

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XXXIX № 8

Нижний Новгород

1996

Содержание

Токарев Ю. В. Низкочастотные радиоспектры Крабовидной туманности Девы А и Лебедя А .....	945
Li L.-H., Matsuoka M., and Zhang H.-Q. Excitation of plasma waves by an externally applied electromagnetic wave to a nonuniform classical plasma.....	959
Демехов А. Г., Пасманик Д. Л., Трахтенгерц В. Ю. Автоколебания в циклотронном мазере с фоновой плаэмой.....	988
Белянцев А. Е., Файнштейн С. М., Чернова Е. А. Генерация импульсов магнитного поля при развитии взрывной неустойчивости альфвеновских волн в системе поток-плаэма.....	1001
Алимов В. А., Рахлин А. В., Тамойкин В. В. К вопросу о поляризационных характеристиках радиоволн в случайно-неоднородной магнитоактивной плаэме .....	1007
Воробьев В. В. Отражение сфокусированного светового лучка в среде с нелинейностью Керра. II. Численное решение волнового уравнения .....	1014
Воропаев Ю. П., Тебекин В. В. Расчёт минимального поля рассеяния произвольной антенны по её диаграмме направленности.....	1026
Гудилов С. М. Возникновение особых режимов формирования электронных потоков в многочастотном магнетроне .....	1036
Островский М. А. Многоканальное обнаружение сигналов и измерение их параметров в присутствии негауссовых пассивных помех.....	1044

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С.Я.БРАУДЕ, С.Н.ВЛАСОВ, А.В.ГАПОНОВ-ГРЕХОВ,  
В.Л.ГИНЗБУРГ (главный редактор),  
Л.М.ЕРУХИМОВ (зам.главного редактора),  
В.В.ЖЕЛЕЗНЫКОВ, В.А.ЗВЕРЕВ, Ю.Л.КЛИМОНТОВИЧ,  
А.Н.КОНДРАТЕНКО, Ю.В.КРАВЦОВ, В.Н.КРАСИЛЬНИКОВ,  
А.Н.МАЛАХОВ, В.В.НИКОЛЬСКИЙ, В.Ю.ПЕТРУНЬКИН,  
М.И.РАБИНОВИЧ, А.И.САИЧЕВ, А.А.СЕМЕНОВ, С.А.ТАГЕР,  
В.И.ТАЛАНОВ, В.В.ТАМОЙКИН, Д.И.ТРУБЕЦКОВ,  
В.И.ТУРЧИН, В.П.УРЯДОВ, Г.И.ФРЕЙДМАН, А.В.ЯКИМОВ

Ответственный секретарь редакции О.А.ШЕЙНЕР

Формат 70x108/16. Офсетная бумага. Офсетная печать.  
Усл.печ.л. 10, 50. Усл.кр.-отт. 10, 50. Уч.-изд.л. 13, 10.  
Тираж 300 экз. Заказ 435/с. Цена 10000 р.

---

Адрес редакции: 603600, Нижний Новгород,  
ул. Большая Печёрская, 25,  
Научно-исследовательский радиофизический институт,  
редакция журнала "Известия вузов. Радиофизика".  
Телефон 36-01-71, e-mail rfj@nirfi.sci-nnov.ru

---

Отпечатано с готового набора в типографии ПОКГС ООП  
603600, Нижний Новгород, ул.Ошарская, 64

УДК 523.62-726

# НИЗКОЧАСТОТНЫЕ РАДИОСПЕКТРЫ КРАБОВИДНОЙ ТУМАННОСТИ, ДЕВЫ А И ЛЕБЕДЯ А

*Ю. В. Токарев*

Представлены результаты абсолютных измерений плотности потока дискретных радиоисточников 3C 144, 3C 274 и 3C 405 на частотах 5,6 и 8,9 МГц. Новые данные используются в обсуждении низкочастотных радиоспектров этих источников с целью уточнения физических условий в радиогалактиках Дева А, Лебедь А и остатке сверхновой Крабовидная туманность.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1984–1989 гг. на декаметровом радиотелескопе НИРФИ ВДР-300 был выполнен цикл наблюдений наиболее мощных дискретных космических радиоисточников северного небосвода на частотах 8,9 и 5,6 МГц. К началу этих работ сведения об объектах северного небосвода на частотах ниже 10 МГц исчерпывались, по существу, данными о плотности потока единственного радиоисточника — Кассиопея А [1, 2].

Из-за высокого уровня радиофона и сильного влияния земной ионосферы радиоастрономические исследования в рассматриваемом диапазоне весьма трудоёмки. На ВДР-300 они проводятся в периоды, когда критические частоты ионосферы не превышают уровня “0,5” от рабочей частоты телескопа, как правило, в ночное время суток осенне-зимнего сезона. Результативность и полезное время наблюдений существенно возрастают в годы минимума солнечной активности, характеризующиеся глобальным понижением электронного содержания ионосферы.

Уже на первых этапах работ выяснилось, что результаты измерений плотности потока источников  $S_f$  в разных сеансах заметно различаются. Особенно велик суточный разброс оказался для Крабовидной туманности, 3C 144, (50% и более от среднего значения  $S_f$ ). Сопоставление с радиогалактиками Дева А (3C 274) и Лебедь А (3C 405) показало, что наряду с ионосферными эффектами заметный вклад в дисперсию  $S_f$  (3C 144) даёт собственная переменность Крабовидной туманности [3]. Для определения её параметров потребовались достаточно длинные ряды наблюдений как самой Крабовидной туманности, так и “опорных” радиоисточников Дева А, Лебедя А.

*Ю. В. Токарев*

945

В 1994–1995 гг. с приближением нового минимума солнечной активности наблюдения указанных источников были продолжены. Они проводились в основном на верхней рабочей частоте радиотелескопа, так как критическая частота слоя F2 ионосферы в этот период редко опускалась ниже 3 МГц.

В статье представлены результаты абсолютных измерений плотности потока радиоисточников 3С 144, 3С 274 и 3С 405 на частотах 5,6 и 8,9 МГц, кратко обсуждаются особенности их низкочастотных радиоспектров.

## 2. МЕТОДИКА НАБЛЮДЕНИЙ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Приёмная антенна радиотелескопа представляет собой фазированную антеннную решётку из 144 широкополосных излучателей круговой поляризации диапазона частот 4,6–9,3 МГц. Она состоит из трёх идентичных секций размерами  $100\text{ м} \times 300\text{ м}$  каждая. Сканирование луча производится в плоскости местного геомагнитного меридиана (азимут  $A = 9^\circ$ ) в пределах  $\pm 44^\circ$  от зенита. Основные рабочие частоты телескопа 5,6 и 8,9 МГц выбраны в участках диапазона, наиболее свободных от радиопомех.

Источники наблюдались на прохождение вблизи верхней кульминации. Зенитный угол сканирования луча  $z$ , эффективная площадь антенны  $A_f$  и длительность прохождения источника  $\Delta t_f$  через луч телескопа по уровню “0,5” в направлении наблюдения рассматриваемых источников представлены в табл. 1.

Таблица 1

Источник	$z$ [угл.град]	$A_{5,6}$ [ $10^4 \cdot \text{м}^2$ ]	$A_{8,9}$ [ $10^4 \cdot \text{м}^2$ ]	$\Delta t_{5,6}$ [мин]	$\Delta t_{8,9}$ [мин]
3С 405	16	$5,7 \pm 0,6$	$4,6 \pm 0,5$	48	32
3С 144	34	$4,9 \pm 0,6$	$2,6 \pm 0,4$	40	26
3С 274	44	$4,3 \pm 0,6$	$1,5 \pm 0,3$	38	24

При нахождении  $A_f$  учтены результаты расчётов диаграммы направленности 144-элементной ФАР, а также экспериментов по калибровке антенны телескопа ВДР-300 методом радиолокаций Луны с использованием эталонной дипольной антенны [4].

Наблюдения проводились, как правило, в ночное время суток ( $19^{\text{h}} - 07^{\text{h}}$  местного времени) осенне-зимнего сезона (октябрь–март) на обыкновенной компоненте радиоволн, менее подверженной ионосферному поглощению. Полоса приёма по промежуточной частоте составляла 2–5 кГц, постоянная времени  $\sim 0,1$  с.

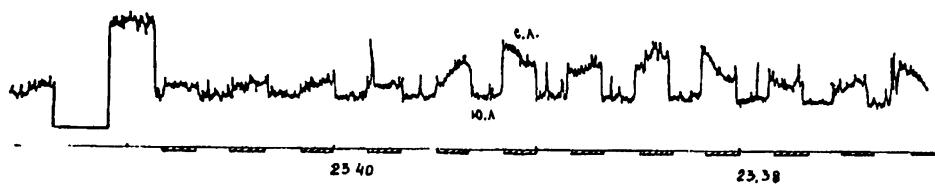


Рис. 1. Фрагмент осциллограммы одного из первых наблюдений дискретных радиоисточников на ВДР-300 (3С 144; 25.12.82;  $f = 8,9$  МГц;  $f_0F2 = 2,3$  МГц; сеанс с фокусировкой). Режим 5-сек сканирования северного (склонение  $\delta = 32^\circ$ ) и южного ( $\delta = 40^\circ$ ) лучей, время московское, слева — калибровка.

На обеих рабочих частотах сигнал источника, как правило, сильно флуктуирует с временными масштабами от 10 с и выше (см. рис. 1). Первоначальная обработка сеанса заключалась в фильтрации импульсных помех, сглаживании отклика и нахождении среднего  $dT_{fn}$  от приращений антенной температуры источника на интервале  $\pm 0,25\Delta t_f(z)$  вблизи расчётного момента  $t_{on}$  максимального отклика источника (из-за различия плоскостей сканирования луча ВДР-300 и нулевого меридиана максимум отклика источника наблюдается позже момента кульминации). Фоновая подложка определялась линейной экстраполяцией антенных температур перед входом и после выхода источника из диаграммы телескопа (см. рис. 2).

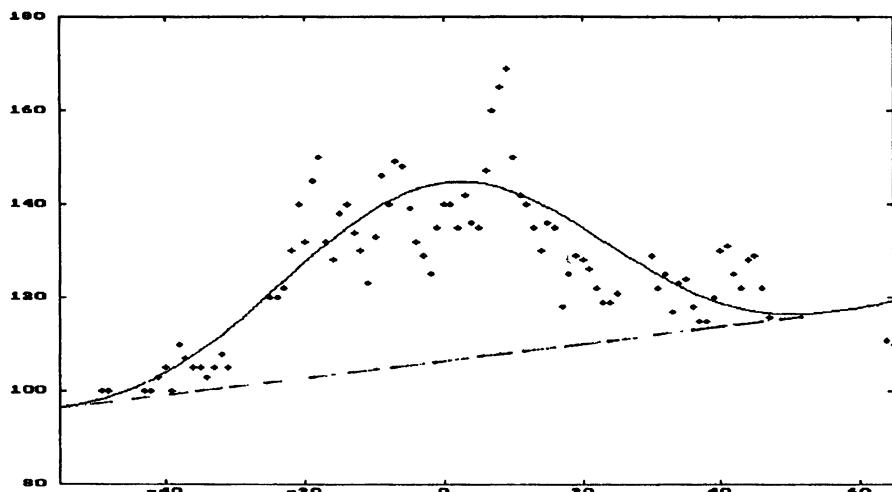


Рис. 2. Пример сеанса, включённого в обработку для определения плотности потока источника (3С 274; 04.02.87;  $f = 5,6$  МГц;  $f_0F2 = 2,7$  МГц). Ось ординат — антенная температура (относительные единицы), ось абсцисс — время в минутах от расчётного прохождения источника. Пунктир — расчёчная кривая прохождения, точки — фоновая подложка, пропуск вблизи -25 мин из-за радиопомех.

Результаты измерений  $dT_{fn}$  для рассматриваемых источников харак-

теризуются заметным суточным разбросом (см. рисунок из [3]). Для уменьшения влияния мешающих факторов (ионосферная рефракция, фокусировки, радиопомех и пр.) на наблюдаемую плотность потока источника из всех проведённых сеансов отбирались сеансы с минимальными искажениями отклика по сравнению с расчётной кривой прохождения. Дополнительно с целью исключения случайных выбросов и промахов измерений наибольшие и наименьшие значения из полученных таким образом наборов  $dT_{fn}$  попарно исключались (1–2 пары). По оставшимся значениям находилась среднеарифметическая величина  $\langle dT_{fn} \rangle$  и её случайная ошибка.

Плотность потока источника определялась по формуле  $S_f = = 1,07 \cdot 2k \Gamma_f(z) \langle dT_{fn}(z) \rangle / A_f(z)$ , где  $A_f$  — эффективная площадь телескопа из табл. 1, множитель 1,07 — редукция на форму луча телескопа из-за усреднения отклика по уровню 0,25  $dt_f$ ,  $k$  — постоянная Больцмана. Фактор  $\Gamma_f(z) = 0,4 \cdot [5,8/f(\text{МГц})]^2 / \cos z$  даёт поправку на ионосферное ослабление потока источника на обычновенной компоненте радиоволн.

В качестве оценки среднего значения  $\Gamma_f$  мы взяли за основу результаты исследований остаточного поглощения космического радиоизлучения на частоте 5,8 МГц в ночной зимней ионосфере на средних широтах:  $\Gamma_{5,8} = 0,4$  ДБ [5].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

В табл. 2 представлены плотности потоков рассматриваемых источников по данным наблюдений на ВДР-300 с поправкой на остаточное поглощение в ночной зимней ионосфере.

Таблица 2

Частота [МГц]	Плотность потока (в ед. $10^{-23} \text{ Вт}\cdot\text{м}^2\cdot\text{Гц}$ )		
	Лебедь А	Крабов.туман.	Дева А
5,6	$< 1,4$ (-,10,3(3))	$15,4 \pm 2,5$ (11,12,9(37))	$16,3 \pm 2,8$ (5,14,7(18))
8,9	$8,6 \pm 1$ (4,11,8(18))	$6,8 \pm 1,2$ (8,16,10(40))	$10,2 \pm 2,1$ (4,20,8(22))

Примечание: в скобках под каждым значением потока приведены, соответственно, случайная ошибка измерений из-за суточного разброса, систематическая погрешность определения эффективной площади антенны, число отобранных сеансов с минимальными искажениями отклика и общее число проведённых сеансов.

Низкочастотные спектры радиоисточников 3С 144, 3С 274 и 3С 405 по результатам настоящей работы (табл. 2) и данным работ [6–12] пред-

ставлены на рис. 3–5. В соответствии с рекомендацией работы [9] потоки источников на 10,05 МГц из [7] (кроме 3C 405) и 22,25 МГц из [8] увеличены на 20 и 15%, соответственно. Спектр компактного источника Крабовидной туманности по данным интерферометрических наблюдений на частотах 16,7; 20; 25; 26,3; 38 и 74 МГц заимствован из работы [6].

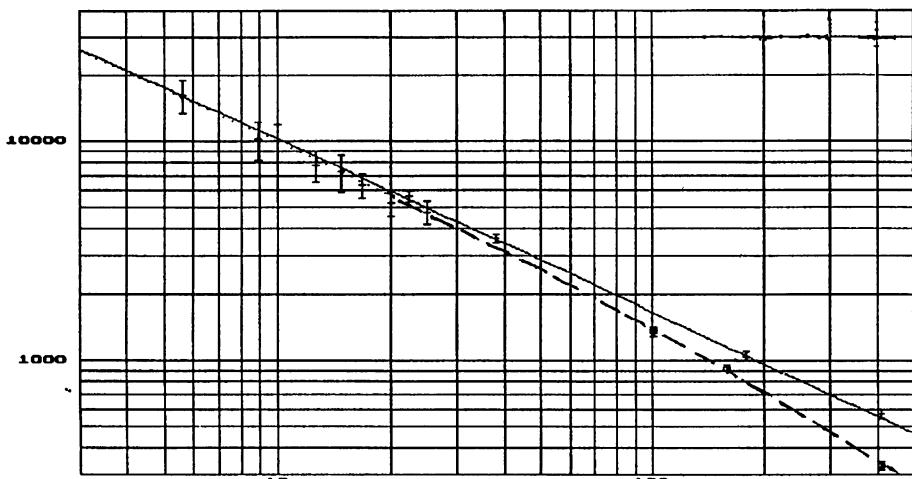


Рис. 3. Радиоспектры интегрального потока и радиогало Девы А в диапазоне 5,6–408 МГц. Высокочастотные данные из работ [7–9, 11–13]. Прямая — спектр полного потока с  $\alpha = 0,76$ ; пунктир — спектр радиогало.

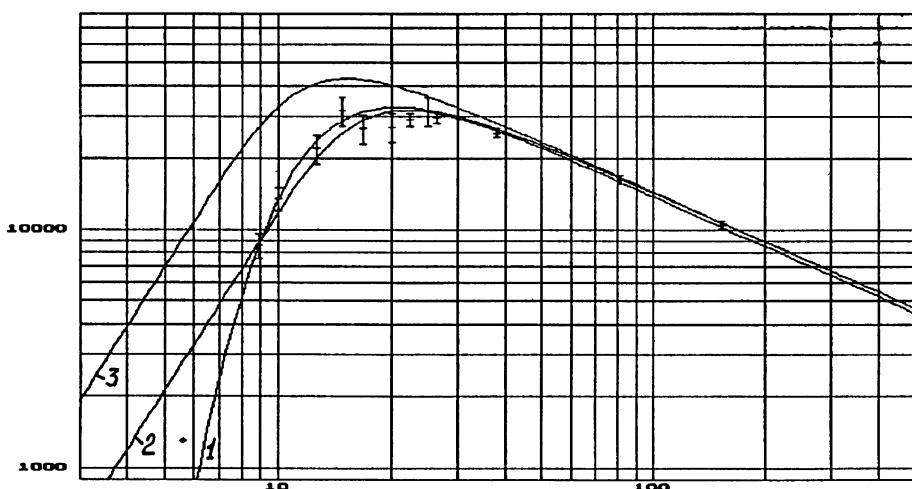


Рис. 4. Радиоспектр Лебедя А в диапазоне 5,6–152 МГц. Высокочастотные данные из [11]. Кривая 1 — аппроксимация данных наблюдений в модели синхротронного источника с реабсорбцией и тормозным поглощением, кривая 2 — то же без тормозного поглощения, кривая 3 — спектр источника с синхротронным самопоглощением после редукции кривой 1 на межзвездное поглощение ( $ME = 145 \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}, T = 8000 \text{ K}$ ).

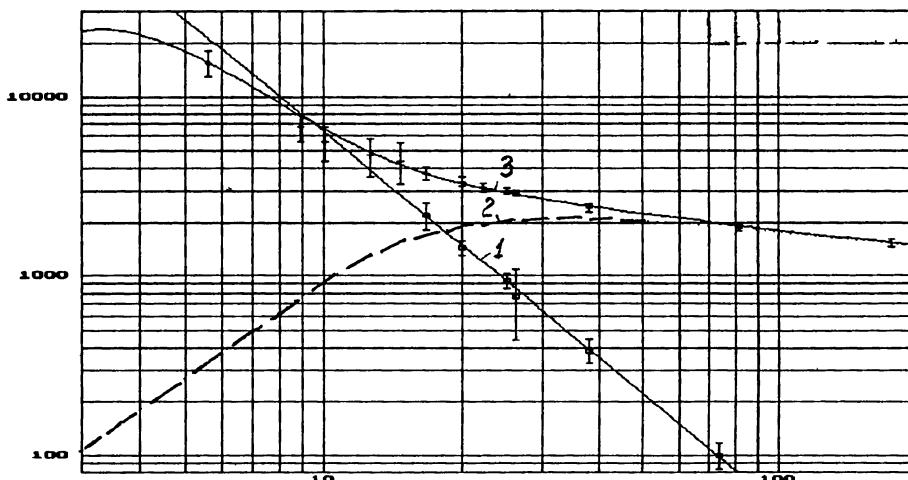


Рис. 5. Радиоспектры Крабовидной туманности и компактного радиоисточника в диапазоне 5,6–178 МГц. Высокочастотные данные из [6–10]. Пунктирная прямая 1 — спектр компактного радиоисточника  $S'_f = 936(25/f)^{2.09}$  Вт/Гц·м<sup>2</sup>. Кривая 2 — спектр крупномасштабной структуры в модели поглощения в периферийных волокнах с оптической толщиной  $\tau_f^0 = (14/f)^{2.1}$  и числом волокон на луче зрения  $K = 1$ . Аппроксимирующая кривая 3 — сумма спектров компактного радиоисточника (1) и крупномасштабной структуры (2).

Декаметровые радиоспектры рассматриваемых источников имеют различную кривизну: если спектр Девы А в масштабе  $\lg S - \lg f$  близок к линейному, то Лебедь А характеризуется низкочастотной депрессией потока, а радиоспектр Крабовидной туманности становится более крутым. Как видно из рис. 3–5, данные наблюдений на ВДР-300 существенно конкретизируют их поведение в области предельно низких частот.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РАДИОСПЕКТРОВ, ВЫВОДЫ

**Дева А(3С 274).** Рассмотрим, прежде всего, радиоспектр Девы А (3С 274). Как известно, этот источник, отождествляемый с эллиптической галактикой M 87 (NGC 4486), характеризуется наличием ядра и радиогало. В диапазоне 10–178 МГц его спектр описывается степенной функцией  $S_f \propto f^{-\alpha}$  со спектральным индексом  $\alpha = 0,76 \pm 0,03$ . При этом основной вклад ( $\geq 80\%$ ) в интегральный поток даёт радиогало, имеющее более крутой, чем у ядра, радиоспектр. Рентгеновские наблюдения показывают, что M 87 окружена областью разреженного (электронная концентрация  $n \sim 0,06$  см<sup>-3</sup>) горячего (температура  $T \geq 10^6$  К) ионизованного газа с радиусом  $\sim 90$  кпк, примерно вдвое превосходящим радиус гало. Ввиду разреженности и высокой температуры ионизованного газа

вблизи М 87 его оптическая толщина  $\tau$  на рассматриваемых частотах ничтожно мала. Слабо проявляется в поглощении в направлении на 3С 274 (галактическая широта  $b = 75^\circ$ ) также и Галактика:  $\tau_{5,6} \leq 0,05$  [16].

Низкочастотный радиоспектр 3С 274 действительно не обнаруживает заметной отрицательной кривизны вплоть до частоты 5,6 МГц (см. рис. 3). Без больших погрешностей можно утверждать поэтому, что наши наблюдения дают оценку потока эмиссионного радиоизлучения гало М 87 в длинноволновой части декаметрового диапазона волн.

Спектр радиогало М 87 по результатам вычитания вклада ядра из интегрального потока на частотах 101,158 и 408 МГц [13] и наблюдений на ВДР-300 представлен на рис. 3 (пунктирная кривая). Как видно из рисунка, его крутизна монотонно уменьшается с понижением частоты, причём разность  $\alpha$  в интервалах 5,6–30 МГц и 158–408 МГц составляет  $\simeq 0,3$ . Таким образом, низкочастотные данные существенно дополняют сведения о характере инжекционного спектра радиоизлучающих электронов 3С 274, что представляет значительный интерес для анализа эволюции этого радиоисточника.

**Лебедь А (3С 405).** В отличие от Девы А спектр радиогалактики Лебедь А имеет отрицательную кривизну во всём декаметровом диапазоне с максимумом вблизи  $f = 22$  МГц (рис. 4). Радиоструктура источника довольно сложна. Наиболее замечательной особенностью является наличие двух расположенных на одной линии с ядром активной галактики радиолепестков, имеющих горячие пятна на внешних краях. Вклад пятен в интегральный поток уменьшается с понижением  $f$  и уже на частоте 150 МГц не превышает 10%; лепестки на этой частоте довольно симметричны, полная протяжённость каждого составляет  $30'' \times 65''$  ( $\sim 32$  кпк  $\times 70$  кпк) [14].

Напряжённость магнитного поля  $B_{eq}$  из условия равнораспределения энергий магнитного поля и космических лучей в Лебеде А составляет  $\sim 50$  мкГс. Радиополяризационные наблюдения свидетельствуют о наличии в источнике ионизованного газа с  $n = 0,05 \text{ см}^{-3}$ , вокруг него имеется также область более разреженного ( $n = 0,005 \text{ см}^{-3}$ ) горячего ( $T = 5 \cdot 10^5 \text{ К}$ ) газа с масштабом  $\sim 100$  кпк. Ниже рассматриваются две наиболее реальные причины завала радиоспектра 3С 405 в области  $f \leq 20$  МГц: синхротронная реабсорбция в источнике и тормозное поглощение в нашей Галактике. (Два других известных механизма низкочастотной депрессии — Разин-эффект с характерной частотой  $\sim 80 n/B$  и обрезание энергетического спектра — менее вероятны. Первый в условиях источника должен проявляться на гораздо более низких частотах  $\leq 100$  кГц; второй даёт  $S_f \propto f^{0.33}$ , что не обеспечивает наблюдаемую скорость депрессии спектра).

Наблюданная плотность потока  $S_f$  однородного источника синхро-

тронного радиоизлучения с угловым диаметром  $\theta$  связана с напряжённостью его магнитного поля  $B$  и мерой эмиссии ионизованного газа на пути от источника  $ME$  выражениями [15]:

$$S_f = S_{of} e^{-\tau_f}, \quad (1)$$

$$S_{of} = 5,6 \cdot 10^{-27} \theta^2 B^{-0,5} f^{2,5} (1 - e^{-\tau_f^{sa}}), \quad (2)$$

$$\tau_f = 0,88 \cdot T^{-1,35} f^{-2,1} ME, \quad (3)$$

$$\tau_f^{sa} \propto f^{-3,21} \quad (4)$$

где  $\tau_f^{sa}$  и  $\tau_f$  — соответственно, оптические толщи реабсорбции и тормозного поглощения,  $S_{of}$  в  $\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ,  $\theta$  — в секундах дуги,  $B$  в  $\mu\text{Гц}$ ,  $ME$  — в  $\text{см}^{-6} \cdot \text{пк}$ ,  $T$  в ед.  $8000 \text{ K}$ ,  $f$  в  $\text{МГц}$ ; численный коэффициент в (2) и показатель степени в (4) записаны для спектрального индекса  $\alpha = 0,71$ .

Заметим прежде всего, что данные наблюдений могут быть объяснены в модели поглащающего экрана в отсутствие синхротронной реабсорбции:  $\tau_f^{sa} = 0$ ,  $\tau_{8,9} = 2,2$ . Такая интерпретация, однако, вряд ли является правильной, поскольку признаки ССП — уплощение спектра горячих пятен — начинают проявляться в структуре источника уже вблизи  $150 \text{ МГц}$  [14]. Попытка объяснения наблюдаемого спектра только синхротронным самопоглощением ( $\tau_f = 0$ ) приводит к противоречию с данными наблюдений на частоте  $5,6 \text{ МГц}$  (кривая 2 рис. 4).

Более правильным поэту явлется подход, допускающий совместное проявление обоих рассматриваемых эффектов низкочастотной депрессии. Процедура аппроксимации данных наблюдений для Лебедя А в диапазоне  $5,6$ – $178 \text{ МГц}$  с помощью выражений (1)–(4) (кривая 1 рис. 4) даёт  $\tau_{8,9} = 1,3$ ,  $\tau_{8,9}^{sa} = 2,7$ , откуда из (3) следует  $ME = 145T^{1,35} \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}$ .

Полученное значение  $ME$  хорошо согласуется с оценкой  $ME(T=8000 \text{ K}) = 95 \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}$  в направлении Лебедя А из обзора на излучения галактического ионизованного газа [16, 17]. После поправок на экстинкцию на излучения в межзвёздной пыли с характерной длиной 1 кпк эта величина должна быть увеличена примерно в 1,5 раза. Здесь учтено, что основной вклад в меру эмиссии в направлении на источник (галактические координаты  $l=75^\circ$ ,  $b=5^\circ$ ) даёт комплекс Лебедь X с размерами  $\sim 0,5 \text{ кпк}$ , находящийся на расстоянии  $\sim 1,2 \text{ кпк}$  от Солнца.

Эмиссионный спектр Лебедя А после редукции на межзвёздное поглощение с  $\tau_{8,9} = 1,3$  представлен на рис. 4 кривой 3. Сопоставление его с теоретическим выражением (2) даёт связь между угловыми размерами и магнитным полем источника:

$$\theta^2 = 220 \cdot B^{0,5}. \quad (5)$$

Для характерного значения  $B_{eq} = 50$  мкГс угловая площадь радиолепестка по уровню 0,5 равна  $\sim 1550$  кв.сек., что примерно в четыре раза больше наблюдаемой на частоте 150 МГц [14].

Погрешности измерений  $S_f$  допускают, вообще говоря, некоторые вариации результатов фиттинга. Оценка оптической толщины в направлении Лебедя А при этом может быть только увеличена, поскольку величина  $\tau_{8,9} = 1,3$  вполне обеспечивается, как было отмечено выше, уже межзвездной средой на пути до комплекса Лебедь X. Из (1)–(4) нетрудно видеть, что гипотетическое повышение роли поглощающего экрана, например, за счёт более удалённых областей Галактики или газовой оболочки радиогалактики Лебедь А приводит, к увеличению численного коэффициента в (5) и, следовательно, к усилению отмеченного рассогласования оценок  $\theta$ .

Сопоставление радиокарт источника на частотах 150 и 2700 МГц действительно свидетельствует о некотором увеличении размеров радиолепестков с понижением частоты наблюдения [14]. Это расплывание, однако, происходит по направлению к ядру оптической галактики почти без изменения общей протяжённости радиоисточника. При сохранении этой тенденции ожидать дальнейшего роста площади источника в декаметровом диапазоне нет оснований, так как уже на частоте 150 МГц внутренние края радиолепестков фактически смыкаются.

Полученный нами результат следует поэтому рассматривать, скорее всего, как независимое указание на то, что напряжённость магнитного поля в радиолепестках Лебедя А существенно (в 10–15 раз) слабее, чем это даёт условие равенства его энергии с энергией космических лучей. Такая картина, по-видимому, характерна для молодых радиоисточников с хорошо наблюдаемыми выбросами из активного ядра, условия в которых ещё далеки от стационарных.

**Крабовидная туманность (3С 144).** Интерес к низкочастотному радиоизлучению этого молодого остатка сверхновой в значительной мере обусловлен наличием в нём компактного радиоисточника (КР) с аномально крутым спектром, отождествляемого с пульсаром PSR 0531+21 (NP 0532).

Радиоспектр полного потока Крабовидной туманности S(3С 144) на частотах 300–35000 МГц характеризуется практически постоянным наклоном (в масштабе  $\lg S - \lg f$ ) со спектральным индексом  $\alpha = 0,28 \pm 0,01$  [11]. В декаметровом диапазоне становится заметной его отрицательная кривизна, обусловленная нарастающим вкладом компактного радиоисточника. Согласно интерферометрическим наблюдениям спектральный индекс последнего  $\alpha'$  в диапазоне 16,7–121,5 МГц равен  $2,09 \pm 0,04$  [6]; на частотах  $f \leq 16$  МГц вклад КР в S(3С 144) становится доминирующим (см. рис. 5). Сказанное позволяет рассматривать интегральный радиопоток 3С 144 как сумму двух компонент  $S'$  и  $S''$ , отвечающих, соответственно,

компактному радиоисточнику и крупномасштабной структуре туманности.

Рассмотрим прежде всего частоту 5,6 МГц, где без больших погрешностей можно положить  $S(3C\ 144) \approx S'$ . Наблюдаемый поток здесь всего лишь в 1,4 раза ниже ожидаемого при экстраполяции спектра КР из области  $f \geq 20$  МГц с  $\alpha' = 2,09 = \text{const}(f)$ . Этот дефицит естественное всего связать с тепловым поглощением радиоволн на пути до компактного радиоисточника. Соответствующая оптическая толщина  $\tau'_{5,6} = 0,33$ ; она определяется, вообще говоря, как межзвездной средой, так и оболочкой сверхновой.

Сопоставим оценку  $\tau'_{5,6}$  с ожидаемой оптической толщиной МЗС в направлении источника  $\tau_f$ . В работе [18] при обсуждении спектра 3C 144 на частотах выше 10 МГц использовалась оценка  $\tau_{10} = 0,6$ , полученная из анализа наблюдаемой кривизны низкочастотных радиоспектров дискретных источников в квазиоднородной модели поглощающего диска Галактики.

После редукции измеренных значений  $S_{5,6}$  и  $S_{8,9}$  на поглощение с фактором  $\exp[-\tau_f = 0,6 \cdot (10/f(\text{МГц}))^{2,1}]$  спектральный индекс КР в диапазоне 5,6–8,9 МГц равен 4,5, оставаясь практически неизменным (2,09) на частоте выше 16,7 МГц. Столь быстрое увеличение наклона спектра в узком частотном интервале нетипично для космических радиоисточников, и оценка  $\tau_f$  в [18], скорее всего, завышена. Причиной этого, на наш взгляд, является наличие в МЗС сильных пространственных вариаций коэффициента поглощения, которые могут дать существенную ошибку при оценке  $\tau_f$  в направлении отдельного источника по результатам статистических подсчетов.

Более адекватную оценку  $\tau_f$  можно получить из наблюдений  $H_\alpha$  излучения Орионова рукава. Карта распределения его интенсивности даёт для позиции Крабовидной туманности меру эмиссии  $10 \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}$  [16], что при температуре газа 6000 К отвечает  $\tau_{5,6} = 0,35$  (см. (3)). При расстоянии  $\sim 2000$  пк туманность должна находиться на внутреннем крае рукава Персея, вклад которого в  $\tau_f$ , следовательно, невелик. Учёт межрукавного пространства с коэффициентом поглощения  $\leq 0,05 \text{ кпк}^{-1}$  на частоте 5,6 МГц [19] может увеличить  $\tau'_{5,6}$  (МЗС) в направлении на 3C 144 до  $\leq 0,4$ .

Таким образом, наблюдаемое поведение спектра Крабовидной туманности на предельно низких частотах хорошо объясняется поглощением в межзвездной среде в предположении  $\alpha' = 2,09 = \text{const}(f)$ . Это означает также, что ионизованный газ оболочки Крабовидной туманности не проявляется в поглощении радиоизлучения компактного источника вплоть до  $f = 5,6$  МГц, если только исключить катастрофическое увеличение наклона спектра последнего на частотах ниже 10 МГц.

Рассмотрим теперь крупномасштабную структуру туманности,

спектр которой  $S''_f$  может быть найден как разность  $S_f - S'_f$ . Пример такого разделения после редукции  $S_f$  на межзвёздное поглощение при  $S'_f = 7,8 \cdot 10^5 f(M\text{Гц})^{-2,09}$  Вт/Гц·м<sup>2</sup> приведён на рис. 5. Спектр  $S''_f$  имеет широкий максимум вблизи  $f_{\max} = 35$  МГц. Погрешности измерений не позволяют предсказать его точное поведение в области ниже 15 МГц. Можно заключить, тем не менее, что убывание потока с частотой наблюдения происходит по закону  $S''_f \propto f$  или быстрее.

Уплощение спектра  $S''_f$  в декаметровом диапазоне впервые было отмечено в [20]. В качестве его возможного механизма в этой работе указывалось на обрыв энергетического спектра радиоизлучающих электронов со стороны низких энергий. Из рис. 5 видно, однако, что спектр  $S''_f$  имеет более крутой наклон, чем ожидается в этом случае ( $f^{0,33}$ ).

Физические условия в туманности в аморфной массе туманности ( $n \leq 0,1 \text{ см}^{-3}$ ,  $B \simeq 500 \text{ мкГс}$  [21]) исключают также эффект плотности и синхротронную реабсорбцию как возможную причину обсуждаемого завала спектра  $S''_f$ . Его единственным реалистичным механизмом при этом остаётся тепловое поглощение радиоволн.

На наш взгляд, оно может быть обеспечено слабыми эмиссионными волокнами Крабовидной туманности. Как известно (см. [21]), их общая протяжённость составляет около  $4 \cdot 10^4$  сек. дуги, электронная концентрация газа в них  $\sim 150 \text{ см}^{-3}$ , температура  $\sim 10^4 \text{ К}$ . При толщине  $\sim 0,01$  пк волокна занимают около 3% объёма туманности, их среднее число на луче зрения близко к единице.

Такая структура поглащающего газа обеспечивает значительные вариации оптической толщи по лимбу ЗС 144. Это снимает кажущееся противоречие между относительно высоким значением  $f_{\max} = 35$  МГц в спектре крупномасштабной структуры и отмеченным выше слабым влиянием оболочки туманности на спектр компактного радиоисточника вплоть до 5,6 МГц (при однородном распределении газа с оптической толщиной, обеспечивающей  $f_{\max} = 35$  МГц, источник был бы не наблюдаем на ВДР-300).

Эффективная оптическая толща среды с редкими поглащающими неоднородностями  $\tau_f^{\text{эфф}}$  растёт с понижением частоты медленнее, чем по закону "обратного квадрата" [22]. Её величина определяется оптической толщиной среднестатистической неоднородности  $\tau_f^o \propto f^{-2,1}$  и их числом на луче зрения  $K = pL/l$ , где  $p$  — коэффициент заполнения объёма,  $L$  — протяжённость области поглощения,  $l$  — характерный размер неоднородности. В области высоких частот ( $\tau_f^o \ll 1$ )  $\tau_f^{\text{эфф}} = K\tau_f^o$ , при  $\tau_f^o \geq 1$  эффективная толща  $\tau_f^{\text{эфф}} = K \ln(1,78 \tau_f^o)$ .

Как показала процедура аппроксимации, спектр  $S''_f$  (кривая 2 рис. 5) удовлетворительно объясняется в модели неоднородного поглащающего экрана (закон поглощения  $e^{-\tau_f^{\text{эфф}}}$ ) при  $\tau_f^o = 250 \cdot f^{-2,1}$  и  $K = 1$ . Для  $T = 1,1 \cdot 10^4 \text{ К}$  мера эмиссии среднестатистического волокна

$ME = 390 \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}$  (см. (3)). Эти значения  $ME$ ,  $T$  и  $K$  хорошо согласуются с параметрами слабых эмиссионных волокон Крабовидной туманности.

Предложенная интерпретация спектра крупномасштабной структуры  $S_f''$  позволяет уточнить физические условия в Крабовидной туманности и может оказаться полезной при анализе радиоизлучения остатков сверхновых I типа. Вместе с тем, данные наблюдений на ВДР-300 увеличивают оценку светимости компактного радиоисточника Крабовидной туманности в радиодиапазоне как минимум до  $5 \cdot 10^{32}$  эрг/сек, что составляет около 6% от оптической светимости пульсара PSR 0531.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены результаты наблюдений мощных дискретных радиоисточников 3С 144, 3С 274 и 3С 405 в малоизученной длинноволновой части декаметрового диапазона на радиотелескопе ВДР-300. Определены абсолютные значения их плотности потока на частотах 5,6 и 8,9 МГц и уточнён характер низкочастотных радиоспектров этих источников.

С учётом данных о радиоструктуре и физических условиях в радиогалактиках Лебедь А, Дева А и остатке сверхновой Крабовидная туманность установлены новые, ранее неизвестные особенности спектров радиокомпонент рассматриваемых источников.

Установлено, в частности, что уменьшение наклона радиогало Девы А с понижением  $f$ , наблюдаемое в дециметровом и метровом диапазонах волн, практически прекращается на частотах  $f \leq 20$  МГц, что даёт оценку спектрального индекса инжекционного спектра радиоизлучающих электронов этой радиогалактики  $\gamma = 2,5$ .

После редукции на поглощение в Галактике с мерой эмиссии  $ME = 145 \text{ см}^{-6} \cdot \text{пк}$  радиоспектр Лебедя А обнаруживает поведение, типичное для синхротронных радиоисточников с самопоглощением при частоте максимума вблизи 14 МГц. Расчёты по стандартным формулам для источников с реабсорбией указывают на более слабое, чем в условиях равнораспределения, магнитное поле радиолепестков Лебедя А, если их угловые размеры на декаметровых волнах остаются такими же, как в метровом диапазоне.

Наклон спектра компактного радиоисточника в Крабовидной туманности практически не уменьшается в длинноволновой части декаметрового диапазона волн ( $\alpha' \simeq 2,1$ ); его радиосветимость на частотах  $\geq 5,6$  МГц составляет примерно 6% от оптической светимости пульсара PSR 0531, с которым этот источник обычно отождествляется. Подтверждён вывод об уплощении спектра крупномасштабной радиоструктуры остатка сверхновой Крабовидная туманность вблизи 35 МГц; показано, что его поведение хорошо объясняется тепловым поглощением в слабых эмиссионных волокнах туманности.

Автор выражает благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы (гранты № 93-02-17073 и № 96-08-18508).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Коробков Ю. С. // Астрон. ж., 1967. Т. 44. № 5. С. 981.
2. Parthasarasy R. // Science, 1967. V. 158. P. 1449.
3. Тараков А. Ф. и Токарев Ю. В. // Письма в АЖ, 1993. Т. 19. № 8. С. 142.
4. Белов И. Ф., Зюзин В. А., Комраков Г. П., Никонов В. А., Тараков А. Ф., Токарев Ю. В., Юрищев М. А. — В кн.: Метрологическое обеспечение антенных измерений. Тез. докл. 3 Всесоюзн. конф. по антенным измерениям. Ереван, 1984. С. 135.
5. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Пашкова Г. Р. // Геомагнетизм и аэрономия, 1971. Т. 11. № 5. С. 914.
6. Bobeiko A. L., Bovkoon V. P., Braude S. Ya., Megn A. V., and Sergienko Yu. Yu. // Astrophys. and Space Science, 1979. V. 6. P. 211.
7. Bridle A. H., Purton C. R. // Astronom. J., 1968. V. 73. № 8. P. 717.
8. Roger R. S., Cosnain C. H., and Lacey J. D. // Astron. J., 1969. № 1368. P. 366.
9. Roger R. S., Bridle A. H., Costain C. H. // Astronom. J., 1973. V. 78. № 10. P. 1030.
10. Kellerman K. I., Pauliny-Toth I. I. K., Williams P. J. S. // Astroph. J., 1969. V. 157. № 1. Part 1. P. 1.
11. Baars W. M., Genzel R., Pauliny-Toth I. I. K., and Witzel W. // Astron. Astrophys., 1977. V. 61. № 1. P. 99.
12. Braude S. Ya., Megn A. V., Rashkovski S. L., Ryabov B. P., Sharykin N. K., Sokolov K. P., Tkatchenko A. P., and Zhouk I. N. // Astroph. Space Sci., 1978. V. 54. P. 37.
13. Andernach H., Baker J. R., von Kap-herr A., and Wielebinski R. // Astron. Astrophys., 1979. V. 74. № 1. P. 93.
14. Winter A. J. et all. // Month. Not. RAS, 1980. V. 192. P. 931.
15. Каплан С. А., Пикельнер С. Б. Межзвездная среда. — М.: Наука,
16. Reinolds R. J., Roesler F. L., and Sherb F. // Astroph. J., 1974. V. 192. № 2. Pt. 2. P. L53.
17. Reinolds R. J. // Astroph. J., 1983. V. 268. № 2. Pt. 1. P. L698.
18. Bridle A. H. // Nature, 1970. V. 225. № 5237. P. 1035.
19. Fleishman G. D. and Tokarev Yu. V. // Astronomy and Astrophysics, 1995. V. 293. № 1. P. 565.

