

# ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

## РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XXXIX N 5

Нижний Новгород

1996

### С о д е р ж а н и е

- Каневский М. Б., Караев В. Ю.** Спектральные характеристики радиолокационного СВЧ сигнала, отражённого морской поверхностью при малых углах падения (обратное рассеяние).....517
- Богод В. М., Гельфрейх Г. Б., Гребинский А. С., Опейкина Л. В.** Корреляционный радиогелиограф на базе РАТАН-600.....527
- Славутский Л. А.** Угловая зависимость радиолокационного рассеяния на морской поверхности в сантиметровом диапазоне.....538
- Логвинов Ю. Ф., Педенко Ю. А., Разказовский В. Б.** Дифракционная модель многолучевого распространения над неровной поверхностью при малых углах скольжения.....547
- Митяков С. Н., Митякова Э. Е., Рахлин А. В.** О возможности адаптивного управления ионосферным радиоканалом.....559
- Митяков С. Н., Сергеев Е. Н.** Исследование тонкой структуры отражённого от ионосферы сигнала методом корреляционного зондирования.....562
- Алимов В. А., Выборцов Ф. И., Рахлин А. В.** О роли крупномасштабных неоднородностей ионосферы в формировании среднеширотного F-spread.....564
- Насыров А. М., Стрекалов В. А.** Термогравитационная конвекция в ионосферной плазме, модифицированной мощным декаметровым радиоизлучением.....568
- Бархатов Н. А., Беллюстин Н. С.** Нелинейная трансформация магнитогидродинамических волн в движущейся плазме.....579

<b>Белых В. Н., Веричев Н. Н.</b> Пространственно однородные автоволновые процессы — глобальная синхронизация в системах с переносом и диффузией.....	588
<b>Жукова И. С., Саичев А. И.</b> О вероятностных свойствах градиента плотности хаотически движущейся несжимаемой среды.....	597
<b>Мануилов Б. Д., Шабловский В. М.</b> Эффект зеркального луча в решётке плоских волноводов с конечным диэлектрическим покрытием.....	607
<b>Власов С. Н., Копосова Е. В., Магур А. Б., Паршин В. В.</b> Об измерении диэлектрической проницаемости резонансным методом.....	615
<b>Малыкин Г. Б.</b> Влияние высших гармоник частоты фазовой модуляции на сдвиг нуля в волоконном кольцевом интерферометре.....	624

УДК 621.371.165

## СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СВЧ СИГНАЛА, ОТРАЖЁННОГО МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ ПАДЕНИЯ (ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ)

*М. Б. Каневский, В. Ю. Караев*

Выполнен теоретический анализ свойств доплеровского спектра радиолокационного СВЧ сигнала, отражённого морской поверхностью при малых углах падения. Проанализированы зависимости ширины и смещения доплеровского спектра от скорости ветра, степени волнового развития, а также их азимутальная зависимость. Рассмотрен случай смешанного волнения (ветровые волны плюс зыбь). Для описания волнения использовалась модель спектра JONSWAP. Исследование показало, что параметры доплеровского спектра чувствительны к изменению состояния морской поверхности, в частности, в случае развитого ветрового волнения изменение скорости ветра на 1 м/с ведет к уширению и увеличению смещения доплеровского спектра примерно на 15 Гц и на 3 Гц соответственно. Показано, что в случае движущегося носителя доплеровский спектр остается чувствительным к изменению состояния морской поверхности при достаточно узкой диаграмме направленности радиолокатора. Сделанные оценки показали, что при наличии на поверхности одной системы волнения по параметрам доплеровского спектра можно, в принципе, определить тип волнения (развивающееся ветровое, развитое ветровое, зыбь), доминантную длину волны, направление распространения и высоту волн, а для ветрового волнения — скорость и направление ветра, длину разгона.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Для изучения гидрофизических процессов, происходящих на морской поверхности, а также для проверки и уточнения существующих моделей рассеяния электромагнитных волн, все чаще обращаются к спектральным характеристикам отраженного радиолокационного сигнала [1, 2, 3]. Поэтому совершенствование теоретической модели доплеровского спектра, изучение его свойств и сравнение с экспериментальными данными является важной задачей.

В данной статье продолжено начатое в работе [4] теоретическое исследование доплеровского спектра радиолокационного СВЧ сигнала, отражённого морской поверхностью. Работа направлена на изучение зависимости параметров доплеровского спектра (ширины и смещения) при малых углах падения от состояния морской поверхности. Этот вопрос,

которому посвящено лишь малое число работ [5, 6, 7], по нашему мнению, изучен недостаточно.

Поскольку в области малых углов падения доплеровский спектр отражённого поля зависит только от энергонесущего волнения, он может быть использован для определения характеристик крупномасштабных волн, о чём свидетельствуют приведённые ниже результаты.

## 2. МОДЕЛЬ СПЕКТРА ВОЛНЕНИЯ

Для описания энергонесущего волнения мы использовали известный спектр JONSWAP возвышений поверхности  $\zeta$ , дополненный угловой зависимостью [8]:

$$W_{\zeta}(\kappa, \phi) = \frac{\alpha}{2} \kappa^{-3} \exp \left[ -1,25 \left( \frac{\kappa}{\kappa_m} \right)^{-2} + \ln \gamma \cdot \exp \left\{ -\frac{(\sqrt{\kappa/\kappa_m} - 1)^2}{2b^2} \right\} \right] \cdot Q(\kappa, \phi), \quad (1)$$

$$Q(\kappa, \phi) = \frac{\Gamma(1 + p/2)}{\pi^{1/2} \Gamma(0,5 + p/2)} \cdot \cos^{2p}(\phi - \phi_0), \quad |\phi - \phi_0| \leq \pi/2,$$

$$b = \begin{cases} 0,07, & \kappa \leq \kappa_m, \\ 0,09, & \kappa > \kappa_m, \end{cases}$$

$$p = \begin{cases} 0,46(\kappa/\kappa_m)^{-1,25} p_m, & \kappa \geq \kappa_m, \\ 0,46(\kappa/\kappa_m)^{2,5} p_m, & \kappa < \kappa_m, \end{cases}$$

$$p_m = 11,5(U_{19}/c_m)^{-2,5}, \quad c_m = \sqrt{g/\kappa_m}, \quad g = 9,8 \text{ м/с}^2,$$

где  $\kappa_m = \omega_m^2/g$  — волновое число, соответствующее спектральному максимуму  $\omega_m$  частотного спектра JONSWAP,  $\phi_0$  — угол между генеральным направлением волнения и осью  $X$ ,  $U_{19}$  — скорость ветра на высоте 19,5 м. Фигурирующая всюду ниже величина  $U_{10}$  — скорость ветра на высоте 10 м, связана с  $U_{19}$  через логарифмический профиль скорости ветра при нейтральных условиях (см., например, [9]).

В случае ветрового волнения значения  $\kappa_m$  можно найти, если использовать эмпирические соотношения [10, 11]:

$$\tilde{\omega}_m = \begin{cases} 22\tilde{x}^{-0,33} & \text{для развивающегося волнения,} \\ 0,83 & \text{для развитого волнения,} \end{cases} \quad (2)$$

где  $\tilde{\omega}_m = \omega_m U_{10}/g$ ,  $\tilde{x} = x g/U_{10}^2$ ,  $x$  — ветровой разгон. Параметр  $\gamma$  также определяется из эмпирических данных [12]:

$\tilde{\omega}_m$	0,83	1,0	1,3	1,7	2,0
$\gamma$	1,00	1,05	2,12	2,48	4,36

Для дисперсии возвышений поверхности  $\sigma_\zeta^2$  из эксперимента известно [10]:

$$\sigma_\zeta^2 = 1,6 \cdot 10^7 \tilde{x} U_{10}^4 / g^2. \quad (3)$$

Приравнивая (3) и интеграл от спектра (1), можно найти оставшийся до сих пор не определённым коэффициент  $\alpha$ . Заметим, что значение разгона  $\tilde{x} \approx 2 \cdot 10^4$ , при котором развивающееся волнение выходит на режим полностью развитого, определяется из соотношения  $22\tilde{x}^{-0,33} = 0,83$  (см. (2)) и даёт известную величину  $\alpha = 0,0081$ , обычно используемую для развитого ветрового волнения.

