсуждались.

ного движения, то в случае дрейфового движения в скрещенных полях при излучении в условиях аномального эффекта Допплера "нераскрученный" электрон черпает энергию излучения из потенциальной энергии постоянного электрического поля. Причём, оказалось, что в скрещенных полях можно легко "развязать" по частотам вклад попутных и встречных гармоник потенциала, тем самым, вообще говоря, избавиться от требования малого разброса в пучке.

Рассматриваемое здесь излучение при аномальном Допплер-эффекте в скрещенных полях интересно с точки зрения общей картины процессов излучения и, как ясно из вышеизложенного, представляет интерес для получения индуцированного излучения (отрицательной проводимости) пучками электронов с немалым разбросом по скоростям. Возможно, что с этой точки зрения рассматриваемая ситуация в скрещенных полях могла бы представлять интерес не только для указанного случая индуцированного излучения в полупроводниковых сверхрешётках, но и в других случаях, например, в газовой (космической) плазме, где приходится иметь дело с электронными пучками с не малым тепловым разбросом скоростей.

План изложения следующий. В разд. 2 содержится напоминание о процессах излучения в условии аномального эффекта Допплера и даётся анализ аналогичных процессов излучения в скрещенных полях. В разд. 3 приводятся результаты аналитических расчётов проводимости системы электронов в скрещенных полях при наличии периодического потенциала в квазиклассическом случае. В разд. 4 (Заключение) подводится общий итог работы.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ "СВЕРХСВЕТОВОМ" ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим процессы излучения электрона или свободно двигающегося в магнитном поле, или совершающего дрейфовое движение в скрещенных электрическом и магнитном полях. Наша главная цель — обсудить излучение в скрещенных полях, поскольку первый случай достаточно подробно обсуждался в литературе (см., например, [9, 10]). Однако с методической точки зрения сначала полезно напомнить и этот, первый, случай. Мы будем рассматривать здесь лишь кинематику процессов излучения, для исследования которой достаточно рассмотреть законы сохранения энергии и импульса при излучении:

$$\epsilon - \epsilon' = \hbar\omega, \quad \vec{p} - \vec{p}' = \hbar\vec{q}. \tag{1}$$

Здесь ϵ и $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ — энергия и импульс электрона до излучения, $\vec{k}$ — волновой вектор электрона, ω — частота, а $\vec{q}$ — волновой вектор электромагнитной волны, величины со штрихом — энергия и импульс после излучения, $\hbar$ — постоянная Планка.

Следует подчеркнуть, что в рамках кинематического рассмотрения законы сохранения (1) описывают не только излучение электрона в электромагнитную волну с заданными ω и $\vec{q}$, но и излучение электромагнитной волны электроном *в присутствии периодического потенциала.* В этом случае $\vec{q}$ — это одна из бегущих гармоник периодического потенциала (предполагается, конечно, что волновым вектором электромагнитной волны здесь можно пренебречь). Таким образом, кинематики, так сказать, "прямого" и ондуляторного излучений могут быть рассмотрены единым образом. Конечно, интенсивности этих излучений определяются совершенно разными параметрами.

Итак, имея ввиду вышесказаное, рассмотрим сначала условия, при которых электрон, движущийся в магнитном поле, может излучать волну с частотой ω и волновым вектором $\vec{q}$. Мы будем считать электрон нерелятивистским. В этом случае в калибровке Ландау для магнитного поля, направленного вдоль оси z, с векторным потенциалом этого поля вдоль оси x, энергия электрона ϵ и его волновая функция ψ выражаются следующим образом:

$$\epsilon = \hbar\omega_c(N + 1/2) + \hbar^2 k_z^2/2m^*, \tag{2}$$

$$\psi = \exp(ik_y y + ik_z z)\varphi_N(x - x_c). \tag{3}$$

Здесь m^* — масса эллектрона, N — номер уровня Ландау, k_z, k_y — компоненты волнового вектора электрона, $\varphi_N(x)$ — волновая функция гармонического осциллятора. $x_c = -\lambda^2 k_y$ — положение центра осцилляторной функции, $\lambda = \sqrt{e\hbar/cH}$ — магнитная длина.

Рассмотрим теперь излучение электрона. Поскольку в выражение для энергии (2) не входит k_y, частота излучения не зависит от k_y и q_y. Изменение y-компоненты волнового вектора электрона, вызванное излучением электромагнитной волны с импульсом $\hbar q_y$, приводит лишь к изменению положения центра осцилляторной части волновой функции на величину:

$$\Delta x_c = -\lambda^2 q_y, \tag{4}$$

не меняя величины энергии.

Из законов сохранения (1) получаем

$$\omega = \omega_c(N - N') + q_z p_z/m^* + \hbar q_z^2/2m^* \tag{5}$$

или, в классическом пределе $\hbar \to 0$,

$$\omega = \omega_c S + q_z p_z/m^* = S\omega_c + q_z v_z, \tag{6}$$

где $S = N - N'$ — изменение номера уровня Ландау при излучении, $v_z = p_z/m^*$ — скорость электрона вдоль магнитного поля. Так как $\omega > 0$, то $S < 0$ (т.е. *увеличение номера уровня Ландау при излучении*) возможно

лишь при $q_z v_z > \omega$ или, точнее, при $q_z v_z > \omega_c$; другими словами, для возникновения такого излучения *необходимо*, чтобы скорость электрона вдоль магнитного поля, по крайней мере, была больше фазовой скорости: $v_z > v_p = \omega/k_z$. Излучение с $S < 0$ и есть излучение *при аномальном эффекте Допплера.* На рис. 1 представлена полная картина процессов излучения электрона: при нормальном ($N, S > 0$) и аномальном ($A, S < 0$) эффектах Допплера и при излучении черенковского типа ($C, S = 0$), когда в классическом случаи $\omega = q_z v_z$. Мы видим, что если электроны находятся лишь на нижнем уровне Ландау и излучение при $S < 0$ возможно, то оно (излучение) происходит из населённого состояния в пустое — т.е. излучение происходит при инверсии населённостей. Именно по этой причине аномальный эффект Допплера и является перспективным процессом для создания индуцированного излучения поступательно двигающимися "нераскрученными" электронными пучками (см., в частности, [10]).

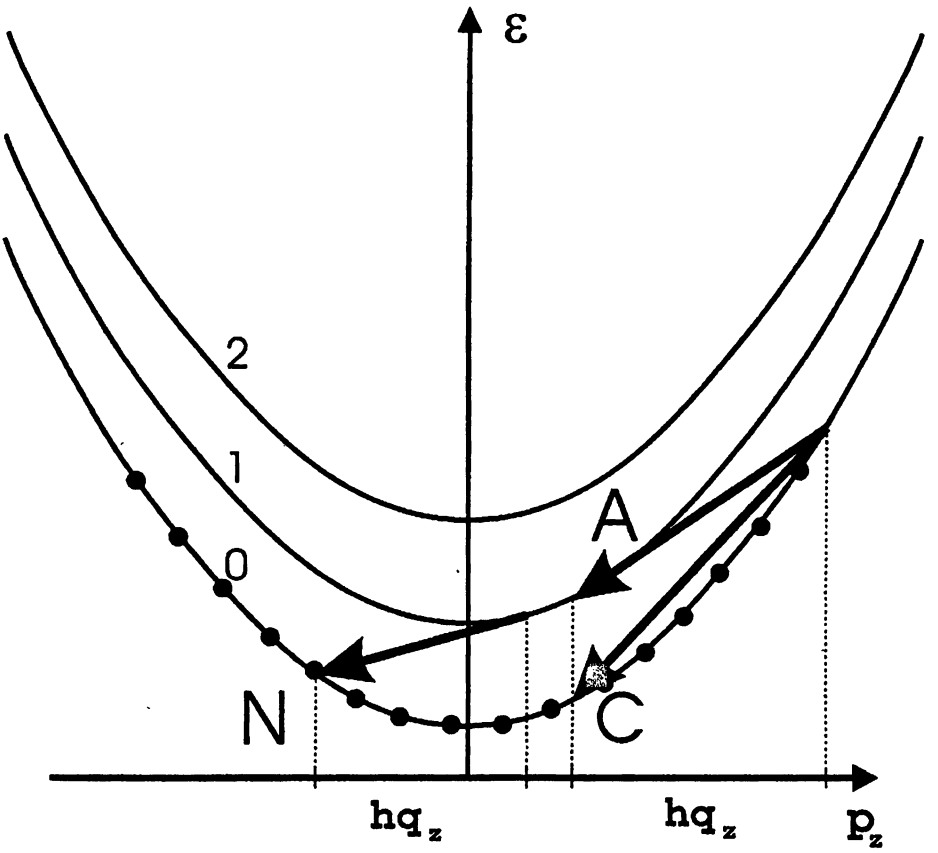


Рис. 1. Уровни энергии электрона в магнитном поле (уровни Ландау) в функции продольного импульса и процессы излучения при нормальном (N) и аномальном (A) Допплер-эффекте и при излучении черенковского типа (C); $\Delta x_c = -\lambda^2 q_y$.

Рассмотрим теперь процессы излучения в скрещенных полях. Так как дрейфовое движение электрона в этом случае идёт поперек магнитного поля, нам следует рассмотреть излучение такого дрейфующего электрона в электромагнитную волну, распространяющуюся также поперёк магнитного поля. Поэтому в дальнейшем мы предположим, что в волне $q_z = 0$, и, следовательно, поступательная энергия движения электрона вдоль магнитного поля не изменяется при излучении, и мы не будем её рассматривать. Пусть электрическое поле направлено вдоль оси x, так что электрон дрейфует в скрещенных полях со скоростью

$$\vec{v}_d = c[\vec{E} * \vec{H}]/H^2, \tag{7}$$

направленной по оси y.

При прежней геометрии полей $\vec{H}, \vec{A}$ ($\vec{H} \parallel \vec{z}, \vec{A} \parallel \vec{x}$ и для поля $\vec{E}$, направленного вдоль оси x) волновая функция электрона будет определяться той же формулой из (3), но с другими выражениями для энергии электрона и для положения центра осцилляторной функции. А именно (ср., например, [11]):

$$\epsilon = \hbar\omega_c(N + 1/2) + \hbar^2 k_z^2/2m^* + m^* c^2 (E/H)^2 + eEx_c. \tag{8}$$

Здесь опять N — номер уровня Ландау; положение центра осцилляторной волновой функции теперь даётся выражением $x_c = -\lambda^2 k_y - eE\lambda^2/\hbar\omega_c$. Мы видим, что теперь энергия электрона зависит и от k_y, изменение которого в процессе излучения на величину q_y должно давать вклад в величину излучаемого кванта, т.к. изменение k_y приводит к "перескоку" центра осцилляторной функции электрона на величину Δx_c, даваемой формулой (4), что в свою очередь, из-за наличия электрического поля, приводит к изменению энергии.

Из законов сохранения (1) получаем следующие выражение для частоты излучения:

$$\omega = v_d q_y + S\omega_c. \tag{9}$$

Здесь опять S — это разность номеров уровней Ландау до и после излучения: $S = N - N'$. И опять, как и в случае "классического", стандартного, аномального Допплер-эффекта, S может быть отрицательной (т.е. электрон возбуждается при излучении, переходя вверх по уровням Ландау), если скорость дрейфа $v_d > v_p = \omega/q_y$. Или, по другому, если квант энергии, связанный с "отскоком" электрона в пространстве, вызванным излучением импульса $\hbar q_y$, превышает энергию циклотронного кванта, т.е. если:

$$eE\Delta x_c = \hbar v_d q_y > \hbar\omega_c. \tag{10}$$

На рис. 2 приведены уровни Ландау, построенные в точках на оси x, на расстоянии Δx_c) и приведена картина процессов при нормаль-

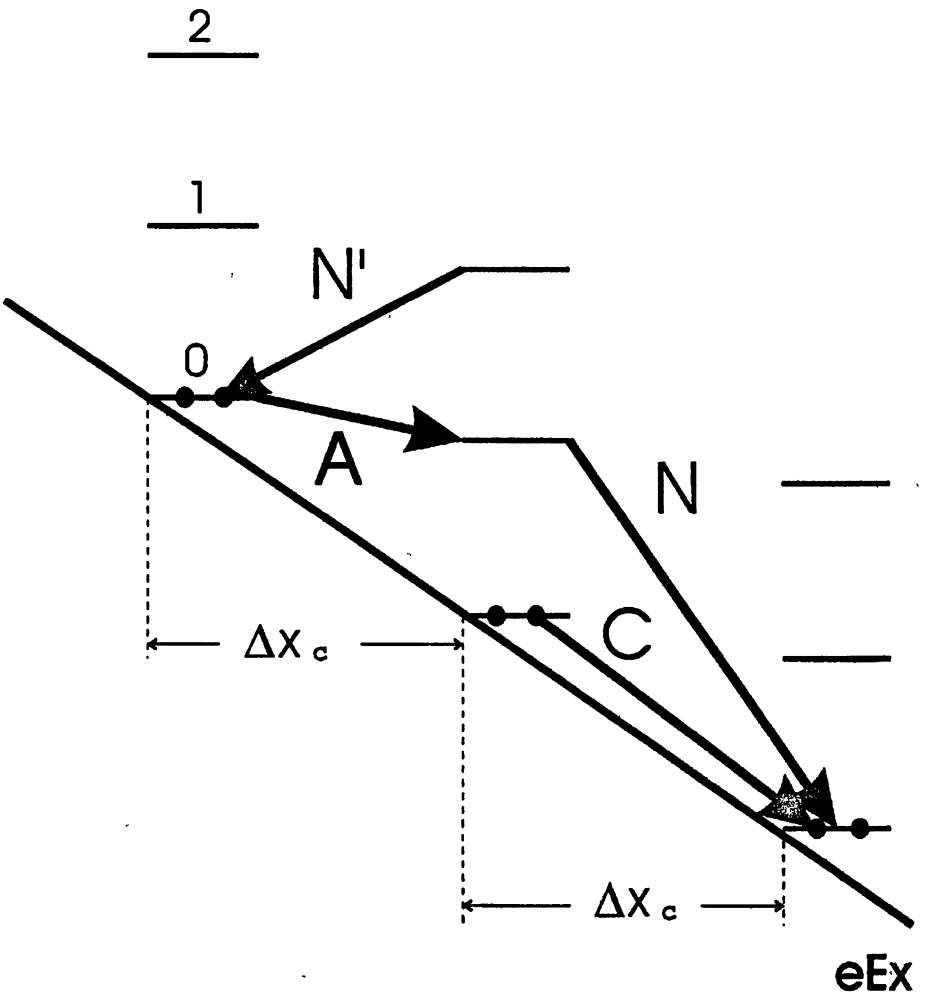


Рис. 2. Энергия электрона в скрещённых полях в функции координаты вдоль электрического поля. Показаны уровни Ландау в точках, отстоящих на расстояние, определяемое "отскоком" центра электронного состояния при излучении импульса $\hbar q_y$. Показаны процессы излучения при нормальном (N, попутная волна, N', встречная волна) и аномальном (A, попутная волна) эффектах Допплера; C — излучение черенкоского типа — процесс, использующийся в магнетронах.

ном ($S > 0, N, N'$) и аномальном ($S < 0, A$) эффектах Допплера и при излучении черенковского типа ($S = 0, C$); в последнем случае энергия кванта излучения просто равна энергии, получаемой при отскоке, так что частота даётся условием Черенкова $\omega = q_y v_d$. Как ясно из проведённого обсуждения и рис. 2, в условиях, когда заселён только один нижний уровень Ландау, "аномальный " переход на верхние уровни Ландау является переходом из заселённого состояния в пустое, т.е. переходом при инверсии населённости, в полной аналогии с тем, что было рассмотрено при стандартном аномальном эффекте Допплера (рис. 1). И опять, как

и при стандартном аномальном эффекте, такая ситуация является перспективной для получения индуцированного излучения и отрицательной проводимости (см. ниже). Конечно, надо иметь ввиду, что, если Δx_c существенно превышает магнитную длину λ, волновые функции начального и конечного состояний слабо перекрываются и вероятности соответсвующих процессов существенно уменьшаются.

Таким образом, в скрещенных полях электрон при аномальном процессе излучения черпает энергию из потенциальной энергии электрического поля, т.е. так, как это происходит в вакуумных электронных приборах магнетронного типа. Процессы индуцированного излучения в магнетронах не затрагивают переходы между уровнями Ландау, являются процессами черенковского типа ($S = 0$) и соответствуют просто "перескокам" вниз по потенциалу без изменения номера уровня Ландау на величину Δx_c под действием электромагнитной волны с энергией кванта в точности равной энергии, получаемой при перескоке: $\hbar\omega = eE\Delta x_c$ (переход C на рис. 2 — см. в этой связи [12]). Видно, что в магнетроне переход происходит между состояниями *с одинаковой населённостью*, но под действием неоднородной (поверхостной) электромагнитной волны; при взаимодействии с однородной (плоской) волной вероятности таких переходов равны нулю. Направление передачи энергии в магнетроне (от электромагнитной волны или к ней) зависит от того, как по отношению к потоку электронов неоднородна волна: если она "прижата" к аноду, благодаря замедляющей системе на аноде, то электроны отдают энергию волне — магнетрон "работает". Если же замедляющая система на катоде — магнетрон не будет "работать". Таким образом, магнетрон относится к безынверсионным системам с отрицательной проводимостью; аналогичная ситуация возникает при транспорте в полупроводниковых сверхрешётках (ср. в этой связи [13]).

3. ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПРИ ОНДУЛЯТОРНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В СКРЕЩЕННЫХ ПОЛЯХ

Как было отмечено во Введении, настоящая работа возникла из рассмотрения возможности осуществления индуцированного ондуляторного излучения в полупроводниковых системах с периодическим потенциалом (сверхрешётках). Причём, речь идёт именно об ондуляторном излучении, а не об излучении в медленную волну, поскольку в полупроводниковых системах трудно рассчитывать на существование замедленных слабозатухающих волн, тогда как создать периодический потенциал сравнительно легко.

В этом разделе мы рассмотрим условия и преимущества систем с ондуляторным индуцированным излучением в скрещенных полях по сравнению с системами со свободно двигающимися электронами, прежде всего, с

точки зрения влияния на условия возникновения индуцированого излучения (отрицательной проводимости) разброса электронов по скоростям, поскольку в полупроводниковых системах трудно ожидать малого разброса. По-видимому, аналогичная постановка об индуцированном ондуляторном излучении в скрещенных полях в вакуумной электронике не представляет большого интереса. Возможно, что изложенное ниже могло бы представлять интерес с точки зрения плазменной электроники и для анализа неустойчивостей в космических условиях; в этих случаях, конечно, целесообразно рассматривать не ондуляторное индуцированное излучение, а индуцированное излучение замедленных волн.

Для анализа указанных вопросов мы рассмотрим условия возникновения отрицательной проводимости в системе электронов, дрейфующих со скоростью v_d поперёк (по y) периодического синусоидального потенциала

$$U = U_0 \cos(q_0 y). \tag{11}$$

Мы будем считать, что электроны имеют в дрейфующей системе координат максвелловское распределение с температурой T_e, которая и характеризует разброс по скоростям. Для нахождения проводимости такой системы в однородном электрическом поле электромагнитной волны можно воспользоваться разными подходами. Мы воспользуемся выражением для вероятности перехода электрона в единицу времени под действием однородного переменного электрического поля, которое получается во втором порядке квантово-механичекой теории возмущений по величине периодического потенциала U_0 и которое используется в теории поглощения оптического излучения в полупроводниках свободными носителями при участии фононов (см., например, [14]; эта вероятность с учётом заполнения электронных состояний легко преобразуется в выражение для проводимости. Не приводя здесь соответствуюший вывод (чтобы не загромождать изложение), приведём лишь результат расчёта проводимости σ для переменного поля на частоте ω, направленного по оси y (вдоль дрейфа), единственная неисчезающая компонента тензора проводимости в указанном приближении, и только для случая, когда постоянные поля отсутствуют: соответствующее выражение физически абсолютно прозрачно. А затем, мы "догадаемся", как должно быть модифицировано это выражение при наличии полей. Указанная проводимость $\sigma = \sigma_{yy}$ при отсутствии полей это

$$\sigma = \frac{\pi U_0^2 e^2}{4\omega^3 m^{*2}} \sum_q 2 \sum_k (n_k - n_{k+q}) q^2 \delta(\epsilon_k + \hbar\omega - \epsilon_{k+q}). \tag{12}$$

Здесь n_k — числа заполнения электронов ($2\Sigma n_k = N_0$, N_0 — концентрация электронов, множитель 2 - из-за спина); $\delta(\epsilon_k + \hbar\omega - \epsilon_{k+q})$ — функция Дирака, выражающая закон сохранения энергии и импульса в отсутствии полей. Суммирование идёт по всем волновым векторам электронов k и по

двум $q = \pm q_0$, соответствующим двум бегущим гармоникам потенциала (11).

Таким образом, проводимость пропорциональна разности населённостей нижнего и верхнего состояний, ответственных за излучение кванта $\hbar\omega$, и пропорциональна квадратам U_0 и q, т.е. квадратам матричных элементов взаимодействия с периодическим потенциалом и с электромагнитным полем; последний, фактически, пропорционален передаваемому импульсу q.

Далее мы рассмотрим классический предел ($\hbar \to 0$), т.е. случай, когда $\hbar q_0 \ll p$, $\hbar\omega \ll \epsilon$. В этом пределе мы можем заменить разность чисел заполнения на производную, а закон сохранения энергии и импульса записать приближенно как

$$\epsilon_k + \hbar\omega - \epsilon_{k+q} = \hbar(\omega - \vec{q}\vec{v}). \tag{13}$$

Вводя одномерную функцию распределения по скоростям

$$f(v_y) = \frac{2m^*}{(2\pi\hbar)^3} \int n_k dp_x dp_z, \quad \int f(v_y) dv_y = N_0$$

и электрическое поле периодического потенциала E_0 ($q_0 U_0 = eE_0$), мы получим чисто классическое выражение:

$$\sigma = -\frac{\pi e^4 E_0^2}{4\omega^3 m^{*3}} \sum_q \int q \frac{\partial f}{\partial v_y} \delta(\omega - q v_y) dv_y. \tag{14}$$

Таким образом, в классическом пределе проводимость определяется суммой (по $q = \pm q_0$) произведений значений производных от одномерной функции распределения на величину волнового числа при резонансных значениях скорости $v_y = \omega/q$. Схема одномерных функций распределения и резонансных значений скорости для дрейфующей со скоростью v_d системы электронов с малым и большим разбросами по скоростям дана на рис. 3. Поскольку для "встречной" ($q < 0$) гармоники периодического потенциала — гармоники, бегущей против дрейфа: $q\partial f/\partial v_y < 0$, при большом разбросе по скоростям суммарная по q проводимость положительна. При малом же разбросе вклад встречной гармоники несущественен и для $\omega/q < v_d$ проводимость $\sigma < 0$.

Если, как мы предполагали, взять дрейфующее максвелловское распределение $f(v_y) = (N_0/\sqrt{2\pi k T_e/m^*}\exp(-(v_y - v_d)^2/2kT_e)$, то можно получить явное выражение для σ:

$$\sigma = \sigma_0[F_+(\Omega) + F_-(\Omega)], \tag{15}$$

где $\sigma_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{eE_0}{\omega}^2\right)\left(\frac{e^2 N_0}{m^*\omega}\right)\frac{\kappa}{m^* T_e}$, $\Omega = \omega/\omega_d$, $\omega_d = q_0 * v_d$, $\kappa = v_d/v_T$, $v_T = \sqrt{2kT_e/m^*}$, функции $F_\pm = (\Omega \mp 1)\exp(-\kappa^2(\Omega \mp 1))$, F_+ определяет

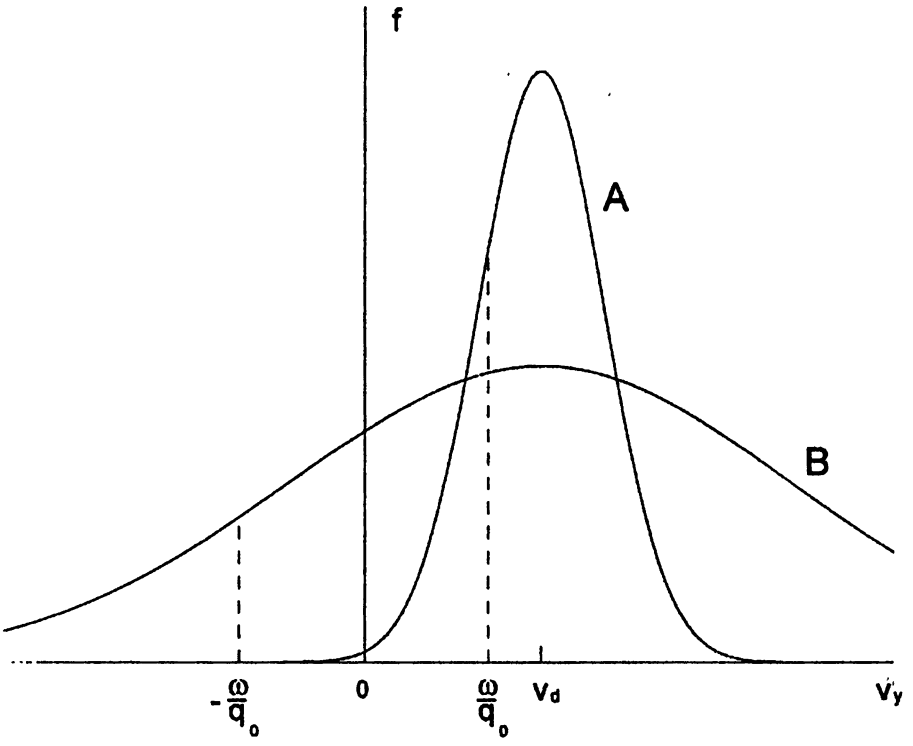


Рис. 3. Функция распределения электронов по скоростям вдоль направления дрейфа при малом (A) и большом (B) разбросе по скоростям; показаны резонансные значения скорости $v_y = \pm\omega/q_0$, которые определяют проводимость.

вклад "попутной" гармоники потенциала, а F_- — встречной, $F_+ < 0$ для $\Omega < 1$. Из (15) следует, что $\sigma < 0$ только для $\kappa > 1/\sqrt{2}$.

Рассмотрим теперь, что произойдёт в аналогичной ситуации в скрещенных полях. Если магнитное поле слабое, так что $\omega_c \ll \omega_d$ и $v_T, v_d \gg 2\pi\omega_c/q_0$, то можно поступить следующим образом. Поскольку последние неравенства означают, что электрон на длине волны периодического потенциала движется почти прямолинейно, нам следует лишь учесть изменение спектра излучения в соответствии с (5), считая, что выражения (14), (15) для σ в отсутствие полей определяют огибающую этого спектра. Такой подход приближённо годится и при нарушении указанных условий. Согласно (5), для двух бегущих гармоник потенциала с $q = q_0$ и $q = -q_0$ мы имеем две серии *дискретных частот*:

$$\omega = \omega_+ = S\omega_c + q_0 v_d = S\omega_c + \omega_d \tag{16}$$

для попутной дрейфу гармоники с $q = q_0$ и

$$\omega = \omega_- = S\omega_c - q_0 v_d = S\omega_c - \omega_d \tag{17}$$

для встречной гармоники с $q = -q_0$. Частоты ω_+ с $S < 0$ соответствуют аномальному Допплеру, т.е. условию $\omega/q_0 < v_d$ ($\Omega < 1$), и отрицательной проводимости.

Теперь, вместо выражения (14) для σ при учёте полей мы можем приближенно написать:

$$\sigma = -\frac{\pi e^3 E_0^2 e^2}{4\omega^3 m^{*3}} \sum_q \sum_S \omega_c \delta(S\omega_c + qv_d - \omega) \int q \frac{\partial f}{\partial v_y} \delta(qv_y - \omega) dv_y. \qquad (18)$$

Здесь $\sum_S$ вместе с $\sum_q$ означает суммирование по спектру излучения в скрещенных полях, определяющееся δ-функцией $\delta(S\omega_c + qv_y - \omega)$, область суммирования по S определяется условием положительности частоты ω. При переходе к пределу $\omega_c \to 0$, когда $\sum_S \omega_c \approx \int d(S\omega_c)$, мы получаем старый результат (14).

Чтобы получить более реалистичный ответ, мы можем (должны) учесть ещё (лоренцовское) уширение δ-функций в (18) (за счёт столкновений) с частотой ν. Теперь в безразмерных переменных вместо (15) мы получим

$$\sigma/\sigma_0 = \pi \sum_S \frac{\gamma}{\gamma^2 + (S\beta + 1 - \Omega)^2} F_+(\Omega) + \pi \sum_S \frac{\gamma}{\gamma^2 + (S\beta - 1 - \Omega)^2} F_-(\Omega). \qquad (19)$$

Здесь $\beta = \omega_c/\omega_d$, $\gamma = \nu/\omega_d$, а знак (+), как и в (15), соответствует попутной, а (-) — встречной гармоникам потенциала; суммирование по S идёт в области $\Omega > 0$, т.е. в первой сумме $S > -1/\beta$.

На рис. 4 даны зависимости безразмерной проводимости при $\Omega < 1$ от безразмерной циклотронной частоты β для электронов с малым (A) и большим (B) разбросами по скоростям. Мы видим, что в скрещенных полях происходит концентрация спектра проводимости к частотам, определяемым выражениями (16),(17); причём, поскольку в области частот $\omega < \omega_d$ ($\Omega < 1$) частоты $\omega = \omega_- = S\omega_c - q_0 v_y$, соответствующие нормальному эффекту Допплера и встречной гармонике $S > 0, q < 0$, на которых проводимость положительна, и частоты $\omega = \omega_+ = S\omega_c + q_0 v_y$, соответствующие аномальному эффекту Допплера и попутной гармонике $S < 0, q > 0$, где проводимость отрицательна, вообще говоря, не совпадают, полная отрицательная проводимость оказывается возможной (при малом ν) и в случае большого разброса. Если же эти частоты совпадают (как при $\beta = 0.2$ на рис. 4), то в случае большого разброса положительный вклад в проводимость нормального Допплер-эффекта ($S > 0, q < 0$) преобладает. Для малого же разброса вклад нормальнного эффекта Допплера просто несуществен при $\Omega < 1$.

Таким образом, ондуляторное индуцированное излучение в скрещенных полях интересно тем, что может возникать и в системе дрейфующих электронов с большим по сравнению со скоростью дрейфа разбросом по

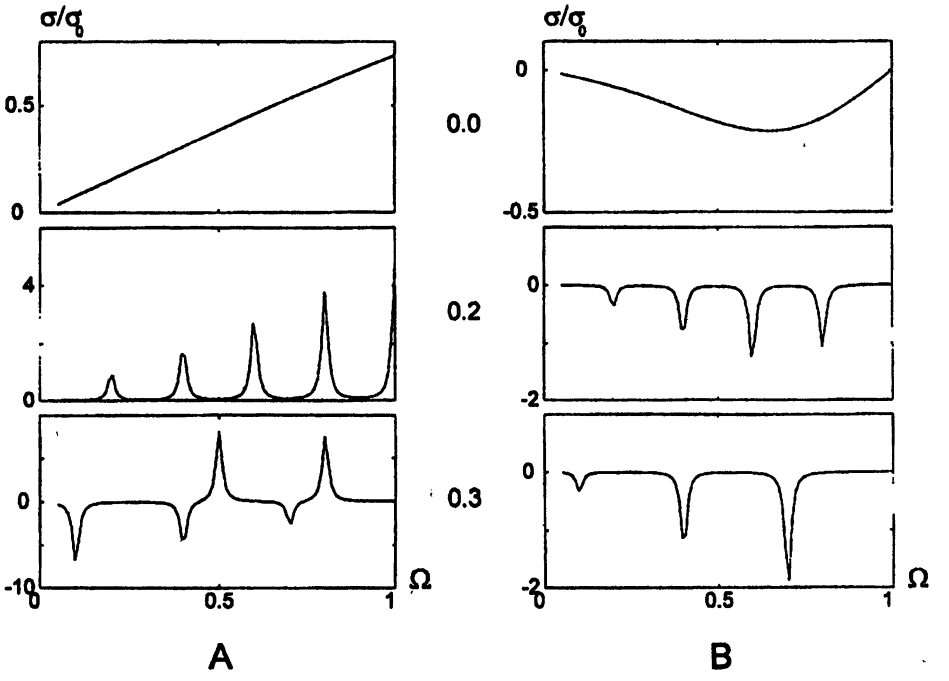


Рис. 4. Изменение проводимости системы электронов в скрещенных полях, дрейфующих поперек периодического потенциала с ростом магнитного поля для случая малого ($\kappa = 0{,}5$) (A) и большого ($\kappa = 2$) (B) разбросов по скоростям; $\nu = 0{,}01\omega_d$; цифры — значения $\beta = \omega_c/\omega_d$.

скоростям. Такая ситуация представляет интерес прежде всего для полупроводниковых систем, где фактически невозможно создать ситуацию с малым разбросом. С другой стороны, в полуповодниковых системах с периодическим потенциалом (сверхрешётках) в скрещенных полях имеются дополнительные усложняющие факторы (холловское поле, сильное рассеяние на оптических фононах при высокой энергии и др.), которые препятствуют возникновению отрицательной проводимости. Обсуждение всех этих проблем выходит за рамки настоящей работы. Отметим только, что наши попытки найти области $\sigma < 0$ для модели двумерного электронного газа в системе на основе *GaAs* (которая исследовалась в работе [2]) в рамках прямого квазиклассического моделирования динамики и рассеяния электронов не привели пока к выделению случая, где надёжно можно ожидать $\sigma < 0$. По-видимому, это связано с тем, что при слабом периодическом потенциале и реально не малом рассеянии (фактически, включающем рассеяние на оптических фононах) нерезонансное столкновительное поглощение давит отрицательную проводимость; увеличение же периодического потенциала приводит к сложной динамике электронов, что изменяет приведённую выше картину. По-видимому, условия для $\sigma < 0$ следует

ожидать в ультраквантовом пределе, когда $\hbar\omega_c \approx kT, \hbar q_0 \approx m^* v_d$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы рассмотрели процессы излучения в скрещенных полях, аналогичные излучению в условиях аномального эффекта Допплера, рассмотренному Гинзбургом и Франком в 1947 г. Оказалось, что в скрещенных полях электрон при аномальном Допплер-эффекте, переходя на более высокий уровень Ландау при излучении, черпает энергию из потенциальной энергии электрического поля. Мы рассмотрели возможность использования такого излучения для получения индуцированного ондуляторного излучения и продемонстрировали, что оно может возникать даже в системе дрейфующих электронов с большим разбросом по скоростям.

Авторы благодарны Э. Горнику (E.Gornik) и В. Хейссу (W.Heiss) за сотрудничество и Н. Ф. Ковалёву, М. И. Петелину и Д. И. Трубецкову за замечание, отражённое в сноске. Работа выполнена при поддержке Грантов: РФФИ № 95-02-05863а, МНТП "Физика микроволн" № 3-17, МНТП "Физика твёрдотельных наноструктур" № 1-064/3 и INTAS № 94-842.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andronov A, Gornik E, Hess W, Nefedov I. — In: Hot carriers in semiconductors /Eds. K. Hess, J. P. Laburton, V. Ravaioli. — New Jork - London: Plenum Press. 1996. P. 611.
2. Wirner C., Kiener C., Boxleiter W., Witcany M., Gornik E., Voge P., Böhm G., Weimann G. //Phys.Rev.Let., 1993. V. 70. P. 2609.
3. Восилюс И. И., Левинсон И. Б. //ЖЭТФ, 1967. V. 52. С. 1013.
4. Maeda H., Kurosawa T. //J. Phys. Soc. Jap., 1972. V. 33. P. 562.
5. Андронов А. А. //ФТП, 1987. Т. 21. С. 1153.
6. Optical and Quantum Electronics, 1991, V. 23. № 2.
7. Гинзбург В. Л., Франк И. М. //ДАН СССР, 1947. V. 56. P. 583.
8. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчёта в электронике СВЧ. — М.: Изд. Сов. Радио, 1970.
9. Гинзбург В. Л. //УФН, 1996. Т. 166. С. 1057.
10. Андронов А. А., Железняков В. В., Петелин М. И. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1964. Т. 7. С. 251.
11. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. — М.: Наука, 1978.
12. Абубакиров Э. Б., Петелин М. И. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1983. Т. 26. С. 1141.

13. Andronov A, Nefedov I. — In: Hot carriers in semiconductors /Eds. K. Hess, J. P. Laburton, V. Ravaioli. — New Jork - London: Plenum Press. 1996. P. 153.
14. Зеегер К. //Физика полупроводников. — М.: Мир, 1977.

Институт физики микроструктур
РАН, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

ANOMALOUS DOPPLER EFFECT AND INDUCED UNDULATOR RADIATION IN CROSSED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS

A. A. Andronov, I. M. Nefedov

We consider the radiation processes in crossed fields similar to the radiation under the condition of the anomalous Doppler effect being considered by V.L.Ginzburg and I.M.Franck in 1947. It is shown, that in crossed fields an electron in the anomalous Doppler effect, passing at a higher Landau level takes during the radiation the energy from the electric field potential energy. A possibility is considered for the use of such a radiation to obtain the induced undulator radiation in the system of electrons drifting transverse the periodic potential and it is shown, that it can occur even at a large spread of electrons over velocities. This result is of importance for semiconducting systems with a periodic potential (supergrids).

УДК 533.951, 537.868

ИСКУССТВЕННАЯ ФОКУСИРУЮЩАЯ СИСТЕМА В ИОНОСФЕРЕ

Л. М. Ерухимов, Н. А. Митяков, Ю. В. Токарев

Предложен метод создания искусственной фокусирующей радиоволны системы в E-слое ионосферы на основе рекомбинационного эффекта, путём создания "бубликообразной" в двумерном и "двухполосного" в одномерном случаях области возмущения в ионосфере. Путём соответствующей реконструкции антенной системы стенда "Сура" осуществлено "двухполосное" возмущение ионосферы. С помощью наблюдений на космическом аппарате NASA WIND осуществлён первый эксперимент по диагностике фокусирующей ионосферной системы.

ВВЕДЕНИЕ

В 1960 г. Гинзбург и Гуревич [1] впервые указали на возможность создания в F–области ионосферы локальных областей с пониженной плотностью плазмы за счёт нагрева её мощными пучками радиоволн. Позднее Блиох и Брюховецкий [2] предложили использовать этот эффект для образования ионосферной линзы, фокусирующей на поверхности Земли декаметровое радиоизлучение слабых космических дискретных источников. Далеко не случайно идея создания искусственной радиоастрономической антенны, которой был захвачен инициатор строительства нагревных стендов в Горьком (Нижнем Новгороде) Г. Г. Гетманцев, была положена в основу исследований эффектов воздействия мощным радиоизлучением на ионосферу. Эти исследования проводились под руководством Г. Г. Гетманцева, начиная с 1973 г. после завершения строительства первого исследовательского стенда "Зименки" [3], позволившего получить уникальные результаты по искусственной ионосферной турбулентности [4], по искусственным квазипериодическим неоднородностям ионосферы [5, 6], обнаружить и изучить характеристики искусственного низкочастотного радиоизлучения, вызванного модуляцией ионосферных токовых ситем [7, 8].

Ввод в строй уникального исследовательского стенда "Сура", который по праву может носить имя одного из первых Горьковских учеников В. Л. Гинзбурга — Г. Г. Гетманцева (которому в этом году исполнилось бы 70 лет), существенно расширил возможности исследований. Однако изучение искусственной линзы как фокусирующей, так и дефокусирующей, занимало при этом достойное место среди остальных работ на стенде. Большой вклад в эти исследования внесла группа Игнатьева [9], а также

группа московских и горьковских исследователей во главе с А. В. Гуревичем, впервые указавшим на возможность образования за счёт рекомбинационной нелинейности (на высотах 100–170 км) области повышенной плотности плазмы, т.е. дефокусирующей рекомбинационной линзы, которая была экспериментально обнаружена в [10].

Вместе с тем, использование ионосферной фокусирующей системы для целей радиоастрономии натолкнулось на ряд трудностей, связанных прежде всего с появлением неустойчивостей (в первую очередь, неустойчивости самофокусировочной), возникающих в слое F ионосферы из-за термодиффузии нагретых областей плазмы и приводящих к сильному рассеянию радиоволн на неоднородностях с горизонтальными масштабами в сотни и тысячи метров.

Поскольку, такие процессы не столь существенны в области E, то дальнейшие предложения по созданию фокусирующей системы можно было бы связать либо со специальными режимами нагрева плазмы, при которых образование более мелких неоднородностей слоя затруднено, либо попытаться превратить дефокусирующую рекомбинационную линзу в фокусирующую. В частности, одним из авторов настоящей статьи(Л. М. Ерухимовым) было предложено путём использования нескольких разнесённых нагревных антенн образовать систему типа "бублика" или двух полос (в одномерном случае) с дефицитом плотности плазмы в центре системы. Однако, как оказалось, один из вариантов такой системы можно создать и путём специальной фазировки передающей антенны стенда "Сура".

Ниже мы приводим результаты расчётов, которые легли в основу создания такой системы, а также результаты первых измерений, выполненных с помощью приёма излучения стенда "Сура" на космическом аппарате NASA WIND в совместных исследованиях по изучению околоземной плазмы [11].

ПРИНЦИП СОЗДАНИЯ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ, ОСНОВАННОЙ НА РЕКОМБИНАЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Антенная система стенда "Сура" представляет собой фазированную антенную решётку диапазона 4,6–9,3 МГц, состоящую из 144 скрещенных вибраторов, расположенных на площади 300 × 300 м^2. Антенна может работать как на приём, так и на передачу сигналов обыкновенной и необыкновенной поляризаций. Предусмотрено отклонение главного лепестка диаграммы направленности антенны на угол ±45° в плоскости магнитного меридиана путём соответствующей фазировки каждого из 12 рядов диполей. Диаграмма направленности типа "бублик" в такой системе получается путём запитки в противофазе центральной части антенны и её периферийной части. Последнее легко реализовать, если "перекрестить" симметричные фидерные линии, идущие от отдельных диполей

антенны. В этом случае на оси главного лепестка антенны излучение отсутствует и оказывается сосредоточенным около образующей конуса с раскрывом $2\theta_m = 2\arcsin\frac{6{,}4}{kd}$, где k — волновое число, а d — размер антенной решётки. На средней частоте рабочего диапазона антенны $\theta_m \approx 9°$. При этом, на высотах E-слоя ионосферы формируется бубликообразное распределение температуры электронов T_e и плотности N плазмы с радиусом $\sim$ 16 км. Разбивая апертуру антенны на два одинаковых прямоугольника и запитывая их в противофазе, можно достичь раздвоения главного луча исходной диаграммы на два лепестка с расстоянием между ними $2\arcsin\frac{4{,}4}{kd}$ (на частоте 6,5 МГц $2\theta_m \sim 13°$). При этом на высотах E-области формируются две нагретые области повышенной плотности плазмы, имитирующие одномерную фокусирующую линзу.

Следует отметить, что противофазная запитка отдельных элементов антенной решётки не отражается на качестве согласования антенны с передатчиками и не нарушает функционирования имеющейся системы наклона оси пучка радиоволн на $\pm 45°$.

Как известно, идеальная линза с квадратичным распределением фазового пути волны

$$L = \int n dz; \qquad n = n_0 + \Delta n \frac{\rho^2}{\rho_0^2}, \tag{1}$$

где ρ — расстояние от оси пучка радиоволн, имеет фокусное расстояние

$$R_f = \left(\frac{d^2 L}{d\rho^2}\right)^{-1} \tag{2}$$

и коэфициент усиления по интенсивности

$$\eta = \frac{I}{I_0} \simeq \left[\left(1 - \frac{r'}{R_f})^2 + D^2\right)\right]^{-\gamma}, \tag{3}$$

где $r' = r_0 r_1 / R$, $R = r_0 + r_1$, r_0 — расстояние от точки наблюдения до линзы, r_1 — расстояние от линзы до точки наблюдения (при $r_1 \gg r_0$, $r' \simeq r_0$), волновой параметр $D = 4r'/k\rho^2$ определяет диффракционное ограничение на интенсивность фокусировки, а фактор $\gamma = 1/2$ для одномерной и 1 — для двумерной линз. Полагая условно, что линза расположена на высоте $z = 120$ км, а радиус квадратичного участка равен $\rho_0 = 6{,}5$ км, получаем максимальный фактор усиления $\eta \simeq 20$ для одномерной и около 400 – для двумерной линз. Касаясь реализации этих предельных значений усиления, приведем простейшую оценку для $\frac{r'}{R_f}$:

$$\frac{r'}{R_f} = \frac{\omega_e^2 \Delta r}{2\omega_t^2 \rho_0^2} \frac{E^2}{E_p^2}, \tag{4}$$

где ω_e — плазменная частота слоя E, Δr — эффективная толщина линзы, E — величина возмущающего поля волны, а E_p — величина плазменного поля и ω — частота фокусируемой волны. При этом учтено, что при высокочастотном нагреве относительное возмущение плотности $\Delta N/N \simeq \Delta T_e/2T_e \simeq E^2/2E_p^2$.

Отметим, что на частотах, существенно превышающих гирочастоту ω_b электронов, отношение r'/R_f не зависит от частоты, так как $E_p \succ f^2$ и $\rho_0 \succ f^{-2}$. Полагая плазменную частоту слоя E $f_{0E} \simeq 3$ МГц, а частоту фокусируемой волны примерно равной частоте волны нагревной: $f_t \simeq f_h = 8$ МГц, для $\Delta z = 50$ км, $z_0 = 120$ км, $\rho_0 = 5$ км и $E^2/E_p^2 \simeq 0{,}1$ получаем $r'/R_f \simeq 1$.

Более строгие оценки для вертикального пучка радиоволн, проведённые с учётом реальной антенной системы стенда "Сура", приводят к следующим значениям r'/R_f:

$$\frac{r'}{R_f} = \frac{P_{ef,\text{МВт}}}{\beta} \exp(-\Gamma) \left(\frac{8}{f_{t,\text{МГц}}}\right)^2 \left(\frac{f_{0E,\text{МГц}}}{3}\right)^2, \qquad (5)$$

где β равно 100 и 300 соответственно для одномерной и двумерной линз (здесь $P_{ef} = PG$ — эффективная мощность стенда "Сура"в режиме синфазной антенны с коэффициентом усиления антенны G, а фактор $\exp(-\Gamma)$ характеризует величину поглощения в слое D ионосферы). Выражение (5) получено без учета самофокусировочного изменения поперечника пучка мощной волны, что вполне допустимо при $r' \simeq R_f$ и при небольших толщинах линзы. Заметим также, что в приведённых рассуждениях для простоты пренебрегалось непараболичностью линзы, которая, в частности, может привести к наклону фокальной оси линзы и аберрации.

Исходя из проведённых рассуждений и была осуществлена модификация антенной системы стенда "Сура" с целью проверки возможности создания подобным образом фокусирующей структуры в слое E ионосферы на основе рекомбинационной нелинейности.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ДИАГНОСТИКЕ ЛИНЗЫ

Тестовые эксперименты по проверке предлагаемой методики создания искусственной линзы в E-слое ионосферы были выполнены 17 ноября 1996 г. Два передатчика стенда "Сура" в режиме когерентного сложения излучаемой волны использовались для нагрева E-слоя на частоте 9,075 МГц с мощностью каждого $P_0 = 220$ кВт. Фидерные линии каждого ряда соответствующих двух секций передающей антенны были сфазированы для создания двугорбой диаграммы направленности, симметричной относительно плоскости сканирования луча, совпадающей с плоскостью

местного магнитного меридиана. Третий передатчик стенда использовался для диагностики линзы путём её просвечивания пробной волной той же частоты, что и частота излучения, которая использовалась для нагрева ионосферы. Мощность передатчика пробной волны была равна 220 кВт, что с учётом коэффициента усиления использованной части антенны давало эффективную мощность излучения, равную 10 МВт. С целью дополнительного уменьшения возмущающего воздействия на E-слой длительность импульсов его излучения была в три раза меньше, чем у нагревного модуля.

В такого рода единичных тестовых экспериментах важно получить значительное превышение диагностического радиоизлучения над уровнем шума. Для этого мы воспользовались благоприятными возможностями, открываемыми международной кооперацией по исследованию околоземной плазмы и солнечного ветра методом декаметрового радиопросвечивания на трассе Земля — WIND. Космический аппарат NASA WIND был запущен в космос в ноябре 1994 г. и в настоящее время функционирует на эллиптических орбитах с перигеем 20 и апогеем до 240 радиусов Земли. Аппарат оснащён, в частности, многоканальным радиоприёмником RAD-2 с полосой приёма 1–14 МГц. Эксперименты по облучению WIND сигналами стенда "Сура" проводятся с лета 1995 г. За это время накоплен богатый материал по условиям трансионосферного прохождения КВ радиоизлучения в разных геофизических условиях. Благодаря большой эффективной мощности "Суры" и относительно высокой чувствительности RAD-2 (10^{-20} Вт/м^2·Гц), превышение сигналов стенда над уровнем шумов, определяемым на траекториях WIND в основном космическим радиофоном, не опускается ниже 15 дБ даже вблизи апогея [12].

По согласованию с NASA было принято решение использовать WIND в обсуждаемом эксперименте. Приёмник RAD-2 был переведён в одномодовый режим для приёма сигналов пробного передатчика на частоте 9,075 МГц с временем интегрирования 20 мс и частотой выборки 15,8 Гц.

В день эксперимента WIND находился от Земли на расстоянии 175 тыс. км и проходил через плоскость сканирования диаграммы антенны "Суры" при возвышении в 44° над горизонтом в 07:42 LT. Критические частоты ионосферных слоёв E и F2 над Васильсурском составляли 1,4 и 3,6 МГц, их высоты были равны 110 и 270 км, соответственно. Лучи всех трёх секций антенны были ориентированы в направлении зенитного угла $z = 40$ угл. град. на юг (предельный угол сканирования луча для антенно-фидерной системы стенда). Нагревные передатчики работали на частоте 9,075 МГц в режиме непрерывного излучения в течение 1 мин; после их запирания в эфир на 20 сек выходил пробный передатчик; этот цикл повторялся каждые 80 сек, начиная с 06:50 до 08:30 LT. Наблюдался утренний рост критических частот слоёв E и F2 ионосферы: с 07:00 до 08:00 LT частота f_{0E} возросла с 1,1 до 1,6 МГц, частота f_{0F2} — с 3,2 до

3,9 МГц.

По расчётам размер одномерной линзы на высотах E-слоя ионосферы (область параболической зависимости показателя преломления в азимутальном направлении) должен был составлять ~ 9 км, что примерно вдвое меньше расстояния между максимумами температуры, сформированными "нагревной" антенной (рис. 1). Ширина луча антенны пробного передатчика по половине мощности составляла 6,2° (лучи 1 и 4). При этом пробные волны, ограниченные лучами 2 и 3, на расстоянии 2,2° от плоскости магнитного меридиана проходят через фокусирующую линзу и создают на высотах $z \gtrsim 300$ км возмущение в области F; излучение вне этого интервала практически не испытывает воздействия линзы (см. рис. 1).

Полученные на RAD-2 данные были обработаны с целью выделения сигналов пробного передатчика. Их интенсивность, усреднённая по интервалам работы пробного передатчика, приведена на рис. 2 (сплошная ломаная кривая). Здесь же представлен ожидаемый отклик RAD-2 для сигналов пробного передатчика в условиях невозмущённой ионосферы. При его построении использовались результаты предыдущих экспериментов по облучению WIND сигналами стенда "Сура" без дополнительного нагрева ионосферы.

Как видно из рис. 2, осциллограмма интенсивности пробных сигналов, несмотря на достаточно сильные флуктуации, показывает увеличение сигнала в области главного луча и в районе симметричных первых боковых лепестков. Основное отличие от ожидаемого отклика состоит в наличии на экпериментальной осциллограмме провала (с двумя боковыми пиками) вместо предсказанного максимума. Отношение измеренной и ожидаемой интенсивности сигнала достигает здесь 13 дБ и это различие вряд ли можно объяснить случайными факторами.

ДИСКУССИЯ

При образовании одномерной фокусирующей линзы в случае, когда пробный сигнал не мог бы вызвать дополнительного воздействия на ионосферную плазму, можно было бы ожидать следующее распределение интенсивности сигнала на высоте расположения WIND.

В случае, когда фокусное расстояние системы $R_f \geq r'$, при прохождении WIND через ось линзы должно наблюдаться увеличение уровня принимаемого на WIND сигнала, симметрично спадающее по обе стороны от оси. Если же $R_f \leq r'$, то вследствие "перефокусировки" вблизи космического аппарата на оси линзы должно наблюдаться уменьшение уровня пробного сигнала с двумя симметричными всплесками при удалении от оси (см. рис. 1).

Такой же эффект будет иметь место и в ситуации, в которой сфокусированный в слое F ионосферы пробный сигнал не будет слабым и в ограни-

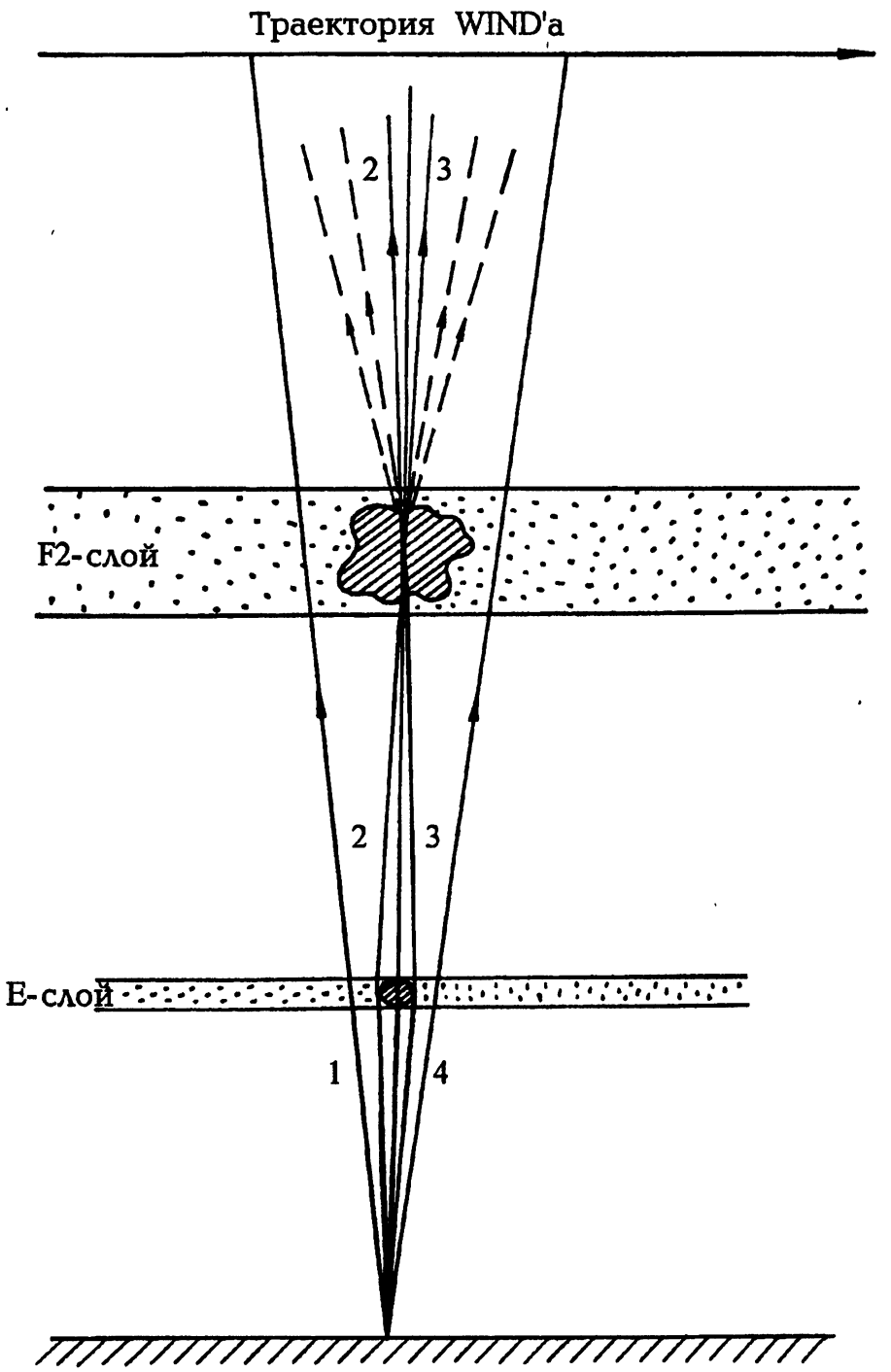


Рис. 1. Геометрия лучей пробного передатчика. Заштрихованы область фокусирующей линзы E-слоя (наклонная штриховка) и возмущённая область в F2-слое (вертикальная штриховка). Штрихпунктирные линии — рассеянное в F2-слое излучение.

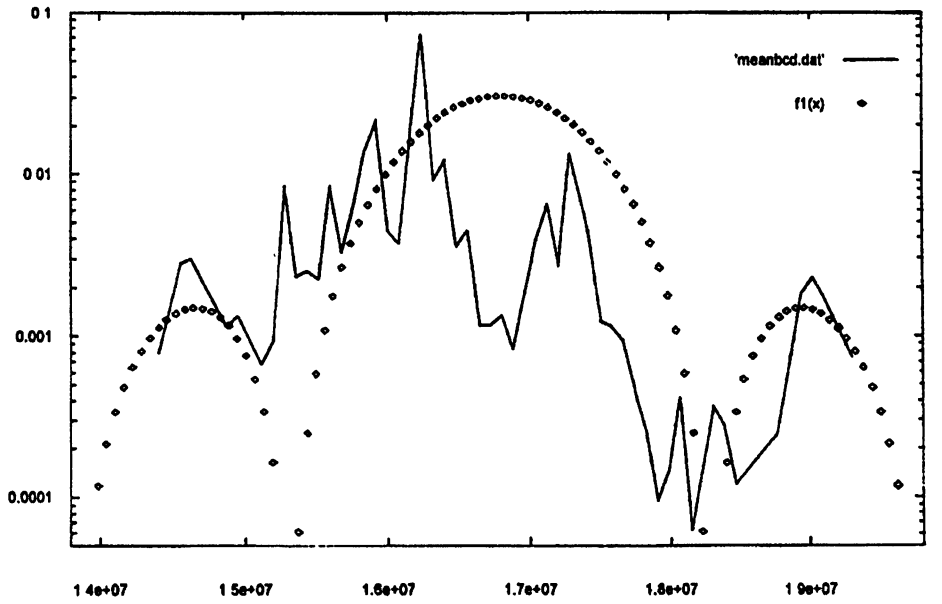


Рис. 2. Осциллограммы регистрации сигналов пробного модуля "Суры" на космическом аппарате WIND в сеансе 17 ноября 1996 г. (см. текст): ▬ — экспериментальные данные, ◇◇◇ — ожидаемые значения. Вертикальная ось — интенсивность сигналов (в отн. ед.), горизонтальная ось — UT (мс).

ченной области вблизи фокуса развовьётся самофокусировочная неустойчивость. Тогда осциллограмма сигнала, рассеянного на искусственных неоднородностях, сосредоточенных в ограниченной области пространства, будет иметь наблюдаемую форму с двумя симметричными максимумами.

Скорее всего в данной ситуации имели место оба эффекта. Чтобы отделить эффект рассеяния достаточно записать сигнал при различных мощностях пробного сигнала. Интересно также варьировать фокусное расстояние линзы путём изменения мощности возмущающей ионосферу волны. В данном эксперименте ни одно из указанных действий осуществить было нельзя из-за ограниченности времени его проведения. Оценки, однако, показали, что в условиях эксперимента мы имели дело со случаем перефокусировки ($R_f \leq r_0$). При этом, асимметрию максимума было бы заманчиво связать с увеличением критической частоты слоя F, то есть с уменьшеним R_f со временем.

К каким же дополнительным возможностям приведёт использование указанной фокусирующей системы, особенно если будут разработаны способы её контроля? Кроме указанного во Введении применения системы в целях декаметровой радиоастрономии (оценки показывают, что использование линзы позволяет увеличить число наблюдаемых в настоящее время

на частотах ниже 10 МГц источников в десятки раз) фокусирующая система позволяет:
– Увеличить потенциал воздействия на верхние слои ионосферы, не только фокусируя излучение на высотах слоя F, но и ликвидируя паразитное уменьшение мощности волны накачки, вызванное в ряде экспериментов неконтролируемым влиянием дефокусирующей рекомбинационной линзы. Кроме того, результаты проведённого эксперимента увеличивают возможности создания областей с обеднённой плотностью — искусственных ионосферных резонаторов, способных аккумулировать энергию.
– Увеличить потенциал радарных устройств при радиолокации объектов ближнего космоса; особый интерес здесь представляют работы по радиолокации солнечного ветра [13] и солнечной короны с целью диагностики геоактивных солнечных транзиентов (первые эксперименты по обнаружению радиоэха Солнца в декаметровом диапазоне — на частоте 9 МГц с использованием стенда "Сура" и Харьковского телескопа УТР-2 были прроведены летом 1996г. объединённой группой исследователей США, Нидерландов, Украины и России).