20. Бовкун В. П. // Астрон. ж., 1979. Т. 56. С. 699.
21. Шкловский И. С. Сверхновые звезды. — М.: Наука, 1976. 480 с.
22. Токарев Ю. В. // Астрон. ж., 1971. Т. 48. Вып. 3. С. 710.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
12 декабря 1995 г.

**LOW-FREQUENCY RADIO SPECTRA OF CRAB NEBULA, VIRGO A  
AND CYGNUS A**

*Yu. V. Tokarev*

The results of flux density absolute measurements of discrete radio sources 3C 144, 3C 274 and 3C 405 at frequencies 5.6 and 8.9 MHz have been presented. New data are used in the discussion of low-frequency radio spectra of Huse sources to specify physical conditions in radio galaxies Virgo A, Cygnus A and supernova remnant Crab Nebula.

# EXCITATION OF PLASMA WAVES BY AN EXTERNALLY APPLIED ELECTROMAGNETIC WAVE TO A NONUNIFORM CLASSICAL PLASMA

*Ling-huai Li<sup>1,2</sup>, Masaru Matsuoka<sup>1</sup>, and He-qi Zhang<sup>2</sup>*

Radiation-driven plasma wave equations (RWE's) are derived from the basic dynamical plasma equations through restraining the external radiation source terms and significant nonlinear terms under the simplified assumptions used by Zakharov [1]. Excitation processes of the transverse plasma waves, Langmuir waves plasma waves by an externally applied electromagnetic wave to a nonuniform unmagnetized plasma are investigated by means of rough numerical simulations based on RWE's. The results show that the amplitude of the transverse plasma waves are sensitive to their effective damping rate and that the radiation-induced density profile modification looks like a step, which are in qualitative agreement with analytical results.

## 1. INTRODUCTION

Plasmas are potentially unstable dynamical systems. When such a system is in the state of thermodynamical equilibrium, various plasma waves such as Langmuir waves, transverse plasma waves and ion acoustic waves in a unmagnetized plasma are of thermal noise level. When some externally supplied free energy source such as electromagnetic wave beams or electron beams is present, plasma waves can be excited up to a much higher level and then nonlinear interactions among them will become important. In this paper we are about to investigate excitation of plasma waves by an externally applied electromagnetic wave to a nonuniform classical plasma.

The physical prototype of radiation-excited plasma waves is that a plane-layered plasma is illuminated by an externally applied electromagnetic radiation coming from its low density end with frequency of  $\omega_0 \leq \omega_c$ , where  $\omega_c$  is the maximal plasma frequency of the inhomogeneous plasma. Laser-plasma, microwave-plasma and ionospheric heating experiments as well as some astrophysical situations pertain to this prototype. Suppose that the plasma is in the state of thermodynamic equilibrium before an electromagnetic wave is applied, then there exist transverse plasma waves, Langmuir waves and ion acoustic waves only of thermal noise level in the plasma. A basic question is: How will these waves be gradually excited up to a finite level after an electromagnetic wave is applied?

Conventionally, excitation of the transverse plasma waves by an externally applied electromagnetic wave is treated as a propagation problem of the applied electromagnetic wave in the plasma that is considered to be a linear

medium [2]. However, this classical book did not answer one of the questions proposed above: How will the transverse plasma waves be gradually excited up to a finite level after the electromagnetic wave is applied? We have not found the answer in the other literature, either. Langmuir waves can be excited not only directly by the applied electromagnetic wave but also indirectly by the having-been-excited transverse plasma waves. These two aspects have been studied extensively. For the direct process, see [3–6] and references cited therein. For the indirect process, see, for example, [7–9] and references cited therein. Direct conversion of electromagnetic waves to electrostatic waves occurs because net charges appear when the applied electromagnetic field drives electrons to move along the density gradient. Parametric instability dominates in indirect processes, of which parametric decay instability and modulational instability are important. Doolen et al. [10] discover that nucleation is also an important indirect conversion mechanism. These processes have been incorporated in a set of extended Zakharov equations by Los Alamos group (theoretical division, Los Alamos National Laboratory) and some other authors (see references cited in [7]). Plasma turbulence controlled by these equations is called as strong Langmuir turbulence (SLT), which will reduce to weak Langmuir turbulence (WLT) under the weak field approximation [11]. Ion acoustic waves cannot be excited directly by the applied electromagnetic wave, but can be driven indirectly by the ponderomotive force of the induced transverse plasma waves and/or Langmuir waves.

Since the classical book written by Ginzburg [2] did not describe excitation processes of plasma waves, and the literature seldom discussed these processes in detail, it is worth to investigate them by generalizing Ginzburg's work [2]. We start from reexamining one of the approximations used in the book: the external currents and charges are omitted from the Maxwell equations. The stated reason is "since we shall consider only fields outside sources (e.g. aerials)", see p.13 of the book. Many authors [3–6, 12] have gone beyond this approximation. In the next section, we try to demonstrate that the source terms should be retained for our purpose. The excitation processes of the high-frequency transverse plasma waves and Langmuir waves are investigated numerically in §3 and §4, respectively. A brief discussion will be placed in the last section.

## 2. RADIATION-DRIVEN WAVE EQUATIONS

The basic dynamical plasma equations with external currents and charges can be written symbolically as follows:

$$B(f, \mathbf{E}_{tot}, \mathbf{B}_{tot}) = 0, \quad (1)$$

$$M(\mathbf{E}_{tot}, \mathbf{B}_{tot}; \rho_{pl} + \rho_{ext}, \mathbf{j}_{pl} + \mathbf{j}_{ext}) = 0, \quad (2)$$

which are equivalent to Eq.(2.1) of Ginzburg [2], where the external current density  $j_{ext}$  and charge density  $\rho_{ext}$  locate in the aerials, the total electric displacement  $D'$  has been replaced by the total electric field  $E_{tot}$  and the induced current  $j_{pl}$  in the plasma. The external current density and charge density have been omitted in the classical book [2]. In order to judge if they can be omitted, the best way is to take them into account first and then to see if their effects can be neglected. We will do so below.

In order to do with the external currents and charges we utilize the fact that the Maxwell equation is linear: if  $E_i$  is generated by  $j_i$  and  $\rho_i$ , where  $i = 1, \dots, n$ , then  $E_{tot} = \sum_{i=1}^n E_i$  is generated by the total currents  $j_{tot} = \sum_{i=1}^n j_i$  and charges  $\rho_{tot} = \sum_{i=1}^n \rho_i$ . In other words, electromagnetic fields obey the superposition principle. According to this principle, if  $E_{pl}$  and  $E_{ext}$  are assumed to be generated by  $j_{pl}$ ,  $\rho_{pl}$  and  $j_{ext}$ ,  $\rho_{ext}$  respectively, then the Maxwell equation (2) can be decomposed into two component equations [12]:

$$M(E_{ext}, B_{ext}; j_{ext}, \rho_{ext}) = 0, \quad (3)$$

$$M(E_{pl}, B_{pl}; j_{pl}, \rho_{pl}) = 0, \quad (4)$$

where  $E_{tot} = E_{pl} + E_{ext}$  and  $B_{tot} = B_{pl} + B_{ext}$ . Since the external currents and charges are regarded as given independent of  $E_{tot}$  and  $B_{tot}$ , see the statement below Eq.(2.1) of Ginzburg [2], the external fields  $E_{ext}$  and  $B_{ext}$  are independent of the plasma fields  $E_{pl}$  and  $B_{pl}$  and thus can be regarded as given. The former are the so-called vacuum fields in the literature.

In fact, Eq.(3) can be solved by using scalar and vector potentials according to radiative theory [13, 14]. The resultant potentials are the retarded ones called as the Liénard-Wiechart potentials, see (3.7) of Rybicki and Lightman [14]. If we consider only the radiation field far away from the sources (e.g., aerials), the dipole approximation is suitable and the radiation field  $E_{rad}$  or  $E_{ext}$  can be represented by the following formula, see (3.22) of Rybicki and Lightman [14]:

$$E_{ext}(R, t) = \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times [\dot{\mathbf{J}}])}{c^2 R}, \quad (5)$$

where  $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$  is the (mean) unitary vector of the field point with respect to the sources,  $\mathbf{J} = \int_V j_{ext} d\mathbf{r}'$  is the total source current and the dot over  $\mathbf{J}$  means time differentiation, the notation  $[\dot{\mathbf{J}}]$  means that  $\dot{\mathbf{J}}$  is to be evaluated at the retarded time

$$[\dot{\mathbf{J}}] \equiv \dot{\mathbf{J}}(t - \frac{R}{c}).$$

If the source current is assumed to be monochromatic,  $\mathbf{J} = J_0 \sin(\omega_0 t)$ , the solution of Eq.(3) can be written as follows:

$$E_{ext}(R, t) = \frac{a J_0}{R} \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R}), \quad (6)$$

where  $\mathbf{a} = \omega_0 \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \hat{\mathbf{J}}_0)/c^2$ ,  $k_0 = \omega_0/c$ ,  $\hat{\mathbf{J}}_0 = \mathbf{J}_0/J_0$ .

The basic dynamical plasma equations now reduce to (1) and (4), in which  $\mathbf{E}_{tot} = \mathbf{E}_{pl} + \mathbf{E}_{ext}$  where  $\mathbf{E}_{ext}$  is given by (6) while  $\mathbf{E}_{pl}$  is determined by the induced currents  $\mathbf{j}_{pl}$  and charges  $\rho_{pl}$  in the plasma. The external currents take a role through generating the induced currents  $\mathbf{j}_{pl}$  in terms of the fields  $\mathbf{E}_{ext}$  and  $\mathbf{B}_{ext}$ . In order to simplify these equations we use two-fluid hydrodynamic plasma equations or velocity moment equations to approximate the Boltzmann equation.

The lowest order moment equations are the particle conservation equations [15, 16]

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{V}_\alpha) = 0, \quad (7)$$

where  $\alpha = i, e$ . The second ones are the momentum transport equations

$$\frac{d\mathbf{V}_\alpha}{dt} = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} [\mathbf{E}^{tot} + \mathbf{V}_\alpha \times \mathbf{B}^{tot}] - \frac{\lambda_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \nabla(n_\alpha T_\alpha) + \nu_c \mathbf{V}_\alpha, \quad (8)$$

where  $\nu_c$  stands for collisional damping,  $\lambda_\alpha$  is the ratio of specific heat at constant pressure over that at constant volume, which can be determined phenomenologically. The third moment equations are the energy transport equations, which can be represented by the following thermal energy balance equations:

$$\frac{3}{2} n_e \frac{dT_e}{dt} = Q_e - \nabla \cdot (\kappa_e \nabla T_e) - n_e \nu_{ei} (T_e - T_i) - n_e \nu_{en} T_e, \quad (9)$$

$$\frac{3}{2} n_i \frac{dT_i}{dt} = Q_i - \nabla \cdot (\kappa_i \nabla T_i) - n_i \nu_{ie} (T_i - T_e) - n_i \nu_{in} T_i, \quad (10)$$

where  $\nu_{ei} = \nu_{ee}$ ,  $\nu_{ie} = 2(m/M)\nu_{ee}$ ,  $\kappa_e = \frac{5}{2} n_e T_e / (m \nu_e)$  and  $\kappa_i = \frac{5}{2} n_i T_i / (M \nu_i)$  are the electron-ion collision frequency, ion-electron collision frequency, thermal conductivity coefficients of electron fluid and ion fluid, respectively, with  $\nu_e \equiv \nu_{ee} + \nu_{ei} \approx 2\nu_{ee}$  and  $\nu_i \equiv \nu_{ii} + \nu_{ie} \approx \nu_{ii} = \frac{1}{\sqrt{2}}(m/M)^{1/2}(T_e/T_i)^{3/2}\nu_{ee}$ ,

$$\nu_{ee} = (4\pi\epsilon_0)^2 \frac{4\sqrt{2\pi} n_e e^4}{3 m_e^{1/2} T_e^{3/2}} \ln \Lambda, \quad (11)$$

in which we have assumed that the charge number of an ion is unity,  $\Lambda = 4\pi(\epsilon_0 T_e)^{3/2} / (n_e^{1/2} e^3)$  is the plasma parameter.  $Q_e$  and  $Q_i$  represent wave energy absorbed by electrons and ions.

The literature [1, 9, 17, 18] have shown that the two-fluid description of a plasma can be simplified substantially under some (plausible) approximation assumptions. For a classical unmagnetized plasma, since an ion is much heavier than an electron, the ion-fluid timescale  $\tau_i \sim \omega_{pi}^{-1}$  is much longer than the electron-fluid timescale  $\tau_e \sim \omega_{pe}^{-1}$ . So, it is plausible to assume that the average of fast timescale quantities over the slow timescale vanishes. This is the so-called two-timescale approximation. Another approximation is the so-called quasi-monochromatic approximation:

$$A_f = \frac{1}{2}\{A \exp(-\omega_0 t) + A^* \exp(\omega_0 t)\}, \quad (12)$$

where  $A_f$  stands for a fast-varying quantity while  $A$  is its complex envelope or amplitude,  $A^*$  is the complex conjugate of  $A$ . If we further assume that (1) the low frequency perturbation density  $|\delta n|$  is much less than the background plasma density  $n_0$  everywhere, (2) the characteristic wavenumber  $k$  of all excited waves is much less than the electron Debye wavenumber  $k_{De}$ , (3) the wave energy density  $W = \epsilon_0 E^2 / n_0 \kappa T_e \ll k_{De}/k$  and (4)  $T_e = \text{const.}$  and  $T_i = \text{const.}$ , through separating the fast-varying quantities and the lowly-varying ones by following the literature, we obtain

$$\begin{aligned} \frac{2i}{\omega_0} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{3V_{Te}^2}{\omega_0^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{c^2}{\omega_0^2} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} \\ + \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} + i \frac{\nu_e}{\omega_0}\right) \mathbf{E} = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \mathbf{E}_0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_i * \frac{\partial}{\partial t} - C_s^2 \nabla^2 \right) \delta n = n_0 \epsilon_0 \nabla^2 \frac{|\mathbf{E}|^2}{4m_i n_p}, \quad (14)$$

where  $V_{Te}^2 = T_e/m_e$ ,  $\omega_{pe} = \epsilon_0(n_0 + \delta n)e^2/m_e$ ,  $C_s^2 = (T_e + 3T_i)/m_i$ .  $\mathbf{E}$  and  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{a} J_0 \exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{R})/R$  with  $k_0 = \omega_0/c$  are complex envelopes of the induced electric field and the electric field generated by the external source currents, respectively. Symbol '\*' stands for convolution product.  $n_0$  is the background density profile, while  $\delta n$  is the density modification caused by heater  $\mathbf{E}_{ext}$ .

Eqs.(13) and (14) are the simplified radiation-driven plasma wave equations (RWE's), which contain the following ingredients: the applied electromagnetic wave (the right-hand side term of Eq. (13)), Langmuir wave (the second l.h.s. term of Eq. (13)), transverse plasma wave (the third l.h.s. term of Eq. (13)) and ion acoustic wave (the third l.h.s. term of Eq. (14)), density inhomogeneity and dampings of high frequency waves (the fourth l.h.s. term of Eq. (13)) and low frequency waves (the second l.h.s. term of Eq. (14) and ponderomotive force (the r.h.s. term of Eq. (14)). Therefore, they are generalization of Ginzburg's wave equation (16.1), Zakharov's Langmuir wave equations [1], Thornhill and ter Haar's wave equations [9] and Morales and Lee's

Langmuir wave equations [6] as well. In fact, RWE's reduce to Ginzburg's wave equation (16.1) if we omit all nonlinear terms, the source term and the time-differential term, to Zakharov equations if we omit the source term, perform dievergence operation on (13) and then integrate back, to Thornhill and ter Haar's if we omit the source term, to Morales and Lee's if we project (13) on the direction defined by the plasma density gradient.

In these equations two-timescale difficulty has been resolved through coarse-graining the fast-timescale quantities by using the slowly varying complex envelope of fast varying electric field to replace the fast varying electric field. However, the two-spacescale difficulty remains because the transverse plasma waves of long wavelength and Langmuir waves of short wavelength couple closely. Although it is in principle possible to numerically solve such a two-spacescale problem, it is memory-occupying and time-consuming when the plasma temperature is very low and thus  $c \gg V_{Te}$ , see [19] for an algorithm. In order to resolve the two-spacescale problem, we should separate transverse plasma waves and Langmuir waves [12]. The key point is that  $\mathbf{E}$  in RWE's satisfies:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^t + \mathbf{E}^l, \quad \langle \mathbf{E}^t \rangle \approx \mathbf{E}^t, \quad \langle \mathbf{E}^l \rangle \approx 0, \quad (15)$$

which leads to

$$\delta n = n^t + n^l, \quad \langle n^t \rangle \approx n^t, \quad \langle n^l \rangle \approx 0 \quad (16)$$

where the symbol  $\langle \rangle$  represents space averaging. This decomposition implies that the space scale over which the average is made should be much larger than the characteristic wavelength of Langmuir waves so that  $\langle \mathbf{E}^l \rangle = 0$  and much smaller than the characteristic wavelength of the transverse plasma waves so that  $\langle \mathbf{E}^t \rangle = \mathbf{E}^t$  at the same time. As a result,  $\langle \text{RWE}'s \rangle$  can be written explicitly as follows:

$$\begin{aligned} \frac{2i}{\omega_0} \frac{\partial \mathbf{E}^t}{\partial t} - \frac{c^2}{\omega_0^2} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}^t + \left(1 - \frac{n_0}{n_c} - \frac{n^t}{n_c} + i \frac{\nu_e}{\omega}\right) \mathbf{E}^t \\ = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \mathbf{E}_0 + \frac{1}{n_c} \langle n^l \mathbf{E}^l \rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_i * \frac{\partial}{\partial t} - C_s^2 \nabla^2\right) n^t = \frac{n_c \epsilon_0}{4m_i n_0} \nabla^2 (|\mathbf{E}^t|^2 + \langle |\mathbf{E}^l|^2 \rangle), \quad (18)$$

where  $n_c$  is defined by  $\omega_0 = \epsilon_0 n_c e^2 / m_e$ . Subtracting these equations from RWE's respectively, we obtain the following Langmuir wave equations:

$$\begin{aligned} \frac{2i}{\omega_0} \frac{\partial \mathbf{E}^l}{\partial t} + \frac{3V_{Te}^2}{\omega_0^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{E}^l - \left(\frac{n^t + n^l}{n_c} + i \frac{\nu_e}{\omega}\right) \mathbf{E}^l \\ = \frac{1}{n_c} n^l \mathbf{E}^t - \frac{1}{n_c} \langle n^l \mathbf{E}^l \rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_i * \frac{\partial}{\partial t} - C_s^2 \nabla^2) n^l = \frac{n_c \epsilon_0}{4m_i n_0} \nabla^2 (\mathbf{E}^{l*} \cdot \mathbf{E}^t + \mathbf{E}^l \cdot \mathbf{E}^{t*}). \quad (20)$$

We shall use these equations to investigate excitation processes of transverse plasma wave, Langmuir waves and ion acoustic waves below.

### 3. EXCITATION OF TRANSVERSE PLASMA WAVES

For the sake of simplicity, we assume a linear plane-layered density profile  $n_0/n_c = 1 + z/L$ , where  $L$  is the scalelength. If we further omit the coupling term between  $\mathbf{E}^t$  and  $\mathbf{E}^l$  (otherwise, see [12] and introduce the following nonuniform medium scaling [6]:

$$\begin{aligned} \xi &= (k_t L)^{2/3} (Z/L), \quad \tau = (k_t L)^{-2/3} (\omega t / 2), \\ n &= (k_t L)^{-4/3} (E_{0x}^2 / n_c T_e)^{-1} (n^t / n_c), \\ A &= (k_t L)^{-2/3} (E_x / E_{0x}), \quad k_t^{-2} = (c/\omega)^2, \end{aligned} \quad (21)$$

Eqs. (17) and (18) can be rewritten as follows

$$i \frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + (i\Gamma_e - \xi - pn) A = 1, \quad (22)$$

$$(V^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \Gamma_i * \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}) n = \frac{\partial^2 |A|^2}{\partial \xi^2}. \quad (23)$$

Here  $\Gamma$ ,  $V$  and  $p$  are the dimensionless parameters:

$$\begin{aligned} \Gamma_{e(i)} &= (k_t L)^{2/3} (\nu_{e(i)}/\omega), \\ V^2 &= (k_t L)^{-2/3} (m_i/m_e)(1/4)(c^2/V_{Te}^2), \\ p &= (k_t L)^2 (\epsilon_0 E_{0x}^2 / n_c T_e), \end{aligned} \quad (24)$$

which will determine properties of solutions. When  $L$ ,  $T_e$ ,  $m_i/m_e$  and  $\omega$  are given,  $p$  depends not only on the characteristic wavenumber  $k_t$  as  $\Gamma$  and  $V$  do, but also on  $E_{0x}$ .

The role played by  $\Gamma$  is very important. This can be seen from the following energy conservation equation derived from Eq. (22):

$$\frac{\partial |A|^2}{\partial \tau} = \Gamma_e |A|^2 - Im A. \quad (25)$$

$\Gamma_e |A|^2$  and  $Im A$  represent the wave energy dissipation caused by damping  $\nu_e$  and the wave energy input determined by  $E_{0x}$ , respectively. The latter is

active and the former is passive. These two processes balance for the steady state solution:  $\Gamma_e |A|^2 = \text{Im} A$  or  $\nu_e |E_x|^2 = \omega E_{0x} \text{Im} E_x$  in unrescaled physical units. This relation implies that  $|E_x|$  will increase with decrease of  $\nu_e$  when the external field is fixed and that  $|E_x|$  will increase with the external field when the damping is fixed. When  $\nu_e$  is very small and/or the external field is sufficiently intense, such a detail balance is likely to be destroyed. These have been verified by numerical solutions as will be presented below.

We use a second-order explicit pseudo-spectral algorithm [20] to solve Eqs.(22) and (23). In order to attenuate influence of the periodic boundary condition assumed by this numerical method, we use a plasma slab whose width is large enough so that the dynamical processes do not reach the edges. In the numerical experiments presented in this paper we shall take use of typical ionosphere modification experiment parameters:  $L = 5 \cdot 10^4$  m,  $T_e = 2 \cdot 10^3$  K,  $M/m = 4 \cdot 10^4$ ,  $n_c = 3.25 \cdot 10^{11}$  m<sup>-3</sup> and  $\omega = 2\pi 5.1$  MHz.

### 3.1. Linear process

Under the linear approximation with  $p = 0$ ,  $V$  does not play a role because the electric field equation decouples with the density perturbation equation. What is important in this case is the collision frequency  $\nu_e$ , which will determine the asymptotic patterns as well as the transient processes. Fig. 1 shows the asymptotic patterns for (a)  $\nu_e/\omega_p = 1 \cdot 10^{-2}$ , (b)  $4 \cdot 10^{-3}$ , (c)  $1 \cdot 10^{-3}$  and (d)  $2 \cdot 10^{-4}$ . Case a is of strong damping and case d is of weak damping.

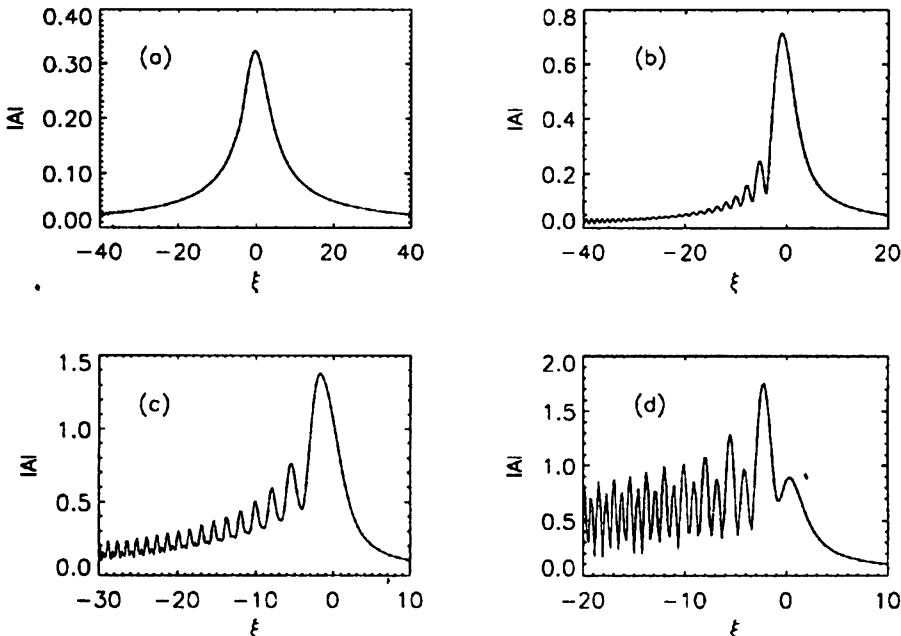


Fig. 1. Changes of asymptotic pattern of the transverse plasma waves with electron collision frequencies (a)  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-2}$ , (b)  $4 \cdot 10^{-3}$ , (c)  $1 \cdot 10^{-3}$  and (d)  $2 \cdot 10^{-4}$ .

From a to d not only does the number of standing wave maxima increase but also the maximal value increases, as have been predicted by the energy conservation principle discussed above. Fig. 1c is similar to the Airy pattern, but the swelling at the first maximum is about two orders of magnitude with respect to the externally applied electric field. In contrast, the swelling with respect to the lower boundary value is less than one order of magnitude. This may imply that the transverse electric field and/or the wave energy loss in the lower ionospheric region (c.g., D-region) had been underestimated in ionospheric modification experiments. In fact, some explanations neglected such a loss in order to ensure that the threshold value of certain parametric instability had been surpassed. In light of the result obtained here it can be seen that the threshold will be exceeded even if the external field strength were reduced by one order of magnitude due to absorption along the ray path.

Figs. 2-5 show the excitation processes of the transvere plasma wave with different collision dampings in decreasing order and demonstrate that the weaker the damping is the stronger the steady state electric field is and the longer the transient time is. This transient process demonstrates that a large of amount of input electromagnetic wave energy will be deposited in the plasma in the form of the transverse plasma waves. Release of the deposited energy may explain overshoot phenomena. Another feature of the linear results is that wavelength of the transverse plasma wave decreases as  $\xi$  decreases as it should be in view of the linear dispersion relation of such a wave. It will be seen below that this feature will play a important role in the nonlinear evolution process of long time.

Although these results are obtained by assuming  $p = 0$ , we find that they also hold good if  $\tau < 100$  and  $p < 3 \cdot 10^4$  ( $W_0 < 1 \cdot 10^{-3}$ ) for case a,  $p < 3 \cdot 10^3$  ( $W_0 < 1 \cdot 10^{-4}$ ) for case b,  $p < 3 \cdot 10^2$  ( $W_0 < 1 \cdot 10^{-5}$ ) for case c,  $p < 3 \cdot 10^1$  ( $W_0 < 1 \cdot 10^{-6}$ ) for case d, in which the density perturbation caused by the ponderomotive force of the transverse plasma waves does not have time to develop. As a matter of fact, our numerical simulations show that the so-called asymptotic pattern obtained here is also a transient pattern when  $p$  is large and/or the time after onset of the heater is sufficient long.

### 3.2. Nonlinear effects

The linear approximation holds well only when the externally applied electromagnetic field is very weak and/or the integration time is very short so that the nonlinear parameter  $p$  is very small and/or the perturbation density  $n$  is very small. However, the linear density profile will be modified gradually due to ponderomotive force of the excited transverse plasma waves. Of cause, the modified density profile will redistribute the transverse plasma wave field. This is one of the main nonlinear processes. It should be noted that  $n$  also represents ion acoustic waves driven by the ponderomotive force of the trans-

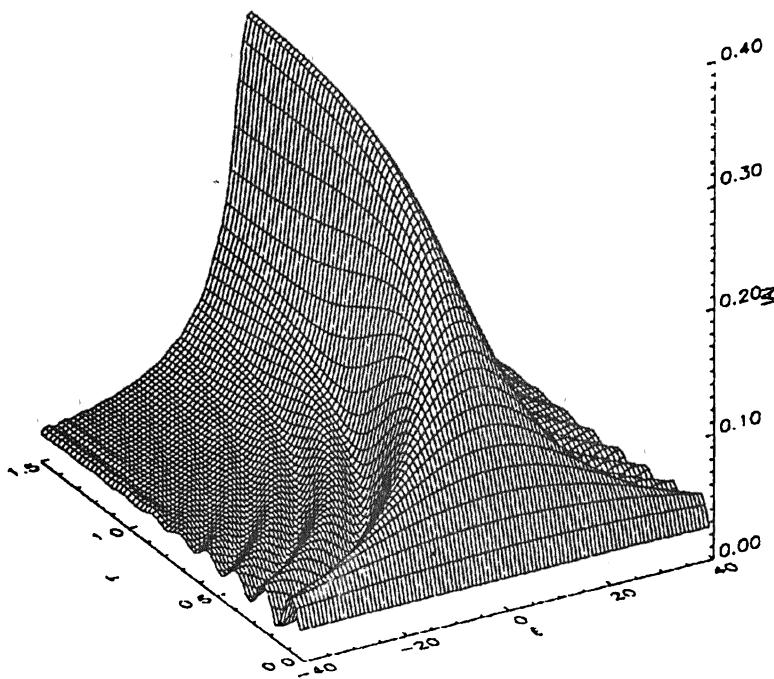


Fig. 2. Transient process of transverse plasma wave excitation with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-2}$ .

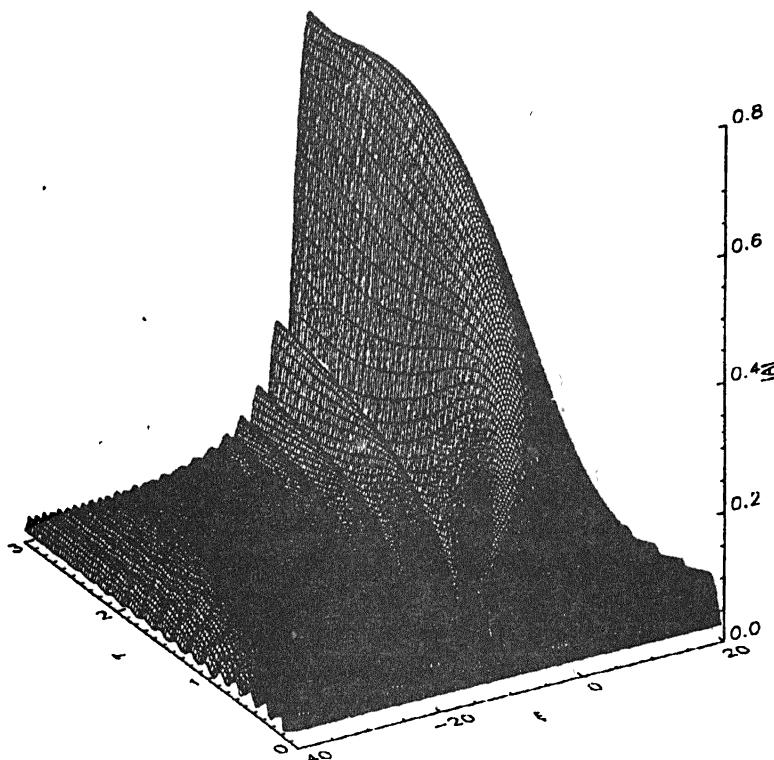


Fig. 3. Transient process of transverse plasma wave excitation with  $\nu_e/\omega = 4 \cdot 10^{-3}$ .

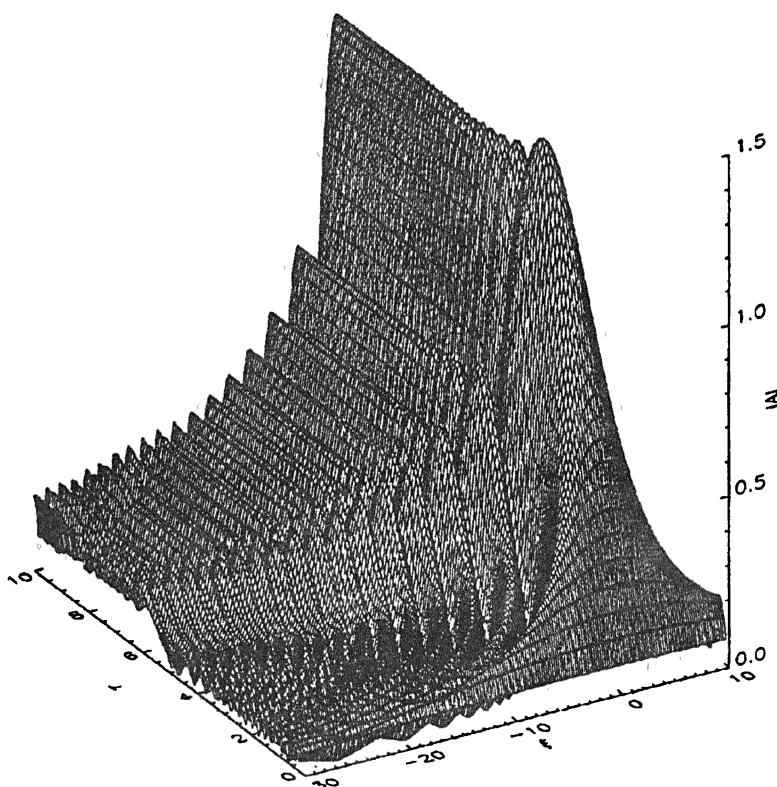


Fig. 4. Transient process of transverse plasma wave excitation with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-3}$ .

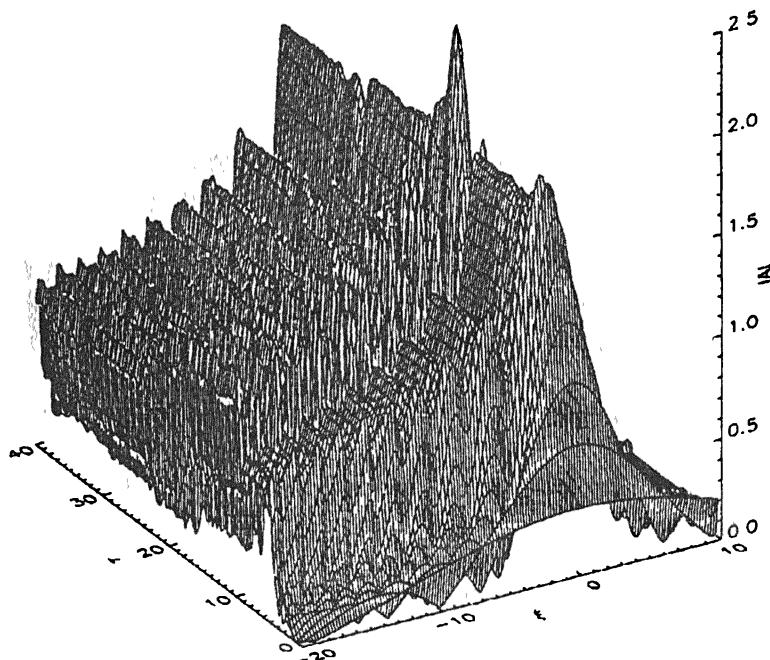


Fig. 5. Transient process of transverse plasma wave excitation with  $\nu_e/\omega = 2 \cdot 10^{-4}$ .

verse plasma waves. Another nonlinear process is the indirect excitation of the Langmuir waves by the transverse plasma waves and has been studied extensively with inhomogeneous effects neglected in the literature as was pointed out above, which will be discussed in the next section by taking into account some inhomogeneous effects.

From numerical experiments it is found that the nonlinear process will be affected by the following physical factors: (i) heating time length  $\tau_h$ , (ii) the applied external electric field strength  $E_{0x}$  ( $W_0$ ), (iii) damping rate of the transverse plasma wave  $\Gamma_e$  ( $\nu_e/\omega$ ) and (iv) Landau damping rate of ion acoustic waves  $\Gamma_i$  ( $T_e/T_i$ ).

### 3.2.1. Integration effect

For the sake of simplicity, we assume a continuum wave heating. As a result, the time factor can be simulated by using different integration times  $\tau_h$  and fixing the other factors like this:  $W_0 = 1 \cdot 10^{-5}$ ,  $\nu_e/\omega = 2 \cdot 10^{-4}$  and  $T_e/T_i = 2$ .

Figs. 6 and 7 depict  $|A(\xi, \tau)|$  and  $n(\xi, \tau)$  with  $\tau_h = 500$ , respectively. So do Figs. 8 and 9 but with  $\tau_h = 1 \cdot 10^5$ . The first pair of figures clearly illustrate effect of density profile modification on spatial distribution of the transverse plasma wave field:  $|A(\xi, \tau)|$  reduces to linear pattern (see Fig. 5 before the ponderomotive force of the transverse plasma wave has time long enough to modify the density profile ( $\tau < 100$ )). Obviously, another quasi-steady state ensues while the density perturbation  $n(\xi, \tau)$  grows gradually and the transverse plasma wave field becomes weaker since part of energy content of the transverse plasma wave transfers to ion acoustic wave energy. The second pair of figures demonstrate that the excitation region of the transverse plasma wave and ion acoustic wave upshift gradually, which can be seen more clearly from Fig. 10, snapshots with  $\tau = 5 \cdot 10^2$  (the top row) and  $1 \cdot 10^5$  (the bottom row). The cause is that we have assumed strong Landau damping of the ion acoustic waves: The density perturbation at the low density end will be damped out first because ion acoustic wavenumber there is largest. As a result, plasma will be expelled into the high density region and the resonance point(s) upshifts. Using typical ionspheric F-region parameters cited above, the length unit is about 150 m, the time unit is about 0.2  $\mu$ s,  $E_{0x} \approx 30$  V/m if  $W_0 = 1$ . Therefore, Fig. 10 shows that the resonance point upshifts about 1.5 km at about  $t = 2$  s with  $E_{0x} \approx 0.1$  V/m. This effect implies that when the unperturbed reflection altitude is close to the critical altitude of the ionosphere and the ion plasma temperature is not much lower than the electron plasma temperature the reflection altitude will upshift up to the critical altitude and remain there for some time because the expelled plasma will leak out there. Consequently, some parametric processes may take place at the critical level rather than at the unperturbed reflection level.

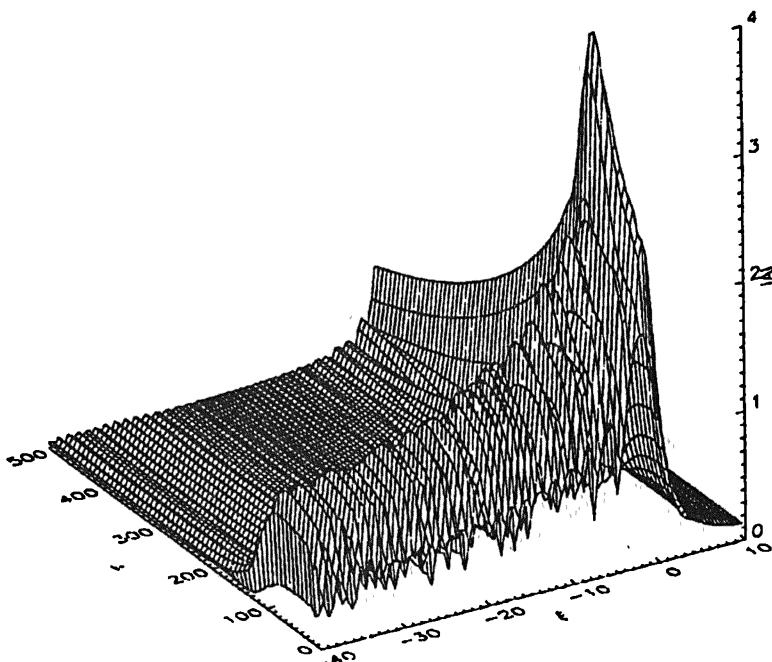


Fig. 6. Nonlinear evolution of the transverse plasma wave with  $W_{0x} = 1 \cdot 10^{-5}$ ,  $\nu_e/\omega = 2 \cdot 10^{-4}$  and  $T_e/T_i = 2$ .

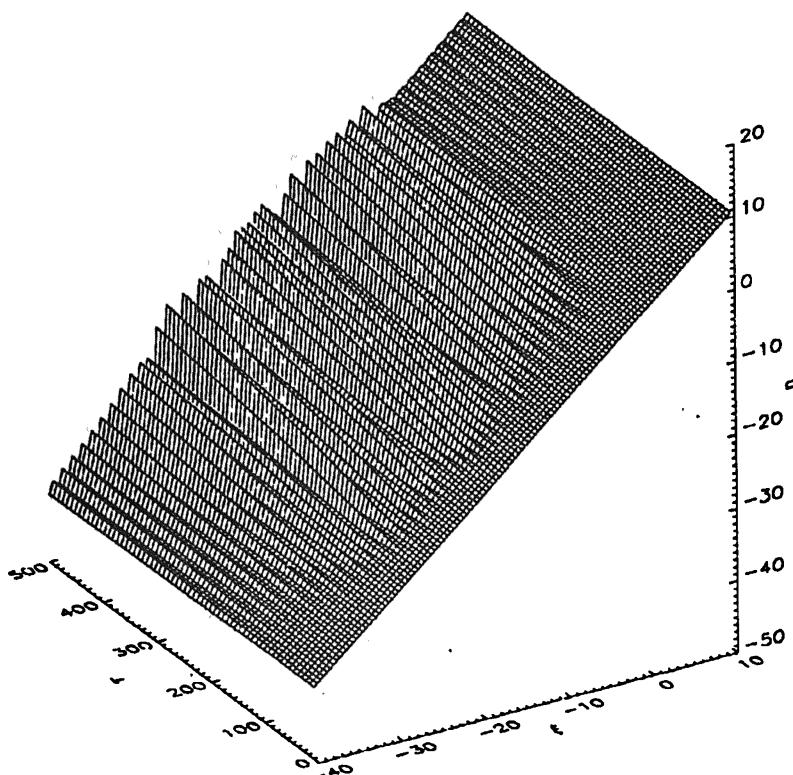


Fig. 7. Evolution of large scale density perturbation induced by the transverse plasma waves with the same parameters as used in Fig. 6.