Модель спектра зыби зададим следующим образом. Положим  $\gamma = 10$  [8] и выберем конкретные значения доминантной длины волны  $\Lambda_m = 2\pi/\kappa_m$ : 100 м, 150 м, 200 м, 250 м. Задавая высоту зыби  $H = 4\sigma_\zeta$ , можно получить соответствующие значения  $\alpha$ ; при этом следует иметь в виду, что на величину  $H$  имеются определенные ограничения сверху. Мы исходили из предположения, что максимум спектра зыби не может превышать соответствующего значения для развитого волнения при одинаковых  $\Lambda_m$ , откуда следует:  $\alpha < 0,0081/\gamma = 0,00081$ .

Для спектра смешанного волнения (например, ветровое волнение плюс зыбь) существуют различные аппроксимации. Однако, если максимумы спектров различных волновых систем достаточно разнесены, то спектр смешанного волнения определяется просто через сумму [12]:

$$W_\zeta(\kappa, \phi) = W_{\text{в}}(\kappa, \phi) + W_{\text{з}}(\kappa, \phi), \quad (4)$$

где  $W_{\text{в}}(\kappa, \phi)$  и  $W_{\text{з}}(\kappa, \phi)$  — соответственно спектры ветрового волнения и зыби.

### 3. ПАРАМЕТРЫ ДОПЛЕРОВСКОГО СПЕКТРА. РАСЧЁТНЫЕ ФОРМУЛЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Схема зондирования морской поверхности представлена на рис. 1. Когерентный радиолокатор расположен на носителе, движущемся со скоростью  $V$  параллельно оси  $Y$ . Наблюдение ведётся в режиме бокового обзора при угле падения  $\vartheta_0$ , который предполагается достаточно малым, так что механизм обратного рассеяния радиолокационного СВЧ сигнала (длина волны падающего излучения  $\lambda$ ) является не брэгговским, а квазизеркальным. Диаграмма направленности антенны, принятая гауссовской, имеет

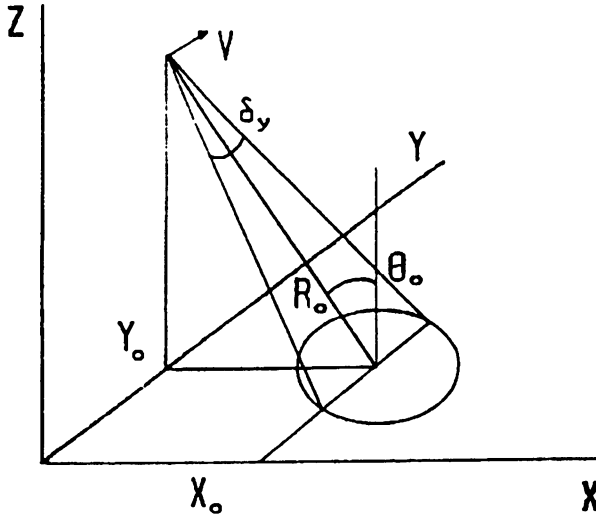


Рис. 1.

полуширину по уровню мощности 0,5 в вертикальной плоскости  $\delta_x$ , а в азимутальной —  $\delta_y$ .

Решение задачи рассеяния в приближении Кирхгофа применительно к крупномасштабной поверхности с нормальным распределением возвышений приводит к доплеровскому спектру гауссовской формы [4]. Параметры спектра — ширина  $\Delta f_{10}$  на уровне  $-10$  дБ от максимума, а также смещение максимума  $f_{см}$  относительно частоты падающего излучения — даются следующими формулами (здесь они представлены в более компактном виде, нежели в [4]):

$$f_{см} = \frac{\sin \vartheta_0}{\lambda} \cdot \left[ \beta_{xt} + \beta_{xy} \cdot \frac{\gamma_{yt} \cos^2 \vartheta_0 - 0,72V\delta_y^2}{\alpha_{xy} \cos^2 \vartheta_0 + 0,72\delta_y^2} \right] \quad [\Gamma\Omega], \quad (5)$$

$$\Delta f_{10} = \frac{4\sqrt{\ln 10}}{\lambda} \cdot \left[ 0,72V^2\delta_y^2 + \alpha_{xt} \cos^2 \vartheta_0 - \frac{(\gamma_{yt} \cos^2 \vartheta_0 - 0,72V\delta_y^2)^2}{\alpha_{xy} \cos^2 \vartheta_0 + 0,72\delta_y^2} \right]^{1/2} \quad [\Gamma\Omega], \quad (6)$$

где

$$\alpha_{xt} = 4 |K_{\zeta tt}| - \frac{K_{\zeta xt}^2}{|K_{\zeta xx}|}, \quad \beta_{xt} = \frac{K_{\zeta xt}}{|K_{\zeta xx}|}, \quad \alpha_{xy} = 4 |K_{\zeta yy}| - \frac{K_{\zeta xy}^2}{|K_{\zeta xx}|},$$

$$\beta_{xy} = \frac{K_{\zeta xy}}{|K_{\zeta xx}|}, \quad \gamma_{yt} = 2K_{\zeta yt} + \frac{K_{\zeta xy}K_{\zeta xt}}{|K_{\zeta xx}|},$$

причём

$$K_{\zeta\alpha\alpha} = 0,5 \frac{\partial^2 K_{\zeta}(\vec{\rho}, \tau)}{\partial \alpha^2}, \quad K_{\zeta\alpha\beta} = \frac{\partial^2 K_{\zeta}(\vec{\rho}, \tau)}{\partial \alpha \partial \beta};$$

$$\vec{\rho}, \tau = 0, \quad \alpha, \beta = x, y, t; \quad (\alpha \neq \beta).$$

Корреляционная функция волнения обозначена  $K_{\zeta}(\vec{\rho}, \tau)$ . При вычислении коэффициентов  $K_{\zeta\alpha\alpha}$  и  $K_{\zeta\alpha\beta}$  использовалась известная связь корреляционной функции и спектра волнения, как это сделано, например, в [7, 13].

Формулы (5), (6) устанавливают связь между спектром волнения и параметрами доплеровского спектра радиолокационного сигнала. Прежде чем представить результаты расчётов, выполненных по этим формулам, выскажем следующие простые соображения.

В приближении Кирхгофа обратно рассеянное поле формируется зеркальными площадками — участками поверхности, ориентированными перпендикулярно падающему лучу. В гипотетическом случае монохроматического волнения эти площадки, образуемые строго определёнными участками волнового профиля, движутся горизонтально вместе с волной, фазовая скорость которой  $v_{\phi}$ . Отражённый сигнал при этом будет монохроматическим с частотой, смещённой на величину  $|f_{\text{см}}| = (2v_{\phi}/\lambda) \sin \theta_0$ . С расширением спектра волнения поле зеркальных площадок, образуемых на этот раз совокупностью волн, бегущих с различными фазовыми скоростями и случайными фазовыми соотношениями, становится случайным, а “время жизни” каждой площадки конечным, причём тем меньшим, чем шире спектр волнения; кроме того, площадки получают случайные вертикальные скорости. Все это приводит к расширению спектра отраженного поля, при этом смещение максимума спектра  $f_{\text{см}}$  будет определяться некоторой средней фазовой скоростью морских волн.

Для различных типов волнения ширина спектра волнения, с одной стороны, и фазовые скорости волн, с другой стороны, соотносятся между собой по-разному. Это означает, что ситуации, отвечающие разным типам волнения, могут быть разделены в системе координат “ширина – смещение” доплеровского спектра.

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчётов, выполненных для электромагнитной волны  $\lambda = 3$  см, угла падения  $\vartheta_0 = 10^\circ$ ,  $V = 0$ ,  $2\delta_y = 2^\circ$  (стационарная платформа, рис. 2) и  $V = 200$  м/с,  $2\delta_y = 0,4^\circ$  (самолет, рис. 3); все кривые получены для случая  $\phi_0 = 180^\circ$ , т.е. волны движутся на локалор.