Авторы глубоко признательны Российскому Фонду Фундаментальных Исследований за посильную финансовую поддержку данной работы (грант РФФИ No 9618659а). Использованные в статье результаты эксперимента не могли быть также получены без участия группы, обеспечивающей программу наблюдений на космическом аппарате NASA WIND, за что авторы статьи им глубоко благодарны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В.Л., Гуревич А.В. // УФН, 1960. Т.70. Вып.2. С.201; УФН, 1960. Т.70. Вып.3. С.393.
2. Блиох П.В., Брюховецкий А.С. // Геом. и аэрон., 1969. Т.9. No 3. С.545.
3. Гетманцев Г.Г., Комраков Г.П., Коробков Ю.С., Мироненко Л.Ф., Митяков Н.А., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю., Фролов В.Л., Череповицкий В.А. // Письма в ЖЭТФ, 1973. Т.18. С.621.
4. Ерухимов Л.М., Метелев С.А., Мясников Е.Н., Митяков Н.А., Фролов В.Л. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т.30. No 2. С.208.
5. Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Гетманцев Г.Г., Игнатьев Ю.А., Комраков Г.П. // Письма в ЖЭТФ, 1975. Т.22. No 10. С.497.
6. Belikovich V.V., Benediktov E.A., Terina G.I. // J. Atm. Terr. Phys., 1986. V.48. No 11-12. P.1247.
7. Гетманцев Г.Г., Зуйков Н.А., Котик Д.С., Мироненко Л.Ф., Митяков Н.А., Рапопорт В.О., Сазонов Ю.А., Трахтенгерц В.Ю., Эйдман В.Я. // Письма в ЖЭТФ, 1974. Т.20. С.229.

8. Беляев П.П., Котик Д.С., Митяков С.Н., Поляков С.В., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т.30. No 2. С.248.
9. Бенедиктов Е.А., Гончаров Н.П., Игнатьев Ю.А., Матюгин С.Н., Шавин П.Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1984. Т.27. No 1. С.12.
10. Бойко Г.Н., Васьков В.В., Голян С.Ф. и др. // Письма в ЖЭТФ, 1984. Т.39. No 11. С.533.
11. Erukhimov L.M., Komrakov G.P., Mityakov N.A., Tokarev Yu.V., Kaiser M.L., and Rodriquez P. — In: Abstracts of IEEE AP-S International Symposium and URSI North American Radio Science Meeting, Montreal, Canada. Yuly 13-18, 1997.
12. Klooster C.G.M. et. al. // Preparing for the Future, 1995. V.5. No 4. P.1.
13. Genkin G.G., Erukhimov L.M., Tokarev Yu.V. — In: Proc. of the III Syzdal URSI Symposium of Modification of the Ionosphere by Powerful Radio waves (ISIM-3), Syzdal, Russia. Sept. 9–13, 1991. P.171.

Научно–исследовательский
радиофизический институт,
Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
30 декабря 1996 г.

ARTIFICIAL FOCUSING SYSTEM IN THE IONOSPHERE

L. M. Erukhimov, N. A. Mityakov, Yu. V. Tokarev

A method is suggested for creation of an artificial focusing radio wave of the system in E layer of the ionosphere on the basis of the recombination effect by production of "bagel-shaped" in two-dimensional and "two-band" in one-dimensional cases of the disturbing region in the ionosphere. By the corresponding reconstruction of the antenna system of "Sura" facility we made "two-band" disturbance of the ionosphere. The first experiment on the diagnostics of the focusing ionospheric system has been performed by observations with the help of the NASA WIND cosmic equipment.

УДК 533.951

О РАСПРОСТРАНЕНИИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕРХНИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ГИРОТРОПНОЙ ПЛАЗМОЙ

В. В. Тамойкин, П. В. Цыганов

В настоящей работе рассмотрено распространение электромагнитных волн сверхнизкочастотного диапазона в волноводе, заполненном магнитоактивной плазмой, на основе более общего (по сравнению с приближением идеальной магнитной гидродинамики) приближения одноосного кристалла. Получены формулы для фазовых и групповых скоростей обыкновенной (магнитозвуковой) и необыкновенной (аналога волны Альфвена в МГД приближении) волн и показано, что выход за рамки МГД приближения приводит к конечной (ненулевой) скорости распространения энергии необыкновенной (в пределе альфвеновской) волны вдоль волновода. Найдены также возможные триплеты волноводных мод, удовлетворяющих условиям синхронизма. Для волн с указанными характеристиками возможно трёхволновое резонансное параметрическое и нелинейное взаимодействие, в результате которого происходит эффективное преобразование СНЧ излучения по спектру.

Известно, что распространение электромагнитных волн сверхнизкочастотного (СНЧ) диапазона в магнитоактивной плазме можно с большой точностью описывать с помощью уравнений идеальной магнитной гидродинамики. Соответствующее приближение получило название МГД приближения и справедливо, когда частота волны мала по сравнению с гирочастотой ионов плазмы (см. подробнее [1]). При этом в холодной плазме распространяются две волны, одна из которых является изотропной модой (магнитный звук), а другая — анизотропной (волна Альфвена), причём групповая скорость альфвеновской волны направлена строго вдоль силовых линий внешнего магнитного поля [1]. В работе [2] в МГД приближении рассмотрено распространение ЭМ волн СНЧ диапазона в плоском волноводе с идеально проводящими стенками, заполненном гиротропной плазмой, и показано, что в условиях, альфвеновские волны могут существовать лишь в виде стоячих волн с дискретными частотами, т.е. имеется определённая аналогия с колебаниями струны, закреплённой на двух концах.

В настоящей работе распространение волн СНЧ диапазона рассмотрено на основе более общего (по сравнению с МГД) приближения одноосного кристалла. Получены формулы для фазовых и групповых скоростей обыкновенной (магнитозвуковой) и необыкновенной (аналога волны Альфвена в МГД приближении) волн и показано, что выход за рамки МГД

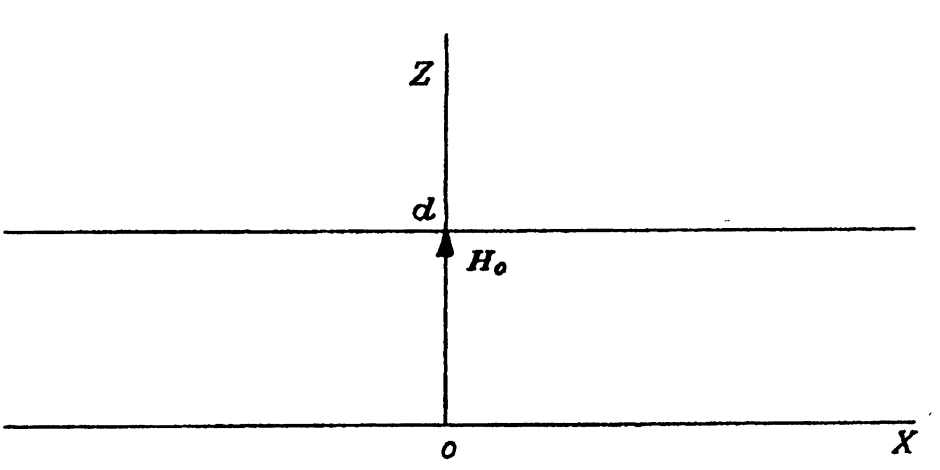


Рис. 1. Геометрия задачи.

приближения приводит к конечной (ненулевой) скорости распространения энергии необыкновенной (в пределе альфвеновской) волны вдоль волновода. Найдены также возможные триплеты волноводных мод, удовлетворяющих условиям синхронизма. Это означает, что для таких волн возможно трёхволновое резонансное параметрическое и нелинейное взаимодействие, в результате которого должно происходить эффективное преобразование СНЧ излучения по спектру.

1. НОРМАЛЬНЫЕ МОДЫ СНЧ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ С ГИРОТРОПНОЙ ПЛАЗМОЙ

Рассмотрим плоский волновод ($\partial/\partial y \equiv 0$) с идеально проводящими стенками (при $z = 0, d$), заполненный гиротропной плазмой. Внешнее магнитное поле $\mathbf{H}_0$, перпендикулярно к стенкам (см. рис. 1). В общем случае распространение монохроматических электромагнитных волн с частотой ω в холодной магнитоактивной плазме с осью Oz, параллельной вектору напряжённости магнитного поля $\mathbf{H}_0$, описывается тензором диэлектрической проницаемости

$$\hat{\epsilon} = \begin{vmatrix} \epsilon(\omega) & ig(\omega) & 0 \\ -ig(\omega) & \epsilon(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \eta(\omega) \end{vmatrix}, \qquad (1)$$

где выражения для $\epsilon(\omega)$, $g(\omega)$ и $\eta(\omega)$ при учёте движения как электронов, так и ионов и столкновений между частицами (для частично ионизованной плазмы) можно найти в [1]. Ввиду их громоздкости они не приводятся. Укажем лишь, что для полностью ионизованной плазмы при пренебрежении столкновениями между частицами и выполнении неравенств (СНЧ

диапазон)

$$\omega \ll \Omega_H, \qquad \omega_0^2 \gg \omega_H \Omega_H \tag{2}$$

компоненты тензора $\hat{\epsilon}$ принимают вид

$$\epsilon(\omega) \approx \frac{\omega_0^2}{\omega_H \Omega_H} = \frac{c^2}{C_A^2}, \quad \eta(\omega) \approx -\frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad g(\omega) \approx \frac{\omega}{\Omega_H}\epsilon(\omega), \tag{3}$$

здесь ω_H, Ω_H — гирочастоты электронов и ионов соответственно, ω_0 — ленгмюровская частота электронов плазмы, c — скорость света, $C_A = \mathbf{H}_0/(4\Pi\rho_0)^{1/2}$ — альфвеновская скорость, ρ_0 — плотность плазмы. Легко видеть из (3), что $g/\epsilon \approx \omega/\Omega_H \ll 1$, $|\eta|/\epsilon \approx \omega_H\Omega_H/\omega^2 \gg 1$. Это позволяет в тензоре $\hat{\epsilon}$ положить $g(\omega) = 0$, в результате чего он принимает вид

$$\hat{\epsilon} = \begin{vmatrix} \epsilon(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \eta(\omega) \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где $\epsilon(\omega)$ и $\eta(\omega)$ определяются формулами (3). Следовательно, при выполнении неравенств (2) распространение СНЧ волн можно описывать в приближении одноосного кристалла, которое является более общим по сравнению с приближением идеальной магнитной гидродинамики (МГД приближением) [1], справедливым при условии, когда $\eta = -\infty$ [3].

Будем искать решение уравнений Максвелла для ЭМ волн в волноводе в форме

$$\mathbf{E}(x,z) = E(z)\exp(ihx), \qquad \mathbf{H}(x,z) = \mathbf{H}(z)\exp(ihx) \tag{5}$$

с нулевыми граничными условиями на стенках:

$$\mathbf{E}_x(0) = \mathbf{E}_x(d) = \mathbf{E}_y(0) = \mathbf{E}_y(d) = 0. \tag{6}$$

При этом система уравнений ЭМ поля для компонент $\mathbf{E}_{x,y,z}(z)$ и $\mathbf{H}_{x,y,z}(z)$ распадается на две подсистемы:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{H}_y}{dz} = -i\dfrac{\omega}{c}\epsilon\mathbf{E}_x, \\ h\mathbf{H}_y = \dfrac{\omega}{c}\eta\mathbf{E}_z, \\ ih\mathbf{E}_z - \dfrac{d\mathbf{E}_x}{dz} = i\dfrac{\omega}{c}\mathbf{H}_y, \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} -ih\mathbf{H}_z + \dfrac{d\mathbf{H}_x}{dz} = i\dfrac{\omega}{c}\epsilon\mathbf{E}_y, \\ \dfrac{d\mathbf{E}_y}{dz} = i\dfrac{\omega}{c}\mathbf{H}_x, \\ h\mathbf{E}_y = -\dfrac{\omega}{c}\mathbf{H}_z, \end{cases} \tag{8}$$

первая из которых описывает распространение необыкновенных (аналога альфвеновских), а вторая — обыкновенных (магнитозвуковых) волн. Подсистему (8) после несложных преобразований можно свести к дифференциальному уравнению второго порядка для $\mathbf{E}_y$:

$$\frac{d^2\mathbf{E}_y}{dz^2} + \mathbf{E}_y\left[\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon - h^2\right] = 0 \qquad (9)$$

с граничными условиями $\mathbf{E}_y(0) = \mathbf{E}_y(d) = 0$. Его решение $\mathbf{E}_y(z) \sim \sim \sin(z\Pi n/d)$, где n — любое целое число. При этом постоянная распространения

$$h_n = \left[\frac{\omega^2}{C_A^2} - \left(\frac{\Pi^2 n}{d^2}\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (10)$$

т.е. имеет точно такой же вид, как и в случае, когда для её расчёта используется МГД приближение. В частности, обыкновенная (магнитозвуковая) волна для каждой моды номера n может распространяться лишь при превышении частотой ω некоторого критического значения, а именно, частоты отсечки: $\omega > \omega_{\text{кр}}^{(n)} = \Pi n C_A/d$.* Таким образом, при описании распространения обыкновенных волн с помощью приближения одноосного кристалла никаких "неожиданностей" не возникает и эти результаты можно было предсказать на основе известных классических решений о волноводном распространении ЭМ волн [4].

Для определения характеристик нормальных мод, соответствующих необыкновенной волне, удобно, исключая компоненты $\mathbf{E}_x$ и $\mathbf{E}_z$ из уравнений подсистемы (7), получить дифференциальное уравнение второго порядка для $\mathbf{H}_y$:

$$\frac{d^2\mathbf{H}_y}{dz^2} + \mathbf{H}_y\frac{\omega^2}{C_A^2}\left[1 + \frac{c^2h^2}{\omega_0^2}\right] = 0 \qquad (11)$$

с граничными условиями $\left.\dfrac{d\mathbf{H}_y}{dz}\right|_{z=0,d} = 0$, вытекающими из первого уравнения подсистемы (7) и условия обращения в нуль тангенциальных составляющих вектора напряжённости $\mathbf{E}$ электрического поля на идеально проводящих стенках волновода.

Из решения уравнения (11) совместно с граничными условиями получим дисперсионную зависимость $\omega_n(h_n)$:

$$\omega_n = \frac{\Pi n C_A}{d}\left[1 + \frac{c^2h_n^2}{\omega_0^2}\right]^{-1/2}, \qquad n = 0, 1, 2\ldots \qquad (12)$$

*Нужно помнить лишь, что само приближение одноосного кристалла справедливо при $\omega \ll \Omega_H$.

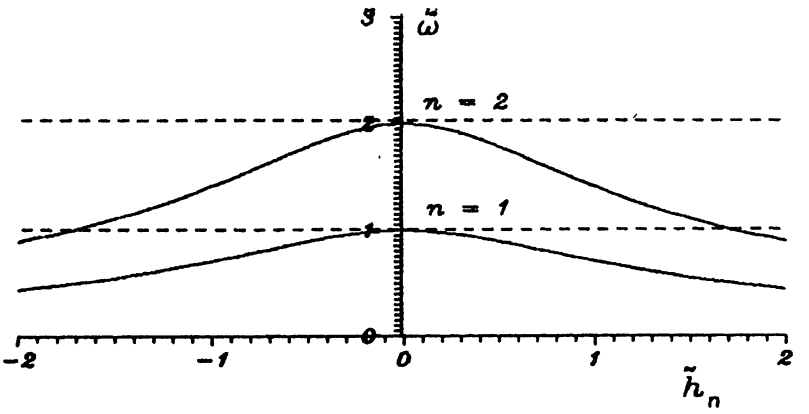


Рис. 2. Дисперсионные зависимости $\omega(h_n)$ для необыкновенной волны номера $n = 1, 2$. Использованы безразмерные параметры $\tilde{\omega} = \omega d/(\Pi C_A)$ и $\tilde{h}_n = h_n c/\omega_0$.

Графики зависимости дисперсионных кривых для первых двух мод показаны на рис. 2. Из них следует, что с ростом постоянной распространения h_n частота излучения падает. Это резко отличается от результата, полученного ранее в [2] в МГД приближении. Действительно, при переходе к МГД приближению необходимо положить компоненту тензора диэлектрической проницаемости плазмы $\eta(\omega) \approx -\omega_0^2/\omega^2$, равной бесконечности. Формально данный переход можно сделать, положив в (12) $\omega_0 = \infty$. В результате имеем формулу, совпадающую с полученной в [2]:

$$\omega_n = \Pi n C_A/d. \tag{13}$$

Данный результат аналогичен колебаниям струны с закреплёнными концами, в которых имеется основной тон ($n = 1$) и обертоны ($n = 2, 3\ldots$). Для волновода основной тон соответствует случаю, когда на его поперечном размере укладывается половина длины волны Альфвена.

Для фиксированной частоты $\omega_n \ll \Omega_H$ из (12) можно выразить также постоянную распространения $h_n(\omega_n)$ в зависимости от параметров ω_0, c, $\Pi n C_A/d$:

$$h_n = (\omega_0/c)\left[\frac{\Pi^2 n^2 C_A^2}{\omega_n^2 d^2} - 1\right]^{1/2}. \tag{14}$$

Из формулы (14) непосредственно следует, что $\mathrm{Re}\, h_n(\omega_n) > 0$ при частоте поля $\omega_n < \omega_{\text{кр}}^{(n)} = \Pi n C_A/d$, т.е. необыкновенная волна с любым фиксированным номером n распространяется лишь на частотах, ниже критической, в отличие от обыкновенной, распространение которой возможно при $\omega_n > \omega_{\text{кр}}^{(n)}$. Нужно помнить, правда, что в силу неравенства $\omega_n \ll \Omega_H$ номер n моды, отвечающей необыкновенной волне, должен удовлетворять

условию $n \ll \Omega_H d/(\Pi C_A)$. Используя (12) и (14), легко отыскать значения фазовой и групповой скоростей необыкновенной волны номера n:

$$V_{\Phi}^{(n)}(\omega_n) = \frac{c\omega_n}{\omega_0}\left[\frac{\Pi^2 n^2 C_A^2}{\omega_n^2 d^2} - 1\right]^{-1/2}, \tag{15}$$

$$V_{\text{гр}}^{(n)}(\omega_n) = -\frac{c\omega_n}{\omega_0}\frac{\omega_n^2 d^2}{\Pi^2 n^2 C_A^2}\left[\frac{\Pi^2 n^2 C_A^2}{\omega_n^2 d^2} - 1\right]^{1/2}. \tag{16}$$

Из (15) и (16) видно, что фазовая и групповая скорости необыкновенной волны имеют противоположные знаки. Анализ показывает, что такая же ситуация имеет место и при распространении СНЧ волн в безграничной гиротропной плазме в условиях, когда справедливо приближение одноосного кристалла.

Графики зависимостей фазовой и групповой скоростей для первых двух мод необыкновенной волны от частоты приведены на рис. 3, 4. Из рис. 4 видно, что для каждого номера n моды необыкновенной волны имеется максимум групповой скорости на частотах $\omega_n = \omega_{\max}^{(n)}$. Из формулы (16) следует, что $\omega_{\max}^{(n)} = \sqrt{2/3}\omega_{\text{кр}}^{(n)} = \sqrt{2/3}[\Pi n C_A/d]$, причём максимальная групповая скорость равна

$$|V_{\text{гр}_{\max}}^{(n)}| = \frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\Pi n}{d}\frac{cC_A}{\omega_0}. \tag{17}$$

Для количественной оценки эффекта возьмём отношение

$$|V_{\text{гр}_{\max}}^{(n)}/C_A| = \frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\Pi n}{d}\frac{C_A}{\Omega_H}\left(\Omega_H/\omega_H\right)^{1/2}.$$

Множитель $\Pi n C_A/(d\Omega_H) \ll 1$ в силу условия применимости приближения (2) и, следовательно, всегда $|V_{\text{гр}_{\max}}^{(n)}| \ll C_A$. Полагая $\Pi n C_A/(d\Omega_H) \sim 10^{-1}$, получим $|V_{\text{гр}_{\max}}^{(n)}|/C_A \approx 10^{-3}$; таким образом, для ионосферы имеем оценку $|V_{\text{гр}_{\max}}^{(n)}| \approx 3 \cdot 10^2$ м/с, поскольку $C_A \approx 3 \cdot 10^2$ км/с.

Задачу о распространении необыкновенной волны (также, как и обыкновенной) в волноводе легко обобщить на случай, когда одна из стенок, например, нижняя $z = 0$, имеет конечную, хотя и достаточно большую проводимость σ соответственно, $4\Pi\sigma/\omega \gg 1$.. В этих условиях на нижней границе справедливо граничное условие Леонтовича:

$$\mathbf{E}_\tau = (i4\Pi\sigma/\omega)^{-1/2}\left[\mathbf{H}_\tau n\right], \tag{18}$$

где $\tau = x, y$, n — единичный вектор, перпендикулярный к стенке волновода. Учитывая (18) и первое уравнение подсистемы (7), получаем граничное условие для компоненты $\mathbf{H}_y(z)$, удовлетворяющей дифференциальному

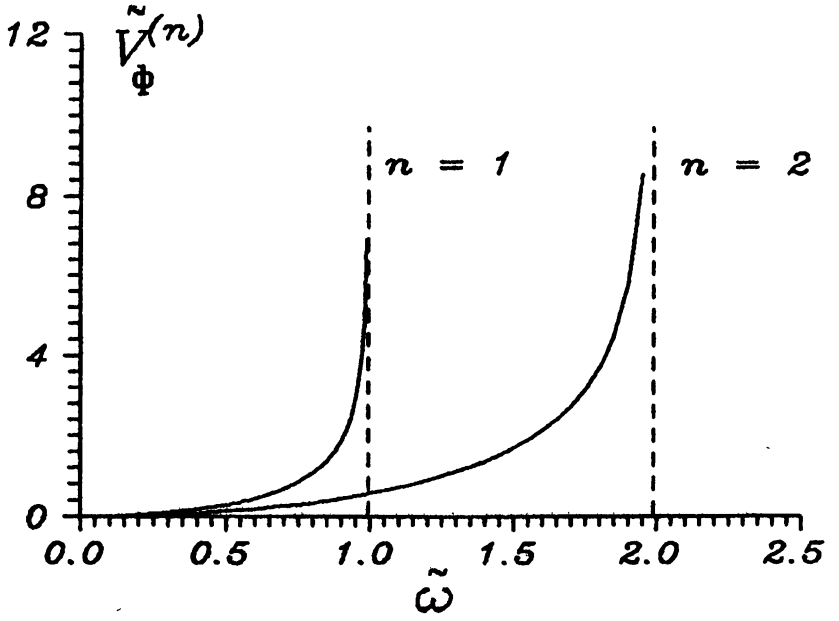


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости необыкновенной волны от частоты. Здесь $\tilde{V}_{\Phi}^{(n)} = \mu V_{\Phi}^{(n)}/C_A$, $\tilde{\omega} = \omega d/(\Pi C_A)$; μ — масштабный множитель, равный $d\omega_0/\Pi c$.

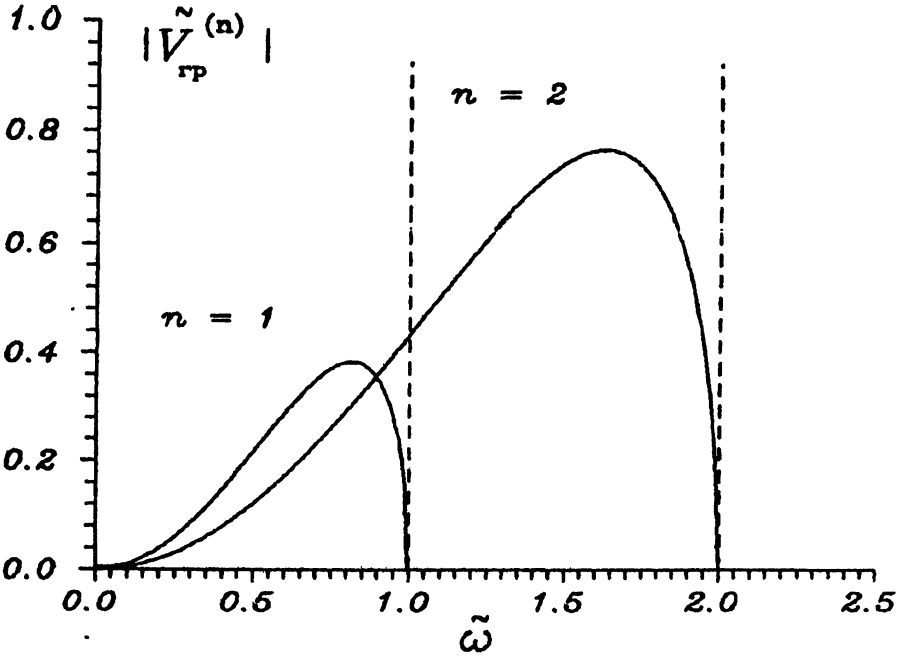


Рис. 4. Зависимость групповой скорости необыкновенной волны от частоты. Здесь $\tilde{V}_{\text{гр}}^{(n)} = \mu V_{\text{гр}}^{(n)}/C_A$, $\tilde{\omega} = \omega d/(\Pi C_A)$; μ — масштабный множитель, равный $d\omega_0/\Pi c$.

уравнению (11):

$$\left.\frac{d\mathbf{H}_y}{dz}\right|_{z=0} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)\,(4\Pi\sigma/\omega)^{-1/2}\,\frac{\omega}{c}\epsilon\mathbf{H}_y\Big|_{z=0}. \tag{19}$$

Из уравнения (11) совместно с граничным условием (19) следует дисперсионное уравнение для необыкновенной СНЧ волны:

$$\frac{\operatorname{tg}\left[\frac{\omega}{C_A}g_n'd\right]\left\{1-\operatorname{th}^2\left[\frac{\omega}{C_A}g_n''d\right]\right\} - i\operatorname{th}\left[\frac{\omega}{C_A}g_n''d\right]\left\{1+\operatorname{tg}^2\left[\frac{\omega}{C_A}g_n'd\right]\right\}}{1+\operatorname{tg}^2\left[\frac{\omega}{C_A}g_n'd\right]\operatorname{th}^2\left[\frac{\omega}{C_A}g_n''d\right]} =$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\epsilon}(1+i)\,(4\Pi\sigma/\omega)^{-1/2}\,g_n^{-1}, \tag{20}$$

где величина

$$g_n = g_n' + ig_n'' = \left[1+c^2h_n^2/\omega_0^2\right]^{1/2} \quad \text{и} \quad g_n'' \ll g_n' \tag{21}$$

определяет постоянную распространения h_n' и коэффициент затухания h_n'' волны $\left[h_n = h_n' + ih_n'',\ h_n'' \ll h_n'\right]$. При решении (20) малым параметром является величина $(4\Pi\sigma/\omega)^{-1/2}$. Ограничиваясь лишь поправками к постоянной распространения $\sim (4\Pi\sigma/\omega)^{-1/2}$, из (20) легко получить

$$g_n' \approx \frac{\Pi n}{d}\frac{C_A}{\omega_n} - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{\epsilon}}{\Pi n}\left[\frac{4\Pi\sigma}{\omega_n}\right]^{-1/2}, \tag{22}$$

$$g_n'' \approx \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{\epsilon}}{\Pi n}\left[\frac{4\Pi\sigma}{\omega_n}\right]^{-1/2}. \tag{23}$$

При этом коэффициент затухания СНЧ необыкновенной волны номера n можно записать в форме

$$h_n'' \approx \frac{\omega_0^2}{c^2}\frac{g_n'g_n''}{h_n'} \sim \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\omega_0}{\omega_n d}\left[\frac{4\Pi\sigma}{\omega_n}\right]^{-1/2}\left[\frac{\Pi^2n^2C_A^2}{\omega_n^2d^2}-1\right]^{-1/2}. \tag{24}$$

2. УСЛОВИЯ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ТРИПЛЕТОВ СНЧ ВОЛН

В применении к волноводному распространению условия резонансного трёхволнового взаимодействия (условия синхронизма) имеют вид

$$\omega_n + \omega_m = \omega_p, \quad \mathbf{h}_n + \mathbf{h}_m = \mathbf{h}_p, \tag{25}$$

где ω_s — частоты, $\mathbf{h}_s$ — постоянные распространения обыкновенной и необыкновенной волн с различными номерами $s = n, m, p$; причём, при взаимодействии попутных волн $\mathbf{h}_n + \mathbf{h}_m = \mathbf{h}_p$ и $\mathbf{h}_n - \mathbf{h}_m = \mathbf{h}_p$ — для встречных волн. В соответствии с условиями (25) и уравнениями (10) и (12) для обыкновенной и необыкновенной волн возможны три вида взаимодействия.

2.1. Взаимодействие трёх обыкновенных (магнитозвуковых) волн с различными номерами

Исследование показывает, что при попутном взаимодействии условия (25) выполняются точно при соблюдении условий (2):

$$p = 2n,\ \omega_m = \omega_n = 0{,}5\omega_p\,,\ \mathbf{h}_m(\omega_m) = \mathbf{h}_n(\omega_n) = 0{,}5\mathbf{h}_p(\omega_p)\,. \qquad (26)$$

Это соответствует процессу взаимодействия n-й моды обыкновенной волны с самой собой, удвоению её частоты с трансформацией в p-ю моду той же волны с удвоенным номером n. При взаимодействии встречных волн, как показывают аналитические расчёты, точное выполнение условий (25) невозможно, однако они приближённо справедливы при выполнении неравенств

$$\mathbf{h}_m \ll (\mathbf{h}_n, \mathbf{h}_p) \quad \text{и} \quad \mathbf{h}_m \ll \Pi m/d\,. \qquad (27)$$

В этом случае из (10) следует, что $\omega_m \approx \Pi m C_A/d$. Задавая какую-либо из исходных частот, например, ω_n (а следовательно, и $\mathbf{h}_n(\omega_n)$), из (10) и (25) легко получить выражение для волнового числа $\mathbf{h}_m$:

$$\mathbf{h}_m \approx \frac{\Pi^2}{4\mathbf{h}_n d^2}\left[p^2-(n^2+m^2)\right]^{-1}\left\{\left[p^2-(n^2-m^2)\right]^2-4m^2\left[p^2+\mathbf{h}_n^2 d^2/\Pi^2\right]\right\}. \qquad (28)$$

причём $\mathrm{Re}\,\mathbf{h}_m > 0$ при значениях p, n, m таких, для которых выражение в фигурных скобках остаётся положительным. В частности, если $n = m$, условие $\mathrm{Re}\,\mathbf{h}_m > 0$ сводится к двум неравенствам:

$$p > 2n \quad \text{и} \quad \mathbf{h}_n^2 d^2/\Pi^2 < p^2(p^2 - 4n^2)/(4n^2)\,. \qquad (29)$$

Пример такого возможного резонансного взаимодействия встречных волн для случая $n = m = 1$, $p = 3$, приведён на рис. 5.

2.2. Взаимодействие двух обыкновенных (магнитозвуковых) волн с одной необыкновенной (альфвеновской)

В этом случае резонансные условия (25) могут быть выполнены при $p \geq m + n$, однако, как показывает анализ, соответствующий коэффициент нелинейного взаимодействия тождественно обращается в нуль, т.е.

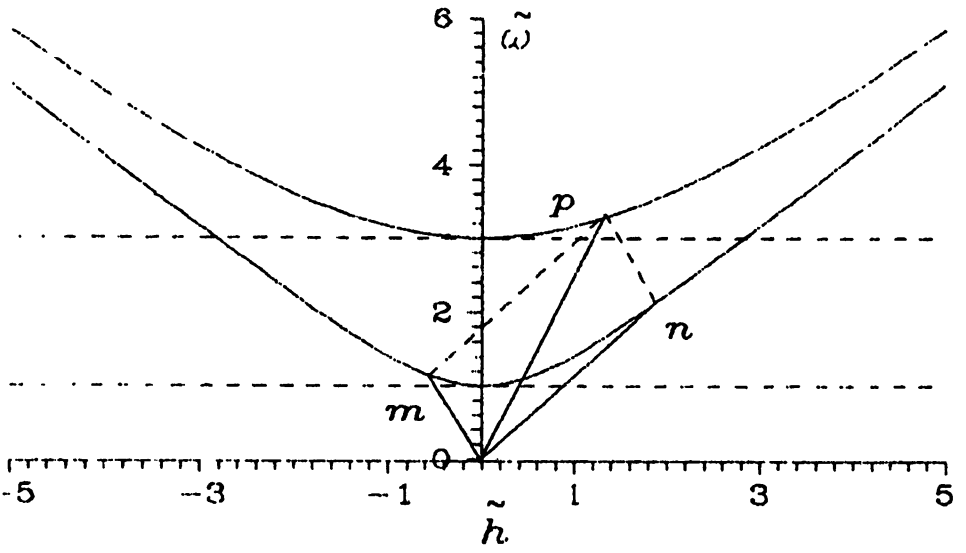


Рис. 5. Диаграмма, характеризующая взаимодействие трёх обыкновенных волн при $m = n = 1$, $p = 3$ и $\tilde{\omega} = \omega d/(\Pi C_A)$, $\tilde{h} = hd/\Pi$.

процесс слияния двух обыкновенных волн с различными частотами и последующим "рождением" необыкновенной волны или же распад необыкновенной волны на две обыкновенные невозможен: для нелинейных взаимодействий подобного типа имеется поляризационный запрет [2].

2.3. Взаимодействие двух необыкновенных (альфвеновских) и одной обыкновенной (магнитозвуковой) волн

Взаимодействие двух необыкновенных (альфвеновских) волн с частотами ω_n и ω_m и одной обыкновенной (магнитозвуковой) с частотой ω_p, согласно формул (10), (12) и условий (25), целесообразно рассмотреть для двух предельных случаев*:

$$1)\ c^2\mathbf{h}_{m,n}^2/\omega_0^2 \ll 1\,, \qquad 2)\ c^2\mathbf{h}_{m,n}^2/\omega_0^2 \approx 1\,.$$

Очевидно, что в первом случае с большой точностью справедливо МГД приближение. При этом мы непосредственно получаем

$$\omega_m \approx \Pi m C_A/d\,,\ \ \omega_n \approx \Pi n C_A/d\,,\ \ \mathbf{h}_p \approx \frac{\Pi}{d}\Big[(n+m)^2 - p^2\Big]^{1/2}\,. \qquad (30)$$

Следовательно, $\mathrm{Re}\,\mathbf{h}_p > 0$ при $p < n + m$, т.е. подобный тип взаимодействия (слияние или распад) необыкновенных волн возможен [2]. Интересно отметить, что, поскольку групповые скорости необыкновенных

*Рассмотрение случая, когда $c^2\mathbf{h}_{m,n}^2/\omega_0^2 \gg 1$, не представляет интереса, поскольку в данном случае фазовая и групповая скорости необыкновенных волн близки к нулю.

волн при выполнении неравенства $c\mathbf{h}_{m,n}/\omega_0 \ll 1$ ничтожно малы, процесс их нелинейного слияния и трансформации в обыкновенную волну большей частоты ω_p может приводить к "выносу" их энергии из области взаимодействия со скоростью, сравнимой с альфвеновской скоростью C_A.

Второй случай, соответствующий приближению одноосного кристалла, наиболее интересно рассмотреть для частот необыкновенной волны ω_n и ω_m, близких к $\omega_{\max}^{(n)}$ и $\omega_{\max}^{(m)}$, т.е. когда групповая скорость волны максимальна. Легко видеть, что

$$\mathbf{h}_n(\omega_{\max}^{(n)}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\omega_0}{c} \gg \Pi n/d. \tag{31}$$

Ясно, что в подобных условиях может быть реализовано только взаимодействие двух встречных необыкновенных волн с близкими, чуть различающимися частотами $\omega_m \approx \omega_n = \sqrt{2/3}\Pi n C_A/d$ (см. рис. 6), тогда из условий (25) следует, что постоянная распространения $\mathbf{h}_p$ обыкновенной волны определяется формулой

$$\mathbf{h}_p \approx \Pi/d\left[\frac{8}{3}n^2 - p^2\right]^{1/2}, \tag{32}$$

из которой следует, что $\operatorname{Re}\mathbf{h}_p > 0$ лишь при $p < 2\sqrt{2/3}\,n$. Волновое число $\mathbf{h}_n(\omega_{\max}^{(n)})$ имеет вид (31), а постоянная распространения $\mathbf{h}_m \approx \mathbf{h}_n - \mathbf{h}_p$.

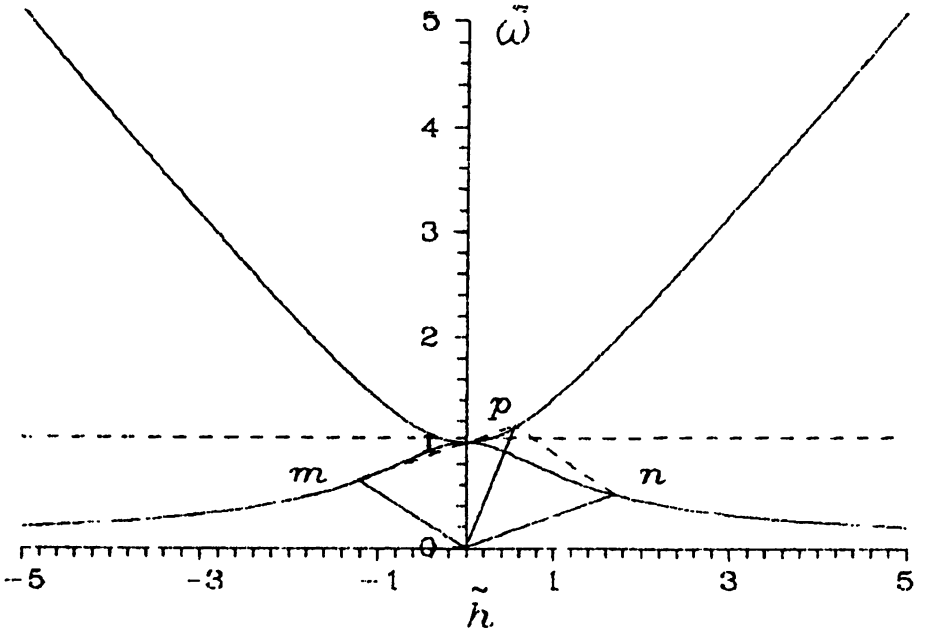


Рис. 6. Диаграмма, характеризующая взаимодействие двух необыкновенных и одной обыкновенной волн при $m = n = p = 1$ и $\tilde{\omega} = \omega d/(\Pi C_A)$, $\tilde{h} = hd/\Pi$ (приближение одноосного кристалла).

В заключение заметим, что рассмотренные случаи нелинейного резонансного взаимодействия обыкновенных и необыкновенных волн с различными номерами мод служат основой для проведения дальнейшего исследования задачи параметрического и нелинейного взаимодействия СНЧ ЭМ волн в приближении одноосного кристалла. Расчёт коэффициентов нелинейного взаимодействия для конкретных физических ситуаций также является предметом изучения в будущем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95–02–05001).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Физматгиз, 1960.
2. Дворяковский В. П., Файнштейн С. М. // Изв.вузов. Радиофизика, 1981. Т. 24. № 5. С. 533.
3. Денисов Н. Г., Докучаев В. П., Тамойкин В. В. // Изв.вузов. Радиофизика, 1973. Т. 16. № 3. С. 351.
4. Вайнштейн А. А. Электромагнитные волны. — М.: Радио и связь, 1988.

Научно–исследовательский радиофизический институт, Нижегородский государственный технический университет, Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 27 декабря 1996 г.

ON THE PROPAGATION AND THE INTERACTION OF THE SUPERLOW FREQUENCY WAVES IN THE WAVE GUIDE COMPLETED BY THE GYROTROPIC PLASMA

V. V. Tamoikin, P. V. Tsyganov

In this paper the superlow-frequency electromagnetic wave propagation in the waveguide completed by the magnetoactive plasma is considered on the basis of the monoaxial crystal approximation which is more general than MHD approximation. The formulas for phase and group speeds of the regular (magnetosound) and nonregular (Alfven wave analog in MHD approximation) waves are obtained. The investigation showed that a way out beyond MHD approximation exit boundary reduces to bounded (nonzero) speed of the energy nonregular wave propagation along the wave guide. The possible wave guide modes triplets are found. The effective transformation of the superlow-frequency emission with respect to spectrum takes place because of the three-waves resonance parametric and nonlinear interaction of the waves with the pointed out response.

УДК 523.31-852

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА КОНВЕКТИВНОГО ОБЛАКА

В. Ю. Трахтенгерц, Е. А. Мареев, А. Е. Сорокин

Предпринята попытка описать аналитически электродинамику конвективного облака на основе одномерной конвективной ячейки с твёрдотельным вращением газа. Электризация облака обусловлена взаимодействием между собой тяжёлой (крупные капли дождя и частицы града) и лёгкой (микрочастицы воды и льда), в результате которого фракции приобретают электрические заряды противоположного знака. Крупномасштабное электрическое поле в облаке возникает из-за краевых эффектов и существенно влияет на движение тяжёлой фракции аэрозольных частиц. Предложен сценарий развития внутриоблачного разряда, согласно которому крупномасштабное электрическое поле не достигает пробойного значения, а остаётся на уровне поля коронного разряда, в то время как рост неоднородной компоненты электрического поля продолжается и достигает пробойного значения в мелкомасштабных электрических ячейках, обусловленных развитием неустойчивостей, подобных пучковым плазменным неустойчивостям. Основной электрический разряд возникает на фоне множественных разрядов внутри ячейки, обеспечивающих формирование лидерного канала молнии.

1. ВВЕДЕНИЕ

Конвективное облако служит основным элементом генераторной цепи атмосферного электричества. В нём сосредоточены наиболее эффективные микропроцессы, приводящие к производству внутри облака огромного количества положительных и отрицательных электрических зарядов в виде кластерных однозарядных легких ионов, а также заряженных аэрозолей — частиц дождя, снега и града, заряд которых, особенно в зрелой конвективной ячейке, достаточно велик. Восходящие воздушные потоки при наличии столь сложного состава частиц в конвективном облаке приводят к появлению многопотоковых движений различных заряженных компонент и очень интересной электродинамике такой среды. Такое движение приводит к макроскопическому разделению электрических зарядов на различных пространственно-временных масштабах и проявлению типичных для плазменной среды коллективных явлений.

Макроскопическое разделение зарядов в конвективном облаке в конечном итоге и определяет функционирование его, как элементарного электрического генератора в глобальной электрической цепи (ГЭЦ). На конечной стадии своего развития конвективное облако превращается в грозовое, несущее максимально допустимый электрический заряд, который

может определяться различными факторами: 1) электрическим пробоем внутриоблачной среды, 2) конкуренцией процессов зарядки и релаксации заряда, 3) граничными эффектами и связанным с ними самосогласованным электрическим полем. Во время грозовых разрядов на землю, по-видимому, возникает основной ток зарядки сферического конденсатора Земля–электросфера, являющегося частью ГЭЦ [1–3]. Следует заметить, что наряду с грозовым источником существуют и другие механизмы глобального электричества, в частности, униполярный индуктор, обусловленный вращением вместе с Землёй геомагнитного поля, взаимодействующего с ионизированной оболочкой Земли. Судя по экспериментальным данным, этот механизм может давать до 10–15% в общий ток зарядки ГЭЦ (более подробно см. работу [4] в данном выпуске).

История развития представлений о грозовом (конвективном) электричестве уходит в прошлый век. Проблема оказалась чрезвычайно сложной и многогранной. В первую очередь это относится к элементарным процессам электрической зарядки облачных частиц. Исследования в данном направлении активно проводятся и в настоящее время. Хотя многие детали ещё не ясны, основные механизмы электрической зарядки в конвективном облаке определились и могут быть представлены в функциональном виде [5–8].

Исследования процессов микрозарядки как-то заслонили развитие макроскопической электродинамики конвективного облака, которая должна отвечать на вопрос о самосогласованном пространственно-временном распределении электрического заряда с учётом сложной динамики воздушного потока в облаке. Отчасти это, по-видимому, обусловлено аналогией с электрической зарядкой трением твёрдых тел, когда макроскопические эффекты тривиальны в том смысле, что разноимённые заряды в конечном итоге скапливаются на трущихся телах. Поэтому, в аналитических моделях грозового облака чаще всего рассматривается одномерное по вертикали разделение зарядов, когда основной отрицательный заряд сосредоточивается в нижней части облака, а положительный заряд уносится в его верхнюю часть [1, 2, 8]. Двумерные модели, как правило, анализируются численно без учёта самосогласованного электрического поля и коллективных эффектов [8–11].

В то же время, ряд экспериментов выявляет гораздо более богатую жизнь грозового облака [12–18]. Часто грозовое облако генетически связано с мощным сравнительно долгоживущим конвективным облаком, которое развивается в течение часов. Нетривиальна электрическая структура грозового облака. Как правило, она многослойна и включает дополнительные мезомасштабные положительный и отрицательный слои в верхней и нижней частях грозового облака [12–16]. Наряду с этим обнаруживается мелкомасштабная электрическая структура внутри самого облака с масштабами от нескольких десятков до сотен метров, причём ве-

личина электрического поля в ячейках может значительно превосходить среднее электрическое поле [12]. Ещё один важный фактор — короткое (20–30 мин) время жизни грозового облака на его развитой стадии. Это, по-существу, означает, что электрические эффекты в грозовом облаке нельзя рассматривать как малые поправки к силам тяжести и динамического давления, организующим конвекцию в облаке.

Цель данной работы — исследовать в рамках самосогласованного электрического поля двумерную эволюцию электрической структуры конвективного облака по мере роста и электрической зарядки аэрозольных частиц. В данном случае самосогласованность означает учёт действия возникающего электрического поля на траектории движения заряженных аэрозолей. Возникновение крупномасштабного электрического поля на этой стадии обусловлено краевыми эффектами: более крупные частицы, которые заряжаются преимущественно отрицательно, движутся по траекториям, отличающимся от траекторий лёгких положительно заряженных аэрозолей. Указанные вопросы рассматриваются в разд. 2 данной работы.

Мелкомасштабную электрическую структуру грозового облака мы связываем с возможным развитием мелкомасштабных электростатических неустойчивостей в двухпотоковой (многопотоковой) проводящей среде. Эти неустойчивости имеют некоторое сходство с резистивными пучковыми неустойчивостями в плазме [19]. Однако есть и принципиальное отличие, обусловленное одновременно происходящими процессами электрической зарядки аэрозольных частиц. Эти вопросы анализируются в разд. 3. Разд. 4, заключительный, посвящён обсуждению возможных сценариев развития грозы и роли мелкомасштабных электрических процессов при формировании грозового разряда.

2. ГЕНЕРАЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНОГО ПОЛЯ В КОНВЕКТИВНОЙ ЯЧЕЙКЕ

Обычно конвективное облако представляет собой двумерную или трёхмерную ячейку (или совокупность таких ячеек) с характерным размером $l \sim 1 \div 10$ км, в которой воздушные частицы движутся по замкнутым траекториям. Причиной такого движения являются конвективные и ветровые неустойчивости, а также обтекаемые ветром препятствия. Замкнутые траектории частиц возникают и в атмосферных волнах при наличии сдвиговых потоков. В простейшем варианте, который будет в дальнейшем взят за основу, конвективное облако можно представить в виде горизонтально расположенного цилиндра эллиптического сечения с твёрдотельным вращением газа. Такая форма валов типична над поверхностью океана или в предгорьях.

Содержащиеся в растущем облаке капельки воды и твёрдые аэрозольные частицы будут увлекаться восходящим потоком воздуха, коагулиро-

вать, накапливать электрический заряд, совершать фазовые переходы на разных температурных уровнях. В дальнейшем будем считать эти процессы достаточно медленными и рассматривать однородный по высоте состав аэрозольных частиц, обусловленный процессом перемешивания при вращении газа.

В предгрозовом и грозовом облаке, наряду с воздушным потоком, как правило, присутствуют две группы частиц: крупные частицы с размерами 0,1 мм $< R <$ 10 мм (крупные капли и град) и мелкие частицы — осколки льда, мелкие водяные капли, изморось с радиусами $r \sim 0{,}1 \div 10\,\mu$ ($\sim 10^{-4} \div 10^{-2}$ мм). В дальнейшем мы пренебрежём полидисперсным характером этих частиц и будем рассматривать только две фракции (крупные и мелкие) с фиксированным размером и зарядом частиц в каждой фракции.

В большинстве задач, за исключением, быть может, задачи о диссипации грозового облака, можно пренебречь влиянием частиц на торможение основного воздушного потока. Суммируя вышесказанное, задача об электризации конвективного облака формулируется следующим образом. Облако в процессе эволюции проходит через квазистационарные состояния, в которых фиксированы (заданы) твёрдотельное вращение газа, ориентированное в вертикальной плоскости, заряд, размер и плотность аэрозольных частиц, фоновая проводимость среды. Заряженные аэрозольные частицы вовлекаются за счёт силы трения в общее движение, но под влиянием силы тяжести движутся по несколько другим траекториям, чем лёгкие частицы и молекулы воздуха. В результате, как будет показано ниже, облако поляризуется и возникает крупномасштабное электрическое поле. В следующих разделах рассматриваются различные аспекты данной проблемы.

2.1. Траектории аэрозольных частиц в цилиндрической конвективной ячейке

Здесь мы ограничимся рассмотрением случая малых чисел Рейнольдса $Re \ll 1$, когда сила со стороны потока на частицу описывается формулой Стокса: $\mathbf{F}_s = 6\pi\eta r_0 \mathbf{u}$, где r_0 — радиус частицы, η — динамическая вязкость, $\mathbf{u}$ —относительная скорость. Выбирая систему координат с осью z, направленной вертикально вверх, и осью x в плоскости вращения и предполагая в общем случае существование электрического поля в этой плоскости, запишем уравнение движения в проекциях на эти оси (подробнее см. [20]):

$$\ddot{z} = -g - \nu_k(\dot{z} - v_{z0}) = -g - \nu_k(\dot{z} + \Omega_1 x) + \frac{QE_z}{M}, \qquad (1)$$

$$\ddot{x} = -\nu_k(\dot{x} - v_{x0}) = -\nu_k(\dot{x} - \Omega_2 x) + \frac{QE_x}{M}, \qquad (2)$$

где $\nu_k = 6\pi\eta r_0/M$, M — масса частицы. В (1), (2) мы предположили, что воздушные частицы для которых ускорение свободного падения и электрическое поле не существенны, движутся вдоль эллиптических траекторий

$$\frac{z^2}{\Omega_1} + \frac{x^2}{\Omega_2} = C \tag{3}$$

со скоростью $\mathbf{V}(V_{x0}, V_{z0})$, равной

$$V_{x0} = \Omega_2 z, \quad V_{z0} = -\Omega_1 x, \tag{4}$$

где C — произвольная константа, $\Omega_{1,2} > 0$ соответствует вращению по часовой стрелке. Перейдём в (1), (2) к безразмерным переменным ξ и η :

$$\xi = \frac{x}{a}, \ \eta = \frac{z}{b}, \qquad \tau = \nu_k t,$$
$$a = \frac{g}{\nu_k \Omega_1}, \ b = \frac{g}{\nu_k \Omega_н}, \qquad \Omega_н^2 = \Omega_1 \Omega_2. \tag{5}$$

В переменных (ξ, η) траектории воздушных частиц (3) превращаются в окружности, а уравнения (1), (2) приобретают симметричный вид :

$$\ddot{\xi} + \dot{\xi} - w\eta = e_x, \qquad \ddot{\eta} + \dot{\eta} + w\xi + w = e_z, \tag{6}$$

$$\text{где } w = \frac{\Omega_н}{\nu_k}, \ e_x = \frac{QE_x}{a\nu_k^2 M}, \qquad e_z = \frac{QE_z}{b\nu_k^2 M}. \tag{7}$$

Сначала мы проанализируем случай когда $e_x = e_z = 0$. Решение уравнений (6) записывается в следующем виде:

$$\xi = \sum_{i=1}^{4} A_i \exp\{\lambda_i \tau\} - 1, \qquad \eta = \sum_{i=1}^{4} B_i \exp\{\lambda_i \tau\}, \tag{8}$$

$$\lambda_i = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \pm iw}. \tag{9}$$

Решение (8) довольно громоздко для приложений, однако его можно упростить, если воспользоваться малостью параметра w. Применительно к конвективным облакам значение параметра w для типичных $\Omega_н \sim 10^{-2} \div 10^{-3}\,\text{с}^{-1}$ и $\nu_k > 1\,\text{с}^{-1}$ составляет $w < 10^{-2} \div 10^{-3}$. Смещение центра вращения аэрозольных частиц x_0 составляет при $\nu_k \sim 10\,\text{с}^{-1}$ и $\Omega_1 \sim 10^{-2}\,\text{с}^{-1}$ величину $x_0 \sim 10^2$ м, поэтому мы можем использовать приближение

$$w \ll 1, \ \frac{a}{R_c} \ll 1\,, \tag{10}$$

где R_c — полуось эллипса конвективной ячейки. Используя первое неравенство (10), найдём приближённые значения собственных чисел λ_i:

$$\lambda_{1,2} = \pm iw + \frac{w^2}{2} + O(w^3). \ \lambda_{3,4} = -1 \mp iw - \frac{w^2}{2} + O(w^3). \tag{11}$$

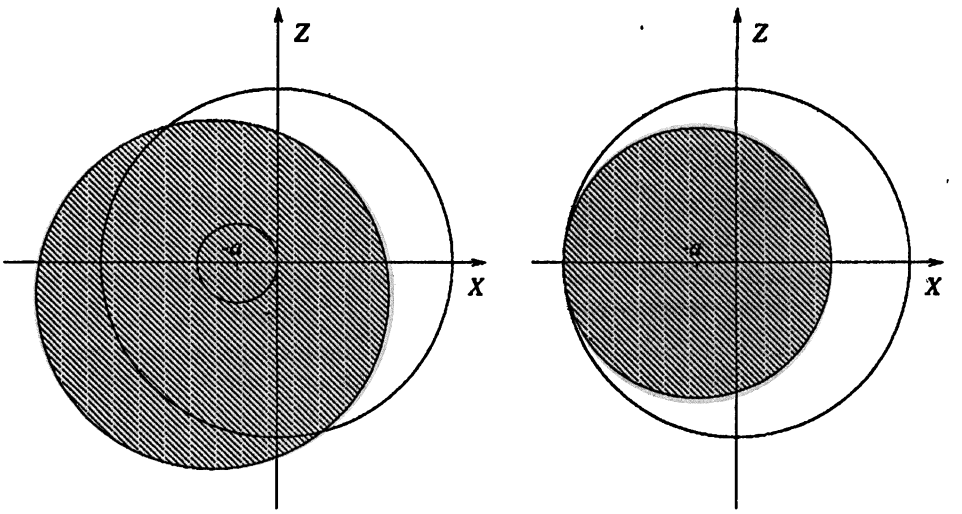
Согласно (11), под влиянием инерционной силы аэрозольная частица медленно (за число оборотов $\sim w^{-1} = \nu_k/\Omega_н$) покидает конвективную ячейку. Предполагая $1 < \tau < w^{-1}$, найдём с помощью (8) и (11) следующее приближённое решение для x и z в размерных переменных:

$$x + a = \frac{z_0}{b} a \sin \Omega_н t + (x_0 + a) \cos \Omega_н t, \tag{12}$$

$$z = z_0 \cos \Omega_н t - \frac{b}{a}(x_0 + a) \sin \Omega_н t, \tag{13}$$

где (x_0, z_0) — координаты частицы в момент $t \to 0 (\geq \nu_k^{-1})$, параметр a определяется выражением (5).

Согласно (12), (13), аэрозольные частицы также участвуют в твёрдотельном вращении по эллиптическим траекториям, но центр вращения сдвинут по оси x на величину a влево. На рис. 1 показаны два примера такого вращения в случае круга $\Omega_1 = \Omega_2$. В первом случае (рис. 1а) радиус конвективной ячейки R_0 больше радиуса круга с аэрозольными частицами (круг со штриховкой) ($R_a \leq R_0 + a$) и диск аэрозольных частиц вращается, как единое целое вокруг центра ($x = -a$, $z = 0$). Если в момент начала вращения радиусы конвективной ячейки и аэрозолей совпадали ($R_0 = R_a$ при $t = 0$), то по мере вращения часть аэрозольных частиц при пересечении границы ячейки выпадет в осадок, и результирующая картина будет такой, как показано на рис. 1б.



а) б)

Рис. 1.

2.2. Электрическая поляризация конвективной ячейки

Поскольку конвективная ячейка в целом считается квазинейтральной, а крупные частицы заряженными преимущественно зарядом одного знака, то появится крупномасштабное электрическое поле $\mathbf{E}$, обусловленное краевыми эффектами. Учитывая эллиптическую форму и однородное распределение пространственного электрического заряда по диску, это поле легко находится в случае, приведённом на рис. 1а. Оно будет однородным, вращающимся с частотой вращения цилиндра, полем внутри цилиндра и дипольным вне его. При выполнении неравенств (10) структура поля и в случае, показанном на рис. 1б, остаётся почти той же, однако занимает в пространстве стационарное положение с $\mathbf{E} \parallel \mathbf{x}$. Более подробный анализ этих вопросов содержится в работе [20]. В дальнейшем нас будет интересовать электрическое поле внутри ячейки, которое равняется следующей величине:

$$\mathbf{E} = -4\pi Q N \boldsymbol{\Delta}, \tag{14}$$

$$\Delta_x = -a(1 - \cos \Omega_н t), \qquad \Delta_z = -b \sin \Omega_н t, \tag{15}$$

где Q и N — заряд и концентрация крупных аэрозольных частиц, $\boldsymbol{\Delta}$ — вектор из неподвижной точки (в данном случае $x = -x_c$, $z_c = 0$) в центр вращения крупных аэрозольных частиц, который, согласно (15), сам вращается по эллипсу вокруг этой точки.

Учитывая такую структуру поля, можно попытаться решить задачу о движении аэрозольных частиц в самосогласованной постановке с учётом влияния на движение частиц возникающего электрического поля. Для этого в уравнениях (6) удобно перейти к новым переменным

$$ra = x - x^{(0)} = a(\xi - \xi^{(0)}), \; sb = z - z^{(0)} = b(\eta - \eta^{(0)}),$$

где $\xi^{(0)}$ и $\eta^{(0)}$ — решения уравнений (6) в отсутствие силы тяжести и электрического поля. В новых переменных имеем

$$\Delta_x = ar, \; \Delta_z = bs, \; |\boldsymbol{\Delta}| = (r^2a^2 + s^2b^2)^{1/2},$$

и уравнения (6) с учётом (14) запишутся в виде

$$\ddot{r} + \dot{r} + \beta r - wr = 0, \tag{16}$$

$$\ddot{s} + \dot{s} + \beta s + wr + w = 0, \tag{17}$$

где коэффициент β и входящая в него аэрозольная плазменная частота Ω_p равны

$$\beta = \frac{\Omega_p^2}{\nu_k^2}, \; \Omega_p = \left(\frac{4\pi Q^2 N}{M}\right)^{1/2}. \tag{18}$$

Важной особенностью системы (16), (17) является то обстоятельство, что, в отличие от (8), она имеет устойчивые стационарные решения, которые описываются системой

$$\beta r_c = w s_c,\ w r_c + \beta s_c + w = 0. \tag{19}$$

В соответствии с (19) и (14) координаты центра вращения аэрозольных частиц и компоненты электрического поля в самосогласованном режиме равны

$$x_c = a r_c, \qquad r_c = -\frac{w^2}{\beta^2 + w^2}, \tag{20}$$

$$z_c = b s_c, \qquad s_c = -\frac{\beta w}{\beta^2 + w^2}, \tag{21}$$

$$E_x = 4\pi Q N x_c = 4\pi Q N a \frac{w^2}{\beta^2 + w^2}, \tag{22}$$

$$E_z = 4\pi Q N z_c = 4\pi Q N b \frac{\beta w}{\beta^2 + w^2}. \tag{23}$$

Из соотношений (22), (23) следует, что ключевым параметром, определяющим структуру электрического поля в ячейке, является

$$\delta = \frac{b\beta}{aw} = \frac{\Omega_p^2}{\nu_k \Omega_1}. \tag{24}$$

Этот параметр растёт по мере роста числа, размера крупных частиц и заряда на них. Более детально его поведение мы рассмотрим в следующем разделе.

В соответствии с (22), (23), сначала преобладает горизонтальная компонента электрического поля облака ($\delta < 1$), затем ориентация $\mathbf{E}$ меняется на вертикальную ($\delta > 1$), причём поле направлено к Земле, если заряд крупных частиц $Q < 0$. В пределе $\beta^2 \gg w^2$ поле $E_z \gg E_x$ и равно

$$E_{zm} = \frac{Mg}{Q}. \tag{25}$$

Формула (25) характеризует максимально возможное электрическое поле, когда электрическая сила $E_z Q$ компенсирует силу тяжести Mg. Очевидно, что наличие фоновой проводимости препятствует возникновению такого поля. Грубо этот эффект компенсации характеризуется множителем

$$\mu = \frac{\Omega_н \tau_R}{1 + \Omega_н \tau_R}, \tag{26}$$

где время релаксации заряда $\tau_R = (4\pi\sigma)^{-1}$. Таким образом, истинное поле выражается в следующем виде:

$$E_z \simeq \mu E_{zm} = \frac{Mg}{Q} \frac{1}{1 + (\tau_R \Omega_н)^{-1}}. \tag{27}$$

3. МИКРОПРОЦЕССЫ И МЕЛКОМАСШТАБНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА В КОНВЕКТИВНОМ ОБЛАКЕ

В предыдущих разделах электрические параметры конвективного облака (заряд аэрозольных частиц Q и проводимость облака σ) предполагались заданными. В то же время, эти параметры сами существенно зависят от динамики и состава аэрозольных частиц. Цель данного раздела — включить в рассмотрение в самосогласованной постановке микропроцессы, определяющие электрическую зарядку аэрозольных частиц и регулирующие проводимость среды. Также, будут проанализированы обусловленные многопотоковым движением электростатические неустойчивости, которые могут приводить к генерации электрических ячеек в облаке.