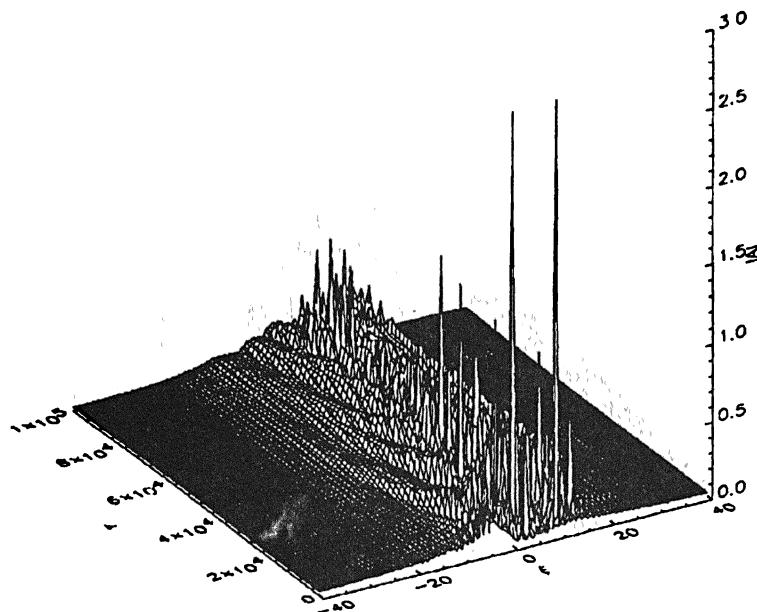


Fig. 8. Same as Fig. 6 but with longer heating time.

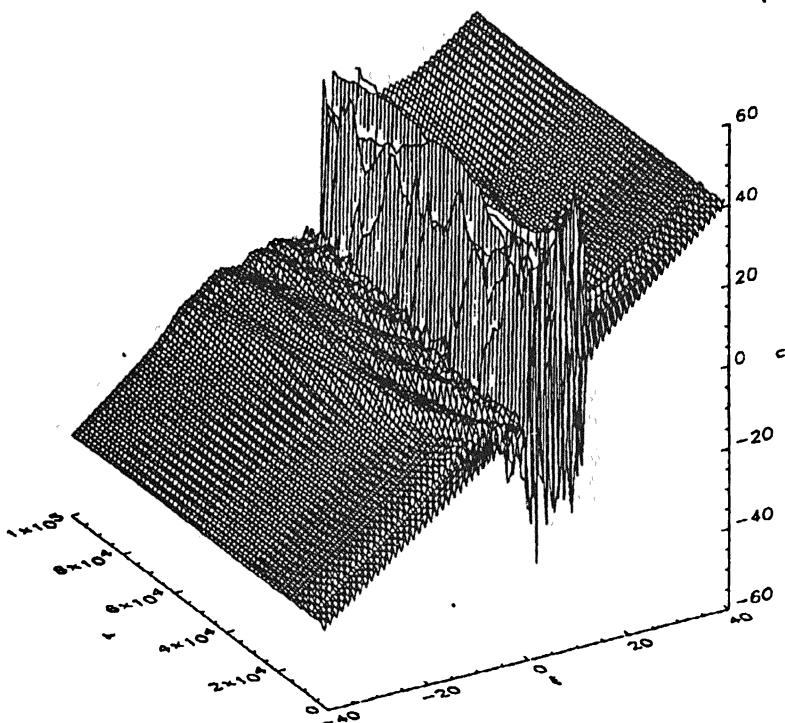


Fig. 9. Same as Fig. 7 but with longer heating time.

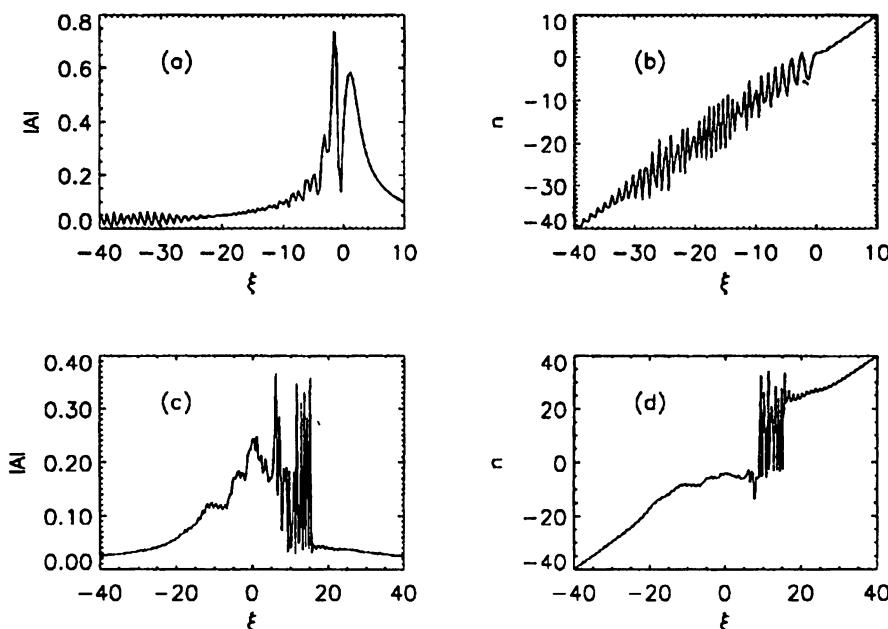


Fig. 10. Same as Figs. 8 and 9 except that snapshots of  $|A(\xi, \tau)|$  and  $n(\xi, \tau)$  at times  $\tau = 500$  (top panel) and  $1 \cdot 10^5$  (bottom panel) are depicted.

### 3.2.2. Damping effect of ion acoustic waves

$T_e/T_i$  determines Landau damping rate of ion acoustic waves and thus determines response of density perturbation to the ponderomotive force of the transverse plasma waves. This can be investigated by using different temperature ratios and fixing the other parameters like above. Numerical experiments reveal that  $\Gamma_i$  has little effect on the nonlinear evolution when  $\tau_1 = 5 \cdot 10^2$  but plays an important role when  $\tau_2 = 1 \cdot 10^5$ . The reason for the former is that this time interval is less than the characteristic damping timescale. Fig. 11 shows  $n(\xi, \tau_2)$  with (a)  $T_e/T_i = 4$ , (b) 8, (c) 12 and (d) 16, which demonstrates the latter. This figure clearly reveals that the amplitude and range of density profile modification increase as  $T_e/T_i$  increases and that the modification not only downshifts but also upshifts with respect to the original reflection altitude. From numerical experiments we find out that upshift of density perturbation will be suppressed by some nonlinear unperturbed density profile. This implies that it is likely to be too rough to use linear density profile approximation when the large scale behaviours are concerned.

When a plasma is heated by the externally applied electromagnetic wave, electrons are heated first. In other words, the heating process will modify the temperature ratio of electron fluid over ion fluid gradually. This implies that plasma turbulence will gradually shift away from the original reflection altitude if the input power of the applied electromagnetic wave exceeds certain threshold value so that the heating effect substantially raise the temperatur

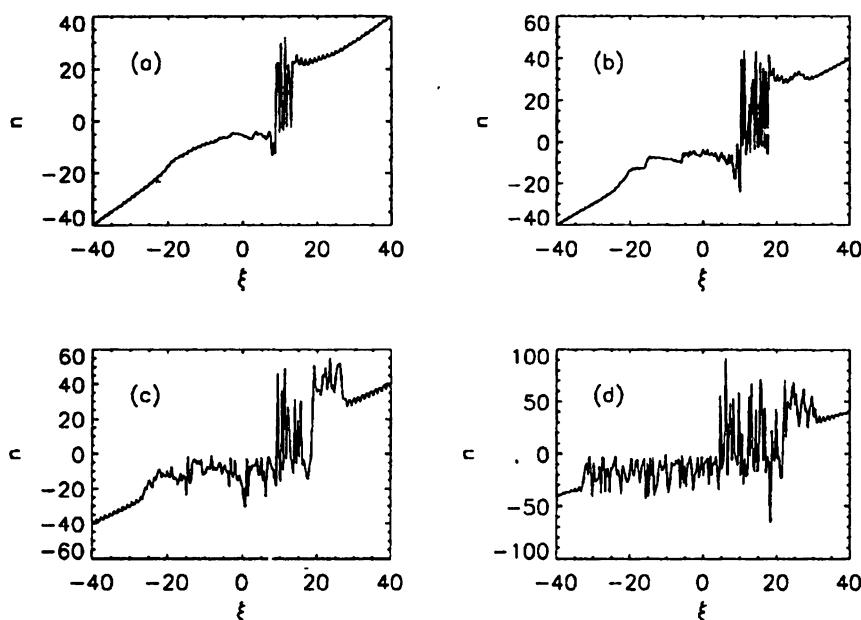


Fig. 11. Changes of large scale density perturbations with the ratio of electrom plasma temperature over ion plasma temperature: (a)  $T_e/T_i = 4$ , (b) 8, (c) 12 and (d) 16.

ratio. Since absorption of incident wave energy takes place in the actual resonance region, modified  $T_e/T_i$  is not uniform. As a result, the transport process of heat energy must become important in this case.

### 3.2.3. Damping effect of the transverse plasma waves

Beside collision damping, conversion of the transverse plasma waves to the Langmuir waves and ion acoustic waves forms anomalous damping of the transverse plasma waves when parametric instability threshold values are exceeded. DuBois et al. [7] have pointed out that the average term  $\langle n^l E^l \rangle / n_c$  appeared in Eq. (17) embodies the anomalous damping. Generally speaking, the anomalous damping is more effective than the collision damping. In this paper, we only discuss the collision damping.

In previous subsection we have shown that the weaker the collision damping is the stronger the steady state electric field is and the longer the transient time is in the linear case. In the nonlinear case we have the similar conclusion: the weaker the total damping is the stronger both the excited transverse wave field and density profile modification are. Since the anomalous damping is nonlinear, this conclusion implies that Langmuir turbulence is likely to be excited by the transverse plasma waves in an intermittent way. At the early excitation phase of the transverse plasma waves after onset of the electromagnetic wave source the main damping mechanism is the collision damping, the transverse

plasma waves can be excited up to a high level if the collision damping is weak and/or the applied electromagnetic wave field is sufficiently intense so that the parametric instability threshold value is exceeded, then Langmuir turbulence ensues and the anomalous damping cuts in. If the anomalous damping is sufficiently heavy, the excited transverse plasma wave field will not exceed the threshold field and thus Langmuir turbulence will fade away and the anomalous damping cease to take a role. Consequently, new cycle follows. Of course, if the illumination intensity is fairly high so that the intermittent time is very short, the intermittency is not likely to be discerned.

It is well known that the total collision frequency in a two-component plasma is the sum of electron-electron collision frequency and electron-ion collision frequency and is approximately equal to double electron-electron collision frequency, which depends on electron plasma temperature:

$$\nu_e = \nu_{ee} + \nu_{ei} \approx 2\nu_{ee} = 2(4\pi\epsilon_0)^2 \frac{4\sqrt{2\pi}n_e e^4}{3m_e^{1/2} T_e^{3/2}} \ln \Lambda, \quad (26)$$

where  $\Lambda = 4\pi(\epsilon_0 T_e)^{3/2}/(n_e^{1/2} e^3)$  is the plasma parameter. This dependence relation can be approximated as  $\nu_e \propto T_e^{-3/2}$ . Obviously, the collision frequency will decrease up to one third of the original value if the plasma temperature doubles. Fig. 1 shows that the first maximum strength of the asymptotic transverse plasma wave field will double or even triple. This implies that Langmuir turbulence is easy to be excited through parametric processes indirectly by the externally applied electromagnetic radiation if the plasma is preheated by the electromagnetic wave or a weaker electromagnetic wave. This effect naturally provides us with an explanation to dependence of plasma line enhancement on HF pulse length and ionosphere preconditioning [21].

### 3.2.4. Illumination intensity effect

The externally applied electromagnetic wave is the free energy source of all linear and nonlinear effects in the electromagnetic wave heating experiment. It will be senseless to talk about all those effects discussed above without the free energy source, if it is the unique energy source. Therefore, it is the most important physical factor in all radiation heating experiments in this sense. The illumination intensity will determine which process plays a role and which effect dominates. Generally speaking, the higher illumination intensity is, the larger the density profile modification is if the integration time is fixed. Without taking into account other nonlinear effects such as wave-mode conversion, particle transport, energy balance and thermal energy transport we cannot go into the details. What we can ensure at this stage is that the small density perturbation approximation widely used in the existing strong plasma turbulence theories, including our RWE's, will become invalid if the illumination intensity is sufficiently high.

The excited transverse plasma waves in a plasma can escape from the plasma to form electromagnetic emission. The background density profile will generate the main radiation component of incident frequency and the heater-generated density perturbation may generate some sidebands. Usually, such sidebands are called as SEE, which was for the first time discovered by Thidé et al. [22] in ionospheric modification experiments near Tromsø, Norway. Eq. (17) shows that the Langmuir waves can be converted to the transverse plasma wave with the help of both the large scale regular inhomogeneity and small scale density perturbation induced by ponderomotive force of the Langmuir waves. The latter has been used to explain the downshifted peak (DP) feature by Stubbe et al. [23]. Density profile modification is another important nonlinear phenomenon, which has been observed by [24].

#### 4. EXCITATION OF THE LANGMUIR WAVES

The Langmuir waves can be excited not only directly by the electric field component  $E_{0z}$  of the externally applied electromagnetic wave along the density gradient direction but also indirectly by the transverse plasma wave excited by the electric field component of the external field transverse to the density gradient direction. The former is called as direct excitation, while the latter is named as indirect excitation.

##### 4.1. Direct excitation

In order to investigate direct excitation of the Langmuir waves, we have to project Eq.(13) on the direction defined by the density gradient. If we substitute  $3V_{Te}^2$  for  $c^2$  in the above nonuniform medium scaling, as was done by Morales and Lee in their original work [6], the projected equation and its coupling equation can be rewritten as follows:

$$i\frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + (i\Gamma_e - \xi - pn)A = q(\xi + pn), \quad (27)$$

$$(V^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \Gamma_i * \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2})n = \frac{\partial^2 |A|^2}{\partial \xi^2}. \quad (28)$$

Here  $\Gamma$ ,  $V$ ,  $p$  and  $q$  are the dimensionless parameters:

$$\begin{aligned} \Gamma_{e(i)} &= (k_l L)^{2/3} (\nu_{e(i)}/\omega), \\ V^2 &= (k_l L)^{-2/3} (M/m)(3/4), \\ p &= (k_l L)^2 (\epsilon_0 E_{0z}^2 / n_c T_e), \quad q = (k_l L)^{-2/3}. \end{aligned} \quad (29)$$

Here  $k_l^2 = 3(V_{Te}/c)^2$ . It should be noted that the pure spatially uniform term has been neglected in order to guarantee that  $A = (k_l L)^{-2/3}(E_z/E_{0z})$  is longitudinal and that the transverse waves have been ignored.

This pair of equations imply a linear conversion process (the first r.h.s. term of the first equation) and a direct conversion process (the second r.h.s. term of the same equation). For the former the density perturbation is assumed to be self-consistent, while for the latter the density perturbation is assumed to be preexisting.

#### 4.1.1. Linear conversion

Numerical experiments reveal that this process also depends on  $\nu_e$ ,  $\nu_i$  and  $E_{0z}$ . Fig. 12 with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-3}$  and Fig. 13 with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-4}$  show dependence of  $A(\xi, \tau)$  on  $\nu_e$ . Fig. 13 with  $W_{0z} = 1 \cdot 10^{-3}$  and Fig. 14 with  $W_{0z} = 1 \cdot 10^{-2}$  show dependence of  $|A(\xi, \tau)|$  on  $E_{0z}$ . Fig. 14 with  $T_e/T_i = 2$  and Fig. 15 with  $T_e/T_i = 10$  show dependence of  $|A(\xi, \tau)|$  on  $\nu_i$ . Density perturbation cannot be excited and thus the process is linear when  $W_{0z} \leq 10^{-4}$ . Fig. 16 shows the typical density perturbation with  $W_{0z} = 10^{-3}$ . As  $W_{0z}$  and/or heating time and/or  $T_e/T_i$  increases, density perturbation increases and the process will become chaotic. From these figures it can be seen that the characteristic feature of this process is that it cannot take place at the unperturbed resonant point if density perturbation has not developed there. This is implied by the controlling equations:  $z = 0$  at the resonance point and thus the driving term vanishes there. Although the driving term is proportional to  $z$ , the larger  $|z|$  is, the more efficient the linear conversion is not. The reason is that this process is also controlled by the resonance factor. Another feature of the linear conversion process is that the smaller the inhomogeneity scalelength  $L$  is, the more efficient it is. This can be seen from the rescaling equation, in which the linear conversion term  $q\xi = z/L$  is still inversely proportional to  $L$  even though the equation has been rescaled in terms of  $L$ . This has been confirmed by microwave experiments [25].

#### 4.1.2. Direct conversion

Linear conversion and direct conversion are same in essence: both are caused by preexisting density inhomogeneity. The only distinction is that the former is caused by the small scale inhomogeneity  $\delta n$  while the latter is caused by the large scale inhomogeneity  $z/L$ , where  $n_p = n_c(1 + z/L + \delta n/n_c)$ . Numerical experiments reveal that the direct conversion depends on  $\nu_e$  and  $\nu_i$ , in addition to  $\delta n$ , but weakly on  $E_{0z}$ . Fig. 17 with  $\delta n_k \propto \exp(-i2\pi\theta_k)$ , where  $\theta_k \in [0, 1]$  is random, and Fig. 18 with  $\delta n_k = 0$  except at  $k_0 \neq 0$  show dependence of  $|A(\xi, \tau)|$  on the preexisting density irregularities depicted in Figs. 19 and 20 respectively, in which the induced density perturbations have been included in. Fig. 21 with  $\nu_c/\omega = 1 \cdot 10^{-3}$  and Fig. 17 with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-4}$  show dependence of  $|A(\xi, \tau)|$  on  $\nu_e$ . Fig. 17 with  $T_e/T_i = 2$  and

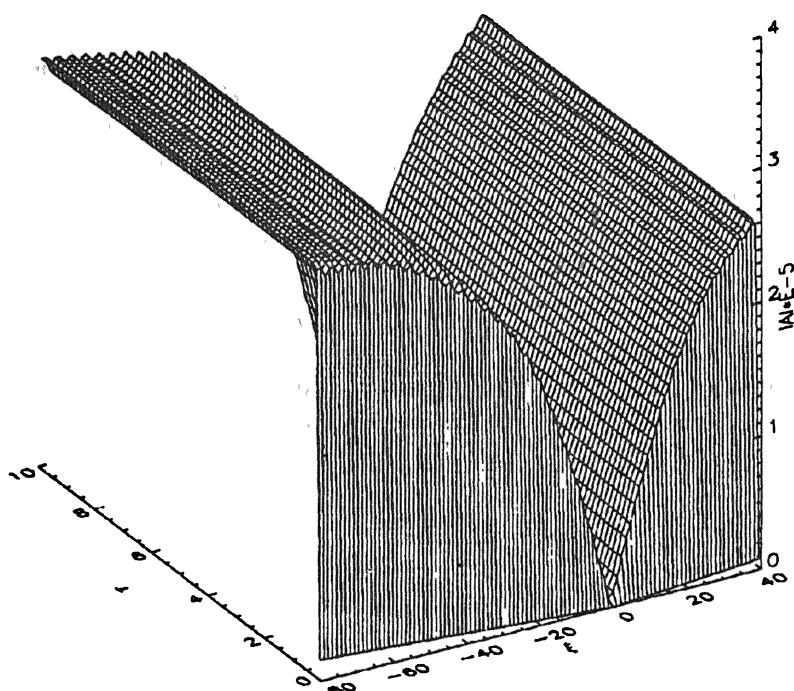


Fig. 12. Direct excitation of Langmuir waves by means of linear conversion of the externally applied electromagnetic wave with  $W_{0z} = 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $T_e/T_i = 2$  and  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-3}$ .

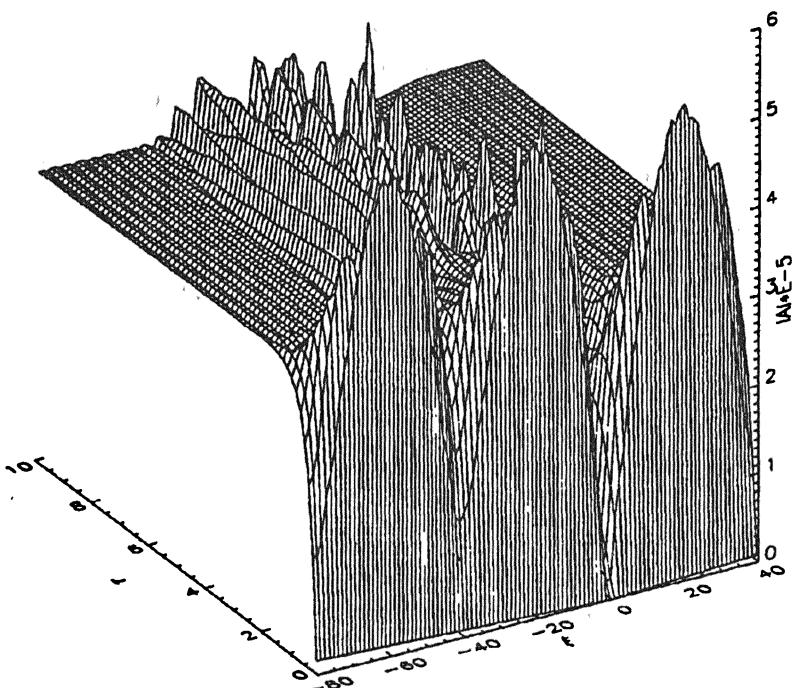


Fig. 13. Same as Fig. 12 but with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-4}$ .

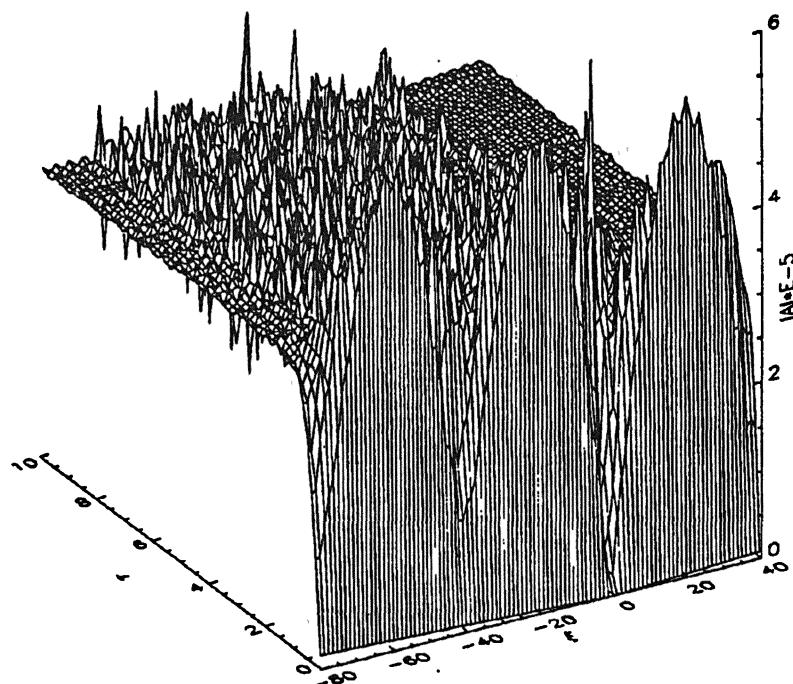


Fig. 14. Same as Fig. 13 but with  $W_{0z} = 1 \cdot 10^{-2}$ .

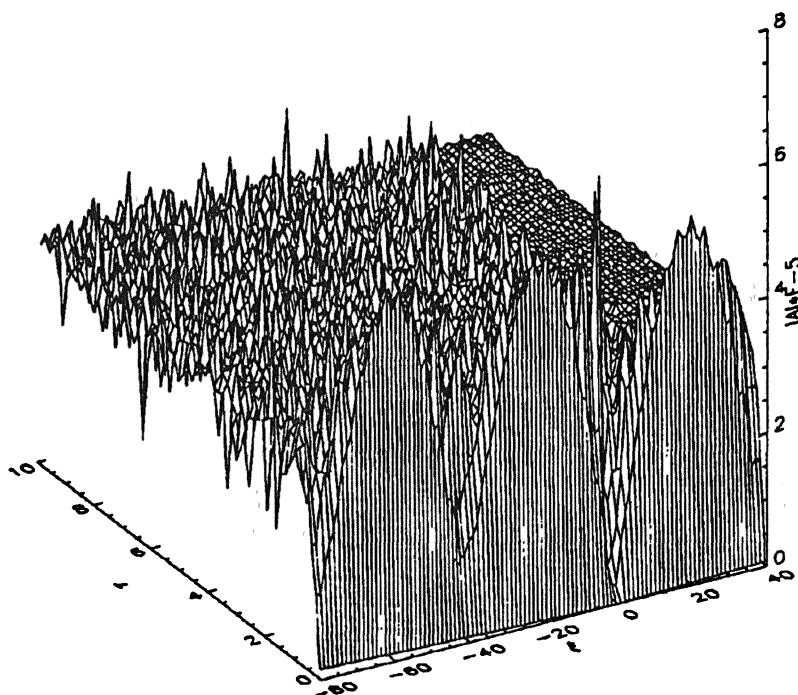


Fig. 15. Same as Fig. 14 but with  $T_e/T_i = 10$ .

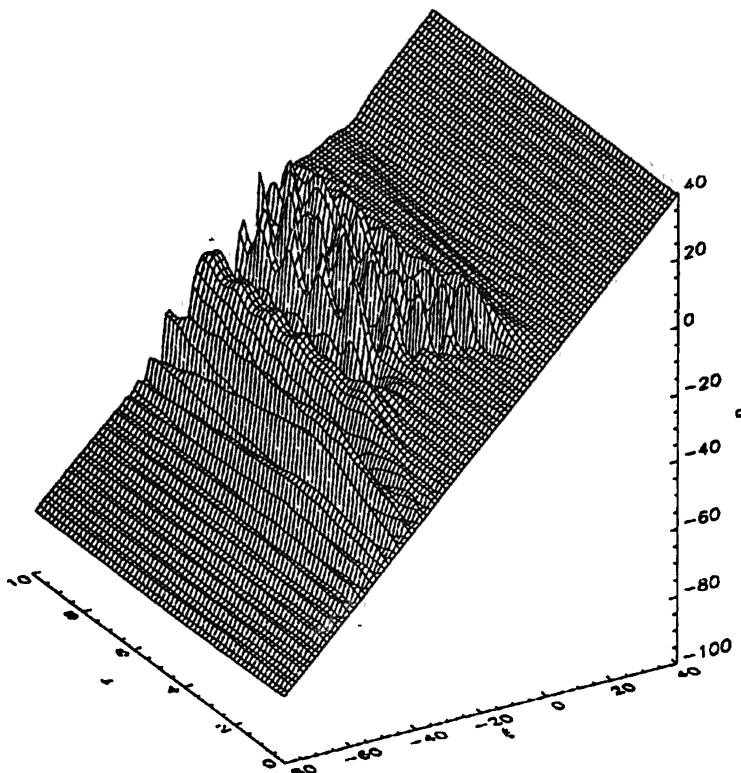


Fig. 16. Small scale density irregularities generated by linearly-converted Langmuir waves. Same as Fig. 13 except that  $n(\xi, \tau)$  is depicted.

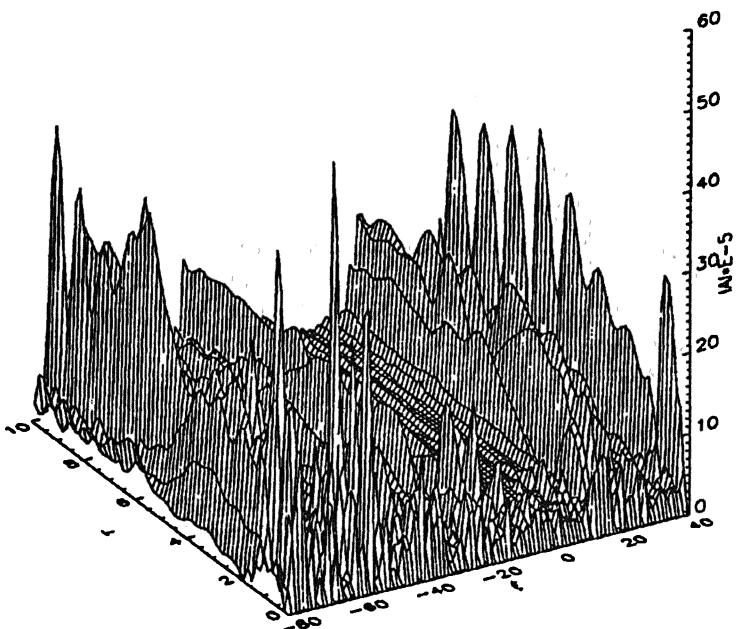


Fig. 17. Direct excitation of Langmuir waves by means of direct conversion of the externally applied electromagnetic wave with the help of random density inhomogeneity presented by Fig. 19, where  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-4}$ ,  $T_e/T_i = 2$  and  $W_{0z} = 1 \cdot 10^{-5}$ .

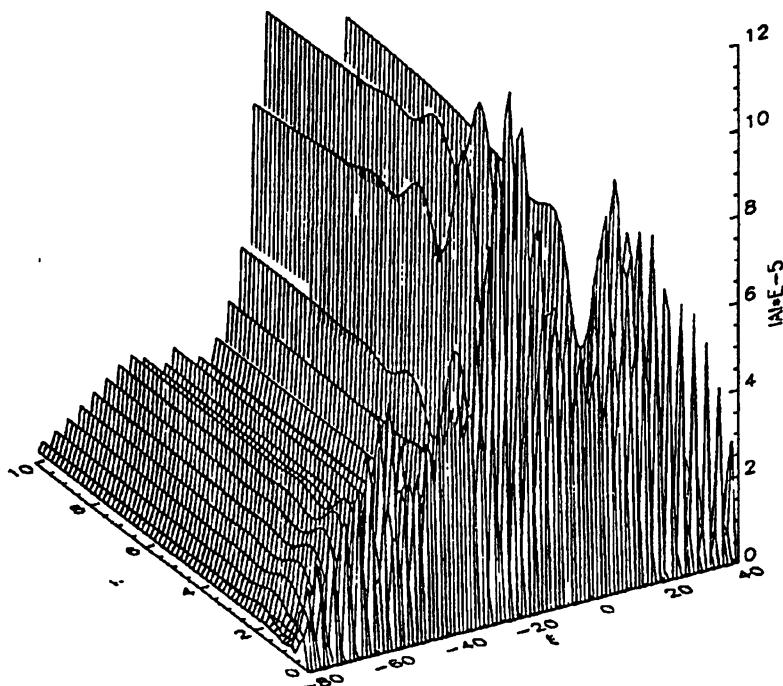


Fig. 18. Same as Fig. 17 but with regular density inhomogeneity presented by Fig. 20.

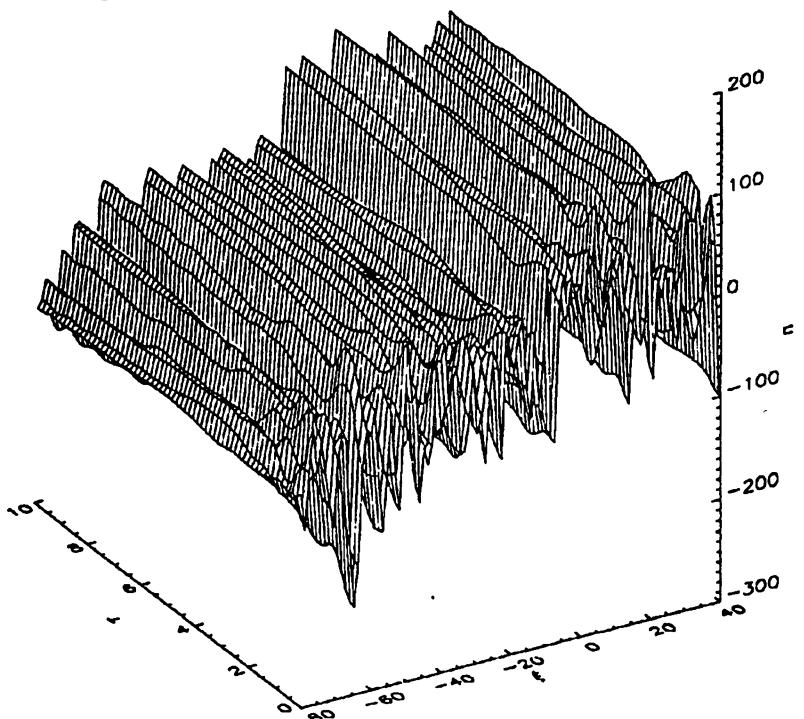


Fig. 19. Evolution of density irregularity on the background of a random density inhomogeneity.

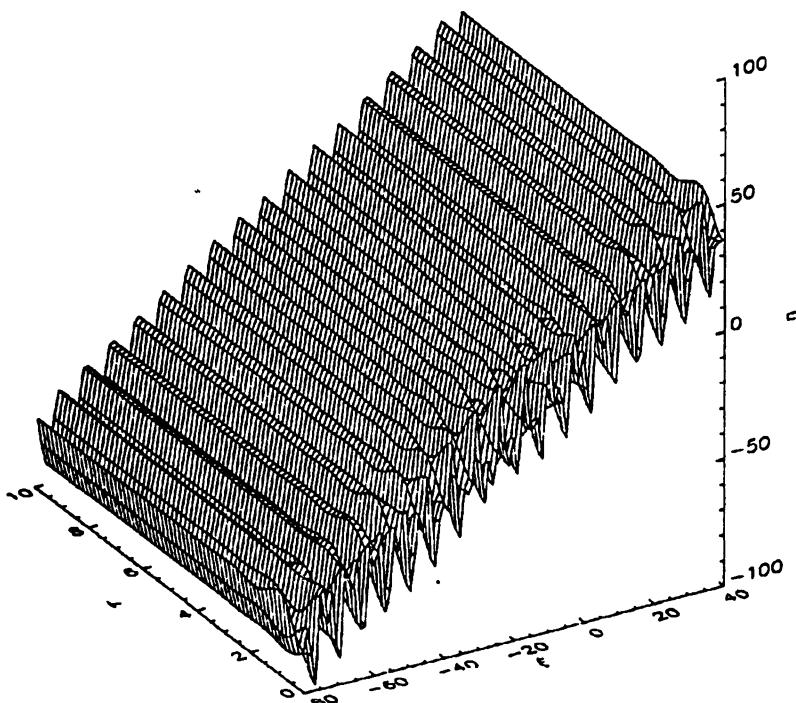


Fig. 20. Evolution of density irregularity on the background of a regular density inhomogeneity.

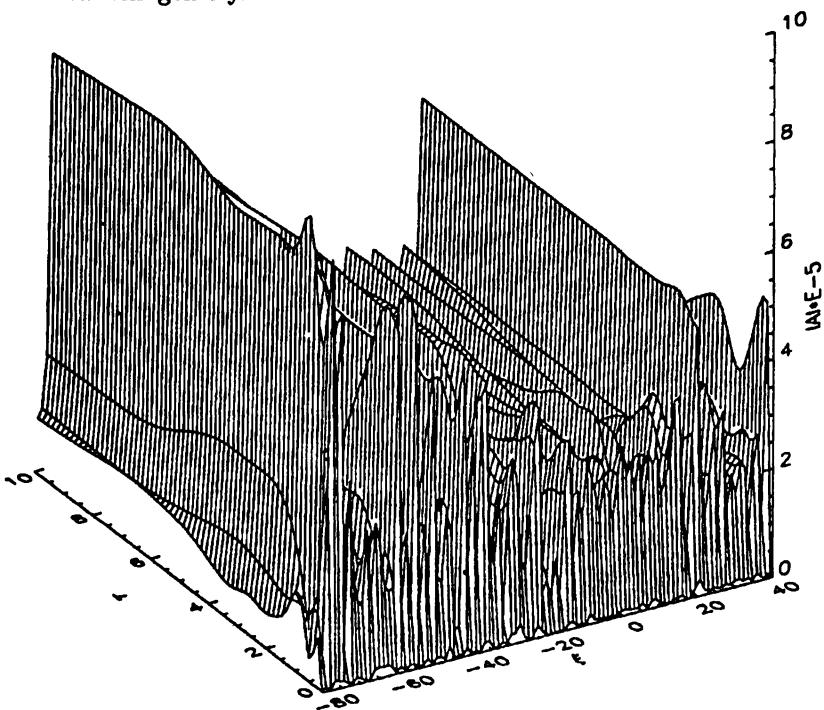


Fig. 21. Same as Fig. 17 but with  $\nu_e/\omega = 1 \cdot 10^{-3}$ .

Fig. 22 with  $T_e/T_i = 10$  show dependence of  $|A(\xi, \tau)|$  on  $\nu_i$ . These figures clearly demonstrate that the direct conversion process tends to take place at effective resonance point and that the resonance mode will saturates due to ponderomotive effect, which have been confirmed by Wong et al. [26] and Morales et al. [21]. These numerical results show that the direct excitation processes do not require any threshold condition.

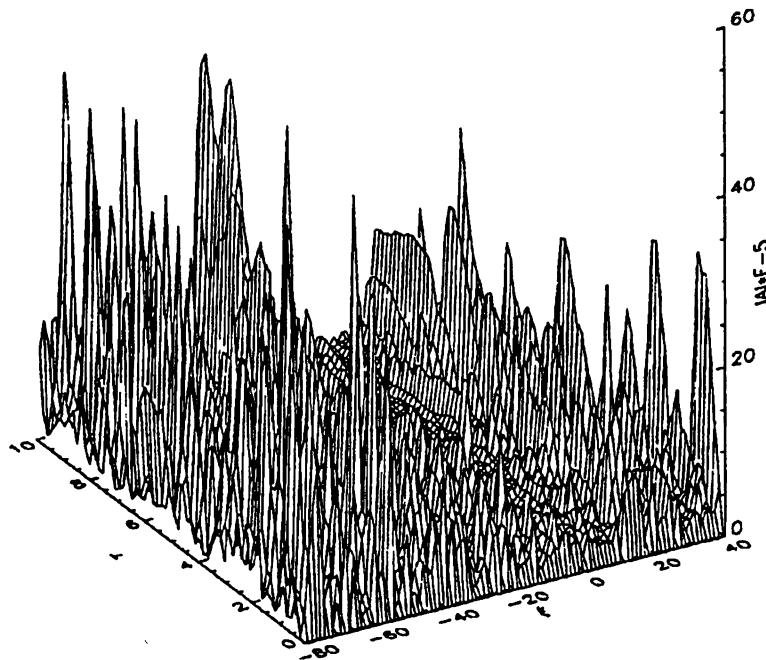


Fig. 22. Same as Fig. 17 but with  $T_e/T_i = 10$ .

#### 4.2. Indirect excitation

Indirect excitation of the Langmuir waves can be investigated by using Eqs. (19) and (20), which are the model used by Hanssen [27, 28]. If we further let  $\langle nA \rangle = 0$ , they reduce to the one-dimensional counterpart of DuBois et al.'s two-dimensional model equations [8]. These authors have carefully studied these reduced models and gone so far beyond the initial excitation processes that they have computed various spectra, which are the dynamical invariants and can be compared with observations [7]. In their simulations, the transverse plasma wave  $\mathbf{E}^t$  is assumed to be given. Therefore, for the sake of completeness of this paper, we need not repeat their simulations for indirect excitation processes but quote their relevant conclusions as follows:

1. From a unperturbed initial state the basic excitation mechanisms are the parametric decay instability (PDI) at the place where the matching conditions are satisfied and the threshold is exceeded as well and the modulational instability (MI) at the place where the threshold value has been exceeded.
2. MI-generated Langmuir waves tend to form soliton-like wavepacket and collapse to a singularity in a finite time if the dampings are ignored or the damping rates are not sufficient high. The unphysical singularity of collapse will be removed by strong wave-particle dissipation at small scales. PDI-generated Langmuir waves will cascade if the energy conservation condition is met.
3. MI-generated localized electric fields will give rise to localized density depletions, i.e., cavities, by means of their ponderomotive force. When the former are burnt out at the late stage of collapse, the latter will fade away after that. Free Langmuir waves and ion acoustuc waves will be emitted at this phase. PDI generates ion acoustic waves, either.
4. When some preexisting small scale density irregularities and/or burntout caviton remnants are present, nucleation is the main excitation mechanism of Langmuir waves. Nucleation is same as direct conversion except that the externally applied electromagnetic wave is replaced by the transverse plasma wave.
5. These processes do not simply depend on the altitude parameter  $\xi$  that determines the unperturbed linear density profile but on the effective density profile, including the natural large scale density irregularity if any and large scale density distortion caused by the transverse plasma waves.

This quotation is never complete, for a summary and the details, see [7] and references cited therein.

## 5. DISCUSSION

So far we have investigated excitation processes of the transverse plasma waves, Langmuir waves and ion-acoustic waves by an externally applied electromagnetic wave based on RWE's derived in §2. In comparing with Ginzburg's wave equations, RWE's have restored the source term and some nonlinear terms.