Жирная кривая соответствует развитому ветровому волнению, точками показаны значения скорости ветра. В местах, отмеченных точками, подходят снизу тонкие кривые, каждая из которых соответствует развивающемуся ветровому волнению при заданной скорости ветра. Нижние кривые начинаются от значения безразмерного разгона  $\tilde{x} \approx 2800$  и выходят на режим развитого волнения (подходят к верхней кривой) при

$\bar{z} \approx 20000$ . Горизонтальные прямые в верхней части рис. 2, 3 соответствуют зыби, параметром этого семейства является доминантная длина волны  $\Lambda_m$ . Значения высоты зыби  $H = 4\sigma_z$  задавались в следующих пределах: 0,88 м–1,34 м ( $\Lambda_m = 100$  м); 1,44 м–2,2 м ( $\Lambda_m = 150$  м); 2,0 м–2,69 м ( $\Lambda_m = 200$  м); 2,24 м–3,37 м ( $\Lambda_m = 250$  м). Увеличение высоты зыби приводит к увеличению дисперсии вертикальной скорости движения и, следовательно, к расширению доплеровского спектра отраженного сигнала, однако смещение спектрального максимума при сохранении  $\Lambda_m$  не изменяется.

Напомним, что рис. 2, 3 относятся к фиксированному значению азимутального угла  $\phi_0$ , а именно,  $\phi_0 = 180^\circ$ . Если ширина доплеровского спектра при малых углах падения практически не зависит от  $\phi_0$ , то для величины смещения расчеты дают:  $f_{\text{см}} \approx -f_{\text{см}}^{\text{max}} \cos \phi_0$ , причём величина  $f_{\text{см}}^{\text{max}}$  практически не зависит от  $V$ . Следовательно, использовать приведенные на рис. 2, 3 результаты для дистанционной диагностики волнения можно лишь после установления направления распространения движения волн (например, путём полётов по круговой траектории).

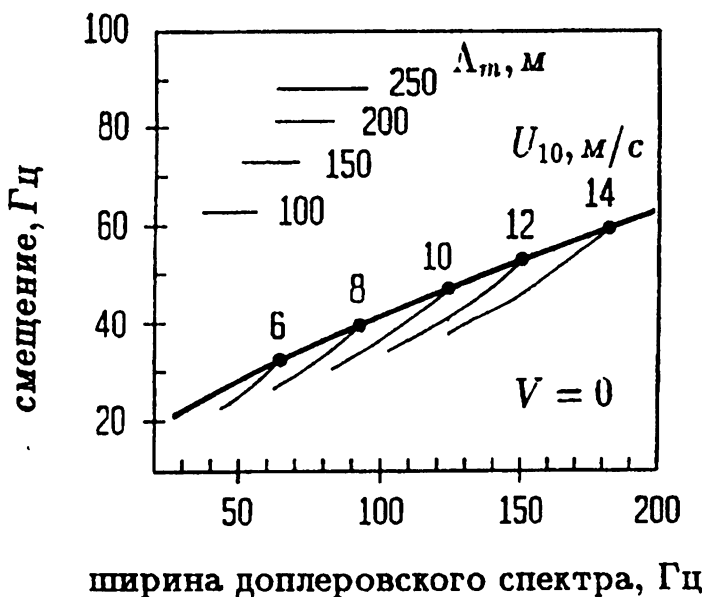


Рис. 2.

Из рис. 2 видно, что в случае развитого ветрового волнения изменение скорости ветра на 1 м/с ведёт к увеличению ширины и смещения доплеровского спектра примерно на 15 Гц и на 3 Гц соответственно. Что касается зависимости параметров доплеровского спектра от угла падения, то ширина спектра слабо зависит от  $\vartheta_0$ :  $\Delta f_{10} \sim \cos \vartheta_0$ , а смещение доплеровского спектра пропорционально углу падения  $f_{\text{см}} \sim \sin \vartheta_0$ .



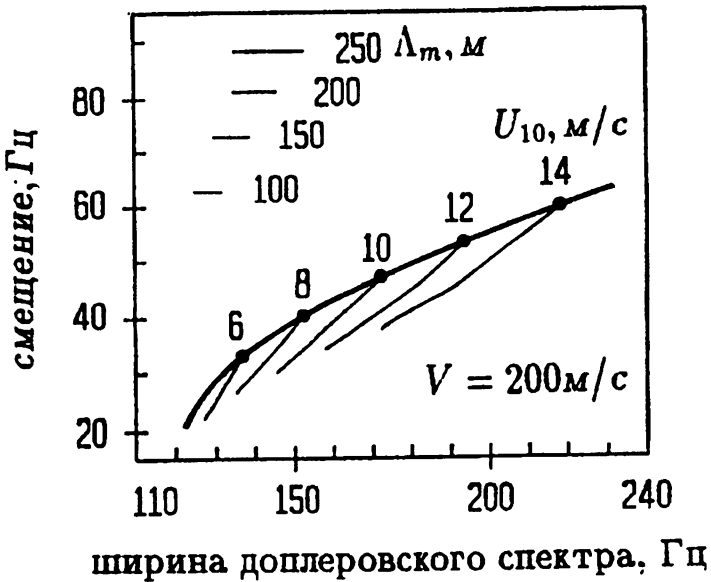


Рис. 3.

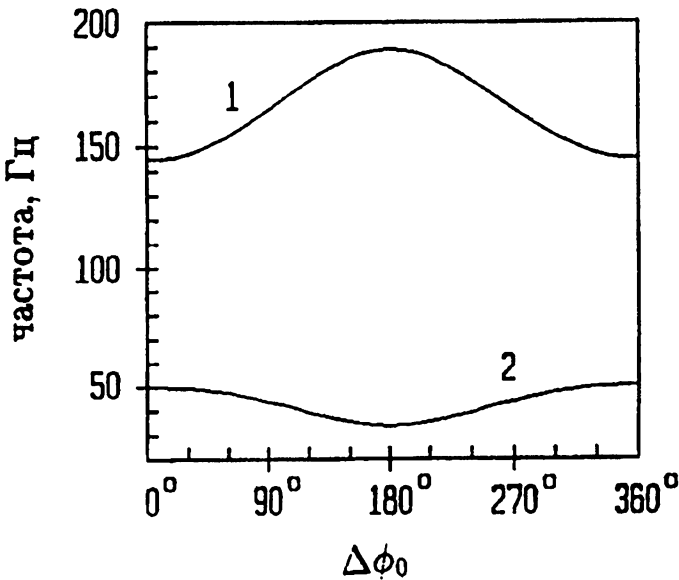


Рис. 4.

Всё сказанное выше относится к ситуации, когда на поверхности присутствует лишь одна система волн (одномодовое волнение). Если помимо ветрового волнения имеется одна или несколько систем зыби, картина существенно усложняется. По сравнению с одномодовым ветровым волнением ширина доплеровского спектра увеличится, а смещение может из-

мениться в любую сторону в зависимости от соотношения между направлениями распространения различных систем волн.

На рис. 4 представлены зависимости ширины (кривая 1) и смещения (кривая 2) доплеровского спектра от угла  $\Delta\phi_0$  между направлениями распространения ветрового волнения и зыби (стационарная платформа,  $V = 0$ ). Расчет проводился для двумодового волнения — развитое ветровое плюс зыбь. Предполагалось, что ветровые волны ( $U_{10} = 10$  м/с) бегут на лоцатор, зыбь с доминантной длиной волны  $\Lambda_m = 150$  м имеет высоту, близкую к максимальной ( $H = 2,2$  м).