3.1. Процессы зарядки аэрозольных частиц в конвективном потоке

Механизмы зарядки аэрозольных частиц в конвективном облаке чрезвычайно многообразны [1, 2, 5–8]. Они зависят от большого числа факторов, в частности, от распределения температуры, фазового состава и спектра размеров аэрозольных частиц в облаке. Нас будет интересовать достаточно зрелое конвективное облако, вершина которого достигла нулевой изотермы. На стадии формирования грозового облака основную роль играют процессы обмена зарядом при взаимодействии крупных и мелких аэрозольных частиц, движущихся в конвективном потоке с относительной скоростью $\mathbf{u}$. Важной количественной характеристикой процесса микрозарядки служит величина заряда δq, которым обмениваются крупная и мелкая аэрозольные частицы при одном соударении. При этом различают механизмы индукционной и безындукционной зарядки. Для первого класса механизмов величина $\delta q = \delta q_i$ зависит от величины и направления внешнего электрического поля $\mathbf{E}$ и связана с поляризацией взаимодействующих частиц. В случае сферических частиц с размерами $D \gg d$ (где D, d — соответственно диаметры крупных и мелких частиц), заряд, передаваемый меньшей частице за одно соударение, равен [5, 9, 11]

$$\delta q_i = \xi \frac{d^2}{4|\mathbf{u}|} \mathbf{E}\mathbf{u}, \tag{28}$$

где вероятность зарядки ξ определяется углом соударения, временем контакта частиц и их проводимостью.

Безындукционная зарядка, вообще говоря, возникает за счёт разности химических потенциалов и массообмена между сталкивающимися аэрозолями. Соответствующий заряд $\delta q = \delta q_s$, передаваемый ледяному

кристаллу за единичное соударение с более массивной градиной можно, согласно [6, 7], представить в виде

$$\delta q_s = |\mathbf{u}|^p \cdot A(d, D, T), fC, \tag{29}$$

где u выражается в м/с, $p \approx 2 \div 3$, $A(d, D, T)$ — эмпирическая функция, отражающая зависимость δq_s от характерных размеров градин, льдинок и температуры воздуха, причём существует некоторая критическая температура T_r (зависящая от концентрации водяного пара; обычно T_r расположена между $-15°$ и $-20°$C), ниже которой градины заряжаются отрицательно, льдинки — положительно, и наоборот. Такое разделение механизмов зарядки на индукционные и безындукционные,хотя и основано на разной физической природе процессов, становится при больших внешних электрических полях несколько условным, поскольку относительная скорость частиц, несущих заряды, сама начинает зависеть от электрического поля. При столкновении заряженных частиц величина передаваемого заряда ограничена результирующим электрическим полем в точке контакта частиц, которое само зависит от их зарядов, так что общее выражение для величины заряда, передаваемого при столкновении, записывается в виде

$$\delta q = \delta q_i + \delta q_s + \eta(-q + d^2Q/D^2), \tag{30}$$

где q и Q — заряды мелких и крупных частиц, коэффициент $\eta \simeq (0,5 \div 5)\xi$.

Постоянно подзаряжаясь в потоке восходящего воздуха, частицы накапливают всё больший заряд до тех пор, пока ток зарядки превалирует над током утечки, определяемым проводимостью; в случае равенства последних устанавливается стационарное распределение. Насыщение тока зарядки, таким образом, определяется двумя факторами: проводимостью воздушной среды и влиянием собственного электрического поля частиц на распределение поверхностного заряда в области их контакта. Если процесс зарядки аэрозолей протекает достаточно эффективно, это должно приводить к уменьшению ионной проводимости воздуха внутри конвективной ячейки за счёт прилипания атмосферных ионов к аэрозолям. В таких условиях зарядка будет протекать до тех пор пока индуцированное электрическое поле в точке контакта частиц не компенсируется собственным полем частиц. Для индукционной зарядки, например, полагая в случае сферических частиц электрическое поле $E_a \sim 2Q/D^2$, найдём

$$E_m \approx \frac{4Q}{D^2}, \tag{31}$$

что вместе с формулой (25) для предельного значения электрического поля даёт

$$E_m \sim \sqrt{2Dg\rho_0},\ Q_m \sim \frac{\sqrt{D^5 g\rho_0}}{2\sqrt{2}}, \tag{32}$$

где использовано соотношение $M = \pi D^3 \rho_0/6$, ρ_0 — плотность вещества частицы ($\rho_0 \sim 1\,\text{г/см}^3$).

Полагая в качестве примера $D \sim 0{,}3\,\text{см}$, получим $E_m \sim 7{,}5\,\text{кВ/см}$. Наблюдаемые крупномасштабные электрические поля в грозовом облаке, согласно [13–19], составляют $E_н \sim 1\,\text{кВ/см}$. Амплитуда пробойного поля для облака заключена в пределах $1 \le E \le 10\,\text{кВ/см}$; для сухого воздуха, согласно [21], $E_{пр} = 24\,\text{кВ/см}$.

Ещё одна важная электрическая характеристика грозового облака — это поле коронного разряда с поверхности аэрозолей $E_к < E_{пр}$. Его величина сложным образом зависит от размеров частицы, амплитуды и направления внешнего электрического поля [22]. Если на какой-либо многочисленной фракции частиц в конвективном облаке электрическое поле достигает значения $E_к$, концентрация ионов и проводимость облака возрастут. Это, в свою очередь, должно приводить к ограничению роста крупномасштабного поля на уровне

$$E_m \approx \frac{E_к}{\psi}, \tag{33}$$

где ψ — коэффициент усиления поля вблизи аэрозольной частицы, который, особенно при контакте двух частиц, согласно [23], может быть достаточно велик: $\psi \sim 3 \div 10^3$. В электрически однородной среде (с постоянными диэлектрической проницаемостью и проводимостью) это означает, что пробой воздуха практически не достижим, и рост поля ограничивается коронным разрядом. Однако реальное грозовое облако сильно неоднородно [17–19]. Причиной такой неоднородности могут служить коллективные электрические эффекты, приводящие к мелкомасштабному расслоению грозового облака на электрические ячейки.

3.2. Электрическое расслоение грозового облака

Как уже отмечалось, проводимость внутри грозового облака может существенно отличаться от проводимости окружающей атмосферы из-за обеднения облака атмосферными ионами, оседающими на поверхность аэрозольных частиц, либо, наоборот, из-за реализации условий коронного разряда внутри облака.

В данном разделе рассматривается электрическое расслоение внутри облака, не связанное с пограничными эффектами, а обусловленное коллективным взаимодействием в двухпотоковой частично ионизованной плазме, каковой можно аппроксимировать грозовое облако. Примером такого рассмотрения является резистивная пучковая неустойчивость, рассмотренная применительно к грозовому облаку в работе [19]. В отличие от традиционных задач физики плазмы, в грозовом облаке чрезвычайно

важную роль играют обсуждавшиеся выше процессы электрической зарядки аэрозольных частиц, которые сами зависят от возникающего в облаке расслоения пространственного заряда и приводят к появлению новых неустойчивых ветвей на плоскости $(\omega, \mathbf{k})$, где ω и $\mathbf{k}$ — соответственно частота и волновой вектор волновых возмущений. Детально эти вопросы рассмотрены в работе [24]. Здесь же мы отметим некоторые результаты, которые важны с точки зрения обсуждаемой проблемы электродинамики грозового облака.

В интересующем нас случае задача об электрическом расслоении облака решается на основе уравнения Пуассона для электрического потенциала и уравнений квазигидродинамики для многокомпонентной плазмы, состоящей из двух фракций заряженных аэрозольных частиц и двух сортов разнополярных ионов. Как уже отмечалось, здесь важную роль играет динамика зарядки аэрозольных частиц, включающая эффекты осаждения ионов на аэрозоль.

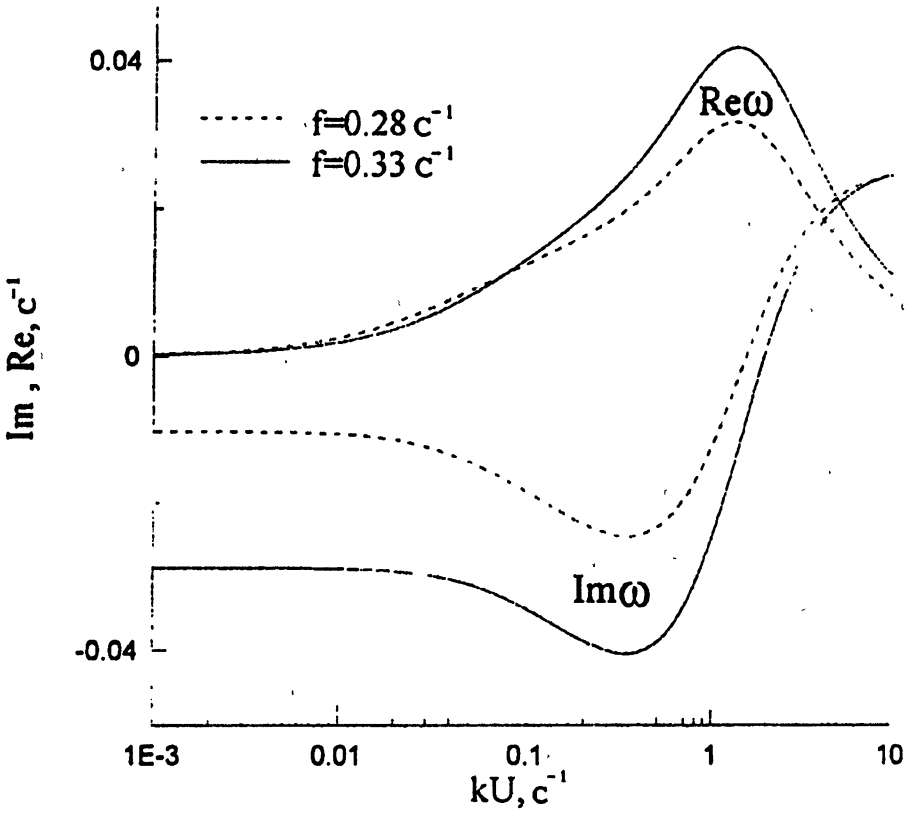


Рис. 2.

На рис. 2 приведены взятые из работы [24] результаты численного расчёта инкрементов неустойчивости волновых возмущений в рассма-

триваемой системе в случае достаточно высокого содержания атмосферных ионов, когда преобладают их рекомбинационные потери ($d = 0{,}04$, $D = 0{,}03$, $\xi = 0{,}3$, $\delta q_i = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$, $\delta q_s = 10^{-7}$, $E_0 = 0{,}01$, $n = 10$, $N = 2 \cdot 10^{-4}$, f — эффективная частота зарядки аэрозольных потоков; все величины в системе CGS). По-видимому, именно такая ситуация реализуется при достижении порога коронного разряда. Характерной особенностью кривых на рис. 2 является максимум инкрементов неустойчивости при конечном значении волнового числа k_{opt}, что и свидетельствует о расслоении облака. Для реальных параметров грозового облака масштабы расслоения колеблются в пределах 10 м $\leq k_{\mathrm{opt}}^{-1} \leq$ 200 м в зависимости от проводимости, механизма зарядки аэрозолей и величины крупномасштабного электрического поля E_0. Расчёты расслоения облака в условиях, когда E_0 близко к порогу коронного разряда в аэрозольной среде облака, в настоящее время отсутствуют, поэтому можно говорить лишь о качественной картине электрического расслоения грозового облака и о возможных следствиях этого процесса.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше была рассмотрена идеализированная модель грозового облака и его перехода в стадию грозы. В реальной ситуации процесс формирования грозового облака может происходить и по другому сценарию (ср. [8–12]). Иногда конвективное облако достаточно долго пребывает в некотором квазистационарном состоянии, а затем сравнительно быстро (за время менее 1 ч) превращается в грозовое. При этом наблюдаются ярко выраженные нестационарные процессы, когда видимая часть облака растёт по высоте, образуя характерную вершину в виде так называемой наковальни. В связи с этим формирование электрического поля в грозовом облаке рассматривается рядом авторов как чисто нестационарное явление в зоне мощного восходящего потока воздуха. При этом накопление заряда, достаточного для возникновения грозового разряда, происходит на пути от основания облака до его вершины. При таком подходе основная трудность ложится на поиск очень эффективного (быстрого) процесса микрозарядки с обменом зарядами между тяжёлой и лёгкими фракциями аэрозолей. Последняя заряжается положительным зарядом и уносится в верхнюю часть облака. В такой постановке вопрос о замыкании конвективного потока остаётся в стороне. Очевидно, что такой подход не вполне корректен в случае достаточно выраженной конвективной ячейки с замкнутыми линиями тока. Развитая в данной работе модель даёт возможный ответ на этот вопрос.

Другая проблема, которая возникает при любом подходе, — это достижение пробойного поля внутри облака. В случае достаточно однородного распределения заряженных фракций в грозовом облаке, сравни-

тельно быстро должен достигаться порог коронного разряда с отдельных аэрозольных частиц, который приводит к резкому увеличению проводимости и ограничению крупномасштабного электрического поля. Следовательно, чтобы возникли высокопроводящие (6 лидерные) каналы, вблизи которых возможно резкое локальное усиление электрического поля, необходима сильная электрическая неоднородность в облаке. Такая неоднородность наблюдается экспериментально в виде электрических ячеек с характерными размерами 10 – 100 м, в которых электрическое поле много больше среднего [3, 12]. Наряду с такими ячейками, наблюдается и сильная турбулентность восходящего воздушного потока. Оценки, проведённые в работе [25], не дают существенного усиления электрических флуктуаций в турбулентном потоке. Более существенными могут оказаться обсуждавшиеся выше пучково-плазменная неустойчивость и неустойчивости зарядки, в частности, индукционная неустойчивость. Развитие подобных неустойчивостей может быть ответственно за предварительную фазу в виде локальных разрядов внутри облака, которая наблюдается непосредственно перед грозовым разрядом [26].

По-видимому, необходимы дальнейшие целенаправленные эксперименты по наблюдению ветровой и электрической структуры конвективного облака, её временной эволюции по мере созревания облака и его перехода в грозовую стадию. Это позволило бы проверить ряд ключевых моментов теории и сформулировать более адекватные теоретические модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мучник В. М. Физика грозы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974.
2. Чалмерс Дж. Атмосферное электричество. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974.
3. Имянитов И. М., Чубарина Е. В., Шварц Я. М. Электричество облаков. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974.
4. Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. // Изв.вузов. Радиофизика, 1997 (настоящий выпуск).
5. Berd K. V., Och H. T. — In: Earth's Electrical Environment /Eds. P. Krider, R. J. Roble. — Washington: Nat. Acad. Press, 1986. P. 114.
6. Baker M. B., Dash J. G. // J. Cryst. Growth, 1989. V. 97. P. 770.
7. Baker M. B., Latham J., Norville K. // J. Geophys. Res., 1991. V. 96. P. 7463.
8. Levin Z., Tzur I. — In: Earth's Electrical Environment /Eds. P. Krider and R. J. Roble. — Washington: Nat. Acad. Press, 1986. P. 131.
9. Ruhnke L. H. // J. Appl. Meteorol., 1970. V. 9. № 6. P. 947.
10. Chiu C.-S., Klett J. // J. Geophys. Res., 1989. V. 81. № 6. P. 1111.
11. Mason J., F. R. S. — In: Proc. R. Soc. London, 1988. V. 415. № 1829. P. 303.

12. Burne G.I., Few A.A., Steward M.F., Conrad A.C., and Torczon R.L. // J. Geophys. Res., 1987. V.92. P.1017.
13. Schuur T.J., Smull B.F. et al. // J. Atmos. Sci., 1991. V.48. P.825.
14. Krider E.P. // J. Geophys. Res., 1989. V.94. P.13145.
15. Krider E.P., Murphy M.C. et al. — In: Proceedings of 10th Int. Conference on Atmospheric Electricity. — Osaka, 1996. P.124.
16. Marshall T.C. and Rust W.D. // Bull. Am. Meteorol. Soc., 1993. V.74. P.2159.
17. Breed D., Dye J., Jones J.J., Barnes G. — In: Proc. of ICAE-92, St.Petersburg, Russia, 1992. V.3. P.706.
18. Gardniner B., Lamb R.L. et al. // J. Geophys. Res., 1985. V.90. P.6079.
19. Трахтенгерц В.Ю. // ДАН СССР, 1989. Т.308. С.584.
20. Trakhtengerts V.Yu. // J. Atm. Terr. Phys., 1992. P.217.
21. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987. — 592 с.
22. Phelps C.T. // J. Geophys. Res., 1971. V.76. P.5799.
23. Davis M. // Quart. J. Mech. Appl. Math., 1964. V.17. P.499.
24. Мареев Е.А., Сорокин А.Е., Трахтенгерц В.Ю. // ЖЭТФ, в печати.
25. Polyakov S.V., Rapoport V.O., Trakhtengerts V.Yu. // Int. J. Remote Sensing, 1994. V.15. P.173.
26. Юман М. Молния — М.: Мир, 1972.

Институт прикладной физики
РАН, г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

ELECTRODYNAMICS OF A CONVECTIVE CLOUD

V. Yu. Trakhtengertz, E. A. Mareev, A. E. Sorokin

An attempt has been made to describe analytically the electrodynamics of a convective cloud on the basis of one-dimensional convective cell with the solid gas rotation. The cloud electrization is induced by the interaction between heavy (large rain drops, fractions of hails) and light (microparticles of water and ice) particles , in the result of which fractions acquire electric charges of opposite sign. A large-scale electric field in the cloud occurs due to end effects and influences essentially on the motion of the heavy fraction of aerosol particles. A scenario is suggested for the development of an intra- cloud charge, according to which the large-scale electric field does not attain the discharge value, but stays at the level of the corona charge field, while an increase of the electric field irregular component is continuing and achieves the discharge value in small- scale electric cells due to the development of instabilities, similar to the beam plasma instabilities. The basic electric charge occurs at the background of multiple charges inside the cell, providing the formation of the lider lightning passage.

УДК 525.23

МОДЕЛЬ АТМОСФЕРНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА ОТ ПЛАНЕТАРНОГО ГЕНЕРАТОРА И НИЗКОШИРОТНЫХ ГРОЗОВЫХ ТОКОВ

П. А. Беспалов, Ю. В. Чугунов

Рассмотрена модельная задача о генерации атмосферного электричества совместным действием планетарного генератора, обусловленного нетвёрдотельным вращением плазмосферы, и тока, обусловленного низкоширотными грозами. Полученное точное решение модельной задачи удовлетворительно объясняет многие экспериментальные закономерности: полный электрический заряд планеты, плотность вертикального тока и электрические поля в зоне хорошей погоды.

ВВЕДЕНИЕ

Традиционная модель, объясняющая эффекты атмосферного электричества была сформулирована много лет назад Вильсоном [1]. Согласно этой модели первопричиной атмосферного электричества служит грозовая активность на низких широтах, а все другие проявления, в том числе электрическое поле в зоне хорошей погоды, являются вторичными. Сравнительно недавно в работах [2, 3] было обращено внимание на существование альтернативного источника атмосферного электричества — планетарного электрического генератора, обусловленного нетвердотельным характером вращения плазменной оболочки планеты. Выходное напряжение планетарного генератора порядка униполярного $U = M\omega_0/(cr_0)$ (где $M = B_0 r_0^3$ — магнитный момент планеты, ω_0 и r_0 — её угловая скорость и радиус) и приложено к атмосферному промежутку, как к участку глобального электрического контура с наибольшим сопротивлением. Рассмотренный в работах [2–4] режим "холостого хода" планетарного генератора отвечает случаю планеты с хорошей погодой, когда в атмосфере отсутствуют токи другой природы. Формально это соответствует тому, что за основу было взято решение с нулевым полным радиальным током на нижней кромке плазмосферы.

В данной работе мы хотим отметить продуктивность взаимодополнения двух указанных подходов к проблеме атмосферного электричества. Для реализации поставленной задачи введём в рассмотрение обобщённую модель планетарного электрического генератора, показанную на рис. 1.

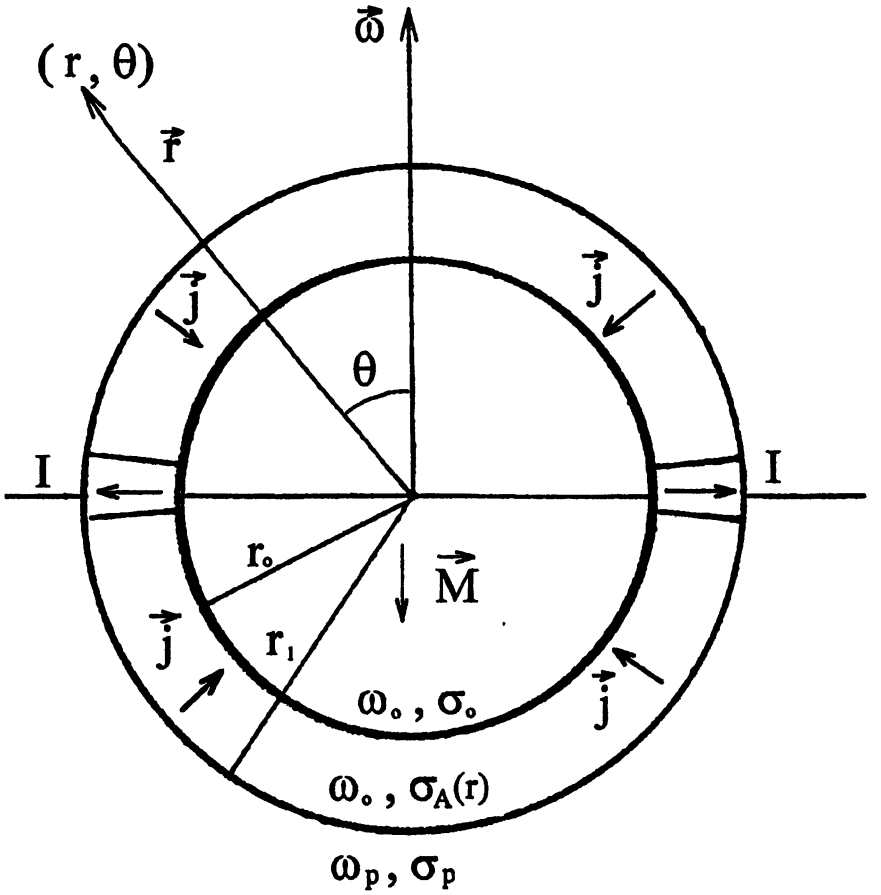


Рис. 1.

Землю будем моделировать проводящим шаром с намагниченной центральной частью. Ось вращения будем считать антипараллельной магнитному моменту. Атмосфера твёрдотельно следует за вращением планеты и имеет несравнимо меньшую проводимость. Будем искать стационарные решения соответствующей электродинамической задачи. Для общности допустим возможность существования стороннего, связанного с низкоширотными грозами вертикального тока I в экваториальной атмосфере.

Во всей остальной атмосфере в соответствии с экспериментальными данными ток направлен к земной поверхности. Это обстоятельство учитывается в работе для уменьшения вариации параметров теоретической модели.

ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ

В рамках принятой модели задача о нахождении распределения потен-

циала φ, плотности заряда ρ и плотности тока $\mathbf{j}$ в атмосфере планеты сводится к решению уравнений электродинамики

$$\operatorname{div}(\nabla\varphi) = -4\pi\rho\,, \tag{1а}$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{j} + \mathbf{j}_{\text{ext}}) = 0\,, \tag{1б}$$

$$\mathbf{j} = \rho\mathbf{v} + \sigma\left(-\nabla\varphi + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\right). \tag{1в}$$

с граничными условиями, обеспечивающими непрерывность на границах раздела потенциала ϕ и нормальной компоненты плотности тока $\mathbf{j}$ в среде с проводимостью σ. Магнитное поле $\mathbf{B}$ будем считать всюду дипольным и заданным магнитным моментом, параллельным оси вращения планеты. Скорость вращений $\mathbf{v}$ также считается заданной локальной скоростью углового вращения ω. Для потенциала в инерциальной системе отсчёта в сферической системе координат (r,θ,φ) имеем уравнение

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right) + \frac{1}{R^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) =$$

$$= \frac{2U_{\text{eff}}}{R^3}(3\cos^2\theta - 1) - \frac{1}{\sigma_{\text{A}}}\frac{\partial\sigma_{\text{A}}}{\partial R}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial R} + \frac{r_0U_{\text{eff}}}{R^2}\sin^2\theta\right) +$$

$$+\frac{r_0}{\sigma_{\text{A}}R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 j_{\text{ext,r}}\right), \tag{2}$$

где $R = r/r_0$, $U_{\text{eff}} = \delta U$, δ — фактор порядка единицы, зависящий от перепадов угловых скоростей в течении [3] ($\delta > 0$ при замедленном движении периферии, $\delta < 0$ при её более быстром вращении). Ниже, для определённости будем считать, что высокопроводящая плазменная оболочка покоится и $\delta = 1$. В свою очередь, $U = Mw_0/(cr_0)$ — характерная электродвижущая сила планетарного генератора, $M = B_0r_0^3$ — магнитный момент планеты, B_0 — магнитное поле на экваторе планеты, $\sigma_{\text{A}}(R)$ — проводимость атмосферы, $j_{\text{ext,r}}$ — радиальная компонента стороннего тока, широтную компоненту стороннего тока мы не учитываем.

В соответствии с известными экспериментальными данными [5] будем считать, что сторонний ток, обусловленный грозовой активностью, направлен по радиусу от земной поверхности и в условиях сохранения по высоте полного тока в отдельной грозовой ячейке в среднем равен

$$j_{\text{ext,r}} = \frac{A(\theta)}{R^2}\,, \tag{3}$$

где функцию $A(\theta)$ мы знаем из экспериментальных данных о числе гроз и средних параметрах отдельной грозовой ячейки.

С учётом замечания (3) уравнение (2) упрощается и сводится к виду

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right)+\frac{1}{R^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right)=$$

$$=\frac{2U_{\text{eff}}}{R^3}\left(3\cos^2\theta-1\right)-\frac{1}{\sigma_{\text{A}}}\frac{\partial\sigma_{\text{A}}}{\partial R}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial R}+\frac{r_0U_{\text{eff}}}{R^2}\sin^2\theta\right). \qquad (4)$$

Рассмотрим более подробно вопрос о граничных условиях для уравнения (4). На внутреннем крае плазмосферы потенциал будем считать постоянным и равным нулю, что отвечает случаю покоящейся плазмосферы. По-видимому, это выполнено в области высоких широт, а в целом это приближение предназначено для качественного описания реальной ситуации. Учёт конечной угловой скорости плазмосферы проведён в работах [2–4].

На внутренней границе земной коры магнитное поле будем считать попрежнему дипольным, а распределение потенциала может быть найдено из условия высокой проводимости и твёрдотельного вращения внешней границы земного ядра. На основе таких соображений из соотношения $\mathbf{E}=-(1/c)[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]$ находим распределение потенциала на внутренней границе земной коры:

$$\varphi=\varphi_0+U\sin^2\theta, \qquad (5)$$

где первое слагаемое представляет собой постоянное смещение, а второе — униполярную часть.

Решение уравнения (4) будем искать в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$\varphi(R,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n(R)P_n(\cos\theta). \qquad (6)$$

При выбранных граничных условиях для потенциалов и плотности тока на внутренней границе земной коры, на земной поверхности и на внутреннем крае плазмосферы решение уравнения (4) в низших угловых модах вблизи поверхности планеты определяется следующими выражениями:

$$\varphi(z,\theta)=(\varphi_0+U\sin^2\theta)\left[\exp\left(-\frac{z}{H}\right)-\exp\left(-\frac{h}{H}\right)\right]\left[1-\exp\left(-\frac{h}{H}\right)\right], \qquad (7а)$$

$$j_z(z,\theta)=\frac{\sigma_0}{H}\left(\varphi_0+U\sin^2\theta\right), \qquad (7б)$$

$$Q=\frac{r_0^2}{H}\left(\varphi_0+\frac{2}{3}U\right). \qquad (7в)$$

Здесь принято во внимание, что $\sigma_{\text{A}}(r)=\sigma_{\text{A}0}\exp\left(\frac{z}{H}\right)$ — типичная высотная зависимость проводимости атмосферы [9, 4], $z=r-r_0$ — высота над поверхностью планеты, Q — полный заряд планеты. Для определения величины φ_0 необходимо использовать дополнительные соображения.

ВОЛЬТ–АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГРОЗОВОЙ ЗОНЫ

Важным моментом теоретического рассмотрения является адекватный учёт вольт–амперной характеристики экваториальной грозовой зоны атмосферного промежутка, которую можно записать в виде

$$I = F(V), \tag{8}$$

где V — разность потенциалов между экваториальной зоной земной поверхности и ионосферой над ней, I — полный ток, текущий вверх в грозовой зоне. В качестве модельной вольт–амперной характеристики грозовой зоны выберем показанную на рис. 2 сплошной линией зависимость, отвечающую режиму, близкому к тлеющему разряду.

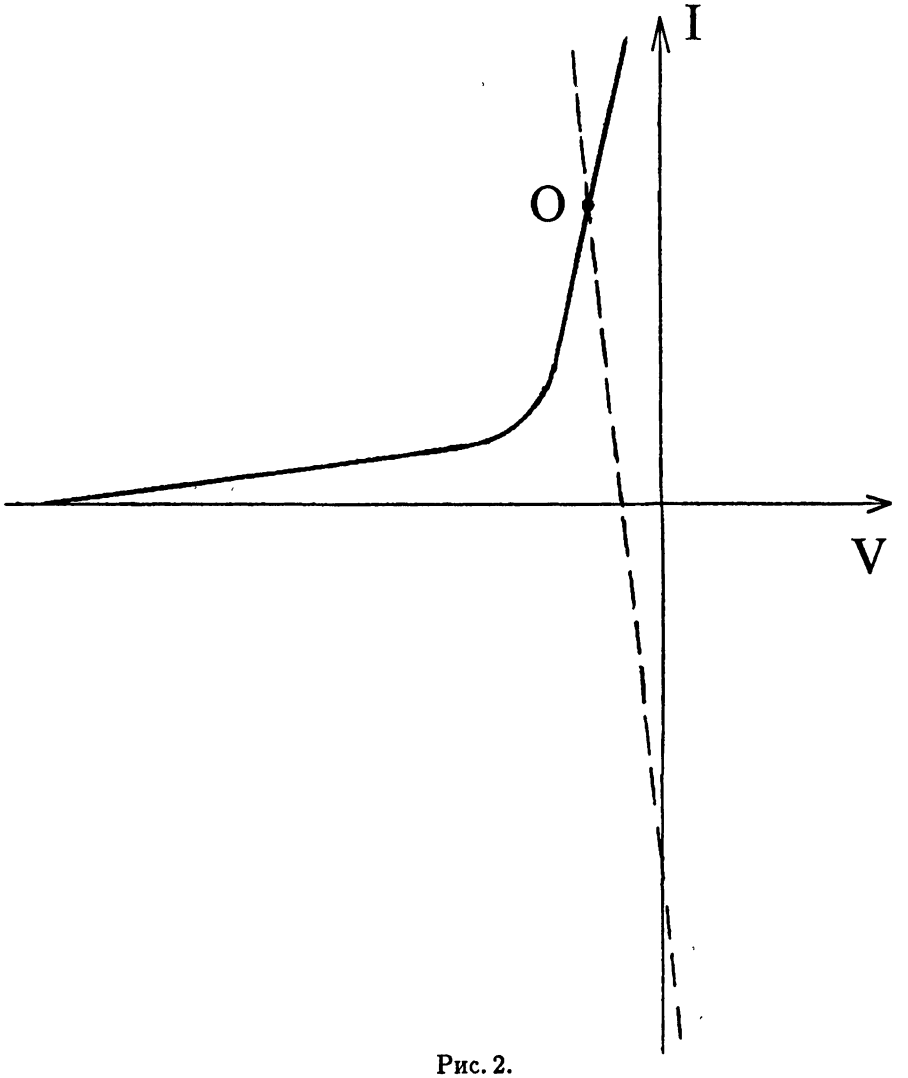


Рис. 2.

Наша задача во многом сводится к определению путём анализа решения (7) "рабочей точки" вольт-амперной характеристики. Согласно решению (7а) разность потенциалов, приложенная к экваториальной атмосфере,

$$V = \varphi_0 + U\,. \tag{9}$$

В стационарных условиях полный ток в зоне хорошей погоды $\int j_z ds$ должен быть равен с обратным знаком стороннему току в низкоширотной грозовой зоне I. Таким образом, из условия стационарности (1б) и формул (7б) и (9) получаем уравнение нагрузочной прямой:

$$V - \frac{1}{3}U = -R_A I\,, \tag{10}$$

в котором V — по-прежнему разность потенциалов, приложенная к экваториальной атмосфере, $R_A = H/(4\pi\sigma_A r_0^2)$ — полное сопротивление атмосферы. Нагрузочная прямая (10) показана на рис. 2 пунктиром с учётом того, что для земных условий $U = w_0 M/(cr_0) < 0$. Пересечение пунктира с вольт–амперной характеристикой определяет рабочую точку O.

Некоторые общие ограничения на положение рабочей точки накладывают отмеченные во введении обстоятельства. В зоне хорошей погоды ток должен быть направлен к земной поверхности. Чтобы это имело место, и вблизи полюсов должно выполняться условие $\varphi_0 \le 0$, следовательно,

$$V = \varphi_0 + U \le U\,. \tag{11}$$

ОБСУЖДЕНИЕ

Допустим, что $V \simeq 2U$. Тогда мы получаем разумные характеристики атмосферного электричества:

$$U \simeq 2\cdot 10^5\ \text{В},$$
$$Q \simeq -10^5\ \text{К},$$
$$j_z \simeq 2\cdot 10^{-12}\ \text{А/м}^2.$$

Распределения электрического поля на малых высотах и тока определяются простыми формулами:

$$E_z \simeq \frac{U}{H}\left(1+\sin^2\varphi\right)\exp\left(-\frac{z}{H}\right),$$
$$j_z \simeq \frac{\sigma_{A0}}{H}U\left(1+\sin^2\varphi\right). \tag{12}$$

Проведённый в данной работе учёт связанного с грозами стороннего электрического тока развивает модель атмосферного электричества, предложенную в работе [2]. В рамках этой более общей модели в зоне хорошей погоды электрическое поле близко к однородному и направлено всюду к Земле. Величина этого поля по порядку величины соответствует экспериментальным значениям [9]. С учётом высотного хода проводимости удаётся объяснить убывание электрического поля вверх от земной поверхности.

При приближении к ионосфере становится существенной анизотропия проводимости. Однако в этой зоне потенциал уже соответствует условию плазмосферного движения. В нашем случае он просто равен нулю.

Весьма любопытные результаты получаются при оценке электрического заряда Земли. Этот заряд близок к обычно обсуждаемой величине порядка $Q = -10^5$ К.

В рамках рассматриваемой модели мы можем формально ввести возможность грозовой активности на любой широте. Однако путём рассмотрения свойств нагрузочной прямой нетрудно убедиться, что в первую очередь грозовая активность проявит себя на низких широтах.

В рамках обсуждаемого подхода с одной стороны удаётся выделить важный источник атмосферного электричества, а с другой стороны заострить внимание на взаимосвязи атмосферных процессов и азимутальных течений магнитосферной плазмы. Источник атмосферного электричества, обусловленный нетвёрдотельным вращением, особенно важен, когда рабочая точка лежит на нелинейном участке вольт–амперной характеристики.

Естественно, реальная ситуация много сложнее простой рассмотренной модели. В частности возможен гистерезис вольт–амперной характеристики.

Для лучшего описания реальной околопланетной ситуации может оказаться более естественным использование трёхслойной модели планетарного генератора. Внутренний слой представляет собой планетарное ядро. Второй слой отвечает планетарной коре. Третий слой соответствует приповерхностным породам. На границе ядра при $r = r_1$ магнитное поле можно считать дипольным, а распределение потенциала из-за высокой проводимости ядра определяется выражением, аналогичным (4): $\varphi = \varphi_* + \tilde{U}\sin^2\theta$, где $\tilde{U} = U(r_0/r_*)\tilde{\omega}$. Сторонний ток естественно считать текущим только в атмосфере. Соответствующая электродинамическая задача допускает решение в виде разложения по чётным полиномам Лежандра (6). Нулевой и второй члены разложения дают выражения аналогичные (7). Слагаемые, отвечающие более высоким полиномам Лежандра, оказываются относительно малыми пропорциональными σ_A/σ_E, где σ_E — проводимость коры. Существенное отличие трёхслойной модели состоит в том, что в ней $\varphi_0 \to \varphi_* + [2r_0/(3r_*)]U(\tilde{w}/w_0 - 1)$, где $\tilde{w}$ учиты-

вает возможность того, что угловая скорость ядра может отличаться от угловой скорости земной коры.

Авторы благодарят А. В. Гапонова-Грехова за полезные обсуждения настоящей работы.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ по грантам № 95-02-04274а, № 96-02-16471а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wilson C. T. R. // Philos. Trans., 1920. V. A221. P. 73.
2. Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. // ДАН, 1994. Т. 337. С. 467.
3. Bespalov P. A., Chugunov Yu. V. // J. Atmos. Terr. Phys., 1996. V. 58. № 5. P. 601.
4. Bespalov P. A., Chugunov Yu. V., Davydenko S. S. // J. Atmos. Terr. Phys., 1996. V. 58. № 5. P. 605.
5. The Earth's Electrical Environment / Ed. by E. P. Krider, R. G. Roble. — Washington: National Academic Press, 1986.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1957. 270 с.
7. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. — М.: Мир, 1975. Т. 1, 2. 896 с.
8. McNutt R. L., Borcher J. W., Sulliven J. D., Bagenal F., Bridge H. S. // Nature, 1979. V. 280. № 5725. P. 803.
9. Volland H. // Phys. Scripta, 1987. V. T18. № 1. P. 289.

Институт прикладной физики
РАН, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

THE ATMOSPHERIC ELECTRICITY MODEL FOR THE PLANETARY ELECTRIC GENERATOR AND LOW LATITUDE THUNDERSTORM

P. A. Bespalov, Yu. V. Chugunov

In this paper the new results about the nature of the atmospheric electricity are founded in the framework of the exact model solution. These results are connected with the nonsolid rotation of the planet – plasmasphere system. For such a system, the magnetized rotating planet and surrounding plasma envelope form a planetary generator with an output voltage in the atmospheric layer. Another atmospheric electricity source is connected with low latitude thunderstorm activity. The calculated data for the output atmospheric voltage for both atmospheric electricity sources is approximatly equal to the unipolar voltage. The obtained atmospheric electric field and current are close to the known experimental results.

УДК 524.354

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРА ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД, ВЫЗВАННЫЕ РАСПАДОМ ФОТОНА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. В. Деришев, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский

Проанализирована спектральная эволюция мягкого ($\lesssim 1$ МэВ) гамма-излучения нейтронных звёзд в сильном магнитном поле $B \gtrsim 6 \cdot 10^{12}$ Гс. Показано, что уравнение переноса излучения, описывающее эффект каскадного расщепления фотона, имеет однопараметрическое семейство автомодельных решений, интегральное разложение по которым служит эффективным методом исследования решения общего вида. Характерной особенностью автомодельного спектра является быстрая асимптотическая сходимость к нему любого исходного спектра, удовлетворяющего условию концентрации основного потока излучения в области жёстких энергий. Рассмотрены возможные наблюдательные проявления эффекта расщепления фотона, включая поляризацию и смягчение спектра, а также появление в нём характерного завала и конденсацию всей жёсткой части исходного спектра вблизи этого завала.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наблюдаемое рентгеновское и гамма-излучение нейтронных звёзд, как правило, связывается с существованием горячей электрон–позитронной плазмы, находящейся в экстремальных физических условиях над поверхностью этих звёзд. Формирование спектра такого излучения по мере его выхода из магнитосферы нейтронной звезды представляет особый и не только астрофизический интерес, поскольку в ряде случаев оно определяется экзотическими квантово–электродинамическими эффектами, обычно малосущественными в астрофизике других звёзд или в лабораторной физике. Указанные эффекты наиболее ярко проявляются для фотонов, энергия которых сравнима с энергией покоя электрона, т.е. больше или порядка 50 кэВ. В данной статье речь пойдёт о ещё не наблюдавшемся эффекте расщепления фотона в сильном магнитном поле, $\gamma \to \gamma + \gamma$ [1–3]. Независимо от модели магнитосферы и конкретного механизма генерации излучения, мы покажем, что в отсутствие плазменных эффектов расщепление может служить причиной формирования специфического вида спектра. Его возможная идентификация с наблюдаемыми спектрами излучения нейтронных звёзд в диапазоне 50 кэВ – 1 МэВ могла бы предоставить косвенное доказательство существования расщепления фотона в вакууме. Конкретно, имеются в виду

наблюдения рентгеновских и гамма-пульсаров, а также так называемых SGR (Soft Gamma Repiters); см., например, [4–6].

Разумеется, расщепление возможно потому, что вакуум в присутствии магнитного поля — это нелинейная двоякопреломляющая среда, своими необычными свойствами обязанная виртуальным электрон–позитронным парам. В такой среде γ-кванты, помимо обычных двухфотонных процессов рождения и аннигиляции электрон–позитронных пар, подвержены действию однофотонных процессов, а именно, расщеплению фотона (результат указанной нелинейности уравнений Максвелла в сильном магнитном поле) и однофотонному рождению пар $\gamma \to e^+ + e^-$ (результат возможности передавать магнитному полю избыточный поперечный импульс). Характерным масштабом является критическое поле $B_{\text{кр}} \approx 4{,}4 \cdot 10^{13}$ Гс, в котором энергия кванта циклотронного излучения равна энергии покоя электрона. Существование вблизи поверхностей нейтронных звёзд столь сильных магнитных полей сейчас является общепризнанным. В некоторых случаях измерение скорости замедления пульсаров из-за реакции излучения вращающегося магнитного диполя дают значения магнитного поля даже свыше 10^{14} Гс. Наличие звёзд с полями $B \sim 10^{12} \div 10^{13}$ Гс доказывается отождествлением спектральных особенностей наблюдаемого излучения с циклотронными линиями.

Выходящий спектр жёсткого рентгеновского и гамма-излучения формируется в результате конкуренции указанных выше трёх процессов гибели высокоэнергичных фотонов ($\gamma \to \gamma + \gamma$, $\gamma \to e^+ + e^-$, $\gamma + \gamma \to e^+ + e^-$), к которым, как правило, добавляется процесс комптонизации ($\gamma + e^{\pm} \to \gamma + e^{\pm}$).* Все эти процессы ведут, вообще говоря, к смягчению энергий фотонов выходящего излучения по сравнению с исходным, причём типичные сечения рождения пар в разрешённой области энергий во много раз превышают сечение расщепления фотона. Особая роль последнего связана с беспороговым (по энергии) характером этого процесса и его фактической необратимостью. В то же время рождение пар накладывает ограничение снизу на энергию участвующих в нём фотонов и в реальных условиях сопровождается обратным процессом аннигиляции. В конечном итоге, доля фотонов с энергией $\hbar\omega$, превышающей энергию покоя пары электрон + позитрон $2m_e c^2$, может стать настолько малой, что определяющую роль в дальнейшей эволюции спектра излучения будет играть относительно слабое расщепление фотонов, возможно, сопровождаемое комптонизацией.

Именно такая ситуация, фактически относящаяся к интервалу энергий примерно от 1 до 0,05 МэВ, будет интересовать нас в данной статье. При этом интенсивность излучения электрон–позитронной плазмы непо-

*Роль стандартных процессов рождения фотонов в результате тормозного, синхротронного или аннигиляционного излучения электрон–позитронной плазмы предполагается известной и здесь не обсуждается.

средственно в указанном интервале энергий может быть относительно малой и, следовательно, несущественной по сравнению с интенсивностью жёсткого излучения с энергией больше 1 МэВ, трансформированной в субМэВ-й интервал. Если величина магнитного поля нейтронной звезды превышает $(3 \div 5) \cdot 10^{12}$ Гс, то в процессе такой трансформации ведущую роль играет поглощение квантов за счёт однофотонного рождения пар и последующей их аннигиляции, а расщепление фотона несущественно.

2. ОДНОКРАТНОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ

Рассмотрим подробнее единичный акт распада фотона [7]. Согласно теореме Фарри, из-за симметрии КЭД относительно зарядового сопряжения, вклады диаграмм, содержащих замкнутые петли с нечётным числом внешних концов, в точности компенсируются. Четырёхвершинные диаграммы для расщепления тоже дают нулевую амплитуду в коллинеарном приближении, которое хорошо выполняется в магнитосфере типичной нейтронной звезды. Таким образом, процесс расщепления фотона описывается шестивершинными диаграммами в наименьшем неисчезающем порядке.

Для простоты будет рассматриваться только случай $\varepsilon B \lesssim 0{,}4 B_{\text{кр}}$ и $\varepsilon < 2$, где $\varepsilon = \hbar\omega / m_e c^2$, когда распад фотона можно описать простейшими аналитическими формулами, а однофотонное рождение пар исключено (случай $\varepsilon B \gtrsim B_{\text{кр}}$ рассмотрен, например, в работах [3, 8]). Подчеркнём, что при этом, несмотря на малость эффектов двоякопреломления и дисперсии, их учёт принципиален. Как известно, собственные волны в замагниченном вакууме имеют линейную поляризацию и показатели преломления [9, 7]

$$n_{\parallel} = 1 + \frac{7}{90}\frac{\alpha}{\pi}\frac{B^2}{B_{\text{кр}}^2}\sin^2\Theta \qquad \text{и} \qquad n_{\perp} = 1 + \frac{2}{45}\frac{\alpha}{\pi}\frac{B^2}{B_{\text{кр}}^2}\sin^2\Theta, \tag{1}$$

где $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры, Θ — величина угла между векторами $\vec{B}$ и $\vec{k}$, а индексы $\perp$ и $\parallel$ относятся соответственно к волнам с вектором электрического поля, перпендикулярным и параллельным к плоскости, в которой лежат вектора $\vec{B}$ и $\vec{k}$. Формулы (1) верны при $\varepsilon B \ll B_{\text{кр}} \sin\Theta$, причём для оценок мы будем брать $\sin\Theta = 1$, не предполагая особой роли фотонов, распространяющихся под малыми углами к магнитному полю.

Поскольку фотоны не имеют электрического заряда, то в начальном и конечном состояниях энергия и импульс должны быть одинаковыми, т.е.

$$\omega = \omega' + \omega'', \qquad \vec{k} = \vec{k}' + \vec{k}'', \tag{2}$$

где волновые вектора $\vec{k}'$, $\vec{k}''$ и частоты ω', ω'' относятся к образовавшимся фотонам. Как видно из (1), $n_{\parallel} > n_{\perp}$, а значит, распады $\parallel \to \perp + \perp$ и

$\|\to\perp+\|$ запрещены законами сохранения (2). При учёте дисперсии показатели преломления оказываются растущими функциями частоты, так что процессы $\perp\to\perp+\perp$ и $\|\to\|+\|$ тоже запрещены, т.е. фотоны с $\|$-поляризацией не расщепляются вообще [1, 7].

Из двух оставшихся, заметную амплитуду в приближении слабой дисперсии имеет только распад $\perp\to\|+\|$ и его полное сечение даётся формулой [1, 2]

$$\sigma_{\text{вр}}(\varepsilon)=\frac{\alpha^3}{15\pi^2}\left(\frac{13}{315}\right)^2\frac{1}{\lambda\!\!\!^{-}_c}\left(\frac{B}{B_{\text{кр}}}\sin\theta\right)^6\varepsilon^5, \tag{3}$$

где $\lambda\!\!\!^{-}_c=\hbar/m_ec$ — комптоновская длина волны электрона, $\varepsilon=\hbar\omega/m_ec^2$ — нормированная энергия исходного фотона. В сильном поле $B\gtrsim B_{\text{кр}}$ выражение (3) содержит дополнительный множитель $M(B)$ [2], который совершенно не влияет на приводимые здесь рассуждения и для простоты будет опущен. Распад $\perp\to\perp+\|$ по порядку величины в $\alpha(B/B_{\text{кр}})^2$ раз слабее. Дифференциальное сечение расщепления $\perp$-фотона на $\|$-фотоны с энергиями Ω и $(\varepsilon-\Omega)$ равно [1, 2]

$$\sigma(\varepsilon,\Omega)=30\frac{\Omega^2(\varepsilon-\Omega)^2}{\varepsilon^5}\sigma_{\text{вр}}(\varepsilon);\qquad\int_0^\varepsilon\sigma(\varepsilon,\Omega)d\Omega=\sigma_{\text{вр}}(\varepsilon). \tag{4}$$

Здесь и далее Ω, как и ε, обозначает энергию фотона, нормированную на энергию покоя электрона.

Выражения (3) и (4) справедливы при условии малости диаграмм с восемью вершинами, т.е. при условии $\varepsilon B\ll B_{\text{кр}}$. Маленькая разница в показателях преломления $n_\perp$ и $n_\|$ приводит к тому, что волновой вектор исходного и волновые вектора вновь образовавшихся фотонов не вполне коллинеарны. Однако приближение коллинеарности является достаточно хорошим; так при $B=B_{\text{кр}}$, $\sin\Theta=1$ и равных энергиях образовавшихся фотонов их волновые вектора составляют угол около 1° с исходным направлением.

Строго говоря, если один из образовавшихся фотонов имеет энергию много меньше энергии исходного фотона, то приближение коллинеарности нарушается сильно, вплоть до того, что возможен параметрический распад на энергичный фотон, распространяющийся в том же направлении, и встречный оптический фотон с энергией $\Omega\ll\varepsilon$ (см., например, [10]). Для рассматриваемой здесь эволюции жёсткого рентгеновского и мягкого гамма-спектра этот эффект несуществен.

В отсутствие какого-нибудь механизма, изменяющего поляризацию излучения, фотоны будут претерпевать расщепление только один раз. В исходном, пусть неполяризованном, излучении только высокоэнергичные фотоны с поперечной поляризацией могут распадаться с образованием избытка более мягких продольно-поляризованных квантов. Последние могут быть подвержены расщеплению лишь в той мере, в какой это позволяет геометрия искривлённых силовых линий магнитного поля. Даже

в дипольном поле нейтронной звезды угол между вектором поляризации и направлением силовых линий будет меняться вдоль луча зрения, а значит, в принципе, возможны и многократные распады фотонов. Однако для достаточно регулярного магнитного поля (у которого масштаб изменения направления силовых линий больше или сравним с масштабом изменения величины поля) вероятность такого "каскадного" расщепления быстро падает с увеличением числа шагов в каскаде, так что в большинстве случаев приближение однократного расщепления будет вполне достаточным.

В таких условиях однократное расщепление фотонов имеет, по крайней мере, три наблюдаемых следствия. Во-первых, оно ведёт к общему смягчению спектра. Во-вторых, оно "смазывает" все спектральные особенности, так как каждая линия "отбрасывает тень" в область низких энергий в виде колоколообразного спектра (4). В-третьих, поляризационная избирательность расщепления приводит к тому, что γ-излучение оказывается поляризованным в плоскости магнитного поля и луча. Степень поляризации достигает 100% для наиболее жёсткой части спектра и спадает до нуля в сторону меньших энергий, если исходное излучение было неполяризованным. Для молодых пульсаров с сильным несоосным магнитным полем должна наблюдаться своеобразная "пульсация" спектра в течение одного импульса излучения: от наиболее жёсткого в момент, когда угол между осью магнитного поля и лучом зрения наименьший, до наиболее мягкого, когда этот угол максимален.

До сих пор речь шла исключительно о расщеплении фотона и основные конкуренты этого процесса — одно- и двухфотонное рождение пар — не принимались во внимание. В случае однофотонного рождения пар это оправдано для допороговых энергий γ-квантов:

$$\hbar\omega < 2m_e c^2 / \sin\Theta. \qquad (5)$$

Как следует из выражения (3), оптическая толщина по расщеплению для околопороговых фотонов, распространяющихся поперёк силовых линий, превышает 1. При этом значение поля у поверхности $B \approx 6 \cdot 10^{12}$ Гс. Асимптотическую формулу для сечения однофотонного рождения пар $\sigma_{\rm pp}$ можно найти в работе [11]; отношение $\sigma_{\rm pp}/\sigma_{\rm sp}$ зависит только от $\varepsilon \sin\Theta$ и B и, для интересующих нас магнитных полей $B \gtrsim 6 \cdot 10^{12}$ Гс, намного больше единицы при сколько-нибудь значительном превышении $\varepsilon \sin\Theta$ над пороговым значением 2. Поэтому в той области, где однофотонное рождение пар возможно, оно фактически является доминирующим процессом поглощения энергичных фотонов и приводит к обрыву спектра при энергиях $\hbar\omega > 2m_e c^2 / \sin\Theta$.

Иначе дело обстоит с двухфотонным процессом, чья скорость опреде-

ляется не только величиной сечения [12],

$$\sigma_{2\text{pp}} = \frac{3}{8}\sigma_{\text{T}}\left(\left(\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\right)^2 - 1\right)^{1/2} \tag{6}$$

($\sigma_{\text{T}} \approx 6\cdot 10^{-25}$ см^2 — томсоновское сечение, а $\hbar\omega$ — энергии фотонов в системе центра инерции), но и концентрацией подходящих фотонов (с энергией $\hbar\omega > m_e c^2$). Для типичной нейтронной звезды данное обстоятельство приводит к ограничению на светимость в диапазоне $\hbar\omega > 0{,}5$ МэВ

$$L < L_{\text{pp}} \sim 10^{35}\text{эрг/с}, \tag{7}$$

при которой оптическая толщина по двухфотонным процессам меньше 1. Одновременно неравенство (7) накладывает ограничение на равновесную концентрацию электрон–позитронной плазмы, $n_e < 10^{18}$ см$^{-3}$. Это ограничение в точности означает, что оптическая толщина по томсоновскому рассеянию меньше 1. В результате двухфотонные процессы и томсоновское рассеяние можно не учитывать. В полях, превышающих 10^{13} Гс, ограничение (7) не играет особой роли, так как фотоны с энергией больше $m_e c^2$ быстро расщепляются.

3. АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ

Как отмечалось выше, приближение однократного расщепления применимо только в том случае, когда излучение может свободно выходить из области взаимодействия, не претерпевая заметной деполяризации при рассеянии на частицах плазмы. В реальной же физической ситуации концентрация электронов и позитронов в магнитосфере нейтронной звезды может оказаться больше граничного значения $n_e \sim 10^{18}$ см$^{-3}$ и магнитосфера станет непрозрачной для излучения. Тогда томсоновское рассеяние деполяризует фотоны и в результате многократное расщепление становится вполне возможным. (Для простоты мы игнорируем возможность эффективного циклотронного рассеяния и связанной с ним деполяризации.) Спектр выходящего излучения в таком случае будет определяться, вообще говоря, двумя параллельно идущими процессами: комптонизацией и расщеплением фотонов. В принципе, комптонизация происходит на длине $1/\varepsilon\sigma_{\text{T}}n_e$, так что при очень малых энергиях комптонизация протекает быстрее расщепления (обратная длина которого даётся выражением (3)).

В то же время для не слишком малых энергий $\varepsilon \lesssim 0{,}5$ и полей $B \gtrsim 2\cdot 10^{13}$ Гс возможна обратная ситуация, когда комптонизация не так существенна даже при $n_e \sim 10^{18}$ см$^{-3}$. Для этого случая можно упростить

задачу и записать уравнение переноса излучения только с учётом расщепления фотона, но пренебрегая поляризационной зависимостью последнего ($\overline{\sigma}_{\text{sp}}$ и $\overline{\sigma}(\Omega',\Omega)$ — усреднённые по поляризациям сечения расщепления):

$$\frac{\partial}{\partial l}F(\Omega) = -\overline{\sigma}_{\text{sp}}(\Omega)F(\Omega) + 2\int_{\Omega}^{\infty} F(\Omega')\overline{\sigma}(\Omega',\Omega)d\Omega'. \qquad (8)$$

Здесь использовано коллинеарное приближение, $\partial/\partial l$ означает производную по координате вдоль луча, а $F(\Omega)$ — спектральная плотность потока числа квантов. В реальности траектория фотона представляет собой ломаную и $\partial/\partial l$ следует понимать как производную вдоль этой траектории, а $F(\Omega)$ — как плотность вероятности того, что фотон имеет энергию Ω. Двойка в интегральном слагаемом появляется из-за того, что новый фотон с частотой Ω образуется двумя способами: $\Omega' \to (\Omega) + (\Omega' - \Omega)$ и $\Omega' \to (\Omega' - \Omega) + (\Omega)$. Нелинейные процессы типа индуцированного расщепления и слияния фотонов не учитываются, так как для их реализации требуются чрезмерно большие интенсивности излучения, сравнимые с равновесными тепловыми (с эффективной температурой, определяемой средней энергией гамма-квантов).

Уравнение (8), как будет показано далее, имеет однопараметрическое семейство автомодельных решений, которые удобны для интегрального представления спектров общего вида. Каждое частное автомодельное решение является естественным спектром в задаче о расщеплении фотона в том же смысле, в каком чернотельный спектр — естественный для задачи комптонизации в равновесной плазме. Изучение свойств этих решений имеет особое значение для понимания физической картины эволюции спектра фотонов в сильном магнитном поле.

Вводя зависящий от координаты частотный масштаб $a(l)$ и обозначая $x \equiv \Omega/a(l)$, перепишем уравнение (8) в виде

$$\frac{\partial}{\partial l}F(ax) = -\mu a^5 x^5 F(ax) + 60\mu a^5 \int_x^{\infty} F(ax')x^2(x'-x)^2dx', \qquad (9)$$

где

$$\mu(B,\Theta) = \frac{\alpha^3}{30\pi^2}\left(\frac{13}{315}\right)^2 \frac{1}{\lambda\!\!\!^{-}_{\text{c}}}\left(\frac{B\sin\Theta}{B_{\text{cr}}}\right)^6;$$

для определённости деполяризация считается полной и мгновенной. Решение этого уравнения можно искать в автомодельном виде $F(ax) = A(l)f_1(x) \equiv A(l)f_1(\Omega/a(l))$, что даёт

$$\frac{1}{\mu a^5}\left[\frac{A'}{A}f_1(x) - \frac{a'}{a}xf_1'(x)\right] = -x^5 f_1(x) + 60x^2\int_x^{\infty} f_1(x')(x'-x)^2dx'. \qquad (10)$$

Здесь фигурируют производные $A' = dA/dl$, $a' = da/dl$, $f_1' = df_1/dx$. A' и a' связаны между собой условием сохранения полного потока энергии:

$$\int \Omega F(\Omega)d\Omega = a^2 A\int x f_1(x)dx \equiv \text{const}. \qquad (11)$$

Функция $f_1(x)$ была введена так, что она не зависит явно от l, поэтому из соотношения (11) следует $A'/A = -2a'/a$.

В результате переменные в уравнении (10) разделяются:

$$-\frac{a'}{\mu a^6}\left[2f_1(x) + xf_1'(x)\right] = -x^5 f_1(x) + 60x^2 \int_x^\infty f_1(x')(x'-x)^2 dx'. \qquad (12)$$

Конкретный выбор значения константы разделения не имеет физического смысла и ведет лишь к изменению масштаба функции $f_1(x)$. Для простоты примем эту константу равной 1. Тогда

$$-\frac{1}{\mu}\frac{a'}{a^6} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad a(l) = \frac{a(0)}{\sqrt[5]{1+5\tau a^5(0)}}, \qquad (13а)$$

$$2f_1(x) + xf_1'(x) = -x^5 f_1(x) + 60x^2 \int_x^\infty f_1(x')(x'-x)^2 dx', \qquad (13б)$$

где величина $\tau \equiv \int_0^l \mu dl$ играет роль оптической толщины по расщеплению вдоль траектории фотона и фактически не зависит от угла Θ в рассматриваемых условиях многократного рассеяния. Для доказательства самоподобия решения уравнения (13б) запишем его для функции $f_N(y) \equiv f_1(Ny)$ (т.е. проведём замену $x \to Ny$):

$$\frac{1}{N^5}\left[2f_N(y) + yf_N'(y)\right] = -y^5 f_N(y) + 60y^2 \int_y^\infty f_N(y')(y'-y)^2 dy'.$$

Легко видеть, что в точности такое же уравнение получается выбором константы разделения $1/N^5$ в уравнении (12) и соответствующей заменой масштабного коэффициента в уравнении (13а): $a \to Na$ (причём закон преобразования масштабного коэффициента вдоль траектории луча остаётся неизменным). Таким образом,

$$f_N\left(\frac{N\Omega}{Na(l)}\right) = f_N(y) \equiv f_1(Nx) = f_1\left(\frac{N\Omega}{a(l)}\right). \qquad (14)$$

Суммируя вышесказанное, можно утверждать, что если исходный спектр при $l = 0$ задан в виде

$$F(\Omega) = A(0) f_1\left(\Omega/a(0)\right), \qquad (15)$$

то его дальнейшая эволюция определяется автомодельным законом

$$F(\Omega, l) = A(0)\left[\frac{a(0)}{a(l)}\right]^2 f_1\left(\Omega/a(l)\right), \qquad (16)$$

где зависимость $a(l)$ берётся из соотношения (13а). Иными словами, спектр вида (15) сжимается по энергиям и растёт по амплитуде, сохраняя неизменную форму. Более того, оказывается, что произвольный исходный спектр, удовлетворяющий условию концентрации основной энергии в области, где оптическая толщина по расщеплению превышает 1, быстро сходится (асимптотически при $\tau \gtrsim 2$) к автомодельному решению (16). Соответствующий численный пример приведён на рис. 1. Здесь изображён результат эволюции двух разных спектров: дельта-функции $\delta(\omega/\omega_0 - 1)$ и "ступеньки" $\theta(\omega/\omega_0 - 1)\theta(1{,}5 - \omega/\omega_0)$, одинаковых по общему потоку энергии. Частота нормирована на произвольную частоту ω_0 и оптическая толщина по расщеплению на частоте $\omega/\omega_0 = 1$ равна 2,3.