The transverse plasma waves are also called as electromagnetic-waves-in-the-plasma, or simply as electromagnetic (EM) waves in the literature. The source term caused by the aerial currents makes the EM wave equations become forced-type inhomogeneous equations. On ignoring all nonlinear terms

and assuming that the steady state be reached, EM wave equation reads

$$A''(z) + \epsilon(z)A(z) = S(z). \quad (30)$$

In contrast, the corresponding Ginzburg's wave equation looks like

$$A_0''(z) + \epsilon(z)A_0(z) = 0. \quad (31)$$

If we assume  $\epsilon = -(z + i\nu_{eff}) \equiv -z'$  and require that  $A_0(z)$  and  $A(z)$  be bounded, then we have

$$A_0(z) = a_0Ai(z'), \quad (32)$$

$$A(z) = \int_3^z W(z, x)dx, \quad (33)$$

where

$$W(z, x) = \frac{S(x - i\nu_{eff})[Ai(x)Bi(z) - Ai(z)Bi(x)]}{Ai(x)Bi'(x) - Ai'(x)Bi(x)},$$

in which  $Ai$  and  $Bi$  are the first and second type Airy function respectively.  $a_0$  should be determined by the incident boundary value. In contrast, an outgoing-wave boundary condition should be and has been assumed in (33). Since  $S(z) \propto \exp(ik_0 z)$ ,  $S(x - i\nu_{eff}) \propto \exp(k_0 \nu_{eff})$ . Consequently, (33) is sensitive to  $\nu_{eff}$  ( $< 0$ ), which is in good agreement with our numerical simulations. Although the computed  $A(z)$  is similar to the exact solution (33), they are not in good agreement quantitatively, which might be attributed to the fact that an outgoing-wave boundary condition is used in the exact solution while a homogeneous boundary condition is assumed in the numerical solutions. However, although  $A_0(z)$  is not sensitive to  $\nu_{eff}$ , if we adjust  $a_0$  properly,  $A_0(z)$  is in good agreement with the exact solution except for an amplitude modulation when  $|\nu_{eff}|/\omega_0$  is less than  $10^{-5}$ . Conventionally,  $a_0$  is so selected that the amplitude of the EM wave electric field near the incident is equal to the amplitude of the external field. If so,  $|A(z)|$  is much larger than  $A_0(z)$ .

In our simulations to EM waves, we only take account of their ponderomotive force, the main effect is to generate large spacescale step-like density profile modification. This is in qualitative agreement with analytical works of Gil'denburg [29] and Gil'denburg and Fraiman [30]. Recently we [12] have taken account of both the EM wave ponderomotive effect and interactions between EM waves and Langmuir waves, the result shows that the former generates a (symmetric) continuum EM wave sideband while the latter generate peaks and maximums in the radiation-stimulated EM emissions. Of course, in order to make the detailed comparisions with ionospheric heating experiments we have to include the geomagnetic field in the radiation-driven wave equations.

One of the authors (Li) wishes to thank V.L. Ginzburg, E. Mjølhus, B. Thidé, N.S. Erokhin, J.Y. Liu, J.W. Lee, T.D. Carozzi and J. Bergman for

helpful oral discussions on this topic. Li also wants to thank M. Matsuoka for the kind hospitality met during his year-long stay at RIKEN, where this work was completed.

### REFERENCES

1. Zakharov V. E. // Sov. Phys. JETP, 1972. V. 35. P. 908 (Zh. Eksp. Teor. Fiz., 1972. V. 62. P. 1745).
2. Ginzburg V. L. The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas. — New York: Pergamon, 1970.
3. Pietsch H., Laedke E. W., and Spatschek K. H. // Phys. Rev., V. E47. P. 1977.
4. Liu C. S., Shyu W., Guzdar P. N., Chen H. H., and Lee Y. C. — In: Research Trends in Physics, Nonlinear and Relativistic Effects in Plasmas /Ed. V. Stefan. — New York: AIP, 1992. P. 716–730.
5. Adam J. C., Serveniere A. G., and Laval G. // Phys. Fluids, 1982. V. 25. P. 376.
6. Morales G. J. and Lee Y. C. // Phys. Fluids, 1977. V. 20. P. 1135.
7. DuBois D. F., Hanssen A., Rose H. A., and Russell D. // J. Geophys. Res., 1993b. V. 98. P. 17543.
8. Dubois D. F., Rose H. A., and Russel D. // J. Geophys. Res., 1990. V. 95. P. 21221.;  
Dubois D. F., Rose H. A., and Russel D. // Phys. Rev. Lett., 1988. V. 61. P. 2209.
9. Thornhill S. G. and ter Haar D. // Phys. Rep., 1978. V. 43. P. 43.
10. Doolen G. D., DuBois D. F., and Rose H. A. // Phys. Rev. Lett., 1985. V. 54. P. 804.
11. Payne G. L., Nicholson D. R., and Sken M.-M., // Phys. Fluids, 1989. V. B1. P. 1797.
12. Li L. H. // J. Phys. D: Appl. Phys., 1996. V. 29. P. 267.
13. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. — New York: J. Wiley, 1975.
14. Rybicki G. B. and Lightman A. P. Radiative Processes in Astrophysics. — New York, J. Wiley & Sons, 1989.
15. Rose D. J. and Clark M., Jr. Plasmas and Controlled Fusion. — New York: The M.I.T. Press and J. Wiley & Sons, Inc., 1961.
16. Ma T. C., Hu X. W., and Chen Y. H. Principles of Plasma Physics. — Hefei: CSTU press, 1986.
17. Li L. H. // Phys. Fluids, 1993a. V. B5. P. 350.
18. Li L. H. // Phys. Fluids, 1993b. V. B5. P. 1760.
19. Li L. H., Li X. Q. // Phys. Fluids, 1993. V. B5. P. 3819.
20. Payne G. L., Nicholson D. R., and Downie R. M. // J. Comput. Phys., 1983. V. 50. P. 482.

21. Morales G. J., Wong A. Y., Santoru J., Wang L., and Duncan L. M. // Radio Sci., 1982. V. 17. P. 1313.
22. Thidé B., Kopka H., and Stubbe P. // Phys. Rev. Lett., 1982. V. 49. P. 1561;  
Thidé B., Derblom H., Hedberg Å., Kopka H., and Stubbe P. // Radio Sci., 1983. V. 18. P. 851.
23. Stubbe P., Kopka H., Thidé B., and Derblom H. // J. Geophys. Res., 1984. V. 89. P. 7523;  
Stubbe P., Stocker A. J., Honary F., Robinson T. R., and Jones T. B. // Geophys. Res., 1994. V. 99. P. 6233.
24. Wong A. Y., Tanikawa T., and Kuthi A. // Phys. Rev. Lett., 1987. V. 58. P. 1375.
25. Stenzel R. L., Wong A. Y., and Kim H. C. // Phys. Rev. Lett., 1974. V. 32. P. 654.
26. Wong A. Y., Morales G. J., Eggleston D., Santoru J., and Behnke R. // Phys. Rev. Lett., 1981. V. 47. P. 1340.
27. Hanssen A. Electromagnetically driven Langmuir turbulence in the ionosphere // Institute of Mathematical and Physical Science, Physics Reports, 1992.
28. Hanssen A., Mjølhus E., DuBois D. F., and Rose H. A. // Geophys. Res., 1992. V. 92. P. 12073.
29. Gil'denburg V. B. // Sov. Phys. JETP, 1964. V. 19. P. 1456.
30. Gil'denburg V. B. and Fraiman G. M. // Sov. Phys. JETP, 1975. V. 42. P. 816.

<sup>1</sup>The Institute of Physical and  
Chemical Research, 2-1, Hirosawa,  
Wako, Saitama, Japan;  
<sup>2</sup>Purple Mountain Observatory,  
Academia Sinica, Nanjing, Jiangsu,  
China

Поступила в редакцию  
15 июня 1995 г.  
После переработки  
12 июля 1996 г.

УДК 533.9

# АВТОКОЛЕБАНИЯ В ЦИКЛОТРОННОМ МАЗЕРЕ С ФОНОВОЙ ПЛАЗМОЙ

*А. Г. Демехов, Д. Л. Пасманик, В. Ю. Трахтенгерц*

Рассматривается динамика циклотронного мазера в двухуровневом приближении с квадратичным инерционным насыщением поглощения, обусловленным прогревом фоновой плазмы. Найдены условия существования автоколебательного режима в этой системе при наличии в ней постоянного источника энергичных частиц и процесса ускорения частиц при адиабатическом магнитном сжатии плазмы. Проведено численное исследование характеристик автоколебаний в зависимости от параметров системы.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение явлений, происходящих в условиях космической плазмы и в лабораторных условиях, приводит к необходимости исследования таких объектов, как мазер на циклотронном резонансе с фоновой плазмой [1, 2]. Такой циклотронный мазер (ЦМ) представляет собой генератор электромагнитного излучения, где резонатором является открытая плазменная магнитная ловушка (ПМЛ), активное вещество — добавка энергичных электронов с неравновесным распределением по скоростям, а электромагнитное излучение — свистовые или альфвеновские волны. В основе работы ЦМ лежит циклотронная неустойчивость электромагнитных волн, обусловленная поперечной анизотропией функции распределения энергичных частиц.

Одним из приложений теории ЦМ с фоновой плазмой является объяснение характеристик генерации электромагнитных сигналов в магнитосферах Земли и Юпитера, атмосфере Солнца и лабораторных установках, а также использование ее для интерпретации экспериментальных данных по динамике волн и частиц в этих системах.

Особенностью такого генератора является зависимость характера генерации не только от свойств активного вещества, но и от свойств фоновой компоненты плазмы. Это связано с тем, что при развитии неустойчивости наряду с процессами энергообмена между излучением и энергичными частицами возможен и энергообмен между излучением и фоновой плазмой. В частности, возникающее в циклотронном мазере излучение может прогревать фоновую плазму, тем самым снижая потери в системе. Такая ситуация имеет место в полностью ионизированной плазме, где частота соударений, а, следовательно, и затухание волн, уменьшается с ростом температуры плазмы.

Большое влияние на режимы работы ЦМ оказывает также источник энергичных частиц, обеспечивающий их накопление в ПМЛ. Простейшим видом источника является источник, постоянный во времени и не зависящий от параметров системы. Примерами такого источника в космических условиях являются стационарная инжекция горячих электронов или их магнитный дрейф в магнитосфере, когда области генерации излучения и образования горячих электронов разделены в пространстве. Другой вид источника — это ускорение энергичных частиц при адиабатическом магнитном сжатии плаэмы [3]. Такой источник зависит и от характера изменения магнитного поля в ловушке, и от параметров системы, в частности, от концентрации горячей компоненты плаэмы в ловушке.

О возможности развития автоколебательных процессов в ЦМ с нелинейным прогревом фоновой плаэмы при наличии постоянного источника говорится в [1], однако к настоящему моменту не было проведено анализа таких режимов. Также не было проведено анализа работы ЦМ при наличии в системе такого эффективного источника частиц, как магнитное сжатие. Содержанием данной работы является нахождение условий существования автоколебательных режимов и изучение их параметров в рамках так называемого двухуровневого приближения с учетом обоих видов источников.

## УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ДИНАМИКУ ЦМ В ДВУХУРОВНЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

При построении теории ЦМ используется квазилинейная теория, базирующаяся на самосогласованной системе кинетических уравнений для волн и частиц [4]. Однако, ввиду невозможности исследования данной системы в общем виде, используются различные приближения. Следуя [1, 2, 4], рассмотрим уравнения, описывающие динамику работы ЦМ в двухуровневом приближении с учетом эффекта "просветления" фоновой плаэмы при прогреве ее возникающим в системе излучением.

В качестве физических переменных, описывающих состояние ЦМ, в данном приближении рассматриваются полное число энергичных электронов в силовой трубке магнитного поля с единичным сечением у торца ( $\mathcal{N}$ ), плотность энергии волн ( $\mathcal{W}$ ), и температура холодной компоненты плаэмы ( $\Theta$ ).

Система уравнений в данных переменных имеет вид [1]

$$\begin{cases} \frac{d\mathcal{N}}{d\tau} = -\eta^{-1}a\mathcal{N}\frac{\mathcal{W}}{\varepsilon_{\perp}} + \mathcal{J}, \\ \frac{d\mathcal{W}}{d\tau} = (a\mathcal{N} - \nu_0 - \xi_0\Theta^{-3/2})\mathcal{W}, \\ \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{\xi_0\mathcal{W}}{\Theta^{3/2}\mathcal{N}_x} - \delta(\Theta - \Theta_0), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\tau$  — время,  $a\mathcal{N}$  — усредненный инкремент циклотронной неустойчивости,  $\eta$  — КПД генератора,  $\mathcal{J}$  — мощность источника энергичных частиц,  $\varepsilon_{\perp}$  — средняя энергия поперечного магнитному полю движения горячих электронов,  $\nu_0$  — декремент постоянного затухания волн, определяемый коэффициентом отражения волн от торцов магнитной ловушки, частотой столкновения электронов и ионов с нейтралами и др.,  $\xi_0\Theta^{-3/2}$  — декремент объемного затухания, определяемого электрон–ионными столкновениями:  $\xi_0 \approx 4,5 \cdot 10^{-5} \mathcal{N}_x$  ( $\text{см}^{-3}$ ), если  $\Theta$  выражается в электрон–вольтах,  $\mathcal{N}_x$  — усредненная по длине ловушки концентрация холодной компоненты плазмы,  $\delta^{-1}$  — характерное время релаксации температуры фоновой компоненты плазмы до температуры термостата  $\Theta_0$ .

При этом величины  $\eta$ ,  $a$ ,  $\varepsilon_{\perp}$ ,  $\xi_0$ ,  $\mathcal{N}_x$ ,  $\delta$ ,  $\Theta_0$  есть положительные константы. Коэффициент  $a$  в простейшем случае может быть записан в виде

$$a \approx A\omega_{BL}/\langle N_x \ell \rangle,$$

где  $A = \varepsilon_{\perp}/\varepsilon_{\parallel} - 1$  — показатель анизотропии питч–углового распределения энергичных частиц,  $\langle N_x \ell \rangle$  — число частиц фоновой плазмы в силовой трубке с единичным сечением у торца,  $\omega_{BL}$  — гирочастота электронов в центральном сечении магнитной ловушки; при этом КПД генератора равен  $\eta \approx \omega/\omega_{BL}$  (подробнее см. [2, 4]).

По внешнему виду первые два уравнения системы (1) совпадают с уравнениями, описывающими динамику двухуровневого оптического квантового генератора в баланском приближении [5]. В отличие от оптического генератора первое уравнение рассматриваемой системы описывает динамику числа частиц в силовой трубке, а не инверсии населенности. Потери частиц обусловлены тем, что вследствие взаимодействия с волнами они попадают в конус потерь и вылетают из магнитной ловушки через ее торцы. Специфика плазмы проявляется в третьем уравнении и последнем члене второго, описывающих характерную для плазмы нелинейную связь объемных потерь с плотностью электромагнитного излучения, которая и определяет возможность развития в системе различных режимов.

Как было отмечено во введении, в данной работе рассматриваются два типа источника энергичных частиц, которые в рамках двухуровневого приближения записываются в следующем виде

а) Постоянный источник —  $\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 = \text{const}$ ;

б) Образование энергичных частиц при адиабатическом магнитном сжатии —  $\mathcal{J} = \alpha_0 \mathcal{N}$ , где коэффициент  $\alpha_0$  определяется характером нарастания магнитного поля  $\mathbf{B}$  и в общем случае зависит от времени ( $\alpha_0 \propto \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{B}}$  [4]).

В данной работе рассматривается  $\alpha_0 = \text{const}$ , то есть экспоненциальный рост магнитного поля. Можно ожидать, что результаты прове-

денного анализа останутся справедливыми и при медленной зависимости  $\alpha_0(t)$ , а также других коэффициентов в уравнении (1), однако этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

Для дальнейшего исследования системы (1) приведем ее к безразмерному виду следующей заменой переменных:

$$\begin{aligned}\mathcal{N} &= \eta^{-1} \frac{\Theta_0}{\varepsilon_\perp} \mathcal{N}_x \cdot x, \\ \mathcal{W} &= \mathcal{N}_x \Theta_0 \cdot w, \\ \Theta &= \Theta_0 \cdot T,\end{aligned}\tag{2}$$

$$\tau = \frac{\varepsilon_\perp \eta}{\Theta_0} \cdot \frac{t}{a \mathcal{N}_x},$$

где  $x, w, T, t$  — новые переменные, и введем новые параметры:

$$\begin{aligned}i_0 &= \mathcal{J}_0 \frac{\varepsilon_\perp^2 \eta^2}{a \mathcal{N}_x^2 \Theta_0^2}, \quad \nu = \frac{\varepsilon_\perp \eta \nu_0}{a \mathcal{N}_x \Theta_0}, \quad \xi = \frac{\varepsilon_\perp \eta \xi_0}{a \mathcal{N}_x \Theta_0^{5/2}}, \\ \tau_0 &= \frac{a \mathcal{N}_x}{\delta} \cdot \frac{\Theta_0}{\eta \varepsilon_\perp}, \quad \alpha = \frac{\alpha_0}{a \mathcal{N}_x} \cdot \frac{\varepsilon_\perp \eta}{\Theta_0}.\end{aligned}\tag{3}$$

В новых обозначениях с учетом обоих типов источников система (1) примет вид

$$\begin{cases} \dot{x} = -xw + \alpha x + i_0, \\ \dot{w} = (x - \nu - \xi T^{-3/2})w, \\ \dot{T} = \frac{\xi w}{T^{3/2}} - \frac{1}{\tau_0}(T - 1), \end{cases}\tag{4}$$

Нетрудно видеть, что при ненулевых потерях ( $\tau_0 \neq 0$  и  $\xi \neq 0$ ) эта система глобально устойчива, кроме обособленной траектории  $x = x(t)$ ,  $w = 0$ ,  $T = 1$  и, как легко показать, при  $i_0 \neq 0$  у системы существует единственное состояние равновесия ( $x_0$ ,  $w_0$ ,  $T_0$ ), положение которого определяется из следующих уравнений:

$$T_0 - 1 = \frac{i_0 \tau_0 \xi}{\nu T_0^{3/2} + \xi} + \frac{\alpha \tau_0 \xi}{T_0^{3/2}},\tag{5a}$$

$$x_0 = \nu + \xi T_0^{-3/2},\tag{5b}$$

$$w_0 = \frac{i_0}{x_0} + \alpha.\tag{5c}$$

При  $i_0 = 0$  в системе появляется второе состояние равновесия —  $(0, 0, 1)$ . Это состояние равновесия является седлом с сепаратрисами ( $x = 0, T = 1$ ), ( $x = 0, w = 0$ ) и ( $w = 0, T = 1$ ). Однако данные траектории являются обособленными, то есть они топологически не изменяют остальное фазовое пространство, следовательно данное состояние равновесия может быть исключено из дальнейшего рассмотрения.

Из факта глобальной устойчивости данной системы следует, что ее траектории в фазовом пространстве притягиваются к некоторому предельному множеству. Как показало численное исследование, в случае устойчивого состояния равновесия таким притягивающим множеством служит лишь само состояние равновесия, а в случае неустойчивого — устойчивый предельный цикл. Поэтому в дальнейшем будем считать, что условие неустойчивости состояния равновесия есть условие реализации в системе автоколебательного режима.

Провести полный аналитический анализ зависимости поведения системы от ее параметров в общем случае не удается. Однако это возможно в предельном случае малости времени релаксации температуры фоновой плазмы по сравнению с другими характерными временами — случай быстрого насыщения поглощения.

При выполнении этих условий можно считать, что температура фоновой плазмы успевает отслеживать изменения плотности электромагнитного излучения, оставаясь при этом близкой к температуре термостата, то есть  $T = 1 + \Delta T$ , где  $\Delta T \ll 1$ , и  $\dot{T} \approx 0$ . В результате можем перейти к системе из двух уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = -xw + \alpha x + i_0, \\ \dot{w} = (x - \nu)w - \frac{\xi}{\frac{3}{2}\tau_0\xi + \frac{1}{w}}. \end{cases} \quad (6)$$

Условия применимости этого приближения имеют вид

$$\tau_0 \ll \frac{1}{\nu + \xi}, \quad (7)$$

$$i_0\tau_0 \ll \min\{1, \nu + \xi\}, \quad \alpha\tau_0\xi \ll 1. \quad (8)$$

На бифуркационных диаграммах параметров ( $i_0, x_0$ ) приведены результаты проведенного анализа системы с постоянным источником (рис. 1 а) и при добавлении магнитного сжатия (рис. 1 б).

Отметим, что область изменения параметра  $x_0$  есть  $(\nu, \nu + \xi)$  — см. (5б). Цифрами обозначены следующие области поведения системы:

I — устойчивый фокус,

II — неустойчивый фокус и устойчивый предельный цикл,

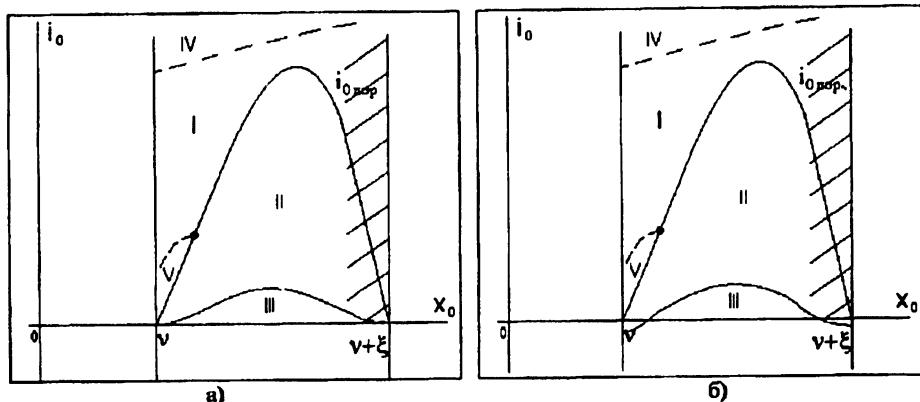


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма для системы (6): а)  $\alpha = 0$ , б)  $\alpha \neq 0$ .

III — неустойчивый узел и устойчивый предельный цикл,

IV — устойчивый узел,

V — устойчивый фокус и два предельных цикла: устойчивый и неустойчивый.

Таким образом, область I и IV соответствует режиму с выходом на стационарный режим генерации, области II и III — автоколебательному режиму с мягким возбуждением, а область V — жесткому режиму возбуждения автоколебаний. Пунктиром на рис. 1 изображена линия бифуркации двойного предельного цикла, которую не удалось найти аналитически.

В соответствии с (7) и (8) данное приближение верно, строго говоря, лишь в малой области параметров, условно обозначенной штриховкой на приведенных диаграммах. Фактически для использования приближения быстрого насыщения поглощения необходимо лишь условие (7), требуемое для выполнения равенства  $\dot{T} \approx 0$ . Условия (8) обеспечивают выполнение неравенства  $\Delta T \ll 1$ , которое не принципиально и дает лишь возможность проведения аналитического исследования. Следует ожидать, что приведенные бифуркационные диаграммы правильно описывают поведение системы с быстрым насыщением поглощения и вне заштрихованной области. Однако, численное исследование показало, что область параметров, где в системе (6) реализуется жесткий режим возбуждения автоколебаний (область V) выходит за рамки применимости приближения быстрого насыщения поглощения.

Для нахождения условий реализации автоколебательного режима во всей области параметров, в работе было проведено исследование бифуркации устойчивости состояния равновесия исходной системы (4). Из условий Руза-Гурвица было получено, что критерий устойчивости записывается в виде  $A > 0$ , где  $A$  — диагональный минор матрицы Гурвица

третьего порядка:

$$\mathcal{A} = \frac{i_0^2}{x_0} + \alpha i_0 + \frac{i_0^2}{2\tau_0 x_0} \left( 5 - \frac{3}{T_0} \right) + \frac{i_0}{4\tau_0^2 x_0} \left( 5 - \frac{3}{T_0} \right)^2 - \frac{3x_0(T_0 - 1)}{4T_0\tau_0^3(i_0 + \alpha x_0)} \left( 5 - \frac{3}{T_0} \right). \quad (9)$$

Отметим, что величины  $x_0$  и  $T_0$  сами зависят от параметров системы — см. (5).

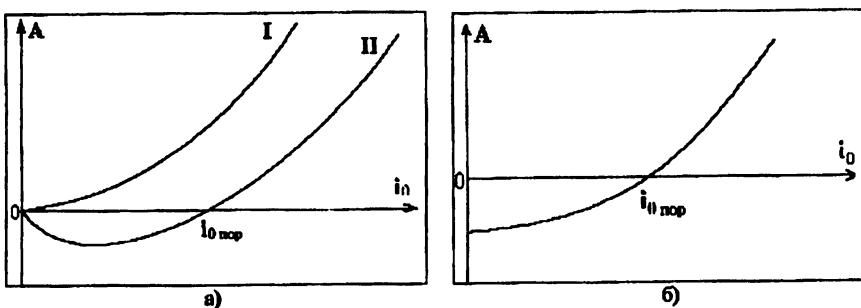


Рис. 2. Качественная зависимость выражения (9) от  $i_0$ . а)  $\alpha = 0$ , б)  $\alpha \neq 0$ .

На рис. 2 представлены качественные зависимости данного выражения от мощности постоянного источника  $i_0$  для обоих типов источника. Как видно, характер этой зависимости разный при наличии и отсутствии в системе магнитного сжатия:

а)  $\alpha = 0$  (рис. 2 а) — при зависимости вида I состояние равновесия устойчиво для любых значений  $i_0$ , а для зависимости вида II имеем неустойчивость для значений  $i_0 < i_{0\text{пор}}$ . Зависимость вида II реализуется при выполнении условия

$$\frac{3}{2}\tau_0\xi^2 > 1. \quad (10)$$

Возвращаясь к начальным обозначениям, имеем

$$\tau_0\xi^2 \sim \frac{\mathcal{W}_r\nu_{ob}}{\mathcal{W}_x\delta}, \quad (11)$$

где  $\mathcal{W}_r$  и  $\mathcal{W}_x$  — плотности энергии холодной и горячей компонент плазмы соответственно,  $\nu_{ob}$  — характерный декремент объемного затухания волн в системе. Таким образом физический смысл условия (10) — отдача фоновой плазмой энергии термостату меньше, чем ее прогрев возникающим в системе излучением.

б)  $\alpha \neq 0$  (рис. 2 б) — в этом случае состояние равновесия будет неустойчиво для достаточно малых значений мощности постоянного источника  $i_0$  при любом соотношении  $\xi$  и  $\tau_0$ . При этом, если накопление энергичных частиц в системе обеспечивается только процессом адиабатического

магнитного сжатия ( $i_0 = 0$ ), то состояние равновесия будет неустойчиво при любых значениях параметров системы.

Окончательно условие существования автоколебаний в рассматриваемой системе можем записать в виде

$$i_0 < i_{0\text{пор}}(\nu, \tau_0, \xi, \alpha). \quad (13)$$

Результаты расчетов  $i_{0\text{пор}}(\nu, \tau_0, \xi, \alpha)$  представлены на рис. 3–6.

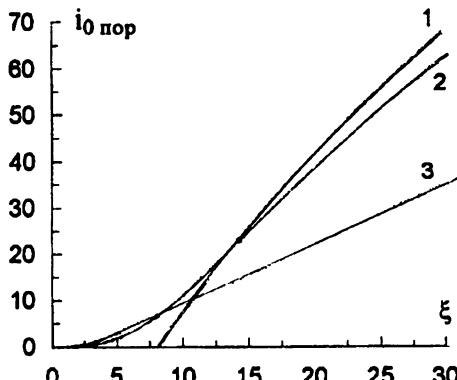


Рис. 3. Зависимости порогового значения мощности источника  $i_{0\text{пор}}(\xi)$  при фиксированных значениях  $\alpha$ ,  $\nu$  и  $\tau_0$ :  
1 —  $\alpha = 0$ ,  $\nu = 0$ ,  $\tau_0 = 0,01$ ;  
2 —  $\alpha = 1$ ,  $\nu = 0$ ,  $\tau_0 = 0,01$ ;  
3 —  $\alpha = 10$ ,  $\nu = 0$ ,  $\tau_0 = 0,01$ .

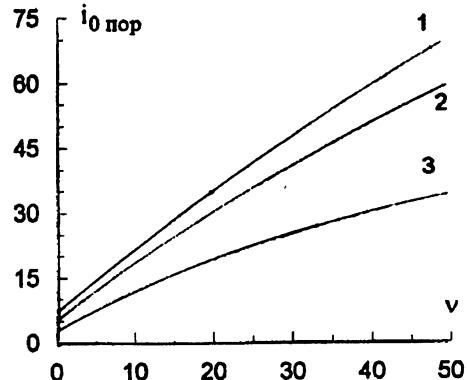


Рис. 4. Зависимости порогового значения мощности источника  $i_{0\text{пор}}(\tau_0)$  при фиксированных значениях  $\alpha$ ,  $\nu$  и  $\xi$ :  
1 —  $\alpha = 0$ ,  $\xi = 10$ ,  $\tau_0 = 0,1$ ;  
2 —  $\alpha = 1$ ,  $\xi = 10$ ,  $\tau_0 = 0,1$ ;  
3 —  $\alpha = 10$ ,  $\xi = 10$ ,  $\tau_0 = 0,1$ .

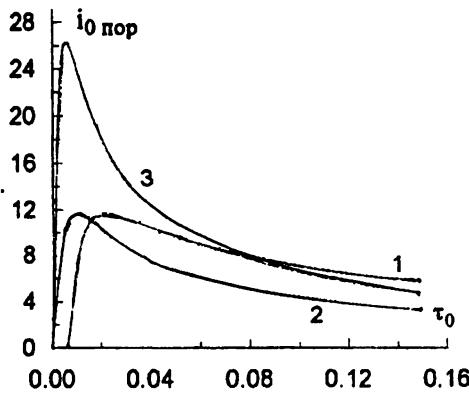


Рис. 5. Зависимости порогового значения мощности источника  $i_{0\text{пор}}(\tau_0)$  при фиксированных значениях  $\alpha$ ,  $\nu$  и  $\xi$ :  
1 —  $\alpha = 0$ ,  $\xi = 10$ ,  $\nu = 0$ ;  
2 —  $\alpha = 2$ ,  $\xi = 10$ ,  $\nu = 0$ ;  
3 —  $\alpha = 2$ ,  $\xi = 15$ ,  $\nu = 0$ .

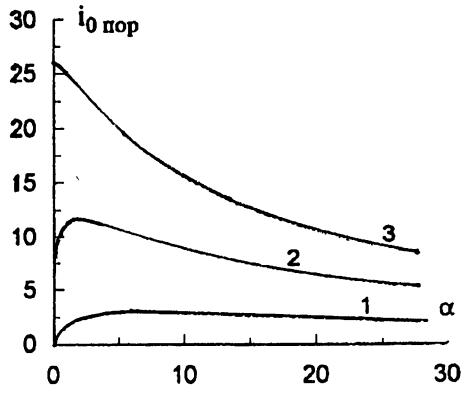


Рис. 6. Зависимости порогового значения мощности источника  $i_{0\text{пор}}(\tau_0)$  при фиксированных значениях  $\xi$ ,  $\nu$  и  $\tau_0$ :  
1 —  $\xi = 5$ ,  $\tau_0 = 0,01$ ,  $\nu = 0$ ;  
2 —  $\xi = 10$ ,  $\tau_0 = 0,01$ ,  $\nu = 0$ ;  
3 —  $\xi = 15$ ,  $\tau_0 = 0,01$ ,  $\nu = 0$ .

Как видно, увеличение потерь в системе приводит к увеличению порогового значения мощности источника (рис. 3 и 4), а зависимость от времени релаксации не является монотонной (рис. 5). Введение в систему процесса магнитного сжатия плаэмы приводит к значительному изменению области параметров, где возможны автоколебания (рис. 6).

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Выше были найдены условия существования автоколебаний в системе. Также представляет интерес изучение характеристик таких режимов. Однако, к настоящему моменту не существует общих аналитических методов такого анализа, поэтому в работе было проведено их численное исследование.

Наличие в глобально устойчивой системе неустойчивого состояния равновесия приводит к тому, что траектория в фазовом пространстве стремится к некоторому притягивающему множеству. Как было замечено выше, в широкой области параметров рассматриваемой системы был найден единственный тип притягивающего множества — предельный цикл.

Интересующими нас параметрами автоколебаний в рассматриваемой системе являются глубина модуляции переменных  $x$ ,  $w$  и  $T$ , период автоколебаний  $P$  и время развития неустойчивости в системе —  $\tau_{\text{имп}}$ , то есть время формирования импульса электромагнитного излучения. При вычислении последней величины за начало и конец импульса брались моменты максимума числа частиц  $x$  и плотности энергии волн  $w$  соответственно. При таком определении время импульса равно четверти периода для гармонического изменения  $x$  и  $w$  во времени.

В настоящей работе проведен анализ изменения описанных выше величин при изменении параметров системы  $i_0$ ,  $\xi$ ,  $\tau_0$ ,  $\alpha$  в областях:

$$i_0 \in (0, 1; 20) ,$$

$$\xi \in (1; 20) ,$$

$$\tau_0 \in (0, 01; 5) ,$$

$$\alpha \in (0; 10) .$$

Примеры реализации предельных циклов приведены на рис. 7.

В результате численного исследования были получены зависимости описанных выше характеристик автоколебаний от параметров системы, представленные на рис. 8–10.

При увеличении мощности постоянного источника  $i_0$  происходит уменьшение порога развития неустойчивости, определяемого равенством

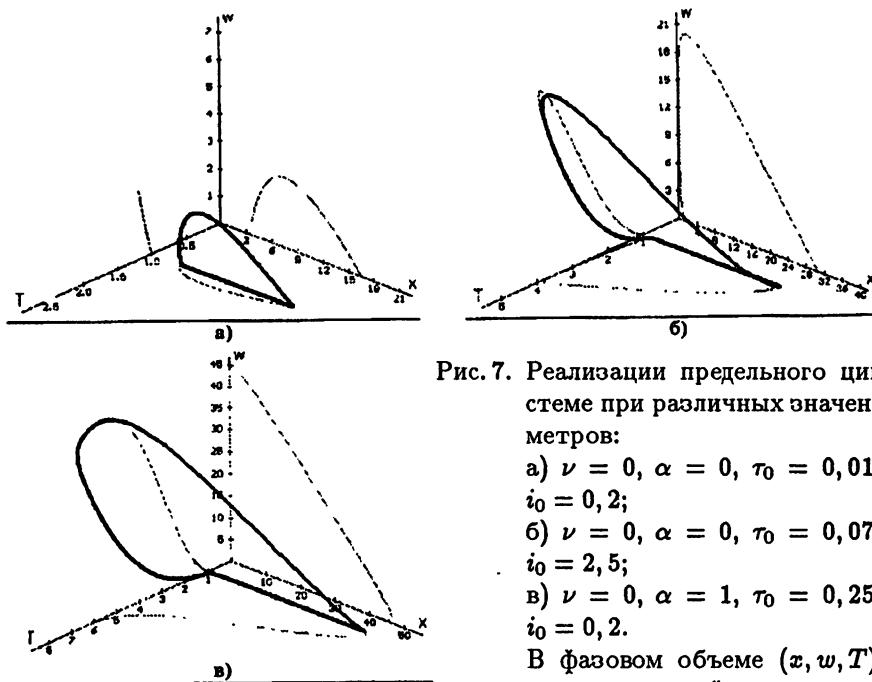


Рис. 7. Реализации предельного цикла в системе при различных значениях параметров:

- a)  $\nu = 0, \alpha = 0, \tau_0 = 0,01, \xi = 10, i_0 = 0, 2;$
- б)  $\nu = 0, \alpha = 0, \tau_0 = 0,07, \xi = 16, i_0 = 2, 5;$
- в)  $\nu = 0, \alpha = 1, \tau_0 = 0,25, \xi = 10, i_0 = 0, 2.$

В фазовом объеме  $(x, w, T)$  изображен предельный цикл и его проекции на координатные плоскости.

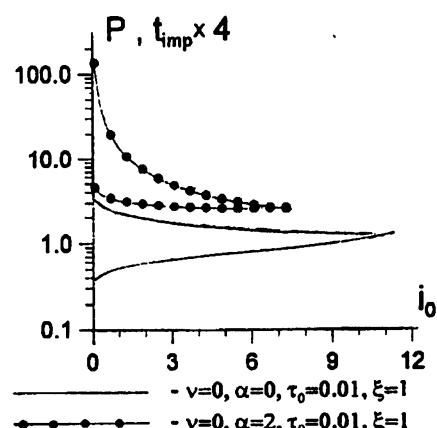
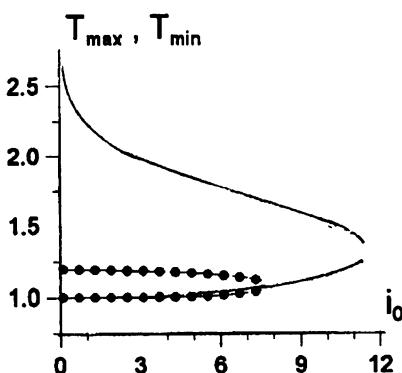
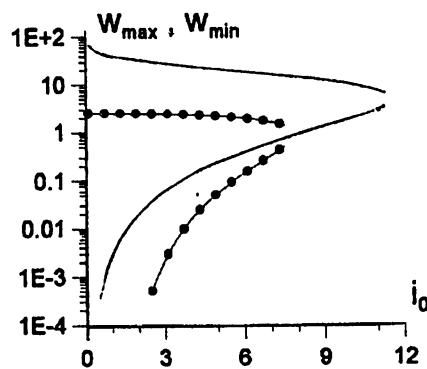
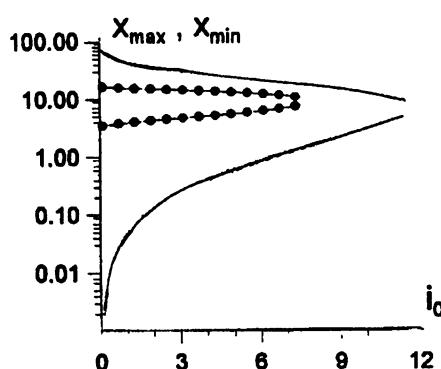


Рис. 8. Зависимости параметров автоколебаний от мощности постоянного источника.

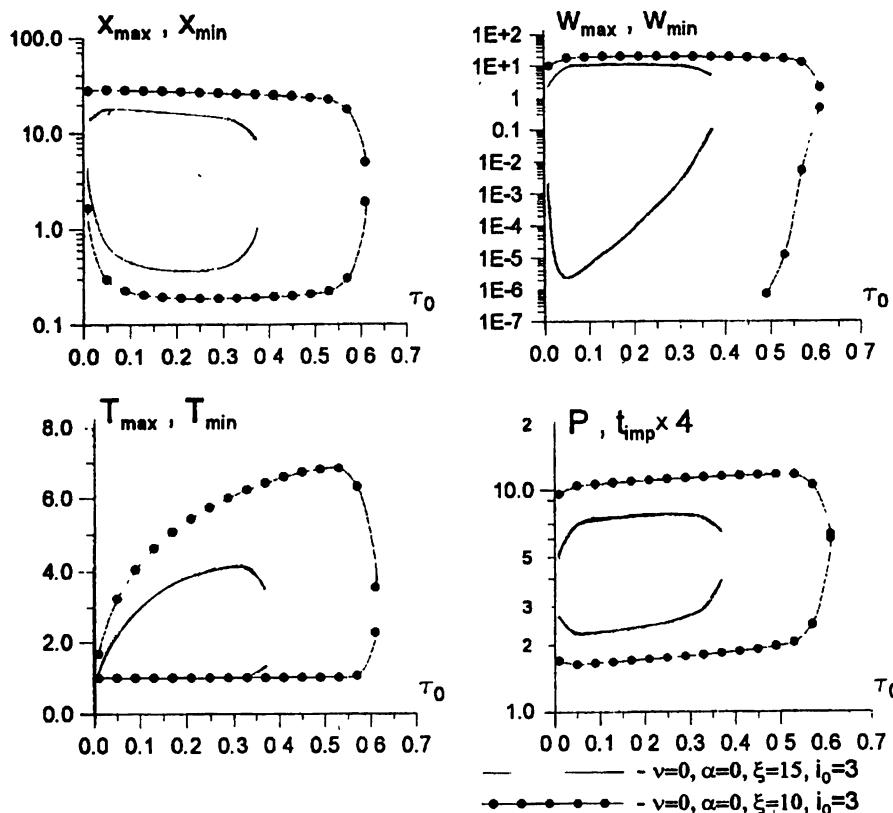


Рис. 9. Зависимости параметров автоколебаний от времени релаксации фоновой плаэмы.

инкремента циклотронной неустойчивости и суммарных потерь, что вызывает монотонное уменьшение  $x_{\max}, w_{\max}, T_{\max}$  и увеличение  $x_{\min}, w_{\min}, T_{\min}$  до момента равенства соответствующих максимальных и минимальных величин при  $i_0 = i_{0,\text{пор}}$  (рис. 8). Аналогичные изменения параметров автоколебаний наблюдаются при уменьшении объемных потерь  $\xi$ .

Однако зависимости рассмотренных величин от характерного времени релаксации температуры фоновой плаэмы  $\tau_0$  (рис. 9) имеют две характерные особенности. Во-первых, они не являются монотонными. Это связано с тем, что область неустойчивости по параметру  $\tau_0$  ограничена как сверху, так и снизу (см. рис. 5). Вторая особенность состоит в том, что почти во всей области неустойчивости по  $\tau_0$ , за исключением небольших окрестностей вблизи пороговых значений, период колебаний и длительность импульса очень слабо зависят от данного параметра системы.

Проведенный анализ системы с магнитным сжатием показал, что наличие в системе данного типа источника энергичных частиц может существенно изменять зависимость параметров автоколебательных режимов

от параметров системы. При этом зависимости от параметра  $\alpha$  сами не являются монотонными (рис. 10).