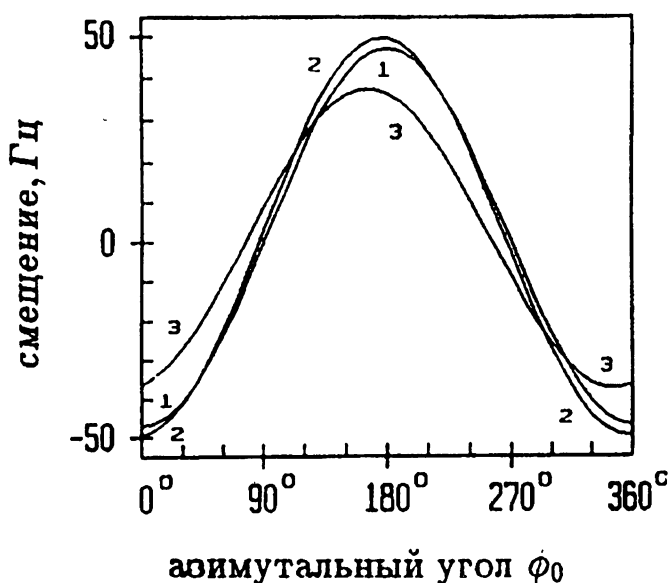


Рис. 5.

На рис. 5 показаны азимутальные зависимости величины смещения: кривая 1 — развитое ветровое волнение ( $U_{10} = 10$  м/с); кривая 2 — развитое ветровое волнение плюс зыбь ( $\Lambda_m = 150$  м,  $H = 2,2$  м,  $\Delta\phi_0 = 20^\circ$ ); кривая 3 — то же при  $\Delta\phi_0 = 140^\circ$ . Видно, что направление распространения ветровых волн определяется со сравнительно небольшой ошибкой.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты теоретического исследования доплеровского спектра радиолокационного СВЧ сигнала, отражённого морской поверхностью при малых углах падения. Выполненный анализ показал, что параметры доплеровского спектра при определённых условиях достаточно чувствительны к изменениям состояния морской поверхности и несут информацию о характеристиках крупномасштабного волнения. Оценки показали, что при наличии на поверхности одной системы

волн можно, в принципе, определить тип волнения (развивающееся ветровое, развитое ветровое, зыбь), доминантную длину волны, направление распространения и высоту волн, а для ветрового волнения — скорость и направление ветра, стадию развития (длину разгона).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-15892).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Jessup A. T., Keller W. C., and Melvil W. R. // J. Geoph. Res., 1990. V. 95. № C6. P. 9679.
2. Plant W. J. and Keller W. C. // J. Geoph. Res., 1990. V. 95. № C9. P. 16299.
3. Poulter E. M., Smith M. J., McGregor J. A. // J. Geoph. Res., 1994. V. 99. № C4. P. 7929.
4. Каневский М. Б., Караев В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 1. С. 3.
5. Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1969. Т. 12. № 1. С. 114.
6. Thompson D. R. Radar Scattering From Modulated Wind Waves. / Edited by G. J. Komen and W. A. Oost. — Boston, Mass.: Kluwer Academic, 1989. P. 27.
7. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972. С. 424.
8. Bruning C., Alpers W., and Hasselmann K. // Int. J. Remote Sensing, 1990. V. 11. № 10. P. 1695.
9. Mazuko H., Okamoto K., Shimada M., and Niwa S. // J. Geophys. Res., 1986. V. 91. № 11. P. 13065.
10. Hasselman K., Barnett T. P., and Browns E. // Dtsh. Hydrog. 8 (Suppl. A), 1973. № 12. P. 7.
11. Walsh E. J., Hancock III D. W., Donald E. H. et. al. // J. Phys. Oceanogr., 1989. V. 19. № 5. P. 670.
12. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение в мировом океане. — Л.: Гидрометеиздат, 1985. — 256 с.
13. Winebrenner D. P. and Hasselmann K. // J. Geoph. Res., 1988. V. 93. № C8. P. 9281.

Институт прикладной физики  
РАН, г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
5 апреля 1995 г.

**SPECTRAL CHARACTERISTICS OF SUPERHIGH FREQUENCY (SHF)  
RADAR SIGNAL BACKSCATTERED BY THE SEA SURFACE AT SMALL  
INCIDENCE ANGLES**

*M. B. Kanevsky and V. Yu. Karaev*

The theoretical analysis of the Doppler spectrum properties of the microwave signal backscattered by the sea surface at small incidence angles was fulfilled. The dependences of Doppler spectrum width and shift on the wind speed, the stage of wave development and azimuthal dependences were analyzed. The case of mixed sea (wind waves plus swell) was also considered. For calculation the JONSWAP spectrum was used. The investigation showed that Doppler spectrum parameters were sensitive to the sea surface state variation, for example, the increase of the wind speed by 1 m/s leads to the increase of the width and shift of Doppler spectrum by 15 Hz and 3 Hz accordingly. For the case of a moving radar it is shown that Doppler spectrum is sensitive to sea surface state variations at enough narrow antenna beam. The estimates showed that by the Doppler spectrum, in principle, we can determine the kind of a wave (developing wave, developed wave, swell), dominant wave length, direction of wave propagation and wave height, besides the wind speed and direction may be found for a wind wave.

УДК 520.27

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ РАДИОГЕЛИОГРАФ НА БАЗЕ РАТАН-600

*В. М. Богод, Г. Б. Гельфрейх, А. С. Гребинский,  
Л. В. Опейкина*

Рассмотрены методы практической реализации использования антенн переменного профиля для построения двумерных изображений корреляционными методами для асинфазного режима облучения на примере радиотелескопа РАТАН-600.

Радиотелескоп РАТАН-600 может быть преобразован в многоволновый радиогелиограф с двумерным разрешением до нескольких угловых секунд. Этот радиотелескоп представляет из себя 900 независимых полноповоротных зеркал, расположенных по кругу диаметром 600 м с общим центральным облучателем (см. [1]). До сих пор эта система использовалась только для синфазного синтеза однолучевой диаграммы направленности в режиме однократного прохождения источника. В этом режиме построение двумерных изображений методом сканирования сильно затруднено из-за необходимости переконфигурации положения каждого из 1000 щитов. Однако, эта конструкция позволяет реализовать также принципиально новые методы использования радиотелескопа. Теоретические исследования [2, 3] указывают на перспективность использования несинфазного режима облучения, при котором основной лепесток разбивается на несколько сотен независимых лепестков, распределение которых в пространстве близко к случайному. Так как ширина каждого такого лепестка по-прежнему определяется полной апертурой, а совокупность всех лепестков занимает область пространства порядка одного квадратного градуса (в определенном диапазоне радиочастот), то возникает принципиальная возможность построения мгновенных двумерных изображений Солнца [2]. В работе [3] была показана возможность решения такой задачи на основе всего лишь однократного (без переустановки элементов радиотелескопа) прохождения источника. Целью настоящей работы является оценка реальных возможностей такого подхода в режиме одноканальной и многочастотной регистрации излучения в едином фокусе.

На рис. 1-7 приведены некоторые типичные результаты расчетов для реальной диаграммы РАТАН в асинфазном режиме. В этих расчетах координаты щитов выбираются таким образом, чтобы разности длин оптических путей не были кратны целому числу волн. В рассматриваемых

ниже примерах все щиты установки имеют одинаковую радиальную координату ( $R = \text{const} = 288 \text{ м}$ ) со случайной добавкой. Область на небесной сфере, которую заполняет такая диаграмма, определяется угловыми размерами диаграммы одного щита и для волны 8 см сравнима с угловыми размерами солнечного диска (порядка  $40'$ ). Расчёт диаграмм направленности для различных установок радиогелиографа проводился по алгоритму, предложенному в работе Гельфрейха (1977) с использованием методов интерполяции [2] для ускорения счёта. Все расчёты сделаны для центральной частоты 8 см на угловой сетке  $512 \times 512$  точек с дискретностью  $10''$ . На всех рисунках приведен один и тот же центральный фрагмент этой сетки размером  $64 \times 64$ .