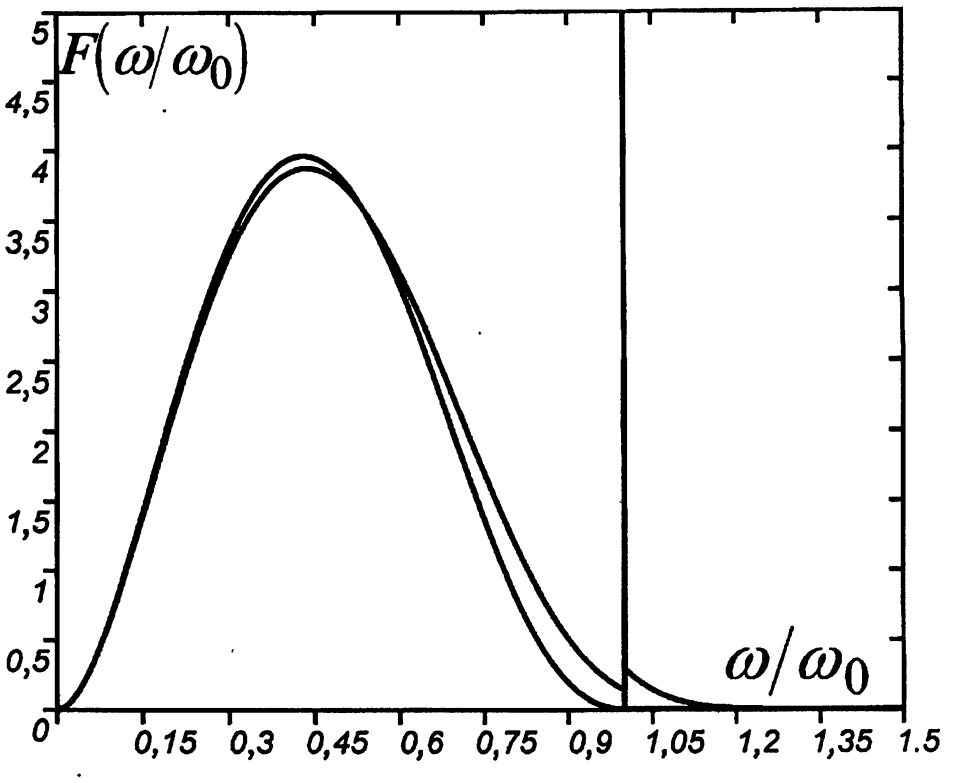


Рис. 1.

Рассмотрим подробнее получающийся из уравнения (13б) вид функции $f_1(x)$. Численное решение, отнормированное так, что $\max(f_1(x)) = 1$, представлено на рис. 2. Асимптотики этого решения при $x \to 0$ и $x \to \infty$ легко находятся аналитически. Поведение решения при $x \to \infty$ следует из решения того же уравнения без интегрального слагаемого: $f_1(x) = Cx^{-2}\exp(-x^5/5)$; значение $C \approx 1{,}5$ получается из численного счёта. Оценка величины интегрального слагаемого даёт $120x^{-10}f_1(x)$, что доказывает быструю асимптотическую сходимость. Вблизи нуля функ-

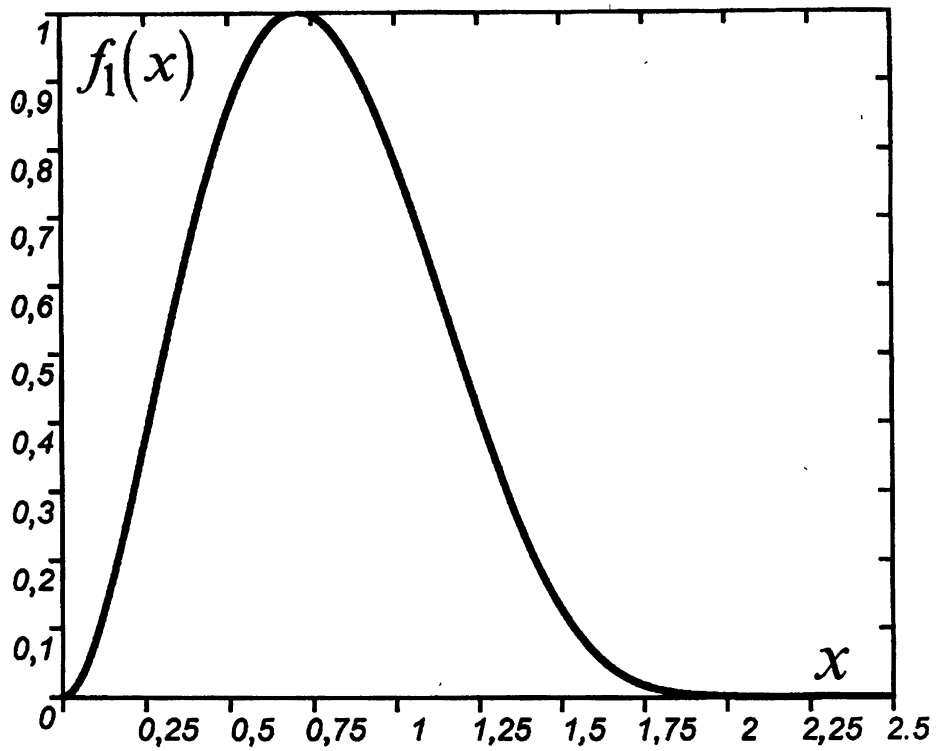


Рис. 2.

цию $f_1(x)$ можно разложить в ряд Лорана: $f_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n x^n$. Прямой подстановкой разложения в уравнение (13б) легко убедиться, что первые два ненулевых коэффициента в разложении — это C_{-2} и C_2. В результате численного счёта получено $C_{-2} = 0$ и $C_2 \approx 10$. Этот вывод очевиден с физической точки зрения. Автомодельный спектр формируется в результате многократного наложения спектров вида (4) и, следовательно, должен иметь то же асимптотическое поведение в нуле, что и дифференциальное сечение расщепления: $f_1(x) \propto x^2$. Отметим также, что функция $f_1(x)$ имеет единственный максимум в точке $x \approx 0{,}7$ с шириной $\approx 0{,}9$ на уровне 1/2.

Форма автомодельного спектра (15) слишком специфична, чтобы считаться хорошим приближением для каких-либо реальных источников излучения. Поэтому в общем случае спектр будет представлять собой суперпозицию функций $f_1(\Omega/a)$ с разными масштабными коэффициентами a и разными амплитудными факторами $A(a)$:

$$F(\Omega) = \int_0^\infty A(a) f_1\left(\frac{\Omega}{a}\right) da. \qquad (17)$$

По отношению к функции $A(a)$ — это интегральное уравнение Фредгольма первого рода, сводящееся заменой $\Omega \to e^u$, $a \to e^v$ и $A(a) \to B(a)/a$ к уравнению в свёртках, которое, в свою очередь, с помощью преобразования Фурье (если только оно существует для функции $F(\Omega)$ в новых переменных) формально превращается в алгебраическое. На практике решение приходится искать численно, причём задача о нахождении решения уравнения первого рода относится к числу некорректных и требует специальных мер для достижения сходимости.

К счастью, есть важный и весьма представительный случай — степенной спектр $F(\Omega) \propto \Omega^{-n}$, — для которого решение легко получить явно. В этом случае амплитуда $A(a)$ — тоже степенная функция с показателем на единицу меньше: $A(a) \propto a^{-n-1}$. За недостатком места приведём основные результаты анализа эволюции степенного спектра без доказательств. Прежде всего заметим, что, каким бы ни был исходный вид функции $A(a)$ в разложении (17), на любом конечном расстоянии от источника величина масштабного коэффициента не может превышать

$$a_{\max} = \left(5 \int_0^l \mu dl \right)^{1/5} . \tag{18}$$

Если исходный спектр был степенным, то результат деформации "спектра" $A(a)$ зависит от показателя степени:

$$A(l,a) = \frac{a^{-n-1}}{\left(1 - 5\int_0^l \mu dl a^5\right)^{(7-n)/5}} . \tag{19}$$

При $F(\Omega) \propto \Omega^{-n}$ для $n > 7$ функция $A(l,a)$ при подходе к $a_{\max}$ по переменной a будет монотонно спадать до нуля ($A(a) \equiv 0$ при $a > a_{\max}$). Для жёстких (менее крутых) спектров с $n < 7$ функция $A(l,a)$ имеет вблизи $a_{\max}$ интегрируемую степенную особенность, ширина которой меньше ширины автомодельного спектра. В последнем случае $F(\Omega, l)$ можно представить как суперпозицию степенного спектра, обрезанного на частоте $\Omega_c \approx 0{,}7 a_{\max}$, и автомодельного решения (16). Такой спектр имеет особенность в виде уплощения или даже подъёма в области энергий $\sim \Omega_c$ и эволюционирует, сохраняя свою форму с изменением автомодельного параметра $a_{\max}$. С точки зрения наблюдателя, Ω_c является характерной энергией, выше которой излучение обрывается. Именно подобное уплощение спектра и его резкий завал следует искать, в первую очередь, в спектрах жёсткого излучения нейтронных звёзд, например, рентгеновских пульсаров. Напомним, что $F(\omega)$ — спектральная плотность потока числа фотонов и связана со спектральной интенсивностью соотношением $I(\omega) = \hbar\omega F(\omega)$.

4. ВЛИЯНИЕ НЕПРОЗРАЧНОЙ МАГНИТОСФЕРЫ

Вопрос о применимости полученных выше результатов и, в частности, автомодельного решения в реальных астрофизических ситуациях заслуживает более подробного рассмотрения. Одно уточнение состоит в учёте того обстоятельства, что деполяризация в результате томсоновского рассеяния предполагает диффузионный характер движения фотонов, так что эффективная оптическая длина $\tau = \int_0^l \mu dl$ зависит от времени вылета фотона t_{esc}. Для целей дальнейшего качественного анализа достаточно грубой оценки этой зависимости: $\tau \propto t_{esc}$ (если траектории очень запутаны). Детальное рассмотрение задачи о диффузии фотонов можно найти в [13], здесь же, следуя тому же рецепту, мы представим решение (17) в виде

$$F(\Omega, l) = \int_0^\infty \int_0^\infty p(t_{esc}) A(t_{esc}, a) f_1\left(\frac{\Omega}{a}\right) dt_{esc} da, \qquad (20)$$

где функция $p(t_{esc})$ представляет распределение фотонов по временам выхода. Чтобы определить, насколько эффект диффузии изменит выходящий спектр, необходимо $p(t_{esc})$ пересчитать в распределение $p(\Omega_c)$ с помощью выражения (18). При вычислении t_{esc} надо проследить траекторию фотона в обратном направлении через все распады, в которых он участвовал. Функция $p(\Omega_c)$, отнормированная на единицу, приведена на рис. 3 (частота указана в условных единицах и точка $\Omega_c = 1$ соответствует максимуму функции $p(t_{esc})$). Из-за слабой зависимости Ω_c от t_{esc} ($\Omega_c \propto t_{esc}^{-1/5}$, если $\tau \propto t_{esc}$) ширина функции $p(\Omega_c)$ в области максимума оказывается значительно меньше ширины $f_1(\Omega/a)$. В итоге можно утверждать, что диффузионный разброс фотонов лишь незначительно изменяет спектр, вычисленный в пренебрежении этим разбросом.

Более принципиален учёт комптонизации. Существуют, по крайней мере, два случая, когда комптонизация мала в сравнении с расщеплением фотона. Первый — сильно неравновесное турбулентное магнитное поле, в котором энергия турбулентности на много порядков превышает энергию поддерживающей её плазмы. Второй — это специфическая по своему составу плазма, в которой основной вклад в непрозрачность вносят тяжёлые заряженные частицы, например протоны. Оба случая, однако, настолько экзотичны, что могут рассматриваться лишь как теоретические возможности.

Если же основной вклад в непрозрачность вносят не сильно релятивистские электроны и позитроны, расщепление оказывается сильнее комптонизации (но незначительно) только в узком окне параметров:

$$\tau \sim 2 \div 5, \quad \text{т.е.} \quad n_e \sim (2 \div 5) \cdot 10^{18}\,\text{см}^{-3}, \quad \text{и} \quad B \gtrsim 2 \cdot 10^{13}\,\text{Гс}. \qquad (21)$$

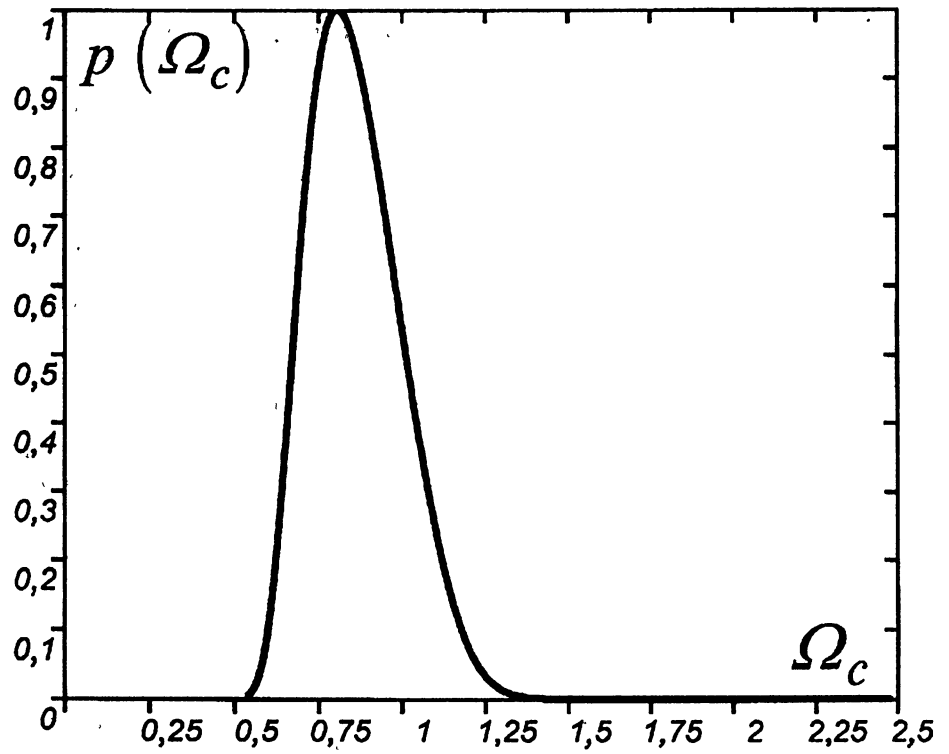


Рис. 3.

Так или иначе, в низкочастотном пределе $\Omega \ll \Omega_c$ вид спектра будет определяться только процессами излучения и комптонизации, поскольку чернотельная асимптотика $F(\Omega) \propto \Omega$, $\Omega \to 0$ перевешивает автомодельную $F(\Omega) \propto \Omega^2$. Наоборот, в области $\Omega \gtrsim \Omega_c$ доминирует расщепление (при $B = B_{cr}$, когда $\hbar\omega_c \approx 90$ кэВ, это утверждение справедливо по меньшей мере вплоть до концентраций $n_e \sim 10^{23}$ см$^{-3}$) — и такая характерная особенность автомодельного спектра, как резкий завал при $\Omega > \Omega_c$ ($\propto \exp(-\Omega^5/5a_{\max}^5)$ против экспоненты типа $\exp(-\Omega)$ для теплового спектра), останется наблюдаемой. Для жёстких степенных спектров Ω^{-n} с $n < 7$ по-прежнему будет наблюдаться уплощение или даже подъём $F(\Omega)$ в области $\Omega \sim \Omega_c$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно сказанному выше, эффект расщепления фотона в сильном магнитном поле может иметь несколько наблюдаемых последствий для γ-излучения нейтронных звёзд.

В случае оптически тонкой магнитосферы с регулярным магнитным полем применимо приближение однократного расщепления, что приводит

к поляризации фотонов (электрический вектор в плоскости магнитного поля и луча зрения), достигающей 100% в наиболее жёсткой части спектра. Если наблюдениями с помощью чувствительных к поляризации γ-детекторов определить спектральную границу, на которой степень поляризации $\sim 50\%$, то можно дать независимую оценку величины магнитного поля нейтронной звезды (предполагая исходное излучение неполяризованным): $B \approx m_e c^2/\hbar\omega_{50} \times 10^{13}$ Гс. Кроме того, расщепление фотона должно приводить к общему смягчению гамма-спектра и замыванию спектральных линий, например, циклотронных. Для молодых пульсаров, у которых ось вращения и ось магнитного поля ещё не выровнены, должен наблюдаться также эффект "пульсации спектра" на протяжении каждого периода. Видимо, примером такого объекта может служить рентгеновский пульсар GX1+4 [6], хотя возможны и другие объяснения его необычной кривой блеска.

В оптически толстой магнитосфере с расщеплением фотона конкурирует процесс комптонизации и в общем случае задачу переноса излучения надо решать самосогласованно. Однако качественные особенности спектра в области энергий больше или порядка граничной энергии $\hbar\omega_c$ (см. разд. 3) ясны уже на основе проделанного анализа. Прежде всего, расщепление приводит к недостатку жёстких фотонов по сравнению с равновесным тепловым спектром (они "перебрасываются" в более мягкую область спектра). Если непосредственно вблизи граничной энергии спектр имеет уплощение или даже подъём, то это — недвусмысленное свидетельство жёсткости спектра исходных источников, излучение которых подверглось действию эффекта расщепления фотона. В отсутствие низкоэнергетического фона любое наперёд заданное распределение фотонов из области энергий больше $\hbar\omega_c$ "стягивается" к автомодельному спектру.

Идентификация перечисленных особенностей в спектрах нейтронных звёзд может дать косвенное подтверждение того, что процесс расщепления фотона происходит в реальности. Такое подтверждение тем более важно, поскольку возможности для изучения экзотических процессов квантовой электродинамики в лабораторных условиях весьма ограничены.

Авторы признательны за поддержку контракту PSS* 0992 Европейского Сообщества и гранту № 96-02-16045а РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adler S.L. // Ann. Phys., 1971. V. 67. P. 599.
2. Stoneham R.J. // J. Phys. A: Gen. Phys., 1979. V. 12. № 11. P. 2187.
3. Baring M.G., Harding A.K. — In: Proceedings of 31st Scientific Assembly of COSPAR. — University of Birmingham, England, 14–21 July 1996.

4. Wilson R. B. et al. — In: Isolated Pulsars / Eds. K. van Riper, R. Epshtein & C. Ho. — Cambridge Univ. Press, 1993. P. 257.
5. Matz S. M. et al. // Ap. J., 1994. V. 434. P. 288.
6. Dicters S. W. B. et al. // Adv. Space Res., 1991. V. 11. № 8. P. 35.
7. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1989.
8. Baier V. N., Mil'shtein A. I., Shaisultanov R. Zh. // Phys. Rev. Lett., 1996. V. 77. P. 1691.
9. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1987.
10. Фабрикант А. Л. // Письма в ЖЭТФ, 1982. Т. 36. № 3. С. 56.
11. Baring M. G. - Mon. Not. R. Astron. Soc., 1988. V. 235. № 1. P. 51.
12. Harding A. K. // Phys. Rep., 1991. V. 206. № 6. P. 329.
13. Zheleznyakov V. V. Radiation in astrophysical plasmas. — Dordrecht–Boston–London: Kluwer Acad. Publ., 1996.

Институт прикладной физики
РАН, Нижний Новгород

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

GAMMA-RAY SPECTRAL FEATURES OF NEUTRON STARS, ORIGINATED FROM PHOTON SPLITTING IN A STRONG MAGNETIC FIELD

E. V. Derishev, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky

The spectral evolution of neutron star soft ($\lesssim 1$ MeV) gamma-radiation in a strong magnetic field $B \gtrsim 6 \cdot 10^{12}$ G is analized. It is shown, that the radiation transfer equation for the photon splitting cascade has one-parameter set of self-similar solutions, which are usefull for analizing the general solution. The initial spectrum of an arbitrary type converges quickly to the self-similar spectrum, provided, that most of the energy is concentrated in the hard spectral range. Possible observational consequencies of photon splitting are considered, including polarization and softening of the output spectrum as well as generation of a spectral break and condensation of all hard-energy radiation near that break.

УДК 621.378

MULTIMODE FABRY-PEROT LASER: NUMBER OF RELAXATION FREQUENCIES

P. A. Khandokhin[1], *Paul Mandel*[2], *I. V. Koryukin*[1,2], *B. A. Nguyen*[2] *and Ya. I. Khanin*[1]

We study analytically the Tang, Statz and deMars equations describing a solid-state Fabry-Perot laser to determine how many relaxation oscillations it displays. When the modes have equal gains, the number of relaxation oscillations varies between zero and the mode number, depending on the laser parameters. In particular, a large number of modes or a relatively large pumping rate leads to the elimination of all relaxation oscillations except one thereby simplifying the noise spectrum. These results are generalized to include unequal modal gains such as might result from the Lorentzian gain profile.

1. INTRODUCTION

The purpose of this paper is to study the relaxation properties of a multimode laser which is described by the Tang, Statz and deMars (TSD) rate equations [1]. To grasp the nature of the problem, let us consider a single mode Fabry-Perot laser. It is well known that the relaxation to the steady state is characterized by the McCumber or relaxation oscillation frequency [2]. However, at the laser threshold, there are three (or two, depending on the model) real roots and no oscillation frequency. Hence close to the lasing threshold, there is a domain where the relaxation to the steady state is characterized by three decay rates while away from the lasing threshold, the relaxation to the steady state is characterized by two decay rates and one oscillation frequency. The question addressed in this paper is how many relaxation oscillation frequencies characterize the intensity fluctuations of a multimode Fabry-Perot laser. These frequencies appear as eigenvalues of a linearized problem and therefore lead to the definition of a set of low eigenfrequencies and eigenvalues which form the basis for a set of dynamical modes of the laser. The common wisdom is that there are as many frequencies as there are modes. This turns out to be only the upper bound. As we demonstrate in this paper, the number of relaxation frequencies can take any value between zero and the number of modes in the framework of the TSD rate equations. The frequencies which we characterize in this paper are those frequencies found in power or intensity noise spectra of these lasers. Their knowledge is also important to determine which frequencies are likely to produce strong resonances when one of the laser control parameters is periodically modulated.

Our analysis is an extension of the recent theoretical work on the spectral properties of the TSD equations [3 – 5] that we write as

$$dI(p,\tau)/d\tau = k\Big(\gamma_p[D(\tau) - D(p,\tau)] - 1\Big)I(p,\tau), \tag{1}$$

$$dD(\tau)/d\tau = w - \left(1 + \sum_p I(p,\tau)\gamma_p\right) D(\tau) + \sum_p I(p,\tau)\gamma_p D(p,\tau), \tag{2}$$

$$dD(p,\tau)/d\tau = -\left(1 + \sum_q I(q,\tau)\gamma_q\right) D(p,\tau) + \frac{1}{2} I(p,\tau)\gamma_p D(\tau). \tag{3}$$

These equations describe the interaction of the N modal intensities $I(p,\tau)$ with the N population gratings $D(p,\tau)$ and the average population inversion $D(\tau)$ which we define as

$$D(\tau) \equiv \frac{1}{L}\int_0^L \overline{D}(z,\tau)dz, \qquad D(p,\tau) \equiv \frac{1}{L}\int_0^L \overline{D}(z,\tau)\cos(2k_p z)dz. \tag{4}$$

Time is measured in units of the population inversion relaxation time. Given the scaling of the time, k is the photon decay rate divided by the population inversion decay rate. The parameter k is assumed to be mode-independent, but the gain of mode p relative to the gain of the first mode, γ_p, is mode-dependent. Thus, the lasing threshold for the first mode is $w_1 = 1$, the threshold for the gain of any other mode is $w_p \geq 1$. The relative gains satisfy the condition $\gamma_p \leq 1$.

There is no grating created in the lasing medium by the joint action of different modes in TSD model. Such an approximation excludes the phase-sensitive mode-mode interaction [6, 7]. In this sense the TSD equations are the simplest model among the family of multimode laser models for class B lasers. It is only in this case that the number of relaxation frequencies does not exceed the number of lasing modes. Taking into account the phase-sensitive mode interaction (when necessary) leads to additional frequencies and their total number can be more than the mode number as in the case of bidirectional ring laser [8, 9].

The steady state solution of the TSD equations can be found for arbitrary relative gains [4, 5]:

$$\begin{aligned} &D_p = D - 1/\gamma_p, \\ &w = D + \frac{DS_1 - S_2}{S_1 - (N - 1/2)D}, \quad S_1 = \sum_p 1/\gamma_p, \quad S_2 = \sum_p [1/\gamma_p]^2, \\ &I(p) = \frac{1}{\gamma_p} \cdot \frac{D - 1/\gamma_p}{S_1 - (N - 1/2)D}. \end{aligned} \tag{5}$$

In the case of equal modal gains the steady state solution becomes

$$D_p = \mathcal{D} = D - 1, \quad I(p) = \mathcal{I} = (w - D)/N,$$
$$w = D + \frac{N(D-1)}{N - (N - 1/2)D}. \tag{6}$$

In [4] we have shown that a simple reference model can be set up in the limit $k \to \infty$ and equal gains. With this reference model, it was proved that only two frequencies characterize the relaxation to steady state, irrespective of the mode number provided it is larger than unity. The main simplification due to the limit $k \to \infty$ is that to dominant order the oscillations are not damped. In this paper we extend this analysis to include the effect of the finite cavity decay rate k. However, since the solid state lasers to which the TSD theory is applicable have cavity decay rates of the order of 10^3 to 10^6, the limit $k \gg 1$ will be used when useful.

2. ANALYTICAL RESULTS

Using the TSD equations (1)-(3), a linear stability analysis of the degenerate ($\gamma_p = 1$) steady state solution (6) yields the characteristic polynomial

$$[P(2,\lambda)]^{N-1} P(3,\lambda) = 0,$$

$$P(2,\lambda) = 2N\lambda^2 + 2N\lambda(1 + w - D) + Dk(w - D), \tag{7}$$

$$\begin{aligned} P(3,\lambda) = {} & 2N\lambda^3 + 4N\lambda^2[1 + w - D] + \lambda[2N - 4ND + (2N-1)D^2 - \\ & - 4NDk + (2N-1)D^2k + 4Nw - (4N-2)Dw + 4Nkw - \\ & - (2N-1)Dkw + (2N-1)w^2] - 4NDk + (4N-2)D^2k + 4Nkw - \\ & - 3(2N-1)Dkw + (2N-1)kw^2. \end{aligned} \tag{8}$$

We use the notation $P(n,\lambda)$ to indicate a polynomial of degree n in the variable λ. Most of the analysis that follows rests on the fact that the quadratic $P(2,\lambda)$ has complex roots if and only if its discriminant is negative

$$2kD(w - D) > N(1 + w - D)^2. \tag{9}$$

2.1. Large mode number: 1 frequency

A first limit in which condition (9) is not verified is the large mode number limit that we define as

$$N \to \infty, \quad k \to \infty, \quad N/k = \mathcal{O}(1), \quad w - 1 = \mathcal{O}(1). \tag{10}$$

In this limit, the steady state solution (6) becomes

$$D = 1 + \frac{w-1}{2wN} + \mathcal{O}(1/N^2), \quad \mathcal{I} = \frac{w-1}{N} + \mathcal{O}(1/N^2). \tag{11}$$

Therefore the condition (9) becomes

$$N < N_{\text{sup}} \equiv 2k(w-1)/w^2 + \mathcal{O}(1). \tag{12}$$

In the same limit, the cubic $P(3,\lambda)$ is

$$\lambda^3 + 2\lambda^2 w + \lambda[k(w-1) + w^2] + kw(w-1) = 0, \tag{13}$$

whose roots are $\lambda_1 = -w$ and $\lambda_R = -w/2 \pm i\Omega_R$. This indicates the occurrence of a cut-off in the mode number such that above that cut-off there remains only one pair of complex roots (and therefore one relaxation oscillation frequency) in the cubic $P(3,\lambda)$. This is the usual relaxation oscillation frequency or McCumber frequency [2] already found in the single mode laser in either a ring or a Fabry-Perot cavity

$$\Omega_R^2 = k(w-1). \tag{14}$$

Here it describes modulation of the total intensity and the total population inversion with inphase oscillations of individual mode intensities.

2.2. Large pump rate limit: 1 frequency

Another limit in which the condition (9) is not satisfied is the large pump rate defined by

$$k \to \infty, \quad w \to \infty, \quad k/w = \mathcal{O}(1), \quad N = \mathcal{O}(1). \tag{15}$$

In this limit, a cut-off pump rate w_{sup} appears such that for

$$w > w_{\text{sup}} = 4k/(2N-1) \tag{16}$$

the quadratic $P(2,\lambda)$ produces no oscillation frequency. In that limit the cubic becomes $P(3,\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 w + \lambda kw + kw^2$and its roots are $\lambda_1 = -w$ and $\lambda_{2,3} = -w/2 \pm i(kw)^{1/2}$. The frequency $(kw)^{1/2}$is of course the large pump limit of the relaxation oscillation frequency Ω_R.

2.3. Linewidths inequalities

The linear stability analysis yields yet another important piece of information, namely the linewidth of a modulation resonance or the width of a peak in the noise spectra. It appears as the real part of the eigenvalues in

the linear stability analysis. To discuss the properties of the linewidths, let us consider the simple limit

$$k \to \infty, \quad N = \mathcal{O}(1), \quad w - 1 = \mathcal{O}(1). \tag{17}$$

The roots of the cubic can be expanded in a power series of $k^{1/2}$ to give

$$\lambda_1 = \Gamma_1 + \mathcal{O}(k^{-1/2}), \tag{18}$$

$$\lambda_{2,3} = \pm i\Omega_R k^{1/2} + \Gamma_R + \mathcal{O}(k^{-1/2}). \tag{19}$$

The exact solution of the quadratic is

$$\lambda_{4,5} = \pm i\overline{\Omega}_L k^{1/2} + \Gamma_L \tag{20}$$

and the exact low frequency is

$$\overline{\Omega}_L = \Omega_L \sqrt{1 - \frac{(1+w-D)^2}{4k\Omega_L^2}}, \quad \Omega_L^2 = \mathcal{I}D/2 = D(w-D)/2N. \tag{21}$$

The three decay rates are defined by

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= -\frac{[(2N-1)D-2N]^2+2N}{[4N-(2N-1)D][2N-(2N-1)D]}, \\ \Gamma_R &= -\frac{(2N+1)[(D+2N)^2-2N(D^2+2N+1)]}{[4N-(2N-1)D][4N-(4N-2)D]}, \\ \Gamma_L &= -\frac{D}{4N-(4N-2)D}. \end{aligned} \tag{22}$$

These decay rates determine the linewidths at the three frequencies $0, \Omega_R$ and $\overline{\Omega}_L$. Using steady state solution (6) one can estimate these decay rates as $\Gamma_1 \approx -w, \Gamma_R \approx -w/2, \Gamma_L \approx -w/2$. The expressions for Γ_R and Γ_1 coincide with ones found in large mode number and large pump rate limits. Using the expression (22) of the decay rates the following equality is found

$$\Gamma_R = 2\Gamma_L - \frac{1}{2}\Gamma_1. \tag{23}$$

Since the peak at the origin may be difficult to measure, a weaker relation is the inequality that remains between the decay rates at the non zero frequencies

$$|\,\Gamma_R\,| < 2\,|\,\Gamma_L\,|\,. \tag{24}$$

2.4. Close to threshold

Another interesting limit is the vicinity of the lasing threshold that we define as

$$k \to \infty, \quad N = \mathcal{O}(1), w = 1 + \eta, \quad \eta = \mathcal{O}(1/k). \tag{25}$$

In that limit, the cubic characteristic equation becomes $\lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda(1 + k\eta) + k\eta = 0$. Its roots are

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_{R\pm} = \frac{1}{2}\left(-1 \pm \sqrt{1 - 4k\eta}\right). \tag{26}$$

Here again a cut-off appears for the excess pump parameter η. Let $\eta_R = 1/4k$. If $\eta < \eta_R$, the three roots (26) are real and negative. Furthermore the root λ_{R-} vanishes at threshold. However, if $\eta > \eta_R$, the roots $\lambda_{R\pm}$ are complex conjugate and their imaginary part gives the relaxation oscillation frequency

$$\overline{\Omega}_R^2 = \eta k - 1/4 = k(w-1) - 1/4. \tag{27}$$

Away from the threshold, the usual expression (14) for the relaxation oscillation frequency is recovered.

A similar process takes place for the low frequency oscillation. In the limit (25), the roots of the quadratic equation become

$$\lambda_{L\pm} = \frac{1}{2}\left(-1 - \frac{2N\eta}{2N+1} \pm \sqrt{1 - \frac{4k\eta}{2N+1}}\right). \tag{28}$$

Here again, a cut-off excess pump power appears. Let $\eta_L = (2N+1)/4k$. If $\eta < \eta_L$, the two roots (28) are real and negative. Furthermore, the root λ_{L-} vanishes at threshold. On the contrary, if $\eta > \eta_L$, the roots (28) are complex conjugate and define an oscillation frequency Ω_L.

From this analysis, we can draw the following conclusions on the dynamics of the laser with $k \gg 1, \gamma_p = 1$ and finite N:

- At threshold, there are N zero roots and $N+1$ real negative roots.
- In the range $1 < w < 1 + 1/4k$, there is no internal oscillation frequency: all roots are real and negative.
- In the range $1 + 1/4k < w < 1 + (2N+1)/4k$, there is only the relaxation oscillation frequency $\overline{\Omega}_R$.
- In the range $1 + (2N+1)/4k < w < 4k/(2N-1)$, the two oscillation frequencies $\overline{\Omega}_R$and Ω_L coexist.
- Finally, in the range $w > 4k/(2N-1)$, only the relaxation oscillation $\overline{\Omega}_R$ remains.

2.5. No degeneracy: N frequencies

We have shown in [4] that if there are $M \leq N$ different gains γ_p, there are M different frequencies $\Omega_{L,p}$. They all have the same decay rate unless the modal cavity decay rates are different. In the limit of equal cavity decay rates, the analysis of section 2.4 is modified by the replacement of the unique threshold $w_{L,N} = 1 + \eta_{L,N}$ by M different thresholds $w_p = 1/\gamma_p + \eta_{L,p}$. Thus, each time a new mode begins to oscillate (with threshold $w_{o,p} = 1/\gamma_p$), there are two new roots, one of which vanishes at the threshold. Slightly above threshold $[w_p = w_{0,p} + \eta_{L,p} = 1/\gamma_p + (2p+1)/4k]$, the two roots become a complex conjugate pair and a new frequency appears in the relaxation to the steady state.

3. NUMERICAL RESULTS

To complement the analytical results we have undertaken a numerical study of characteristic equations (7) – (8). The dependencies of the relaxation frequencies and the decay rates on the pump parameter are presented in Figs.1 – 3 for different number of lasing modes. The results presented in Fig. 1 correspond to the situation $k \to \infty$ and $N = \mathcal{O}(1)$ and also illustrate the relaxation behavior near the laser threshold. One can see that close to the threshold there are domains with one or two relaxation frequencies. This figure shows also that the decay rates Γ_R and Γ_L are very close to each other and that the inequality (24) is fulfilled. The two next figures show the disappearance of the low frequency relaxation oscillation with an increase of the mode number. Figure 2 illustrates the case $N = 50$. There still remains a small domain around $w = 2$ where the frequency Ω_L exists, corresponding to a maximum of N_{sup} for the critical mode number defined in (12). The addition of only one more lasing mode causes qualitative changes in the dynamical characteristics of the laser: two real roots λ_0 and λ_1 appear instead of a pair of complex conjugate roots and the low frequency relaxation oscillation disappears as shown in Fig. 3. It should be noticed that the dependence N_{sup} on the pump parameter (12) is not monotonic so that the reduction of the number of oscillation frequencies is not a simple manifestation of the modal intensity decrease with increasing mode number.

The results obtained so far rely on the assumption of equal modal gains and arbitrary mode number. In general, the number of modes is a function of the gain profile as well as the pump parameter. Let us consider the case of a Lorentz distribution of the modal gains with one mode tuned to the line center

$$\gamma_p = \frac{1}{1 + (p\Delta)^2}, \quad -m \leq p \leq m, \quad N = 2m + 1, \qquad (29)$$

where $\Delta = \delta f_m / \delta f_g$ is the ratio of the intermode spacing to the gain linewidth. Using the steady state result (5) and assuming that $N\Delta \ll 1$ we can estimate

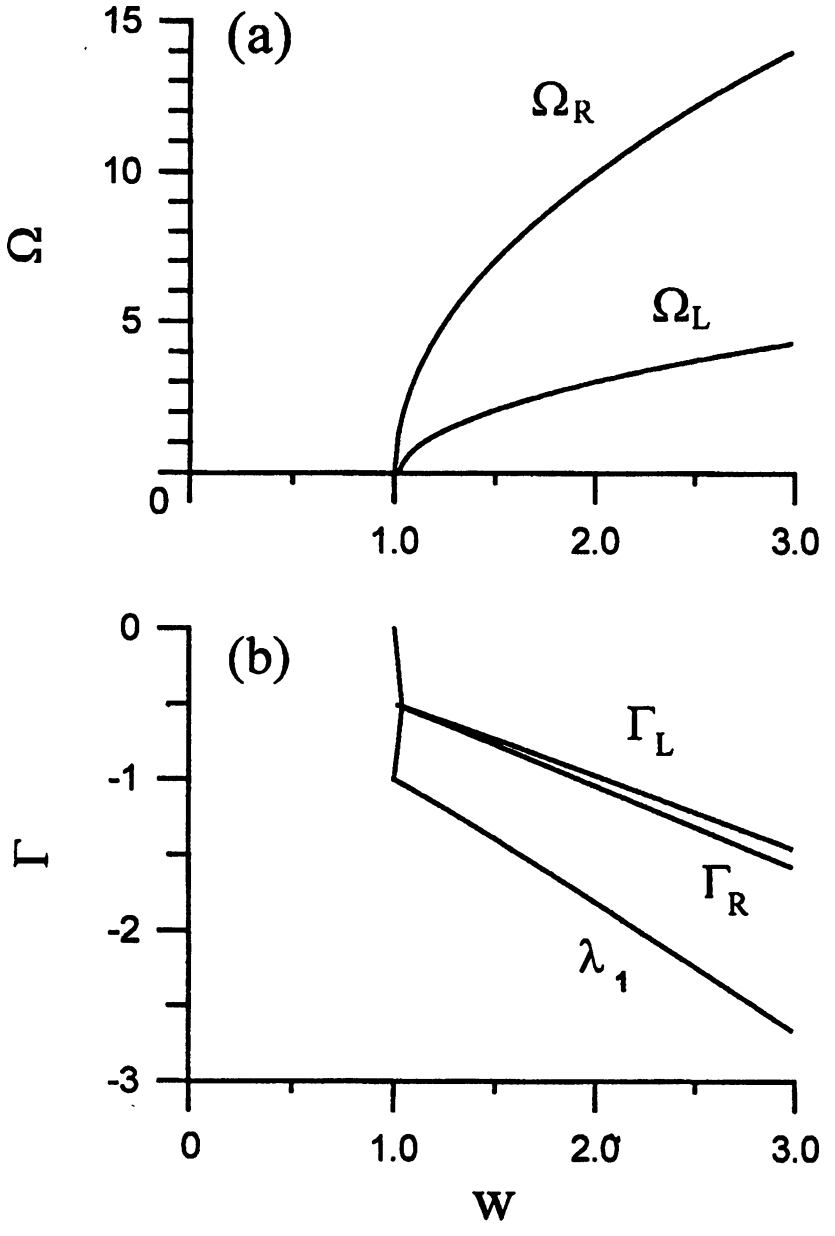


Fig. 1. Dependence of the frequencies and damping rates of the relaxation oscillations on the pump parameter for $k = 100$ and $N = 5$. Results are obtained by solving numerically the linearized eigenvalue problem associated with (1)–(3).

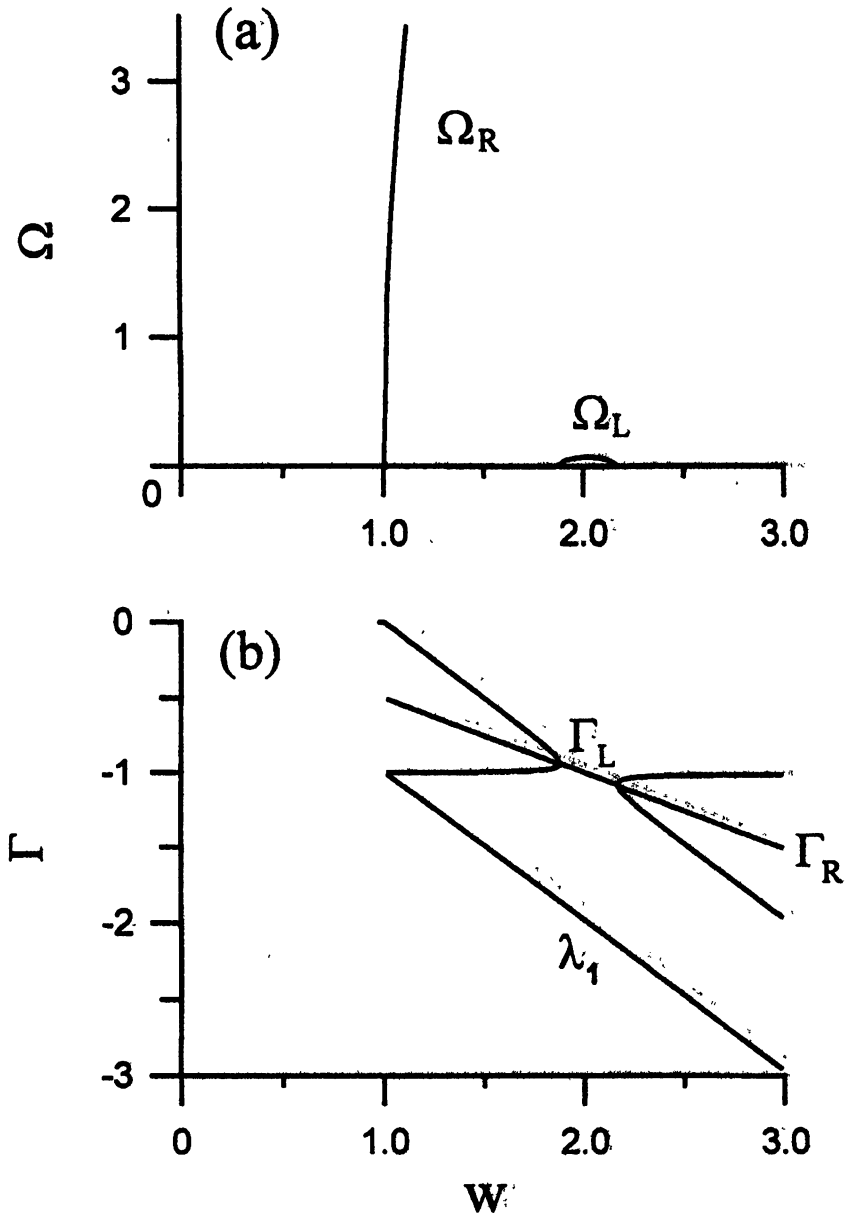


Fig. 2. Dependence of the frequencies and damping rates of relaxation oscillations on the pump parameter for $k = 100$ and $N = 50$. Note the much reduced range of Ω compared with the upper part of Fig. 1. Same numerical method as for figure 1.

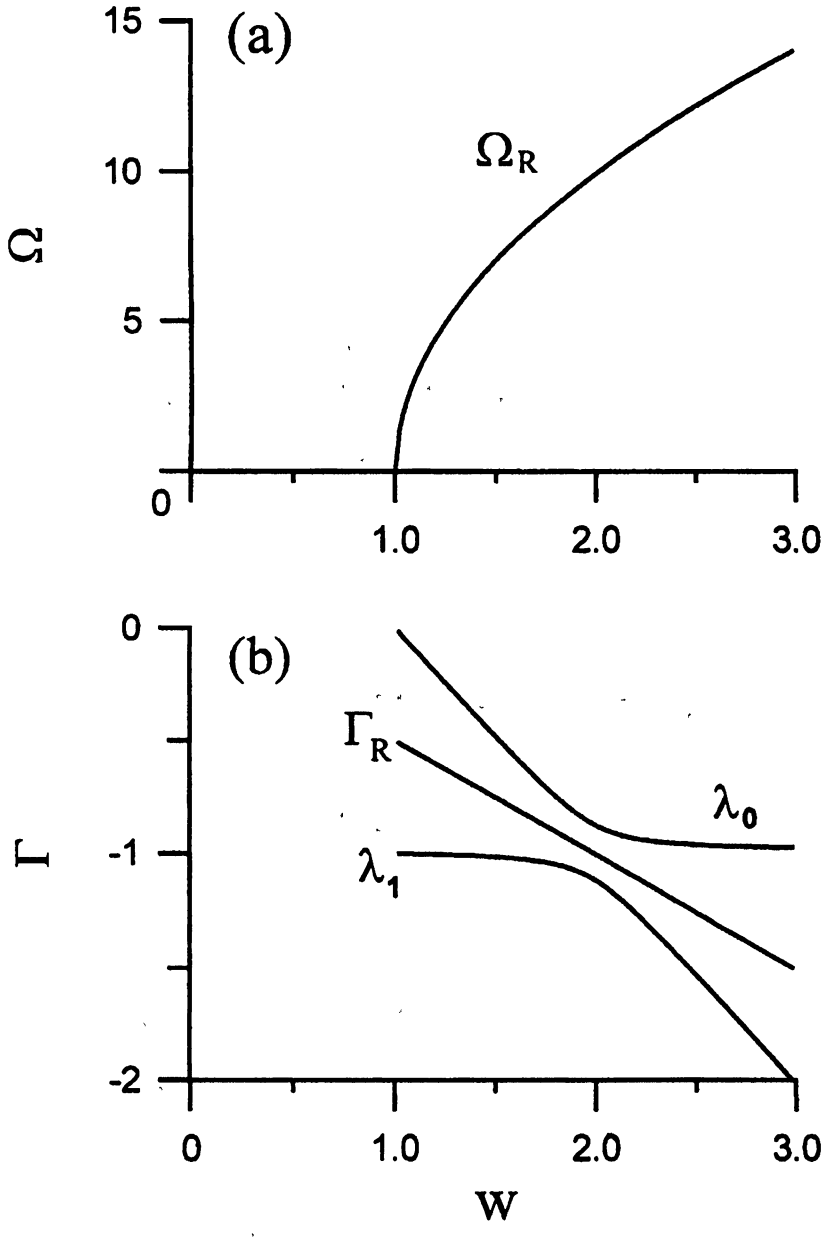


Fig. 3. Same as in Fig. 2 but for $N = 51$.

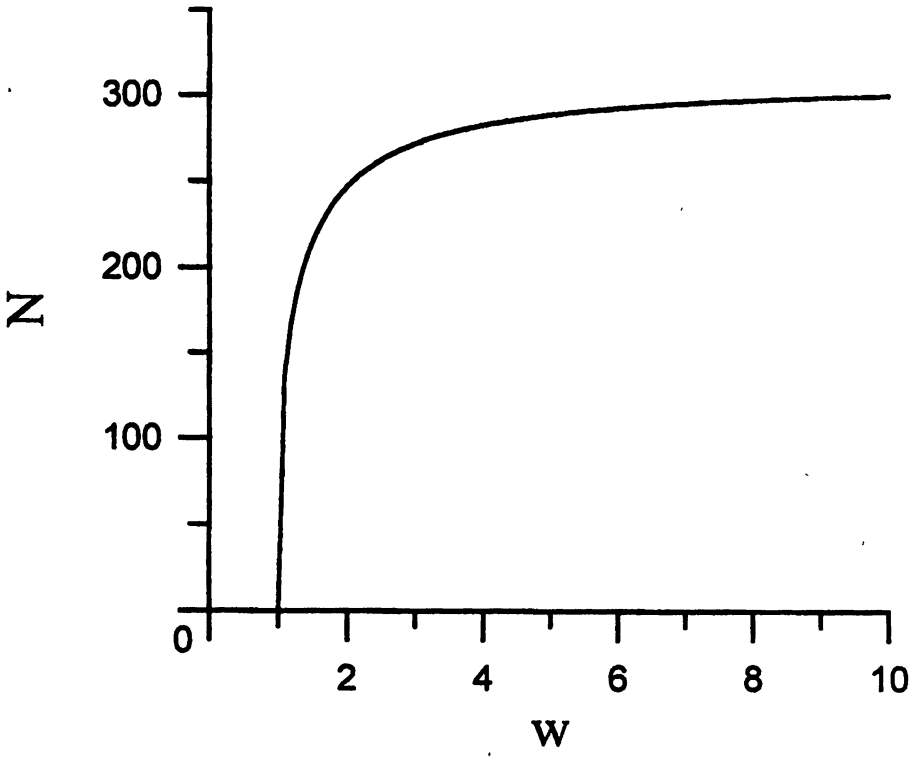


Fig. 4. Dependence of the lasing mode number on the pump parameter for $\Delta^2 = 10^{-7}$ using (30).

the total number of lasing modes as

$$N_{\text{tot}} = \left(3(w-1)/w\Delta^2\right)^{1/3}. \tag{30}$$

The dependence of N_{tot} upon w is presented in Fig. 4. One can see that N_{tot} increases rapidly with the increasing w near the oscillation threshold and reaches the limit $(3/\Delta^2)^{1/3}$ for $w \to \infty$. Hence, for large w the total number of lasing mode is restricted only by the parameter Δ. Using the expression (12) for the cut-off mode number we can estimate the condition of disappearance of low frequency relaxation oscillations $N_{\text{tot}} > N_{\text{sup}}$ as

$$\Delta^2 < \frac{3w^5}{(2k)^3(w-1)^2} \tag{31}$$

and for $w \gg 1$

$$\Delta^2 < 3(w/2k)^3. \tag{32}$$

It should be noticed that in case of different modal gains γ_p there are p pairs of modes with equal gains. In spite of this degeneracy, the low frequencies $\Omega_{L,p}$ with $q = 1, \ldots, N-1$ are different [4, 10], unlike in the limit $k \to \infty$ [4].

If $N_{\rm tot} \simeq N_{\rm sup}$ it is possible that only a part of these frequencies disappears. This case is shown in Fig. 5. For $w = 1.7$, there are 35 lasing modes. However, we observe only 9 relaxation oscillations which coexist with 53 real roots. Decreasing the parameter Δ leads to an increase of $N_{\rm tot}$ and of the number of real roots until all complex conjugate roots disappear (Fig. 6). So there are two control parameters w and Δ in case of different modal gains (29) which govern the total number of modes of the laser as well as the number of relaxation oscillations frequencies.

Expression (31) can be reformulated as inequality for cavity length

$$L = \frac{c}{2\delta f_g \Delta} > \frac{ck(w-1)}{\delta f_g w^2}\sqrt{\frac{2k}{3w}}, \tag{33}$$

and we conclude that if k is large, either a long cavity or a broad gain line are needed to satisfy the condition $N_{\rm tot} > N_{\rm sup}$. For example let us consider a Nd:YAG laser operating on the transition $\lambda = 1064$ nm. In this case $\delta f_g = 2 \cdot 10^{11}$ Hz, $k = 10^3$ and $w = 2$. For this set of parameters the expressions (31,33) lead to $\Delta < 1.1 \cdot 10^{-4}$ and $L > 7$ m. For $w = 10$, (33) gives $L > 1$ m.

4. CONCLUSION

The main result of this paper is that in the framework of the TSD model, the number of relaxation oscillations of a multimode laser is not a constant but can assume all values from zero to the mode number. The number of relaxation oscillations depends on all the laser parameters, *viz.* the number of modes, the pumping rate and the photon decay rate k. Whereas the McCumber frequency vanishes only close to the first lasing threshold, the low-frequency relaxation oscillations disappear whenever the relation (9) is not verified. This is the case in the large mode limit (10) or in the large pump limit (15). If the shape of gain line is taken into account, two groups of modes with different behaviors emerge:

1) The *strong* modes whose excitation is accompanied by the emergence of relaxation oscillations (there are nine such modes at $w = 1.7$ in Fig. 5).

2) The *weak* modes whose excitation is not accompanied by the emergence of a new relaxation oscillation (there are twenty six such modes at $w = 1.7$ in Fig. 5). However, in either case there is a new damping rate associated with each oscillating mode except for an accidental degeneracy. It is still unclear whether the low-frequency relaxation oscillations appear in the power spectra of the weak modes, due to numerical resolution of numerical simulations. Even if they do occur in the spectra of weak modes, they are likely to be masked by the noisy background in experiments.

Experimental evidence of the disappearance of relaxation oscillations should also be observable in Ti:Sapphire laser which combines a broad gain

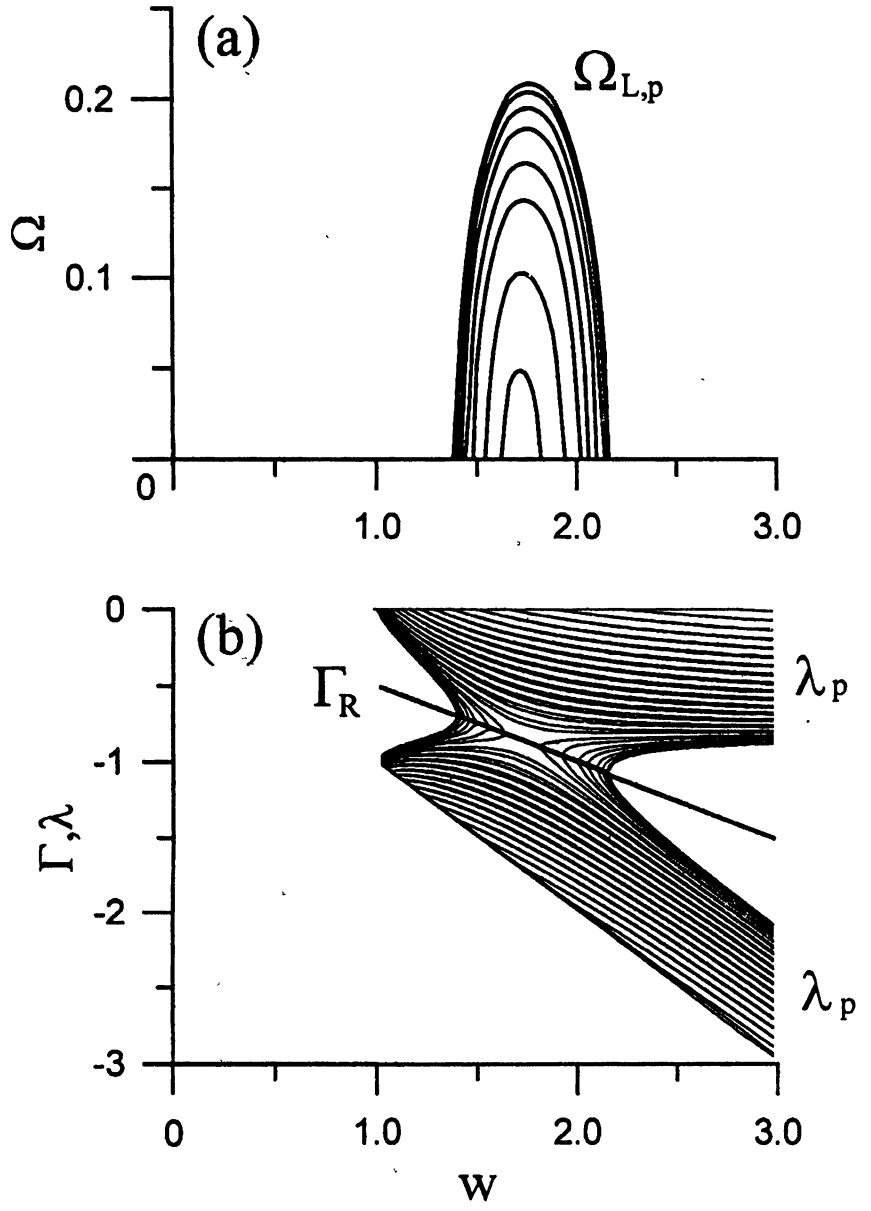


Fig. 5. Dependence of the frequencies and damping rates of relaxation oscillations on the pump parameter in case of different modal gain for $k = 50$ and $\Delta^2 = 3 \cdot 10^{-5}$. The relaxation frequency Ω_R has different scale and is not shown.

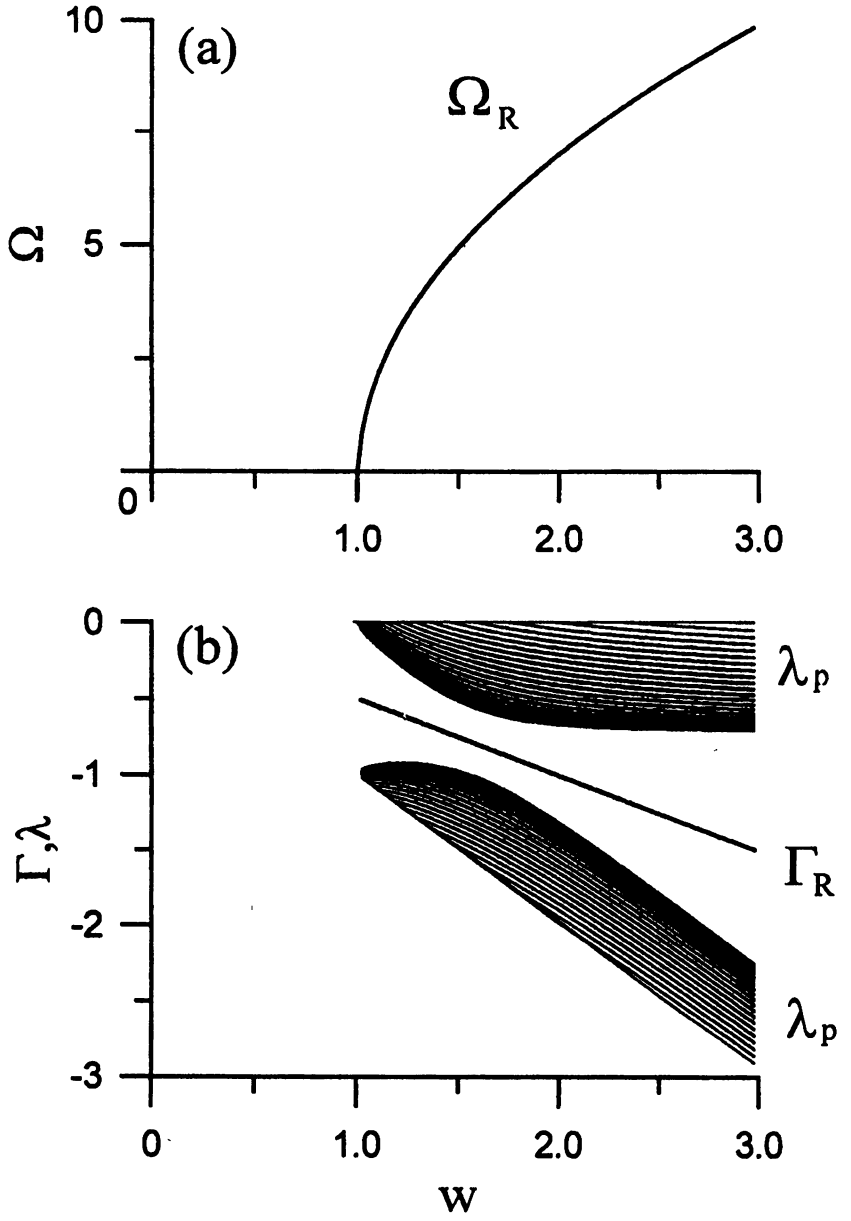


Fig. 6. Same as in Fig. 5 but for $\Delta^2 = 2 \cdot 10^{-5}$.

line with a relatively small value for k (typically 10^2 to 10^3 compared to the usual range 10^4 to 10^6). Another candidate for this effect should be the Nd-doped fiber laser. Earlier studies of a fiber laser [11] found only a single low frequency dynamical frequency which reflects the competitive interaction of all modes having the same electric field polarization with all the modes with the orthogonal polarization. The absence of relaxation oscillations associated with competing longitudinal modes may be attributed to the disappearance of low-frequency relaxation oscillation discussed in this paper. Further experimental investigations will be necessary to clarify this point.

ACKNOWLEDGMENTS

This research was supported in part by the Fonds National de la Recherche Scientifique, the Interuniversity Attraction Pole program of the Belgian government and the grant N 96- 02-19274 of the Russian Foundation for Basic Research.

REFERENCES

1. Tang C. L., Statz H. and deMars G. //J. Appl. Phys., 1963. V. 34. P. 2289.
2. McCumber D. E. //Phys. Rev., 1966. V. 141. P. 306.
3. Mandel P., Georgiou M., Otsuka K. and Pieroux D. //Opt. Commun.,1993. V. 100. P. 341.
4. Pieroux D. and Mandel P. //Opt. Commun., 1994. V. 107. P. 245.
5. Khandokhin P. A., Khanin Ya. I., Celet J.-C., Dangoisse D. and Glorieux P. //Opt. Commun., 1996, V. 123. P. 372.
6. Khandokhin P. A., Koryukin I. V., Khanin Ya. I. and Mandel P. //IEEE J. Quantum Electron., 1995. V. 31. P. 647.
7. Khandokhin P. A., Koryukin I. V., Khanin Ya. I. and Mandel P. //Kvantovaya Elektronika (Moscow), 1995. V. 22. P. 1081.
8. Khandokhin P. A., Khanin Ya. I. //J. Opt. Soc. Am. B., 1985. V. 2. P. 226.
9. Zeghlache H., Mandel P., Abraham N. B., Hoffer L. M., Lippi G. L., Mello T. //Phys. Rev. A, 1988. V. 37. P. 470.
10. Abraham N. B., Carson L. L., Seccareccia V., Khandokhin P. A., Khanin Ya. I., Koryukin I. V., and Zhislina V. G. Details, amomalies and symmetries in relaxation oscillations spectra of multimode lasers. //Preprint.
11. Otsuka K., Mandel P., Bielawski S., Derozier D. and Glorieux P. //Rhys. Rev. A, 1992, V. 46. P. 1692.