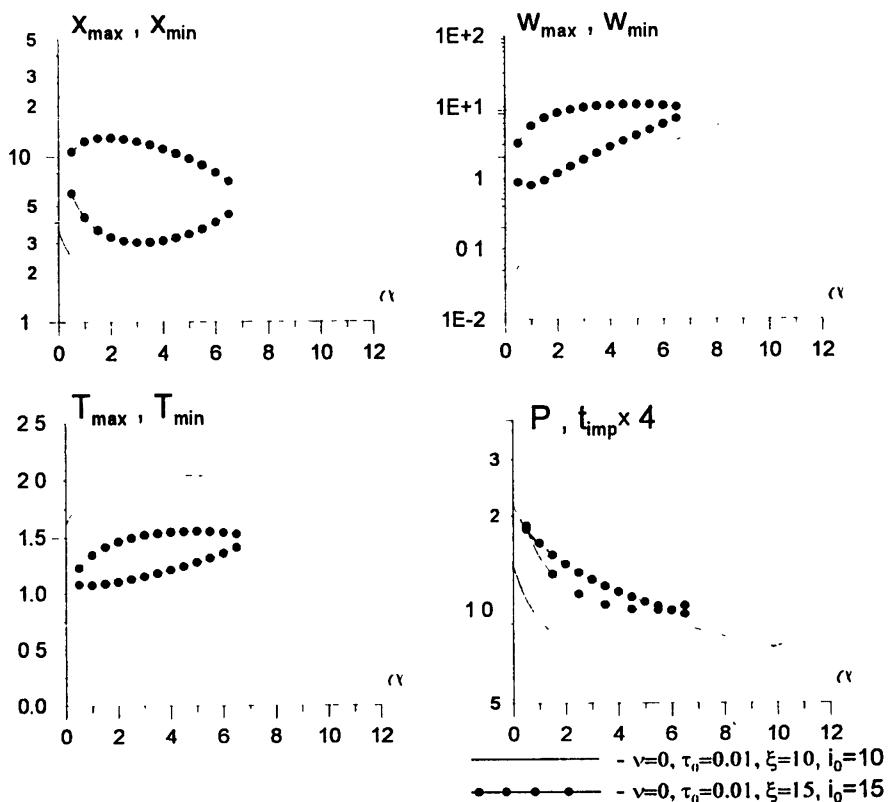


Рис. 10. Зависимости параметров автоколебаний от параметра  $\alpha$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа режимов работы циклотронного мазера с фоновой плаэмой в рамках двухуровневого приближения были найдены условия существования автоколебаний при наличии в системе постоянного во времени источника энергичных частиц и исследованы зависимости параметров автоколебаний от параметров системы. Рассмотрена динамика циклотронного мазера при учете процесса ускорения энергичных частиц при адиабатическом магнитном сжатии плаэмы.

Добавление в систему адиабатического магнитного сжатия значительно изменяет область параметров, в которой возможно развитие автоколебаний. В частности, при отсутствии постоянного внешнего источника частиц в системе с учетом магнитного сжатия стационарное состояние всегда оказывается неустойчивым.

Следует отметить, что в рассмотренной системе уравнений реализован простейший способ учета влияния адиабатического магнитного сжатия. При исследовании реальных физических систем необходимо принять во внимание изменение анизотропии функции распределения под действием адиабатического ускорения и квазилинейной диффузии, и связанное с этим изменение спектра волн, однако эти вопросы выходят за рамки данной работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-16473а).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1117.
2. Галонов-Грехов А. В., Глаголев В. М., Трахтенгерц В. Ю. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 6. С. 2198.
3. Богомолов Я. Л., Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю., и др. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. Вып. 5. С. 539.
4. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновские мазеры. — Горький: ИПФ АН, 1986.
5. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Сов. Радио, 1975. С. 74.

Институт прикладной физики  
РАН, г. Нижний Новгород

Поступила в редакцию  
26 февраля 1996 г.

### SELF-OSCILLATIONS IN A CYCLOTRON MASER WITH BACKGROUND PLASMA

*A. G. Demekhov, D. L. Pasmanik, V. Yu. Trakhtengerts*

There has been considered the dynamics of a cyclotron maser in two-level approximation with nonlinear inertia saturation of absorption caused by background plasma heating. The conditions have been found of the existence of a self-oscillation mode in this system in the presence of a permanent source of energetic particles in it and the particle acceleration process at adiabatic magnetic compression of the plasma. A numerical study has been carried out of self-oscillation characteristics as dependent on system parameters.

УДК 533.951

**ГЕНЕРАЦИЯ ИМПУЛЬСОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
ПРИ РАЗВИТИИ ВЗРЫВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН В СИСТЕМЕ  
ПОТОК–ПЛАЗМА**

*A. E. Белянцев, С. М. Файнштейн, Е. А. Чернова*

Проведено исследование возбуждения альфвеновского излучения при развитии взрывной неустойчивости в нагретой гиротропной плазме, пронизываемой моноскоростным потоком ионизированного газа. Показано, что при определенных условиях в плазме генерируются импульсы магнитного поля. Найдены амплитуды гармоник альфвеновских волн, а также условия стабилизации "взрыва" из-за нелинейного поглощения, связанного со слабо затухающими гармониками альфвеновских мод.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно (см., например, [1–3]), что в неравновесных средах, к которым относится система поток–плазма, возможна взрывная неустойчивость, когда волна высшей частоты (или две низших) имеют отрицательную энергию, а моды низших частот — положительную энергию. "Взрыв" стабилизируется либо нелинейным сдвигом частоты [1], либо нелинейным поглощением [4] — это единственная работа, где, насколько нам известно, обнаружен новый механизм стабилизации взрывной неустойчивости за счет генерации гармоник ионнозвуковых волн в плазменной системе. В неравновесных средах возможна также "ап-конверсия" (ВЧ неустойчивость), когда волна промежуточной частоты имеет отрицательную энергию, а две другие — положительную. При этом рост моды высшей частоты происходит экспоненциальным образом [5–7], как при распадной неустойчивости волны "нижней" частоты [8]. В [9] исследована неустойчивость альфвеновских волн в системе поток–плазма, но там допущена неточность, т. к. при любых концентрациях пучка, как показано ниже, линейный инкремент равен нулю. Поэтому представляет несомненный интерес как с теоретической точки зрения, так и для практических приложений в твердотельной, газоразрядной, космической плазме (при развитии вспышечных явлений) исследование нелинейной неустойчивости — ВЧ и взрывной, когда генерируются импульсы магнитного поля, которые могут быть приняты как зондами при инерционном УТС, так и наземными и спутниковыми антеннами в космической плазме.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть имеем нагретую магнитоактивную плазму ( $\vec{H}_0 \parallel OX$  — вдоль оси  $OX$  распространяются моды системы), пронизываемую моноскоростным потоком ионизированного газа, движущемся со скоростью  $\vec{V}_0$  вдоль  $\vec{H}_0$ . Исходная система МГД-уравнений имеет вид [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\frac{1}{4\pi\rho} [\vec{H} \operatorname{rot} \vec{H}] - \frac{C_s^2 \nabla \rho}{\rho}, \\ \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot} [\vec{v} + \vec{v}_s; \vec{H}] - \nu_m \Delta \vec{H}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{v}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{v}_s \nabla) \vec{v}_s &= -\frac{1}{4\pi\rho_s} [\vec{H} \operatorname{rot} \vec{H}], \\ \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho_s \vec{v}_s) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_s$ ,  $\rho$ ,  $\rho_s$ ,  $\vec{H}$ ,  $\nu_m$  — соответственно скорости плотности частиц плазмы, пучка, магнитное поле и слабая магнитная вязкость, которая в дальнейшем считается одного порядка, что и нелинейность.  $C_s$  — скорость адиабатического звука. Во втором уравнении системы (1) предполагается, что магнитная вязкость связана с материнской плазмой (плазма имеет конечную проводимость), а поток имеет проводимость  $\rightarrow \infty$ . Обе подсистемы взаимодействуют только через общее магнитное поле.

Представим  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $\rho_s = \rho_{s0} + \rho'_s$ ,  $\vec{v}_s = \vec{v}_0 + \vec{v}'_s$ ,  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}$ , где значок “0” относится к равновесным значениям переменных. Далее перейдем к безразмерным переменным, которые имеют вид\*:

$$\begin{aligned} \frac{v_{xyz}}{C_A} &= v_\delta; \quad H_\delta = \frac{h_{y,z}}{H_0}; \quad \omega_\delta = \frac{\omega}{\Omega_{H_i}}; \\ k_\delta &= \frac{k C_A}{\Omega_{H_i}}; \quad \Omega_{H_i} = \frac{e H_0}{MC}; \quad C_A^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0} \end{aligned}$$

( $\omega$ ,  $k$ ,  $C$ ,  $M$  — частота, волновой вектор, скорость света, масса ионов).

После несложных вычислений из (1), (2) получим дисперсионные уравнения для альфвеновских и магнитоэзувковых волн:

$$(\omega - kM)^2 - k^2 \beta^2 = 0, \quad (3)$$

\*Индекс “ $\delta$ ” в дальнейшем опускаем.

$$(\omega - kM)^2 - k^2(1 + n_s) = 0, \quad (4)$$

$$M = \frac{V_0}{C_A}; \quad \beta = \frac{C_s}{C_A}; \quad n_s = \frac{\rho_0}{\rho_{s0}}.$$

Соотношение (3) описывает звуковую моду, а (4) — альфвеновскую. Из (3), (4) легко выяснить, что в системе существуют резонансные триплеты:

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= \omega_3; & k_1 + k_2 &= k_3; \\ \omega_1 + \omega_1 &= 2\omega_1; & k_1 + k_1 &= 2k_1. \end{aligned}$$

Мы учитываем лишь две гармоники альфвеновской моды, поскольку, как показано ниже, высшие гармоники сильно затухают как из-за магнитной вязкости, так и из-за затухания Ландау [10]. В таблице 1 приведены конкретные значения частот и волновых векторов.

Таблица 1

$N$	$\omega_n$	$k_1$	$\omega_2$	$k_2$	$\omega_3$	$k_3$	$\beta$	$M$	$n_s$
1	0,32	-0,1	0,04	0,2	0,36	0,1	0,1	0,3	10
2	0,49	-0,21	0,37	0,41	0,86	0,2	0,1	1	10
3	0,46	0,04	0,43	0,05	0,89	0,09	0,1	10	1
4	0,67	0,05	0,32	0,05	0,99	0,1	0,1	10	10

### 3. АНАЛИЗ УКОРОЧЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Используя асимптотический метод [1, 11–13], из (1), (2) легко получить укороченные уравнения для комплексных амплитуд волн (учитываем лишь квадратичные нелинейности).

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} + v_{rp1} \frac{\partial a_1}{\partial x} &= \sigma_1 a_2^* a_3 - 4 \bar{\nu}_m a_1 + \gamma a_1^2, \\ \frac{\partial a_2}{\partial t} + v_{rp2} \frac{\partial a_2}{\partial x} &= \sigma_2 a_1^* a_3 - \bar{\nu}_m a_2, \\ \frac{\partial a_3}{\partial t} + C_s &= \frac{\partial a_3}{\partial x} = \sigma_3 a_1 a_2, \end{aligned} \quad (5)$$

$\bar{\nu}_m$  — безразмерная магнитная вязкость,  $v_{\text{grp}}$  — групповые скорости мод,

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= -k_{1,2}(\omega_{1,2} - k_{1,2}M + 1 + \beta^2)(\omega_{1,2} - k_{1,2}M)^{-2} \times \\ &\times \left[ 3(\omega_{1,2} - k_{1,2}M)^2 - 2k_{1,2}^2(1 + n_s) \right]^{-1};\end{aligned}$$

$$\sigma_3 = -k_3[(\omega_3 - k_3M) + 1 + \beta^2]; \quad \bar{\nu}_m = \frac{\nu_m}{\Omega_{H_i}};$$

$a_j$  — комплексная амплитуда моды;  $\gamma = 2\sigma_1$ . В таблице 2 приведены коэффициенты  $\sigma_j$ .

Таблица 2

$N$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
1	7,53	-0,198	-11,53
2	1,45	-0,398	-1,64
3	-2702	-2040,8	-0,09
4	-64,4	-30,4	-0,1

Отметим, что альфеновские волны частот  $\omega_{1,2}$  имеют положительную энергию, а звуковая — отрицательную, т. е. реализуется взрывная нестабильность при условии:

$$M^2 > n_s + 1. \quad (6)$$

Рассмотрим стационарный случай, т. е.  $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$ , тогда, как показано в [4], при условии, которое в реальных физических условиях легко выполняется,

$$\left( \frac{\omega_{1,2}}{\Omega_{H_i}} \right)^2 \left( \frac{h}{H_0} \right)^2 \left( \frac{C_A}{C} \right)^2 \frac{\sigma_{1,2}}{c^2 k_{1,2}^2} \ll 1, \quad (7)$$

взрыв стабилизируется за счет нелинейного поглощения  $\nu_{\text{эфф}}$ :

$$\nu_{\text{эфф}} = \left[ 1 + \gamma^2 |a_1^{(0)}|^2 \left( \bar{\nu}_m + \gamma |a_1^{(0)}|^2 \right)^{-1} + \gamma^4 |a_1^{(0)}|^4 \left( 4\bar{\nu}_m + \gamma |a_1^{(0)}|^2 \right)^{-2} \right], \quad (8)$$

$$|a_1^{(0)}| = |\sigma_1| |a_3| |a_2| \nu_{\text{эфф}}^{-1} (|a_1|^2); \quad |a_1^{(0)}|^2 = -2\gamma |a_1|^2 (4\bar{\nu}_m + \gamma^2 |a_1|^2)^{-1}. \quad (9)$$

Соотношение (9) описывает решения (5), когда альфеновские моды следят за “звуком” и “взрывом” стабилизируются; при этом генерируется вторая

гармоника альфвеновской моды. Функция  $\nu_{\text{эфф}}$  характеризует нелинейное затухание альфвеновской моды за счет перекачки энергии в высшие гармоники. Качественно  $\nu_{\text{эфф}}$  растет от 1 при малых  $|a_1^{(0)}|$  до  $(1 + \gamma + \gamma^2)$  при больших  $|a_1^{(0)}|$  (более подробно см. [4]). Сдвиг фаз между гармониками определяется соотношениями (9). Заметим, что в указанной системе реализуется и ВЧ нестабильность, при этом инкремент неустойчивости в заданном поле  $|a_2| \gg |a_{1,3}|$  имеет вид:

$$\Gamma = \left( \frac{\sigma_1 \sigma_3}{v_{\text{гр}1} v_{\text{гр}3}} \right)^{1/2} |a_2|. \quad (10)$$

Таким образом, при определенных условиях в системе поток-магнитоактивная плазма возникают взрывная и ВЧ неустойчивости, причем "взрыв" стабилизируется из-за нелинейного поглощения. Результаты работы полезны как в теории волновых процессов в сплошных средах, так и для практических приложений — создания мощных генераторов (усилителей) НЧ излучения и диагностики лабораторной и космической плазмы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 95-02-05255.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вильхельмссон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. — М.: Энергоиздат, 1981.
2. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.
3. Нээлин М. В. Динамика пучков в плазме. — М.: Энергоиздат, 1982.
4. Файнштейн С. М. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 1021.
5. Рабинович М. И., Файнштейн С. М. // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 1672.
6. Тамойкин В. В., Файнштейн С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. С. 1036.
7. Дубинина Е. А. (Чернова), Урусова Н. А., Файнштейн С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 6. С. 697.
8. Ораевский В. Н., Сагдеев Р. З. // ЖТФ. 1962. Т. 32. С. 1291.
9. Докучаев В. П. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 413.
10. Гинзбург В. Л. Электромагнитные волны в плазме. — М.: Физматизд, 1960.
11. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1967.
12. Гапонов А. В., Рабинович М. И., Островский Л. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. С. 164.

13. Пустовалов В. В., Силин В. П. // Физика плазмы. 1973. Т. 61. Вып. 42. С. 287.

Нижегородский государственный  
технический университет

Поступила в редакцию  
16 апреля 1996 г.

**GENERATION OF THE MAGNETIC FIELD PULSES IN DEVELOPMENT  
OF THE EXPLOSIVE ALFVEN WAVE INSTABILITY IN THE  
FLUX-PLASMA SYSTEM**

*A. E. Belyantsev, S. M. Fainstein, E. A. Chernova*

An investigation has been carried out for excitation of the Alfvén radiation at the development of the explosive instability in a heated gyrotropic plasma being penetrated by a monospeed flux of ionized gas. It is shown, that under definite conditions the magnetic field pulses are generated in plasma. The amplitudes of the Alfvén wave harmonics have been found as well as conditions of the "explosion" stabilization due to nonlinear absorption associated with weakly damping harmonics of the Alfvén modes.

УДК 533.9

# К ВОПРОСУ О ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РАДИОВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

*B. A. Алимов, A. B. Рахлин, B. B. Тамойкин*

Методом рефракционного рассеяния радиоволн получены выражения для параметров Стокса при распространении радиоволн в турбулентной магнитоактивной плазме. Рассмотрен вопрос о пространственной когерентности поляризованного излучения. В случае насыщенных флуктуаций волнового поля получены выражения для корреляционных функций и дисперсий флуктуаций параметров Стокса. Показано, что в принимающем излучении будут наблюдаться флуктуации циркулярно поляризованной компоненты, даже если в падающем на слой магнитоактивной плазмы излучении круговая поляризация отсутствует. Предложен метод определения преимущественной ориентации магнитного поля в неоднородном слое космической плазмы, основанный на синхронных измерениях функций пространственной корреляции флуктуаций  $I$ ,  $V$  параметров Стокса и фарадеевского вращения плоскости поляризации излучения от источника с известными поляризационными характеристиками.

Вопросам переноса поляризации радиоизлучения в магнитоактивной плазме посвящено достаточно большое количество работ (см. [1, 2] и цитированную там литературу). В значительно меньшей степени это относится к проблеме поляризации радиоволн при распространении их в случайно-неоднородной плазме. Здесь следует отметить работы [3, 4], в которых были выполнены расчёты параметров Стокса при распространении радиоволн в магнитоактивной плазме со случайными неоднородностями. И хотя конкретные соотношения для параметров Стокса были получены в [3, 4] практические для идентичных условий (слабогиротропная, разреженная плазма), соответствующие результаты работ [3] и [4] отличаются существенным образом. Кроме методических отличий расчётов в [3, 4] следует отметить также и некоторые ограничения, которые были наложены на характеристики среды распространения радиоволн (так, например, в [3] рассматривался случай неоднородностей плазмы с гауссовой функцией корреляции флуктуаций, а в [4] флуктуации фазы нормальных волн на экране считались идентичными). Поэтому представляется целесообразным ещё раз остановиться на вопросе о поляризации радиоволн при распространении их в случайно-неоднородной магнитоактивной плазме. При этом мы будем решать задачу методом рефракционного рассеяния радиоволн (РРР), который, как известно, позволяет исследовать

особенности распространения радиоволн в турбулентной среде с сильными крупномасштабными неоднородностями путём соответствующих расчётов статистических характеристик радиоволн за эквивалентным фазовым экраном [5]. Кроме того, мы рассмотрим вопрос о пространственной когерентности поляризованного излучения при распространении его в случайно-неоднородной магнитоактивной плаэме. Для случая слабых флуктуаций волнового поля этот вопрос исследовался в работе [6]. В отличие от [6] метод PPP позволяет проанализировать поведение корреляционных функций параметров Стокса в режиме сильных (насыщенных) флуктуаций поля. В такой постановке решение задачи о пространственной когерентности поляризованного излучения, как будет показано ниже, даёт ряд интересных результатов, касающихся особенностей распространения поляризованного излучения в космической плаэме.

Итак, пусть плоская, монохроматическая, произвольно поляризованная волна падает нормально (вдоль оси  $\vec{z}$ ) на слой однородной холодной магнитоактивной плаэмы. Внешнее магнитное поле  $\vec{H}_0$  лежит в плоскости  $yz$  и составляет угол  $\alpha$  с осью  $\vec{z}$ . В начале слоя (при  $z = 0$ ) расположен турбулентный фазовый экран, вызывающий сильные ( $s_{1,2}^2 \gg 1$ ) крупномасштабные ( $\sqrt{\frac{z}{k_{1,2}}} \ll L_0$ ) флуктуации фаз нормальных волн ( $s_{1,2}^2$  — средние квадраты флуктуаций фаз нормальных волн в плаэме;  $k_{1,2}$  — волновые числа излучения;  $z$  — расстояние от начала слоя (экрана) до точки наблюдения;  $L_0$  — внешний масштаб турбулентности).

Для комплексного поля двух нормальных волн в точке наблюдения можно записать следующее выражение (ср. [4])

$$\vec{E}(z) = \vec{E}_1(z) + \vec{E}_2(z),$$

$$\vec{E}_{1,2}(z) \simeq \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa}_\perp \vec{G}_{1,2}(\vec{\kappa}_\perp) \exp[-iq^{1,2}(\vec{\kappa}_\perp)z]. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{\kappa}_\perp(\kappa_x, \kappa_y)$  — волновой вектор в плоскости  $xy$ ;  $\vec{G}_{1,2}(\vec{\kappa}_\perp)$  — пространственные спектры полей сигнала на экране для двух нормальных волн;  $q^{1,2}(\vec{\kappa}_\perp)$  — продольные волновые числа нормальных волн. В приближении малых углов рассеяния радиоволн крупномасштабными неоднородностями плаэмы [4]:

$$q^{1,2}(\vec{\kappa}_\perp) \simeq q_0^{1,2} + q_1^{1,2}\kappa_y + q_2^{1,2}\frac{\kappa_x^2}{2k} + q_3^{1,2}\frac{\kappa_y^2}{2k}. \quad (2)$$

Для случая слабогиротропной и разреженной плаэмы ( $u, v \ll 1$ ), который мы будем рассматривать ниже (см. также [3]), входящие в (2) параметры

тры  $q$  равны [2, 4]:

$$q_0^{1,2} \simeq kn_{1,2}(\alpha), \quad q_1^{1,2} \simeq \pm \frac{v\sqrt{u} \sin \alpha}{2}, \quad q_2^{1,2} \simeq q_3^{1,2} \simeq n_{1,2}^{-1}(\alpha), \quad (3)$$

$$n_{1,2} \simeq 1 - \frac{v}{2}(1 \mp \sqrt{u} \cos \alpha),$$

где  $k = \omega/c$ ;  $v = \omega_0^2/\omega^2$ ;  $u = \omega_n^2/\omega^2$ ;  $\omega_n$  — гирочастота электронов,  $\omega_0$  — ленгмюровская частота электронов [2];  $\omega$  — круговая частота излучения.

$$\vec{G}_{1,2}(\vec{\kappa}_\perp) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{C}_{1,2}(\vec{\kappa}'_\perp) G_{o1,2}(\vec{\kappa}_\perp - \vec{\kappa}'_\perp) d\vec{\kappa}'_\perp. \quad (4)$$

Здесь  $\vec{G}_{o1,2}(\vec{\kappa}_\perp) = (2\pi)^{-2} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp\{i[s_{1,2}(x, y) - \vec{\kappa}_\perp \vec{\rho}]\} d\vec{\rho}$  — пространственные спектры фазовых множителей для полей нормальных волн на экране;  $\vec{\rho}(x, y)$  — вектор в плоскости  $xy$ ;  $\vec{C}_{1,2}(\vec{\kappa}_\perp)$  — векторные амплитуды нормальных волн [2]. В нашем случае фазового экрана с крупномасштабными неоднородностями

$$\vec{C}_{1,2}(\vec{\kappa}_\perp) \simeq \vec{C}_{o1,2}\delta(\vec{\kappa}_\perp), \quad (5)$$

где  $\delta(\vec{\kappa}_\perp)$  — дельта-функция, а для компонент вектора  $\vec{C}_{o1,2}$  можно записать следующие соотношения [2]:

$$C_{o1x} = \frac{K_2 E_{ox} - E_{oy}}{K_2 - K_1}, \quad C_{o2x} = \frac{E_{oy} - K_1 E_{ox}}{K_2 - K_1}, \quad (6)$$

$$C_{o1y} = K_1 C_{o1x}, \quad C_{o2y} = K_2 C_{o2x}.$$

Здесь  $E_{ox}$ ,  $E_{oy}$  — проекции вектора комплексного поля падающей волны на оси  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  соответственно;  $K_{1,2}$  — коэффициенты поляризации нормальных волн [2]. В частном случае квазипротодольного распространения радиоволн  $K_{1,2} \simeq \pm i$ .

Используя соотношения (1)÷(6), можно вычислить требуемые параметры Стокса, которые характеризуют состояние поляризации принимаемого излучения [1]:

$$I = \overline{E_x E_x^*} + \overline{E_y E_y^*}, \quad U = 2 \operatorname{Re} \overline{E_x E_y^*}, \quad (7)$$

$$V = 2 \operatorname{Im} \overline{E_x E_y^*}, \quad Q = \overline{E_y E_y^*} - \overline{E_x E_x^*}.$$

Конкретные расчёты по формулам (1)÷(7) были выполнены для случая слабогиротропной и разреженной плазмы ( $u, v \ll 1$ ) с сильными крупномасштабными неоднородностями электронной концентрации ( $s_{1,2}^2 \simeq s_0^2(1 \mp \sqrt{u} \cos \alpha)^2 \gg 1$ ;  $s_0^2 \equiv s_{1,2}^2(u=0)$ );  $G_{o1,2}(\vec{\kappa}_\perp) \simeq G_0(\vec{\kappa}_\perp) =$

$= \frac{l_E^2}{4\pi} \exp\left(-\frac{\kappa_\perp^2 l_E^2}{4}\right), \quad l_E \simeq L_2/\sqrt{s_0^2}$  — характерный масштаб корреляции флуктуаций комплексного поля на экране [5]). В результате несложных вычислений получаем (ср. [4])

$$\begin{aligned} I &= I_0, \quad Q = Q_{\text{пер}}(z) \cdot \Gamma, \\ V &= V_0, \quad U = U_{\text{пер}}(z) \cdot \Gamma, \\ \Gamma &\simeq \exp\left\{-\overline{s_0^2} \left[2u \cos^2 \alpha + \left(\frac{z}{L_2} \sqrt{u} v \sin \alpha\right)^2\right]\right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $I_0, V_0$  — параметры Стокса для падающего излучения (при  $z = 0$ );  $Q_{\text{пер}}(z), U_{\text{пер}}(z)$  — параметры Стокса в точке наблюдения при распространении излучения в регулярном слое холодной плазмы [1].

Соотношения (8) совпадают с соответствующими выражениями для параметров Стокса, полученными в [3] для случая распространения излучения в толстом слое магнитоактивной плазмы с гауссовыми неоднородностями электронной концентрации (при  $l \equiv L_2, s_0^2 \gg 1$ ). Но в отличие от [3] выражения (8) справедливы при распространении радиоволн в слое магнитоактивной плазмы с сильными крупномасштабными неоднородностями произвольной турбулентной структуры [5]. Как и в [3], рефракционное рассеяние радиоволн в турбулентном слое магнитоактивной плазмы приводит лишь к уменьшению коэффициента линейной поляризации излучения.

В заключение кратко остановимся на вопросе о пространственной когерентности поляризованного излучения при распространении его в случайно-неоднородной магнитоактивной плазме. Используя метод PPP, проанализируем поведение корреляционных функций параметров Стокса в режиме сильных (насыщенных) флуктуаций излучения.

Функции пространственной корреляции флуктуаций параметров Стокса фактически являются соответствующими конфигурациями четвертых моментов волнового поля при пространственном разнесении точек наблюдения (см. [6]):

$$\Gamma_M(\vec{\rho}) = \overline{M(\vec{\rho}_1) M^*(\vec{\rho}_1 + \vec{\rho})} - \overline{M(\vec{\rho}_1)} \cdot \overline{M^*(\vec{\rho}_1 + \vec{\rho})}, \quad (9)$$

где  $M(\vec{\rho})$  — любой из текущих параметров Стокса  $\{I(\vec{\rho}), Q(\vec{\rho}), U(\vec{\rho}), V(\vec{\rho})\}$ . Средние значения их определяются соотношениями (8).

Расчёт функций корреляции (9) проведён методом PPP с использованием соотношений (1)–(8). При этом будем считать, что точки наблюдения находятся в зоне Фраунгофера за экраном с сильными фазовыми флуктуациями нормальных волн (см. выше, а также [4]). Тогда в

результате несложных преобразований получаем следующие общие выражения для функций пространственной корреляции флуктуаций параметров Стокса:

$$\Gamma_{I,Q}(\vec{\rho}) = |\Gamma_{E_x E_z^*}(\vec{\rho})|^2 + |\Gamma_{E_y E_y^*}(\vec{\rho})|^2 \pm 2|\Gamma_{E_x E_y^*}(\vec{\rho})|^2$$

$$\Gamma_U(\vec{\rho}) = 2\Gamma_{E_x E_z^*}(\vec{\rho})\Gamma_{E_y E_y^*}(\vec{\rho}) + [\Gamma_{E_x E_z^*}(\vec{\rho})]^2 + [\Gamma_{E_y E_y^*}(\vec{\rho})]^2 \quad (10)$$

$$\Gamma_V(\vec{\rho}) = 2\Gamma_{E_x E_z^*}(\vec{\rho})\Gamma_{E_y E_y^*}(\vec{\rho}) - |\Gamma_{E_x E_y^*}(\vec{\rho})|^2 - |\Gamma_{E_y E_z^*}(\vec{\rho})|^2.$$

Здесь  $\Gamma_{E_i E_j^*}(\vec{\rho})$  — функции пространственной корреляции флуктуаций поляризованных компонент волнового поля в плоскости наблюдения ( $i, j \equiv x, y$ ).

С учётом соотношений (1)–(8) в рамках использованных выше приближений можно вычислить функции  $\Gamma_{E_i E_j^*}(\vec{\rho})$ , входящие в выражения (10) (см. также [4]). В результате приходим к следующим выражениям для функций пространственной корреляции параметров Стокса в области насыщения флуктуаций волнового поля за слоем магнитоактивной плазмы с крупномасштабными неоднородностями электронной концентрации произвольной турбулентной структуры:

$$\Gamma_{I,V}(\vec{\rho}) \simeq \frac{e^{-2\rho_x^2/l_B^2}}{2} \{(I_0^2 \pm V_0^2)e^{-2\rho_y^2/l_B^2} \pm (I_0^2 - V_0^2)e^{-\beta-2(\rho_y-p_0 z)^2/l_B^2}\}, \quad (11)$$

$$\Gamma_{Q,U}(\vec{\rho}) \simeq \frac{e^{-2\rho_x^2/l_B^2}}{2} \{(I_0^2 - V_0^2)e^{-2\rho_y^2/l_B^2} \pm [Q_{\text{per}}^2(z) - U_{\text{per}}^2(z)]e^{-\beta-2(\rho_y-p_0 z)^2/l_B^2}\},$$

где  $\rho_x, \rho_y$  — величина пространственного разнесения точек наблюдения в плоскости  $xy$  вдоль осей  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  соответственно;  $p_0 = q_1^{(1)} - q_1^{(2)} = v\sqrt{u} \sin \alpha$  (см. (3));  $\beta = 4u \cos^2 \alpha \cdot s_0^2$ . При выводе (11) учтено, что для полностью поляризованного излучения  $Q_{\text{per}}^2(z) + U_{\text{per}}^2(z) \equiv I_0^2 - V_0^2$  (см. [1]).

Из соотношений (11) следует, что на выходе толстого неоднородного слоя ( $p_0 z > l_E$ ) для дисперсий флуктуаций параметров Стокса выполняются следующие законы сохранения ( $\sigma_M^2 \equiv \Gamma_M(\vec{\rho} = 0)$ ):

$$\sigma_I^2 + \sigma_V^2 = I_0^2, \quad \sigma_Q^2 + \sigma_U^2 = I_0^2 - V_0^2.$$

В частности, если в падающем на слой магнитоактивной плазмы излучении циркулярно поляризованная компонента отсутствует ( $V_0 \equiv 0$ ), то на выходе толстого слоя с крупномасштабными неоднородностями будут наблюдаться флуктуации и циркулярно поляризованной компоненты в принимаемом излучении ( $\sigma_V^2 = \sigma_I^2 = I_0^2/2$ , см. (11)), хотя среднее значение этого параметра Стокса будет равно нулю (см. (8)) (ср. [6]).

Необходимо отметить также, что анизотропный характер рассеяния радиоволн в слое магнитоактивной плаэмы со случайными неоднородностями приводит к различным зависимостям пространственной корреляции флуктуаций параметров Стокса при разнесении точек наблюдения в плоскости магнитного меридиана  $yz$  и в перпендикулярной плоскости  $xz$  (см. (11)). Когда эти точки наблюдения расположены в плоскости магнитного меридиана ( $\rho_x = 0$ ), при некотором разнесении  $\rho_y^o \simeq p_0 z$  корреляции флуктуаций параметров  $I, V$  и  $Q, U$  в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями ( $p_0 z > l_e$ ) будут попарно равны по величине и противоположны по знаку (см. (11)):

$$\Gamma_{I,V}(\rho_y^o) \simeq \pm \frac{(I_0^2 - V_0^2)}{2} e^{-\beta}, \quad \Gamma_{Q,U}(\rho_y^o) \simeq \pm \frac{(Q_{\text{пер}}^2(z) - U_{\text{пер}}^2(z))}{2} e^{-\beta}. \quad (12)$$

Это обстоятельство может быть использовано для измерения преимущественной ориентации магнитного поля  $\vec{H}_0$  в космической плаэме при наземном приёме излучения от источника с заданными поляризационными характеристиками. Действительно, проводя измерения пространственной корреляции флуктуаций параметров Стокса  $I$  и  $V$  для двух точек наблюдения, разнесённых на расстояние  $\rho_y^o$ , можно зарегистрировать отмеченный выше эффект (см. (12)). Тогда из измеренного значения  $\rho_y^o$  можно определить параметр  $p_0 z$  и, соответственно, величину  $K_1 = \sin \alpha_M \int N \cdot H_0(l) dl$ , усреднённую вдоль луча зрения на источник излучения ( $\alpha_M$  — некоторое среднее значение угла между вектором магнитного поля  $\vec{H}_0$  и волновым вектором  $\vec{k}$  в неоднородном слое, см. выше). Если же при этом проводить синхронные измерения фарадеевского вращения плоскости поляризации, то можно определить “меру вращения”  $K_2 = \cos \alpha_M \int N \cdot H_0(l) dl$  (см. [7]). Отношение измеренных величин  $K_1$  и  $K_2$  даст возможность найти величину  $\alpha_M$  — преимущественную ориентацию магнитного поля в слое магнитоактивной плаэмы с развитой турбулентной структурой.

Работа выполнена в рамках проекта 96-02-18632 РФФИ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плаэме. — М.: Наука, 1977.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плаэме. — М.: Наука, 1967.
3. Ерухимов Л. М., Шпиро П. И. // Изв. вузов. Радиофизика, 1973. Т. 16. № 12. С. 1783.

4. Тамойкин В. В., Замек И. Г. // Изв. вузов. Радиофизика, 1974, Т. 17. № 1. С. 31.
5. Алимов В. А., Рахлин А. В. Амплитудные флуктуации в теории рефракционного рассеяния радиоволн // Изв. вузов. Радиофизика, 1996 (в печати).
6. Кукушкин А. В., Ольяк М. Р. // Изв. вузов. Радиофизика, 1991, Т. 34. № 7. С. 738.
7. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плаэме. — М.: Наука, 1984.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Новгород

Поступила в редакцию  
11 июня 1996 г.

**TO THE PROBLEM ON POLARIZATION CHARACTERISTICS OF  
RADIO WAVES IN RANDOMLY INHOMOGENEOUS MAGNETOACTIVE  
PLASMA**

*V. A. Alimov, A. V. Raklin, V. V. Tamoikin*

Expressions have been obtained by the method of radio wave refraction scattering for the Stokes parameters at radio wave propagation in a turbulent magnetoactive plasma. A problem is considered on spatial coherency of the polarized radiation. In the case of saturated fluctuations of the wave field, expressions have been obtained for the correlation functions and fluctuation dispersions of the Stokes parameters. It is shown, that in the received radiation fluctuations of the circular polarized component will be observed even if the circular polarization is absent in the magnetoactive radiation plasma falling on the layer. A method is suggested for the definition of the preference magnetic field orientation in the irregular layer of cosmic plasma, based on synchronous measurements of spatial correlation functions of fluctuations  $I$ ,  $V$  Stokes parameters and the Faraday rotation of the radiation polarization plane from the source with the known polarization characteristics.

УДК 621.378.9

# ОТРАЖЕНИЕ СФОКУСИРОВАННОГО СВЕТОВОГО ПУЧКА В СРЕДЕ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ КЕРРА.

## II. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

*B. B. Воробьев*

Задача исследования самовоздействия светового пучка в нелинейной среде, его рассеяния и отражения областью схлопывания сведена к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений большого порядка. Это позволило применить для её решения метод Рунге–Кутта, обеспечивающий существенно большую точность, чем обычно применяемый для решения задач самовоздействия метод фазовых экранов. Проведено численное исследование самовоздействия и отражения пучка от области схлопывания, где диаметр пучка уменьшается до длины световой волны  $\lambda$ . Оно подтвердило основные выводы решения данной задачи, полученного ранее с использованием приближения параксиальных пучков.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] были приведены оценки интенсивности излучения, отражённого от слоя нелинейного диэлектрика, полученные в приближении параксиальных падающего и отражённых пучков. Из этих оценок следует, что отражённое поле вне слоя определяется, в основном, разрывом показателя преломления на границах слоя. Если область схлопывания находится вдали от границ, она не вносит заметного вклада в выходящую из среды отражённую волну. Тем не менее учёт отражения, важен и в этом случае, так как оно приводит к появлению значительных по величине возмущений показателя преломления в области схлопывания, дополнительных к тем, которые инициируются падающей волной. Это может повлиять на процесс самофокусировки прямой волны. Значительных эффектов нелинейного отражения, согласно проведённым оценкам, можно ожидать при фокусировке пучков, начальные поперечные размеры которых сравнимы с фокусным расстоянием, при мощностях в пучке, близких или больше критической, когда размер пучка в области схлопывания порядка длины световой волны. Применимость приближения параксиальных пучков для расчёта распространения как прямых, так и обратных волн в этих случаях сомнительна. В данной работе представляются результаты численных исследований этих процессов.

## МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РАСЧЁТА

В численных исследованиях моделировалось самово воздействие двумерных пучков, поле которых зависит от координат  $y$  и  $z$ . Использовались безразмерные координаты  $y' = ky$ ,  $z' = kz$ , поле  $E' = E/E_0$  (где  $E_0$  — максимальное значение поля  $E$  в падающем пучке) и величина  $\varepsilon'_2 = \varepsilon_2 E_0^2$ . В соотношениях (2)–(5) и уравнениях (6), (7) работы [1] при переходе к этих переменным следует положить величину  $k$  равной единице. В дальнейшем штрих  $u$  безразмерных переменных будем опускать.

За основу метода численного моделирования был выбран метод разложения прямой и отражённой волн по плоским волнам с амплитудами, определяемыми с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ). Возможности БПФ успешно продемонстрированы применением в решении задач распространения лазерного излучения как малых, так и больших мощностей в турбулентной атмосфере [2–5], и в среде с нелинейностью Керра [6]. В цитируемых работах БПФ применялось в комбинации с методом фазовых экранов, которыми заменялось действие слоёв малой длины  $h_z$  нелинейной или турбулентной среды. Для решения задачи с отражением методом фазовых экранов воспользоваться нельзя, так как фазовый экран, по определению, ничего не отражает. Оказалось, что в применении метода фазовых экранов, при решении регулярных задач и нет необходимости. Вместо него можно воспользоваться методами, обеспечивающими существенно большую точность расчётов.

При использовании разложения функций  $E(y, z)$ ,  $u(y, z)$ ,  $v(y, z)$ ,  $F(y, z)$  (их определения смотри в [1]) в дискретный ряд Фурье по координате  $y$  вида

$$E(y, z) = \sum_{m=-N/2+1}^{N/2} \tilde{E}_m(z) \exp(2\pi i my/D),$$

$$\tilde{E}_m(z) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} E(l, z) \exp(-2\pi i mlN),$$

где  $D$  — размер расчётной области по координате  $y$ ,  $E(l, z) = E(y(l), z)$ , для них можно получить систему соотношений и уравнений, аналогичных (2)–(7), работы [1] для дискретных спектральных компонент. Уравнения для прямой  $\tilde{u}$  и обратной  $\tilde{v}$  волн, в частности, перейдут в систему из  $2N$  уравнений

$$\frac{d\tilde{u}_m}{dz} = \frac{i\varepsilon_2}{2p_m} \tilde{F}_m \left( \tilde{u}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{u}_{\frac{N}{2}}, \tilde{v}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{v}_{\frac{N}{2}}, z \right) \exp(-ip_m z); \quad u_m(0)=0, \quad (1)$$

$$\frac{d\tilde{v}_m}{dz} = -\frac{i\varepsilon_2}{2p_m} \tilde{F}_m \left( \tilde{u}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{u}_{\frac{N}{2}}, \tilde{v}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{v}_{\frac{N}{2}}, z \right) \exp(ip_m z); \quad v_m(H)=0, \quad (2)$$

где

$$p_m = \sqrt{(1 + \varepsilon_1 - ae_m^2)}, \quad ae_m = 2\pi m/D, \quad (3)$$

$$\tilde{F}_m(z) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^{N-1} |E(l, z)|^2 E(l, z) \exp(-2\pi i ml/N), \quad (4)$$

$$m = -N/2 + 1, -N/2 + 2, \dots, N/2.$$

Поле  $\tilde{E}_m(z)$  при  $0 \leq z \leq H$  определяется через функции  $\tilde{u}_m(z) = \tilde{u}(ae_m, z)$  и  $\tilde{v}_m(z) = \tilde{v}_m(ae_m, z)$  согласно формулам (2)–(5) работы [1].

Система уравнений (1), (2) — это система обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения которой можно воспользоваться методом Рунге–Кутта, ошибка которого, как известно, при шаге интегрирования по оси  $z$ , равном  $hz$ , порядка величины  $(hz)^5$ , в то время как ошибка метода фазового экрана — порядка  $(hz)^3$  [2].

При учёте отражения задача интегрирования системы (1), (2) усложняется тем обстоятельством, что граничные условия для функций  $\tilde{u}$  и  $\tilde{v}$  задаются на разных границах, и, в общем случае, требуется введение итерационных процедур для нахождения решения. В данной работе мы ограничимся расчётами в приближении метода возмущений по интенсивности обратной волны, то есть будем предполагать, что функции  $\tilde{F}_m$  в уравнениях (1), (2) не зависят от величин  $\tilde{v}_m$ . Спектр поля обратной волны на границе ( $z = 0$ ) в методе возмущений определяется интегралами

$$\tilde{v}_m(0) = \frac{i}{2p_m} \varepsilon_2 \int_0^H \tilde{F}_m \left( \tilde{u}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{u}_{\frac{N}{2}}, z \right) \exp(ip_m \zeta) d\zeta, \quad (5)$$

Если определить функцию  $\tilde{v}_{1m}(z)$  как  $\tilde{v}_{1m}(z) = \tilde{v}_m(0) - \tilde{v}_m(z)$ , так что для неё выполняется граничное условие  $\tilde{v}_{1m}(0) = 0$ , её значение  $\tilde{v}_{1m}(H) = \tilde{v}_m(0)$  может быть вычислено с помощью интегрирования уравнения

$$\frac{d\tilde{v}_{1m}}{dz} = -\frac{i}{2p_m} \varepsilon_2 \tilde{F}_m \left( \tilde{u}_{-\frac{N}{2}+1}, \dots, \tilde{u}_{\frac{N}{2}}, z \right) \exp(ip_m z), \quad \tilde{v}_{1m}(0) = 0. \quad (6)$$

Интегрирование системы уравнений (1), (6) в отличие от аналогичного по формулам (5), не требуют запоминания двумерных массивов  $\tilde{F}_m(z_k)$ , что расширяет возможности численных расчётов.