На рис. 1 показан фрагмент многолучевой диаграммы на волне 8 см (трехмерный — верхний, уровни — нижний рисунок). На нижнем рисунке хорошо видно, что асинфазная диаграмма образует случайное поле волокнистой структуры. Для реализации корреляционного алгоритма построения двумерного изображения по однократному прохождению источника (см. [3]) необходима оценка функции рассеяния точки ( $PSF$ ), которая определяется однократным интегралом автокорреляции [3] для диаграммы  $A(x, y)$

$$PSF(x', y') = \int A(x-x', y-y')A(x, y) dx, \quad y = z_0 = \text{const}, \quad (1)$$

который в силу однородности случайного поля диаграммы не зависит от конкретного выбора значения координаты  $y$  в подынтегральном выражении. Результаты таких расчётов на всём поле  $512 \times 512$  точек (с выбором  $z_0 = 256$  — в центре диаграммы) представлены в виде фрагмента на рис. 2. Полученная  $PSF$  имеет центральный пик с шириной около  $20''$  на общем равномерном поле с динамическим диапазоном около 10. Эти параметры определяют двумерную разрешающую способность и динамический диапазон корреляционного радиогелиографа в режиме однократного прохождения: восстановленное таким образом двумерное изображение будет сверткой оригинала (распределения радиояркости) с  $PSF$ , приведенной на рис. 2.

Для реализации режима мгновенного построения изображений необходим ансамбль статистически независимых случайных диаграмм (см. [3]). Для получения такого ансамбля следует использовать параллельные наблюдения на нескольких десятках разнесённых частот, а для построения изображения использовать алгоритм суммирования [3]. Решающим моментом в этом методе является оценка минимально допустимого разноса частот, обеспечивающего статистическую независимость диаграмм и определяющего общую ширину спектральной полосы. Результаты таких расчётов показаны на рис. 3–4 и рис. 5–6 для разноса частот в 50 и 100 МГц, соответственно (относительно центральной волны 8 см).

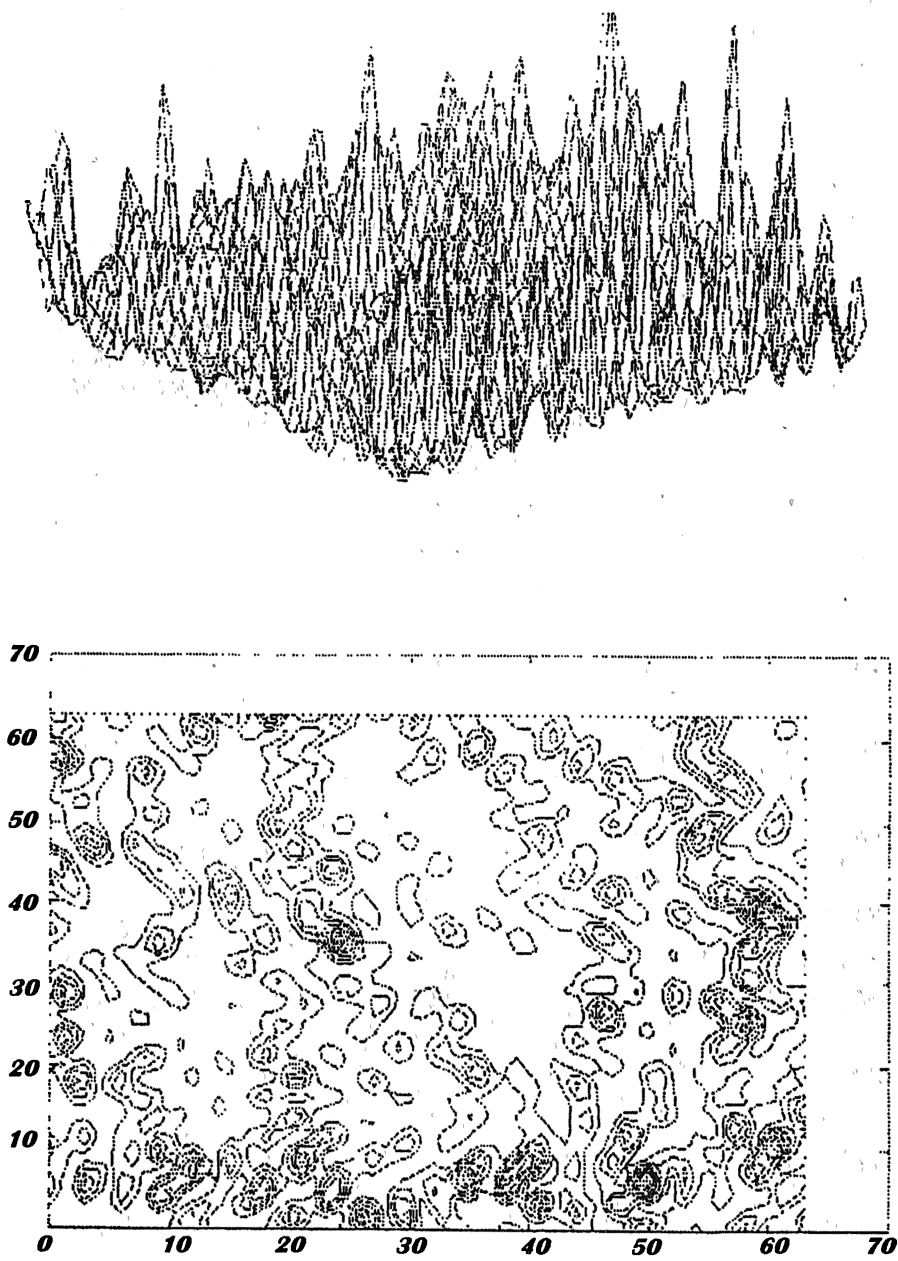


Рис. 1.

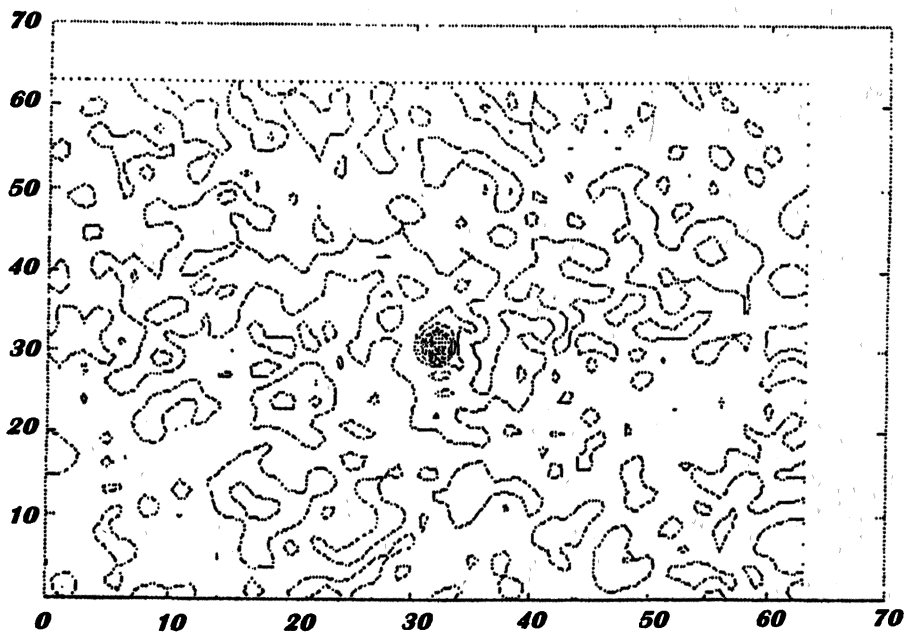
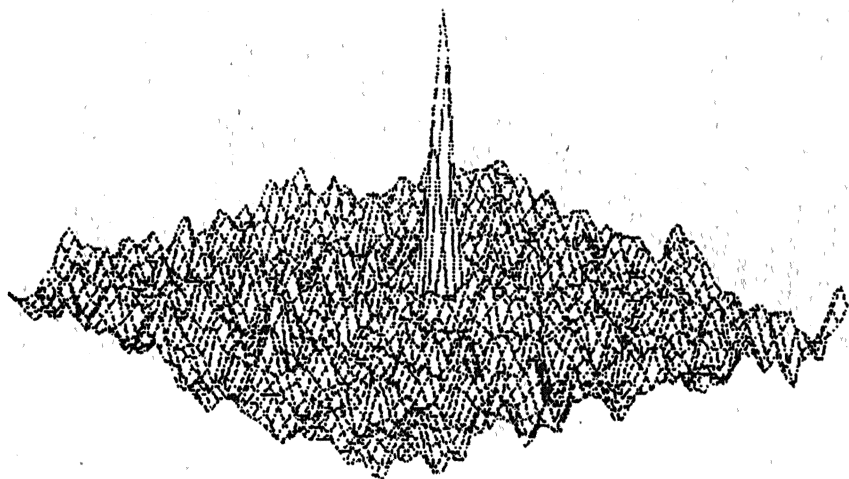


Рис. 2.