[1]Institute of Applied Physics, Russian Academy of Science, Nizhny Novgorod, Russia;
[2]Universite Libre de Bruxelles, Bruxelles, Belgium

Поступила в редакцию
25 декабря 1996 г.

УДК 523.987.4

ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЕ В КОРОНАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЛЯХ

В. В. Зайцев, М. Л. Ходаченко

Установлено, что в условиях конвективного потока в фотосфере Солнца могут генерироваться тонкие магнитные трубки с радиусом порядка $10^7 \div 10^8$ см и продольным током $10^{11} \div 10^{12}$ А. Кроме того, в расходящихся конвективных потоках (течения Эвершеда) формируются так называемые "магнитные дыры" — цилиндрические магнитные структуры с убывающим в направлении к центру магнитным полем. Показано, что стационарное джоулево энерговыделение в фотосферных основаниях магнитной трубки возрастает в направлении к периферии трубки в верхней фотосфере и может превосходить потери на излучение. В частности, это может обусловливать появление магнитных трубок с горячими внешними оболочками.

Для магнитных петель активной области рассмотрены две вспышечные модели. Одна из моделей описывает процесс взрывного энерговыделения в отдельной петле, обусловленный проникновением внутрь магнитной трубки, вследствие развития желобковой неустойчивости, плотной частично ионизованной плазмы протуберанца (в вершине петли) или окружающей хромосферной плазмы (в хромосферной части петли), нарушающим бессиловую структуру магнитной трубки и включающим эффективный механизм энерговыделения, обусловленный ионно-атомными столкновениями в условиях нестационарной плазмы. Исследована динамика джоулева энерговыделения во время таких процессов.

Вторая модель вспышечного энерговыделения строится в рамках комплексного подхода к вопросам динамики и энергетики солнечных активных областей, учитывающего их сложную самосогласованную эволюцию. Структура магнитного поля активной области моделируется как ансамбль индуктивно связанных, взаимодействующих друг с другом магнитных петель с током. Каждая из петель, в свою очередь, представляется эквивалентным электрическим контуром с переменными параметрами, зависящими от формы, размеров, расположения петли в ансамбле, а также от параметров плазмы в магнитной трубке. На основе предложенной модели показано, что всплывание одной из магнитных петель в группе приводит к подобному тепловой вспышке разогреву отдельных петель, тогда как некоторые другие петли охлаждаются.

1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы солнечной активности являются тесно связанными с магнитными петлями. Магнитная петля является основным структурным

элементом магнитного поля в хромосфере и короне, демонстрируя сложное устройство подфотосферного магнитного поля, обусловленное конвективными движениями плазмы. Основания петель обычно располагаются в областях стыка нескольких супергранул, где конвективное движение плазмы обуславливает концентрацию фонового магнитного поля в тонкие магнитные трубки с радиусом порядка 100 км и магнитным полем около 10^3 Гс [1].

Одним из проявлений мощных энергетических процессов, происходящих на Солнце, являются вспышки. Они могут быть самыми различными: от простого локализованного уярчения до чрезвычайно сложного явления, захватывающего практически всю активную область. Различные вспышки могут отличаться друг от друга по сложности и длительности различных своих фаз. Вместе с тем, для обычной вспышки, как правило, выделяют предвспышечную фазу (или предвестник), возникающую примерно за 10 минут до начала самой вспышки и характеризуемую усилением излучения в мягком рентгеновском диапазоне (< 10 кэВ), после которой обычно наступает импульсная фаза продолжительностью от 100 до 1000 секунд, определяемая по появлению микроволнового всплеска и всплеска жёсткого рентгеновского излучения (> 30 кэВ). Далее следуют flash-фаза, продолжающаяся обычно несколько минут, когда интенсивность и площадь излучения быстро нарастают, и главная фаза вспышки, во время которой интенсивность медленно уменьшается на протяжении примерно одного часа [2]. Вместе с тем иногда наблюдаются вспышки, в которых импульсная фаза отсутствует, что говорит о незначительном ускорении частиц. При этом наблюдается более медленный рост интенсивности излучения к максимуму вспышки. Такие события называются тепловыми вспышками [2].

Наряду с большими вспышками, начинающимися в нескольких точках активной области и затем распространяющимися на значительную площадь [3], выделяют также простую петельную или компактную вспышку. Компактная вспышка является достаточно маленькой (в солнечных масштабах) и представляет собой уярчение магнитной петли. При этом петля не движется и не меняет своей формы. Для простой петельной вспышки характерен один всплеск жёсткого рентгеновского излучения, продолжающийся около минуты. Основная часть энергии в простой петельной вспышке выделяется в импульсной фазе. В мягком рентгеновском диапазоне такие вспышки характеризуются небольшими объёмами, большими плотностями энергии и короткими временными масштабами, тогда как медленно развивающиеся вспышки обычно относятся к классу тепловых.

В данной работе мы остановимся на некоторых вопросах, связанных со структурой магнитного поля в магнитных петлях и особенностями стационарного джоулева энерговыделения в таких образованиях, а также рассмотрим две модели вспышечного энерговыделения. Первая модель, отно-

сящаяся к классу так называемых "контурных" моделей, демонстрирует возможность взрывного энерговыделения в отдельно взятой магнитной петле, и в этом смысле может быть ассоциирована с простой (или компактной) петельной вспышкой. Во второй модели, наоборот, исследуются нагревные процессы в группе индукционно–взаимодействующих магнитных петель, одна из которых меняет свою длину и высоту (аналог всплывания магнитного потока). При этом в такой системе оказывается возможным значительный нагрев отдельных магнитных петель, тогда как некоторые другие могут охлаждаться. По своим временным характеристикам и пространственным масштабам процессы, описываемые второй моделью, больше соответствуют тепловым вспышкам в активной области. Общей характерной чертой обеих моделей является то, что магнитная петля как объект, где осуществляется вспышечное энерговыделение, моделируется с помощью эквивалентного электрического контура. В то же время, для объяснения самого процесса энерговыделения используются различные механизмы. Так, в случае модели вспышки в отдельной магнитной петле, энерговыделение происходит за счёт существенного изменения сопротивления контура петли, вследствие включения эффективных диссипативных механизмов за счёт ионно–атомных столкновений в движущейся частично ионизованной плазме, источником которой является протуберанец, находящийся в вершине рассматриваемой петли, или окружающая хромосферная плазма в окрестности её оснований. С другой стороны, в модели, описывающей группу магнитных петель, нагрев отдельных петель обусловлен нарушением их термодинамического баланса, происходящим при изменении протекающих в них электрических токов, вызванном индукционным влиянием токов соседних петель.

Структура статьи имеет следующий вид: после введения (разд. 2) рассматривается стационарная структура токов и магнитного поля в петле, возникающая в условиях фотосферного конвективного потока, затем в разд. 3 исследуются некоторые особенности стационарного джоулева энерговыделения в магнитных трубках, далее в разд. 4 и 5 рассматриваются процессы энерговыделения, описываемые двумя, упоминавшимися выше, различными моделями вспышки. В заключении кратко формулируются основные результаты, обсуждаются некоторые вопросы, связанные с допущенными идеализациями и возможностями применения рассмотренных моделей для интерпретации наблюдаемых вспышечных явлений на Солнце. В приложении к статье дан вывод аналитических выражений для индукционных характеристик взаимодействующих магнитных петель в ансамбле.

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТОКИ В МАГНИТНЫХ ТРУБКАХ

Рассмотрим структуру электрических токов в стационарных магнит-

ных трубках, возникающих в условиях горизонтального конвективного потока фотосферной плазмы. Наш анализ будет основан на уравнении движения плазмы

$$\rho\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{1}{c}[\mathbf{j}\times\mathbf{B}] - \nabla p + \rho\mathbf{g} \tag{1}$$

и обобщённом законе Ома

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{B}] = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} + \frac{[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]}{enc} - \frac{F}{c^2 n m_i \nu'_{ia}}[[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]\times\mathbf{B}] \tag{2}$$

при учёте уравнения непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0 \tag{3}$$

и уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\,. \tag{4}$$

Поскольку степень ионизации на рассматриваемых высотах $h = 0 \div 500$ км достаточно мала ($n_{e,i}/n_a \approx 10^{-4}$), средняя скорость движения плазмы $\mathbf{V} = \frac{\sum_k n_k m_k \mathbf{v}_k}{\sum_k n_k m_k}$, $k = a, i, e$, в уравнениях (1)–(3) может считаться практически равной скорости нейтральной компоненты, а плотность среды $\rho = n_a m_a + n_i m_i + n_e m_e \approx n_a m_a$. Кроме того, мы будем пренебрегать давлением электронов и ионов по сравнению с давлением нейтралов ($p_{e,i} \ll p_a$), полагая $p \approx p_a$. Записывая уравнение (2), мы выразили из уравнения (1) ∇p через $[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]$, пренебрегая при этом инерционным членом. В уравнении (2) $\sigma = \frac{e^2 n}{m_e(\nu'_{ei} + \nu'_{ea})}$ обозначает кулоновскую проводимость, ν'_{ei}, ν'_{ea}, ν'_{ia} — соответственно эффективные частоты столкновений электронов с ионами и нейтралами и ионов с нейтралами. Параметр $F = \frac{n_a m_a}{n_a m_a + n_i m_i + n_e m_e} \simeq 1$ характеризует относительную плотность нейтралов. Кроме того, будем считать $n_i = n_e = n$ и полагать, что плазма в магнитной трубке находится в состоянии термодинамического равновесия с фотосферным значением температуры $T \simeq 10^4$ К.

Считаем, что магнитная трубка располагается вертикально в конвективной зоне и скорость конвективного течения плазмы много меньше звуковой и альфвеновской скоростей ($|\mathbf{V}| \ll C_s,\ V_A$). Мы будем рассматривать здесь стационарное состояние аксиально симметричной магнитной трубки с $\mathbf{B}(0, B_\varphi(r), B_z(r))$, $\mathbf{j}(0, j_\varphi(r), j_z(r))$ и $\mathbf{V}(V_r, 0, V_z)$. Из уравнения (2) в этом случае может быть получена система уравнений для компонент плотности тока j_φ, j_z и радиального электрического поля E_r:

$$j_\varphi = -\frac{\sigma}{c}V_r B_z - \alpha B_z(j_\varphi B_z - j_z B_\varphi)\,, \tag{5}$$

$$j_z = \frac{\sigma}{c} V_r B_\varphi + \alpha B_\varphi (j_\varphi B_z - j_z B_\varphi), \tag{6}$$

$$E_r = \frac{1}{c} V_z B_\varphi + \frac{1}{enc} (j_\varphi B_z - j_z B_\varphi). \tag{7}$$

В уравнениях (5)–(7) было введено обозначение $\alpha = \dfrac{\sigma F}{c^2 n m_i \nu'_{ia}}$. Кроме того, компоненты плотности тока выражаются через магнитное поле следующим образом:

$$j_\varphi = -\frac{c}{4\pi}\frac{\partial B_z}{\partial r}, \quad j_z = \frac{c}{4\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial (r B_\varphi)}{\partial r}. \tag{8}$$

Из уравнений (4) и (7) следует, что для реализации стационарного состояния радиальная компонента электрического поля E_r не должна зависеть от z-координаты. В нашем случае это означает, что вертикальная компонента скорости плазмы V_z может быть только r-зависимой функцией или константой.

Выражения (5) и (6) с учётом (8) дают уравнения для компонент магнитного поля:

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} = \frac{4\pi\sigma V_r}{c^2} \frac{B_z}{1 + \alpha B_z^2 + \alpha B_\varphi^2}, \tag{9}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (r B_\varphi)}{\partial r} = \frac{4\pi\sigma V_r}{c^2} \frac{B_\varphi}{1 + \alpha B_z^2 + \alpha B_\varphi^2}. \tag{10}$$

В зависимости от знака скорости V_r система уравнений (9), (10) имеет два типа решений.

Если скорость конвективного движения плазмы направлена к оси магнитной трубки ($V_r < 0$), что, в частности, имеет место в областях стыка супергрануляционных ячеек, то происходит генерация магнитных трубок с сильным магнитным полем в центре. Задавая в (9), (10) определённую радиальную зависимость скорости нейтралов, можно определить пространственное изменение магнитного поля в трубке.

Для определённости рассмотрим следующую простую аппроксимацию поля скоростей конвективного движения плазмы: $V_r(r) = \dfrac{V_0 r}{r_0}$, $V_z(r) = V_{z0} = \text{const}$ $(r \le r_0)$ и $V_r(r) = \dfrac{V_0 r_0}{r}$, $V_z(r) = 0$ $(r > r_0)$, где r_0 — радиус магнитной трубки.

Для области $(r \le r_0)$ из уравнения непрерывности (3) следует, что в условиях стационара $(\partial\rho/\partial t = 0)$ плотность плазмы должна меняться с высотой:

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{2V_0}{r_0 V_{z0}} z\right). \tag{11}$$

С другой стороны, поскольку скорость конвективного потока, как правило, много меньше других характерных плазменных скоростей, можно пренебречь инерционным слагаемым в левой части уравнения (1) и проводить анализ, как в случае магнитогидродинамического равновесия. При этом в случае, когда температура плазмы вдоль магнитной силовой линии остаётся постоянной (например, вследствие эффекта теплопроводности), плотность плазмы меняется с высотой по экспоненциальному закону: $\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right)$, где $\Lambda = \frac{k_B T}{mg}$ — гравитационная шкала высот. Таким образом, чтобы избежать противоречия в нашей модели, необходимо обеспечить равенство $\Lambda = \frac{r_0 V_{z0}}{2V_0}$. Данное равенство задаёт связь между значениями компонент скорости конвективного потока и радиусом магнитной трубки r_0 в нашей модели. В частности, для фотосферы $\Lambda \approx 5 \cdot 10^7$ см, что приводит к соотношению $V_{z0}/V_0 \approx 10^8/r_0$.

В области ($r > r_0$), где мы полагаем $V_z(r) = 0$ и $V_r(r) = \frac{V_0 r_0}{r}$, зависящая от z плотность плазмы $\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right)$ также удовлетворяет уравнению (3).

Итак, для рассмотренной здесь модели конвективного потока в верхней фотосфере, где $\alpha B^2 \gg 1$, решения уравнений (9) и (10) выглядят следующим образом (см. также [1]):

$$B_z^2(r) - B_z^2(0) = \frac{4\pi\sigma V_0 r_0}{c^2\alpha}\left(\tilde{r}^2 - b^2 \ln\left|\frac{b^2+\tilde{r}^2}{b^2}\right|\right), \quad r \le r_0, \tag{12}$$

$$B_\varphi^2(r) = b^2 r_0^2 \frac{B_z^2(r)}{r^2}, \tag{13}$$

где $b^2 = \left(\frac{B_\varphi(r_0)}{B_z(r_0)}\right)^2$ и $\tilde{r} = r/r_0$.

Из уравнения (12) следует, что для $V_0 < 0$ аксиальная составляющая магнитного поля $B_z(r)$ имеет максимум на оси трубки и убывает с ростом $\tilde{r}$. Азимутальная компонента поля B_φ также монотонно спадает по мере увеличения $\tilde{r}$. Заметим, что при $r \to 0$ компонента $B_\varphi(r)$ имеет интегрируемую (в смысле конечности полного продольного тока) особенность, которая, очевидно, связана с некорректностью выбранной для V_r аппроксимации в области $r \sim 0$. В частности, особенность исчезнет, если полагать, что V_r обращается в нуль не точно на оси трубки при $r = 0$, а раньше, при некотором $0 < r_1 \ll r_0$.

Полагая, что на периферии трубки магнитное поле $B_z(r_0)$ оказывается много меньше, чем на оси $B_z(0)$, можно оценить из уравнения (12) величину радиуса трубки r_0:

$$r_0 = \frac{B_z^2(0) F}{4\pi n m_i \nu_{ia}' |V_0| (1 - b^2 \ln|(1+b^2)/b^2|)}. \tag{14}$$

Так, если на границе магнитной трубки $B_\varphi(r_0) = B_z(r_0) \ll B_z(0)$, то для высоты $h = 500$ км над условной поверхностью Солнца (уровень $\tau_{5000} = 1$), где $n \approx 10^{11}$ см$^{-3}$, $n_a \approx 10^{15}$ см$^{-3}$ и $T \approx 10^4$ К, для магнитного поля на оси трубки $B_z(0) = 10^3$ Гс мы получаем из уравнения (14) выражение для характерного радиуса трубки $r_0 = 2{,}69 \cdot 10^{11}/|V_0|$, которое при скорости конвективного движения $|V_0| = 0{,}1$ км·с$^{-1}$ даёт $r_0 \approx 2{,}7 \cdot 10^7$ см. Кроме того, из уравнения (14) можно получить минимально возможное значение r_0 для нашей модели, соответствующее случаю не скрученной магнитной трубки ($b \to 0$), которое для рассмотренных выше параметров фотосферной плазмы, конвективного потока и магнитного поля оказывается равным $r_0^{\min} = 7{,}74 \cdot 10^{10}/|V_0| \approx 7{,}74 \cdot 10^6$ см.

В моделях статистической вспышки [4, 5] рассматриваются группы тонких магнитных трубок с радиусами $r_0 \simeq 10^4$ см. Тогда для высот $h = 500$ км над уровнем τ_{5000} и скорости течения плазмы $|V_0| = 0{,}1$ км·с$^{-1}$ уравнение (14) даёт величину магнитного поля $B_z(0) \approx 36$ Гс на оси трубки с радиусом $r_0 = 10^4$ см.

В области $r > r_0$ магнитное поле становится мало, что обуславливает для фотосферной плазмы $\alpha B^2 \ll 1$. В этом случае, решение уравнения (9) даёт следующую пространственную зависимость магнитного поля:

$$B_z(r) = B_z(r_0)\tilde{r}^{-R_M}, \qquad (15)$$

где $R_M = \dfrac{4\pi\sigma|V_0|r_0}{c^2}$. Таким образом, мы имеем монотонное убывание поля с расстоянием по степенному закону. Поскольку на высотах $h = 500$ км над уровнем $\tau_{5000} = 1$ для трубок с $r_0 \approx 10^7$ см и потока плазмы с $|V_0| \approx 0{,}1$ км·с$^{-1}$ значение R_M оказывается порядка 10^4, происходит быстрое спадание магнитного поля при $r > r_0$.

Заметим, что критика существующих фотосферных динамо-моделей, развитая Мелроузом и Ханом [6], не может считаться состоятельной, поскольку они не принимали во внимание роль силы Ампера в проводимом анализе. В условиях стационарной магнитной трубки градиент давления уравновешивается силой Ампера и при этом не возникает аномально высокого сжатия нейтрального газа внутри трубки.

Если скорость конвективного потока плазмы направлена во вне по отношению к оси трубки ($V_r > 0$) (такая ситуация может иметь место, например, в солнечных пятнах в условиях течения Эвершеда), то уравнения (12), (13) описывают так называемые "магнитные дыры". В этом случае аксиальная компонента магнитного поля $B_z(r)$ имеет минимум на оси пятна и затем возрастает на масштабе r_0 до типичных для пятен значений.

Учитывая выражения (8) и (13), вычислим величину полного продоль-

ного тока I_z, генерируемого в магнитной трубке фотосферной конвекцией:

$$|I_z| = \left| \int_0^\infty 2\pi j_z r dr \right| = \frac{bcr_0}{2} B_z(0). \tag{16}$$

В частности, для $B_\varphi(r_0) = B_z(r_0)$ с учётом (14) получим

$$|I_z| = \frac{cB_z^3(0)F}{8\pi n m_i \nu_{ia}' |V_0| (1 - \ln 2)}. \tag{17}$$

В условиях верхней фотосферы, на высотах $h = 500$ км над уровнем $\tau_{5000} = 1$, рассматривавшихся выше, для скорости потока плазмы $|V_0| = 0{,}1$ км·с$^{-1}$ и магнитного поля $B_z(0) = 2 \cdot 10^3$ Гс из (17) получаем $|I_z| = 2{,}69 \cdot 10^{11}$ А.

Таким образом, в конвективных течениях фотосферной плазмы могут формироваться тонкие магнитные трубки с сильным продольным током порядка $10^{11} \div 10^{12}$ А.

3. СТАЦИОНАРНОЕ ДЖОУЛЕВО ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЕ В МАГНИТНОЙ ТРУБКЕ С ПОТОКОМ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

Стационарное джоулево энерговыделение в условиях солнечного пятна с течением Эвершеда впервые рассматривалось Сеном и Вайтом [7] в приближении вертикального магнитного поля ($B_\varphi = 0$). В данной работе мы рассмотрим радиальное распределение мощности джоулева энерговыделения в магнитной трубке с конвективным потоком плазмы в более общем случае ($B_\varphi \neq 0$, $B_z \neq 0$). Используя выражение для энергии, выделяемой за 1 с в единице объёма,

$$q_J = \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \right) \mathbf{j}, \tag{18}$$

и учитывая (5) и (6), получим

$$q_J = \frac{j^2}{\sigma_{\text{eff}}}, \quad j^2 = j_z^2 + j_\varphi^2 = \frac{\sigma^2 V_r^2}{c^2} \frac{B^2}{(1 + \alpha B^2)^2}, \quad \sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1 + \alpha B^2}. \tag{19}$$

Для случая, когда $\alpha B^2 \gg 1$, реализуемого в магнитных трубках в верхней фотосфере, величина джоулева энерговыделения оказывается не зависящей от значения магнитного поля:

$$q_J = \frac{\sigma V_r^2 B^2}{c^2 (1 + \alpha B^2)} \approx \frac{\sigma V_r^2}{\alpha c^2} = \frac{n m_i \nu_{ia}' V_r^2(r)}{F}. \tag{20}$$

В частности, для скорости плазмы $V_r = 0{,}1 \div 1$ км·с$^{-1}$ получим энерговыделение $q_J = 1{,}7 \cdot 10^4 \div 1{,} \cdot 10^2$ ерг·см$^{-3}$·с$^{-1}$. В то же время потери на оптическое излучение в верхней фотосфере при температуре $T = 4{,}4 \cdot 10^3$ K оказываются $q_r = 5{,}4 \cdot 10^{-2}$ ерг·см$^{-3}$·с$^{-1}$, что намного меньше по сравнению с имеющим место энерговыделением. Таким образом, джоулева диссипация может обеспечивать нагрев фотосферных оснований магнитной трубки. Лишь при достижении температуры трубки, в несколько раз большей значения фотосферного температурного минимума, потери на излучение становятся порядка происходящего энерговыделения. Как следует из формулы (20), если $V_r(r)$ растёт с увеличением r, то и энерговыделение также нарастает в этом направлении. В этом случае поверхность трубки должна быть более горячей по сравнению с её внутренней частью. Аналогично, внешние области пятна при наличии течения Эвершеда должны быть горячее, чем его центральная зона. Заметим, однако, что приведённые здесь рассуждения носят оценочный характер, и реальное распределение температуры с расстоянием от оси трубки может быть получено лишь на основе самосогласованного решения системы МГД уравнений, описывающей стационарное течение плазмы в условиях термодинамического равновесия.

4. ВЗРЫВНОЕ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЕ В КОНТУРНОЙ МОДЕЛИ ВСПЫШКИ

Согласно современным представлениям, вспышка в магнитной петле связана с накоплением в ней "свободной" магнитной энергии, т.е. энергии, избыточной по отношению к энергии потенциального магнитного поля. Другими словами, "свободная" энергия связана с электрическим током, протекающим в магнитной петле. Сама вспышка возникает как взрывное преобразование энергии электрических токов в энергию горячей плазмы, быстрых частиц и электромагнитного излучения.

Для объяснения вспышечного энерговыделения в магнитных петлях был предложен ряд моделей. Среди них, модель вспышки в изолированной петле [8], модель сталкивающихся петель [9–11], модель вспышки со всплывающим магнитным потоком [12], модель вспышки в корональном луче [13], и, наконец, статистическая модель вспышки [4, 5]. Все указанные модели так или иначе связаны с формированием нейтрального токового слоя внутри или на периферии магнитной петли, или, как в случае статистической вспышки, нескольких токовых слоев, где и происходит вспышечное энерговыделение. Несмотря на то, что данные модели хорошо интерпретируют многие наблюдаемые свойства солнечных вспышек, в то же время они испытывают определённые трудности с объяснением импульсной, взрывной фазы вспышки, имеющей длительность около

1–10 сек, тогда как характерное время развития резистивной тиринг-моды, реализуемой в процессе магнитного пересоединения в токовом слое, является обычно много большим в условиях солнечной короны и хромосферы:

$$t = t_A R_M^{1/2}, \quad t_A = \frac{r}{V_A} \simeq 1 \div 10\,\text{с}, \quad R_M = 10^{10} \div 10^{12}. \qquad (21)$$

Здесь $R_M = \dfrac{4\pi\sigma V_0 l_0}{c^2}$ — магнитное число Рейнольдса (V_0 и l_0 — соответственно, характерное значение скорости и характерный пространственный масштаб). Указанные трудности обусловили появление и развитие в последние годы так называемых контурных моделей вспышки.

Идея контурной модели солнечной вспышки была впервые предложена Альфвеном и Карлквистом [14] и заключается в разрыве цепи тока в контуре "корональная магнитная петля – фотосфера". Контурная модель вспышки подробно изучалась и усовершенствовалась в последующих работах [7, 15–17].

Рассмотрим возможность взрывного энерговыделения в токонесущей магнитной трубке, основанного на эффекте разрыва тока в магнитной петле, вследствие её взаимодействия с протуберанцем (рис. 1). Данный механизм исследовался в работе Зайцева и Степанова [15]. Развитие желобковой неустойчивости приводит к проникновению в токовый канал трубки более холодной и плотной, частично ионизованной плазмы протуберанца, сглаживающей начальный градиент давления и нарушающей существовавший в трубке стационар. В результате, в условиях нестационарной плазмы начинается процесс диссипации энергии из-за ионно–атомных столкновений. Данный эффект связан с последним слагаемым в уравнении (2), дающим следующее выражение для энергии, выделяемой за 1 с в единичном объёме [15]:

$$q_J \approx \frac{F^2}{c^2 n m_i \nu_{ia}'} (\mathbf{j} \times \mathbf{B})^2. \qquad (22)$$

Процесс диссипации энергии происходит наиболее эффективно при $\mathbf{j} \perp \mathbf{B}$, и выражение (22) даёт значения энерговыделения порядка вспышечных. Однако, как замечали Мелроуз и Уитленд [18], в условиях солнечной короны магнитные трубки с сильным током являются бессиловыми. Таким образом, вектор плотности тока $\mathbf{j}$ практически оказывается параллельным магнитному полю, поэтому, не смотря на значительное увеличение сопротивления токового канала трубки, его значение всё равно оказывается недостаточным для объяснения наблюдаемого энерговыделения вспышки. В своих рассуждениях, однако, Мелроуз и Уитленд не учли следующее обстоятельство. Дело в том, что поток холодной и плотной плазмы протуберанца, проникающий внутрь магнитной трубки со скоростью $\mathbf{V}$, вследствие развития желобковой неустойчивости, изменяет

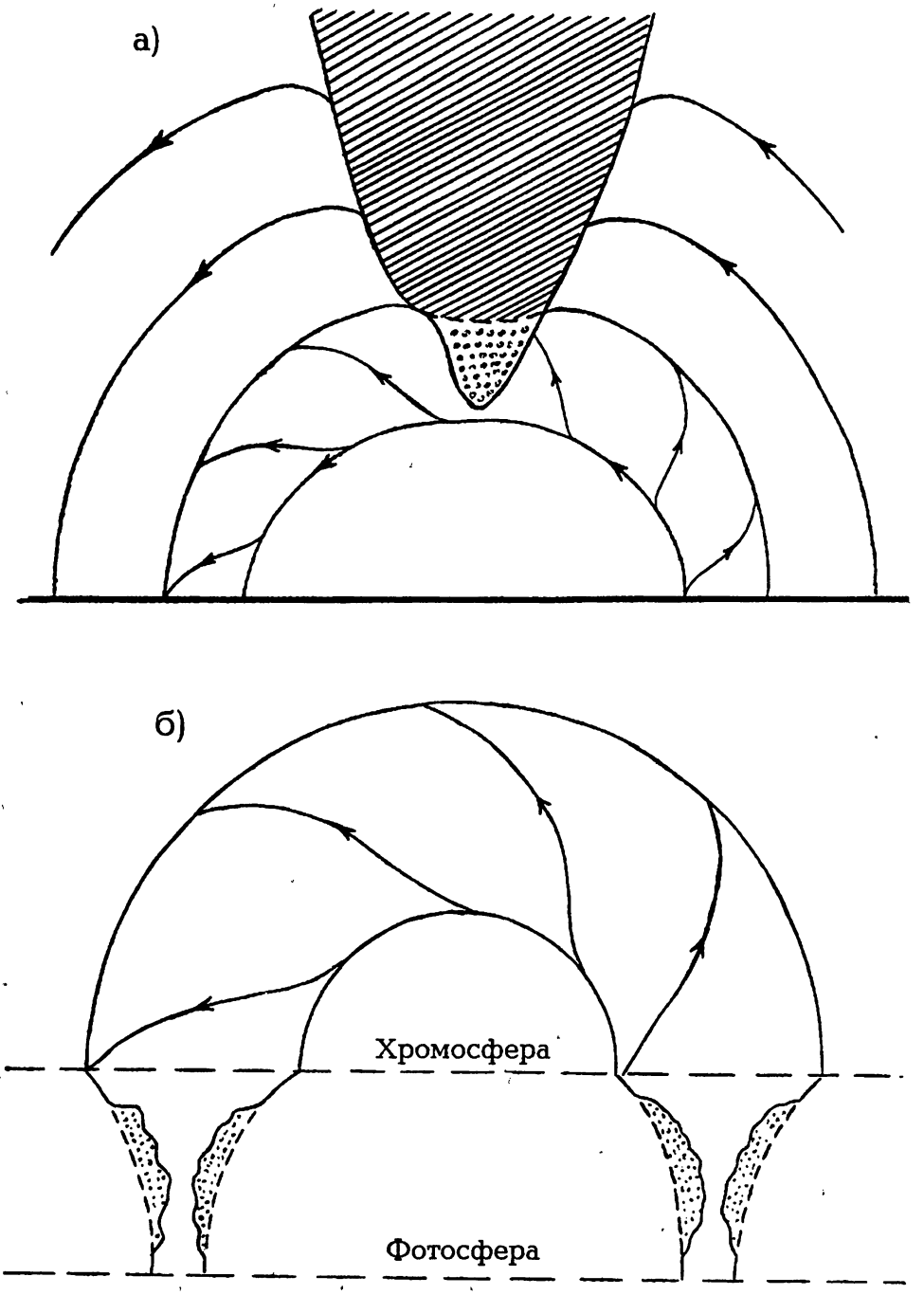


Рис. 1. Взаимодействие токонесущей вспышечной петли с плазмой (а) протуберанца, (б) хромосферы.

структуру магнитного поля трубки. В соответствии с уравнением индукции, эволюция во времени магнитного поля в данном случае описывается уравнением

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathrm{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{B}). \tag{23}$$

При записи уравнения (23), имея в виду случай частично ионизованной плазмы с $T \simeq (2 \div 6) \cdot 10^4$ К, $n \simeq 10^9 \div 10^{10}$ см$^{-3}$, $n_a \simeq 10^{12}$ см$^{-3}$, проникающей в магнитную трубку со скоростью $V \simeq 10^6 \div 10^7$ см·с$^{-1}$, мы пренебрегли диффузионным и прочими слагаемыми, возникающими в уравнении индукции в общем случае, и связанными со сложным видом обобщённого закона Ома (см. (2)).

В соответствии с рассматриваемым сценарием вспышки, основанным на разрыве тока в канале магнитной петли, в первые моменты развития вспышечного процесса скорость проникающей в трубку частично ионизованной плазмы протуберанца контролируется процессом желобковой неустойчивости. Таким образом, в нашем анализе процесса энерговыделения в магнитной трубке мы будем считать скорость потока плазмы свободным внешним параметром.

Для простоты будем считать, что скорость проникающей в трубку плазмы направлена к оси трубки вдоль её радиуса и не зависит от азимутального угла, имея следующую пространственную зависимость: $V_r = V_0 r/r_0$ $(V_0 < 0)$. В этом случае эволюция компонент магнитного поля B_φ и B_z описывается уравнениями

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} = -B_\varphi \frac{V_0}{r_0}, \tag{24}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial B_z}{\partial r} = -2B_z \frac{V_0}{r_0}. \tag{25}$$

Таким образом, если в момент времени $t = 0$ компоненты магнитного поля в трубке были $B_{\varphi 0}(r)$ и $B_{z0}(r)$, то в результате втекания в трубку внешней частично ионизованной плазмы они будут изменяться следующим образом:

$$B_\varphi = e^{-\frac{V_0}{r_0}t} B_{\varphi 0}\left(re^{-\frac{V_0}{r_0}t}\right), \tag{26}$$

$$B_z = e^{-\frac{2V_0}{r_0}t} B_{z0}\left(re^{-\frac{2V_0}{r_0}t}\right). \tag{27}$$

Из данных формул видно, что если в начальный момент времени структура магнитного поля была бессиловой ($\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$), то есть сила магнитного давления уравновешивалась силой магнитного натяжения, то затем на характерных временных масштабах порядка $\tau = r_0/|V_0|$ магнитное давление становится доминирующим фактором (при $V_0 < 0$).

Проиллюстрируем происходящие в магнитной трубке процессы более подробно на примере бессиловых трубок, обладающих полем с постоянным углом закручивания [2]

$$B_{\varphi 0} = \frac{B_0 \alpha r}{1+\alpha^2 r^2}, \quad B_{z0} = \frac{B_0}{1+\alpha^2 r^2}, \tag{28}$$

где $\alpha = B_\varphi(r)/rB_z(r) = \text{const}$. Для определённости возьмём $\alpha = 1/r_0$. Во время радиального втекания плазмы в трубку компоненты магнитного поля изменяются в соответствии с выражениями (26)–(28). В результате сила Ампера меняется во времени как

$$\frac{1}{c}[\mathbf{j}\times\mathbf{B}] = -\frac{B_0^2}{2\pi r_0}\tilde{r}\left(\frac{e^{4y}}{(1+\tilde{r}^2e^{2y})^3} - \frac{e^{8y}}{(1+\tilde{r}^2e^{4y})^3}\right)\cdot\vec{p_0}. \tag{29}$$

В (29) были введены безразмерные переменные $\tilde{r} = r/r_0$, $y = t/\tau$.

Таким образом, структура магнитного поля в трубке больше не является бессиловой и джоулево энерговыделение в единице объёма в единицу времени, определяемое выражением (22), резко возрастает, оказываясь достаточным для обеспечения энергии вспышки. Однако при $t \gg \tau$ ($y \to \infty$) магнитная трубка снова становится бессиловой и энерговыделение уменьшается. Таким образом, рассмотренный процесс носит импульсный характер.

Заметим, что полный продольный ток в трубке

$$I_z = \int_0^\infty 2\pi j_z r dr = \lim_{\tilde{r}\to\infty}\frac{cr_0B_0}{2}\left(1-\frac{1}{1+\tilde{r}e^{2y}}\right) = \frac{cr_0B_0}{2} \tag{30}$$

остаётся неизменным во время такого рода изменения магнитного поля.

Подставляя в (22) выражение (29), получим для энерговыделения в трубке

$$q_J = q_0\tilde{r}^2\left(\frac{e^{2y}}{(1+\tilde{r}^2e^{2y})^3} - \frac{e^{6y}}{(1+\tilde{r}^2e^{4y})^3}\right)^2, \tag{31}$$

где $q_0 = \dfrac{2F^3}{(1-F)n_{a0}^2\sigma_{ia}\sqrt{k_Bm_iT}}\dfrac{B_0^4}{(2\pi r_0)^2}$. Здесь σ_{ia} — сечение ионно-атомных столкновений, n_{a0} — начальное значение плотности нейтралов. При получении (31) мы принимали во внимание происходящий процесс сжатия плазмы и увеличения плотности: $n_a = n_{a0}\exp(2t/\tau)$, вызванный радиальным втеканием плазмы в трубку с постоянной скоростью.

Изменение в пространстве и во времени энергии, выделяемой в единичном объёме за 1 с в рассматриваемой модели вспышки, показано на рис. 2 (принимается, что в трубке с $B_0 = 500$ Гс плазма протуберанца — $T = 5\cdot10^4$ К, $n = 10^9$ см$^{-3}$, $n_a = 10^{12}$ см$^{-3}$). Как видно из данного рисунка, максимум энерговыделения перемещается с течением времени от внешних областей трубки к её центру, становясь более узким и высоким.

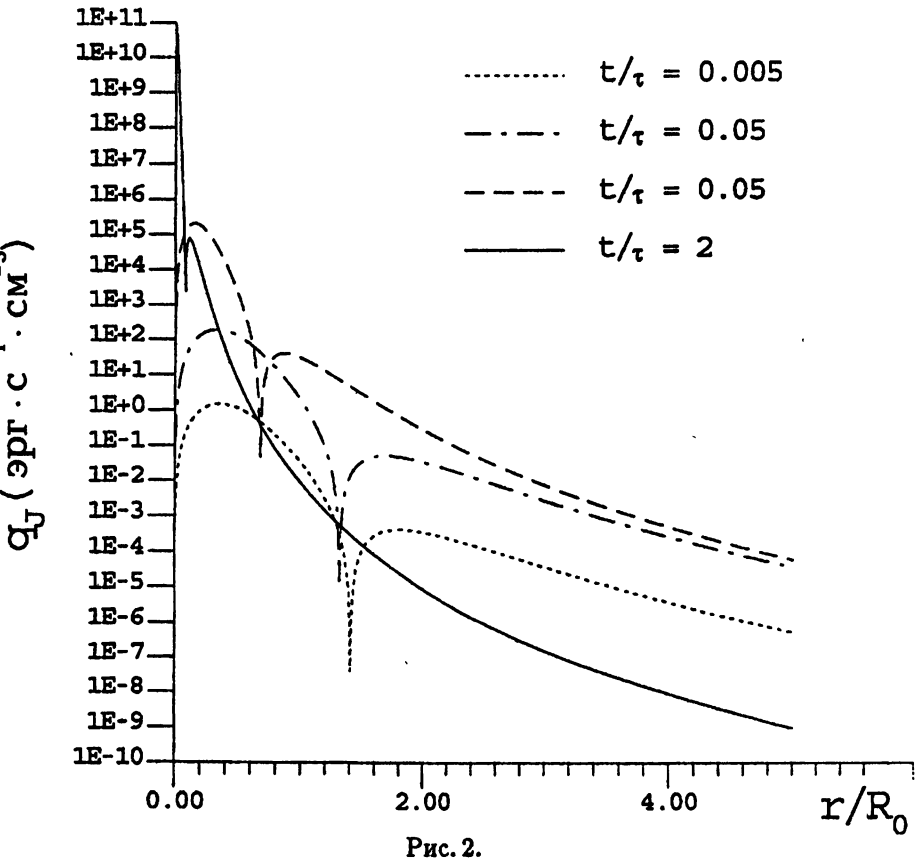


Рис. 2.

Будем полагать, что движение втекающей в магнитную трубку частично ионизованной плазмы протуберанца со скоростью, аппроксимируемой выражением $\mathbf{V} = \vec{\rho_0} \cdot V_r(r) = \vec{\rho_0} \cdot V_0 r/r_0$ $(V_0 < 0)$, происходит не строго вплоть до оси трубки $(r = 0)$, а только до областей с $r = r_{00} < r_0$. Такое предположение является более адекватным реальной ситуации, и, кроме того, оно оказывается необходимо для обеспечения сходимости пространственных интегралов при вычислении полной энергии, выделяемой за 1 с во фрагменте магнитной петли, заполняемом частично ионизованной плазмой протуберанца, проникающей в магнитную трубку вследствие развития желобковой неустойчивости:

$$\dot{W} = \int_{r_{00}}^{\infty} 2\pi q_J r dr = W_0\{I_1 + I_2 - I3\}, \qquad (32)$$

где $W_0 = 2\pi L r_0^2 q_0$, L — длина фрагмента петли, заполняемого веществом протуберанца, величины I_1, I_2, I_3 определяются следующими выражени-

ями:

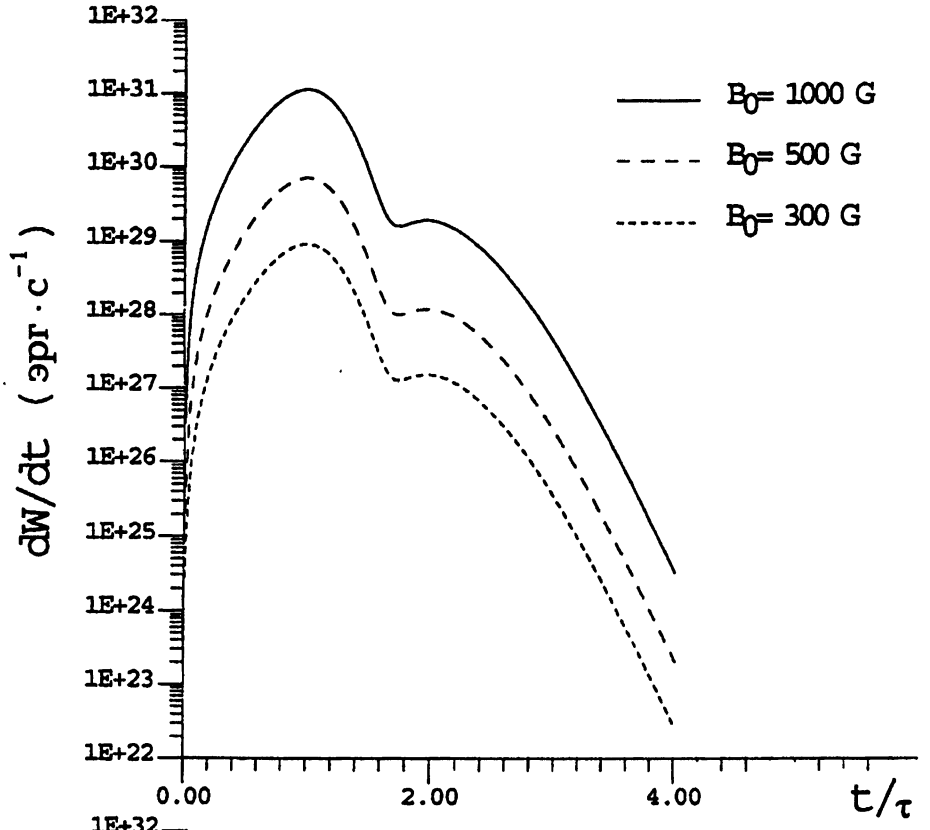
$$I_1 = e^{4y}\int\limits_{x_0}^{\infty}\frac{x^3dx}{(1+x^2e^{2y})^6}\,,\quad I_2 = e^{12y}\int\limits_{x_0}^{\infty}\frac{x^3dx}{(1+x^2e^{4y})^6}\,,$$

$$I_3 = 2e^{8y}\int_{x_0}^{\infty}\frac{x^3dx}{(1+x^2e^{2y})^3(1+x^2e^{4y})^3}\,,$$

где $x_0 = r_{00}/r_0$.

На рис. 3 показано изменение во времени (в единицах τ) энергии, выделяемой за 1 с во фрагменте петли длиной $L = 3\cdot 10^8$ см в случае проникновения в него плазмы протуберанца с $T = 5\cdot 10^4$ К, $n = 10^9$ см$^{-3}$, $n_a = 10^{12}$ см$^{-3}$, для различных значений магнитного поля $B_0 = 1000, 500, 300$ Гс при $x_0 = 0{,}1$ (рис. 3а) и для различных значений глубины инжекции плазмы $x_0 = 0{,}01, 0{,}1, 0{,}3$ при $B_0 = 300$ Гс (рис. 3б). Энерговыделение носит взрывной, импульсный характер. Оно возрастает с увеличением B_0, поскольку это соответствует увеличению плотности тока в трубке. Кроме того, время t^*, за которое энерговыделение достигает своего максимума, и величина этого максимума зависят от величины модельного параметра $x_0 = r_{00}/r_0$, характеризующего глубину проникновения плазмы в трубку. В частности, максимальное значение энергии, выделяемой во фрагменте магнитной петли за 1 с, и время t^*, прошедшее от начала проникновения плазмы протуберанца в трубку до достижения максимального энерговыделения, возрастают с уменьшением параметра x_0.

При анализе взрывного энерговыделения, возникающего вследствие развития желобковой неустойчивости, мы считали скорость частично ионизованной плазмы, втекающей в токовый канал, заданной. Самосогласованное рассмотрение, учитывающее обратную реакцию магнитного поля трубки на вторгающуюся плазму [19], не меняет общего вывода о максимальном значении энерговыделения, определяемого на основе формулы (31). Однако временная эволюция q_J на начальной фазе развития вспышки будет несколько иной. В частности, когда давление плазмы в токовом канале мало по сравнению с давлением магнитного поля ($8\pi p/B^2 \ll 1$), энерговыделение в начале носит пульсирующий характер с периодом $T_p \simeq r_0/V_A$, где $V_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$ — альфвеновская скорость. Давление плазмы при этом в магнитной трубке возрастает, и, когда оно достигает значения $p_* = \dfrac{B_0^2 V_0(0)}{2\sqrt{2\pi}V_A}$, где $V_0(0)$ — скорость втекания плазмы в начальный момент времени, энерговыделение приобретает взрывной характер: $\rho(t) \propto 1/(t_0 - t)$. При этом, отношение длительности взрывной фазы к периоду пульсаций порядка $t_0/T_p \sim 0{,}1$. Появление пульсаций на начальной фазе энерговыделения вспышки действительно довольно часто имеет место, и это может дать определённые возможности для диагно-


1E+32
1E+31
1E+30
1E+29
1E+28
1E+27
1E+26
1E+25
1E+24
1E+23
1E+22
dW/dt (эрг · с⁻¹)
B0= 1000 G
B0= 500 G
B0= 300 G
0.00
2.00
4.00
t/τ

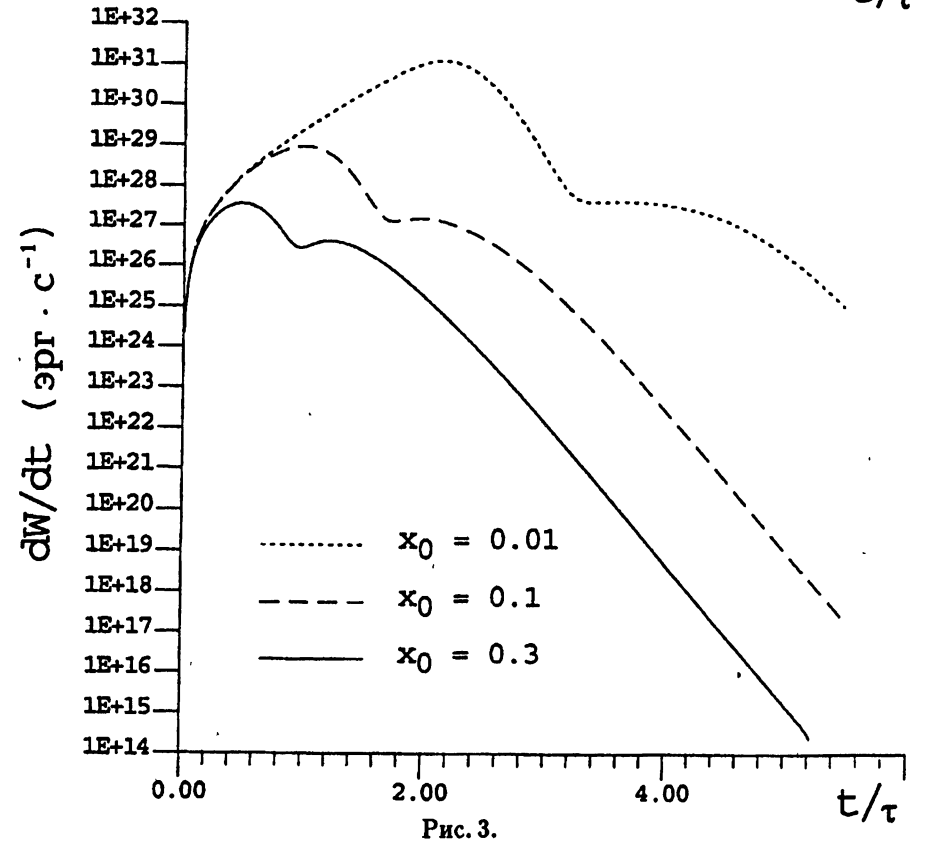

1E+32
1E+31
1E+30
1E+29
1E+28
1E+27
1E+26
1E+25
1E+24
1E+23
1E+22
1E+21
1E+20
1E+19
1E+18
1E+17
1E+16
1E+15
1E+14
dW/dt (эрг · с⁻¹)
x0 = 0.01
x0 = 0.1
x0 = 0.3
0.00
2.00
4.00
t/τ

Рис. 3.

стики электрических токов в магнитных петлях по временным характеристикам процесса энерговыделения.

Здесь необходимо отметить, что процесс инжекции плазмы протуберанца внутрь магнитной трубки является ограниченным во времени. Действительно, он прекратится, когда вся плазма протуберанца окажется израсходована. Таким образом, в принципе, возможна ситуация, когда процесс проникновения плазмы в магнитную петлю, вследствие развития желобковой неустойчивости, завершится раньше, чем взрывное энерговыделение достигнет значений, обеспечивающих энергетику вспышки (или, иными словами, будет достигнуто максимальное энерговыделение). В этом случае в трубке не произойдёт значительного энерговыделения во время втекания в неё плазмы, и частично ионизованное вещество протуберанца после попадания его внутрь трубки будет взаимодействовать с находящейся там плазмой, нарушая механическое и тепловое равновесие трубки, при этом его скорость уже не будет являться свободным сторонним параметром. Такое взаимодействие порождает сложную динамику плазмы и магнитного поля в трубке, которая в некоторых случаях может выглядеть как сжатие, декомпрессия, или осцилляции, сопровождаемые в одних случаях нагревом, а в других охлаждением трубки. Некоторые особенности подобных процессов исследовались Ходаченко на основе автомодельных решений системы МГД уравнений [20].

Оценивая время контролируемой желобковой неустойчивостью инжекции плазмы протуберанца в трубку как

$$t_{\text{in}} = \frac{\mathcal{V}}{S|V_l|} \sim \frac{d_p}{|V_0|}, \tag{33}$$

где $\mathcal{V}$ — объём, занимаемый плазмой протуберанца, $S|V_0|$ — поток плазмы, проникающей в трубку, а d_p характеризует толщину протуберанца вокруг трубки, можно сформулировать критерий возникновения вспышки для рассматриваемой нами модели, который зависит от пространственных характеристик взаимодействующих магнитной трубки и протуберанца. В частности, выражая время, за которое энерговыделение достигает своего максимума в единицах $\tau = r_0/|V_0|$, т.е. $t^* = N \cdot \tau$, где N — натуральное число (для $x_0 = 0{,}01$ N примерно равно 2,5 (см. рис. 3б)), указанный критерий может быть записан как

$$d_p > N r_0. \tag{34}$$

Когда условие (34) выполнено, время управляемого желобковой неустойчивостью втекания плазмы протуберанца в магнитную трубку оказывается больше, чем время, за которое достигается значительное энерговыделение, и т. о., в системе происходит вспышка.

Аналогичные рассмотренному процессы энерговыделения, связанные с развитием желобковой неустойчивости, могут также происходить и в

хромосферных частях магнитной петли, окружаемых частично ионизованной плазмой солнечной хромосферы. В этих областях магнитное поле является вмороженным в плазму. При этом кривизна силовых линий поля расширяющейся с высотой магнитной трубки обеспечивает появление направленной внутрь трубки эффективной суммарной силы, действующей на плазму, которая играет роль, аналогичную силе тяжести в случае традиционной желобковой неустойчивости в гравитационном поле (рис. 1б). Критерий развития желобковой неустойчивости в этом случае выглядит следующим образом:

$$V_{Ti} > \left(\frac{\pi H r_0}{L^2}\right)^{1/2} V_A . \qquad (35)$$

Здесь V_{Ti} — тепловая скорость ионов, H — масштаб переходной области между фотосферой и хромосферой, L — длина петли.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В АНСАМБЛЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ

Несмотря на определённые успехи в понимании и моделировании динамических и энергетических процессов, происходящих в отдельной магнитной петле, остаётся не решённым ряд вопросов, связанных с механизмами накопления энергии и её выделения в группах магнитных петель. Порождённый существующими нерешёнными проблемами, в последнее десятилетие возник и успешно развивается несколько отличный от традиционного подход к рассмотрению явлений энерговыделения в активной области, базирующийся на идее необходимости комплексного рассмотрения магнитного поля и связанной с ним токовой системы активной области, находящихся в процессе непрерывного изменения и перестройки [4, 5, 21–23]. Появляющиеся при этом теории представляют собой попытку включения в рассмотрение более реалистичной магнитной топологии с целью более совершенного моделирования процессов энерговыделения в солнечных активных областях. Базовая идея такого подхода заключается в том, что в результате действия динамо-механизмов в конвективной зоне постоянно генерируются новые магнитные трубки, которые, вообще говоря, могут отличаться друг от друга своими размерами, значением магнитного поля и параметрами плазмы в них. Магнитные трубки в виде петель поднимаются над фотосферой или опускаются, изменяют свою длину, иными словами, находятся в постоянном движении. При этом очевидно, что это движение не может происходить совершенно независимо у различных магнитных петель, существует сложная система их взаимодействия и взаимовлияния, носящая, в первую очередь, электромагнитный характер. Указанные обстоятельства дают основания говорить о магнитном поле активной области как о статистическом ансамбле морфологически подобных, но отличающихся друг от друга отдельными своими параметрами

структурных объектов, находящихся в постоянной динамике и взаимодействии.

Рассматриваемая ниже модель также находится в рамках упомянутых новых концепций, предполагающих комплексный подход в исследовании энергетических процессов в активных областях с учётом сложного взаимовлияния и динамики входящих в неё основных элементов. В качестве базового элемента магнитного поля активной области в данной модели выбрана обычная магнитная петля с током.

Основной целью и результатом предлагаемой модели было показать существенную роль магнитного индукционного взаимодействия внутри активной области между токонесущими магнитными петлями, каждая из которых может рассматриваться как отдельный токовый контур с собственной индуктивностью, сопротивлением и коэффициентом взаимоиндукции по отношению к другим петлям. При этом указанные электрические характеристики могут изменяться как в процессе механического движения магнитной петли (всплывание, опускание, поворот), так и в процессе изменения параметров плазмы в магнитной трубке.

Полагая магнитно–индукционный механизм взаимодействия токонесущих магнитных петель в качестве основного, мы имеем в виду то обстоятельство, что перестройка магнитного поля в трубке и изменение продольного тока есть взаимосвязанные процессы, в которых также участвует и плазма, находящаяся как внутри, так и вне магнитной трубки. При этом, несмотря на сравнительно небольшие (по отношению к расстоянию между петлями) размеры скинового масштаба в корональной плазме, перестройка магнитного поля вне магнитной трубки, сопровождающая изменение состояния самой трубки, происходит через характерное время $\tau = r/V_A$, где r — расстояние от данной точки до эволюционирующей магнитной трубки, а V_A — альфвеновская скорость [24]. Или, иными словами, информация об изменении состояния магнитной трубки распространяется со скоростью V_A. Учитывая это обстоятельство и предполагая достаточно медленное, по сравнению со временем τ, изменение токов в магнитной трубке, будем считать, что при медленных движениях топология магнитного поля вне и внутри трубки остаётся неизменной. То есть, если в начальный момент времени магнитная трубка была бессиловой, то она будет сохранять свою бессиловую структуру и в дальнейшем, при медленном изменении тока в ней.

Таким образом, в рамках данной модели мы рассматриваем активную область как ансамбль индуктивно связанных электрических контуров со сложным взаимообусловленным изменением их основных параметров. Ставя целью исследование эффектов взаимовлияния соседних магнитных петель с током в активной области, мы, принимая во внимание тот факт, что, в принципе, все петли активной области находятся в движении, для исследования эффекта в качестве элементарной ситуации выбрали случай,

когда имеет место всплывание лишь одной магнитной петли, в то время как окружающие её соседние петли остаются неподвижными. В реальности это соответствует случаю, когда в некоторой части активной области имеется выраженное всплывание магнитного потока. В этом смысле рассматриваемая ниже модель тоже может быть названа моделью тепловой вспышки со всплывающим магнитным потоком, хотя, кроме сходства условий возникновения, не имеет ничего общего с традиционной моделью [12], где всплывающий магнитный поток, вследствие перезамыкания силовых линий, приводит к формированию токового слоя, с помощью которого и пытаются объяснить явление вспышки. В нашем случае всплывание магнитной петли с током вызывает изменение тока, а следовательно, энергобаланса и температуры плазмы как в самой всплывающей петле, так и в связанных с ней за счёт эффекта взаимоиндукции соседних петлях, и в конечном итоге приводит к значительному разогреву отдельных магнитных петель, что может служить аналогом формирования горячих источников микроволнового и мягкого рентгеновского излучения или возникновения тепловой вспышки в активной области.

5.1. Основные уравнения модели

Итак, будем моделировать магнитное поле активной области в виде ансамбля магнитных петель, расположенных в узлах двумерной гексогональной решётки такой, что каждая находящаяся не на периферии решётки магнитная петля имеет 6 равноудалённых соседей. Любая конкретная магнитная петля может быть идентифицирована с помощью индексов i и j, определяющих координаты узла решётки, занимаемого данной петлей (см. рис. 4). С целью упрощения расчётов и сведения максимально возможной их части к аналитическим выражениям, мы аппроксимировали магнитную петлю структурой в виде буквы "П", состоящей из двух вертикальных и одного горизонтального участков. Такое упрощение позволяет аналитически вычислить необходимые коэффициенты само- и взаимоиндукции и сократить объём численного счёта модели. Геометрические характеристики: радиус r_{ij}, начальные длина l^0_{ij} и высота h^0_{ij} петель, — а также параметры плазмы в магнитных трубках: плотность n_{ij} и начальная температура T^0_{ij} — выбираются по случайному закону, равномерно распределёнными в заданных интервалах в окрестности соответствующих характерных средних значений. Кроме того, угол α_{ij} между направлениями оси i и тока в горизонтальном участке петли в узле (i,j) также выбирается случайно в интервале от 0 до 2π. На основе этого угла может быть определён угол, образуемый двумя соседними магнитными петлями, который, в свою очередь, влияет на значение коэффициента взаимоиндукции токов этих петель.

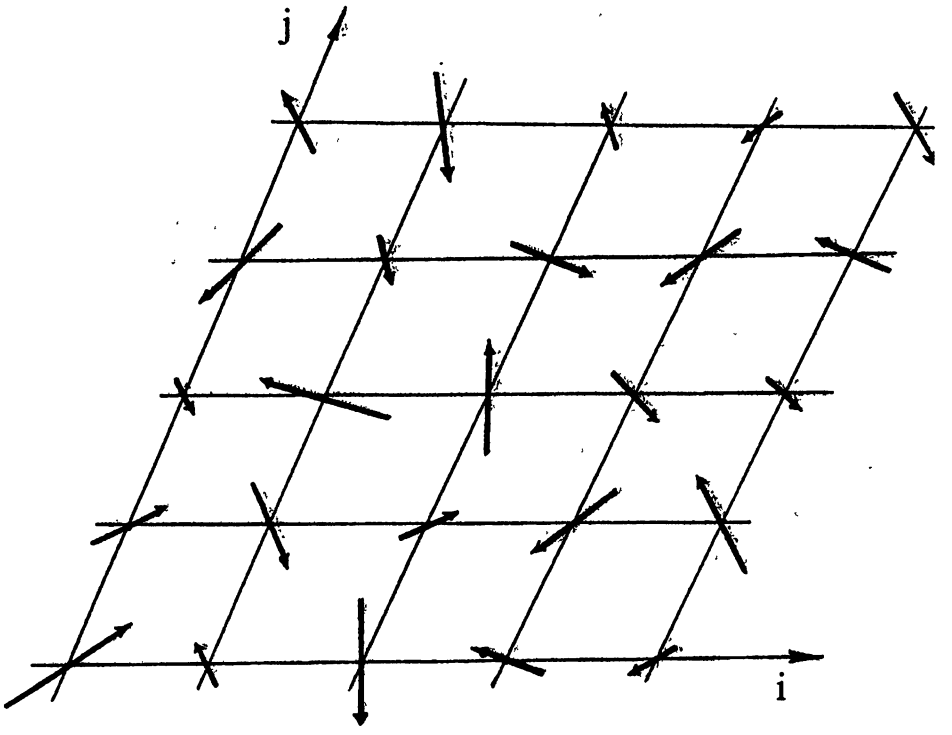


Рис. 4.

Для описания каждой отдельной магнитной петли будем использовать предельно упрощённую модель магнитной трубки с

$$\begin{aligned} &(B_{ij})_z = 2B^0_{ij}(t)\,, \quad (B_{ij})_\varphi = 2B^0_{ij}(t)\frac{r}{r_{ij}}\,, \quad \text{при } r < r_{ij}\,, \\ &(B_{ij})_z = 0\,, \qquad\quad (B_{ij})_\varphi = 2B^0_{ij}(t)\frac{r_{ij}}{r}\,, \quad \text{при } r > r_{ij}\,, \end{aligned} \tag{36}$$

что соответствует продольному току с плотностью $(j_{ij})_z = \dfrac{cB^0_{ij}(t)}{\pi r_{ij}}$, равномерно распределённому по поперечному сечению трубки. Полный ток трубки в этом случае определяется выражением $I_{ij}(t) = cr_{ij}B^0_{ij}(t)$. Выбор такого рода структуры магнитного поля и токов помимо простоты продиктован ещё и тем обстоятельством, что естественное, вследствие малости плазменного параметра β, для корональной магнитной трубки бессиловое магнитное поле, в частности, поле вида $B_z(r) = 2B_0\dfrac{1}{(r/r_0)^2+1}$, $B_\varphi(r) = 2B_0\dfrac{r/r_0}{(r/r_0)^2+1}$ на больших расстояниях от трубки ведёт себя аналогично (36), что является существенным для правильной оценки значений коэффициентов взаимоиндукции у реальных магнитных петель активной области. При этом, мы оставляли за пределами рассмотрения в дан-

ной работе вопросы устойчивости магнитной трубки вида (36). В принципе, возможно и более строгое детальное описание магнитной трубки с пространственно неоднородным распределением по сечению токов, температуры и плотности плазмы, но такой подход, сильно затруднив математическое описание модели, не повлияет качественно на результат — изменение тепловых режимов отдельных магнитных петель в ансамбле при наличии восходящего магнитного потока.