Выражения в правых частях системы (1), (6) как функции величин  $p_m$  или  $ae_m$  имеют особенности при  $p_m = 0$ ,  $ae_m = 1$ . Они обращаются в этой точке в бесконечность. Кроме того, в этой точке разрывны первые производные от  $\exp(\pm ip_m z)$ . В наших расчётах особые точки исключались с помощью соответствующего выбора расчётной сетки. Шаг  $\Delta ae = ae_m - ae_{m-1}$  выбирался таким, чтобы выполнялось соотношение

$$p(1 + \Delta ae/2) = ip(1 - \Delta ae/2). \quad (7)$$

То, что такая процедура регуляризации для нахождения отражённого поля корректна, проверялось двумя способами: во-первых, с помощью изменения числа шагов расчётной сетки  $N$  (оно выбиралось равным либо 256, либо 512), во-вторых, применением вместо БПФ интегрального преобразования Фурье. Поскольку функция  $\tilde{F}(ae)(1 - ae^2)^{-1/2}$  является интегрируемой, по крайней мере, при условии, что функция  $\tilde{F}(ae)$  не имеет особенностей при  $ae^2 = 1$ , переход к интегральному преобразованию позволяет выделить вклад особых точек. Численный эксперимент показал, однако, что результаты расчётов этими двумя методами (в том случае, когда применим метод возмущений) практически совпадают. С увеличением параметра  $\epsilon_2$  раньше, чем появляется различие в результатах расчётов разными методами, проявляется некорректность использования метода возмущений.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ ОТРАЖЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ

Поле  $E$  в падающем на слой пучке задавалось в виде

$$E(0, y) = \exp(-y^2/2a_0^2 - i\sqrt{y^2 + F_0^2}), \quad (8)$$

где  $a_0$  — начальный радиус,  $F_0$  — фокусное расстояние. Поверхностями постоянной фазы для данного распределения являются круговые цилиндры с центром в точке  $z_0 = F_0$ . Такой выбор фазового фронта обеспечивает возможность фокусировки широкоапертурных пучков (с  $a_0 \approx F_0$ ) до меньших размеров, чем при фокусировке линзами с параболическими поверхностями постоянной фазы.

При выбранном распределении входного поля процесс распространения пучка определяется четырьмя параметрами:  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $a_0$ ,  $F_0$ ,  $H$ , соотношения между которыми могут меняться в широких пределах. В проведённых расчётах мы ограничились исследованием особенностей процесса распространения вблизи области схлопывания: там, где размеры пучка становятся сравнимыми с длиной волны, а именно  $a_0 = Na \cdot hy \cong 5\pi$  (значения шага  $hy$  и числа  $Na$  в соответствии с условием (8) выбирались равными  $hy = 0,253936\pi$ ,  $Na = 20$  при  $N = 256$ ). Размеры расчётных областей составляли  $D/2 \cong 6,4a_0$ ,  $ae_{\max} = \pi/hy \cong 4$ . Шаг дискретизации по координате  $z$  составлял  $hz = \pi/16$ . Это значение было выбрано, исходя из требования, чтобы достаточно точно учитывать неоднородности поля и среды с размерами порядка  $\lambda/2$ , которые определяют отражение назад. С учётом чётности функций число уравнений в системе (1), (6) составляло 258 при  $N = 256$  и 514 при  $N = 512$ . Величина  $\epsilon_1$  в данных расчётах выбиралась равной нулю.

Характер изменения отражения при различных условиях иллюстрируют рис. 1, 2. На них представлены:

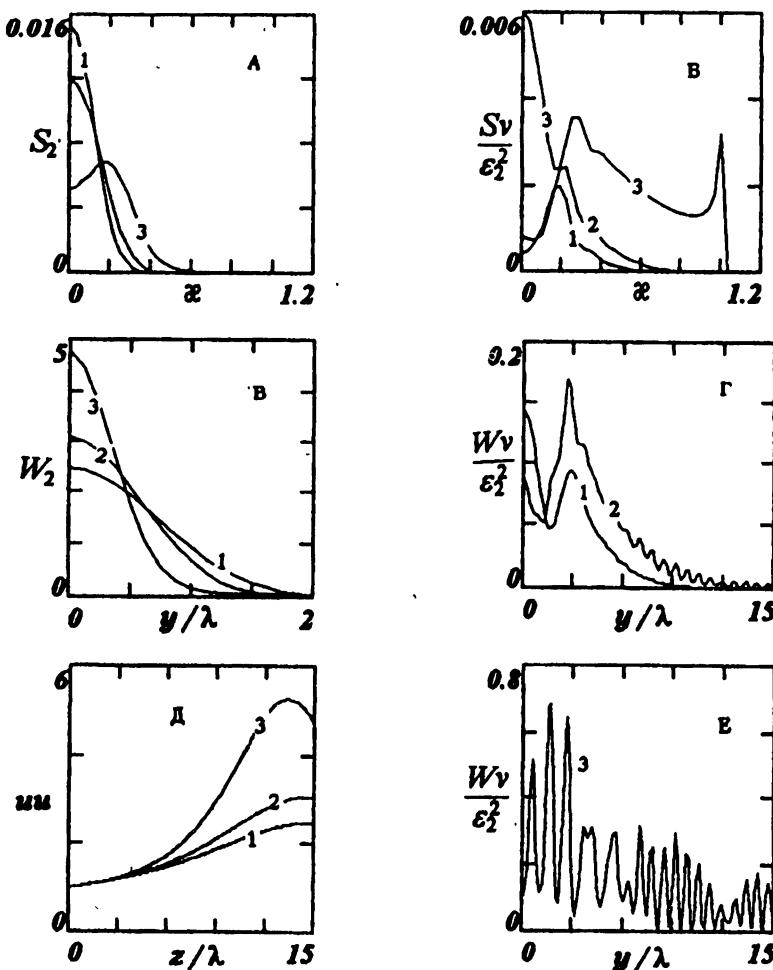


Рис. 1. Спектры прямой волны  $S_2(\alpha)$  на выходе среды (А), обратной волны  $Sv$  при  $z = 0$  (Б), распределений интенсивности в проходящей волне  $W_2(\alpha)$  на выходе среды (В) и в отражённой волне  $Wv$  на входе (Г, Е), квадрата амплитуды поля  $uu$  прямой волны на оси пучка (Д), при значениях параметров:  $H = 15\lambda$ ,  $F_0 = 1,2H$  и  $\epsilon_2 = 0,001$  (1), 0,01 (2), 0,03 (3).

$$(A) \quad S_2(ae) = \text{Im}(E^*(ae, z)dE(ae, z)/dz) \Big|_{z=H} -$$

спектры поля прямой волны на выходе нелинейного слоя,

$$(B) \quad Sv(ae) = \text{Im}(v^*(ae, z)dv(ae, z)/dz) \Big|_{z=0} -$$

спектры поля отражённой волны на входе в среду, соответствующие им распределения интенсивностей

$$(B) \quad W_2(y) = \operatorname{Im}(E^*(y, z)dE(y, z)/dz)\Big|_{z=H},$$

$$(\Gamma, E) \quad Wv(y) = \operatorname{Im}(v^*(y, z)dv(y, z)/dz)\Big|_{z=0},$$

а также зависимости ( $\Delta$ ) от координаты  $z$  квадрата модуля напряжённости поля  $uu = E(0, z)E^*(0, z)$  на оси пучка. Координаты  $y$  и  $z$  нормированы на длину световой волны  $\lambda$ .

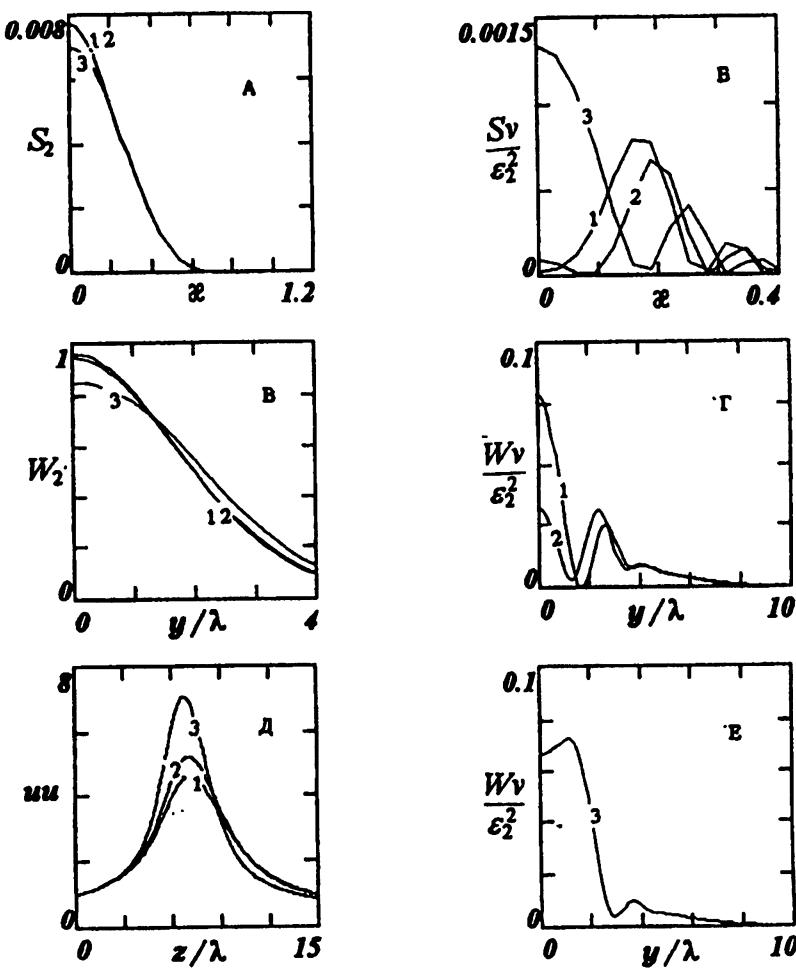


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но при  $H = 15\lambda$ ,  $F_0 = 0.5H$ .

Подробнее рассмотрим особенности изменения процессов отражения и рассеяния в случае  $F_0 = 1.2H$ . На рис. 1 представлены результаты

расчёта при значении отношения  $F_0/a_0 = 6$  и значениях параметра  $\epsilon_2 = 0,001$  (1),  $\epsilon_2 = 0,01$  (2),  $\epsilon_2 = 0,03$  (3). (Характерным значением параметра  $\epsilon_2$  в двумерном случае является величина  $\epsilon_{2c}$ , соответствующая стационарному решению волнового уравнения, равная  $\epsilon_{2c} = 2/a_0^2 \cong 0,008$  при  $a_0 = 5\pi$ ). При значениях параметра  $\epsilon_2 \leq 0,01$ , влияние нелинейности слабо проявляется как на изменении спектра, так и на распределении интенсивности прямой волны, наличие границ приводит к слабому по интенсивности отражению. Радиус пучка на выходной границе приблизительно равен длине волны. При этом, в соответствии с выводами [1], квадрат полуширины распределения интенсивности обратной волны в плоскости  $z = 0$  приблизительно в три раза больше квадрата радиуса падающего пучка.

При  $\epsilon_2 = 0,03$  радиус пучка в сечении  $z = H$  уменьшается до половины длины волны, спектр прямой волны в этом сечении уширяется на интервал волновых чисел  $a\epsilon$  до  $a\epsilon = 0,4$ . Спектр обратной волны уширяется на интервал до  $a\epsilon = 1$ . В распределение интенсивности обратной волны при этом заметный вклад вносят волны, распространяющиеся вдоль границы раздела, что приводит к появлению осцилляций функции  $Wv$  с периодом, приблизительно равным половине длины волны. Данный результат приведен только в качестве иллюстрации того, к чему приводит формальное применение выбранных методов расчёта. Ясно, что они не корректны для описания процесса отражения в данном случае. Во-первых, потому что для расчёта компонент спектра с волновым числом  $a\epsilon = 1$ , которые являются определяющими в данном случае, не применим метод возмущений, во-вторых, потому что не применим метод решения, основанный на использовании разложений в ряды Фурье, поскольку интенсивность рассеянной компоненты отлична от нуля вблизи и на границе расчётной области по  $y$ .

Картина распределения интенсивности обратной волны резко меняется, когда область схлопывания находится не вблизи границы, а внутри среды. Это видно из рис. 2, на котором представлены результаты расчетов при  $H = 15\pi$ ,  $F_0 = 0,5H$ . Первое отличие заключается в существенном уменьшении интенсивности отражения, второе — в отсутствии осциллирующей компоненты, несмотря на то, что радиус пучка при  $\epsilon_2 = 0,03$ , например, как и в предыдущем случае, уменьшается в области фокусировки до величины, равной половине длины волны.

На рис. 3 и 4 приведены зависимости от отношения  $F_0/a_0$  и параметра  $\epsilon_2$  относительной мощности обратного излучения, попадающего в расчётную область, т.е. отношения  $Pv/P_0$ , где

$$Pv = \sum_k Wv(y(k)), \quad P_0 = \sum_k \operatorname{Im} \left( E^*(y(k), z) dE(y(k), z)/dz \Big|_{z=0} \right),$$

и относительных разностей  $(P_2 - P_0)/P_0$ , где  $P_2$  — мощность пучка на

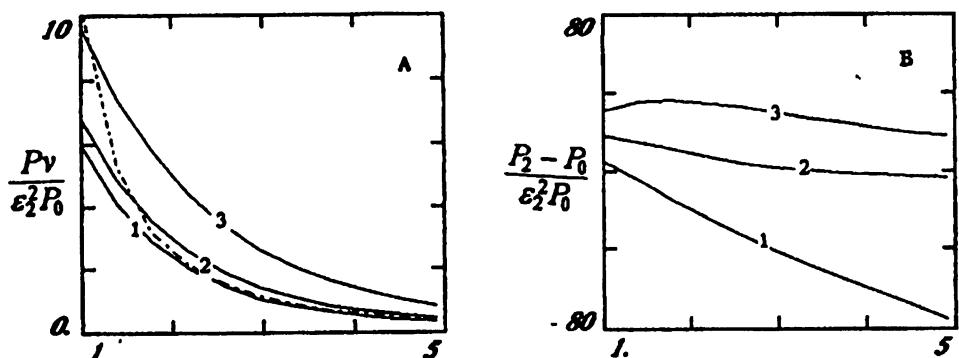


Рис. 3. Относительная мощность обратной волны  $Pv/P_0$  (А) и относительная не-вяка мощностей на выходе слоя  $(P_2 - P_0)/P_0$  (Б) как функции отношения  $(F_0/a_0)$  при  $F_0 = H$  и  $\epsilon_2 = 0,002$  (1), 0,01 (2), 0,03 (3).

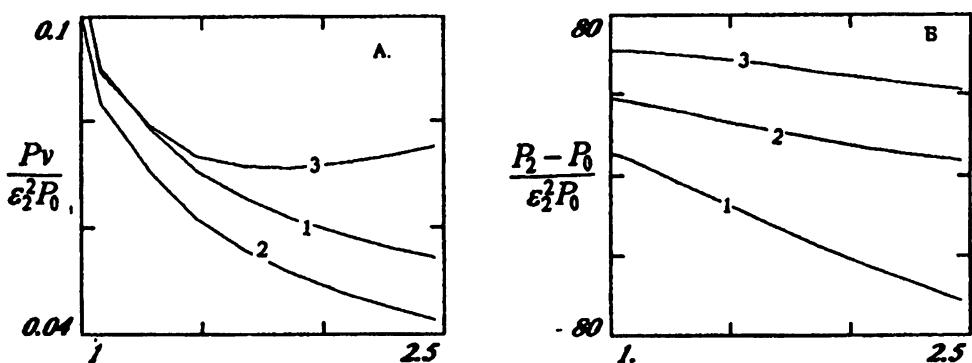


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но при  $F_0 = 0,5H$ .

выходе из нелинейной среды:

$$P_2 = \sum_k \operatorname{Im} \left( E^*(y(k), z) dE(y(k), z) / dz \Big|_{z=H} \right).$$

Отметим, что при значениях параметра  $\epsilon_2 \leq 0,01$  в интервале изменения отношения  $F_0/a_0$  от 1,5 до 5 зависимости, приведенные на рис. 3(а) с относительной ошибкой, не большей 10%, можно аппроксимировать формулой  $Pv/P_0 \cong 10\epsilon_2^2(a_0/F_0)^2$ . (В трёхмерном случае, как следует из оценок [1], величина  $Pv/P_0$  пропорциональна произведению  $\epsilon_2^2(a_0/F_0)^4$ .)

Из сравнения отражения пучков, фокусирующихся на границу так, что  $F_0 = H$  (рис. 3а), и в центр нелинейного слоя  $F_0 = H/2$  (рис. 4а) при различных значениях толщины слоя  $H$ , видно, что в первом случае отраженная мощность приблизительно на порядок больше, чем во втором.

Поскольку и интенсивности пучков на задней границе в первом и втором случаях также отличаются на порядок, можно сделать вывод, что

отражение от нелинейного слоя, в основном, определяется границей. Это не означает, однако, автоматической возможности пренебрежения влиянием обратной волны на распространение прямого пучка, если область склонования находится вдали от границы. О величине возмущений прямой волны, обусловленных влиянием обратной, можно судить по величине относительной разности  $(P_2 - P_0)/P_0$ .

Для полей, описываемых уравнениями (1), (2), должен выполняться закон сохранения мощности  $P_0 = P_2 + Pv$ . Мощность же прямой волны, описываемой уравнениями (1), в которых пренебрегается зависимостью от поля обратной волны, в общем случае, не сохраняется. Отметим, что именно это обстоятельство, отмеченное в работе [6], инициировало постановку нашей задачи исследования поля обратной волны. Из результатов, представленных на рис. 3(б) и 4(б), видно, что как при фокусировке пучка на границу, так и внутрь слоя величины невязок в значениях расчётных мощностей, обусловленных пренебрежением влияния обратной волны на прямую, приблизительно одинаковы, несмотря на то, что величины мощностей отраженных волн различаются на порядок и более.

### НЕЛИНЕЙНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

Изложенные результаты получены в приближении метода возмущений по интенсивности обратной волны. Численный анализ процессов отражения волн на границах можно провести более корректно. Рассмотрим, например, отражение полубесконечным слоем  $z > 0$ . Согласно изложенному ранее, можно предположить, что в полупространстве  $z > 0$ , существует только прямая волна, в то время как при  $z < 0$  прямая и отраженная волны. Вблизи границы  $z = 0$  представим спектральные компоненты поля в виде:

$$\tilde{E}_m(z) = A_{0m} \exp(ip_m z) - B_{0m} \exp(-ip_m z) \quad \text{при } z < 0,$$

$$\tilde{E}_m(z) = A_m \exp(iq_m z) \quad \text{при } z \geq 0,$$

где  $p_m^2(\alpha) = 1 - \alpha^2$ , а величины  $q_m$ ,  $B_{0m}$ ,  $A_m$  подлежат определению. Из условий непрерывности функции  $\tilde{E}_m(z)$ ,  $d\tilde{E}_m(z)/dz$  на границе и уравнения

$$d^2\tilde{E}_m/dz^2 + p_m^2 \tilde{E} = -\varepsilon_2 \tilde{F}_m(A) \quad \text{при } z \geq 0,$$

где  $\tilde{F}_m(A) \equiv \tilde{F}_m(A_{-N/2+1}, A_{-N/2+2}, \dots, A_0, \dots, A_{N/2})$ , получим соотношения:

$$q_m(\alpha) - p_m(\alpha) = \varepsilon_2 \tilde{F}_m(A)/[2p_m A_{0m}], \quad (9)$$

$$A_m = A_{0m} - \varepsilon_2 \tilde{F}_m(A) / [4(1 - \alpha_m^2) + \varepsilon_2 \tilde{F}_m(A) / A_{0m}], \quad (10)$$

$$B_{0m} = A_m - A_{0m}, \quad (11)$$

Метод возмущений соответствует пренебрежению членом с коэффициентом  $\varepsilon_2$  в знаменателе (10) и замене  $A$  на  $A_0$  в аргументе функционала  $\tilde{F}$ . При обращении преобразования Фурье интеграл по  $\alpha$  понимается как главное значение. Решение нелинейного интегрального уравнения (10), как показал численный эксперимент, в котором параметр  $\varepsilon_2$  варьировался в пределах  $-0,3 \leq \varepsilon_2 \leq 1$ , можно находить, применяя простую итерационную схему, т.е. вычислять  $k+1$  приближение  $A$  по формуле (10), в правой части которой вектор  $A$  полагается равным значению из итерации с номером  $k$ . Отметим, что учёт нелинейного члена в знаменателе выражения (10) автоматически обеспечивает регуляризацию интеграла по  $\alpha$ , в точках  $\alpha = \pm 1$ . Итерации быстрее сходятся при положительных значениях параметра  $\varepsilon_2$ , чем при таких же по величине отрицательных значениях. (При  $\varepsilon_2 < 0$  возможно полное внутреннее отражение компонент спектра с  $|\alpha| < 1$  и, как показывает анализ самовоздействия плоских волн [7, 8], в такой среде должны наблюдаться более значительные и разнообразные эффекты, чем в среде с нелинейностью Керра. Детального исследования отражения сфокусированных пучков при  $\varepsilon_2 < 0$  мы не проводили. Пробные расчёты позволяют утверждать, однако, что предлагаемый метод применим для анализа нелинейного отражения и в этом случае.)

На рис. 5 приведены результаты расчётов отражения пучка с распределением поля, задаваемым формулой (8) с  $F_0 = a_0$ , при  $\varepsilon_2 = 0,1$ . При  $a_0 = \lambda/2$  условия расчёта приблизительно соответствуют (с учётом самофокусировки в слое) условиям расчётов с  $\varepsilon_2 = 0,03$ , результаты которых представлены на рис. 1. Спектры  $Sv$  и распределения  $Wv$ , полученные из решения нелинейного уравнения, такие же, как рассчитанные методом возмущений, если радиус пучка больше длины световой волны. Существенные отличия имеются, однако, в картинах отражения пучков с  $a_0 = \lambda/2$ . Учёт нелинейности процесса приводит к подавлению осцилляций и уменьшению их амплитуды при удалении от центра пучка. Вблизи границы расчётной области осцилляции практически отсутствуют.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Задача исследования самовоздействия светового пучка в нелинейной среде, его рассеяния и отражения областью склонивания сведена к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений большого порядка. Это позволило применить для её решения метод Рунге–Кутта,

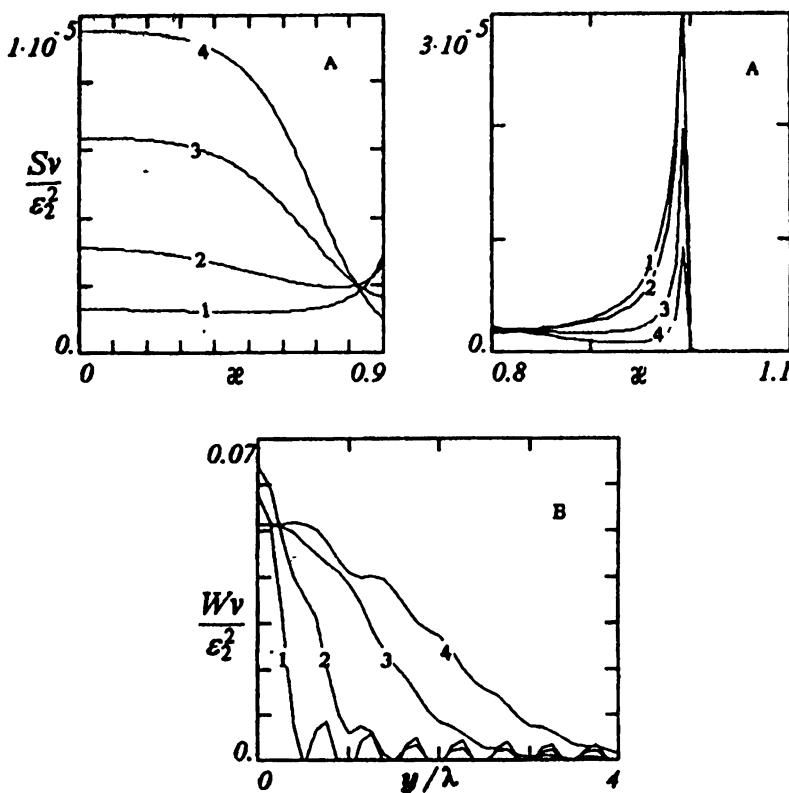


Рис. 5. Спектры (A, A') и распределение интенсивности волны, отраженной от границы нелинейной среды, рассчитанные при значениях параметров:  $\epsilon_2 = 0,1$ ,  $F_0/q_0 = 1$  и  $a_0/\lambda = 0,5$  (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4).

обеспечивающий существенно большую точность, чем обычно применяемый для решения задач самовоздействия метод фазовых экранов. В численном эксперименте проверена устойчивость расчётного алгоритма.

Проведено численное исследование самовоздействия и обратного рассеяния пучка в области схлопывания, где диаметр пучка уменьшается до длины световой волны  $\lambda$ . Оно подтвердило основные выводы решения данной задачи, полученного с использованием приближения параксиальных пучков, а именно: область схлопывания может приводить к заметному отражению излучения только в том случае, если она находится вблизи границы нелинейной среды. Учёт обратного отражения важен, тем не менее, для корректного расчёта самовоздействия прямой волны. Пренебрежение им в том случае, когда диаметр пучка уменьшается до длины волны, приводит к нарушению закона сохранения мощности в пучке, причём невязки в расчётных значениях мощностей могут на порядки превосходить величину мощности обратной волны. Сформулировано нелинейное интегральное уравнение для расчёта отражения от границы нелинейной среды.

Показано, что для нахождения его численного решения применима простейшая итерационная схема.

Автор признателен A. Consortini, J. C. Dainty, S. M. Flatte, R. F. Sharma, А. С. Гурвичу, В. П. Кандидову и В. И. Таланову за поддержку работы, В. И. Татарскому за обсуждение результатов и их представление на симпозиуме Progress in Electromagnetics Research (PIERS-95), Сиэтл, США.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда и Правительства Российской Федерации (Проекты MR1000 и MR1300).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев В. В. // Изв. вузов. Радиофизика,
2. Fleck J. A., Morris J. R., and Feit M. D. // Appl. Phys., 1976. V. 10. N 2. P. 129.
3. Martin J. M. and Flatte S. M. // Applied Optics, 1980. V. 27. N 11. P. 2111.
4. Чесноков С. С. // Вестник МГУ. Сер. 3: Физика, астрономия, 1980. Т. 21. N 6. С. 27.
5. Коняев П. А., Лукин В. П. // Изв. вузов. Физика, 1983. N 2. С. 79.
6. Feit M. D. and Fleck J. A. // J. Opt. Soc. of Am. B., 1988. V. B5. P. 633.
7. Каплан А. Е. // ЖЭТФ, 1977. Т. 72. N 5. С. 1710.
8. Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. — М.: Наука, 1986. С. 189.

Институт физики атмосферы им.  
А.М.Обухова РАН, г. Москва

Поступила в редакцию  
21 февраля 1996 г.

#### REFLECTION OF A FOCUSED LIGHT BEAM IN A KERR MEDIUM. II. NUMERICAL SOLUTION OF WAVE EQUATION

V. V. Vorob'ev

Self-focusing of light beam, its reflection and scattering are studied numerically. The fast Fourier transformation in combination with Runge-Kutta method are applied instead of the phase-screens method which is usually applied for the solution of a similar problem. This allows to investigate the self-focusing process even if the incident beam diameter is reduced to a wavelength. The calculations confirmed the conclusions of the approximate solution of this problem obtained earlier by the author.

УДК 621.396.67.01

# РАСЧЁТ МИНИМАЛЬНОГО ПОЛЯ РАССЕЯНИЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ АНТЕННЫ ПО ЕЁ ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ

*Ю. П. Воропаев, В. В. Тебекин*

Получено строгое аналитически замкнутое выражение для расчета элементов поляризационной матрицы рассеяния  $S_p$ , описывающей минимальное в квадратичном смысле поле рассеяния произвольной пассивной согласованной антенны. Элементы  $S_p$  аналитически выражаются только через векторную комплексную диаграмму направленности антенны.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Приемо-передающие свойства согласованной по входу антенны будем описывать диаграммой направленности (ДН)

$$\vec{f}(\vec{r}_0) = \sqrt{\frac{G}{4\pi}} \vec{F}(\vec{r}_0) = \sqrt{\frac{A_o}{\lambda^2}} \vec{F}(\vec{r}_0) \quad (1)$$

при стандартной нормировке

$$\int_{\Omega} \vec{f}^*(\vec{r}_0) \vec{f}(\vec{r}_0) d\Omega = 1, \quad (2)$$

где орт  $\vec{r}_0$  определяет направление на точку наблюдения;  $G$  — максимальный коэффициент усиления;  $A_o$  — эффективная площадь антенны;  $\lambda$  — длина волны;  $\max |\vec{F}(\vec{r}_0)| = 1$ ;  $*$  — эрмитово сопряжение;  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ .

В работе используется матричное представление векторных величин  $\vec{f} = [f_\theta, f_\varphi]^T$ ,  $\vec{F} = [F_\theta, F_\varphi]^T$ , где  $T$  — транспонирование.

Рассеивающие свойства антенны будем описывать поляризационной матрицей рассеяния [1, 8]

$$S_p(\vec{r}_0, -\vec{v}_0) = \frac{1}{\lambda \sqrt{4\pi}} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{\theta\theta}} & : & \sqrt{\sigma_{\theta\varphi}} \\ \dots & : & \dots \\ \sqrt{\sigma_{\varphi\theta}} & : & \sqrt{\sigma_{\varphi\varphi}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где орт  $-\vec{v}_0$  определяет направление прихода к антенне плоской электромагнитной волны;  $\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\theta\varphi}, \dots$  — комплексные парциальные эффективные площади рассеяния (ЭПР) антенны.

Известно, что между величинами  $\vec{f}$  и  $S_p$  существует определенная взаимосвязь [2–4], которую пытаются использовать для оценки рассеивающих свойств антенн по ее ДН. В общем случае информации, содержащейся в ДН, недостаточно для расчета матрицы  $S_p$ . Исключение составляют так называемые канонические антенны, для которых  $S_p$  аналитически выражается целиком через ДН. Кроме того, в работе [4] показано, что могут существовать антенны, названные неканоническими минимально рассеивающими антennами, для которых  $S_p$  также аналитически выражается только через ДН. Результаты исследования этого типа антенн излагаются ниже.

## 2. КАНОНИЧЕСКИЕ И НЕКАНОНИЧЕСКИЕ АНТЕННЫ

Не вдаваясь в подробности классификации составляющих поля рассеяния различных антенн, разделим последние всего на два класса — канонические и неканонические. Следуя истории, назовем канонической такую идеализированную (т. е. без потерь мощности) пассивную антенну, у которой в приемном режиме при подсоединении некоторой реактивной нагрузки ко входу отсутствует поле рассеяния при любой поляризации и любом направлении прихода плоской ЭМВ, т. е.  $S_p = 0$ . Такое свойство канонических антенн часто называют свойством невидимости. Все остальные антены, не обладающие свойством невидимости, будем называть неканоническими.

Известно [5–7], что все согласованные канонические антены в приемном режиме при работе на согласованную нагрузку принимают и рассеивают одинаковые мощности. Из-за этого свойства канонические антены называют минимально рассеивающими [5]. Для неканонических антенн при работе в том же режиме рассеиваемая мощность всегда превышает принимаемую.

Известно также, что все приемо-передающие и рассеивающие свойства канонических антенн (КА), все параметры и характеристики взаимодействия с КА описываются аналитически строгими выражениями только через ДН изолированных КА. Очевидно, что КА — абстракция наподобие гармонических составляющих в спектральном анализе, но именно в этом состоит их теоретическая привлекательность как простых элементов реальных, но более сложных антенн.

Используем результаты работы [4] и опишем основные электродинамические свойства произвольной канонической антенной решетки, имеющей  $N$  входов и столько же парциальных ДН  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_N$ . Составим из них  $2 \times N$  матрицу

$$\mathcal{F}(\vec{r}_0) = [\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_N] = \begin{bmatrix} f_{\theta 1} & f_{\theta 2} & \cdots & f_{\theta N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{\varphi 1} & f_{\varphi 2} & \cdots & f_{\varphi N} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Будем считать парциальные ДН решетки ортонормированными, т. е.

$$\int_{\Omega} \mathcal{F}^*(\vec{r}_0) \mathcal{F}(\vec{r}_0) d\Omega = E_N, \quad (5)$$

где  $E_N$  — единичная матрица порядка  $N$ .

В работе [4] получены общие соотношения, справедливые для любой согласованной канонической решетки:

$$T_0 \mathcal{F}^T(-\vec{r}_0) = -\mathcal{F}^*(\vec{r}_0) V, \quad (6)$$

где матрица  $V = \text{diag}[1, -1]$ , а унитарная матрица

$$T_0 = - \int_{\Omega} \mathcal{F}^*(\vec{r}_0) V \mathcal{F}^T(-\vec{r}_0) d\Omega \quad (7)$$

получается из (6) после умножения справа на матрицу  $\mathcal{F}^T(-\vec{r}_0)$  и интегрирования с учетом свойства (5). Заметим, что соотношения (4)–(7) остаются справедливыми при заменах аргументов  $\vec{r}_0 \rightarrow \pm \vec{v}_0$  и других аналогичных.

Равенство (6) устанавливает связи между значениями парциальных ДН канонической решетки в диаметрально противоположных направлениях. В частности, при  $N = 1$  имеем  $|\tilde{f}(\vec{r}_0)| = |\tilde{f}(-\vec{r}_0)|$ , т. е. известное свойство центральной симметрии амплитудной ДН любой КА с одним входом.

Унитарная матрица  $T_0$  имеет простой физический смысл [4] — она равна матричному коэффициенту отражения от системы реактивных нагрузок, при подключении которых к  $N$  входам канонической решетки она становится невидимой в поле плоской волны.

Наконец, залишем выражение для поляризационной матрицы рассеяния (3) произвольной канонической решетки [4]:

$$S_p(\vec{r}_0, -\vec{v}_0) = i\mathcal{F}(\vec{r}_0) T_0 \mathcal{F}^T(-\vec{v}_0), \quad i = \sqrt{-1}. \quad (8)$$

Вышеописанную каноническую решетку используем для построения математической модели произвольной неканонической антенны с одним входом.

### 3. МОДЕЛЬ НЕКАНОНИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ

Один вход канонической решетки, например, первый, оставим свободным и будем считать его входом моделируемой неканонической антенны. К остальным  $N - 1$  входам подсоединим систему фиктивных нагрузок, описываемых матричным коэффициентом отражения  $\Gamma$  (см. рис. 1). В



Рис. 1. Модель неканонической антенны.

соответствии с таким разбиением входов и парциальных ДН представим выражения (4), (7) и (6) в блочном виде:

$$\mathcal{F}(\vec{r}_0) = \left[ \overbrace{\mathcal{F}_1(\vec{r}_0)}^1 : \overbrace{\mathcal{F}_2(\vec{r}_0)}^{N-1} \right], \quad \mathcal{F}_1(\vec{r}_0) = \vec{f}_1(\vec{r}_0),$$

$$\begin{aligned}
 T_0 &= \left[ \begin{array}{c:c} \overbrace{T}^1 & \overbrace{\sqrt{1 - |T|^2} T_{12}}^{N-1} \\ \dots & \vdots \\ T_{21} \sqrt{1 - |T|^2} & \vdots T_{22} - T_{21} T^* T_{12} \end{array} \right] \}^1 = \\
 &= - \int_{\Omega} \left[ \begin{array}{c} \mathcal{F}_1^*(\vec{r}_0) \\ \dots \\ \mathcal{F}_2^*(\vec{r}_0) \end{array} \right] V \left[ \mathcal{F}_1^{T*}(-\vec{r}_0) : \mathcal{F}_2^{T*}(-\vec{r}_0) \right] d\Omega, \tag{9}
 \end{aligned}$$

$$\left[ \begin{array}{c:c} T & \sqrt{1 - |T|^2} T_{12} \\ \dots & \dots \\ T_{21} \sqrt{1 - |T|^2} & \vdots T_{22} - T_{21} T^* T_{12} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \mathcal{F}_1^T(-\vec{r}_0) \\ \dots \\ \mathcal{F}_2^T(-\vec{r}_0) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \mathcal{F}_1^*(\vec{r}_0) V \\ \dots \\ \mathcal{F}_2^*(\vec{r}_0) V \end{array} \right]. \tag{10}$$

Унитарной матрице  $T_0$  придан специальный вид для подчеркивания особого значения элемента  $T$ , подробнее разбираемого дальше.

Запишем также выражение для поляризационной матрицы рассеяния нашей модели [4]:

$$S_p(\vec{r}_0, -\vec{v}_0) = i \left[ \mathcal{F}_1(\vec{r}_0) : \mathcal{F}_2(\vec{r}_0) \right] \left[ T_0 - \begin{bmatrix} 0 & : & 0 \\ \dots & : & \dots \\ 0 & : & \Gamma \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \mathcal{F}_1^T(-\vec{v}_0) \\ \dots \\ \mathcal{F}_2^T(-\vec{v}_0) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Таким образом, парциальная ДН  $\mathcal{F}_1 = \vec{f}_1$  канонической решетки описывает приемные и передающие свойства моделируемой неканонической антенны, а все  $N$  парциальных ДН вместе с матрицей  $\Gamma$  — рассеивающие свойства.

Рассмотрим сначала приемо-передающие свойства. Особенность выражения (10) состоит в том, что при  $N \geq 2$  оно предоставляет полную свободу выбора свойств парциальной ДН  $\mathcal{F}_1 = \vec{f}_1$ . Поэтому величину  $\vec{f}_1$  можно заменить через  $\vec{f}$  из (1), которая описывает ДН любой реальной антенны. При этом из выражения (9) имеем:

$$T = t e^{i\tau} = - \int_{\Omega} \vec{f}^*(\vec{r}_0) V \vec{f}^{T*}(-\vec{r}_0) d\Omega. \quad (12)$$

Это число — важная интегральная характеристика любой антенны. В частности, для элементарного электрического диполя (диполя Герца)  $t = 1, \tau = 0$ ; для элементарного магнитного  $t = 1, \tau = \pi$ ; для векторного элемента Гюйгенса  $t = 0$ . Для произвольных антенн справедливы неравенства  $0 \leq t \leq 1, 0 \leq \tau \leq 2\pi$ , в чем можно убедиться, выполнив расчеты по формуле (12) для ДН хорошо известных антенн.

Итак, модель аналитически может описывать приемо-передающие свойства любой реальной антенны и в этом смысле является полной.

Подчеркнем, что минимально возможное значение  $N$ , сохраняющее полноту описания приемо-передающих свойств любой антенны, составляет  $N_{\min} = 2$ .

Рассмотрим подробнее рассеивающие свойства модели, определяемые выражением (11). Туда входит матрица  $\Gamma$ , описывающая свойства фиктивных нагрузок, являющихся принципиально необходимыми элементами модели — они задают конкретные условия на  $N - 1$  входах канонической решетки.

Унитарная матрица  $\Gamma$  описывает фиктивные нагрузки без потерь, и модель в целом также не будет иметь потерь, т. к. решетка модели по условию потерь не имеет. Неунитарная матрица  $\Gamma$  (собственные числа матрицы  $\Gamma^* \Gamma$  меньше 1) описывает фиктивные нагрузки с потерями, и модель в целом будет описывать antennу с потерями. Эти потери условно назовем специфическими, физически реализуемыми, но технология их создания касаться не будем. Заметим, что свобода в выборе матрицы  $\Gamma$

расширяет возможности описания рассеивающих свойств антенны, не затрагивая приемо-передающих.

В выражение (11) входит также матрица  $\mathcal{F}_2$ , содержащая  $N - 1$  парциальную ДН канонической решетки. Анализ выражения (10) показывает, что при  $N \geq 2$  матрицу  $\mathcal{F}_2$  нельзя однозначно выразить через  $\mathcal{F}_1 = \vec{f}_1 = \vec{f}$  и параметр  $T$ , т. е.  $\mathcal{F}_2$  является относительно независимой от ДН моделируемой антенны. Следовательно, относительная свобода выбора матрицы  $\mathcal{F}_2$  и полная свобода выбора матрицы  $\Gamma$ , входящих в выражение (11), обеспечивают необходимую полноту модели при описании рассеивающих свойств любой антенны с заданной ДН. С другой стороны, это лишний раз подтверждает известное положение о том, что матрицу  $S_p$  в общем случае нельзя выразить только через ДН антенны.

Однако есть важное исключение из этого общего правила, если  $N = N_{\min} = 2$ . Рассмотрим его подробно.

#### 4. НЕКАНОНИЧЕСКИЕ МИНИМАЛЬНО РАССЕИВАЮЩИЕ АНТЕННЫ

Сначала запишем формулы, определяющие интегральные характеристики рассеивающих свойств антенны:

$$\frac{\sigma_P(-\vec{v}_0)}{\lambda^2} = \text{Tr} \int_{\Omega} S_P^* S_P d\Omega \quad (13)$$

— полную эффективную площадь рассеяния (ЭПР) антенны [8] и

$$\frac{\bar{\sigma}_P}{\lambda^2} = \int_{\Omega} \sigma_P(-\vec{v}_0) d\Omega \quad (14)$$

— полную среднюю ЭПР.