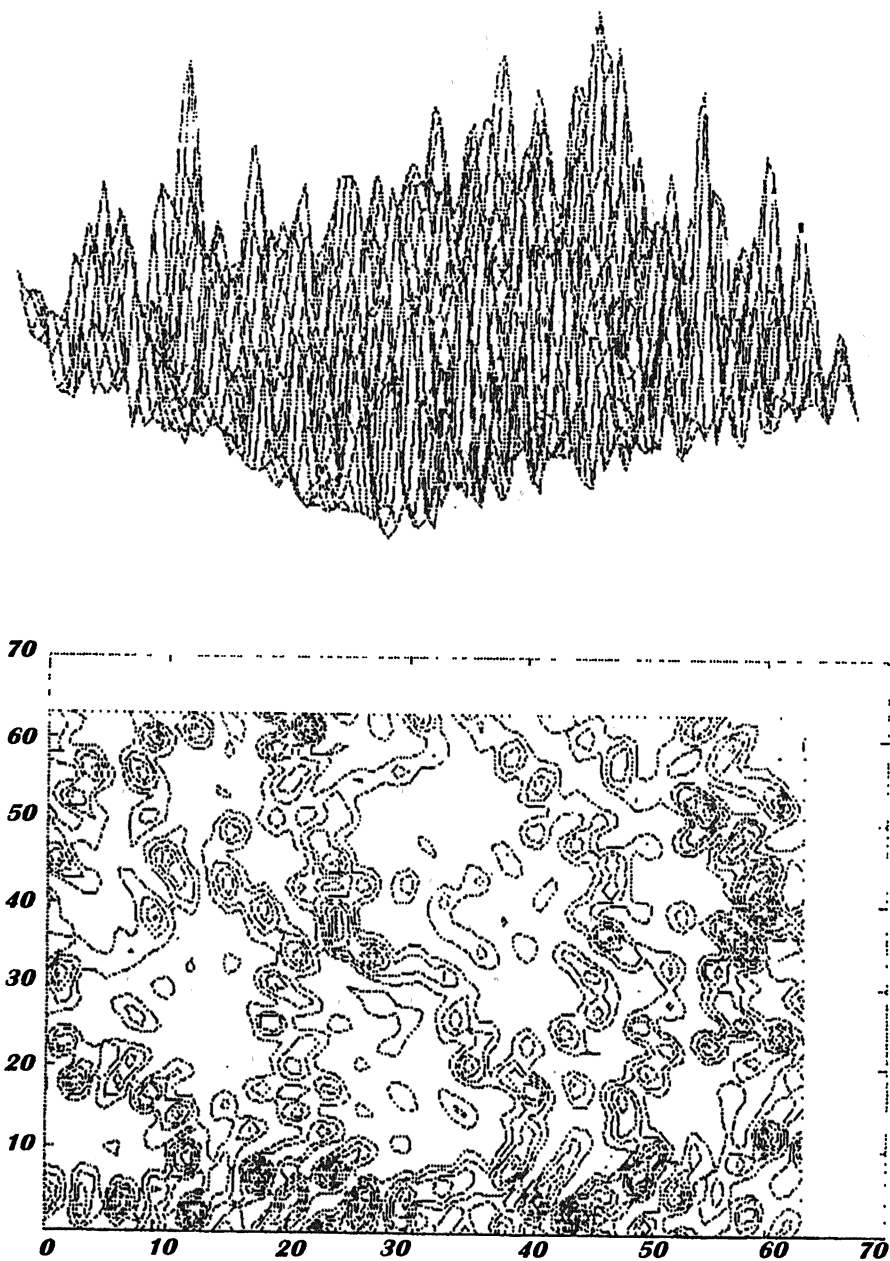


Рис. 3.

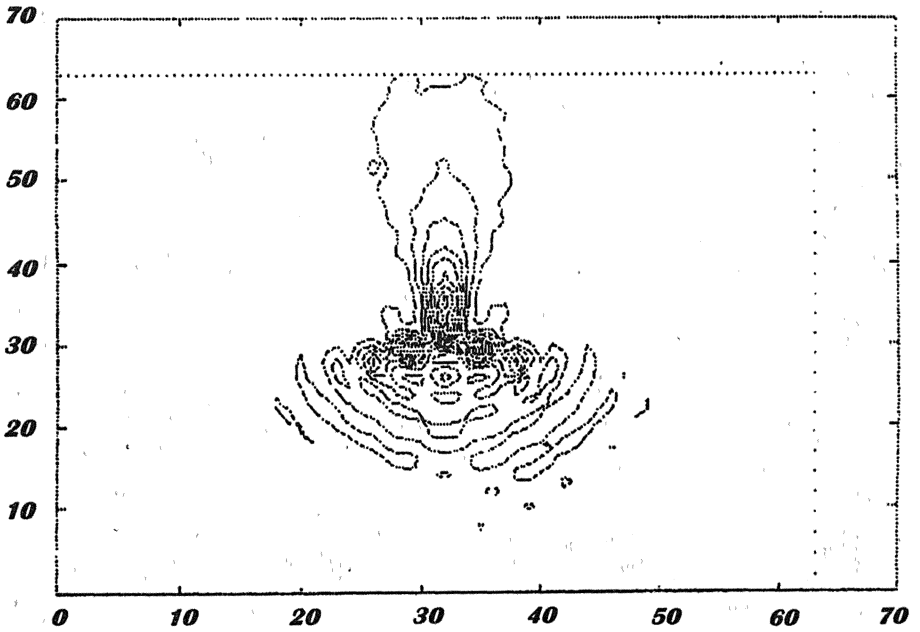
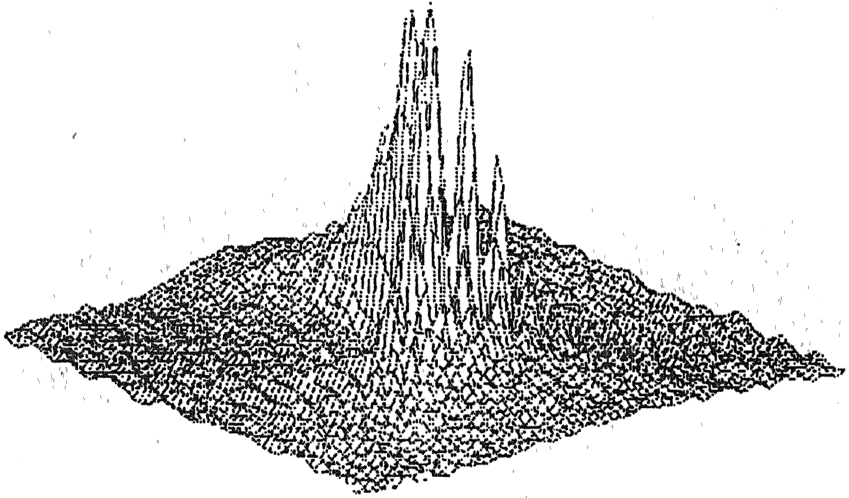


Рис. 4.