Итак, согласно предлагаемой модели, каждая магнитная трубка ансамбля описывается двумя уравнениями. Первое — уравнение для тока в контуре магнитной петли:

$$I_{ij}R_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{c^2}\sum_{mn}\left(M_{ij}^{mn}\dot{I}_{mn} + \dot{M}_{ij}^{mn}I_{mn}\right), \qquad (37)$$

здесь точка означает дифференцирование по времени, $R_{ij} = \dfrac{l_{ij} + 2h_{ij}}{\pi r_{ij}^2 \sigma(T_{ij})}$ — омическое сопротивление, $\sigma(T_{ij}) = 9 \cdot 10^6 T_{ij}^{3/2}$ — проводимость плазмы в трубке. Здесь необходимо отметить, что для всех магнитных трубок ансамбля в рассматриваемой здесь модели мы полагали наполняющую их плазму полностью ионизованной и с однородной температурой T_{ij}, иными словами, мы не выделяли в магнитных трубках корональную, хромосферную и фотосферную части. В общем случае размеры l_{ij} и h_{ij} всех магнитных петель могут изменяться в процессе эволюции активной области. В рассматриваемой здесь модели в качестве простейшего взят линейный закон: $l_{ij}(t) = l_{ij}^0 + a_{ij}\cdot t$, $h_{ij}(t) = h_{ij}^0 + b_{ij}\cdot t$, где скорости a_{ij} и b_{ij}, так же как и начальные размеры, для каждой петли выбираются по случайному закону из соответствующего заданного интервала значений. Таким образом, вследствие зависимости от времени размеров петли $l_{ij}(t)$ и $h_{ij}(t)$, а также температуры плазмы в трубке $T_{ij}(t)$ омическое сопротивление петли не является постоянной величиной, а изменяется в процессе её эволюции. M_{ij}^{mn} — коэффициенты взаимоиндукции тока в данной магнитной петле (i,j) с токами в соседних петлях (m,n). Ниже будет учитываться лишь взаимовлияние ближайших соседей, т. е. магнитных петель, находящихся на расстоянии одного шага решетки d друг от друга. Это значит, что имеет место следующая связь индексов i и j данной петли с индексами m и n взаимодействующих с ней соседей:

$$\begin{cases} m = i \pm 1 \\ n = j \end{cases}, \quad \begin{cases} m = i \\ n = j \pm 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} m = i+1 \\ n = j-1 \end{cases}, \quad \begin{cases} m = i-1 \\ n = j+1 \end{cases}.$$

При этом должно быть выполнено условие $N \geq m,n \geq 1$, где N^2 — число магнитных петель в ансамбле. Кроме того, заметим, что имеет место симметрия $M_{ij}^{mn} = M_{mn}^{ij}$, а в случае, когда индексы i,j и m,n совпадают: $M_{ij}^{ij} = L_{ij}$, что соответствует коэффициенту самоиндукции тока данной

магнитной петли. Вывод аналитических выражений для коэффициентов само- и взаимоиндукции подробно приведён в приложении. Входящая в уравнение (37) ε_{ij} обозначает стороннюю ЭДС, обеспечивающую исходный равновесный ток в трубке. Рассматривая тепловую динамику магнитных петель ансамбля, мы полагали, что в течение всего времени эволюции системы величина сторонней ЭДС ε_{ij}, поддерживаемой на концах каждой магнитной петли, остаётся неизменной. Кроме того, мы пренебрегали в уравнении (37) вкладом распределённого тока, протекающего через фотосферу, между основаниями петли. Это оказывается возможным благодаря значительно более низкой проводимости фотосферной плазмы (с $n \approx 10^{11}$ см$^{-3}$, $n_a \approx 10^{15}$ см$^{-3}$ и $T \approx 10^4$ К) по сравнению с проводимостью плазмы магнитной петли $\sigma_{\rm loop}/\sigma_{\rm ph} \simeq 10^8$.

Выбирая в качестве начального состояния ситуацию, когда все магнитные трубки в ансамбле являются неподвижными и находятся в состоянии термодинамического равновесия, т.е. полагая $d/dt = 0$, можно определить ε_{ij} через начальные размеры магнитной петли, температуру плазмы и ток:

$$\varepsilon_{ij} = I^0_{ij} \frac{l^0_{ij} + 2h^0_{ij}}{9 \cdot 10^6 \pi r^2_{ij} (T^0_{ij})^{3/2}} . \tag{38}$$

Второе уравнение, необходимое для описания состояния отдельной магнитной трубки ансамбля, есть уравнение термодинамического баланса

$$\dot{T}_{ij} = -\frac{(\gamma - 1)}{2\kappa n_{ij}} \cdot \mathcal{L}_{ij} . \tag{39}$$

Здесь $\gamma = c_p/c_v$ — постоянная адиабаты, а $\mathcal{L}_{ij}$ обозначает сумму различных источников и потерь энергии, среди которых мы, в рамках рассматриваемой здесь простой модели магнитной трубки, учитывали джоулев нагрев

$$q^{(J)}_{ij} = \frac{j^2_{ij}}{\sigma(T_{ij})} = \left(\frac{I_{ij}}{\pi r^2_{ij}}\right)^2 \frac{1}{\sigma(T_{ij})} , \tag{40}$$

радиационные потери

$$q^{(r)}_{ij} = n^2_{ij} \chi T^{\alpha}_{ij} , \tag{41}$$

где χ и α — константы [2, 25],

$$\chi = 0{,}55 \cdot 10^{-19{,}09} , \quad \alpha = -1/2 , \quad 2 \cdot 10^4\,\mathrm{K} < T < 10^7\,\mathrm{K} ,$$

$$\chi = 9{,}86 \cdot 10^{-48} , \quad \alpha = 6{,}15 , \quad 8 \cdot 10^3\,\mathrm{K} < T < 2 \cdot 10^4\,\mathrm{K} ,$$

$$\chi = 1{,}26 \cdot 10^{-70} , \quad \alpha = 11{,}7 , \quad 4{,}4 \cdot 10^3\,\mathrm{K} < T < 8 \cdot 10^3\,\mathrm{K} ,$$

а также, в качестве дополнительного источника нагрева, волновой нагрев [2]

$$H^{(w)}_{ij} = 2 n_{ij} \tilde{H}_{ij} , \tag{42}$$

где $\tilde{H}_{ij}$ — определённая константа. Введение волнового нагрева в нашу модель было продиктовано необходимостью обеспечения ещё одного состояния равновесия трубки в случае, когда $I_{ij} \to 0$, что, в свою очередь, оказывается необходимым для устойчивости численного счёта при моделировании ансамбля магнитных петель. Таким образом, выражение для $\mathcal{L}_{ij}$ имеет вид

$$\mathcal{L}_{ij} = n_{ij}^2 \chi T_{ij}^{\alpha} - \left(\frac{I_{ij}}{\pi r_{ij}^2}\right)^2 \frac{1}{\sigma(T_{ij})} - 2 n_{ij} \tilde{H}_{ij} . \qquad (43)$$

Из уравнения (39) с учётом (43), полагая, что в начальный момент времени петля находится в состоянии термодинамического равновесия ($d/dt = 0$), определяем начальный ток, соответствующий начальной равновесной температуре T_{ij}^0:

$$I_{ij}^0 = \pi r_{ij}^2 \sqrt{\sigma(T_{ij}^0)} (n_{ij}^2 \chi (T_{ij}^0)^{\alpha} - 2 \tilde{H}_{ij} n_{ij})^{1/2} . \qquad (44)$$

Будем полагать, что начальные равновесные значения температур магнитных трубок лежат в окрестности $2 \cdot 10^6$ К, что соответствует значениям $\chi = \chi_1 = 0{,}55 \cdot 10^{-19{,}09}$, $\alpha = \alpha_1 = -1/2$ в (44). Что касается нижних равновесных значений T_{ij}^* температуры плазмы в трубке при $I_{ij} \to 0$, они считаются лежащими в пределах $8 \cdot 10^3 \text{ К} < T < 2 \cdot 10^4$ К, что соответствует $\chi = \chi_2 = 9{,}86 \cdot 10^{-48}$, $\alpha = \alpha_2 = 6{,}15$. Для этого случая из уравнения (39) с учётом (43) и при условиях $d/dt = 0$, $I_{ij} = 0$ можем выразить коэффициент $\tilde{H}_{ij}$:

$$\tilde{H}_{ij} = \frac{1}{2} n_{ij} \chi_2 (T_{ij}^*)^{\alpha_2} . \qquad (45)$$

Таким образом, начальный ток в магнитной петле на основе (44) и (45) может быть выражен через равновесные температуры плазмы в трубке:

$$I_{ij}^0 = \pi r_{ij}^2 n_{ij} \sqrt{\sigma(T_{ij}^0)} \left(\chi_1 (T_{ij}^0)^{\alpha_1} - \chi_2 (T_{ij}^*)^{\alpha_2}\right)^{1/2} . \qquad (46)$$

При этом, в рамках рассматриваемой модели, для каждой конкретной магнитной трубки значение нижней равновесной температуры выбирается также по случайному закону из интервала $8 \cdot 10^3 \text{ К} \div (T_{ij}^*)_{\max}$, $(T_{ij}^*)_{\max} \le 2 \cdot 10^4$ К. Величина $(T_{ij}^*)_{\max}$ определяется таким образом, чтобы в начальном равновесном состоянии волновой нагрев не превосходил потерь на излучение, то есть

$$(T_{ij}^*)_{\max} = \left(\frac{\chi_1 (T_{ij}^0)^{\alpha_1}}{\chi_2}\right)^{1/\alpha_2} . \qquad (47)$$

В противном случае в отдельных трубках ни при каких значениях I^0_{ij} не удастся обеспечить начальное состояние равновесия с T^0_{ij}.

Окончательно, учитывая выражения (38), (43), (45) и (46), уравнения (37) и (39), после введения безразмерных переменных

$$\tilde{l}_{ij} = \frac{l_{ij}}{l^0_{ij}}, \quad \tilde{h}_{ij} = \frac{h_{ij}}{h^0_{ij}}, \quad \tilde{I}_{ij} = \frac{I_{ij}}{I^0_{ij}}, \quad \tilde{T}_{ij} = \frac{T_{ij}}{T^0_{ij}},$$

могут быть записаны в следующем виде:

$$\sum_{m,n} M^{mn}_{ij} \cdot \left(\frac{I^0_{mn}}{I^0_{ij}} \frac{\pi r^2_{ij} \sigma(T^0_{ij})}{2c^2 h^0_{ij}} \right) \cdot \dot{\tilde{I}}_{mn} = \frac{l^0_{ij}}{2h^0_{ij}} \cdot \left(1 - \frac{\tilde{l}_{ij}\tilde{I}_{ij}}{\tilde{T}^{3/2}_{ij}} \right) + \\ + \left(1 - \frac{\tilde{h}_{ij}\tilde{I}_{ij}}{\tilde{T}^{3/2}_{ij}} \right) - \sum_{mn} \dot{M}^{mn}_{ij} \cdot \left(\frac{I^0_{mn}}{I^0_{ij}} \frac{\pi r^2_{ij} \sigma(T^0_{ij})}{2c^2 h^0_{ij}} \right) \cdot \tilde{I}_{mn}, \qquad (48)$$

$$\dot{\tilde{T}}_{ij} = \frac{(1-\gamma) n_{ij}}{2\kappa T^0_{ij}} \cdot \left(\chi (T^0_{ij})^{\alpha} (\tilde{T}_{ij})^{\alpha} - \chi_2 (T^*_{ij})^{\alpha_2} - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{I}^2_{ij}}{\tilde{T}^{3/2}_{ij}} \cdot [\chi_1 (T^0_{ij})^{\alpha_1} - \chi_2 (T^*_{ij})^{\alpha_2}] \right). \qquad (49)$$

Численный счёт модели проходит в два этапа: сначала разрешается относительно $\dot{\tilde{I}}_{ij}$ система алгебраических уравнений (48), а затем интегрируется система полученных дифференциальных уравнений совместно с дифференциальными уравнениями (49). При этом в уравнении (49) величины χ и α всякий раз выбираются в соответствии со значением температуры T_{ij} в данной трубке.

5.2. Численное моделирование

Для определённости будем рассматривать ансамбль из 25 магнитных петель, расположенных в узлах решётки размером 5×5 с шагом $2{,}5 \cdot 10^9$ см. Начальные значения параметров трубок и плазмы в них выбираем по случайному закону, полагая их заключёнными в следующих интервалах: радиус r_{ij} — от 10^6 см до $r_{\max} = 3 \cdot 10^7$см; длина l^0_{ij} — от $6 \cdot r_{\max}$ до 10^{10} см; высота h^0_{ij} — от $6 \cdot r_{\max}$ до $3 \cdot 10^9$ см; угол α_{ij} — от $-\pi$ до π; температура T^0_{ij} — от $2 \cdot 10^4$ К до 10^6 К; концентрация n_{ij} — от 10^8 см$^{-3}$ до 10^{12} см$^{-3}$ (см. табл. 1). Далее, пусть высота и длина центральной петли, находящейся в узле (3, 3), возрастают со скоростью 10^5 см/сек ($a_{3,3} = b_{3,3} = 10^5$), тогда как остальные петли остаются неподвижными. Данная ситуация моделирует процесс всплывания магнитного потока в активной области.

Таблица 1

Начальные значения параметров модели

(i, j)	r_{ij}, см	l^0_{ij}, см	h^0_{ij}, см	T^0_{ij}, К	α_{ij}, рад.
1,1	.29955E+08	.102856E+10	.275780E+10	.88600E+06	.5471E+00
1,2	.69352E+07	.212420E+10	.280037E+10	.15844E+06	-.3684E+00
1,3	.26515E+08	.969143E+10	.130307E+10	.99212E+06	.2385E+01
1,4	.20901E+08	.518060E+10	.285396E+10	.30365E+06	.4602E+00
1,5	.16925E+08	.787919E+10	.264176E+10	.58718E+06	-.2768E+01
2,1	.18614E+08	.903888E+09	.255841E+10	.25945E+06	.4727E+00
2,2	.25211E+08	.575396E+09	.162148E+10	.45681E+06	.2951E+00
2,3	.23423E+08	.636764E+10	.201583E+10	.37566E+06	.3137E+01
2,4	.24588E+07	.352820E+10	.291344E+10	.25192E+05	.3501E-01
2,5	.25442E+08	.332370E+10	.190305E+09	.47511E+06	-.9454E+00
3,1	.10758E+08	.582757E+10	.140531E+10	.18212E+06	.5712E+00
3,2	.12129E+07	.813252E+10	.154150E+10	.18061E+06	-.2437E+01
3,3	.98434E+07	.963596E+10	.279773E+10	.94542E+06	-.2179E+01
3,4	.29772E+08	.444825E+10	.152497E+10	.80008E+06	.1822E+01
3,5	.16783E+08	.536845E+10	.173372E+10	.10064E+06	-.1977E+00
4,1	.13008E+08	.914993E+10	.258152E+10	.16956E+06	.2216E+01
4,2	.22665E+08	.326183E+10	.221707E+10	.18787E+06	-.1493E+01
4,3	.17242E+08	.451582E+10	.172408E+10	.14556E+06	.2544E+01
4,4	.12393E+08	.407617E+10	.343522E+09	.24487E+06	-.1424E+01
4,5	.23808E+08	.742732E+10	.634994E+09	.44350E+06	.1456E+01
5,1	.76028E+07	.922365E+10	.242629E+10	.52595E+06	-.2312E+01
5,2	.65084E+07	.367650E+10	.238376E+10	.84282E+06	-.2532E+00
5,3	.84824E+07	.400811E+10	.258865E+10	.83126E+06	.2440E+01
5,4	.35517E+07	.287066E+10	.173993E+10	.45728E+06	.2379E+01
5,5	.18227E+07	.682120E+10	.164086E+10	.90476E+06	-.2193E+01

Численное решение системы уравнений (48), (49) для выбранных начальных условий показыает, что изменение размеров магнитной петли в узле с координатами (3, 3) приводит к изменению токов, протекающих во всех петлях группы, что, в свою очередь, вызывает нарушение предполагавшегося исходного теплового равновесия петель, обуславливая в одних случаях их нагрев, а в других — охлаждение. Знаком "+" на рис. 5 обозначены те узлы решётки, в которых произошло нагревание петель, а знаком "–" — узлы, где петли охладились. В остальных, никак не отмеченных узлах не произошло значительных изменений температуры магнитных петель. На рис. 6 показано изменение во времени температуры соответственно нагревавшихся (рис. 6а) и остывавших (рис. 6б) магнитных петель. Заметим, что в данном конкретном случае наиболее сильно нагрелись петли с координатами (2, 2) и (5, 4), при этом временной ход

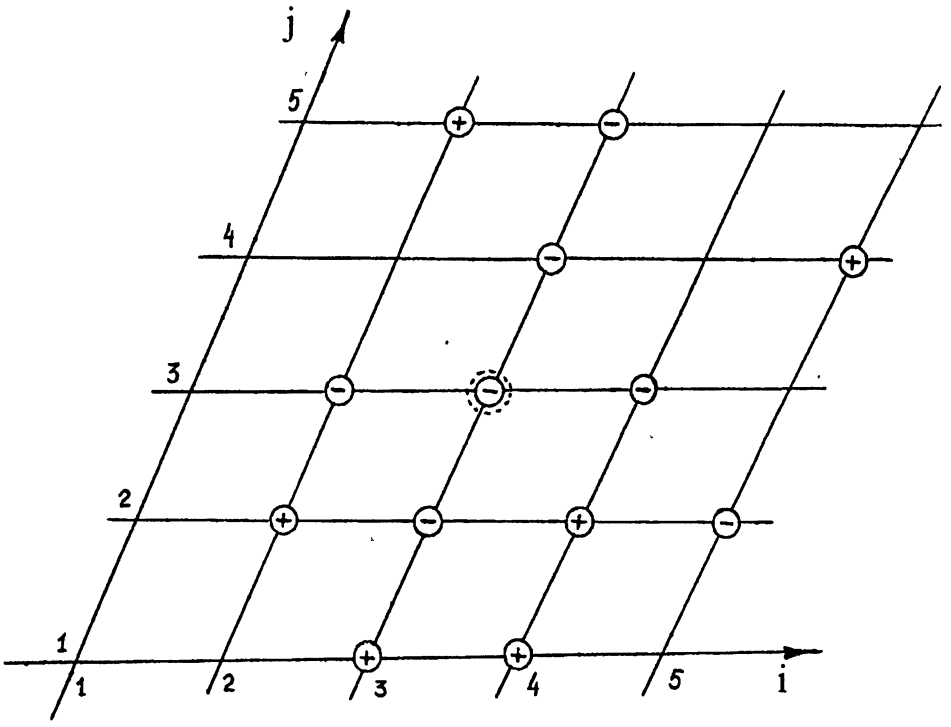


Рис. 5.

их температуры выглядит так, как если бы в этих петлях развивалась тепловая вспышка. Ещё одним интересным результатом данного моделирования является то, что практически все из нагревшихся магнитных петель, за исключением петли (4,2), не будучи в числе шести ближайших соседей всплывающей магнитной петли, взаимодействуют с ней опосредованно, через другие петли ансамбля. Итак, согласно рассмотренной модели, тепловая вспышка может развиться не обязательно вблизи области изменения магнитного потока. Кроме того, если рассматривать нагрев петель в узлах (2,2) и (5,4) как отдельные вспышечные явления, то о них, в силу их очевидной корреляции, можно говорить как о симпатических вспышках [2]. Отметим, однако, что расположение в пространстве нагревающихся и остывающих магнитных петель не является универсальным и неизменным, поскольку определяется выбором начальных параметров модели, осуществляемым по случайному закону. Таким образом, полученный здесь результат является одной из множества возможных реализаций модели.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем и обсудим основные результаты.

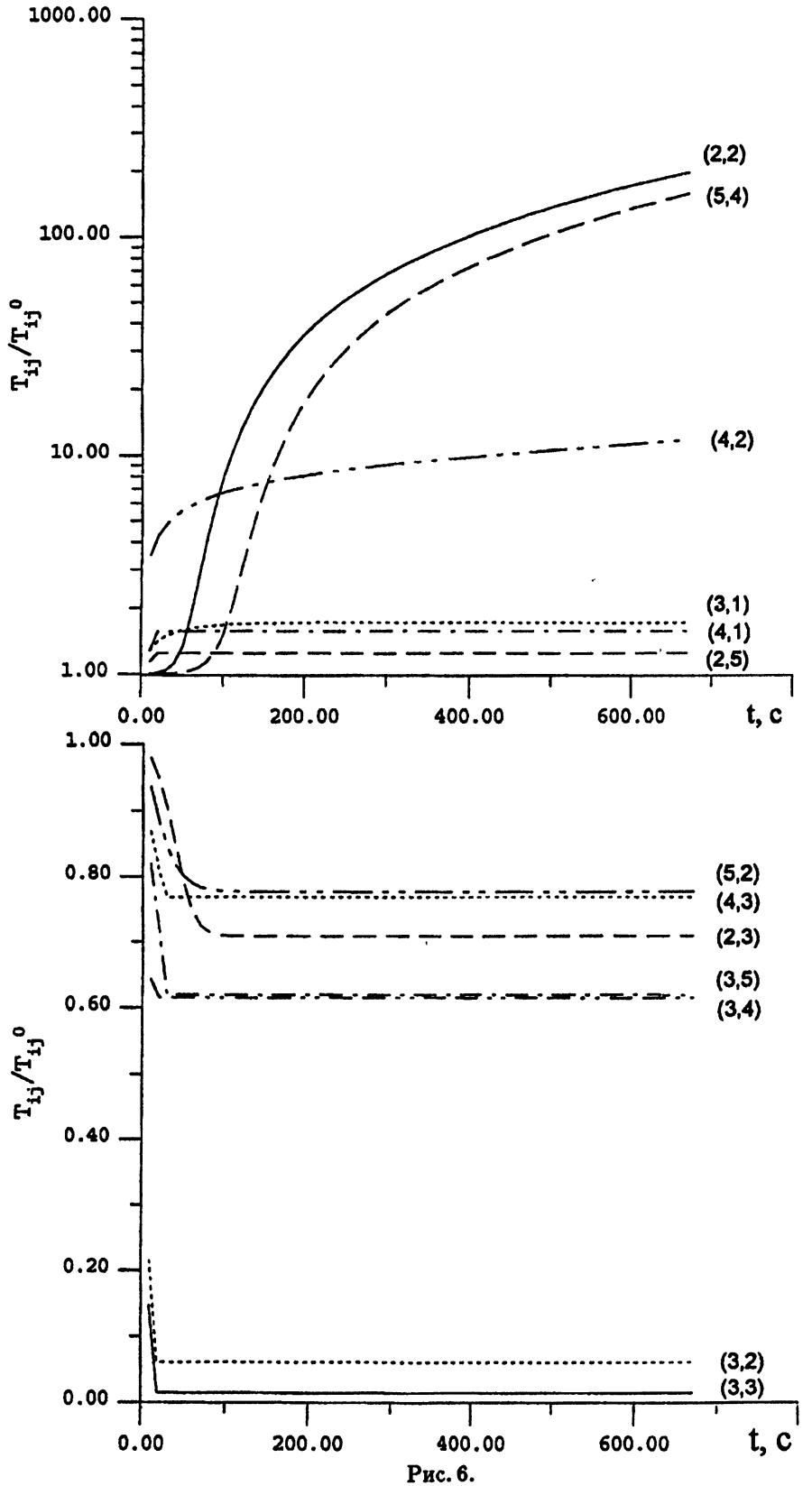

1000.00
100.00
10.00
1.00
T_{ij}/T_{ij}^0
(2,2)
(5,4)
(4,2)
(3,1)
(4,1)
(2,5)
0.00
200.00
400.00
600.00
t, c
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
T_{ij}/T_{ij}^0
(5,2)
(4,3)
(2,3)
(3,5)
(3,4)
(3,2)
(3,3)
0.00
200.00
400.00
600.00
t, c

Рис. 6.

- Для простой модели поля скоростей конвекционного потока фотосферной плазмы была показана возможность генерации в условиях кумулятивного течения частично ионизованной плазмы интенсивных магнитных трубок с большими продольными токами, достигающими значений $10^{10} \div 10^{12}$ А. В рассматриваемой модели конвекционного потока плазмы величины компонент скорости находятся в зависимости от радиуса магнитной трубки и пространственного масштаба изменения с высотой плотности плазмы в солнечной атмосфере. С другой стороны, в аксиально–симметричных расходящихся потоках частично ионизованной плазмы (например, Эвершедовские потоки) могут формироваться "магнитные дыры" — области пониженного магнитного поля вблизи оси солнечного пятна.

- Энергия, выделяемая в единичном объёме за 1 с в фотосферных основаниях магнитной петли, может превышать в некоторых случаях потери на излучение, что будет обуславливать рост температуры оснований петли по сравнению с температурой окружающей равновесной фотосферы.

- Вызванное развитием желобковой неустойчивости проникновение в токовый канал магнитной петли холодной частично ионизованной плазмы протуберанца или хромосферной плазмы нарушает существовавшую бессиловую структуру магнитного поля трубки и приводит к резкому увеличению энерговыделения. В случае, когда процесс втекания плазмы в трубку контролируется желобковой неустойчивостью, и, следовательно, скорость потока плазмы выступает как внешний параметр, разрушенная бессиловая структура магнитного поля восстанавливается через некоторое время и диссипация энергии в трубке уменьшается. Это обуславливает импульсный характер энерговыделения в рассматриваемой контурной модели вспышки. В зависимости от глубины проникновения частично ионизованной плазмы в магнитную трубку и пространственных размеров протуберанца и трубки оказывается также возможна ситуация, когда втекание в магнитную трубку вещества протуберанца не вызывает вспышечного энерговыделения. В частности, это происходит, когда инжекция плазмы протуберанца в трубку прекращается раньше, чем достигаются достаточно высокие значения энерговыделения. В этом случае, взаимодействуя с фоновой плазмой внутри трубки, частично ионизованная плазма протуберанца обуславливает сложную динамику всей магнитной трубки.

Кроме того, необходимо отметить, что, рассматривая энергетические процессы в контурной модели петельной вспышки, мы вычисляли скорость энерговыделения, полагая постоянной температуру плазмы в магнитной трубке. Такой подход оказывается возможен,

поскольку мы исследовали здесь достаточно кратковременные импульсные процессы энерговыделения, когда изменением температуры во времени можно пренебречь. В реальной ситуации самосогласованный учёт эффектов теплопроводности и потерь на излучение будет приводить к меньшим значениям энерговыделения. В этом смысле, полученные в рамках данной модели результаты по вспышечному энерговыделению могут рассматриваться как своего рода оценка верхнего предела. Другой идеализацией рассмотренной контурной модели вспышки является предположение о достаточно регулярном, аксиально симметричном характере скорости движения частично ионизованной плазмы в магнитной трубке, поскольку в данной работе нас, в первую очередь, интересовала роль явления втекания плазмы в трубку для процессов энерговыделения. При этом мы рассматривали желобковую неустойчивость лишь как причину, вызывающую проникновение в трубку холодной плотной плазмы. Подробное описание желобковой неустойчивости и динамики магнитной трубки находится за пределами рассмотрения данной работы. В реальности желобковая неустойчивость может порождать весьма сложное и асимметричное движение вещества, для которого проведённый выше анализ является лишь идеализированной оценкой.

- На основании простой модели находящегося в динамике магнитного поля активной области, учитывающей эффекты взаимодействия магнитных петель, показано, что всплывающий магнитный поток может обуславливать носящий характер тепловой вспышки нагрев отдельных магнитных петель, тогда как некоторые другие петли при этом охлаждаются, а ряд петель не меняет существенным образом своей температуры. При этом в качестве основного механизма взаимовлияния рассматривалось явление взаимоиндукции токов, протекающих в соседних магнитных петлях. Принятые идеализации, касающиеся формы петель и структуры тока в магнитных трубках ансамбля, позволили упростить численный счёт модели, качественно не изменяя при этом основные рассматриваемые эффекты. Помимо явлений тепловой и симпатических вспышек, а также формирования холодных магнитных волокон в активной области, рассмотренная модель ансамбля взаимодействующих магнитных петель при учёте на последующих этапах эволюции стабилизирующего температурный рост эффекта теплопроводности может также применяться для интерпретации долгоживущих горячих магнитных трубок в атмосфере Солнца.

Данная работа выполнена при поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 96-02-16045а).

ПРИЛОЖЕНИЕ

С целью упрощения модели и сокращения объёма численного счёта мы аппроксимируем каждую магнитную петлю структурой в виде буквы "П", состоящей из двух вертикальных (с высотой h_{ij}) и одного горизонтального (с длинной l_{ij}) цилиндрических участков с однородно распределённым по сечению током $(j_{ij})_z = \dfrac{I_{ij}}{\pi r_{ij}^2}$. В случае такой аппроксимации формы магнитной петли из общих формул

$$L = \frac{1}{I^2}\int\limits_V\int\limits_V \frac{\mathbf{j}\mathbf{j}'dVdV'}{|\mathbf{R}|}, \quad M_{12} = \frac{1}{I_1 I_2}\int\limits_{V_1}\int\limits_{V_2} \frac{\mathbf{j}_1\mathbf{j}_2 dV_1 dV_2}{|\mathbf{R}_{12}|} \qquad (\text{П}.1)$$

возможно получить аналитические выражения для коэффициентов само- и взаимоиндукции, а также скоростей их изменения в процессе изменения геометрических размеров взаимодействующих петель (l_{ij}, h_{ij}, l_{mn}, h_{mn}).

Коэффициент самоиндукции или индуктивность магнитной петли в рамках используемой аппроксимации её формы представляется в виде суммы индуктивностей горизонтального $L_{l_{ij}}$ и двух вертикальных участков $L_{h_{ij}}$, а также взаимоиндукции вертикальных участков L_{hh}. Полагая $r_{ij} \ll l_{ij}, h_{ij}$, с помощью традиционной техники определения индуктивности по формулам (П.1) получаем

$$L_{l_{ij}} = 2l_{ij}\ln\left(\frac{l_{ij}}{r_{ij}}\right), \quad L_{h_{ij}} = 2h_{ij}\ln\left(\frac{h_{ij}}{r_{ij}}\right). \qquad (\text{П}.2)$$

При определении взаимоиндукции вертикальных участков магнитной петли будем, в силу их значительного удаления (l_{ij}) друг от друга, пренебрегать их толщиной, рассматривая случай линейных токов. Окончательно для коэффициента самоиндукции магнитной петли в нашем случае получаем

$$L_{ij} = 2l_{ij}\ln\left(\frac{l_{ij}}{r_{ij}}\right) + 4h_{ij}\ln\left(\frac{h_{ij}}{r_{ij}}\right) - 4l_{ij} + 4\sqrt{h_{ij}^2 + l_{ij}^2} -$$
$$- 2h_{ij}\ln\left(\frac{h_{ij} + (h_{ij}^2 + l_{ij}^2)^{1/2}}{(h_{ij}^2 + l_{ij}^2)^{1/2} - h_{ij}}\right). \qquad (\text{П}.3)$$

При расчёте коэффициентов взаимоиндукции мы с самого начала будем пренебрегать толщиной трубки по сравнению с расстояниями между взаимодействующими фрагментами петель, т.е. рассматривать случай линейных токов. В качестве базового случая определим взаимоиндукцию двух соседних магнитных петель в узлах (i,j) и (m,n), находящихся на расстоянии d друг от друга и имеющих общую ординату ($m = i\pm1$, $n = j$). Направление тока в горизонтальных участках этих петель составляет с

направлением оси i углы α_{ij} и α_{mn} соответственно. Выражения для коэффициентов взаимоиндукции тока петли в узле (i,j) с токами в остальных четырёх ближайших соседних петлях ($m=i$, $n=j\pm1$; $m=i-1$, $n=j+i$; $m=i+1$, $n=j-1$) остаются теми же с точностью до замены углов: $\alpha_{ij}\to\pi/3-\alpha_{ij}$, $\alpha_{mn}\to\pi/3-\alpha_{mn}$ в первом случае и $\alpha_{ij}\to\pi/3+\alpha_{ij}$, $\alpha_{mn}\to\pi/3+\alpha_{mn}$ в двух других.

Коэффициент взаимоиндукции M_{ij}^{mn} складывается из взаимоиндукции горизонтальных участков магнитных петель M_l и взаимоиндукций каждого вертикального участка данной магнитной петли с двумя вертикальными участками другой петли $M_{h_{1,2,3,4}}$. Используя традиционную технику определения коэффициентов взаимоиндукции по формулам (П.1), получаем

$$M_{ij}^{mn}=M_{mn}^{ij}=\cos(\alpha_{mn}-\alpha_{ij})\cdot\int\limits_{-\frac{l_{ij}}{2}}^{\frac{l_{ij}}{2}}\ln\frac{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2+\frac{l_{mn}}{2}[b(l)+1]+c(l)+\frac{b(l)}{2}\right|}{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2-\frac{l_{mn}}{2}[b(l)+1]+c(l)+\frac{b(l)}{2}\right|}+$$

$$+\sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\left\{d_k+\sqrt{(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2}-\sqrt{h_{mn}^2+d_k^2}-\sqrt{h_{ij}^2+d_k^2}+\right.$$

$$\left.+\ln\left[\frac{[h_{mn}+(h_{mn}^2+d_k^2)^{1/2}]^{h_{mn}}}{[(h_{ij}^2+d_k^2)^{1/2}-h_{ij}]^{h_{ij}}\{h_{mn}-h_{ij}+[(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2]^{1/2}\}^{(h_{mn}-h_{ij})}}\right]\right\}, \quad (\text{П.4})$$

где

$$d_1=\left[\left(d-\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)^2+\left(\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}-\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$d_2=\left[\left(d+\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)^2+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$d_3=\left[\left(d+\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)^2+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$d_4=\left[\left(d-\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)^2+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)^2\right]^{1/2}-$$

расстояния между вертикальными участками взаимодействующих магнитных петель (см. рис. 7), а выражения для $b(l)$ и $c(l)$ имеют следующий вид:

$$b(l)=2d\cos\alpha_{mn}-2l\cos(\alpha_{mn}-\alpha_{ij}),\quad c(l)=d^2+l^2-2dl\cos\alpha_{ij}.$$

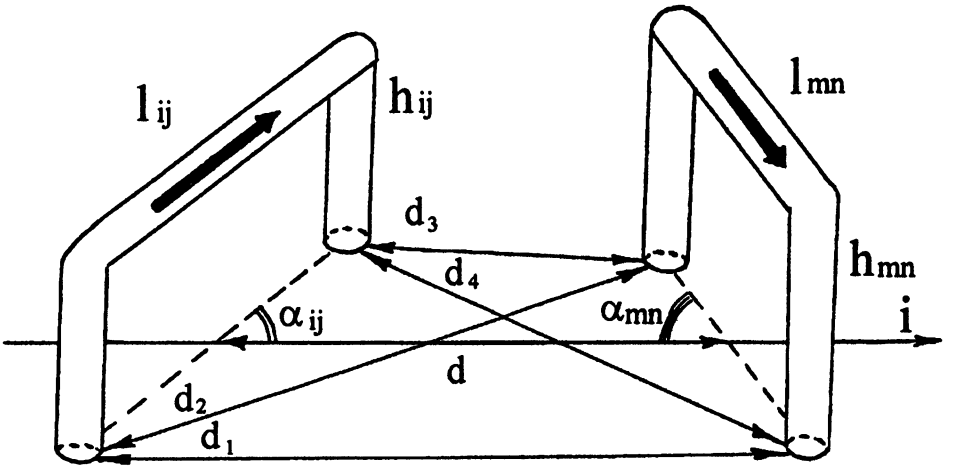


Рис. 7.

Интеграл в (П.4) также легко берётся аналитически, однако здесь мы не приводим результат из-за его громоздкости.

Что касается скоростей изменения во времени индуктивных характеристик магнитных петель, то они определяются следующим образом:

$$\dot{L}_{ij} = \dot{M}_{ij}^{ij} = \frac{\partial L_{ij}}{\partial l_{ij}} \cdot a_{ij} + \frac{\partial L_{ij}}{\partial h_{ij}} \cdot b_{ij}\,,$$

$$\dot{M}_{ij}^{mn} = \frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial l_{ij}} \cdot a_{ij} + \frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial l_{mn}} \cdot a_{mn} + \frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial h_{ij}} \cdot b_{ij} + \frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial h_{mn}} \cdot b_{mn}\,. \qquad \text{(П.5)}$$

При этом частные производные в формулах (П.5) определяются либо непосредственным дифференцированием выражений (П.3) и (П.4), либо по правилу Лейбница,

$$\frac{d}{d\lambda}\int\limits_{U(\lambda)}^{V(\lambda)} \frac{\partial}{\partial\lambda} f(x,\lambda)dx + f(V(\lambda),\lambda)\frac{dV}{d\lambda} - f(U(\lambda),\lambda)\frac{dU}{d\lambda}\,, \qquad \text{(П.6)}$$

из интегральной формы записи коэффициентов M_{ij}^{mn} и L_{ij}. В результате получим

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial l_{ij}} = 2\left[\ln\left(\frac{l_{ij}}{r_{ij}}\right) + r_{ij}\right] + \frac{4}{l_{ij}}\left[(h_{ij}^2 + l_{ij}^2)^{1/2} - l_{ij}\right]\,,$$

$$\frac{\partial L_{ij}}{\partial h_{ij}} = 4\left[\ln\left(\frac{h_{ij}}{r_{ij}}\right) + r_{ij}\right] - 2\ln\frac{\left|h_{ij} + (h_{ij}^2 + l_{ij}^2)^{1/2}\right|}{\left|(h_{ij}^2 + l_{ij}^2)^{1/2} - h_{ij}\right|}\,, \qquad \text{(П.7)}$$

$$\frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial h_{ij}} = \sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\ln\frac{\left|h_{mn}-h_{ij}+[(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2]^{1/2}\right|}{\left|(h_{ij}^2+d_k^2)^{1/2}-h_{ij}\right|},$$

$$\frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial h_{mn}} = \sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\ln\frac{\left|(h_{mn}^2+d_k^2)^{1/2}+h_{mn}\right|}{\left|h_{mn}-h_{ij}+[(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2]^{1/2}\right|}, \qquad (\text{П}.8)$$

$$\frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial l_{ij}} = \frac{\cos(\alpha_{mn}-\alpha_{ij})}{2}\left\{\ln\frac{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2+\frac{l_{mn}}{2}\left[b\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)+1\right]+c\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)+\frac{1}{2}b\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)\right|}{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2-\frac{l_{mn}}{2}\left[b\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)+1\right]+c\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)+\frac{1}{2}b\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)\right|}+\right.$$

$$\left.+\ln\frac{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2+\frac{l_{mn}}{2}\left[b\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)+1\right]+c\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)+\frac{1}{2}b\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)\right|}{\left|\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)^2-\frac{l_{mn}}{2}\left[b\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)+1\right]+c\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)+\frac{1}{2}b\left(-\frac{l_{ij}}{2}\right)\right|}\right\}+$$

$$+\sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\left\{1+d_k\cdot\left[\frac{1}{h_{mn}-h_{ij}+[(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2]^{1/2}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{h_{mn}+(h_{mn}^2+d_k^2)^{1/2}}-\frac{1}{(h_{ij}^2+d_k^2)^{1/2}-h_{ij}}\right]\right\}\cdot\frac{\partial d_k}{\partial l_{ij}}, \qquad (\text{П}.9)$$

$$\frac{\partial M_{ij}^{mn}}{\partial l_{mn}} = \frac{\cos(\alpha_{mn}-\alpha_{ij})}{2}\left\{\ln\frac{\left|\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)^2+\frac{l_{ij}}{2}\left[1-\tilde{b}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)\right]+\tilde{c}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)-\frac{1}{2}\tilde{b}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)\right|}{\left|\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)^2-\frac{l_{ij}}{2}\left[1-\tilde{b}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)\right]+\tilde{c}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)-\frac{1}{2}\tilde{b}\left(\frac{l_{mn}}{2}\right)\right|}+\right.$$

$$\left.+\ln\frac{\left|\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)^2+\frac{l_{ij}}{2}\left[1-\tilde{b}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)\right]+\tilde{c}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)-\frac{1}{2}\tilde{b}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)\right|}{\left|\left(\frac{l_{ij}}{2}\right)^2-\frac{l_{ij}}{2}\left[1-\tilde{b}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)\right]+\tilde{c}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)-\frac{1}{2}\tilde{b}\left(-\frac{l_{mn}}{2}\right)\right|}\right\}+$$

$$+\sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\left\{1+d_k\cdot\left[\frac{1}{h_{mn}-h_{ij}+[(h_{mn}-h_{ij})^2+d_k^2]^{1/2}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{h_{mn}+(h_{mn}^2+d_k^2)^{1/2}}-\frac{1}{(h_{ij}^2+d_k^2)^{1/2}-h_{ij}}\right]\right\}\cdot\frac{\partial d_k}{\partial l_{mn}}, \qquad (\text{П}.10)$$

где

$$\tilde{b}(l) = 2d\cos\alpha_{ij}+2l\cos(\alpha_{mn}-\alpha_{ij}), \quad \tilde{c}(l) = d^2+l^2+2dl\cos\alpha_{mn},$$

$$\frac{\partial d_1}{\partial l_{ij}} = \frac{1}{2d_1}\cdot\left[\left(d-\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)\cos\alpha_{ij}+\right.$$

$$+\left(\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}-\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}\right)\sin\alpha_{ij}\Big],$$

$$\frac{\partial d_1}{\partial l_{mn}}=\frac{1}{2d_1}\cdot\Big[\left(\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}-d\right)\cos\alpha_{mn}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{mn}\Big],$$

$$\frac{\partial d_2}{\partial l_{ij}}=\frac{1}{2d_2}\cdot\Big[\left(d+\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)\cos\alpha_{ij}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{ij}\Big],$$

$$\frac{\partial d_2}{\partial l_{mn}}=\frac{1}{2d_2}\cdot\Big[\left(d+\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)\cos\alpha_{mn}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{mn}\Big],$$

$$\frac{\partial d_3}{\partial l_{ij}}=\frac{1}{2d_3}\cdot\Big[\left(\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}-d-\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}\right)\cos\alpha_{ij}+$$
$$+\left(\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}-\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}\right)\sin\alpha_{ij}\Big],$$

$$\frac{\partial d_3}{\partial l_{mn}}=\frac{1}{2d_3}\cdot\Big[\left(d+\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}\right)\cos\alpha_{mn}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}-\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{mn}\Big],$$

$$\frac{\partial d_4}{\partial l_{ij}}=\frac{1}{2d_4}\cdot\Big[\left(\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}-d\right)\cos\alpha_{ij}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{ij}\Big],$$

$$\frac{\partial d_4}{\partial l_{mn}}=\frac{1}{2d_4}\cdot\Big[\left(\frac{l_{mn}}{2}\cos\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\cos\alpha_{ij}-d\right)\cos\alpha_{mn}+$$
$$+\left(\frac{l_{mn}}{2}\sin\alpha_{mn}+\frac{l_{ij}}{2}\sin\alpha_{ij}\right)\sin\alpha_{mn}\Big],$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Henoux J. C. & Somov B. V. // Astron. Astrophys., 1991. V. 241. P. 613.
2. Priest E. R. Solar Magnetohydrodynamics. — Dordrecht: Reidel, 1982.
3. Zirin H. // Vistas. Astron., 1974. V. 16. P. 1.
4. Parker E. N. // Sol. Phys., 1989. V. 121. P. 431.
5. Vlahos L. // Sol. Phys., 1989. V. 121. P. 453.
6. Melrose D. B., Khan J. I. // Astron. Astrophys., 1989. V. 219. P. 308.
7. Sen H. K., White M. L. // Sol. Phys., 1972. V. 23. P. 146.
8. Spicer D. F. // Sol. Phys., 1977. V. 53. P. 305.
9. Gold T. // Mon. Not. R. Astron. Soc., 1960. V. 120. P. 89.
10. Tajima T., Brunel F., Sakai J. // Ap. J., 1982. V. 258. P. L45.
11. Tajima T., Sakai J., Nakajima T., et al. // Ap. J., 1987. V. 321. P. 1031.
12. Heyverts J., Priest E. R., Rust D. // Ap. J., 1977. V. 216. P. 213.
13. Sturrock P. A. // Ap. J., 1968. V. S73. P. 79.
14. Alfven H. and Carlquist D. // Sol. Phys., 1967. V. 1. P. 220.
15. Zaitsev V. V., Stepanov A. V. // Sol. Phys., 1992. V. 139. P. 343.
16. Kan J. R., Akasofu S.-I., Lee L. C. // Sol. Phys., 1983. V. 84. P. 153.
17. Melrose D. B., McClymont A. N. // Sol. Phys., 1987. V. 113. P. 241.
18. Wheatland M. S., Melrose D. B. // Sol. Phys., 1995. V. 159. P. 137.
19. Zaitsev V. V., Urpo S., Stepanov A. V. — In: Proc. URSI/IEEE/IRC XXI Convention on Radio Science, Oct. 2-3, 1996. — Otaniemi, Finland, P. 46.
20. Ходаченко М. Л. // Астроном. журн., 1996. Т. 73. № 2. С. 303.
21. Parker E. N. // Ap. J., 1985. V. 264. P. 642.
22. Mikic Z. M., Barnes D. C., Schnack D. D. // Ap. J., 1988. V. 328. P. 830.
23. van Ballegooijen A. A. // Ap. J., 1986. V. 311. P. 1001.
24. Zaitsev V. V., Parfeneov O. G., Stepanov A. V. // Sol. Phys., 1978. V. 60. P. 279.
25. Peres G., Rosner R., Serio S., Vaiana G. S. // Ap. J., 1982. V. 252. P. 791.

Институт прикладной физики
РАН, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

ENERGY ISOLATION IN CORONAL MAGNETIC LOOPS

V. V. Zaitsev, M. L. Khodachenko

It was shown, that in the convective fluxes in the photosphere thin magnetic tubes can be generated with the radius of about $10^7 \div 10^8$ cm and longitudinal current $10^{11} \div 10^{12}$ A. Besides, in diverging convective fluxes (Evershed

fluxes) "magnetic holes" - coaxial structures can apper with a decreased value to the magnetic field central part. Steady-state Joule energy dissipation taking place in the magnetic tube photospheric foot-points increases in the upper photosphere towards the periphery of the tube and can exceed the optical radiation looses. This can cause the occurrence of tubes with hot external envelopes.

Two flaring models were considered for magnetic loops of an active region. One of the models describes a process of explosive energy release in a separate loop, which is caused by penetration into the magnetic tube of dense partially ionized plasma of a prominence (in the top of the loop), or surrounding chromospheric plasma (in the chromospheric part of the loop) due to the flute instability development. Plasma inflow destroys a force-free structure of a magnetic field and switches on an effective mechanism of energy dissipation, caused by ion-atom collisions in non-steady state plasma. The dynamics of Joul energy release during such processes was studied.

The second model of flaring energy release is based on the ideas of the global approach to the dynamics and energetics of solar active regions, taking into account their complex self-consistent evolution. A structure of the magnetic field of an active region was represented as an ensemble of magnetically interacting current-carrying magnetic loops. Each loop in its turn was modelled by an equivalent electric circuit with variable parameters depending on the form, scale, position of the loop in the ensemble, as well as on the plasma temperature and density in the magnetic tube. By means of such a model it was shown, that any rising magnetic loop in an ensemble could cause a flare-like heating, as well as cooling of certain loops.

УДК 538.945

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗИСТИВНОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЁНОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ НА ОСНОВЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

П. П. Вышеславцев, В. В. Курин, И. М. Нефёдов, И. А. ШерешевскийА, А. А. Андронов

Путём численного моделирования временного двумерного уравнения Гинзбурга–Ландау исследуется резистивное состояние в сверхпроводящих мостиках с размерами $\xi \ll d \ll \lambda$. Установлено, что основой резистивного состояния здесь, как и при $d \gg \lambda$, являются вихревые структуры (вихри), движение которых и определяет резистивное состояние. Показано, что в некотором диапазоне токов и магнитных полей движение вихрей имеет стохастический характер.

Проведена классификация возможных динамических и стохастических режимов, изучены переходы от режима течения потока, наблюдающегося при больших магнитных полях и малых транспортных токах, к режиму быстрого проскальзывания фазы. Обнаружен эффект нарушения симметрии резистивного состояния, приводящий к появлению поперечного напряжения с квадрупольной структурой.

1. ВВЕДЕНИЕ

Данная статья посвящена исследованию резистивного состояния в мостиках сверхпроводников II рода с промежуточными размерами $\xi \ll d \ll \lambda$, помещённых во внешнее магнитное поле, методом прямого численного моделирования временного уравнения Гинзбурга–Ландау. Это уравнение является простейшим нестационарным обобщением статического уравнения, полученного Гинзбургом и Ландау в 1950 году [1], и как модельное уравнение широко используется для описания процессов в сверхпроводниках.

В настоящее время основные черты физики резистивного состояния в сверхпроводниках 2-го рода можно считать установленными. Представления о движущихся вихрях Абрикосова дают адекватную картину резистивного состояния в сверхпроводниках больших размеров ($d \gg \lambda$). В сверхпроводниках ультрамалых размеров ($d \ll \xi$) хорошего описания можно достичь, основываясь на понятии центра проскальзывания фазы. Представление о современном состоянии проблемы описания резистивного состояния в сверхпроводниках можно получить в обзорах [2–4].

В то же время вопросы о характере взаимодействия вихрей с транспортным током, об эффекте Холла в сверхпроводниках и о характере переходов между различными режимами резистивного состояния до сих пор остаются невыясненными и привлекают внимание как теоретиков, так и экспериментаторов (см., например, [5] и цитированную там литературу). Прямое компьютерное моделирование позволяет выйти за рамки обычно используемых, с целью упрощения, приближений и получить новую информацию о характере резистивного состояния в сверхпроводниках [6, 7].

Основной чертой резистивного состояния в сверхпроводниках, обуславливающей сложность его теоретического изучения, является нестационарность параметра порядка сверхпроводника. В связи с этим проблема резистивного состояния имеет два аспекта, которые можно назвать микроскопическим и динамическим. Микроскопический аспект проблемы связан с требованием корректного описания кинетики квазичастиц в сверхпроводнике с вихрями и получением динамических уравнений, описывающих совместную динамику параметра порядка и квазичастиц. Динамический же аспект обусловлен тем, что в соответствии с представлениями общей теории нелинейных систем (см., например, [8]), даже в рамках простейших нестационарных уравнений, динамика резистивного состояния может быть очень сложной, в том числе стохастической во времени и пространстве.

В данной статье мы сосредоточимся, в основном, на динамическом аспекте проблемы резистивного состояния, используя простейшее замкнутое уравнение для параметра порядка – временное уравнение Гинзбурга–Ландау для моделирования резистивного состояния в сверхпроводниковой пленке малых размеров, помещённой в заданное внешнее магнитное поле. Уже в этой простейшей модели обнаружен новый эффект нарушения пространственной симметрии резистивного состояния, заключающийся в появлении электрического поля, поперечного к транспортному току. В отличие от эффекта Холла, возникающее электрическое поле имеет квадрупольную структуру, и его появление связано с взаимодействием вихрей с транспортным и экранирующим токами. Подробно рассмотрена структура резистивного состояния при различных соотношениях между магнитным полем и транспортным током, обнаружен и прослежен динамический фазовый переход между режимом течения магнитного потока, реализующимся при больших магнитных полях и малых токах и инстантонным режимом проскальзывания фазы [7, 9], обычно обсуждаемым в связи с резистивным состоянием в ультратонких сверхпроводниках [10, 11]. Проведено исследование резистивного состояния в сверхпроводниках с ассиметричным распределением электрон–дырочной плотности состояний, описываемых уравнением Гинзбурга–Ландау с комплексным коэффициентом релаксации [16, 12]. Продемонстрировано появление настоящего, дипольного, эффекта Холла и существование силы Магнуса,

приводящей к искривлению траекторий вихрей.

При изложении мы будем придерживаться следующего плана. В разд. 2 мы обсудим используемые нами основные уравнения и пределы их применимости, в разд. 3 мы кратко остановимся на методике численного расчёта, разд. 4 будет посвящён изложению результатов численного эксперимента. В заключении (разд. 5) мы кратко суммируем основные результаты.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Поскольку резистивное состояние сверхпроводника — это принципиально нестационарное динамическое состояние, сопровождающееся рождением и релаксацией нормальных квазичастиц, их кинетика играет принципиальную роль в динамике резистивного состояния. В общем случае эта кинетика очень сложна, однако при достаточно быстрой релаксации импульса квазичастиц, по сравнению с релаксацией по энергии, характерной для "грязных" сверхпроводников с малой длиной свободного пробега, для параметра порядка может быть получено замкнутое "гидродинамическое" уравнение, в безразмерных переменных имеющее вид [17]

$$\frac{\tau}{\sqrt{1+\Gamma^2|\psi|^2}}\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\varphi+\frac{\Gamma^2}{2}\frac{\partial|\psi|^2}{\partial t}\right)\psi=(\nabla-i\mathbf{A})^2\psi+\psi-|\psi|^2\psi, \qquad (1)$$

где $\tau = c\tau_{GL}/\xi$ — безразмерное характерное время, в размерных переменных ему соответствует $\tau_{GL} = \xi^2/D$ — характерное время Гинзбурга–Ландау, ξ — как обычно, длина когерентности, D — коэффициент диффузии электронов, $\Gamma = 2\Delta\tau_e$ — параметр неупругости, Δ — невозмущённая энергетическая щель сверхпроводника, τ_e — характерное время релаксации энергии квазичастиц, φ и $\mathbf{A}$ — скалярный и векторный электромагнитные потенциалы. При обезразмеривании были использованы следующие характерные масштабы основных переменных: параметр порядка нормирован на невозмущённое однородное значение ψ_0, длина — на длину когерентности ξ, время — на ξ/c, где c — скорость света, векторный и скалярный потенциалы — на $\Phi_0/2\pi\xi$, где $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант потока. В бесщелевом пределе, при $\Delta, \Gamma \to 0$, имеющем место для сверхпроводников с парамагнитными примесями, уравнение (1) переходит в хорошо известное простейшее нестационарное уравнение Гинзбурга–Ландау:

$$\tau\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\varphi\right)\psi=(\nabla-i\mathbf{A})^2\psi+\psi-|\psi|^2\psi, \qquad (2)$$

которое мы и будем использовать в данной работе для моделирования резистивного состояния. Строго говоря, это уравнение применимо только для описания динамики бесщелевых сверхпроводников, однако тестовые

численные расчёты с использованием уравнений (1), (2) показали, что динамика, описываемая более сложным уравнением (1), может быть смоделирована уравнением (2), если в качестве параметра τ использовать перенормированное значение $\tau_{\text{eff}} = \tau/\Gamma$. Для одномерных уравнений это было впервые замечено в [18]. В дальнейшем мы будем описывать результаты, полученные в рамках уравнения (2) с соответствующим образом перенормированным τ.

Уравнение (2) должно быть дополнено квазистатическим уравнением Максвелла

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \tag{3}$$

необходимым для определения величин $\mathbf{A}, \varphi$, входящих в уравнение (2). В дальнейшем, имея ввиду ограничиться исследованием резистивного состояния в сверхпроводящих плёнках с размерами $\xi \ll d \ll \lambda$, будем пренебрегать влиянием тока, текущего по плёнке, на величину магнитного поля и считать магнитное поле заданным. В этом случае, вместо векторного уравнения (3), достаточно написать следующее из него скалярное уравнение непрерывности

$$\mathrm{div}\mathbf{j} = 0. \tag{4}$$

Выражение для электрического тока в безразмерных переменных имеет вид

$$\mathbf{j} = -\sigma\nabla\varphi + \mathrm{Im}\{\psi^*(\nabla - i\mathbf{A})\psi\}, \tag{5}$$

где $\sigma = \Phi_0\sigma_{\text{разм}}/2\pi\xi^2$ — безразмерная проводимость, $\mathbf{j}$ — безразмерный электрический ток, нормированный на единицу тока — $e\hbar|\psi_0|^2/m\xi$.

Изменив нормировку времени и скалярного потенциала, перепишем уравнения (2), (4), (5) в виде

$$\Sigma(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi)\psi = (\nabla - i\mathbf{A})^2\psi + a(x,y)\psi - |\psi|^2\psi, \tag{6}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{j} = 0, \tag{7}$$

$$\mathbf{j} = -\nabla\varphi + \mathrm{Im}\{\psi^*(\nabla - i\mathbf{A})\psi\}, \tag{8}$$

явно выделив единственный физический параметр — эффективную проводимость $\Sigma = \sigma\tau_{\text{eff}} = \sigma_{\text{разм}}\tau_{\text{eff разм}}$, входящий в уравнения, и введя функцию $a(x,y)$, характеризующую зависимость параметров сверхпроводника от координат. Положительные значения $a(x,y)$ соответствуют сверхпроводящим областям плёнки, $a < 0$ — нормальным. Введение этой функции оказалось необходимо нам для корректной постановки граничных условий. Для того, чтобы найти решение уравнений (6)–(8) в некоторой прямоугольной области $-L/2 < x < L/2$, $-W/2 < y < W/2$, где ось x направлена вдоль инжектируемого транспортного тока $\mathbf{j} = (j, 0)$, мы выбирали

функцию a для всех значений y в виде

$$a(x,y) = \begin{cases} -1, & -L/2 < x < -L/2 + L_n, \\ 1, & -L/2 + L_n \le x \le L/2 - L_n, \\ -1, & L/2 - L_n < x < L/2, \end{cases}$$

что моделирует наличие нормальных контактов длины L_n слева и справа от сверхпроводящей плёнки длины $L - 2L_n$, и ставили граничное условие

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial x} - iA_x\psi\right|_{x=\pm L/2} = 0$$

для параметра порядка. Ток на этих границах имеет только нормальную составляющую, что соответствует граничному условию

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=\pm L/2} = -\frac{j}{\Sigma}.$$

Если длина нормальных контактов L_n достаточно велика, то применяемое граничное условие соответствует инжекции тока в сверхпроводник из нормальных электродов. Граничные условия на границах $y = \pm W/2$ выбираем в виде

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right|_{y=\pm W/2} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial\psi}{\partial y} - iA_y\right|_{y=\pm W/2} = 0,$$

соответствующем границе с вакуумом. Векторный потенциал внешнего магнитного поля задавался в виде

$$\mathbf{A} = (-\alpha Hy, (1-\alpha)Hx),\ 0 \le \alpha \le 1,$$

где H — безразмерная напряжённость магнитного поля, перпендикулярного к сверхпроводниковой плёнке. Единица H есть $H_{c2} = \Phi_0/2\pi\xi^2$ — верхнее критическое поле сверхпроводника больших размеров. Перечислим параметры, от которых зависит решение поставленной задачи. Кроме явно входящих в уравнение (6) величины магнитного поля H и эффективной проводимости Σ характер решения определяется безразмерными транспортным током $\mathbf{j}$ и геометрическими размерами сверхпроводниковой плёнки. Уравнения (6)–(8) интегрировались численно с использованием алгоритма, кратко описываемого в следующем разделе.

3. РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ И ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Одним из важных, с физической точки зрения, свойств системы (6)–(8) является калибровочная инвариантность. Математически это свойство состоит в том, что если пара функций $\psi(\vec{x},t)$, $\varphi(\vec{x},t)$ есть решение системы (6)–(8) при заданном вектор-потенциале $\mathbf{A}$ и $\vartheta(\vec{x})$ — произвольная гладкая функция, то пара функций $\psi(\vec{x},t)\exp(i\vartheta(\vec{x}))$, $\varphi(\vec{x},t)$ есть решение тех же уравнений с вектор–потенциалом $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \nabla\vartheta$. Это преобразование не меняет физически существенных параметров задачи, но, вообще говоря, изменяет *начальные условия*, что может привести к изменению характера динамики или результирующего стационарного состояния. Поэтому свойство калибровочной инвариантности (или некоторый его аналог) желательно сохранить при построении разностной аппроксимации системы (6)–(8). Кроме того, это свойство даёт простой тест правильности работы программы (изменение вектор–потенциала и сответствующая калибровка начальных условий должны приводить к тем же стационарным состояниям или динамичеким режимам, в частности, модуль параметра порядка и электрический потенциал не должны изменяться). Не останавливаясь подробно на мотивировке выбора той или иной возможной разностной аппроксимации, приведём используемую нами калибровочно–инвариантную разностную схему для системы (6)–(8), аналогичную описанной в [13].