Запись  $\text{Tr } A$  означает вычисление следа матрицы  $A$ . Подставим (11) в (13) и далее в (14), учтем свойство (5) и получим

$$\frac{\bar{\sigma}_P}{\lambda^2} = \text{Tr} \left[ T_0^* - \begin{bmatrix} 0 & : & 0 \\ \dots & : & \dots \\ 0 & : & \Gamma^* \end{bmatrix} \right] \left[ T_0 - \begin{bmatrix} 0 & : & 0 \\ \dots & : & \dots \\ 0 & : & \Gamma \end{bmatrix} \right]. \quad (15)$$

Сначала рассмотрим антенну без потерь, считая матрицу  $\Gamma$  унитарной. Можно показать, что при фиксированной матрице  $T_0$  вида (9) существуют матрицы  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2 = -\Gamma_1$ , такие, при которых ЭПР (15) достигают экстремальных значений:

$$\frac{\bar{\sigma}_P \min}{\lambda^2} = 3 - 2t, \quad (16)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{P_{\max}}}{\lambda^2} = 4N - 5 + 2t. \quad (17)$$

Наибольший интерес представляют антенны, у которых значение ЭПР  $\bar{\sigma}_{P_{\max}}$  минимально. Это будет при  $N = N_{\min} = 2$ . Такие антенны назовем неканоническими минимально рассеивающими. Для них из (16)–(17) имеем следующие экстремальные значения:

$$\frac{\bar{\sigma}_{P_{\text{extr}}}}{\lambda^2} = 3 \mp 2t. \quad (18)$$

Можно показать, что экстремальные значения (18) достигаются при

$$\Gamma = \mp \exp(-i\tau). \quad (19)$$

Для неунитарных значений  $\Gamma$ , т. е. для антенн со специфическими потерями вместо (18) будем иметь

$$\frac{\bar{\sigma}_{P_{\text{extr}}}}{\lambda^2} = 2 \mp t^2, \quad (20)$$

что достигается при

$$\Gamma = \mp t \exp(-i\tau). \quad (21)$$

Напомним, что значения  $t$  и  $\tau$  вычисляются по формуле (12).

Из сравнения (18) с (20) следуют неравенства  $2 - t^2 \leq 3 - 2t$ ,  $2 + t^2 < 3 + 2t$ , т. е. внесение специфических потерь снижает среднюю ЭПР минимально рассеивающих антенн.

Получим выражение, описывающее матрицу  $S_p$  неканонической минимально рассеивающей антенны. При  $N = 2$  в выражении (10) имеем:  $T_{22} = 0$ ,  $T_{12} = T_{21} = \exp(i\Psi)$ , причем значение  $\Psi$  может быть произвольным и на конечный результат не влияет. Затем из (11) находим значение  $\mathcal{F}_2$  и подставляем в (11). В результате, опуская промежуточные выкладки, получим:

$$S_p(\vec{r}_0, -\vec{v}_0) = \frac{-i}{1-t^2} \begin{bmatrix} f_\theta(\vec{r}_0) & : & f_\theta^*(-\vec{r}_0) \\ \dots & : & \dots \\ f_\varphi(\vec{r}_0) & : & -f_\varphi^*(-\vec{r}_0) \end{bmatrix} \times \quad (22)$$

$$\times \begin{bmatrix} d_{11} & : & d_{12} \\ \dots & : & \dots \\ d_{21} & : & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\theta(-\vec{v}_0) & : & f_\varphi(-\vec{v}_0) \\ \dots & : & \dots \\ f_\theta^*(\vec{v}_0) & : & -f_\varphi^*(\vec{v}_0) \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{cases} d_{11} = T(1 + \Gamma T), & d_{12} = d_{21} = 1 + \Gamma T, \\ d_{22} = T^* + \Gamma. \end{cases} \quad (23)$$

Таким образом, рассеивающие свойства неканонических минимально рассеивающих антенн аналитически выражаются через ДН (1), комплексное число  $T$ , вычисляемое через ДН по формуле (12) и произвольное комплексное число  $\Gamma = |\Gamma| \exp(i\gamma)$ ,  $0 \leq |\Gamma| \leq 1$ ,  $0 \leq \gamma \leq 2\pi$ . Анализ выражения (15) показал, что при всевозможных изменениях  $\Gamma$  значение  $\sigma_P$  меняется от абсолютно минимального  $(2 - t^2)\lambda^2$ , определяемого (20), до абсолютно максимального  $(3 + 2t)\lambda^2$ , определяемого (18). Таким образом, неканонические минимально рассеивающие антенны с заданной ДН составляют некоторое множество, где есть одна антenna с наименьшим рассеянием и одна антenna с наибольшим. Первая является antennой со специфическими потерями, а вторая — antennой без потерь.

Используем (13) и приведем две формулы для расчета ЭПР.

Для антенн без потерь при использовании верхнего знака в (19), т. е. при  $\Gamma = -\exp(-i\tau)$  имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_P(-\vec{v}_0) &= A_o \frac{1-t}{1+t} \left[ \left| \vec{F}(-\vec{v}_0) \right|^2 + \frac{2}{1-t} \left| \vec{F}(\vec{v}_0) \right|^2 - \right. \\ &\quad \left. - 2 \operatorname{Re} [F_\theta(-\vec{v}_0) F_\theta(\vec{v}_0) - F_\varphi(-\vec{v}_0) F_\varphi(\vec{v}_0)] \exp(i\tau) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Для антенн со специфическими потерями при использовании верхнего знака в (21), т. е. при  $\Gamma = -t \exp(-i\tau) = -T^*$  имеем:

$$\sigma_P(-\vec{v}_0) = A_o(1-t) \left| \vec{F}(-\vec{v}_0) \right|^2 + A_o \left| \vec{F}(\vec{v}_0) \right|^2. \quad (25)$$

Приведем также выражения для расчета элемента  $\sigma_{\theta\theta}$  из (3). Подставляя в (22) сначала  $\Gamma = -\exp(-i\tau)$ , а затем  $\Gamma = -T^*$ , соответственно имеем:

$$\begin{aligned} |\sigma_{\theta\theta}| &= \frac{GA_o}{1+t} \left| F_\theta(\vec{r}_0) F_\theta(-\vec{v}_0) t e^{i\tau} + F_\theta(\vec{r}_0) F_\theta^*(\vec{v}_0) + \right. \\ &\quad \left. + F_\theta^*(-\vec{r}_0) F_\theta(-\vec{v}_0) - F_\theta^*(-\vec{r}_0) F_\theta^*(\vec{v}_0) e^{-i\tau} \right|^2. \end{aligned} \quad (26)$$

$$|\sigma_{\theta\theta}| = GA_o \left| F_\theta(\vec{r}_0) F_\theta(-\vec{v}_0) t e^{i\tau} + F_\theta(\vec{r}_0) F_\theta^*(\vec{v}_0) + F_\theta^*(-\vec{r}_0) F_\theta(-\vec{v}_0) \right|^2. \quad (27)$$

Для исключения недоразумений поясним значения используемых аргументов:  $\vec{r}_0 \rightarrow \theta, \varphi$ ;  $-\vec{r}_0 \rightarrow \pi - \theta, \pi + \varphi$ ;  $-\vec{v}_0 \rightarrow \pi - \theta_i, \pi + \varphi_i$ ;  $\theta, \varphi$  и  $\theta_i, \varphi_i$  — сферические углы наблюдения и прихода плоской ЭМВ к антенне соответственно.

## 5. ВЫВОДЫ

В статье рассматриваются только согласованные антенны, у которых коэффициенты отражения от входов и коэффициенты взаимной связи между ними равняются нулю. Для согласованных антенн справедливы соотношения (2) и (5). Вполне возможен подобный анализ несогласованных антенн, однако выкладки значительно усложняются, а новые эффекты не обнаруживаются.

По фундаментальным свойствам поля рассеяния предлагается делить антенны на канонические и неканонические, а последние — на минимально и неминимально рассеивающие. Последнее не является общепринятым, однако следует из содержания статьи.

Поляризационная матрица рассеяния  $S_p$  неканонической минимально рассеивающей антенны аналитически выражается формулой (22) через диаграмму направленности антенны и произвольный параметр  $\Gamma$ . Последний однозначно определяется для минимально рассеивающих антенн с наименьшим и наибольшим рассеянием. Все полученные в статье соотношения являются строгими. Единственное физическое допущение — отсутствие потерь мощности в канонической антенной решетке модели антennы.

По принципу суперпозиции матрицу  $S_p$  произвольной неканонической антенны с заданной ДН можно разложить на два слагаемых: первое из них имеет вид (22) и описывает минимальную в квадратичном смысле (18) или (20) составляющую поля рассеяния антенны, а второе — остальную часть общего поля рассеяния; первое слагаемое вычисляется через ДН, а второе — нет. Первая составляющая имеется у всех неканонических антенн, а вторая может отсутствовать, и тогда антенну называем неканонической минимально рассеивающей. Первая составляющая при заданной ДН не может быть устранена принципиально, а вторая может быть устранена без изменения ДН. В результате устранения второй составляющей неминимально рассеивающая антenna становится минимально рассеивающей. Способы устранения второй составляющей, т. е. способы оптимизации поля рассеяния антенны, а также причины существования второй составляющей в статье не рассматриваются. Таким образом, антenna, поле рассеяния которой описывается матрицей  $S_p$  вида (22), может считаться по полю рассеяния эталонной для всех антенн с такой же ДН.

Авторы не приводят результатов конкретных расчетов, выполненных по формулам (24)–(27), считая их достаточно простыми. Единственную сложность представляют расчеты параметров  $t$  и  $\tau$  по формуле (12); заметим, что во многих случаях  $t \approx 0$ , что дополнительно упрощает расчеты.

Матричная форма записи почти всех результатов позволяет их обобщить на случай неканонической антенны с  $M > 1$  входами. Для этого, например, в формуле (9) следует сделать такие замены:  $1 \rightarrow M$ ,

$N - 1 \rightarrow N - M$ ,  $\sqrt{1 - |T|^2} \rightarrow \sqrt{E_M - T^* T}$  или  $\sqrt{E_M - TT^*}$  и т. д., а для получения нетривиальных результатов минимальное значение  $N$  должно составить  $N_{\min} = 2M$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Риггер С., Висбек В. Широкополосная поляриметрия и комплексные сигнатуры эффективных площадей отражения радиолокационных цепей // ТИИЭР. 1989. Т. 77. № 5. С. 19–29.
2. Бененсон Л. С., Фельд Я. Н. Рассеяние электромагнитных волн антennами (обзор) // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 2. С. 225–246.
3. Кинбер Б. Е., Попов М. П. Обобщение оптической теоремы на случай антenn // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308. № 3. С. 615–619.
4. Воропаев Ю. П. Матрица рассеяния произвольной антенны и свойства построенной на ее основе модели антенны // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. № 4. С. 583–592.
5. Kahn W.K., Kurss H. Minimum – Scattering antennas // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1965. V. AP-13. № 8. P. 671–675.
6. Gately A. C. Jr., Stock D. J. R., Ru-Shao Cheo B. A network description for antenna problems // Proc. IEEE. V. 56. № 7. P. 1181–1193.
7. Wasilkiwskyj W., Khan W. K. Scattering properties and mutual coupling properties of antennas with prescribed radiation pattern // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1970. V. AP-18. № 6. P. 741–752.
8. Кобак В. О. Радиолокационные отражатели. — М.: Сов. радио, 1975.

Военная академия республики  
Беларусь, г. Минск

Поступила в редакцию  
13 октября 1995 г.

## CALCULATION OF MINIMUM SCATTERING FIELD OF AN ARBITRARY ANTENNA BY ITS DIRECTIVITY PATTERN

*Yu. P. Voropaev, V. V. Tebekin*

A strict analytically closed expression has been obtained for the calculation of the elements of polarization scattering matrix  $S_p$  which describes a minimum in quadratic sense scattering field of an arbitrary passive matched antenna. Elements  $S_p$  are analytically expressed only through the vector complex antenna pattern.

УДК 537.533

# ВОЗНИКНОВЕНИЕ ОСОБЫХ РЕЖИМОВ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В МНОГОЧАСТОТНОМ МАГНЕТРОНЕ

*C. M. Гудилов*

Рассмотрены особенности формирования электронных потоков в плоском магнетроне при наличии многочастотного сигнала. На основе траекторного анализа показано, что в данной системе на фазовой плоскости могут существовать только седловые равновесные точки. Обнаружено, что эти седловые точки могут быть двух типов. Введено понятие области расходимости траекторий. Описаны процессы качественного изменения формы спицы в зависимости от параметров.

Для описания работы многочастотных электронных СВЧ приборов со скрещенными полями необходимо иметь представление о формировании в пространстве взаимодействия электронных потоков. Однако, образование электронных потоков в этом случае может иметь ряд особенностей по сравнению с одночастотным магнетроном. В частности, оказывается, что в многочастотном магнетроне существуют режимы, когда неосновные частоты могут оказывать существенное влияние на формирующийся поток. В этой связи представляет интерес исследование, на основе траекторного анализа, условий формирования в плоской модели многочастотного магнетрона электронных потоков, неустойчивых по отношению к малым изменениям амплитуд и фаз неосновных частот.

Пренебрегая влиянием пространственного заряда, усредненные уравнения движения электронов в многочастотном магнетроне можно, для случая слабого рассинхронизма, записать в первом приближении в виде [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{d\theta} &= \varepsilon_1 \left[ a_0 - \sum_m a_m \operatorname{ch} q_n T \sin(q_n \Phi - \varepsilon_n b_n \theta + \psi_n) \right], \\ \frac{dT}{d\theta} &= \varepsilon_1 \sum_m a_m \operatorname{sh} q_n T \cos(q_n \Phi - \varepsilon_n b_n \theta + \psi_n). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ось  $y$  направлена от катода к аноду, ось  $z$  параллельна замедляющей системе и совпадает с направлением движения электронного потока,  $\Phi = \beta_1 z - \omega_1 t$  и  $T = \beta_1 y$  — оси системы координат, перемещающейся вдоль оси  $z$  со скоростью первой гармоники  $v_{\Phi 1} = \omega_1 / \beta_1$ ,  $\beta_n$  и  $\omega_n$  — постоянная распространения и частота  $n$ -й гармоники,  $\theta = \omega_c t$  — “медленное”

время,  $\omega_c = |e/m|B_0$  — циклотронная частота,  $b_n = 1 - (v_{\Phi 1}/v_{\Phi n})$  — параметр рассинхронизма волн,  $E_{00} = \omega_1 B_0 / \beta_1$  — величина напряженности статического поля в синхронном режиме и  $a_0 = E_0/E_{00} - 1$ .

Динамическая система, описываемая уравнениями (1), при  $n = 1$  достаточно хорошо исследована [2]. В то же время, в литературе не имеется сколь-нибудь систематических сведений о поведении данной динамической системы в случае  $n \geq 2$ . В настоящей статье представлены результаты такого исследования, основанные на изучении фазового пространства указанной динамической системы. Так как фазовое пространство системы определяется координатами  $\Phi$  и  $\Upsilon$  [3], то для определенности исследование проведено в интервале изменения  $\Phi$  от  $-\pi$  до  $\pi$ . Кроме того, везде в дальнейшем предполагается, что рассинхронизм волн весьма слабый ( $b_n \approx 0$ ), так что систему (1) можно считать автономной.

Как и в случае одной частоты, эта система допускает существование точек равновесия, которые определяются из совместного решения уравнений:

$$\begin{aligned} f_1(\Phi, \Upsilon) &= 0, \\ f_2(\Phi, \Upsilon) &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} f_1(\Phi, \Upsilon) &= \varepsilon_1 \left[ a_0 - \sum_n a_n \operatorname{ch} q_n \Upsilon \sin(q_n \Phi + \psi_n) \right], \\ f_2(\Phi, \Upsilon) &= \varepsilon_1 \sum_n a_n \operatorname{sh} q_n \Upsilon \cos(q_n \Phi + \psi_n). \end{aligned} \tag{3}$$

Структура уравнений (1) позволяет сформулировать утверждение, что в данной динамической системе, для любого числа частот  $n$ , возможны только седловые равновесные точки.

Действительно, пусть  $(\Phi_0, \Upsilon_0)$  — такая равновесная точка. Введем вектор состояния

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} \Phi_0 \\ \Upsilon_0 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

и пусть

$$f(\vec{V}) = \begin{bmatrix} f_1(\Phi, \Upsilon) \\ f_2(\Phi, \Upsilon) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

тогда систему (1) можно записать в виде:

$$\frac{d\vec{V}}{d\theta} = f(\vec{V}). \tag{6}$$

Определив малые отклонения от положения равновесия вектором

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

запишем (6) для состояния, близкого к равновесному, в виде:

$$\frac{d(\vec{V}_0 + \vec{v})}{d\theta} = f(\vec{V}_0 + \vec{v}). \quad (8)$$

Разлагая правую часть (8) в ряд по малым отклонениям и оставляя только члены первого порядка малости, имеем:

$$\frac{d\vec{v}}{d\theta} = \hat{A} \vec{v}, \quad (9)$$

где матрица  $\hat{A}$  имеет вид

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -\epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{ch} q_n T \cos(q_n \Phi + \psi_n) & -\epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{sh} q_n T \sin(q_n \Phi + \psi_n) \\ -\epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{sh} q_n T \sin(q_n \Phi + \psi_n) & \epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{ch} q_n T \cos(q_n \Phi + \psi_n) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Необходимо отметить, что в изучаемой системе точки равновесия могут быть только седловыми или типа центра, так как отображение (1) не изменяет фазового пространства:

$$\operatorname{div}(\dot{\Phi}, \dot{T}) = \operatorname{tr} \hat{A} = 0. \quad (11)$$

Для выяснения конкретного типа точек равновесия определим собственные значения  $\sigma$  матрицы  $\hat{A}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \pm \left\{ \left[ \epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{ch} q_n T \cos(q_n \Phi + \psi_n) \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \epsilon_1 \sum_n a_n q_n \operatorname{sh} q_n T \sin(q_n \Phi + \psi_n) \right]^2 \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Как видно из (12), структура матрицы  $\hat{A}$  такова, что ее собственные значения оказываются действительными и противоположными по знаку при любых  $\Phi$ ,  $T$  и  $n$ . Это и доказывает сформулированное выше утверждение о существовании только седловых точек равновесия [4].

В случае одной частоты имеется только одна седловая точка с координатами  $(\pi/2, T_0)$  при  $a_0 > 0$  или  $(-\pi/2, T_0)$  при  $a_0 < 0$ . В первом

случае собственному значению  $\sigma_1 = -\varepsilon_1 a_1 \sinh T_0$  соответствует собственный вектор

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} v^{(1)} \\ v^{(1)} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

а собственному значению  $\sigma_2 = \varepsilon_1 a_1 \sinh T_0$  — собственный вектор

$$\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} v^{(2)} \\ -v^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Здесь  $v^{(1)}$  и  $v^{(2)}$  — произвольные малые отклонения вдоль осей от положения равновесия. Таким образом видно, что сепаратрисы седловой точки составляют с осями координат в этой точке углы в  $45^\circ$ . Аналогичные выводы можно получить для  $a_0 < 0$ .

При наличии нескольких частот поиск седловых точек может быть осуществлен с помощью компьютера. Причем этот поиск может быть значительно облегчен введением в рассмотрение областей расходимости траекторий. Исследование таких областей позволяет также получить дополнительную информацию о взаимном расположении траекторий.

Очевидно, что с седловой точкой должна быть непосредственно связана область, в которой любые две траектории расходятся при приближении к аноду. Рассмотрим случай, когда правые части (1) не зависят от времени ( $b_n = 0$ ), тогда можно записать:

$$\frac{d\Phi}{dT} = \frac{f_1(\Phi, T)}{f_2(\Phi, T)} = N(\Phi, T). \quad (15)$$

Уравнение (15) определяет траектории ведущих центров электронов. Для различных электронов траектории оказываются разными из-за разных начальных условий. Пусть выбраны две близкие траектории  $\Phi_1(T)$ ,  $\Phi_2(T)$  и для некоторого фиксированного  $T$  определено расстояние между траекториями:

$$u = |\Phi_2(T) - \Phi_1(T)|. \quad (16)$$

Из (15) и (16) следует, что изменение  $u$ , при приближении к аноду, может быть найдено по формуле:

$$\frac{du}{dT} = N(\Phi_2, T) - N(\Phi_1, T). \quad (17)$$

Разлагая правую часть (17) в ряд по малому параметру  $u$  и оставляя только линейные члены, получим:

$$\frac{du}{dT} = \lambda u. \quad (18)$$

Здесь

$$\lambda = \left( \frac{\partial N(\Phi, \Upsilon)}{\partial \Phi} \right)_{\Upsilon} \quad (19)$$

определяет экспоненциальную расходимость траекторий при положительных значениях. В общем случае

$$\begin{aligned} \lambda = & \left\{ \left[ a_0 - \sum_n a_n \operatorname{ch} q_n \Upsilon \sin(q_n \Phi + \psi_n) \right] \sum_n a_n q_n \operatorname{sh} q_n \Upsilon \sin(q_n \Phi + \psi_n) - \right. \\ & - \left. \sum_n a_n \operatorname{sh} q_n \Upsilon \cos(q_n \Phi + \psi_n) \sum_n a_n q_n \operatorname{ch} q_n \Upsilon \cos(q_n \Phi + \psi_n) \right\} / \\ & / \left[ \sum_n a_n \operatorname{sh} q_n \Upsilon \cos(q_n \Phi + \psi_n) \right]^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Область расходимости (OP) представляет собой часть фазового пространства, для которого  $\lambda > 0$ . Так, например, для одночастотного режима, при  $a_0 = 0,08$  и  $a_1 = 0,066$  (рис. 1) область расходимости определяется из выражения

$$a_0 \sin \Phi - a_1 \operatorname{ch} \Upsilon > 0. \quad (21)$$

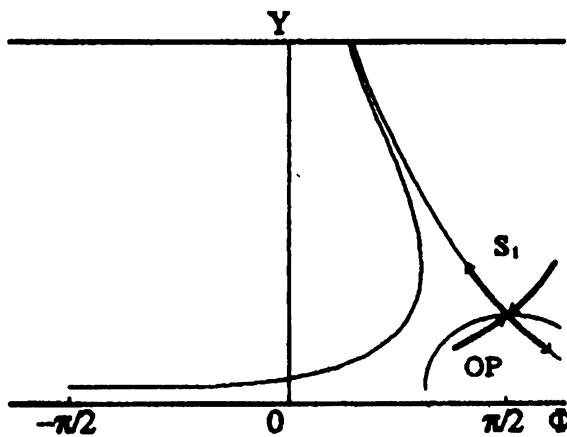


Рис. 1.

Область расходимости всегда связана с седловой точкой, расположенной на границе этой области в верхней ее части. Как показали численные эксперименты, существуют два типа седловых точек в данной системе. При соответствующем изменении амплитуд и фаз сигналов, точки первого типа ( $S_1$ ) возникают от поверхности катода и соответствуют седловой точке, описанной для одночастотного режима [2]. Сходными оказываются и условия их существования. Как правило, они образуются при значениях  $\Phi \approx \pi/2$ , на границе зоны, благоприятной для образования

спицы, и зоны подавления. Зона подавления при этом соприкасается как с катодом, так и анодом. Седловая точка разделяет поток на два, один из которых возвращается на катод, а другой движется к аноду.

Точки второго типа ( $S_2$ ) появляются в области взаимодействия со стороны анода и существуют только для многочастотного сигнала. В этом случае зона подавления начинается на аноде и оказывается внутри благоприятной зоны. Оба потока, разделенных такой точкой, устремляются к аноду. Как правило, точку  $S_2$  легче обнаружить по возникающей вначале вблизи анода области расходимости. Седловые точки первого и второго типов могут существовать одновременно для двух и более частот. На рис. 2 показаны две такие точки для двухчастотного сигнала при  $a_0 = 0,089$ ;  $a_1 = 0,0793$ ;  $a_2 = 0,0785$ ;  $\psi_2 = 1,8$ ;  $q_2 = 2,7$ .

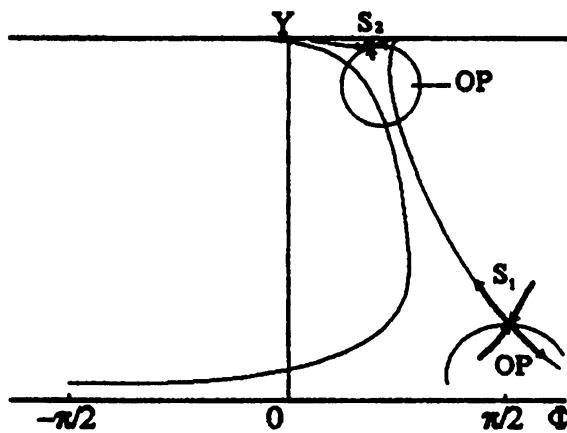


Рис. 2.

К интересным явлениям приводит возникновение седловой точки второго типа при наличии сигнала трех и более частот. В этом случае возможно значительное раздваивание спицы. На рис. 3 представлено такое явление для трех частот при следующих параметрах:  $a_0 = -0,01$ ;  $a_1 = 0,069$ ;  $a_2 = 0,058$ ;  $a_3 = 0,041$ ;  $\psi_2 = 3,0$ ;  $\psi_3 = 3,7$ ;  $q_2 = q_3 = 1,3$ . Следует отметить, что образование двух электронных потоков из одного происходит в сравнительно узком диапазоне изменений параметра, вызвавшего этот процесс. Так, изменение  $\psi_3$  от 3,55 до 3,74 рад приводит к перебросу спицы из одной части области взаимодействия в другую с изменением координаты вершины на величину порядка  $\pi$  (рис. 4 и 5). Положение седловой точки и области расходимости при этом меняется незначительно. Таким образом очевидно, что спица переходит из одной области пространства взаимодействия в другую не непрерывно, а путем образования качественно нового состояния — распада электронного потока на два рукава, один из которых постепенно усиливается, а другой иссякает.

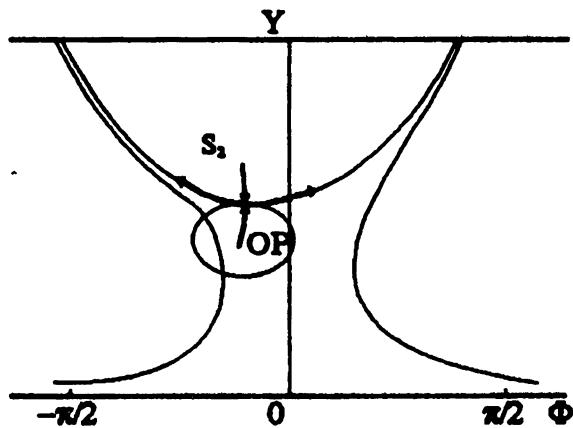


Рис. 3.

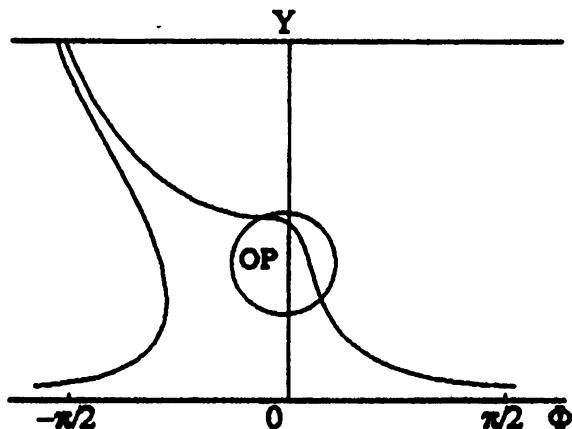


Рис. 4.

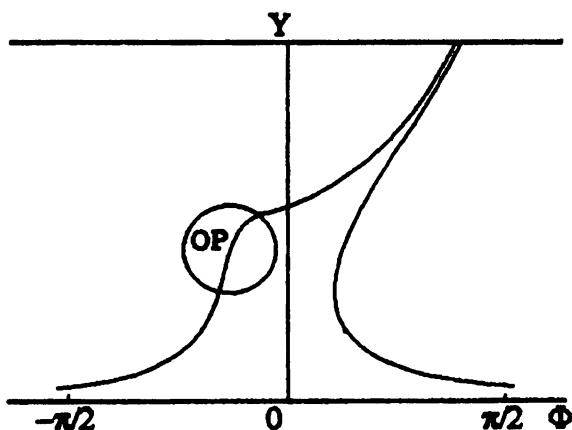


Рис. 5.

Можно предположить, что по такому же сценарию протекают и процессы конкуренции нескольких частот в приборах данного типа.

Таким образом, представленные результаты указывают на способность данной динамической системы к сложному поведению. Кроме того очевидно, что расчет амплитуд составляющих многочастотного сигнала квазианалитическими методами требует аккуратного определения формы спицы из-за возможности ее раздваивания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шеин А. Г., Герасимов В. П. // ЖТФ. 1975. Т. 45. № 7. С. 1353.
2. Нечаев В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т. 5. № 3. С. 534.
3. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1985. 231 с.
4. Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. — М.: Мир, 1983. 301 с.

Волгоградский государственный  
технический университет

Поступила в редакцию  
18 декабря 1995 г.

#### THE ONSET OF SPECIAL CONDITIONS OF ELECTRONS STREAM FORMATION IN A MULTIFREQUENCY MAGNETRON

*S. M. Gudilov*

The initiation of the electron stream in a planar magnetron in the presence of a multyfrequency signal has been considered. Based on the trajectory analysis it has been shown that on the given system phase plane there can exist saddle equilibrium points only. It has been discovered that the saddle points can be of two types the Processes of qualitative modification of the stream form has been described in relation to the signal parameters.

УДК 621.396.96

# МНОГОКАНАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ И ИЗМЕРЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ В ПРИСУТСТВИИ НЕГАУССОВЫХ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

*M. A. Островский*

Синтезированы многоканальные асимптотические оптимальные обнаружители сигналов и измерители их параметров в присутствии негауссовых пассивных помех. Приведены результаты оценки эффективности обнаружения и измерения в синтезированных устройствах.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В [1] найдено выражение логарифма условного отношения правдоподобия для случая приема  $N$ -мерной выборки  $\mathbf{Y}$  аддитивной смеси негауссовой пассивной помехи  $\mathbf{H}$  и сигнала  $\mathbf{S}(\alpha)$ , известного с точностью до вектора параметров  $\alpha = \|\alpha_1, \dots, \alpha_m\|$

$$\ln \Lambda(\mathbf{Y}/\alpha) = \sum_{\nu=1}^N \left\{ \ln w_1 [\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha) - \Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\alpha)] - \ln w_1 [\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha)] \right\}, \quad (1)$$

где  $\Psi_{\nu} = \|\psi_{\nu}, \dots, \psi_{\nu-N+1}\|$  — вектор-столбец коэффициентов обеляющего междупериодного фильтра;  $w_1(\cdot)$  — одномерная плотность вероятности обеленных отсчетов помехи;  $T$  — знак транспонирования.

При известной плотности вероятности параметров  $P(\alpha)$ , заданной на множестве  $A$ , статистика выборки  $\mathbf{Y}$  характеризуется логарифмом безусловного отношения правдоподобия (ЛОП)

$$\ln \Lambda(\mathbf{Y}) = \int_A \ln \Lambda(\mathbf{Y}/\alpha) P(\alpha) d\alpha, \quad \alpha \in A. \quad (2)$$

На основании (1), (2) могут быть синтезированы оптимальные обнаружители сигналов и измерители их параметров, однако в зависимости от способа вычисления этих функционалов возможны различные методы реализации оптимальных устройств. В [1], на примере двух неинформативных параметров (амплитуда и начальная фаза), синтезирован оптимальный обнаружитель сигналов следящего типа. В данной работе исследуются возможности многоканального обнаружения сигналов и измерения их параметров в условиях действия негауссовых пассивных помех.

## МНОГОКАНАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Известно [2], что синтез обнаружителя по любому из критериев качества приводит к одному и тому же решающему правилу, основанному на сравнении безусловного ЛОП (2) с порогом обнаружения  $\ell_0$

$$\ln \Lambda(\mathbf{Y}) \geq \ell_0. \quad (3)$$

Отличия между правилами состоят лишь в различии значений порога, зависящих от полноты априорных сведений о матрице потерь и плотности вероятности вектора параметров. Таким образом, вычисление (2) требуется при синтезе обнаружителя любого известного типа.

Каждая из компонент вектора параметров  $\alpha_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) может принимать любое из  $k+1$  возможных дискретных значений  $\alpha_{i0}, \dots, \alpha_{ik}$  либо быть непрерывной. В первом случае вектор параметров  $\alpha$  принадлежит дискретному множеству  $A_\Delta$ , размерностью  $m(k+1)$ , во втором — дискретно-непрерывному множеству  $A$ . Рассмотрим оба эти случая на примере зависимости ЛОП только от одного ( $m = 1$ ) скалярного параметра  $\alpha_i = \alpha$ . При статистической независимости компонент вектора  $\alpha$  данный пример легко обобщается на векторный случай.

Пусть параметр сигнала  $\alpha$  принимает одно из дискретных значений  $\alpha_\mu = \mu\Delta\alpha$ , где  $\Delta\alpha$  — интервал разрешения РЛС по параметру  $\alpha$ . При этом плотность вероятности параметра описывается зависимостью

$$P(\alpha) = \sum_{\mu=0}^k P(\mu\Delta\alpha) \delta(\alpha - \mu\Delta\alpha),$$

а решающее правило (3), с учетом выражения (2), имеет вид

$$\sum_{\mu=0}^k \ln \Lambda(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) P(\mu\Delta\alpha) \geq \ell_0, \quad \alpha_\mu \in A_\Delta. \quad (4)$$

Из (4) следует, что обнаружитель представляет  $k+1$ -канальное устройство, каждый канал которого вычисляет условный ЛОП для сигнала со значением параметра  $\alpha = \mu\Delta\alpha$  ( $\mu = 0, 1, \dots, k$ ). На выходе осуществляется весовое суммирование выходных эффектов каналов с весами  $P(\mu\Delta\alpha)$  и сравнение результата с порогом  $\ell_0$ . Поскольку при радиолокационном обнаружении априорные сведения о вероятности принятия параметром значений  $\mu\Delta\alpha$ , как правило, отсутствуют, реализовать алгоритм (4) в реальных условиях не удается. Вместе с тем известно [3], что наименьших априорных сведений о параметре требует критерий максимального правдоподобия, при котором решение о наличии сигнала принимается на

основании сравнения с порогом обнаружения выходного эффекта того канала, для которого данный эффект максимален

$$\sup \left\{ \ln \Lambda(Y/\mu \Delta \alpha) \right\} \geq \ell_0. \quad (5)$$

Схема обнаружителя, реализующего алгоритм (5), приведена на рис. 1, где на входе порогового устройства ПУ осуществляется отбор максимального значения условных ЛОП из  $k+1$  каналов приемника.

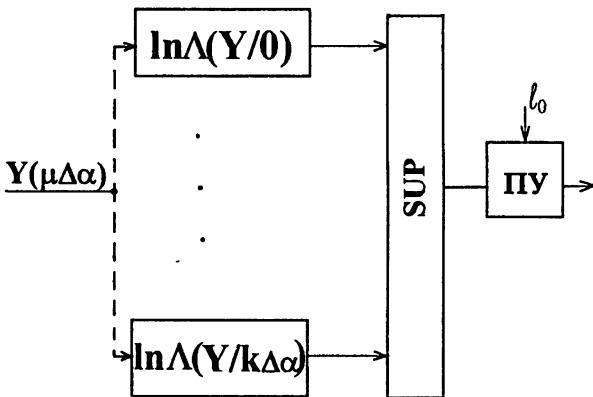


Рис. 1.

Пусть теперь  $\alpha$  принадлежит непрерывному множеству  $A$  и меняется в пределах  $[\alpha_{\min}; \alpha_{\max}] \in A$ . Использование в этом случае алгоритмов (4) и (5) приводит к неоптимальности обнаружителей из-за возможного несовпадения параметра  $\alpha$  с его фиксированными дискретными значениями  $\alpha_\mu$ . Для синтеза оптимального обнаружителя в случае непрерывного значения параметра рассмотрим  $r+1$ -мерный момент функционала условного ЛОП (1)  $m_A(\alpha_0, \dots, \alpha_r) = \left\langle \prod_{\mu=0}^r \ln \Lambda(Y/\alpha_\mu) \right\rangle$ , а также Фурье-сопряженную ему функцию

$$F_A(\Omega_0, \dots, \Omega_r) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_{r+1} m_A(\alpha_0, \dots, \alpha_r) e^{-j2\pi(\alpha_0\Omega_0 + \dots + \alpha_r\Omega_r)} d\alpha_0 \dots d\alpha_r.$$

Если логарифм условного отношения правдоподобия представляет случайную финитную функцию параметра  $\alpha$ , интервал статистической зависимости которой не превышает значения  $\Delta\alpha$ , то Фурье-преобразование ее  $r+1$ -мерного момента является ограниченной функцией. При этом, любое из  $r+1$  сечений данной функции тождественно равно нулю при  $|\Omega_i| \geq \frac{\Delta\Omega}{2} = \frac{1}{2\Delta\alpha}$ , где  $\Delta\Omega$  — ширина сечения функции  $F_A$  по уровню 0,5. Для указанного класса случайных процессов, в соответствии с

теоремой Котельникова, справедливо представление непрерывной функции  $\ln \Lambda(Y/\alpha)$  совокупностью ее дискретных отсчетов по параметру  $\alpha$

$$\ln \Lambda(Y/\alpha) \simeq \sum_{\mu=-k/2}^{k/2} \ln \Lambda(Y/\mu\Delta\alpha) J(\alpha - \mu\Delta\alpha), \quad (6)$$

где  $J(\alpha - \mu\Delta\alpha) = \frac{\sin(\pi/\Delta\alpha)(\alpha - \mu\Delta\alpha)}{(\pi/\Delta\alpha)(\alpha - \mu\Delta\alpha)}$  — интерполирующая функция параметра  $\alpha$ ;  $\alpha_{\min} = -k(\Delta\alpha/2)$ ;  $\alpha_{\max} = k(\Delta\alpha/2)$ .

В соответствии с (6) алгоритм максимального правдоподобного обнаружения сигнала с непрерывным значением параметра  $\alpha$  имеет вид

$$\sup \left\{ \sum_{\mu=-k/2}^{k/2} \ln \Lambda(Y/\mu\Delta\alpha) J(\alpha - \mu\Delta\alpha) \right\} \geq l_0, \quad (7)$$

а структура соответствующего ему обнаружителя изображена на рис. 2.

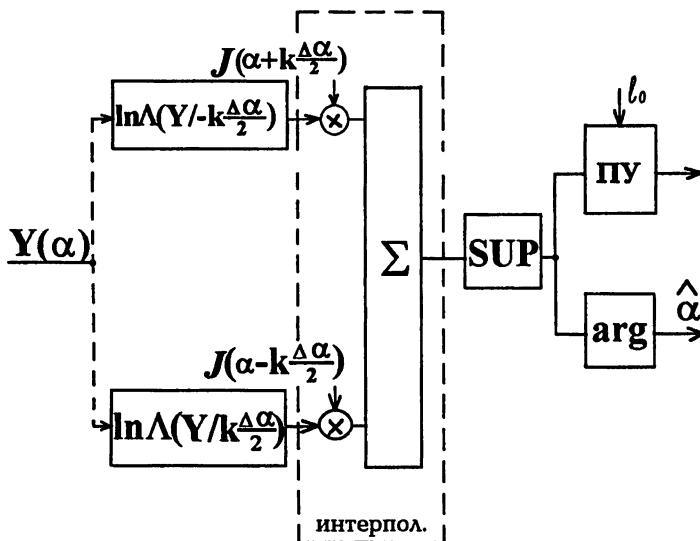


Рис. 2.

Из рисунка видно, что обнаружитель сигнала с непрерывным параметром так же, как в случае дискретной его величины, представляет  $k+1$ -канальное устройство, в каждом канале которого вычисляется парциальное значение условного ЛОП. Выходные эффекты каналов умножаются на соответствующие интерполирующие функции  $J(\alpha - \mu\Delta\alpha)$  и затем суммируются. На выходе сумматора отыскивается максимальное значение суммы при вариации  $\alpha$  в пределах  $[\alpha_{\min}; \alpha_{\max}]$ , которое затем испытывается на порог.

Вычисление частных значений логарифма условного отношения правдоподобия  $\ln \Lambda(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha)$  производится в соответствии с выражением (1) при  $\alpha = \mu\Delta\alpha$ . Согласно (1) для этого требуется осуществить междуperiодную обеляющую фильтрацию как самой принятой реализации  $\mathbf{Y}(\alpha)$ , так и разницы между ней и ожидаемым сигналом  $\mathbf{S}(\mu\Delta\alpha)$ , безынерционное нелинейное преобразование обеих составляющих по закону  $\ln w_1(\cdot)$  и когерентное накопление разницы результатов первого и второго преобразователей. Данный алгоритм можно отнести к разряду компенсационных, т. к. в нем предусматривается нелинейное преобразование разницы между принятой реализацией и ожидаемым сигналом:  $\mathbf{Y}(\alpha) - \mathbf{S}(\mu\Delta\alpha) = \mathbf{H} + \mathbf{S}(\alpha) - \mathbf{S}(\mu\Delta\alpha)$ . Для того, чтобы нелинейное преобразование осуществлялось только над помеховой составляющей  $\mathbf{H}$ , как того требуют оптимальные алгоритмы обнаружения [1], необходимо совпадение всех имеющихся (включая неинформативные) параметров принятого и ожидаемого сигналов. Однако, для этого требуется увеличение числа каналов обнаружителя в количестве параметров раз, что резко снижает возможности его практической реализации.

В ряде случаев и, в частности, при гауссовом законе распределения помехи, легко получаемом из (1)

$$\ln \Lambda(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{\nu=1}^N \Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha) \mathbf{S}_{\nu}^T(\mu\Delta\alpha) \Psi_{\nu} + \text{const},$$

оптимальный обнаружитель реализуется не в классе компенсационных, а корреляционных или фильтровых устройств обработки. Как известно [2], последние не требуют многоканального построения по таким параметрам как время запаздывания, амплитуда и начальная фаза сигнала. Аналогичными свойствами обладают и асимптотически оптимальные (АО) обнаружители слабых (пороговых) сигналов, алгоритм функционирования которых находится из выражения (1) путем его разложения в ряд по степеням сигнальных составляющих  $\Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\mu\Delta\alpha)$  и ограничения разложения до линейного члена [1]

$$\ln \Lambda_{\text{обн}}(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) \simeq - \sum_{\nu=1}^N [\Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\mu\Delta\alpha)] \frac{\partial \ln w_1[\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha)]}{\partial [\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha)]}. \quad (8)$$

В соответствии с (8) часть АО обнаружителя, вычисляющая парциальное значение условного ЛОП, включает последовательно соединенные: обеляющий фильтр (ОФ), нелинейный преобразователь (НП) с характеристикой  $f(\cdot) = -\frac{\partial \ln w_1(\cdot)}{\partial (\cdot)}$ , согласованный фильтр (СФ) одиночного сигнала, если принимаемый сигнал является сложным, и когерентный накопитель (КН) сигнальной пачки (рис. 3, канал обнаружения).