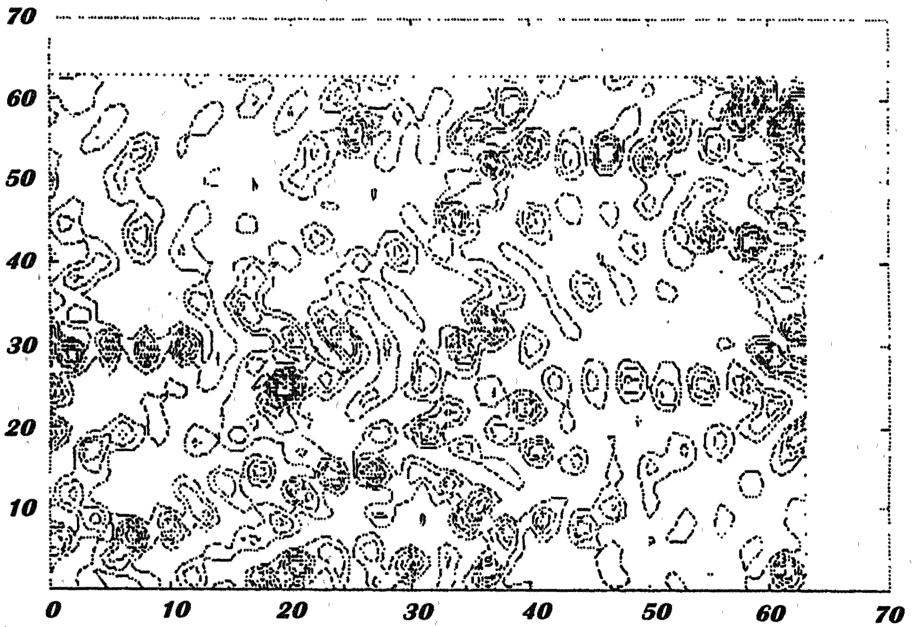
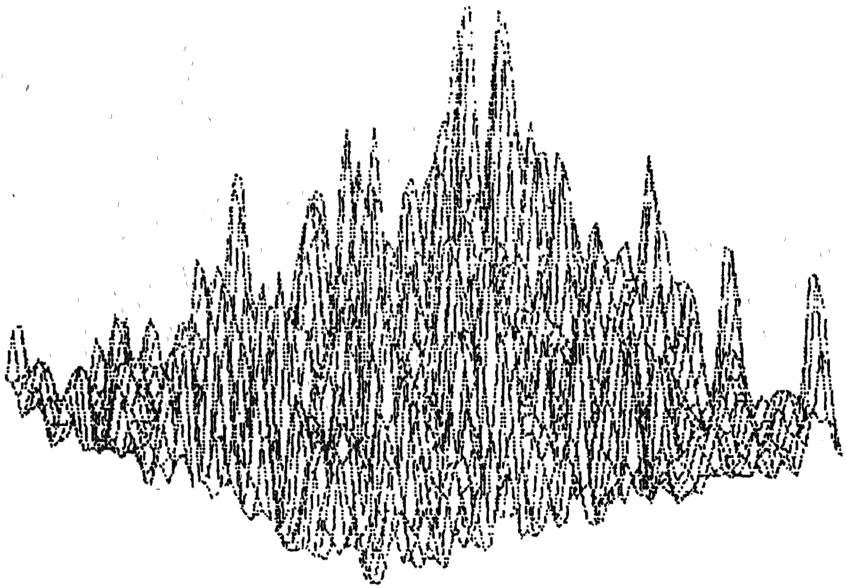


Рис. 5.

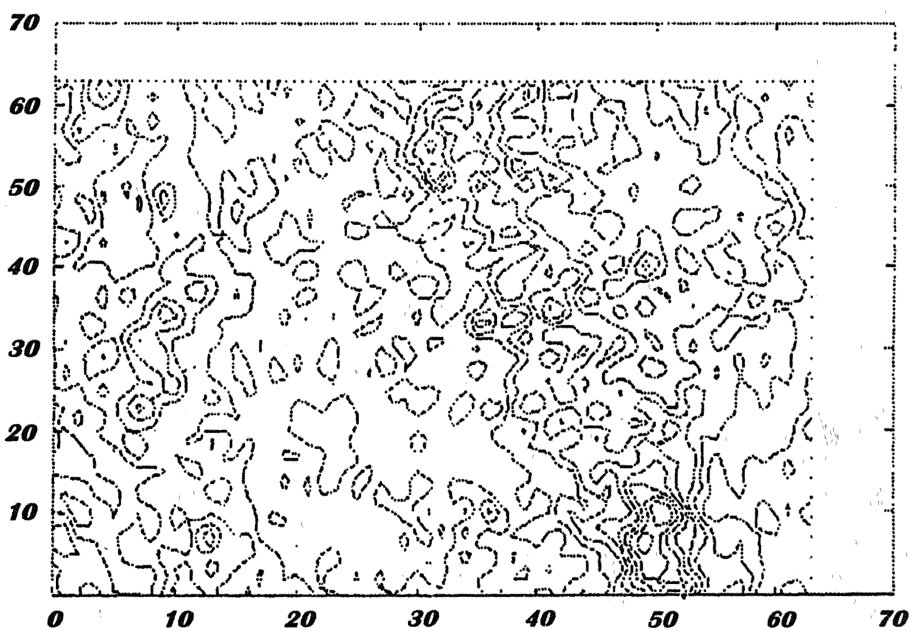
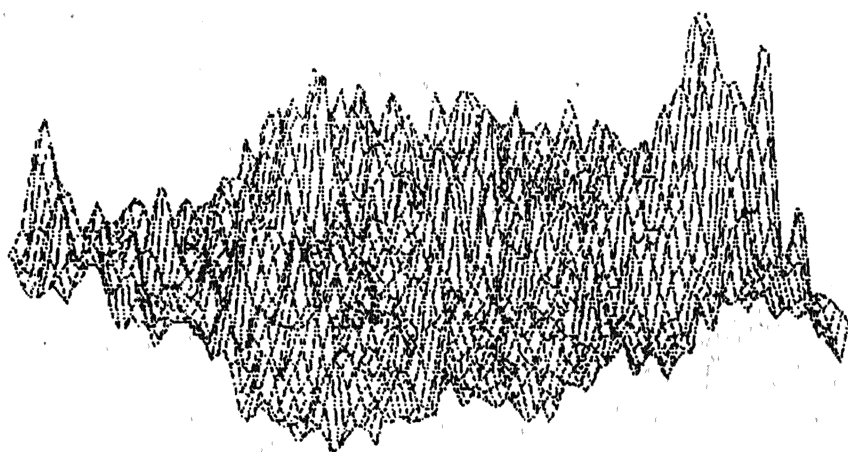


Рис. 6.

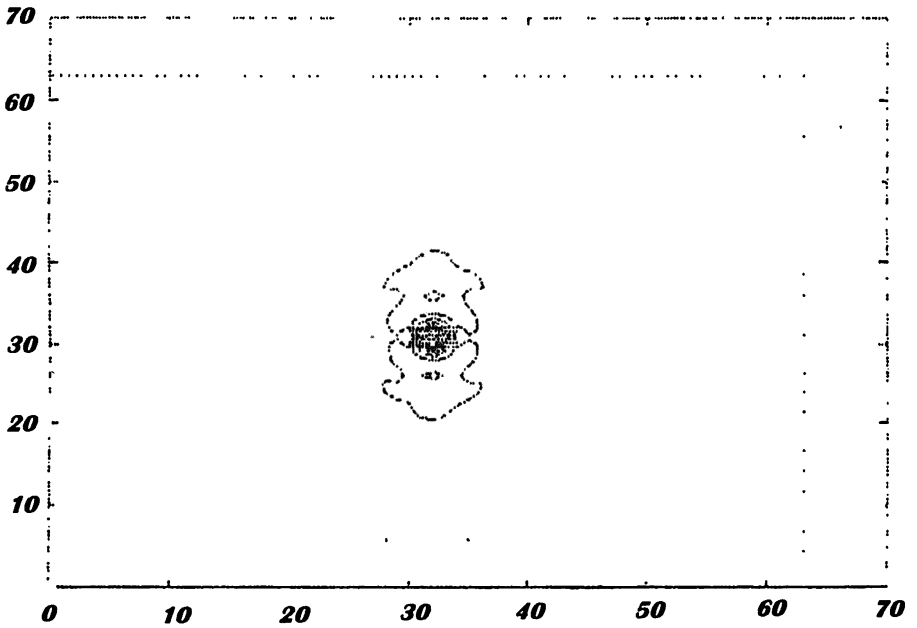
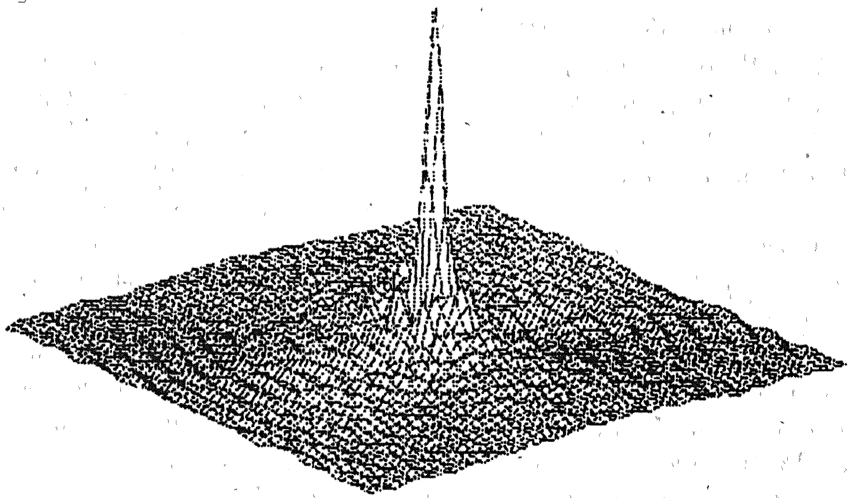