Пусть M, N — целые положительные числа и

$$X = \left\{ (x_j, y_k) = \left(-\frac{L}{2} + (j+1/2)\frac{L}{N},\ -\frac{W}{2} + (k+1/2)\frac{W}{M} \right), \right.$$

$$\left. j = 0,1,...,N-1,\ k = 0,1,...,M-1 \right\}.$$

Множество X есть множество узлов сетки, в которой задаются и вычисляются функции $\psi(\vec{x},t)$, $\varphi(\vec{x},t)$. Две точки множества X назовём соседними, если соответствующие им пары индексов отличаются на единицу. Для пары соседних точек $q, q' \in X$ определим величину $A_{qq'}$ соотношением

$$A_{qq'} = \int_q^{q'} (\mathbf{A}, dl),$$

где интегрирование выполняется вдоль прямой, соединяющей указанные точки. Заметим, что $A_{qq'} = -A_{q'q}$. Разностный аналог уравнений (6)–(8) и граничных условий выглядит тогда следующим образом:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi(q)\right)\psi(q) = \sum_{q'}(\exp(iA_{qq'})\psi(q') - \psi(q))/h_{qq'}^2 + (a(q) - |\psi(q)|^2)\psi(q),$$

$$\sum_{q'}(\tilde{\varphi}(q') - \tilde{\varphi}(q) - \mathrm{Im}(\psi^*(q')\exp(iA_{qq'})\psi(q))/h_{qq'}^2) = 0, \qquad (9)$$

$$\psi(q_{\mathrm{out}}) = \psi(q)\exp(iA_{qq_{\mathrm{out}}}),\ \tilde{\varphi}(q_{\mathrm{out}}) = \tilde{\varphi}(q).$$

В этих соотношениях суммирование проводится по всем соседним данной точке. Величина $h_{qq'}$ есть расстояние между соседними точками и для данной точки $q \in X$ точка q_{out} есть (единственная, если она существует) соседняя с q точка, не принадлежащая X. Функция $\tilde{\varphi} = \varphi + \mathbf{j}x$. Система разностных уравнений (9) инвариантна относительно калибровочных преобразований вида

$$\psi(q) \longrightarrow \psi(q)\exp(i\vartheta(q)),\ A_{qq'} \longrightarrow A_{qq'} - (\vartheta(q') - \vartheta(q))/h_{qq'},$$

являющихся естественным аналогом непрерывных калибровочных преобразований. При заданном параметре порядка уравнение для приведённого электрического потенциала $\tilde{\varphi}$, являющееся разностным аналогом уравнения Пуассона, решалось методом, описанным в [14]. Для решения эволюционного уравнения для параметра порядка применялась комбинация метода расщепления и схемы Кранка–Николсона [15].

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этой части мы изложим основные результаты, полученные путём прямого численного моделирования системы (6)–(8) при различных значениях параметров, определяющих динамику сверхпроводника. Изложение будет носить несколько "зоологический" характер; иногда мы будем просто описывать наблюдаемый эффект и говорить, что "например, бывает и такое". Большинство расчётов выполнено при $\Sigma = 10$ для не очень больших плёнок $L = 24$, $W = 12$ в единицах ξ, что, однако, позволяет наблюдать многовихревые структуры и изучать общие закономерности их динамики. В то же время следует быть осторожным при обобщении полученных результатов на системы бóльших размеров.

4.1. Статические вихревые конфигурации

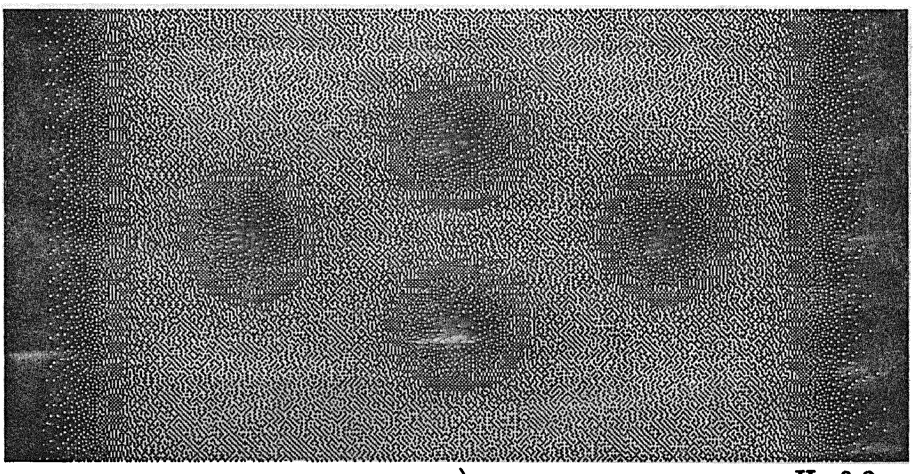
Для того, чтобы продемонстрировать и убедиться самим, что построенный алгоритм и компьютерная программа работают правильно, мы рассчитали процесс установления стационарного распределения параметра порядка при отсутствии внешнего транспортного тока. Этот случай

концептуально ясен: устанавливается некоторая стационарная вихревая решётка, а электрический потенциал стремится к нулю во всей области. Компьютерное моделирование в данном случае позволяет выяснить, какие конкретные вихревые конфигурации устанавливаются, как влияют границы и неоднородности сверхпроводящей плёнки (описываемые функцией $a(x,y)$) на структуру вихревой решётки и, следовательно, на кривую намагниченности.

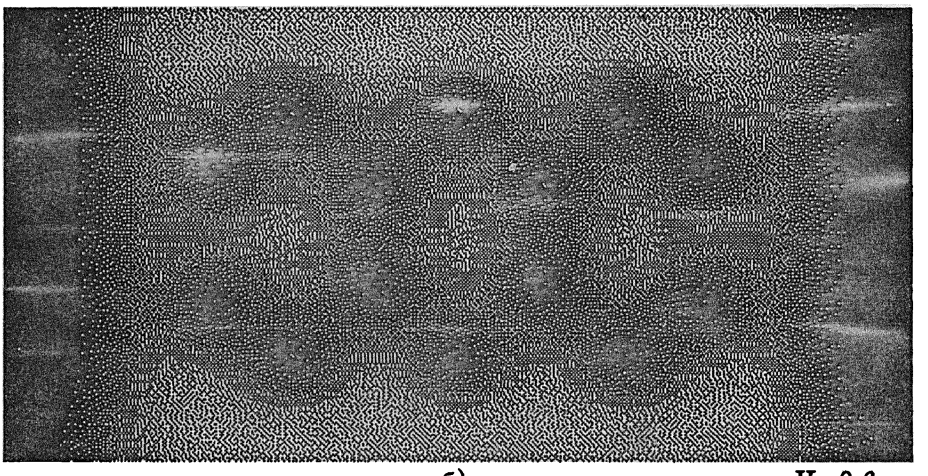
Такие расчёты были проведены и на рис. 1. Приведённые полутоновые картинки, иллюстрируют установившиеся в плёнке распределения модуля сверхпроводящего параметра порядка, $|\psi(x,y)|^2$ при различных, последовательно увеличивающихся, магнитных полях в отсутствие транспортного тока $j=0$ и одинаковых начальных условиях. Тёмные тона соответствуют малому модулю параметра порядка, светлые — большому. Видно, что, как и ожидалось, количество вихрей в образце растёт с ростом внешнего магнитного поля. Проникновение вихрей в сверхпроводящий образец идёт через границы $y=\pm W/2$ и для данных размеров плёнки начинается при $H\approx 0,17$, что соответствует локальному (на боковой границе) превышению плотности экранирующего тока; величины тока распаривания $j_{cr}=a^{3/2}\sqrt{4/27}$ (значение функции $a(x,y)$ берётся внутри сверхпроводящей области). Интересным в этих картинках является то обстоятельство, что формы устанавливающихся вихревых решёток далеки от наиболее термодинамически выгодной в большом сверхпроводнике треугольной решётки. Очевидно, что это связано с влиянием границ, деформирующих вихревую решётку.

Следует обратить внимание на более слабое подавление параметра порядка вблизи границы с вакуумом, по сравнению с внутренними точками образца — вихри отталкиваются от границы, что видно по более светлому тону вдоль краёв. Это есть проявление хорошо известного эффекта поверхностной стимуляции сверхпроводимости, заключающегося в том, что критическое поле подавления сверхпроводимости вблизи границы с вакуумом есть $H_{c3}\approx 1.695H_{c2}$[19]. На границах с нормальным металлом, как легко видеть из картинок, этот эффект практически не наблюдается. Прямой расчёт критического поля исчезновения сверхпроводимости путём компьютерного моделирования даёт значение $H_{c3}\approx 1,6$, близкое к теоретическому. Заметим, что эффект отталкивания вихрей от границы связан с взаимодействием через поле модуля параметра порядка, которым пренебрегается в теории экстремально сильных сверхпроводников 2-го рода $\kappa\gg 1$ или в теории Лондонов. В этих теориях, описывающих область расстояний $r\gg\xi$, абрикосовский вихрь притягивается к границе.

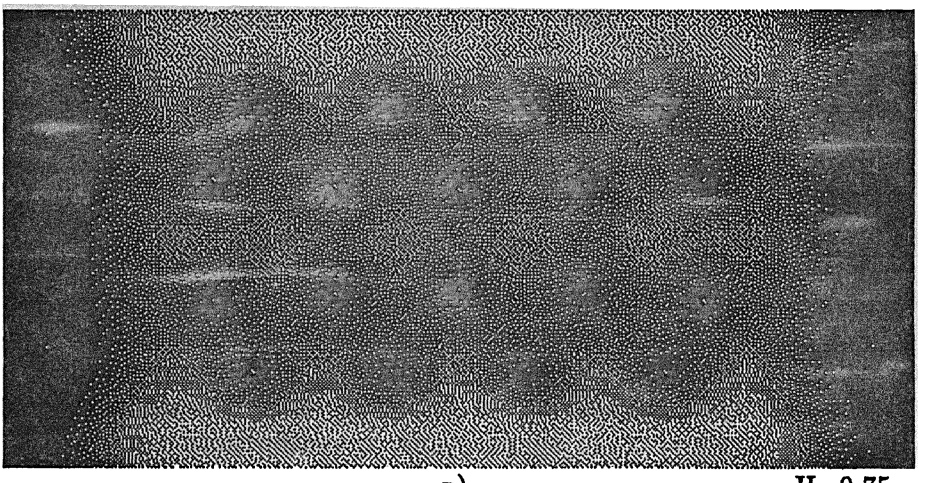
При пропускании транспортного тока через образец на вихри будет действовать сила, которая в квазистатическом пределе для медленно движущихся вихрей имеет вид силы Лоренца:



а) H=0,2



б) H=0,6



в) H=0,75

Рис. 1.

$$\mathbf{f} = \frac{\Phi_0}{c}[\mathbf{j} \times \mathbf{z}_0], \tag{10}$$

где $\mathbf{j}$ — плотность тока в точке нахождения вихря. Если эта сила будет превышать силу со стороны границ (или неоднородностей) образца, то стационарное состояние будет невозможно. Если же ток недостаточно велик, возникнет статическое состояние с деформированной вихревой решёткой. Рис. 2 как раз иллюстрирует такое статическое вихревое состояние, устанавливающееся при протекании транспортного тока ($j = 0.1/W$, $H = 0.2$). Стационарное положение вихрей смещено, по сравнению со случаем $j = 0$ (см. рис. 1а), к нижнему краю плёнки, так что сила со стороны границы компенсирует силу Лоренца. При превышении транспортным током некоторого критического значения возникает динамическая картина резистивного состояния, к описанию которой мы сейчас и переходим.

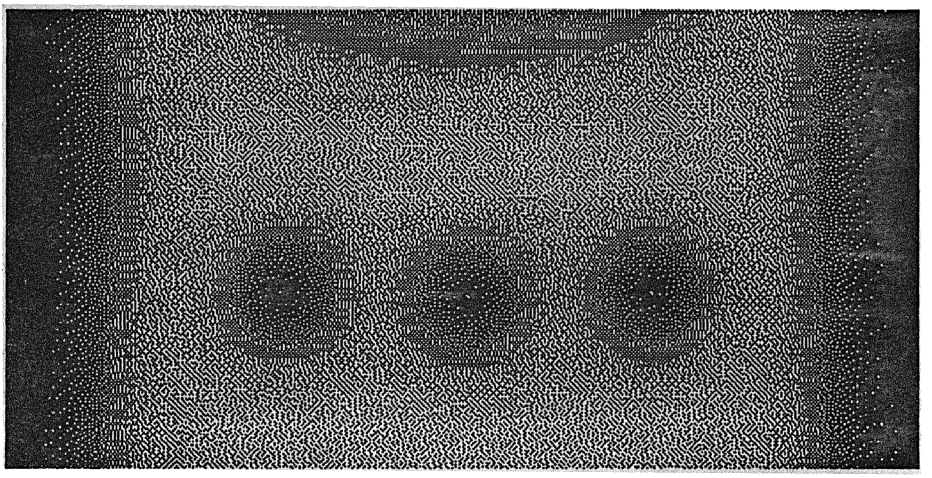
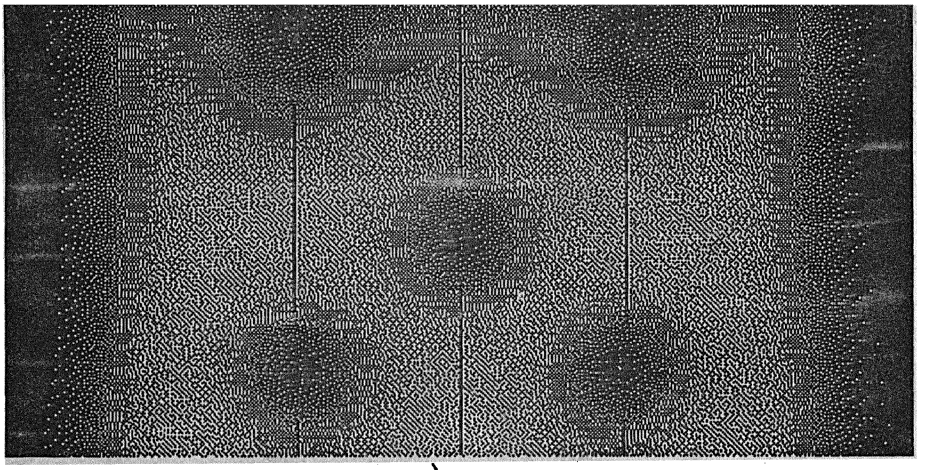


Рис. 2.

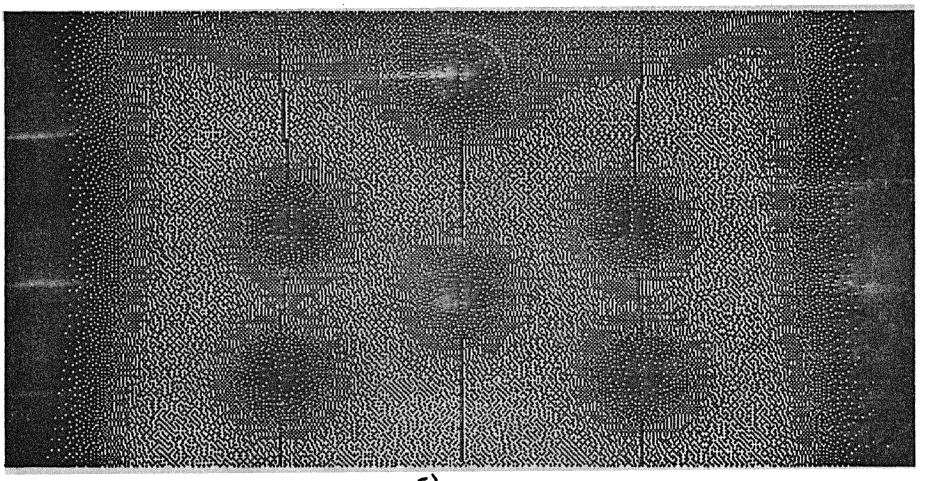
4.2. Динамические режимы: течение потока и линии проскальзывания фазы

Рис. 3а иллюстрирует простейший вариант регулярного периодического резистивного состояния, наблюдающийся при небольших транспортных токах и соответствующий, так называемому, жёсткому движению вихревой решётки. При $j = 0,5/W$ и $H = 0,2$ вихревая решётка, состоящая из трёх вихрей, почти не меняя своей формы, стационарно движется перпендикулярно направлению транспортного тока, вдоль оси y. Динамика параметра порядка и электрического потенциала в любой точке пространства — периодическая, а траектории вихрей в установившемся режиме, как видно из рис. 3а — почти прямолинейны. При большем

значении магнитного поля, когда количество вихрей возрастает, траектории вихрей перестают быть прямолинейными, т.е. в процессе своего движения вихревая решётка деформируется. Этот режим иллюстрирует рис. 3б, построенный для $j = 0,5/W$ и $H = 0,3$. Однако периодичность процесса во времени сохраняется, что можно видеть по изображенным на рисунке траекториям вихрей — новые вихри идут по траекториям старых. Тёмные линии на рис. 3 — треки вихрей в установившемся режиме. Эти картины резистивного состояния находятся в хорошем качественном согласии с общепринятыми представлениями [2].



а)

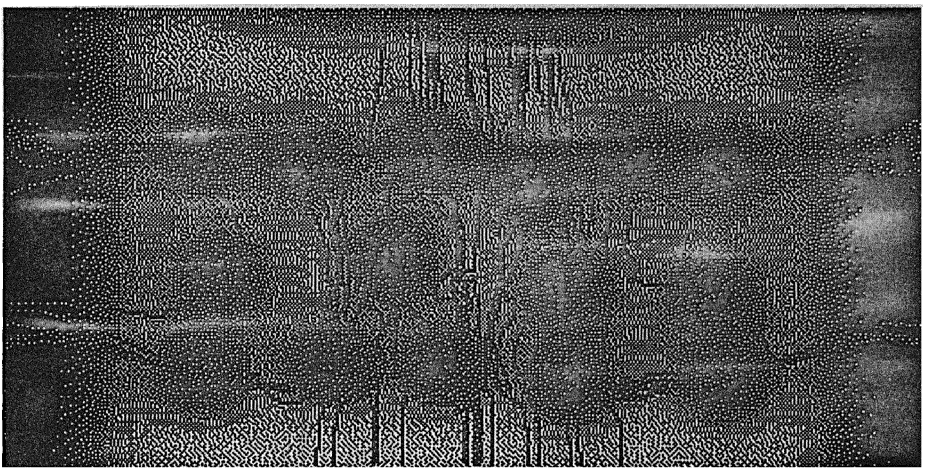


б)

Рис. 3.

По мере увеличения магнитного поля при фиксированном значении тока, протекающего по плёнке, в системе наблюдается динамический фа-

зовый переход, когда движение вихрей становится стохастическим (по крайней мере, на первый взгляд). Это можно видеть по траекториям вихрей на рис. 4. Траектории вихрей сложны и нерегулярны, скорости вихрей зависят от времени. Каждый новый вихрь, входящий в плёнку, идёт по новой траектории, не совпадающей с траекторией предыдущего вихря. Зависимость параметра порядка и потенциала от времени в этом режиме имеет сложный непериодический характер, без тенденции к установлению периодического режима. Хотя статистические свойства временной реализации не исследовались, естественно предположить, что в данном случае мы имеем дело со стохастичностью в нелинейной динамической системе, явлением, широко изучаемым в последнее время [8].



j=0,1W, H=0,6

Рис. 4.

Механизм возникновения стохастического поведения в рассматриваемой системе, по-видимому, связан с возбуждением волн потенциала и параметра порядка при входе и движении вихрей в плёнке, а именно, с тем фактом, что к моменту входа следующего вихря, колебания параметра порядка, возбуждённые предыдущими вихрями, не успели затухнуть. Если принять эту гипотезу, то критерий возникновения этого фазового перехода должен иметь следующий, физически прозрачный вид: частота вхождения вихрей V/d должна превышать (в какое-то число раз) декремент затухания возмущений параметра порядка $\gamma(S) \sim S^{-1}$. Тестовые расчёты подтверждают качественную правильность этих представлений и приведённой формулы. Было получено, что такого стохастического поведения можно достичь не только путём изменения магнитного поля (при этом меняется среднее расстояние между вихрями), но и путём увеличения транспортного тока, повышая скорость вихрей. Кроме того, увеличение параметра Σ ведёт к снижению критических параметров (поля и

тока) возникновения стохастического режима.

По мере увеличения транспортного тока скорость движения вихрей увеличивается, их форма искажается и при некотором критическом значении происходит переход от режима квазистатического течения потока к режиму быстрого проскальзывания фазы [7]. Этот фазовый переход аналогичен переходу ***flux – flow → row – switching***, наблюдающемуся в резистивном состоянии длинных джозефсоновских контактов и массивов джозефсоновских переходов. В состоянии с быстрым проскальзыванием фазы вихри движутся очень быстро, в пределе малых магнитных полей $H \to 0$, их скорость стремится к бесконечности, параметр порядка сильно подавлен вдоль всей траектории движения вихря. Вихрь имеет сильно анизотропную форму, вытянутую вдоль направления движения. В этом состоянии вихрь нельзя считать хорошим квазичастичным образованием, скорее его нужно рассматривать как движущийся в пространстве центр проскальзывания фазы. В работе [7] такие вихри, переходящие при $H \to 0$ в линии одновременного проскальзывания фазы по всей ширине плёнки, были названы кинематическими вихрями. На рис. 5 показан мгновенный снимок модуля параметра порядка в момент проскальзывания фазы для $j = 0,5$, $H = 0,001$ (центр кинематического вихря при $x = 0$). Видно сильное подавление параметра порядка вдоль линии проскальзывания фазы. По мере увеличения тока картина резистивного состояния усложняется, количество линий, по которым происходит движение кинематических вихрей, увеличивается; при некотором критическом значении тока происходит переход к стохастическому режиму проскальзывания фазы [20].

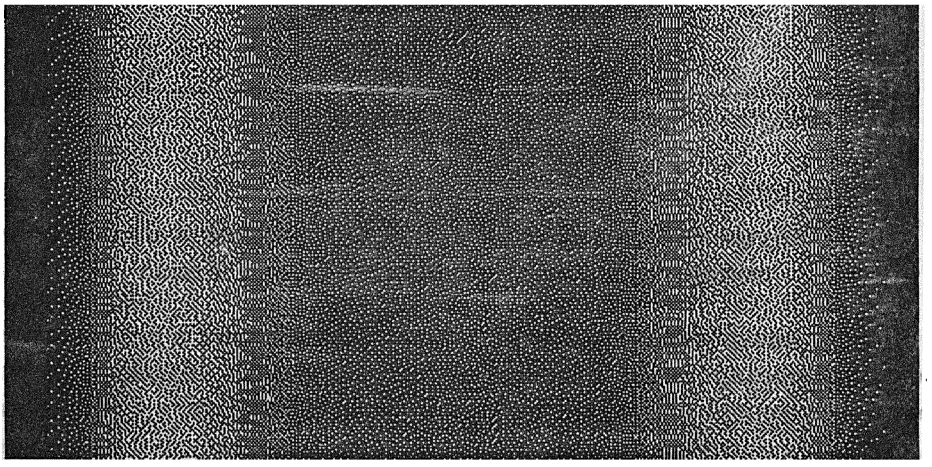


Рис. 5.

Увеличение магнитного поля увеличивает критическое значение тока перехода к режиму проскальзывания фазы, поскольку скорость вихрей $v \sim E/H$.

На основании проведённых расчётов можно построить качественную (в том смысле, что точные положения линий, разделяющих различные режимы, нами не вычислялись) фазовую диаграмму на плоскости j, H, удобную для классификации возможных режимов. Её вид приведён на рис. 6. В области 1 реализуется стационарное распределение параметра порядка, в областях 2, 4 — периодический режим, в областях 3, 5 — стохастический турбулентный режим, в областях 4, 5 — режим быстрого проскальзывания фазы и, наконец, в области 0 имеет место нормальное состояние.

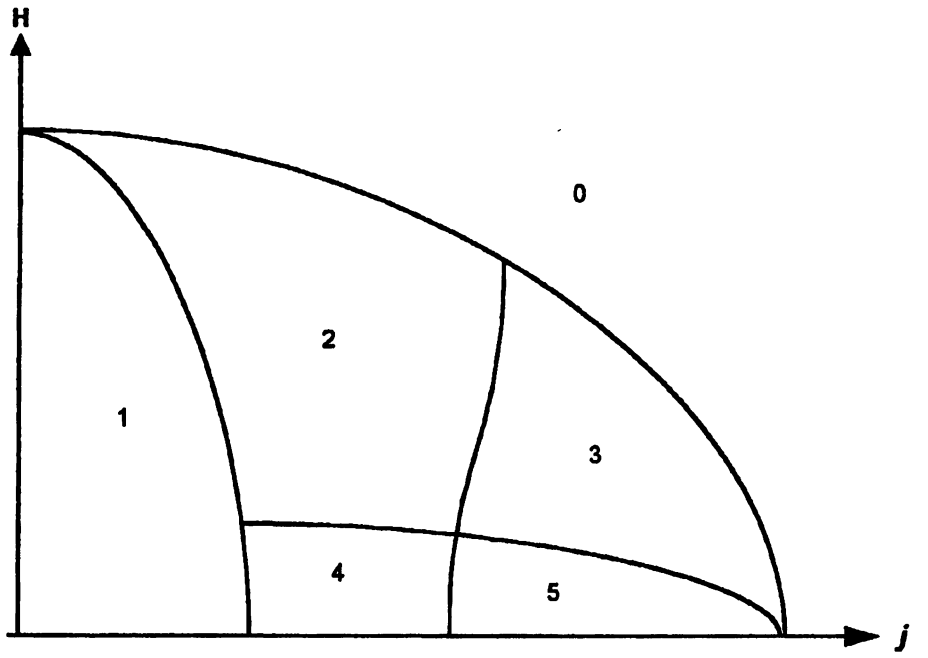


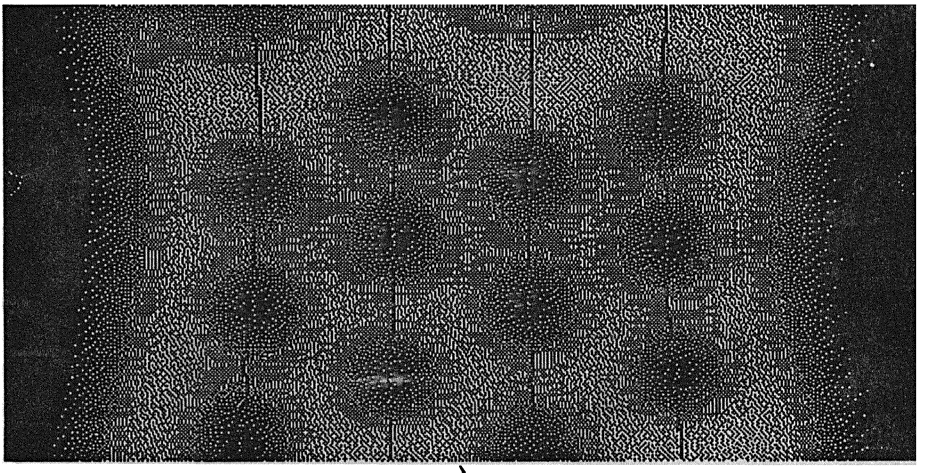
Рис. 6.

4.3. Нарушение симметрии движения вихрей и появление поперечного напряжения. Эффект Холла

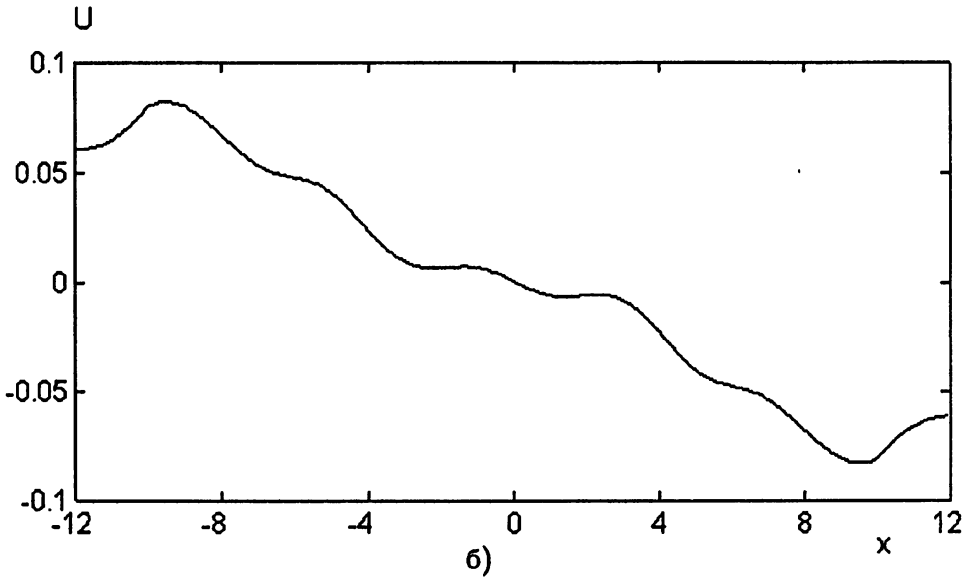
Новым интересным эффектом, обнаруженным нами в результате численного моделирования, является эффект нарушения зеркальной симметрии (мгновенной и усреднённой) резистивного состояния относительно направления протекания транспортного тока, оси y, ведущий к появлению поперечных к току напряжений. Рис. 7 иллюстрируют наблюдаемый эффект при $j = 0,5/W$ и $H = 0,5$. На нём изображены мгновенная картина распределения модуля параметра порядка, траектории вихрей (рис. 7а) и распределение поперечного напряжения

$$U_{\perp}(x) = < \varphi(x, W/2) > - < \varphi(x, -W/2) >, \qquad (11)$$

где $< \varphi(x,y) >$ — усреднённое по времени значение электрического потенциала (рис. 7б).



а)



б)

Рис. 7.

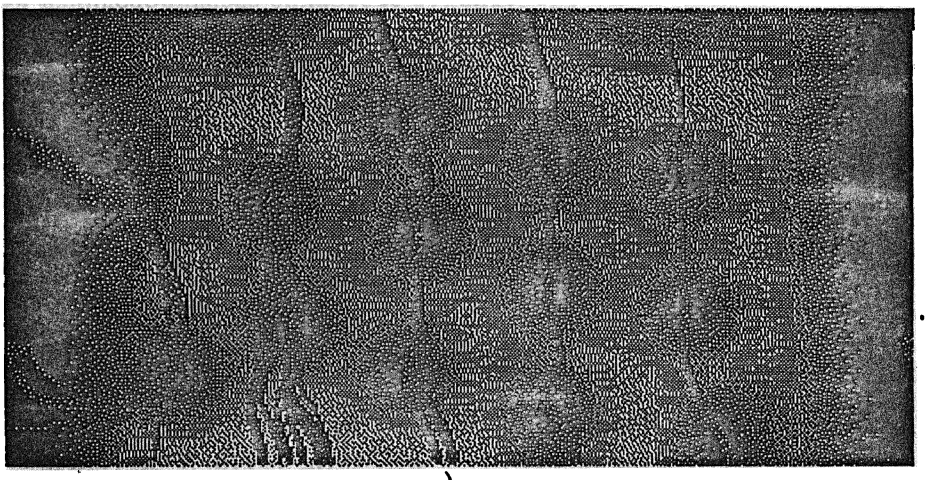
Из рис. 7а видно, что траектории вихрей при $y > 0$ и $y < 0$ не симметричны относительно оси $y = 0$ и искривлённость траекторий вихрей тем больше, чем ближе вихри проходят к границам между сверхпроводником и нормальными контактами. Причиной этого эффекта, по-видимому, являтся хорошо известное притяжение вихрей к границе сверхпроводника, связанное с граничным условием непротекания сверхтока через эту границу. Также это явление может быть интерпретировано как взаимодействие мейсснеровского тока, текущего по образцу, с движущимися

вихрями. В отличие от эффекта Холла, распределение $U_\perp(x)$ при данном эффекте носит неоднородный по длине, квадрупольный характер (см. рис. 7б) и при усреднении по длине образца $\int_{-L/2}^{L/2} U_\perp(x)dx = 0$ описываемый поперечный эффект не будет наблюдаем. Заметим, что при экспериментальном исследовании этот эффект может быть принят за истинный (дипольный) эффект Холла, если не принимать специальных мер.

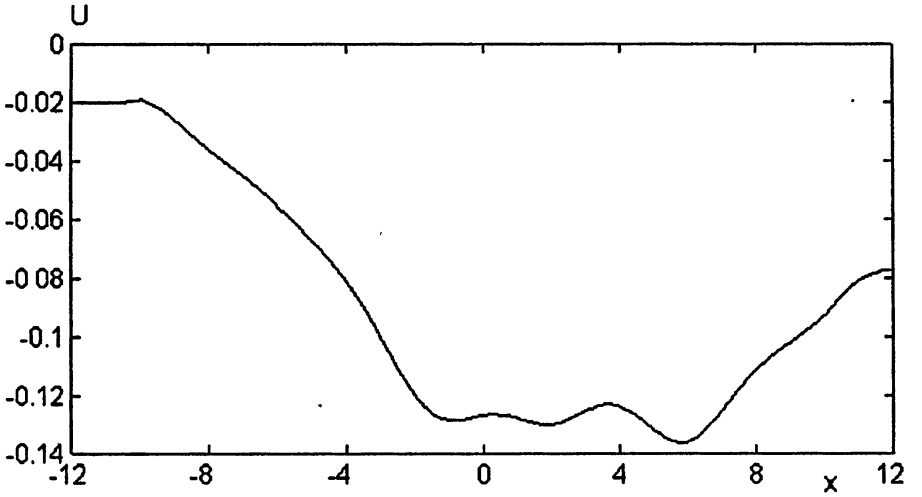
Может показаться, что из-за того, что данный эффект обусловлен взаимодействием вихрей с границей, он не будет существенным для больших образцов ($d \gg \lambda$). Это утверждение правильно, однако только для малых концентраций вихрей в сверхпроводнике, в случае же сильных магнитных полей, несимметричные деформации вихревой решётки, вызванные границей, будут проникать глубоко в образец, на расстояния порядка ширины плёнки W и вызывать макроскопические поперечные потенциалы. Этот вопрос очень интересен и несомненно нуждается в дальнейшем детальном исследовании.

Что касается истинного эффекта Холла, то нам не удалось его наблюдать в данной системе ни при каких условиях. Что, впрочем, не удивительно из-за того, что рассматриваемые нами уравнения (2), (4), (5), а также (1) инвариантны относительно преобразования $\psi \to \psi^*$, $\mathbf{A} \to -\mathbf{A}$. Если нарушить эту инвариантность, то эффект Холла, обусловленный движением вихрей, должен иметь место. Простейший способ наблюдать это — сделать время релаксации τ в уравнении (2) комплексной величиной: $\tau = \tau' + i\tau''$. Такие уравнения имеют физический смысл, например, они описывают, в некотором приближении, сверхпроводники с несимметричной в окрестности Ферми - поверхности плотностью электронно–дырочных состояний [16]. Есть указания, что сверхпроводники при низких температурах описываются уравнениями с чисто мнимым τ — макроскопическим нелинейным уравнением Шредингера [21]. В работе [12] из уравнения Гинзбурга–Ландау с комплексным временем релаксации получено выражение для силы, действующей на вихрь, и показано, что выражение для силы (10) модифицируется. Сила имеет не только составляющую, перпендикулярную транспортному току, как (10), но и параллельную ему. Наличие параллельной току силы должно приводить к истинному эффекту Холла, поскольку возникающее при движении вихрей электрическое поле перпендикулярно скорости, а скорость вихрей будет направлена неперпендикулярно направлению тока. Проведённое нами компьютерное моделирование уравнений (2), (4), (5) с комплексным временем релаксации показало, что при введении комплексности вихри действительно увлекаются транспортным током, движутся под некоторым углом к оси y (см. рис. 8а), что ведёт к отличному от нуля среднему по продольной координате поперечному напряжению: $\int_{-L/2}^{L/2} U_\perp(x)dx \neq 0$, где $U_\perp(x)$ определено, как и раньше, соотношением (11). На рис. 8б показана зависимость $U_\perp(x)$,

демонстрирующая наличие истинного эффекта Холла. Обращает на себя внимание сильная неоднородность $U_\perp(x)$ по продольной координате, связанная с уже отмеченным выше квадрупольным поперечным эффектом.



а)



б)

Рис. 8.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение мы кратко суммируем основные результаты, полученные в статье. Путём прямого численного моделирования временного двумерного уравнения Гинзбурга–Ландау изучены различные режимы резистивного состояния в сверхпроводящих мостиках малых размеров $\xi \ll d \ll \lambda$. Проведена классификация возможных динамических ре-

жимов, изучены переходы от режима течения потока, наблюдающегося при больших магнитных полях и малых транспортных токах, к режиму быстрого проскальзывания фазы. Показано, что в некотором диапазоне токов и магнитных полей резистивное состояние сверхпроводника имеет стохастический — турбулентный характер. Обнаружен эффект нарушения симметрии резистивного состояния в магнитном поле, приводящий к появлению поперечного напряжения квадрупольной структуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 95-02-04994а, и программы МНТК "Актуальные проблемы физики конденсированного состояния", грант № 96042.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. // ЖЭТФ, 1950. Т.20. С.1064.
2. Горьков Л.П., Копнин Н.Б. // УФН, 1975. Т.116. № 3. С.413.
3. Lykov A.N. // Adv. Phys., 1993. V.42. № 3. P.263.
4. Blatter G., Feigelman M.V., Geshkenbein V.B., Larkin A.I., Vinokur V.M. // Rev. Mod. Phys., 1994. V.66. P.1125.
5. Hagen S.J., Smith A.W., Rajeswary M., at al. // Phis. Rev. **B**, 1993. V.47. P.1064.
6. Aranson I.S., Kramer L., Weber A., // J. Low Temp. Phys. 1992. V.89. № 1/2. P.79.
7. Andronov A., Gordion I., Kurin V., Nefedov I., Shereshevsky I. // Physica C, 1993. V.213. P.193.
8. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. // УФН, 1979. Т.128. № 4. С.579;
   Рабинович М.И. // УФН, 1978. Т.125. № 1. С.123.
9. Лемпицкий С.В. // ЖЭТФ, 1986. Т.90. С.793.
10. Little W.A. // Phys. Rev., 1967. V.156. № 2. P.396;
    Ivliev B.I., Kopnin N.B. // УФН, 1984. V.192. P.435;
    Skochpol W.J., Beasley M.B., Tinkhann M. // J. Low Temp. Phys., 1976. V.16. P.145.
11. Гулян А.М., Жарков Г.Ф., Сверхпроводники во внешних полях. — М.: Наука, 1990.
12. Dorsy A.T. // Phis. Rev. **B**, 1992. V.46. P.8376.
13. Lee K.H., Stroud D. // Phys. Rev. **B**, 1991. V.43. P.5280.
14. Окомелькова И.А., Шерешевский И.А. // Математическое моделирование, 1995. Т.999. С.88.
15. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989.
16. Elisawa H., Fukuyama H. // Prog. Theor. Phys., 1971. V.46. P.1042.

17. Kramer L., Walts–Tobin R.S. // Phys. Rev. Lett., 1976. V.40. P.1041; Watts-Tobin R. S., Kramerbuhl Y., Kramer L. // J. Low Temp. Phys., 1981. V.42. P.459.
18. Ивлев Б.И., Копнин Н.Б., Маслова Л.А. // ЖЭТФ, 1980. Т.18. С.1963.
19. Saint James D, De Gennes P.G. // Phys. Lett., 1963. V.7. P.306.
20. Андронов А.А., Курин В.В, Нефедов И.М., Шерешевский И.А. // Препринт № 329. — Н.Новгород: ИПФ АН, 1992.
21. Фейнман Р. Статистическая механика — М.: Мир, 1978; Stone M. // Preprint № ILL-(CM)-94-22, 1994; Aitchison I. J. R., Ao P., Thouless D. J., Zhu X.-M. // Preprint № CERN-TH.7385/94, 1994.

Институт физики микроструктур РАН, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 27 декабря 1996 г.

MODELLING OF THE RESISTANCE STATE OF SUPERCONDUCTING LAYERS IN THE MAGNETIC FIELD ON THE BASIS OF THE GINZBURG-LANDAU NONSTATIONARY EQUATION

P. P. Vysheslavtsev, V. V. Kudrin, I. M. Nefedov, I. A. Shereshevsky, A. A. Andronov

By the numerical modelling of the temporal two-dimensional Ginzburg–Landau equation we investigate the resistance state in superconducting bridges with dimensions $\xi \ll d \ll \lambda$. It is stated, that the basis of the resistance state here as for $d \gg \lambda$, is vortex structures (vortexes) the motion of which defines the resistance state. It is shown, that the motion of vortexes is of the stochastic character in a certain range of currents and magnetic fields.

A classification is made for possible dynamic and stochastic shedules, transitions have been studied from the shedule of the current flow observed at large magnetic fields and small transport currents to the shedule of fast phase slipping. An effect has been detected for resistance state symmetry breaking, which results in the occurrence of the cross tension with the quadrupole structure.

УДК 525.23

ОБ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ ПЛАЗМОСФЕР ПЛАНЕТ В ДИПОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Д. Е. Малов, Ю. В. Чугунов

В качестве модели околопланетной структуры плазмосферы в статье рассматривается электродинамическая задача о генерации электрических полей и токов при вращении планеты, обладающей дипольным магнитным полем, совместно с плазменной оболочкой. Плазменная оболочка характеризуется проводимостью и угловой скоростью, как функциями расстояния r от центра планеты и полярного угла ϑ, отсчитываемого от оси вращения. В осесимметричном случае, в приближении униполярной электродинамики, найдены точные решения уравнений Максвелла, которые описывают возможные распределения электрических полей, токов и зарядов во вращающейся плазменной оболочке, окружающей намагниченную планету. В качестве примера, в рамках предложенного формализма построено точное решение уравнений Максвелла, описывающее следующую структуру плазмосферы:

1) область плазмосферы, коротирующую совместно с планетой, заключённую между L-оболочками ($L = r/R\sin^2\vartheta$, R — радиус планеты) от $L = 1$ до $L = L_*$;

2) полярную область с дифференциальным, сферически симметричным вращением;

3) переходную область плазмосферы, расположенную между оболочками ($L = L_*$ и $L = L_* + L_0$), с дифференциальным вращением по L-оболочкам в данной зоне;

4) внешнюю, вакуумную область плазмосферы.

На основании анализа мультипольного разложения электростатического потенциала показано, что потенциал электрического поля во внешнем регионе магнитосферы равен нулю, независимо от номера определяющей его L-оболочки. Данное решение может послужить основой для построения моделей описания процессов формирования плазмосферы, учитывающих реальные условия в околопланетных плазменных оболочках.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с исследованием магнитосфер планет, представляет интерес построение решений модельных электродинамических задач, в постановке которых отражены основные особенности формирования плазмосферы и плазмопаузы и генерации электрических полей и токов. Происходящие в магнитосфере процессы, оказывающие влияние на её структуру, отличаются большим разнообразием и сложностью. Это связано с наличием

проводящей среды — плазмы с неоднородным распределением плотности и анизотропией проводимости, на которую действуют силы вязкости, силы из-за градиента давления и кинетических эффектов, электромагнитные силы вследствие генерации квазистационарных токов, электрических и магнитных полей. На динамику плазменной оболочки оказывают также воздействие такие внешние факторы, как солнечный ветер и искажение магнитного поля потоками заряженных частиц [1–4]. Однако для описания характерных усреднённых течений во внутренней магнитосфере, заполненной холодной плазмой, основную роль играют электромагнитные силы и силы вязкости, действующие на заряды вблизи вращающегося замагниченного тела, что позволяет использовать для описания электродинамический подход. Рассмотрение в рамках данного подхода даёт правомерные результаты для околопланетных оболочек на расстоянии порядка нескольких радиусов планеты. В данной работе в качестве модели реальной структуры плазмосферы рассматривается электродинамическая задача о вращении планеты, обладающей дипольным магнитным полем, совместно с плазменной оболочкой. В качестве основного рассматривается случай параллельных осей вращения и магнитного диполя. Основным преимуществом при этом является симметрия исходной структуры, к тому же для большинства планет солнечной системы, обладающих собственным магнитным полем (Земля, Юпитер, Сатурн) угол наклонения оси намагничивания к оси вращения достаточно мал [2]. Плазменная оболочка при этом характеризуется проводимостью и угловой скоростью, как функциями расстояния r от центра планеты и полярного угла ϑ, отсчитываемого от оси вращения. В этом приближении, которое в дальнейшем мы будем называть униполярной электродинамикой, найдены точные решения уравнений Максвелла, которые описывают возможные распределения электрических полей, токов и зарядов во вращающейся плазменной оболочке, окружающей намагниченную планету. В качестве примера, в рамках данного электродинамического описания, построено точное решение уравнений Максвелла, описывающее следующую структуру плазмосферы: 1) область плазмосферы, коротирующую вместе с планетой и заключенную между L-оболочками ($L = r/R\sin^2\vartheta$, R — радиус планеты) от $L = 1$ до $L = L_*$; 2) полярную область с дифференциальным сферически симметричным вращением; 3) переходную область плазмосферы, характеризующуюся дифференциальным вращением и расположенную между $L = L_*$ и $L = L_* + L_0$ оболочками; 4) внешнюю, вакуумную область магнитосферы при $L > L_* + L_0$. Было проанализированно разложение потенциала данной системы по мультиполям. В рамках предложенного описания, все мультипольные моменты, включая полный заряд системы, равны нулю, определяя нулевой потенциал электрического поля во внешнем регионе магнитосферы.

Полученные ниже решения электродинамических уравнений могут по-

служить одной из основных моделей для описания процессов формирования плазмосферы, учитывающих реальные условия в околопланетных оболочках.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим планету с дипольным магнитным полем, причём примем ось диполя параллельной оси вращения планеты. Магнитное поле в этом случае равно

$$B_r = \frac{2M\cos\vartheta}{r^3}, \qquad B_\vartheta = \frac{M\sin\vartheta}{r^3},$$

где M — магнитный момент планеты, r, ϑ — сферические координаты относительно центра планеты.

Будем искать электростатический потенциал φ в окружающей планету области в следующем виде:

$$\varphi(r,\vartheta) = \frac{M\omega(r,\vartheta)}{c}\cdot\frac{\sin^2\vartheta}{r} + \Psi(r,\vartheta), \tag{1}$$

где первое слагаемое отражает потенциал униполярной индукции тела, вращающегося в магнитном поле с угловой скоростью $\omega(r,\vartheta)$, $\Psi(r,\vartheta)$ — произвольная пока функция. Компоненты электрического поля $\vec{E} = -\nabla\varphi$ при этом равны

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{M\omega(r,\vartheta)}{cR}\cdot\frac{R\sin^2\vartheta}{r^2} - \frac{M\sin^2\vartheta}{cr}\frac{\partial\omega}{\partial r} - \frac{\partial\Psi}{\partial r}, \\ E_\vartheta &= -\frac{2M\omega(r,\vartheta)}{cR}\cdot\frac{R\sin\vartheta\cos\vartheta}{r^2} - \frac{M\sin^2\vartheta}{cr^2}\frac{\partial\omega}{\partial\vartheta} - \frac{\partial\Psi}{r\partial\vartheta}. \end{aligned} \tag{2}$$

Закон Ома для протекающих в магнитосфере токов, дополненный уравнением непрерывности, определяет плотность тока $\vec{j}$ [5]:

$$\vec{j} = \hat{\Sigma}\left(\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]\right) + \rho\vec{v}, \quad \operatorname{div}\vec{j} = 0.$$

Здесь $\hat{\Sigma}$ — тензор проводимости среды. Если поле скоростей $\vec{v} = \{0, 0, \omega r\sin\vartheta\}$, то $\operatorname{div}\rho\vec{v} = 0$ и, следовательно, имеем для определения распределения электрического поля следующее уравнение [7]:

$$\operatorname{div}\hat{\Sigma}\left(\vec{E} + \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]\right) = 0. \tag{3}$$

Считая для простоты тензор $\hat{\Sigma}$ изотропным и однородным, получим из (3)*

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\operatorname{div} \frac{1}{c}[\vec{v}\vec{B}]. \qquad (4)$$

В заданном поле скоростей правая часть (4) определяет распределение заряда в течении (с точностью до членов порядка v^2/c^2). Как уже отмечалось, поле скоростей плазмосферного течения считается заданным. В плотных слоях поле скоростей определяется в основном вязкостью и градиентом давления, т.е. движением нейтральной компоненты, хотя электромагнитные силы (в частности, магнитная вязкость) могут давать определённый вклад. Напротив, на больших высотах (больше радиуса планеты), где степень ионизации велика, основную роль играют электромагнитные силы, в частности, электрическое поле униполярной индукции, обеспечивающее совращение с планетой плазменной оболочки из-за дрейфа в скрещённых электрическом и магнитном полях. В промежуточном случае необходимо, вообще говоря, писать дополнительно гидродинамические уравнения и искать самосогласованные решения для поля скоростей и распределения электрических полей и токов (см., например, работу [8]).

Отметим также, что распределение поля скоростей в плазменных оболочках разных планет могут сильно отличаться друг от друга. Известно, что в земных условиях по всем L-оболочкам, исключая полярную область, плазмосфера вращается вместе с планетой и степень дифференциальности вращения относительно невелика. Напротив, магнитосфера Юпитера испытывает сильное дифференциальное вращение, нетвёрдотельность вращения есть, по-видимому, и в проводящем теле планеты.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ИСХОДНЫХ УРАВНЕНИЙ. ПРИБЛИЖЕНИЕ УНИПОЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Рассмотрим одно из важных возможных стационарных состояний, когда можно путём выбора определённого вида поля скоростей и некоторых

*В реальности приближение изотропной проводимости не имеет места, однако для земной плазмосферы для ионосферных высот меньше 200 км выполнены условия, когда проводимость вдоль магнитного поля много больше поперечной и холловской проводимостей, а холловская проводимость больше поперечной [5, 6]. При этом можно показать, что уравнение (4) будет справедливо, а в выражении для тока вместо $\hat{\Sigma}$ необходимо поставить проводимость вдоль магнитного поля. Для ионосферных высот, где анизотропия проводимости может быть существенна, необходимо дополнительное рассмотрение. В плотных газовых оболочках, например, в нижних слоях атмосферы Юпитера, слой, где выполнены условия применимости приближения изотропии проводимости, может быть достаточно протяженным.

дополнительных условий удовлетворить уравнению (3) или (4). Из уравнений для электрического поля (2) и (4) имеем

$$\operatorname{div}\left(\frac{M\sin^2\vartheta}{cr}\frac{\partial\omega(r,\vartheta)}{\partial r}\cdot\vec{r}_0+\frac{M\sin^2\vartheta}{cr^2}\frac{\partial\omega(r,\vartheta)}{\partial\vartheta}\cdot\vec{\vartheta}_0+\frac{\partial\Psi}{\partial r}\cdot\vec{r}_0+\frac{\partial\Psi}{r\partial\vartheta}\cdot\vec{\vartheta}_0\right)=0.$$

Разбивая ω на сумму $\omega=\omega_1+\tilde{\omega}$ так, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\frac{M\sin^2\vartheta}{cr}\frac{\partial\tilde{\omega}(r,\vartheta)}{\partial r}+\frac{\partial\Psi}{\partial r}=0, \tag{5}$$

$$\frac{M\sin^2\vartheta}{cr^2}\frac{\partial\tilde{\omega}(r,\vartheta)}{\partial\vartheta}+\frac{\partial\Psi}{r\partial\vartheta}=0, \tag{6}$$

получим для ω_1 с учётом (4) уравнение следующего вида:

$$\frac{\sin^2\vartheta}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\omega_1}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^3\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin^3\vartheta\frac{\partial\omega_1}{\partial\vartheta}\right)=0. \tag{7}$$

Уравнения (5) и (6) отвечают условию униполярности течения. Они преобразуются к виду

$$\frac{\partial}{r\partial\vartheta}\left(\sin^2\vartheta\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial r}\right)=\sin^2\vartheta\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial\vartheta}\right)$$

или

$$2\sin\vartheta\cos\vartheta\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial r}=-\frac{\sin^2\vartheta}{r}\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial\vartheta}.$$

С учётом выражения для дипольного магнитного поля B получаем:

$$B_r\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial r}+B_\vartheta\frac{\partial\tilde{\omega}}{r\partial\vartheta}=0. \tag{8}$$

Таким образом, решение для униполярного течения есть

$$\tilde{\omega}=\tilde{\omega}\left(\frac{\sin^2\vartheta}{r}\right)=\tilde{\omega}(L),$$

где $L=r/R\sin^2\vartheta$ — номер L-оболочки*, R — радиус планеты.

Рассмотрим уравнение (8). Представляя функцию ω_1 в виде $\omega_1=H(r)\cdot\Phi(\vartheta)$ и разделяя переменные, получим два уравнения в полных производных:
для радиальной части

$$r^2\frac{d^2H}{dr^2}+r\frac{dH}{dr}-\alpha H=0,$$

*Нетрудно показать, что уравнение, описывающее униполярную часть распределения угловой скорости от координат, справедливо и для произвольно заданного распределения магнитного поля.

для азимутальной части

$$\frac{d^2\Phi}{d\vartheta^2} + 3\frac{\cos\vartheta}{\sin\vartheta}\frac{d\Phi}{d\vartheta} + \alpha\Phi = 0\,,$$

где α — константа. Уравнение для радиальной части решается при любых значениях α, общее решение записывается в виде

$$H(r) = \begin{cases} C_1 r^{\sqrt{\alpha}} + C_2 r^{-\sqrt{\alpha}}, & \alpha > 0, \\ C_1 + C_2 \ln(r/r_0), & \alpha = 0, \\ C_1 \sin\left(\sqrt{|\alpha|}\ln(r/r_0)\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{|\alpha|}\ln(r/r_0)\right), & \alpha < 0. \end{cases} \tag{9}$$

В уравнении для азимутальной части следует перейти к переменной $x = \cos\vartheta$, при этом уравнение запишется в виде

$$(x^2 - 1)\frac{d^2\Phi}{dx^2} + 4x\frac{d\Phi}{dx} - \alpha\Phi = 0\,. \tag{10}$$

В случае $\alpha = (l-1)(l+2)$, где l — целое число, гипергеометрические ряды в решении уравнения (10) имеют конечное число слагаемых [9]:

$$\Phi = C_1 F\Big(\frac{1}{2} - \frac{l}{2}, 1 + \frac{l}{2}, \frac{1}{2}, x^2\Big) + C_2 x F\Big(\frac{-l}{2} + 1, \frac{l}{2} + \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, x^2\Big). \tag{11}$$

Пользуясь частными случаями представлений гипергеометрической функции, для $\alpha = -2,\ 0,\ 4$ общие решения для азимутальной части Φ определяются в виде

$$\Phi_{\alpha=-2} = \frac{C_1}{\sin^2\vartheta} + \frac{C_2\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}\,,$$

$$\Phi_{\alpha=0} = C_1 + C_2\left(\ln\frac{1-\cos\vartheta}{1+\cos\vartheta} - 2\frac{\cos\vartheta}{\sin^2\vartheta}\right), \tag{12}$$

$$\Phi_{\alpha=4} = C_1\cos\vartheta + C_2\left(1 + \frac{3}{4}\cos\vartheta\ln\frac{1-\cos\vartheta}{1+\cos\vartheta} - \frac{1}{2}\frac{\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta}\right),$$

где C_1, C_2 — произвольные константы. Для остальных α вида $\alpha = (l-1)(l+2)$ общее решение для азимутальной части выражается через первую производную от соответствующих полиномов Лежандра первого и второго родов: $\Phi(x) = C_1 dP_l(x)/dx + C_2 dQ_l/dx$.

Приведённые выше выражения для радиальных (10) и азимутальных гармоник для угловой скорости $\omega_1(r,\vartheta)$ решают в общем виде поставленную задачу.

Для униполярной части решения, возвращаясь к уравнениям (5) и (6), можно определить функцию Ψ как

$$\Psi = \Psi\left(\frac{\sin^2\vartheta}{r}\right) = -\frac{M}{cR}\int\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial L}\frac{dL}{L} \tag{13}$$

или

$$\Psi = -\frac{M}{cr}\frac{\tilde{\omega}}{L} - \frac{M}{cR}\int \frac{\tilde{\omega}}{L^2}\,dL\,.$$

С учётом этих соотношений, окончательно для потенциала $\varphi(r,\vartheta)$ имеем

$$\varphi(r,\vartheta) = \frac{M\omega_1(r,\vartheta)}{cRL} - \frac{M}{cR}\int \frac{\tilde{\omega}}{L^2}\,dL\,. \qquad (14)$$

Уравнение (4) при этом удовлетворяется автоматически. Важную роль играет здесь тот факт, что решения для ω_1 из уравнения (8) образуют обширный класс функций, предоставляющий возможность довольно полного описания различных областей плазмосферы.

В случае, если заданное распределение поля скоростей определяется движением нейтральной компоненты, то это поле скоростей $\omega(r,\vartheta)$, выделив в нём униполярную часть, необходимо разложить по собственным функциям, найденным выше, тем самым определив распределение электрических полей и токов проводимости. В областях, где вязкость несущественна и течение определяется электромагнитными силами, искомое решение, по-существу, является согласованным и в стационаре определяется равенством нулю суммы сил со стороны электрического и магнитного полей и силы Ампера.

Следует также отметить, что при рассмотрении комбинированной среды, состоящей из набора сферических слоёв с резко различными свойствами (например, в земных условиях наличие проводящей планеты, плохо проводящей атмосферы и хорошо проводящей плазмосферы), рассмотренное выше решение необходимо дополнять распределением электрического потенциала, обусловленного накоплением заряда на границах раздела. При этом дополнительный потенциал находится стандартными методами электростатики, сшивая решения на границах раздела с использованием граничных условий непрерывности потенциала и нормальной компоненты плотности тока.

МОДЕЛЬ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМОСФЕРЫ

В качестве примера использования изложенного выше формализма рассмотрим следующую электродинамическую задачу, моделирующую строение плазмосферы Земли, как полярной области, области коротации (собственно плазмосфера) и переходной зоны, которую будем называть плазмопаузой.

Представим плазменную оболочку, окружающую намагниченную планету, в виде четырёх областей (см. рис. 1): коротирующая с планетой область — плазмосфера, заключённая по L-оболочкам в пределах от $L = 1$ до $L = L_*$; полярная область с дифференциальным вращением плазменной

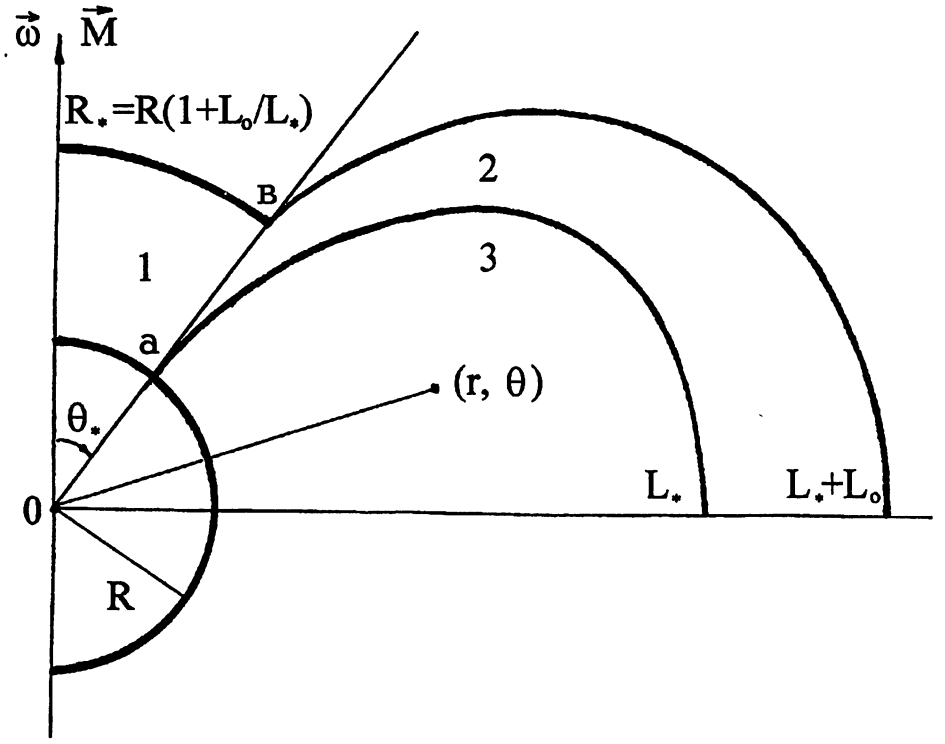


Рис. 1. Модель структуры планетарной плазмосферы.

оболочки внутри угла $\vartheta < \vartheta_* = \arcsin(1/\sqrt{L_*})$; переходная область с дифференциальным вращением по L-оболочкам — "плазмопауза", лежащая в пределах $\vartheta > \vartheta_*$, $L_* < L < L_* + L_0$; внешняя область магнитосферы, где электрическое поле равно нулю.

а) Распределение электрических полей, токов и зарядов. В полярной области из набора решений уравнения (8) ограничимся для дальнейшего анализа функцией

$$\omega_1 = C_1 + C_2 \ln \frac{r}{R_*}, \tag{15}$$

где C_1, C_2 и R_* — константы. Тогда для полярной области потенциал примет вид

$$\varphi_1 = -\frac{M}{cR}\frac{\omega_p \ln(r/R_*)}{L}, \quad \vartheta < \vartheta_* = \arcsin(1/\sqrt{L_*}), \quad \vartheta > \pi - \vartheta_*,$$

для области плазмопаузы

$$\varphi_2 = -\frac{M}{cR}\int \frac{\tilde{\omega}}{L^2}\,dL, \quad \vartheta > \vartheta_*, \quad L_* < L < L_* + L_0,$$

для коротирующей области

$$\varphi_3 = \frac{M\omega_0}{cRL}, \quad L < L_*.$$

Здесь ϑ_* и L_* указывают границы между областями коротирующей, полярной плазмосферы и плазмопаузой, $L_* + L_0$ — внешняя граница плазмопаузы, ω_0 — угловая скорость планеты, R — радиус планеты, ω_p — константа.