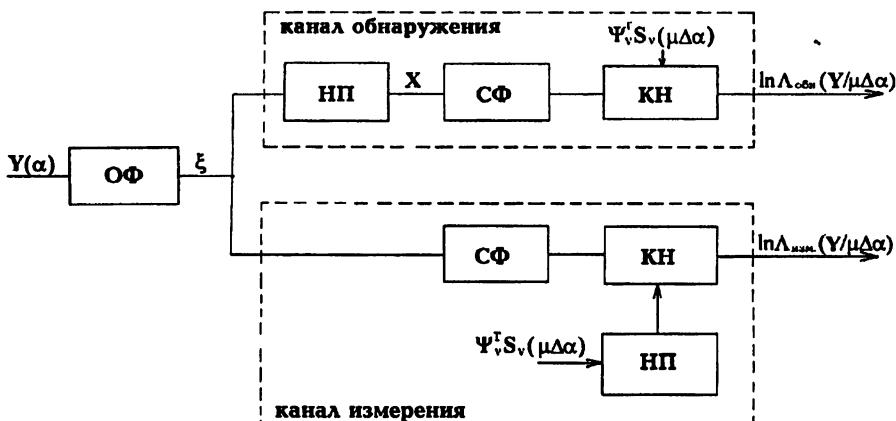


Рис. 3.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОКАНАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

Найдем выражения для вероятностей ложных тревог  $F_{k+1}$  и правильного обнаружения  $D_{k+1}$  в многоканальном обнаружителе максимального правдоподобия (рис. 2). Если функционал логарифма условного отношения правдоподобия удовлетворяет вышеприведенным условиям финитности, то на выходе интерполятора в каждый момент времени формируется случайное поле  $\ln \Lambda(Y/\alpha)$ , зависящее от непрерывного параметра  $\alpha$ , а на выходе звена sup выделяются наибольшие значения этого поля. Таким образом, вероятности  $F_{k+1}$  и  $D_{k+1}$  целиком определяются плотностями вероятности максимумов случайного поля  $\ln \Lambda(Y/\alpha)$  при отсутствии и наличии сигнала на входе обнаружителя.

Анализу различных аппроксимаций плотностей вероятности максимумов случайного поля и нахождению на их основе вероятностей  $F_{k+1}$ ,  $D_{k+1}$  посвящена обширная литература (например, [3, 4]). В частности, в [4] приводятся упрощенные формулы этих вероятностей, справедливые при достаточно больших объемах выборки  $N$  и числе независимых парциальных каналов  $k + 1$  обнаружителя

$$F_{k+1} \simeq (k+1)F; \quad D_{k+1} \simeq D, \quad (9)$$

где  $F$  и  $D$  — вероятности ложных тревог и правильного обнаружения при приеме сигналов с полностью известными параметрами.

Для определения характеристик АО обнаружителя детерминированных сигналов воспользуемся эджвортовской аппроксимацией закона распределения процесса на выходе КН (рис. 3), справедливой при достаточно

большом, но конечном объеме накопления  $N$  [5]

$$W(t) = \left[ 1 - \frac{\gamma_1^x}{3! \sqrt{N}} (t^3 - 3t) + \frac{\gamma_2^x}{4! N} (t^4 - 6t^2 + 3) \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right), \quad (10)$$

где  $t = (x - N\alpha_1^x)/\sqrt{N\alpha_2^x}$ ;  $\gamma_1^x$ ,  $\gamma_2^x$ ,  $\alpha_1^x$  — коэффициенты асимметрии, эксцесса и кумулянт  $i$ -го порядка на выходе НП.

Интегрируя (10) в пределах  $[t_0; \infty]$  при отсутствии сигнала в принятой выборке  $\mathbf{Y}$  ( $\alpha_1^x = \gamma_1^x = 0$ ), получаем выражение для вероятности ложных тревог (ЛТ)

$$F = F_r + \frac{\gamma_2^x}{4! N} (t_0^3 - 3t_0) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t_0^2}{2}\right), \quad (11)$$

где  $F_r = 1 - \Phi(t_0)$  — вероятность ЛТ в гауссовом (т. е. несодержащем НП) обнаружителе при воздействии помех с гауссовым законом распределения;  $t_0 = x_0/\sqrt{N\alpha_2^x}$  — нормированный порог.

Аналогично вычисляется и вероятность правильного обнаружения ( $\alpha_1^x \neq 0$ ;  $\gamma_1^x \neq 0$ )

$$D = D_r + \left[ \frac{\gamma_1^x}{3! \sqrt{N}} (r_0^2 - 1) + \frac{\gamma_2^x}{4! N} (r_0^3 - 3r_0) \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_0^2}{2}\right), \quad (12)$$

где  $D_r = 1 - \Phi(r_0)$ ,  $r_0 = t_0 - \alpha_1^x \sqrt{\frac{N}{\alpha_2^x}}$ .

При достаточно большом объеме накопления ( $N \gg 1$ ) и  $D_{k+1} = D = 0,5$  из (12) следует, что пороговое значение сигнала на входе НП приближенно равно

$$\left( \frac{\alpha_1^\xi}{\sqrt{\alpha_2^\xi}} \right)_{\text{пор}} \simeq \frac{t_0 (F_{k+1}, \gamma_2^x)}{q \sqrt{N}},$$

где  $q = \frac{\alpha_1^x}{\sqrt{\alpha_2^x}} / \frac{\alpha_1^\xi}{\sqrt{\alpha_2^\xi}}$  — выигрыш в отношении сигнал/помеха (ОСП)

вследствие использования НП с АО характеристикой. Учитывая, что значение порогового сигнала в гауссовом обнаружителе имеет вид

$$\left( \frac{\alpha_1^\xi}{\sqrt{\alpha_2^\xi}} \right)_{\text{пор. г.}} = \frac{t_{0r} (F_{k+1}, \gamma_2^\xi)}{\sqrt{N}},$$

и составляя отношение этих значений, получим выражение выигрыша в отношении пороговых сигналов (ОПС) АО и гауссова обнаружителей

$$\rho = \left( \frac{\alpha_1^\xi}{\sqrt{\alpha_2^\xi}} \right)_{\text{пор. г.}} / \left( \frac{\alpha_1^\xi}{\sqrt{\alpha_2^\xi}} \right)_{\text{пор.}} = q \frac{t_{0r} (F_{k+1}, \gamma_2^\xi)}{t_0 (F_{k+1}, \gamma_2^x)}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что выигрыш ОПС определяется величиной выигрыша ОСП и соотношением порогов в многоканальных гауссовом и АО обнаружителях.

В [5] показано, что при малых значениях пороговых сигналов в НП с характеристикой  $f(\xi) = -\frac{\partial \ln w_1(\xi)}{\partial \xi}$  осуществляется инверсия знака коэффициента эксцесса негауссовой помехи (эффект перенормализации). При этом для помех с положительным эксцессом ( $\gamma_2^\xi > 0$ ) величина порога в АО обнаружителе  $t_0$  меньше, чем в гауссовом  $t_{0g}$  и, следовательно, выигрыш ОПС превышает ОСП ( $\rho > q$ ). При  $\gamma_2^\xi < 0$  имеет место обратная зависимость ( $\rho < q$ ).

На рис. 4 приведены графики зависимости  $\rho (\lg F_{k+1})$  для  $k = 9$ ;  $N = 10, 50, \infty$  при распределении помехи [5] :

$$w_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\alpha_2^\xi}} \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{\alpha_2^\xi}} |\xi|\right) \quad (\gamma_2^\xi = 3; \gamma_2^x = -2; q = \sqrt{2}) \quad \text{и}$$

$$w_1(\xi) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \exp\left[|\xi| - \frac{1}{2a^2} (e^{|\xi|} - 1)^2\right]$$

$$(a = 10; \gamma_2^\xi = -1,59; \gamma_2^x = 11,77; q = 3,07).$$

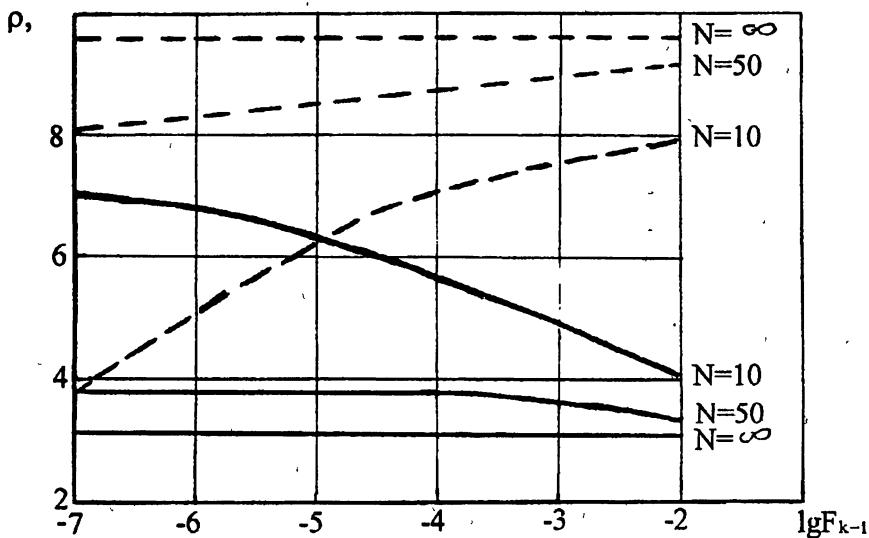


Рис. 4.

Из графиков видно, что в случае положительного эксцесса помехи на входе НП, а следовательно, отрицательного на его выходе (сплошные кривые), увеличение объема накопления, также как увеличение  $F_{k+1}$ , приводит к уменьшению выигрыша  $\rho$  до величины  $q$  вследствие уменьшения отличий распределения помехи на входе ПУ от гауссова. При отрицательном зна-

чении эксцесса помехи на входе НП (положительном — на выходе) периферийная часть ее выходного распределения располагается выше гауссова, что приводит к потерям в обнаружении по критерию ОСП по сравнению с ОСП ( $\rho < q$ ). При этом увеличение  $N$  и уменьшение  $F_{k+1}$  ведет к снижению периферийной части распределения и сближению величин  $\rho$  и  $q$ .

## МНОГОКАНАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА

Алгоритмы (5), (7) могут использоваться для нахождения максимально правдоподобных оценок параметра  $\alpha$  как в дискретном

$$\hat{\alpha} = \arg \sup \left\{ \ln \Lambda(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) \right\},$$

так и непрерывном случаях:

$$\hat{\alpha} = \arg \sup \left\{ \sum_{\mu=-k/2}^{k/2} \ln \Lambda(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) J(\alpha - \mu\Delta\alpha) \right\}. \quad (14)$$

Если в первом случае параметр сигнала определяется по номеру канала с максимальным выходным эффектом, то при непрерывном его значении с целью увеличения точности оценки используется интерполяция условного ЛОП по измеряемому параметру. При этом структуры оптимальных обнаружителя и измерителя практически совпадают, за исключением выходных звеньев: при обнаружении максимальное значение условного ЛОП испытывается на порог (ПУ), при измерении отыскивается величина оцениваемого параметра (arg), при которой достигается данный максимум (рис. 2).

Выше отмечалось, что применение оптимальной процедуры вычисления условного ЛОП, в силу ее компенсационного характера, трудно осуществимо в реальных условиях. Поэтому также, как и при обнаружении, перейдем к рассмотрению АО алгоритмов оценки параметра. Использование для этой цели нелинейного алгоритма (8), обеспечивающего близкую к потенциальной точность оценки параметра слабого (порогового) сигнала, в ряде случаев приводит к аналогичным результатам. Так, по мере приближения цели к РЛС, когда значение ОСП быстро возрастает и, казалось бы, точность оценки должна увеличиваться, на самом деле происходит ее снижение, вследствие искажения сильного сигнала при преобразовании в НП.

Рассмотрим поэтому другое асимптотическое разложение алгоритма (1). Если мощность сигнала на выходе ОФ существенно превышает

дисперсию помехи, то функционал (1) может быть разложен в ряд по степеням помехового члена и ограничен до линейного приближения [1]

$$\ln \Lambda_{\text{ном}}(\mathbf{Y}/\mu\Delta\alpha) \simeq - \sum_{\nu=1}^N [\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu}(\alpha)] \frac{\partial \ln w_1[\Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\mu\Delta\alpha)]}{\partial [\Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\mu\Delta\alpha)]}. \quad (15)$$

Как следует из (15), при оценке параметра сильных сигналов на фоне помех с произвольным законом распределения приемная часть измерителя должна реализоваться в классе линейных систем и представлять последовательное соединение обеляющего и согласованного фильтров, а также когерентного накопителя сигнальной пачки (рис. 3). Внутрипериодный СФ согласован не с самим сигналом на выходе ОФ, а его нелинейным преобразованием  $f(\cdot)$ , что отличает данную структуру от гауссова приемника.

Таким образом, многоканальный АО обнаружитель сигналов и измеритель их параметров в присутствии негауссовых пассивных помех представляет  $k+1$ -канальное устройство, каждый канал которого "настроен" на  $\mu$ -е дискретное значение параметра сигнала. Парциальный канал устройства включает междупериодный обеляющий фильтр, нелинейный подканал обнаружения и линейный — измерения. Выходные эффекты  $k+1$  подканалов обнаружения объединяются в соответствующем интерполяторе параметра, а его максимальное выходное значение испытывается на порог. Аналогично выходные эффекты подканалов измерения объединяются в своем интерполяторе, а значение параметра, соответствующее максимуму выходного напряжения используется в качестве максимально правдоподобной оценки.

### ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ

Нижняя граница дисперсии  $\sigma^2(\alpha)$  несмещенной оценки определяется неравенством Рао–Крамара [6]

$$\sigma^2(\alpha) \geq I^{-1}(\alpha), \quad (16)$$

где  $I(\alpha) = \left\langle \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln W_N[\mathbf{Y} - \mathbf{S}(\alpha)] \right\}^2 \right\rangle$  — количество информации Фишера, содержащееся относительно  $\alpha$  в  $N$ -мерной выборке  $\mathbf{Y}$  с функцией правдоподобия [1]

$$W_N[\mathbf{Y} - \mathbf{S}(\alpha)] = \prod_{\nu=1}^N w_1[\Psi_{\nu}^T \mathbf{Y}_{\nu} - \Psi_{\nu}^T \mathbf{S}_{\nu}(\alpha)]. \quad (17)$$

Знак равенства в (16) соответствует эффективной оценке параметра.

Учитывая стационарность и статистическую независимость отсчетов помехи на выходе ОФ [1], а также их статистическую независимость от отсчетов сигнала (в общем случае случайного), находя из (17) логарифмическую производную функцию правдоподобия, получим

$$I(\alpha) = \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \ln w_1(\xi) \right]^2 \right\rangle \sum_{\nu=1}^N \Psi_{\nu}^T \left\langle \frac{\partial}{\partial \alpha} S_{\nu}(\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha} S_{\nu}^T(\alpha) \right\rangle \Psi_{\nu}, \quad (18)$$

где  $\xi = \Psi^T Y - \Psi^T S(\alpha)$ .

Как видно из (18), количество информации относительно параметра  $\alpha$  зависит от вида одномерного закона распределения пассивной помехи и может изменяться в достаточно широких пределах. Однако, при любом, отличающемся от гауссова законе распределения  $w_1(\xi)$ , количество информации  $I(\alpha)$  превышает аналогичное значение для гауссовой помехи

$$I_r(\alpha) = \frac{1}{\alpha_2^{\xi}} \sum_{\nu=1}^N \Psi_{\nu}^T \left\langle \frac{\partial}{\partial \alpha} S_{\nu}(\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha} S_{\nu}^T(\alpha) \right\rangle \Psi_{\nu}. \quad (19)$$

Поэтому величина  $\lambda = \frac{I(\alpha)}{I_r(\alpha)} = \alpha_2^{\xi} \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} \ln w_1(\xi) \right]^2 \right\rangle$ , характеризующая предельную точность эффективной оценки параметра в негауссовой помехе по сравнению с гауссовой, превосходит единичное значение.

Так, при лапласовском законе распределения помехи  $w_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\alpha_2^{\xi}}} \times \exp \left( -\sqrt{\frac{2}{\alpha_2^{\xi}}} |\xi| \right)$ , имеющем положительный эксцесс  $\gamma_2^{\xi} = 3$ , величина дисперсии эффективной оценки параметра уменьшается в  $\lambda$  раз, где

$$\lambda = \alpha_2^{\xi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sqrt{\frac{2}{\alpha_2^{\xi}}} \operatorname{sgn} \xi \right)^2 w_1(\xi) d\xi = 2.$$

В случае закона распределения помехи с отрицательным эксцессом  $w_1(\xi) = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \exp \left[ |\xi| - \frac{1}{2a^2} (e^{|\xi|} - 1)^2 \right]$  величина его второго кумулянта

$$\alpha_2^{\xi} = \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 e^{|\xi|} e^{-\frac{1}{2a^2} (e^{|\xi|} - 1)^2} d\xi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \ln^2(1 + at) e^{-(t^2/2)} dt$$

и коэффициента

$$\begin{aligned} \lambda &= \alpha_2^{\xi} \frac{1}{a\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{e^{|\xi|} - 1}{a^2} e^{|\xi|} - 1 \right)^2 \exp \left[ |\xi| - \frac{1}{2a^2} (e^{|\xi|} - 1)^2 \right] d\xi = \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a} \sqrt{\frac{2}{\pi}} + 2 \end{aligned}$$

зависят от параметра распределения  $a$ . На рис. 5 сплошной линией изображена зависимость коэффициента уменьшения дисперсии эффективной оценки  $\lambda$  от величины параметра  $a$ . На этом же рисунке пунктирной линией изображена зависимость модуля коэффициента эксцесса помехи  $|\gamma_2^\xi|$  от величины  $a$ . Из сопоставления графиков следует, что возрастание отличий распределения помехи от гауссова (увеличение  $|\gamma_2^\xi|$ ) влечет за собой соответствующее уменьшение дисперсии оценки параметра сигнала.

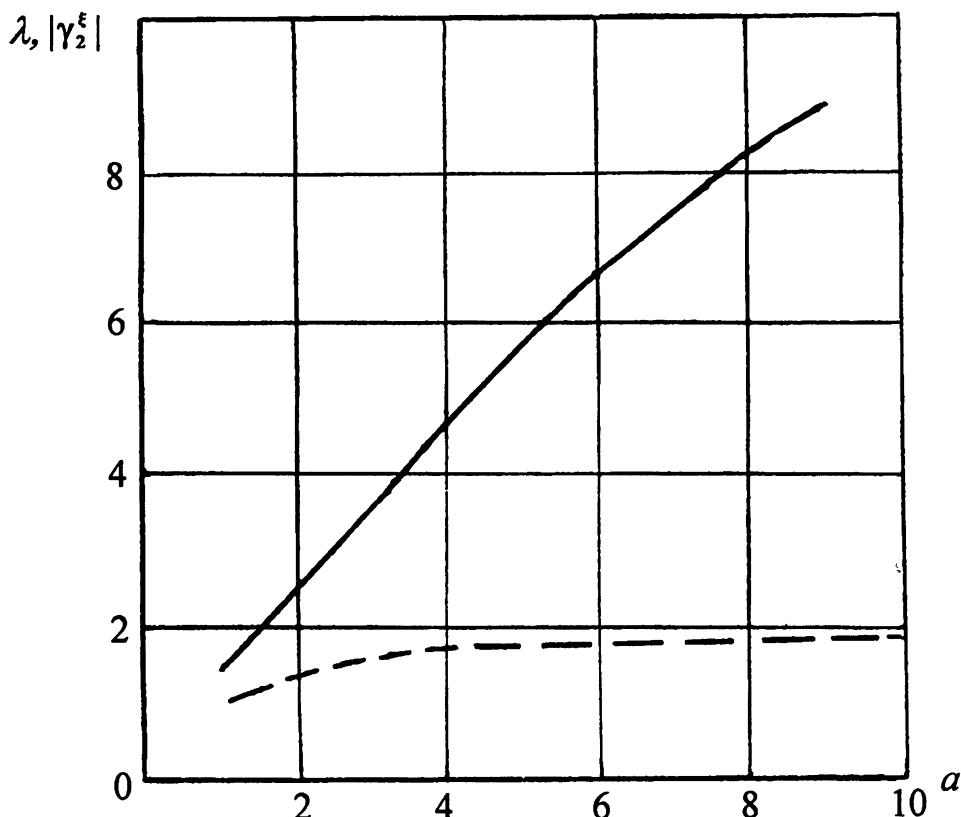


Рис. 5.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Островский М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38. № 8. С. 870.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
3. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
4. Теория обнаружения сигналов / под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984.

5. Островский М. А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1990. N 11. С. 75.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2. — М.: Советское радио, 1968.

ВЗРКУ, г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
20 декабря 1995 г.

**MULTICHANNEL DETECTION OF SIGNALS AND ESTIMATION OF  
THEIR PARAMETERS IN NON-GAUSS CLUTTER**

*M. A. Ostrovsky*

In this article multichannel asymptotically optimal signal detectors and measurers of their parameters in non-gauss clutter are synthesized. The efficiency of synthesizably structures are presented.

УДК 537.86 ÷ 621.396.9

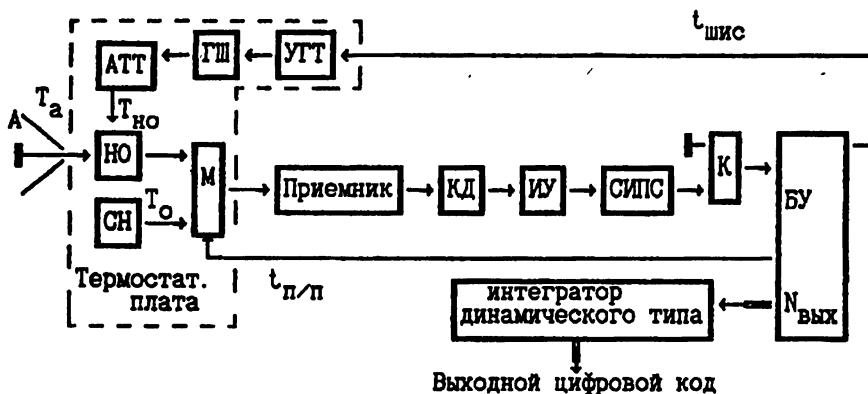
# МЕТОД ИЗМЕНЕНИЯ ДИАПАЗОНА ИЗМЕРЕНИЙ В СВЧ-РАДИОМЕТРАХ С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ОПОРНОГО СИГНАЛА

*A. B. Филатов*

В статье рассмотрен достаточно простой способ изменения диапазона измерений в нулевых СВЧ радиометрах с широтно-импульсной модуляцией, который заключается в изменении модуляции сигналов опорных генераторов шума, а не их абсолютных величин.

В [1, 2] приведено описание СВЧ радиометров, отличающихся от известных нулевых радиометров [3] новым способом регулировки опорного шумового сигнала. В них регулировка неизменного по мощности сигнала генератора шума осуществляется изменением длительности его ввода во входной тракт радиометра. Значительному упрощению подверглось устройство ввода этого сигнала, которое стало включать обычный ключ на *p-i-n*-диодах, длительность замкнутого состояния которого изменяется, и тем самым регулируется средняя мощность опорного сигнала за период модуляции. Следовательно, в нулевых радиометрах была решена проблема ввода опорного сигнала во входной узел радиометра с высокой линейностью. Управление ключом осуществлялось в первых радиометрах короткими по длительности импульсами, частота которых меняется, и, позднее, широтно-импульсным сигналом. В обоих случаях управление частотно-импульсным и широтно-импульсным модуляторами происходит с выхода радиометра. Получение выходного напряжения, которое одновременно служит управляющим в контуре обратной связи, достигается применением обычных низкочастотных узлов (фильтров с заданными АЧХ, синхронных детекторов) и это приводит при измерениях к большим погрешностям, чем в обычных модуляционных радиометрах с прямоугольной, симметричной модуляцией, так как опорный сигнал генератора шума в зависимости от величины сигнала антенны изменяется по длительности в пределах половины периода модуляции. Таким образом, достигнутая точность и простота регулировки опорного сигнала полностью не реализована в таких радиометрах и компенсируется увеличенной погрешностью обработки сигналов по низкой частоте.

Для преодоления этих недостатков в [4] приведено описание модификации метода нулевого приема и созданного СВЧ радиометра с широтно-импульсной модуляцией опорного сигнала, в котором измерительный тракт после квадратичного детектора качественно изменен. В работе



**А** — антенна, **НО** — направленный ответвитель, **СН** — согласованная нагрузка, **М** — модулятор, **АТТ** — фиксированный аттенюатор, **ГШ** — генератор шума, **УГТ** — управляемый по включению-выключению генератор тока, **КД** — квадратичный детектор, **ИУ** — импульсный усилитель, **СИПС** — схема исключения постоянной составляющей (в простейшем случае — разделительная СР-цепь), **К** — компаратор нулевого уровня, **БУ** — блок управления.

Рис. 1.

приведен алгоритм автоматического регулирования по длительности опорного сигнала генератора шума, что обеспечивает поддержание в радиометре нулевого баланса. На рис. 1 приведена функциональная схема радиометра, а на рис. 2 — временные диаграммы одного периода модуляции с недостигнутым (а) и достигнутым (б) нуль-балансом, регистрируемые на входе компаратора радиометра. Согласно приведенного в работе алгоритма сравнение напряжения на входе компаратора с нулевым потенциалом осуществляется в ту половину периода модуляции, когда на вход приемника через модулятор подключена согласованная нагрузка с шумовой температурой  $T_0$ . Функционирование блока управления заключается в постоянном поддержании нулевого потенциала на входе компаратора, что достигается при изменении сигнала антенны  $T_a$  соответствующим изменением длительности  $t_{шис}$  поступления опорного сигнала  $T_{но}$  в направленный ответвитель. Как следует из временной диаграммы рис. 2б вольт-секундные площади положительного и отрицательного импульсов в первой половине периода модуляции после схемы исключения постоянной составляющей поддерживаются равными,  $S_1 = S_2$  и

$$k(T_0 - T_a) df G \beta R K(t_{п/п} - t_{шис}) = k(T_{но} + T_a - T_0) df G \beta R K t_{шис}, \quad (1)$$

где  $G$  — коэффициент усиления сигналов по мощности в приемнике.  $\beta$  —

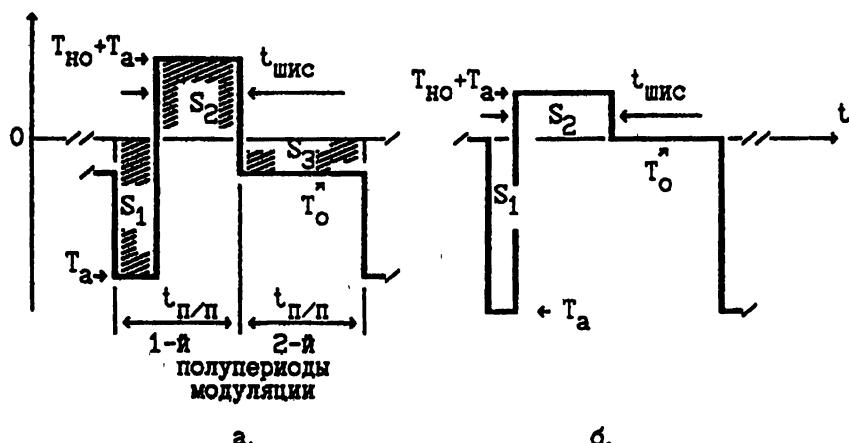


Рис. 2.

чувствительность по току детекторного диода,  $k$  — постоянная Больцмана,  $df$  — полоса принимаемых приемником частот,  $R$  — сопротивление нагрузки квадратичного детектора,  $K$  — коэффициент усиления по напряжению импульсного усилителя,  $t_{\pi/\pi}$  — длительность половины периода модуляции. После очевидных сокращений и решая относительно  $t_{\text{шис}}$ , получим, что эта длительность связана с сигналом антенны линейным простым соотношением:

$$t_{\text{шис}} = \frac{T_0 - T_a}{T_{\text{но}}} t_{\text{шис}}. \quad (2)$$

Входной сигнал антенны

$$T_a = T_0 - T_{\text{но}} \frac{T_{\text{шис}}}{t_{\pi/\pi}}. \quad (3)$$

В этом случае минимальная измеряемая температура, когда  $t_{\text{шис}} = t_{\pi/\pi}$ , равна  $T_{a,\text{мин}} = T_0 - T_{\text{но}}$ , а максимальная при  $t_{\text{шис}} = 0$  —  $T_{a,\text{макс}} = T_0$ . Диапазон измерений

$$dT_a = T_{a,\text{макс}} - T_{a,\text{мин}} = T_0 - (T_0 - T_{\text{но}}) = T_{\text{но}} \quad (4)$$

определяется величиной шумовой мощности, поступающей от генератора шума через направленный ответвитель на вход модулятора.

Таким образом, в радиометре отсутствуют преобразования сигналов, направленные на получение напряжения, выходного и управляющего, и следовательно, погрешности, связанные с этими преобразованиями, отсутствуют.

Из формулы (3) и структурной схемы радиометра следует, что верхняя граница диапазона измерений определена температурой  $T_0$  согласованной

нагрузки, а нижняя — мощностью шума, поступающего в направленный ответвитель от генератора ( $T_{\text{но}}$ ). Следовательно, изменение диапазона измерений может быть выполнено изменением опорных сигналов  $T_0$  и  $T_{\text{но}}$ . Часто в качестве генератора шума используют лавинно-пролетные диоды. В случае их применения изменение  $T_{\text{но}}$  можно свести к дискретному изменению питающего диод тока. Затрудняет такую регулировку нелинейная зависимость выходной мощности диода от протекающего через него тока. С другой стороны, так как диоды имеют большой технологический разброс параметров, то после их замены необходимо производить настройку источников тока заново. Сложнее обстоит дело с изменением верхней границы диапазона измерений, так как для ее изменения необходимо изменять физическую температуру  $T_0$  согласованной нагрузки.

В данной работе описан способ изменения диапазона измерений в подобных радиометрах без нарушения величин опорных сигналов  $T_0$  и  $T_{\text{но}}$  и всей структуры радиометра, кроме блока управления. Этот способ заключается в изменении модуляции двух опорных сигналов и сигнала антенны по поступающим с блока управления управляющим сигналам. Действительно, дополним период модуляции, в котором осуществляется широтно-импульсная модуляция сигнала генератора шума (рис. 2б) еще одним периодом, на протяжении которого генератор шума выключен. Для полученной таким образом периодической последовательности сигналов и показанной на рис. 3а (регистрация, как и в предыдущем случае сделана на входе компаратора), при достигнутом путем изменения  $t_{\text{шис}}$  нулевом балансе (напряжение на входе компаратора во втором полупериоде модуляции равно нулю) будет иметь место равенство вольт-секундных площадей положительного и отрицательного импульсов,  $S_1 + S_2 = S_3$  или по аналогии с (1)

$$A(T_0 - T_a) t_{\text{пп}} + A(T_0 - T_a)(t_{\text{пп}} - t_{\text{шис}}) = A(T_{\text{но}} + T_a - T_0) t_{\text{шис}},$$

где  $A = k df G \beta RK$ . Отсюда

$$t_{\text{шис}} = \frac{2(T_0 - T_a)}{T_{\text{но}}} t_{\text{пп}}. \quad (5)$$

Сигнал антенны определится как

$$T_a = T_0 - T_{\text{но}} \frac{T_{\text{шис}}}{2t_{\text{пп}}}. \quad (6)$$

Подставляя в последнее выражение  $t_{\text{шис}} = t_{\text{пп}}$  и  $t_{\text{шис}} = 0$ , получим значения минимальной и максимальной температур антенны, которые могут быть измерены  $T_{a,\text{мин}} = T_0 - T_{\text{но}}/2$  и  $T_{a,\text{макс}} = T_0$ . Тогда

$$dT_a = T_{a,\text{макс}} - T_{a,\text{мин}} = T_0 - (T_0 - T_{\text{но}}/2) = T_{\text{но}}/2. \quad (7)$$

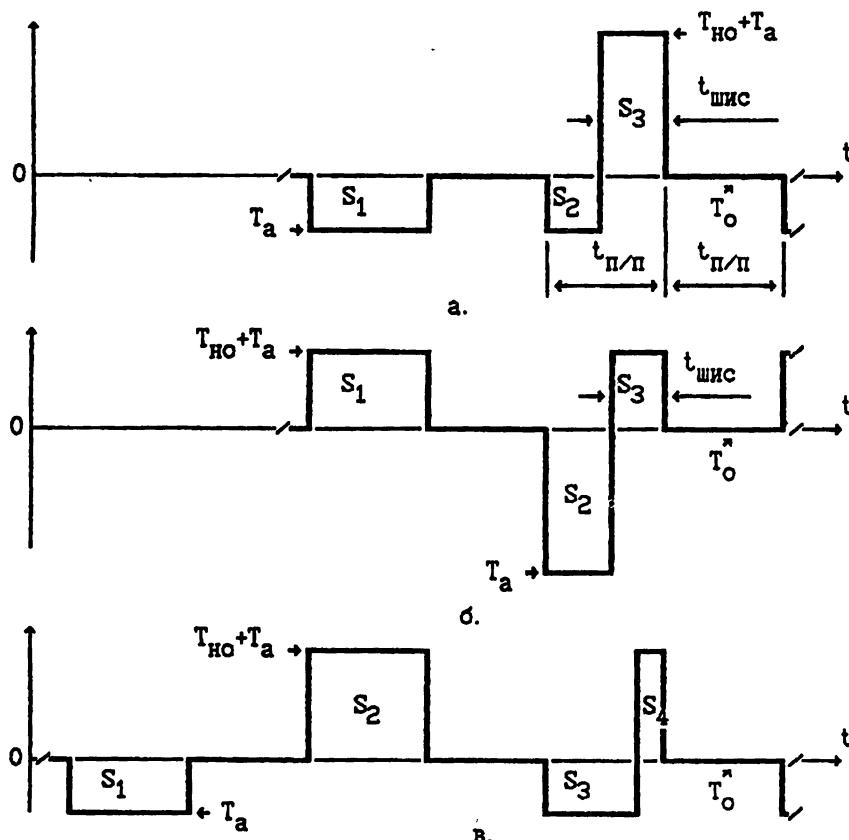


Рис. 3.

Сравнивая полученное соотношение (6) с (3), можно отметить, что верхняя граница диапазона измерений осталась прежней, а изменилась нижняя в сторону более высоких температур антенны. Диапазон измерений  $dT_a$  по сравнению с (4) стал в два раза меньше и при том же изменении  $t_{шис}$  в пределах от 0 до  $t_{п/п}$  разрешающая способность измерений  $T_a$  возросла в два раза. На графике рис. 4 передаточной характеристики радиометра (5) в случае описанной выше модуляции соответствует прямая 1. На этом же графике пунктирной линией показана передаточная характеристика радиометра, если модуляция в нем выполнена как на рис. 2.

В другом случае, при выполнении модуляции опорных сигналов и измеряемого сигнала антенны так, чтобы периодическая последовательность сигналов состояла из двух чередующихся периодов: периода с широтно-импульсной модуляцией опорного сигнала (рис. 2) и периода, в котором генератор шума постоянно включен и в направленный ответвитель непрерывно поступает шумовой сигнал опорной величины, временная последовательность сигналов на входе компаратора будет иметь вид, показанный на рис. 3б. Тогда, при достигнутом нулевом балансе в контуре

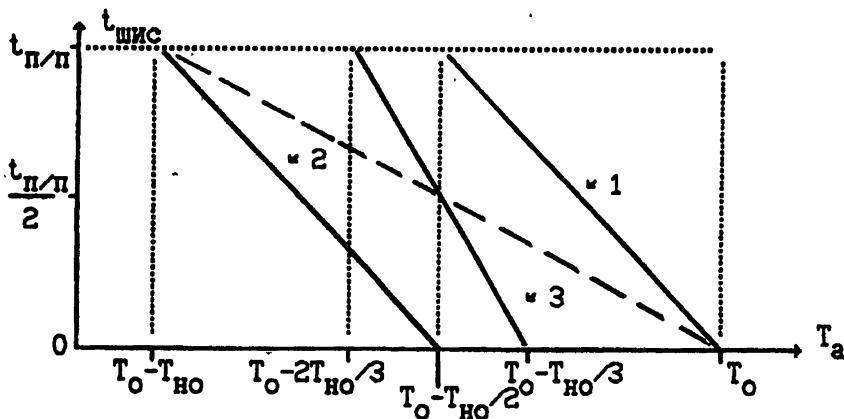


Рис. 4.

автоматического регулирования длительности  $t_{шис}$ ,  $S_1 + S_3 = S_2$  или  $A(T_a + T_{но} - T_0)t_{п/п} + A(T_a + T_{но} - T_0)t_{шис} = A(T_0 - T_a)(t_{п/п} - t_{шис})$ . Отсюда можно получить

$$t_{шис} = \frac{2(T_0 - T_a) - T_{но}}{t_{но}} t_{п/п}, \quad (8)$$

$$T_a = T_0 - \frac{T_{но}}{2} \left( 1 + \frac{t_{шис}}{t_{п/п}} \right), \quad (9)$$

$$dT_a = \frac{T_{но}}{2}. \quad (10)$$

Для крайних значений длительности  $t_{шис}$ , равных  $t_{п/п}$  и 0, минимальное  $T_{a,\min}$  и максимальное  $T_{a,\max}$  значения сигнала антенны из (9) будут соответственно равны  $T_0 - T_{но}$  и  $T_0 - T_{но}/2$ . Таким образом, в сравнении с (3) нижняя граница диапазона измерений остается без изменений и равной  $T_0 - T_{но}$ , а изменяется верхняя, значение которой составит  $T_0 - T_{но}/2$ . Следовательно, диапазон измерений сдвигается в сторону измерения более "холодных" температур антенны. На графике рис. 4 прямой 2 будет соответствовать передаточная характеристика радиометра (8) в этом случае.

На рис. 3в показан третий вариант модуляции сигналов, когда период с широтно-импульсной модуляцией дополнен двумя периодами, в одном из которых генератор шума постоянно выключен, а в другом — включен. Составив аналогичное равенство вольт-секундных площадей положительных  $S_2, S_4$  и отрицательных  $S_1, S_3$  импульсов и решив его сначала относительно  $t_{шис}$ , а затем относительно  $T_a$ , получим

$$t_{шис} = \frac{3(T_0 - T_a) - T_{но}}{T_{но}} t_{п/п}, \quad (11)$$

$$T_a = T_0 - \frac{T_{ho}}{3} \left( 1 + \frac{t_{shis}}{t_{n/p}} \right). \quad (12)$$

Из уравнения (12) следует, что при  $t_{shis} = 0$   $T_a = T_{a,\max} = T_0 - T_{ho}/3$  и при  $t_{shis} = t_{n/p}$   $T_a = T_{a,\min} = T_0 - 2T_{ho}/3$ . Эти значения температур антенны определяют границы диапазона измерений, в котором длительность широтно-импульсного сигнала генератора шума в основном периоде модуляции изменяется от 0 до  $t_{n/p}$ ,  $dT_a = T_{a,\max} - T_{a,\min} = (T_0 - T_{ho}/3) - (T_0 - 2T_{ho}/3) = T_{ho}/3$ . То есть, в данном случае модуляции разрешение измерений возрастает в три раза. Передаточной характеристике радиометра (11) на рис. 4 соответствует прямая 3. Диапазон измерений сдвигается симметрично к центру полной шкалы измерения сигнала антенны, которая без дополнительных периодов имеет значения  $T_0 - T_{ho}$ ,  $T_0$ .

В общем случае, модулируя два опорных сигнала и измеряемый так, чтобы периодическая последовательность сигналов состояла из  $n$ -периодов с выключенным генератором шума и  $m$ -периодов, на протяжении которых генератор шума включен, можно выбрать любой диапазон измерений температуры антенны в пределах полной шкалы, ограниченной величинами  $T_0$  и  $T_0 - T_{ho}$ , не изменением опорных сигналов  $T_0$  и  $T_{ho}$ , а изменением их модуляции с одновременным эффектом пропорционального увеличения разрешающей способности измерений. Значения  $t_{shis}$ ,  $T_a$  и  $dT_a$  рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} t_{shis} &= \frac{(1+n)(T_0 - T_a) + m(T_0 - T_a) - mT_{ho}}{T_{ho}} t_{n/p}, \\ T_a &= T_0 - \frac{T_{ho}}{1+n+m} \left( m + \frac{t_{shis}}{t_{n/p}} \right), \\ dT_a &= \frac{T_{ho}}{1+n+m}. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассмотренный метод изменения диапазона измерений был опробован экспериментально. Для радиометра, выполненного ранее по функциональной схеме, показанной на рис. 1, была разработана приставка — блок управления с расширенными функциональными возможностями. В блоке управления, выполненном полностью на цифровых логических элементах, происходило после задания оператором необходимого диапазона измерений формирование управляющих импульсов включения генератора шума. Формирование дополнительных периодов отвечало соотношениям (13). Применение нового блока управления позволило значительно увеличить разрешающую способность измерений радиометра без изменения СВЧ блока и регистрировать более тонкие эффекты, происходящие в природных объектах (льдах, мерзлых грунтах).

В заключение необходимо отметить, что увеличение числа дополнительных периодов, количество и тип которых определяют границы диапазона измерений, ведет к пропорциональному снижению быстродействия устройства. Однако, при измерении квазистационарных радиостепловых полей достигается высокая точность измерений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. А. с. 1171731 СССР, МКИ G 01 R 29/08. / Аблязов В. С. (СССР); Опубл. в Б. И. № 29. 1985. С. 154.
2. Носов В. Н., Забытов Ю. М., Лебский О. В., Штанюк А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 7. С. 785.
3. Геворкян В. Г., Кисляков А. Г. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 2. С. 240.
4. Бордонский Г. С., Филатов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 8. С. 652.

Читинский институт природных  
ресурсов РАН

Поступила в редакцию  
10 января 1996 г.

### THE METHOD OF THE MEASUREMENT RANGE CHANGE IN MICROWAVE RADIOMETERS WITH PULSE-WIDTH MODULATION OF REFERENCE SIGNAL

*A. V. Filatov*

A rather simple method of changes of the measurement range in zero microwave radiometers with pulse-width modulation has been considered which lies in the modulation change of reference noise oscillator signals but not of their absolute values.