При удовлетворении граничным условиям следует написать систему уравнений вида

$$\varphi(r = R) = \frac{M\omega_0}{cRL},$$

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \vartheta = \vartheta_*,$$

$$\varphi_2(L = L_*) = \varphi_3(L = L_*),$$

$$\varphi_1(r = R\Big(1 + L + 0/L_*\Big) = 0,$$

$$\varphi_2(L = L_* + L_0) = 0.$$

Последние два равенства есть необходимые условия для потенциала, если считать, что электрическое поле отсутствует во внешней области магнитосферы. В результате получим для потенциалов, частоты и констант:

$$\varphi_1 = \frac{M\omega_0}{cRL}\left[1 - \frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\right],$$

$$\varphi_2 = \frac{M\omega_0}{cRL}\left[1 - \frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\right],$$

$$\varphi_3 = \frac{M\omega_0}{cRL},$$

$$\Psi = -\frac{M\omega_0}{cRL}\left(\frac{1}{\ln(1 + L_0/L_*)}\right), \tag{16}$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega_0}{\ln(1 + L_0/L_*)}\Big[1 - \ln(L/L_*) + \ln(1 + L_0/L_*)\Big],$$

$$\omega_p = \frac{\omega_0}{\ln(1 + L_0/L_*)},$$

$$R_* = R(1 + L_0/L_*).$$

Выражения для электрических полей при этом имеют следующий вид:

$$E_{1r} = \frac{M\omega_0}{cr^2}\sin^2\vartheta\left[1 + \frac{1}{\ln(1 + L_0/L_*)} - \frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\right],$$

$$E_{1\vartheta} = -\frac{2M\omega_0}{cr^2}\sin\vartheta\cos\vartheta\left[1-\frac{\ln(r/R)}{\ln(1+L_0/L_*)}\right],$$

$$E_{2r} = \frac{M\omega_0}{cr^2}\sin^2\vartheta\left[1+\frac{1}{\ln(1+L_0/L_*)}-\frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1+L_0/L_*)}\right], \qquad (17)$$

$$E_{2\vartheta} = -\frac{2M\omega_0}{cr^2}\sin\vartheta\cos\vartheta\left[1+\frac{1}{\ln(1+L_0/L_*)}-\frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1+L_0/L_*)}\right],$$

$$E_{3r} = \frac{M\omega_0}{cr^2}\sin^2\vartheta\,,$$

$$E_{3\vartheta} = -\frac{2M\omega_0}{cr^2}\sin\vartheta\cos\vartheta\,.$$

Из уравнения $\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho$ определим плотность заряда в каждой из областей:

$$\rho_1 = -\frac{1}{4\pi}\frac{M\omega_0}{cr^3}\left[\frac{\sin^2\vartheta}{\ln(1+L_0/L_*)}+2\Big(1-\frac{\ln(r/R)}{\ln(1+L_0/L_*)}\Big)\cdot(3\cos^2\vartheta-1)\right],$$

$$\rho_2 = \frac{1}{4\pi}\frac{M\omega_0}{cr^3}\left[\frac{1-9\cos^2\vartheta}{\ln(1+L_0/L_*)}-2\Big(1-\frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1+L_0/L_*)}\Big)\cdot(3\cos^2\vartheta-1)\right], \qquad (18)$$

$$\rho_3 = \frac{1}{4\pi}\frac{2M\omega_0}{cr^3}(1-3\cos^2\vartheta)\,.$$

Для области внутри планеты ($r < R$) можно записать (считая планету однородно намагниченным шаром):

$$E_{4r} = -\frac{2M\omega_0 r\sin^2\vartheta}{cR^3}\,,$$

$$E_{4\vartheta} = -\frac{2M\omega_0 r\sin\vartheta\cos\vartheta}{cR^3}\,,$$

$$\rho_4 = -\frac{M\omega_0}{\pi cR^3}\,.$$

Дополним выражения для объёмных зарядов выражениями для поверхностных зарядов. На поверхности ab (см. рис. 1), разделяющей полярную и область плазмопаузы и соответствующей углу $\vartheta = \vartheta_*$,

$$\sigma_{ab} = \frac{1}{4\pi}(E_{2\vartheta}-E_{1\vartheta})\Big|_{\vartheta=\vartheta_*}\,.$$

Подставляя выражения для полей, из (14) получим

$$\sigma_{ab} = -\frac{1}{4\pi}\frac{2M\omega_0}{cr^2}\cos\vartheta_*\cdot\frac{1}{\sqrt{L_*}}\cdot\frac{1}{\ln(1+L_0/L_*)}\,. \qquad (19)$$

Поверхностный заряд на L_*- и $(L_* + L_0)$-оболочках нетрудно вычислить, используя формулу для объёмного заряда ρ вида

$$\rho = \frac{M}{4\pi c r^2 R \sin^2\vartheta}(1 + 3\cos^2\vartheta)\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial L} - \frac{2M\tilde{\omega}}{4\pi c r^3}(3\cos^2\vartheta - 1), \qquad (20)$$

которая может быть получена из уравнения $\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho$ и условия (9) на $\tilde{\omega}$. При определении поверхностного заряда можно воспользоваться скачком $\tilde{\omega}$ и, поскольку на L_* $\partial\tilde{\omega}/\partial L = \omega_0\delta(L - L_*)/\ln(1 + L_0/L_*)$, на $(L_* + L_0)$ $\partial\tilde{\omega}/\partial L = -\omega_0\delta(L - L_* - L_0)/\ln(1 + L_0/L_*)$, для поверхностных зарядов получим

$$\sigma_{L_*} = \frac{M\omega_0\delta(L - L_*)}{4\pi c r^2 R\sin^2\vartheta}\cdot\frac{1 + 3\cos^2\vartheta}{\ln(1 + L_0/L_*)}, \qquad (21)$$

$$\sigma_{L_*+L_0} = -\frac{M\omega_0\delta(L - L_* - L_0)}{4\pi c r^2 R\sin^2\vartheta}\cdot\frac{1 + 3\cos^2\vartheta}{\ln(1 + L_0/L_*)}. \qquad (22)$$

На поверхности планеты $\sigma_{\rm pl} = (3M\omega_0/4\pi cR^2)\sin^2\vartheta$. Полярная область планеты при $0 \le \vartheta \le \vartheta_*$ и поверхность $R(1 + L_0/L_*)$ также обладают дополнительными поверхностными зарядами. В полярной области планеты

$$\sigma_R = \frac{1}{4\pi}\frac{M\omega_0}{cR^2}\cdot\frac{\sin^2\vartheta}{\ln(1 + L_0/L_*)},$$

на $R(1 + L_0/L_*)$

$$\sigma_{R_*} = -\frac{1}{4\pi}\frac{M\omega_0}{cR^2(1 + L_0/L_*)^2}\cdot\frac{\sin^2\vartheta}{\ln(1 + L_0/L_*)}.$$

Приведённые выше формулы дают распределения электрического поля и заряда во внутренней части вращающейся плазменной оболочки. Во внешней области, где нет зарядов и отсутствует вращение, электрическое поле равно нулю. Это будет строго показано в следующем разделе. Здесь же отметим: из выражения (15) для E_{1r} также следует, что в полярной области плазмосферы течёт радиальный ток

$$j_{1r} = \Sigma_1\frac{M\omega_0\sin^2\vartheta}{cr^2\ln(1 + L_0/L_*)},$$

где Σ_1 — проводимость этой области. Для обеспечения стационарности задачи необходимо замкнуть токовую систему путём введения стороннего тока $j_{\rm ext}$, протекающего, например, по поверхности $\vartheta = \vartheta_*$, $R < r < R(1 + L_0/L_*)$, с амплитудой

$$I_{\rm ext} = \frac{2\pi\Sigma_1 M\omega_0}{c\ln(1 + L_0/L_*)}\left(\frac{2}{3} + \frac{\cos^3\vartheta_*}{3} - \cos\vartheta_*\right).$$

Вверху, при $r > R(1 + L_0/L_*)$, токовая система замыкается по внешней части магнитосферы, которая эквипотенциальна в данном приближении, внизу — по хорошо проводящей ионосферной подложке, в которой существенную роль играет проводимость поперёк геомагнитного поля. Естественно, что данная токовая система не изменяет исходное решение, если возмущения магнитного поля, вносимые ею, малы.

б) Анализ разложения потенциала системы по мультиполям. Анализ полного потенциала системы в виде разложения по мультиполям необходим в рамках предложенного описания для того, чтобы показать равенство нулю всех мультипольных моментов, включая и полный заряд системы. Это условие определяет нулевой потенциал электрического поля во внешнем регионе плазмосферы. Доказательство данного утверждения довольно громоздко и приводится в приложении. Случай полного заряда системы является вырожденным и не укладывается в рамки общего доказательства. Определение полного заряда системы довольно просто и наглядно показывает влияние различных регионов плазмосферы на формирование равновесной конфигурации полей и зарядов в предложенной модели. Поэтому основываясь на формулах для объёмных и поверхностных зарядов приведём его ниже.

Общее интегральное представление для полного заряда системы с учётом элемента объёма в сферической системе координат даёт следующее выражение:

$$Q = \int\limits_V \rho\, dV = \int d\varphi \int \sin\vartheta\, d\theta \int \rho(r,\vartheta) r^2\, dr\,.$$

Поскольку система симметрична относительно экватора, то $\int d\varphi = 2\pi$ и интегрирование по ϑ можно проводить в пределах от 0 до $\pi/2$, при этом $\int\limits_0^{\pi} d\vartheta = 2\int\limits_0^{\pi/2} d\vartheta$. Перейдём к приведённому заряду $\tilde{Q} = Qc/M\omega_0$. Для $\tilde{Q}_1$, используя выражение (15), получаем

$$\tilde{Q}_1 = -\frac{1}{3}z^3 + z - \frac{2}{3} + (z^2 - z)\ln(1 + L_0/L_*)\,, \qquad (23)$$

где $z = \cos\vartheta_*$. В области 2 получаем

$$\tilde{Q}_2 = \int\limits_{L_*}^{L_*+L_0} \frac{dr}{r} \int\limits_{\vartheta_*}^{\pi/2} \frac{(9\cos^2\vartheta - 1)\sin\vartheta d\vartheta}{\ln(1 + L_0/L_*)} + \\ + 2\int\limits_{L_*}^{L_*+L_0} \frac{dr}{r}\left[1 - \frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\right] \int\limits_{\vartheta_*}^{\pi/2} (1 - 3\cos^2\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta\,.$$

Подсчёт $\tilde{Q}_2$ даёт следующее выражение:

$$\tilde{Q}_2 = -3z^3 + z - (z^3 - z)\ln(1 + L_0/L_*)\,. \tag{24}$$

В области коротации 3 получаем для заряда

$$\tilde{Q}_3 = 2\int\limits_R^{L_*} \frac{dr}{r} \int\limits_{\vartheta_*}^{\pi/2} (1 - 3\cos^2\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta = \frac{4}{3}z^3\,. \tag{25}$$

Заряд планеты

$$\tilde{Q}_4 = -\frac{4}{3}\,. \tag{26}$$

Далее необходимо учесть определённые выше поверхностные заряды (18)–(21). Для границы ab из (18) получаем

$$\tilde{Q}_{ab} = -\frac{2z\sin\vartheta_*}{\ln(1 + L_0/L_*)\sqrt{\Lambda_*}} \cdot \int\limits_R^{R_*} \frac{dr}{r} = -2\frac{z}{L_*}\,. \tag{27}$$

Суммарный заряд конденсатора $L_* \div L_* + L_0$ равен, используя выражения для зарядов на границах (18), (19),

$$\tilde{Q}_{L_* \div L_* + L_0} = \int \frac{\delta(L - L_*) - \delta(L - L_* - L_0)}{\ln(1 + L_0/L_*) R\sin^2\vartheta}\, dr \int\limits_{\vartheta_*}^{\pi/2} (1 + 3\cos^2\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta = 0\,. \tag{28}$$

Аналогично можно убедиться в том, что суммарный заряд полярного конденсатора $R \div R(1 + L_0/L_*)$ равен нулю, а поверхностный заряд планеты равен

$$\tilde{Q}_{\sigma\,\mathrm{pl}} = 3\int\limits_0^{\pi/2} \sin^3\vartheta\, d\vartheta = 2\,. \tag{29}$$

При суммировании зарядов всех областей данной системы нетрудно убедиться, что полный заряд системы равен нулю.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-02-16471а).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение коэффициентов мультипольного разложения электростатического потенциала системы

Пользуясь симметричностью системы относительно оси вращения, в мультипольном разложении потенциала в качестве момента порядка l можно рассматривать интеграл по объёму системы, записанный в виде

$$D^{(l)} = \int\limits_V \rho(r,\vartheta) P_l(\cos\vartheta) r^l \, dV \,,$$

где $P_l(\cos\vartheta)$ — полином Лежандра порядка l. Учитывая, что в сферически симметричном случае $dV = 2\pi r^2 \sin\vartheta d\vartheta dr$, запишем:

$$D^{(l)} = \int\limits_V \rho(r,\vartheta) P_l(\cos\vartheta) r^{l+2} \sin\vartheta \, d\vartheta \, dr \,.$$

Поскольку система обладает симметрией, моменты нечётного порядка, очевидно, будут равны нулю из-за нечётности полиномов Лежандра нечётного порядка. Поэтому, в дальнейшем интегрирование по ϑ будем проводить в пределах от ϑ_* до $\pi/2$, сокращая множитель $1/4\pi$ в выражениях (18)–(22) для плотности заряда. Определим вклад в общее выражение для момента $D^{(l)}$ объёмных зарядов ρ_1, ρ_2, ρ_3 из выражения (18). Рассмотрим и проинтегрируем вначале вторые слагаемые из (18), пропорциональные функции $(3\cos^2\vartheta - 1) = 2P_2(\cos\vartheta)$. Соответствующие интегралы будем обозначать I с соответствующим области индексом. В вычислениях используется приведённый на $M\omega_0/c$ заряд. Делая подстановку и производя интегрирование по частям, получим:

для ρ_1

$$I_1 = -2 \int\limits_R^{R_*} r^{l-1} dr \Big[1 - \frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\Big] \int\limits_0^{\vartheta_*} (3\cos^2\vartheta - 1) P_l(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta =$$

$$= -2\frac{r^l}{l}\Big[1 - \frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\Big]\Big|_R^{R_*} \int\limits_0^{\vartheta_*} (3\cos^2\vartheta - 1) P_l(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta -$$

$$-2 \int\limits_R^{R_*} \frac{r^{l-1} dr}{l \ln(1 + L_0/L_*)} \int\limits_0^{\vartheta_*} (3\cos^2\vartheta - 1) P_l(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta \,,$$

для ρ_2

$$I_2 = -2 \int\limits_{L_*}^{L_*+L_0} r^{l-1} dr \Big[1 - \frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1 + L_0/L_*)}\Big] \int\limits_{\vartheta_*}^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1) P_l(\cos\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta =$$

$$= -2\frac{r^l}{l}dr\left[1 - \frac{\ln(L/L_*)}{\ln(1+L_0/L_*)}\right]\Bigg|_{L_*}^{L_*+L_0} \int_{\vartheta_*}^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1)P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta -$$

$$-2\int_{L_*}^{L_*+L_0} \frac{r^{l-1}dr}{l\ln(1+L_0/L_*)} \int_{\vartheta_*}^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1)P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta\,,$$

для ρ_3

$$I_3 = -2\int_R^{L_*} r^{l-1}dr \int_{\vartheta_*}^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1)P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta =$$

$$= -2\frac{r^L}{l}\Bigg|_R^{L_*} \int_{\vartheta_*}^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1)P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta.$$

Складывая первые слагаемые из всех трёх выражений I с учётом подстановок, придём к выражению

$$I_\Sigma = \frac{2}{l}R^l \int_0^{\pi/2} (3\cos^2\vartheta - 1)P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta\,,$$

которое равно нулю для всех $P_l(\cos\vartheta)$, кроме $P_2(\cos\vartheta)$. Вклад поверхностного заряда планеты $\sigma_{\rm pl}$ и объёмного заряда ρ_4 в выражении для $D^{(l)}$ даёт следующие значения:

$$D^{(l)}_{\sigma\,\rm pl} = 3R^l \int_0^{\pi/2} \sin^2\vartheta P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta = R^l \int_0^{\pi/2} (2P_0 - 2P_2)P_l \sin\vartheta d\vartheta\,,$$

$$D^{(l)}_{\rho_4} = -4\frac{R^l}{l+3} \int_0^{\pi/2} P_l(\cos\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta\,.$$

Первое выражение не равно нулю при $l = 0$ или $l = 2$, второе — при $l = 0$. При этом при $l = 2$ получаем $-R^2 \int_0^{\pi/2} 2P_2^2 \sin\vartheta d\vartheta$, которое в сумме с выражением I_Σ для $l = 2$ даёт нуль. Таким образом, от объёмных зарядов осталось два интеграла, которые необходимо дополнить соответствующими выражениями $D^{(l)}$ для поверхностных зарядов конденсаторов $L_* \div L_* + L_0$ и $R \div R(1 + L_0/L_*)$. Для области 1 выражение для I_1, дополненное соответствующим конденсатором, даёт следующий интеграл:

$$I_1 = \frac{R^l}{\ln(1+L_0/L_*)}\left[\left(1+\frac{L_0}{L_*}\right)^l - 1\right] \int_0^{\vartheta_*} (c - d\cos^2\vartheta)P_l(\cos\vartheta)(1-\cos^2\vartheta)\, d\cos\vartheta\,,$$

где $c = 1 + 1/l - 2/l^2$, $d = 1 + 1/l - 6/l^2$. Для области 2 выражение для I_2, дополненное соответствующим конденсатором, даёт следующий интеграл:

$$I_2 = \frac{R^l L_*^l[(1 + L_0/L_*)^l - 1]}{\ln(1 + L_0/L_*)} \int\limits_{\pi/2}^{\vartheta_*} (a - b\cos^2\vartheta) P_l(\cos\vartheta)(1 - \cos^2\vartheta)^l \, d\cos\vartheta \,,$$

где $a = 1/l + 2/l^2 - 1$, $b = 9/l + 6/l^2 + 3$. Вклад поверхностного заряда σ_{ab} в выражение для $D^{(l)}$ выражается в виде

$$I_{ab} = -2\frac{\cos\vartheta_* P_l(\cos\vartheta_*)}{L_* \ln(1 + L_0/L_*)} \int\limits_{R}^{R_*} r^{l-1} dr = -\frac{2\cos\vartheta_* P_l(\cos\vartheta_*)}{l L_* \ln(1 + L_0/L_*)} R^l[(1 + L_0/L_*)^l - 1].$$

Нетрудно убедиться, что результат интегрирования для I_1 и I_2 можно искать в следующем виде:

$$\int\limits_{\pi/2}^{\vartheta_*} (a - b\cos^2\vartheta) P_l(\cos\vartheta)(1 - \cos^2\vartheta)^l \, d\cos\vartheta = (1 - z^2)^{l+1} z F(z) \,,$$

$$\int\limits_{0}^{\vartheta_*} (c - d\cos^2\vartheta) P_l(\cos\vartheta)(1 - \cos^2\vartheta) \, d\cos\vartheta = (1 - z^2) z G(z) \,, \qquad \text{(П.1)}$$

где $z = \cos\vartheta_*$ и функции $F(z)$ и $G(z)$ — полиномы такого же порядка, как и полином Лежандра $P_l(z)$. Представим функции $P_l(z)$, $F(z)$, $G(z)$ в виде степенных рядов по z:

$$P_l = \sum p_j z^j; \quad F = \sum f_j z^j; \quad G = \sum g_j z^j \,.$$

Из системы (П.1) получим связь между коэффициентами в виде рекуррентной формулы:

$$a p_{2k} - b p_{2k-2} = (2k + 1) f_{2k} - (2l + 2k + 1) f_{2k-2} \,,$$

$$c p_{2k} - d p_{2k-2} = (2k + 1) g_{2k} - (2k + 1) g_{2k-2} \,. \qquad \text{(П.2)}$$

Рассмотрим первые два соотношения из рекуррентной формулы для f_0, f_2, g_0 и g_2. Получим

$$f_0 + g_0 = (a + c) p_0 = \frac{2}{l} p_0 \,,$$

$$(a + c) p_2 + [(2l + 3)a - b + 3c - d] p_0 = 3(f_2 + g_2) \,.$$

Используя рекуррентную формулу для коэффициентов в разложении полинома Лежандра чётного порядка l,

$$p_{j+2} = \frac{j(j+1) - l(l+1)}{(j+1)(j+2)} p_j ,$$

и выражения для коэффициентов a, b, c и d, получим

$$f_2 + g_2 = \frac{2}{l} p_2 .$$

По индукции докажем, что для всех коэффициентов f_j и g_j выполняется $f_j + g_j = 2p_j/l$ и, таким образом, $F(z) + G(z) = 2P_l(z)/l$. Запишем основную систему в виде

$$\begin{aligned}
&ap_{2k} - bp_{2k-2} = (2k+1)f_{2k} - (2l+2k+1)f_{2k-2} ,\\
&cp_{2k} - dp_{2k-2} = (2k+1)g_{2k} - (2k+1)g_{2k-2} ,\\
&f_{2k-2} + g_{2k-2} = \frac{2}{l} p_{2k-2} ,\\
&p_{2k} = \frac{2k(2k-1) - l(l+1)}{2k(2k-1)} p_{2k-2} .
\end{aligned} \qquad \text{(П.3)}$$

Из данной системы выразим f_{2k} и g_{2k} через функцию P_l. В результате получим два уравнения для f_{2k} и g_{2k}:

$$f_{2k} + g_{2k} = \frac{2}{l} p_{2k} ,$$

$$p_{2k}\left(2l + 2 - \frac{2}{l} + \frac{8k^2}{l}\right) = (2l+2k+1)(2k+1)g_{2k} + (2k+1)^2 f_{2k} .$$

Из полученных уравнений выразим f_{2k} и g_{2k} через p_{2k}:

$$f_{2k} = -p_{2k} \frac{l^2 - l - 4kl - 4k - 2}{l^2(2k+1)} ,$$

$$g_{2k} = p_{2k} \frac{l^2 + l - 4k - 2}{92k+1)l^2} .$$

Теперь, используя полученные выражения и рекуррентные формулы, нетрудно доказать, что $f_{2k+2} + g_{2k+2} = 2p_{2k+2}/l$. Таким образом, по индукции получаем $f_j + g_j = 2p_j/l$ и $F(z) + G(z) = 2P_l(z)/l$. Возвращаясь к определённым выше интегралам, можно утверждать, что сумма

$$I_1 + I_2 = \frac{R^l}{\ln(1 + L_0/L_*)} \left[(1 + l_0\Lambda_*)^l - 1\right] \frac{\cos\vartheta_*}{L_*} \frac{2P_l(\cos\vartheta_*)}{l} .$$

Таким образом, с учётом вклада поверхностного заряда ab полный момент порядка l системы равен нулю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Magnetospheric Plasma Physics. Development in Earth and Planetary Sciences / Ed. A. Nishida. — Center for Academic Publications Japan, 1982.
2. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. — М.: Мир, 1975. Т. 1, 2.
3. Physics of the Jovian Magnetosphere / Ed. A. J. Dessler. — Cambrige University Press, 1983.
4. Bagenal Fran. // Annu. Rev. Earth Planet Sci., 1992. V. 20. P. 289.
5. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974.
6. Volland H.// Phys. Scripta, 1987. V. T18. P. 289.
7. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989.
8. Bespalov P. A., Chugunov Yu. V. // Planet. Space Sci., 1984. V. 32. № 3. P. 365.
9. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1961.

Институт прикладной физики
РАН, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
27 декабря 1996 г.

ELECTRODYNAMICS OF ROTATING PLANETARY PLASMASPHERES IN THE DIPOLE MAGNETIC FIELD

Yu. V. Chugunov and D. E. Malov

As a model of the real structure of the planetary plasmasphere, the electrodynamic problem of the planet with the dipole magnetic field corotating with the plasma envelope is considered. The structure of the plasma envelope is defined by conductivity and angular velocity of magnetospheric plasma as functions of the distance r from the planetary center and the angle ϑ counted off the rotation axis. The exact solution of the Maxwell equations is obtained in the considered axisymmetric case, when rotational and magnetic axes coincide, within the framework of unipole electrodynamics. These solutions describe possible distributions of electric fields, currents and charges in the rotating plasma envelope surrounding the magnetized planet. As an example, under the proposed theory the solution is obtained corresponding to the following structure of plasmasphere: 1) the plasmasphere corotating with the planet and located between L-shells ($L = r/R\sin^2\vartheta$, R is a planetary radius) from $L = 1$ to $L = L_*$; 2) the polar region with differential spherically symmetrical rotation; 3) the transitional region of the plasmasphere rotating differentially with the angular velocity depending on the L-number and located within L-shells from $L = L_*$ to $L = L_* + L_0$; 4) the external (vacuum) region. It is shown, that in this model the electric field potential is equal to zero in the external region ($L > L_* + L_0$) independently of the numbers of the boundary L-shells. This solution can serve as a basis for further researches taking into account the real descriptions in the plasmasphere.

УДК 533.951, 537.868

О ВОЗДЕЙСТВИИ МОЩНЫМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ НА ИОНОСФЕРУ В ОБЛАСТИ ГЕОМАГНИТНОГО ЭКВАТОРА

Л. М. Ерухимов, Н. А. Митяков, Б. Тиде

Рассмотрены особенности воздействия мощными радиоволнами на экваториальную ионосферу. Обсуждается возможность создания сильных (по сравнению со средними широтами) квазипериодических ионосферных неоднородностей в F-слое, образованных полем мощной стоячей волны, создания искусственных и воздействия на природные экваториальные "пузыри". Рассмотрены особенности возбуждения стрикционной и тепловой параметрической неустойчивости в экваториальной ионосфере. Кратко обсуждается проблема модуляции экваториальной токовой струи.

ВВЕДЕНИЕ

Успехи, достигнутые в области возбуждения ионосферы мощными пучками радиоволн от наземных радиопередатчиков, которое основано на нелинейных эффектах при распространении радиоволн в плазме, — одном из многочисленных направлений, где пионерские работы В. Л. Гинзбурга (см. [1, 2]) сыграли большую роль в его становлении, — привели к многочисленным исследованиям динамики плазмы и волновых явлений в ионосфере низких, средних и авроральных широт [3–8], позволив в последние годы использовать ионосферу как космическую плазменную лабораторию [9].

Ионосфера геомагнитного экватора всегда привлекала исследователей яркими особенностями: экваториальная токовая струя E–слоя, обусловленные арочной структурой геомагнитного поля особенности распределения плотности заряженной компоненты плазмы в приэкваториальных широтах и развитая мелкомасштабная турбулентность слоя F, наконец, всплывающие с огромной скоростью "пузыри" — области, в которых дефицит плотности плазмы может достигать двух–трёх порядков и др. В этом смысле экваториальная ионосфера оказалась неоправданно забытой с точки зрения её возбуждения мощными радиоволнами, хотя первые попытки создания нагревного стенда вблизи геомагнитного экватора предпринимались ещё в семидесятые годы по инициативе одного из авторов статьи. Эта идея неоднократно возрождалась как в научном [4, 10], так и в организационном плане.

Цель настоящей работы — обсудить ряд наиболее интересных эффектов, которые могли бы быть исследованы при создании нагревного стенда на геомагнитном экваторе. В первом разделе работы мы обсудим возможность создания и эффективность использования в F-области квазипериодических неоднородностей плазмы. Раздел 2 посвящён особенностям возбуждения высокочастотной плазменной турбулентности, неоднородностей разных масштабов, а также проблеме ускорения частиц. В разделе 3 кратко обсуждается создание и воздействие на природные экваториальные "пузыри". Здесь же изучаются возможности искусственной фокусирующей ионосферной системы. В заключительной части статьи коротко обсуждается воздействие на экваториальную ионосферу модулированным излучением.

1. ЭКВАТОРИАЛЬНЫЕ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ

Квазипериодические искусственные неоднородности впервые наблюдались в Горьком учениками В. Л. Гинзбурга Г. Г. Гетманцевым и Е. А. Бенедиктовым [11] и в дальнейшем активно исследовались их сотрудниками в большом количестве работ (см., например, [12]). Возникают квазипериодические неоднородности в поле мощной стоячей волны, которая при вертикальном облучении ионосферы излучением с длиной волны λ образует структуру, которая на некотором расстоянии от уровня отражения имеет масштаб по вертикали, примерно равный $l = \lambda/2$. Для волн, частота которых меньше критической частоты слоя F, эти масштабы l обычно больше 15 метров. Горизонтальные размеры L_h таких щитообразных квазипериодических неоднородностей при отражении волн от идеально гладкой ионосферы определяются минимальным из двух масштабов: горизонтального масштаба диаграммы направленности нагревного стенда и масштаба интерференционной картины, образованной падающей и отражённой радиоволнами.

На умеренных и высоких широтах расслоение, приводящее к созданию квазипериодических неоднородностей, происходит вдоль геомагнитного поля. При этом длина свободного пробега частиц l_s значительно превышает l. Поэтому время создания этих неоднородностей характеризуется стрикционными временами (временем l/v_s, где v_s — ионно-акустическая скорость). Разлётом же плазмы определяется и релаксация неоднородностей после выключения мощной волны накачки (ВН). В более низких слоях, где $l \geq l_s$, вытеснение плазмы происходит за счёт изменения газокинетического давления, вызванного нагревом электронов в поле ВН. При этом время установления решётки определяется продольной диффузией ($\tau \simeq l^2/D_{||}$, $D_{||} = (T_e + T_i)/(M\nu_{in})$, где T_e и T_i — выраженные в энергетических единицах температуры электронов и ионов, а ν_{in} — частота

соударений ионов с молекулами). При дальнейшем уменьшении высоты до 60–80 км процесс молекулярной диффузии становится более медленным по сравнению с турбулентной диффузией нейтрального газа, разрушающего "искусственную" решётку, играющую роль пассивной примеси, за счёт перемешивания. Это обстоятельство позволяет определять по разрушению решётки параметры турбулентной диффузии. На высотах, меньших 60 км, изучение динамики квазипериодических неоднородностей позволяет определять параметры и температурную зависимость прилипания электронов к молекулами, ибо здесь указанный процесс, являясь самым быстрым, чувствителен к изменению температуры электронов и ответствен за образование и гибель квазипериодических неоднородностей.

При возбуждении квазипериодических неоднородностей на геомагнитном экваторе создаваемая структура ортогональна геомагнитному полю, а $l \geq \rho_i$, где ρ_i — гирорадиус ионов (порядка 3 м). Поэтому процесс вытеснения плазмы из пучностей стоячей волны происходит за счёт изменения давления плазмы вследствие нагрева электронов в поле стоячей волны.

Интерференционная часть квадрата амплитуды поля стоячей волны на высоте z от радиопередатчика (вблизи точки отражения z_0 мощной волны) равна (рис. 1):

$$A_{\sim}^2 = E_1 E_2^* + E_2 E_1^* = \frac{E_0^2 r^2}{R_1 R_2} \cos[k(R_1 - R_2)], \qquad (1)$$

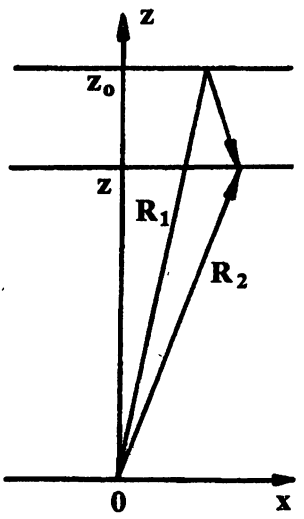


Рис. 1.

где фаза структуры

$$\psi = k(R_1 - R_2) \simeq 2k(z_0 - z) + \frac{kx^2}{2z_{ef}}, \qquad (2)$$

$$z_{ef} = z(2z_0 - z)/[2(z_0 - z)],$$

$$E_0 \simeq 300\sqrt{P_0 G}/r. \qquad (3)$$

Здесь P_0 — мощность возмущающего ионосферу радиопередатчика в кВт, G — коэффициент усиления его антенны; r, R_1 и R_2 выражены в км, а E_0 — в мВ/м.

Из (2) ясно, что характерный масштаб возмущения вдоль направления силовых линий геомагнитного поля $\vec{B}_0$ (ось x на рис. 1) примерно равен $l_0 \simeq 2\sqrt{z_{ef}\lambda}$ и для $\lambda \simeq 50$ м, $z \simeq 250$ км и $z_0 \simeq 300$ км составляет $l_0 \simeq$ $\simeq 13$ км, увеличиваясь с ростом высоты как $\sqrt{z_0/(z_0 - z)}$. Вблизи точки отражения $l_0 \geq L_T$, где L_T — характерная длина температуропроводности ($L_T = \sqrt{T_e/(m\nu_e^2\delta)}$). Даже на уровне E-слоя ($z_{ef} \sim 100$ км), где масштаб $l_0 = 4$ км, всё равно $l_0 \geq L_T$ в силу малости L_T ($L_T \leq 1$ км).

Характерное время нагрева электронов определяется минимальным из времён передачи энергии другим частицам (это время $\tau_\nu \simeq \delta_{e,\beta}\nu_{e,\beta}$, где $\delta_{e,\beta}$ — доля энергии, передаваемая электронами частицам сорта β при упругих и неупругих соударениях, составляет примерно 10–20 сек в слое F и всего 10^{-2} сек на $z = 100$ км) и временами температуропроводности, которые примерно равны временам электронной диффузии ($\tau_T \sim 1/(\delta_1\nu_{e,\beta})$, $\delta_1 = [\delta_{e,\beta} + l_s^2/L_{||}^2 + \kappa_\perp^2\rho_e^2]$) [4, 7].

В верхней ионосфере, где гирочастоты электронов ω_B и ионов Ω_B много больше соответственно частоты соударений электронов с другими частицами ν_e и частоты ν_{in}, характер вытеснения плазмы зависит от времени $\tau_{e,||}$ вытеснения электронов из нагретой области вдоль магнитного поля B и в ортогональном к B направлении ($\tau_{e,\perp}$).

При $L_{||}/(2\pi l_\perp) \le \sqrt{D_{e,||}/D_{e,\perp}} \simeq \omega_B/\nu_e$ ($D_{e,\perp} = T_e\nu_e/(m\omega_B^2)$, $D_{e,||} = T_e/(m\nu_e)$) электроны быстрее вытесняются вдоль B, при обратном неравенстве поперечная электронная диффузия более эффективна, чем продольная.

Таким образом, время, необходимое для "убегания" электронов из пучностей стоячей волны, которое происходит со скоростью продольной электронной диффузии $\tau_e \simeq l_0^2 m\nu_e/(4T_e)$, для слоя F составляет 0,3–1 сек (в области E, где ν_e примерно в пятьдесят раз больше, величина τ_e не превышает 2–5 сек в силу малости l_0.

Возникающее за счёт разделения зарядов электрическое поле заставляет ионы покидать нагретые области, восстанавливая тем самым квазинейтральность плазмы. Ионы следуют за электронами со скоростью, определяемой эффективной ионной диффузией, более быстрой из двух: продольной ($\tau_{i,||} \simeq L_{||}^2/D_{||}$, $D_{||} = (T_e + T_i)/(M\nu_{in})$ или поперечной ($\tau_{i,\perp} = l^2/[(2\pi)^2 D_{i\perp}]$, $D_{i\perp} = (T_i + T_e)\nu_{in}/(M\Omega_B^2)$). При этом, $\tau_{i,||} \sim 20-30$ сек, а $\tau_{i,\perp}$ составляет несколько секунд.

Таким образом, ионы в слое F будут быстрее покидать пучности со скоростью поперечной диффузии плазмы, то есть за время $\tau \simeq \lambda^2\omega_B^2/[\nu_{in}(T_e + T_i)]$, которое также примерно составляет секунду. В результате можно ожидать, что время образования решётки плотности плазмы в слое F определяется самым медленным временем — временем нагрева $1/(\delta\nu) \simeq 10-20$ сек.

На $z = 100$ км, где нагрев электронов происходит за 10^{-2} сек, время образования плазменной "решётки" определяется, по-видимому, электронной диффузией и составляет примерно несколько секунд. Времена релаксации решётки определяются режимами диффузии слабых возмущений в замагниченной плазме, которые зависят от степени анизотропии неоднородностей и других параметров. Характер релаксации является одним из объектов изучения в экваториальной плазменной лаборатории. Изучать различные режимы диффузии слабых возмущений в замагничен-

ной плазме можно измеряя времена релаксации полученной плазменной "решетки" (на разных высотах и при разных масштабах стоячей волны) после выключения возмущающего ионосферу передатчика.

Поскольку рассасывание периодических неоднородностей на геомагнитном экваторе происходит сравнительно медленно, их амплитуда может быть достаточно велика. Для оценки амплитуды (в рамках рассмотренных приближений) квазипериодических возмущений плотности плазмы можно воспользоваться следующей формулой:

$$\frac{\triangle N}{N} \simeq \frac{E^2}{2E_p^2}\frac{l_0}{2L_T}, \qquad (4)$$

где $E_p = 4{,}5 \cdot 10^{-3}\omega\sqrt{\delta T_e}$ мВ/м (T_e выражена в эВ) — известное плазменное поле волны (см., например, [6]), а $L_T \simeq \sqrt{D_{e,\|}/\delta\nu}$ ($l_0 \le L_T$). Для частоты волны накачки 6 МГц радиопередатчик мощностью 500 кВт, излучающий через антенну с коэффициентом усиления $G \sim 200$, на высоте 250 км обеспечивает (без учёта поглощения волны в слое D), согласно (3), $E^2 \sim 10^7$ [мВ/м]^2, а E_p^2, при использованных выше параметрах, составляет примерно $5 \cdot 10^5$, то есть амплитуда решётки $\triangle N/N$ примерно составит 0,1. Эта величина на три–четыре порядка превышает соответствующую величину для "решетки", возбуждённой на средних и высоких широтах, что говорит о довольно простой её диагностике. Значительная величина δN квазипериодических искусственных неоднородностей делает возможным их использование в целях передачи радиосигналов. Такой канал, конечно, обладает невысокой пропускной способностью, но отличается высокой концентрацией энергии в определённом месте на земной поверхности.

Столь облегчённое образование неоднородностей в поле стоячей волны в слое F геомагнитного экватора позволяет подобным образом возбуждать также непериодические неоднородности плазмы на частотах, более высоких, чем критическая частота слоя. Делать это можно в периоды ночного экваториального F-spread, используя стоячие волны, образованные обратнорассеянными сигналами от естественной мелкомасштабной турбулентности.

В области Е амплитуда искусственной квазипериодической структуры уже не столь значительно превышает амплитуду структуры на более высоких широтах, а в области Д эти амплитуды практически одинаковы. Поэтому на высотах, меньших 80–90 км, задачи диагностики таких структур состоят, прежде всего, в изучении особенностей турбулентности нейтрального газа и химических процессов, приводящих к изменению плотности электронов, в районе геомагнитного экватора.

2. СОЗДАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ СТРУКТУР НА ГЕОМАГНИТНОМ ЭКВАТОРЕ

В данном выпуске уже содержится статья, посвящённая одному из способов создания на основе рекомбинационной нелинейности искусственной фокусирующей системы [13]. Можно только добавить, что в районе геомагнитного экватора весьма интересным является создание, прежде всего, одномерных (вытянутых вдоль $\vec{B}_0$) неоднородностей плазмы, способных фокусировать радиоволны. Такие системы могли бы быть использованы как для усиления эффектов воздействия, так и для радиолокации объектов ближнего космоса, в частности, для диагностики солнечных транзиентов.

На геомагнитном экваторе существует интересная особенность, позволяющая облегчить создание указанных фокусирующих структур с пониженной плотностью плазмы в центре. Речь идёт о природных образованиях, называемых экваториальными "пузырями" [14–16]. Как хорошо известно (см., например, [16]), "пузыри" всплывают вверх со скоростью

$$V_d = \frac{c[\vec{E}_{ef} \times \vec{1}_b]}{B_0}, \quad \vec{1}_b = \vec{B}_0/B_0. \tag{5}$$

где $\vec{E}_{ef}$ — эффективное электрическое поле $\vec{E}$, усиленное "конденсаторным эффектом", когда:

$$V_d = \frac{c[\vec{E}_0' \times \vec{1}_b]}{B_0[1 + (N - N_0)/N_0]}. \tag{6}$$

Здесь $\vec{E}_0' = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ — электрическое поле, состоящее из внешнего электрического поля и эффективного поляризационного поля. Поле $\vec{E}_p$ образуется в неоднородной среде при протекании в ней тока любой природы (плотности $\vec{j}$) и обеспечивает равенство нулю $\mathrm{div}\,\vec{j} + \sigma_p \vec{E}$, где σ_p — проводимость (в данном случае Педерсеновская) в направлении возникающего поля. В замагниченной плазме ток может образовываться не только за счёт внешнего электрического поля $\vec{E}_0$, но и вследствие неэлектрических сил $\vec{F}_n$: гравитационной силы $M\vec{g}$ ($\vec{g}$ — ускорение свободного падения), силы трения, обусловленной движением нейтральной компоненты газа с относительной скоростью $\vec{V}_n$ ($\vec{F}_n = M\nu_{in}\vec{V}_n$), градиента давления ($\vec{F}_n = -\mathrm{grad}[N(T_i + T_e)]$). При этом для $\omega_b \gg \nu_{in}$ плотность тока $\vec{j}$ существенно больше в направлении, ортогональном как $\vec{B}_0$, так и силе $\vec{F}_n$:

$$\vec{j} = eN(\vec{V}_i - \vec{V}_e) \simeq c[\vec{F}_n \times \vec{1}_b]/(eB_0). \tag{7}$$

Таким образом поляризационное поле, которое находится из уравнения

$$\mathrm{div}\left(\left[\left(N\vec{g} + N\nu_{in}\vec{V}_n - \mathrm{grad}[N(T_e + T_i)]/NM\right) \times \vec{1}_b\right] + cN\nu_{in}\vec{E}_0/B_0\right) = 0, \tag{8}$$

может вызывать всплывание "пузыря". Поведение плотности плазмы при этом описывается уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \mathrm{div}(N[\vec{E}_0' \times \vec{1}_b]/B_0 + N\vec{V}_{\mathrm{dif}}) = \frac{\partial D_{eath}}{\partial t}. \qquad (9)$$

Здесь $\vec{V}_{\mathrm{dif}}$ — скорость диффузии, а D_{eath} — скорость гибели частиц из-за рекомбинации. Пренебрегая в (9) членами, описывающими диффузию и рекомбинацию, и переходя к случаю одномерного изменения параметров по вертикальной координате z, легко видеть, что слагаемое $\mathrm{div}(N\vec{V}_d)$ $(\vec{V}_d = c[\vec{E}_{ef} \times \vec{1}_b]/B_0)$, с учётом уменьшения с высотой ν_{in}, может привести к росту возмущения плотности, то есть к углублению "пузыря" при его всплывании.

Заметим, что такая упрощённая модель реализуется в случае достаточно вытянутых вдоль $\vec{B}_0$ неоднородностей. В противном случае, за счёт высокой подвижности электронов вдоль силовых линий $\vec{B}_0$, наведённая разность потенциалов (поляризационное поле $\vec{E}_p$) существенно уменьшится — $\vec{E}_p \sim \mu(L_{||}^2/L_{\perp}^2)/[1+\mu(L_{||}^2/L_{\perp}^2)]$, где $\mu = \nu_e\nu_{in}/(\Omega_B\omega_B)$. Проблема консервации неоднородных электрических полей (или проблема "неэлектрической" природы образования и всплывания неоднородностей) является достаточно важной для понимания неоднородной структуры космической плазмы [9]. Поэтому моделирование "пузырей" на экваторе представляется весьма интересным даже с этой точки зрения. Кроме того, весьма интересным представляется роль нагревных механизмов, в частности, нагрев ионов в перпендикулярном к $\vec{B}_0$ электрическом поле, которые могут привести к изменению коэффициентов перезарядки и углублению плотности в "пузыре" за счёт изменения коэффициента рекомбинации [16]. При воздействии мощными пучками радиоволн на E-слой и нижнюю часть слоя F нагрев электронов приводит к уменьшению рекомбинации. Поэтому использовние "двухполосного" нагрева, приводящего к созданию структуры с дефицитом плотности плазмы в центральной её части, даст возможность определить пороги образования неустойчивости, ответственной за образование "пузырей", а также роли механизмов, связанных с нагревом как электронов, так и ионов.

Здесь огромную роль может сыграть адаптивный нагрев радиоволнами, использующий как синхронное изменение диаграммы направленности стенда (в верхней ионосфере нагрев электронов приводит к термодиффузионному выталкиванию электронов), так и синхронное изменение частоты стенда (высоты расположения нагреваемой плазмы).

Большой интерес представляет также воздействие радиоволнами на природный эффект. Легко видеть, что воздействие радиоволнами на конфигурации, имеющие узкую "горловину" размером R_g и характерный поперечный масштаб R_0, может привести к аккумуляции энергии возмущающего ионосферу радиоизлучения и к значительному усилению эффек-

тов воздействия в "пузыре" как за счёт указанного резонаторного эффекта, так и вследствие значительного уменьшения плотности кинетической энергии плазмы в обеднённом плазмой "пузыре" (см., также разд. 3). Структура "пузыря" и его "запитка" мощными радиоволнами схематически показана на рис. 2. В заключение отметим, что увеличение высоты и углубление "пузыря" способствует его использованию в качестве фокусирующей линзы как для приёма, так и для передачи сигналов, так как при этом происходит не только уменьшение фокусного расстояния, но и увеличение расстояния от линзы до точки приёма. Проблема, правда, состоит в том, что в таком пузыре–линзе может возбуждаться рассеивающая радиоволны турбулентность, которую при необходимости нужно подавлять. Кстати, непростая проблема подавления природной турбулентности при воздействии на ионосферу мощными радиоволнами представляется актуальной не только для экваториальных, но и для средних широт.

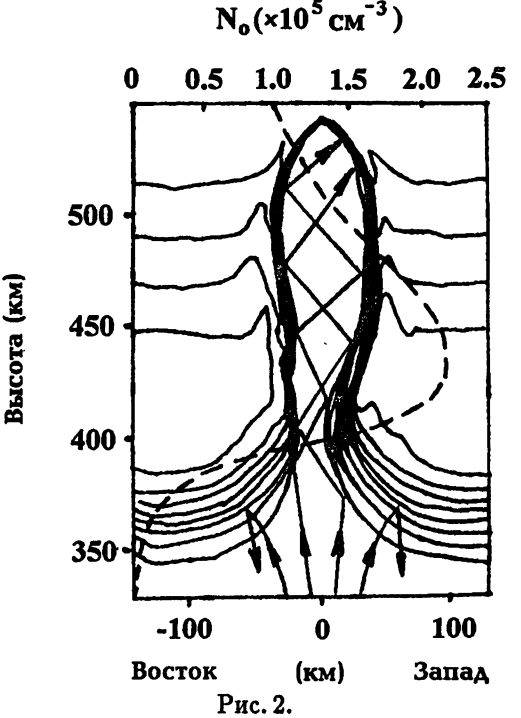


Рис. 2.

3. О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЯХ ВБЛИЗИ ГЕОМАГНИТНОГО ЭКВАТОРА

При воздействии на ионосферу средних и высоких широт мощными пучками радиоволн обыкновенной поляризации возбуждаются, в основном, два типа параметрических неустойчивостей: стрикционная, которая лучше всего возникает вблизи уровня отражения волны накачки (в области пучности поля волны) вследствие индуцированного рассеяния волн на индуцированном ионном звуке и на других низкочастотных волнах (например, на волнах нижнего гибридного резонанса (НГР)) [7]. Тепловая параметрическая нейстойчивость (ТПН) связана с нагревными эффектами, поэтому связанное с ней мелкомасштабное расслоение плазмы происходит в направлении, ортогональном силовым линиям $\vec{B}_0$, и для её осуществления требуются плазменные волны с волновым вектором $\vec{k} \perp \vec{B}_0$. Последнее имеет место на уровне верхнего гибридного резонанса (ВГР), где частота плазменной волны удовлетворяет соотношению

$\omega^2 \simeq \omega_{e0}^2 + \omega_B^2 + 3k^2 V_{Te}^2$ (ω_{e0} — плазменная частота, V_{Te} — тепловая скорость электронов). В силу ортогональности волнового вектора почти продольной плазменной волны к $\vec{B}_0$ электрическое поле должно иметь проекцию на это направление, что имеет место в области квазипродольного её распространения в случае вертикального воздействия на ионосферу.

И в первом, и во втором случаях неустойчивости связаны с трансформацией мощной радиоволны. Только в случае ТПН это происходит на индуцированно усиливающихся неоднородностях, сильно вытянутых вдоль $\vec{B}_0$. Так как при этом распадные процессы интенсивных плазменных (или радио) волн приводят и к появлению стрикционных процессов, уширенные по спектру за счёт нелинейных процессов плазменные волны, высвечиваясь при обратной трансформации, образуют искусственное радиоизлучение ионосферы (стимулированное электромагнитное излучение ионосферы — SEE [17, 18]). Выражение для порогового значения плотности энергии возмущающих ионосферу радиоиволн ($W_{th} = |E|^2/(8\pi)$), необходимое для возбуждения ТПН, имеет следующий вид (см., например, [7]):

$$W_{th} = NT_e \frac{\delta_1 L_T}{2\pi L |\vec{a}_t \vec{a}_l|^2}. \qquad (10)$$

Здесь $\vec{a}_t$, $\vec{a}_l$ — единичные векторы (векторы поляризации) электрических полей соответственно волны накачки и возбуждаемой плазменной волны.

На геомагнитном экваторе для вертикального падения мощной волны мы имеем дело с квазипоперечным её распространением. При этом поле волны $\vec{E}_t$ направлено вдоль $\vec{B}_0$ [1], и поэтому нет условий для возбуждения продольной плазменной волны с $\vec{k} \perp \vec{B}_0$. Действительно, поляризационный множитель $|\vec{a}_t \vec{a}_l|^2 = \sin^2\phi$, где ϕ — угол падения мощной волны на ионосферный слой в вертикальной плоскости, параллельной $\vec{B}_0$, при вертикальном облучении ионосферы над экватором стремится к нулю. Согласно (10), это приводит к тому, что W_{th} становится бесконечно большим. Однако при некотором угле $\phi \geq \phi_{th}$ мощность воздействия начинает превышать пороговую и ТПН начинает возбуждаться вплоть до углов $\phi = \phi_B \simeq \omega_B/\omega$, начиная с которых ТПН не реализуется из-за отражения волны накачки ниже высотного интервала существования ВГР для её частоты ω.

Таким образом ТПН возбуждается в сегментах кольца с угловым раствором $\phi_B - \phi_{th}$ (рис. 3). Что касается стрикционной неустойчивости вблизи уровня $\omega = \omega_{e0}$, то характер и результат её протекания не должен сильно отличаться от среднеширотного случая, за исключением лишь того факта, что связанные с неустойчивостью структуры (во всяком случае первоначально) являются горизонтальными. Кроме того, в отличие от средних широт волна накачки здесь не экранируется трансформацией в плазменные волны на уровне ВГР (см. рис. 3). Это позволяет на геомагнитном экваторе наблюдать стрикционные явления вблизи уровня от-

ражения мощной волны от ионосферы на временах, существенно превышающих время развития тепловых эффектов на уровне ВГР.

Воздействие на природные или искусственные "пузыри" приводит к новым интересным эффектам и возможностям практического применения. Во-первых, аккумулированная в "пузыре" энергия позволяет существенно облегчить преодоление порогов ТПН и соответственно создание низкочастотной анизотропной турбулентности. Во-вторых, в "пузыре" при многократных отражениях от его стенок (см. рис. 2) начинает реализоваться квазипродольное распространение мощной радиоволны, что приводит к возбуждению в пристеночных областях долгоживущих анизотропных неоднородностей. Эти неоднородности приводят к ракурсному рассеянию КВ и УКВ радиоволн, распределяя энергию по вырожденному ракурсному конусу — диску, образованному из условия Брегга при равенстве волновых векторов прямой волны и рассеянных радиосигналов вдоль $\vec{B}_0$ в силу значительной вытянутости рассеивающих неоднородностей в указанном направлении. Подъём "пузыря" может обеспечить "перенос" неоднородностей на большие высоты, увеличивая привлекательность указанного эффекта. При этом, естественно, увеличивается дальность рассеянных неоднородностями радиосигналов. Поскольку ионосферная турбулентность в районе геомагнитного экватора является сугубо ночным явлением, воздействие на экваториальную ионосферу позволяет обеспечить существование там турбулентности в дневное время суток.

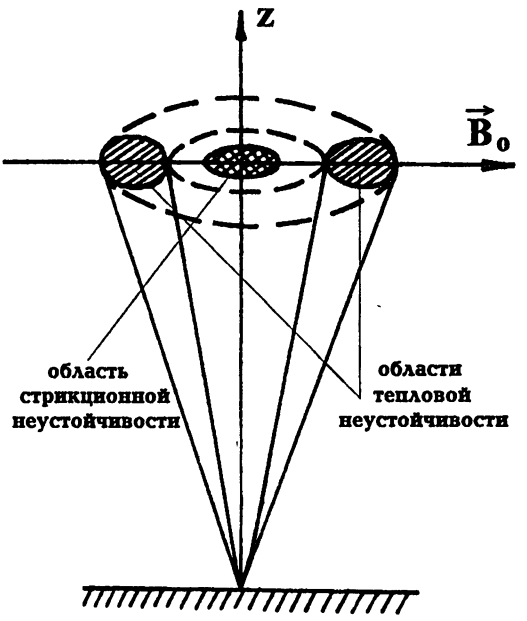


Рис. 3.

4. ВОЗДЕЙСТВИЕ РАДИОВОЛНАМИ НА ЭКВАТОРИАЛЬНУЮ ТОКОВУЮ СТРУЮ И ГЕНЕРАЦИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИОНОСФЕРЫ

С введением в строй мощных нагревных стендов появилась возможность модуляции естественных ионосферных токовых систем с целью генерации искусственного низкочастотного излучения ($f \leq 3$–5 кГц). Впер-

вые такие эксперименты были осуществлены в Горьком в 1973 г. [19] группой исследователей, руководимых учеником В. Л. Гинзбурга — Г. Г. Гетманцевым, чьим именем и был назван этот эффект, зарегистрированный в качестве открытия.

Суть эффекта состоит в том, что при наличии электронного тока периодическое изменение проводимости за счёт зависимости частоты соударений электронов от их температуры при периодическом нагреве электронов радиоизлучением, промодулированным низкой частотой Ω, приводит к излучению электромагнитной волны с частотой Ω. Очевидно, что интенсивность низкочастотного излучения пропорциональна плотности электронного тока. Неудивительно, поэтому, что существенно более мощное излучение было зарегистрировано при воздействии на авроральную токовую струю [20]. Более интересным оказалась значительность излучения на Ω, близких и меньших герца, зарегистрированных в [21]. Поскольку на геомагнитном экваторе существует экваториальная токовая струя, то уже первые надежды на строительство экваториального нагревного стенда были связаны в значительной мере с модуляцией этой струи (см. [4, 10]).

На низких широтах причина тока состоит в неодинаковом увлечении электронов и ионов ветрами нейтрального газа в направлениях, ортогональных силовым линиям геомагнитного поля (скорость ветра V_n). Разница в скоростях заряженных частиц при этом равна

$$V_i - V_e = \frac{\nu_{in}\vec{F}_{i,\perp}}{M(\Omega_B^2+\nu_{in}^2)} - \frac{\nu_{en}\vec{F}_{e,\perp}}{m(\omega_B^2+\nu_{en}^2)} + \frac{\Omega_B[\vec{F}_i\times\vec{1}_b]}{M(\Omega_B^2+\nu_{in}^2)} - \frac{\omega_B[\vec{F}_e\times\vec{1}_b]}{m(\omega_B^2+\nu_{en}^2)}. \quad (11)$$

При рассмотрении токовой струи мы должны рассматривать две силы: силу, связанную с трением о нейтральный газ ($\vec{F}_i = M\nu_{in}\vec{V}_n$, $\vec{F}_e = m\nu_{en}\vec{V}_n$), которая и является первопричиной тока, и силу поляризационного электрического поля ($\vec{F}_{i,e} = \mp e\vec{E}_p$), которое направлено по z и возникает как результат вертикально направленного Холловского тока, связанного с $[\vec{V}_n \times \vec{1}_b]$. В результате этот ток запирается, а поле $\vec{E}_p$ вызывает, в свою очередь, Холловский ток, направленный противоположно горизонтальному (Педерсеновскому) току ионов и значительно увеличивающий горизонтальный электронный ток.

При $\omega_B \gg \nu_{en}$ и $\Omega_B \sim \nu_{in}$, как легко показать из (11), $\vec{E}_{p,z} = -[\vec{V}_n \times \vec{1}_b]c^{-1}$ и плотность тока экваториальной струи $|\vec{j}| \simeq eNV_{n,\perp}$. Отсюда ясно, что в отсутствии ортогонального $\vec{B}_0$ горизонтального электрического поля $E_\perp$, когда ток определяется продольной проводимостью электронов, здесь ν_{en} содержится в j только в следующем порядке малости. Поэтому основного эффекта в области максимального тока на высотах, где $\nu_{in} \sim \Omega_B$, следует ожидать при изменении плотности плазмы или при влиянии нагрева на характер установления поляризационного поля (при

нагреве более низких слоёв ионосферы, где больше влияние ν_{en}, уменьшается величина тока).

В связи с этим отметим, что обсуждавшееся выше создание на рекомбинационной нелинейности неоднородностей плотности плазмы с $\delta N \sim 0{,}1-0{,}5$ позволяет получить достаточно интенсивное излучение ионосферы на частотах, меньших герца. Учитывая достаточно большую толщину скин-слоя (даже в морской воде для частоты 0,1 Гц она превышает 10 км), можно ожидать, несмотря на квазистатический характер убывания поля с расстоянием на этих частотах, эффективного использования модуляции экваториальной струи в задачах глубинной георазведки.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведённый краткий анализ особенностей эффектов возмущения ионосферы в районе геомагнитного экватора показывает перспективность постановки таких экспериментов как с точки зрения использования экваториальной ионосферы в качестве физической лаборатории, так и для ряда практических приложений.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (в рамках грантов N 96.02.18659 и 96.02.18632).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
2. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. // УФН, 1960. Т. 70. Вып. 2. С. 201; УФН, 1960. Т. 70. Вып. 3. С. 393.
3. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. — М.: Наука, 1974.
4. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.
5. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновские мазеры. — Горький: ИПФ АН СССР, 1986.
6. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973.
7. Митяков Н. А., Грач С. М., Митяков С. Н. Возмущение ионосферы мощными радиоволнами //ВИНИТИ. Итоги науки и техники. Сер. Геомагнетизм и высокие слои атмосферы, 1989. Т. 9.
8. Лихтер Я. И., Гульельми А. В., Ерухимов Л. М., Михайлова Г. А. Волновая диагностика приземной плазмы. — М.: Наука, 1988.
9. Ерухимов Л. М., Генкин Л. Г. //Изв. вузов. Радиофизика, 1992. № 11, 12. С. 863.

10. Erukhimov L. M., Mityakov N. A., Polyakov S. V., Thide B., Trakhtengerts V. Yu. — In: Proc. of Intern. Summer School on Space Plasma Physics, 31 May – 11 June 1993. P. 64.
11. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г., Игнатьев Ю. А., Комраков Г. П. // Письма в ЖЭТФ, 1975. Т. 22. No 10. С. 497.
12. Belikovich V. V., Benediktov E. A., Terina G. I. // J. Atm. Terr. Phys., 1986. V. 48. No 11-12. P. 1247.
13. Ерухимов Л. М., Митяков Н. А., Токарев Ю. В. //Изв. вузов. Радиофизика, настоящий выпуск.
14. Kendall P. C., Pickering W. N. //Planet. Space Sci., 1967. V. 15. P. 825.
15. Chao-Song Huang, Kelly M. C. //J. Geophys. Res., 1996. V. 101. № 1. P. 283.
16. Генкин Л. Г., Ерухимов Л. М., Мясников Е. Н., Шварц М. М. //Изв. вузов. Радиофизика, 1986. № 5.
17. Thide Bo, Kopka H., Stubbe P. // Phys. Rev. Lett., 1982. V. 49. № 12. P. 1561.
18. Ерухимов Л. М., Метелев С. А., Мясников Е. Н., Митяков Н. А., Фролов В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. No 2. С. 208.
19. Гетманцев Г. Г., Зуйков Н. А., Котик Д. С., Мироненко Л. Ф., Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Сазонов Ю. А., Трахтенгерц В. Ю., Эйдман В. Я. // Письма в ЖЭТФ, 1974. Т. 20. С. 229.
20. Капустин И. Н., Перцовский Р. А., Васильев А. Н., Распопов О. М., Ульянченко Д. А., Арыков А. А. //Письма в ЖЭТФ, 1977. Т. 25. № 5. С. 248.
21. Stubbe P. at al. // J. Atm. Terr. Phys., 1985. V. 47. № 12. P. 1151.

Научно-исследовательский радиофизический институт, Н. Новгород, Россия;
Институт Космической физики, Уппсала, Швеция

Поступила в редакцию 31 декабря 1996 г.

ON THE ACTION OF POWERFUL RADIO EMISSION ON THE IONOSPHERE IN THE REGION OF THE GEOMAGNETIC EQUATOR

L. M. Erukhimov, N. A. Mityakov, Bo Thide

We consider peculiarities of powerful radio wave action on the equatorial ionosphere. A possibility is discussed for creation of powerful (in comparison with mid latitudes) quasi-periodic ionospheric irregularities in F layer formed by the field of powerful standing wave, production of artificial and action on the natural equatorial "bubbles". Peculiarities are considered for excitation of striction and thermal parametric instability in the equatorial ionosphere. A problem is discussed in brief for the modulation of an equatorial current jet.