Рис. 7.

Соответствующие фрагменты диаграмм для этих разносов представлены на рис. 3, 5. На рис. 4 и 6 представлены результаты расчётов функций взаимной корреляции этих диаграмм с диаграммой, представленной на рис. 1 для центральной частоты. Как следует из сравнения рис. 4 и 6, декорреляция диаграмм возникает при разносе частот 100 МГц и при разносе в 50 МГц сохраняется заметная корреляция. Таким образом, при реализации многочастотных наблюдений в качестве рабочей полосы каждого канала следует использовать полосы не шире 50 МГц с разносом каналов не менее 100 МГц. При многоканальном режиме радиогелиографа не только возникает возможность мгновенного построения изображений, но и происходит значительное улучшение их качества. В качестве иллюстрации на рис. 7 приведены результаты расчётов функции рассеяния точки (*PSF*), которая соответствует 256-канальным наблюдениям. Ширина центрального лепестка (порядка 20") остаётся прежней (определяется только максимальной апертурой РАТАН-600), однако динамический диапазон расширяется и приближается к 100.

Рассматриваемый метод можно рассматривать как специфический синтез многочастотной интерферометрии и спектр-изображений, при этом сохраняется ряд важных преимуществ РАТАН-600: диапазонность, возможность одновременных наблюдений в режиме гелиографа на 70% его площади и в стандартном многоканальном патрульном режиме с ножевой диаграммой на части телескопа с плоским отражателем. Для реализации режима гелиографа нет необходимости что-либо менять в механической конструкции самого радиотелескопа.

Исследования, описанные в этой статье, частично поддержаны грантом Международного научного фонда № NVH000 и совместным грантом Российского правительства и Международного научного фонда № NVH300.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1972. — 415 с.
2. Гельфрейх Г. Б., Опейкина Л. В. // Препринт САО № 96. — 1992. — 31 с.
3. Богод В. М., Гребинский А. С. Корреляционные методы формирования изображений для апертурных радиотелескопов. // Изв. вузов. Радиофизика, 1996 (в печати).
4. Гельфрейх Г. Б. // Астрофиз. исслед. Изв. САО, 1977. Т. 9. С. 89.

Специальная астрофизическая  
обсерватория

Поступила в редакцию  
22 июня 1995 г.

**CORRELATION RADIOHELIOGRAPH ON THE BASIS OF RATAN-600**

*V. M. Bogod, G. B. Gel'freikh, A. S. Grebinskiy, L. V. Opeikina*

The methods of using variable aperture antennas to form 2D-images by correlation methods in the case of nonsinphase feeding by the example of the radiotelescope RATAN are considered.

УДК 551.466:621.396.96

## УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАДИОЛОКАЦИОННОГО РАССЕЙАНИЯ НА МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В САНТИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ

*Л. А. Славутский*

В натуральных условиях получены зависимости интенсивности радиолокационного рассеяния на частоте 20 ГГц от локального угла наклона ветровых волн на морской поверхности. Для расчёта зависимостей использована тонкая структура доплеровского спектра обратного рассеяния. Результаты качественно сопоставимы с модельными расчётами в рамках теории возмущений на двухмасштабной поверхности и позволяют оценить неоднородность коротких гравитационных волн и гравитационно-капиллярной ряби, которые модулируются крупномасштабным волнением.

Основным механизмом формирования радиолокационных отражений от морской поверхности в СВЧ диапазоне (дециметровые и сантиметровые волны) является резонансное брегговское рассеяние на гравитационно-капиллярной ряби [1], которая модулируется энергонесущим волнением [2, 3]. В натуральных условиях брегговские резонансные пики, как правило, не разрешаются из-за доплеровского расплывания, поскольку рябь участвует в орбитальном движении в поле крупномасштабного волнения. При достаточно большой площадке разрешения радиолокатора, захватывающей участки с разными орбитальными скоростями поверхности, доплеровский спектр имеет большую ширину, и в экспериментальных исследованиях для фазовых измерений используется его центр тяжести [4], а для описания динамики волнения — интегральные характеристики, такие как модуляционная передаточная функция [5]. Аналогичные проблемы возникают при амплитудных измерениях, когда эффективное сечение обратного рассеяния определяется локальным уклоном поверхности, а конечная площадка разрешения затрудняет учёт волнения промежуточного масштаба — от десятков сантиметров до единиц метров. Для исследования рассеяния на коротких гравитационных волнах требуются сложные комплексные исследования, в частности, с использованием лазерных технологий [6]. Для теоретического описания обратного рассеяния традиционно используется двухмасштабная модель поверхности, построенная в рамках теории возмущений [3, 7], и требующая условия малости наклонов поверхности, которое редко выполняется в натуральных условиях.

В настоящей работе приводится анализ экспериментальных данных, полученных в натуральных условиях для радиолокационного рассеяния на



длине волны 1,5 см [8, 9]. Фазовые измерения вместе с детальной оцифровкой сигнала позволяют выделить резонансную брегговскую структуру доплеровского спектра и построить зависимость сечения обратного рассеяния от локального уклона морской поверхности. Полученные экспериментальные зависимости сравниваются с моделью обратного рассеяния, основанной на расчётах в рамках теории возмущений на двухмасштабной поверхности [7, 10].

### ПОЛУЧЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Использовался непрерывно излучающий радиолокатор (частота излучения — 20 ГГц, мощность — 300 МВт, круговая поляризация). Особенность локатора — получение доплеровского сдвига при непосредственном смешивании излучаемого и принимаемого сигналов (аналогичная методика использовалась в [11] для лабораторных измерений на частоте 10 ГГц). Измерения проводились с борта судна при его движении против ветра (рис. 1). Килевая качка судна во время экспериментов не превышала  $2^\circ - 3^\circ$ . При угле скольжения порядка  $45^\circ$  диаметр облучаемого пятна на поверхности моря составлял (1,3–1,5) м. С учётом движения судна доплеровский сдвиг менялся в пределах (100–500) Гц. Сигнал оцифровывался с частотой (1–2) кГц в течение (10–20) сек.

Пусть  $G(f, t)$  — энергетический спектр сигнала на временном отрезке  $[t, t+\tau]$  ( $f$  — частота). Длительность  $\tau$  выбиралась таким образом, чтобы этот временной отрезок соответствовал движению судна в пределах облучаемого пятна на морской поверхности:  $\tau = (0,1 - 0,4)$  сек. На рис. 1 приведен характерный спектр  $G(f)$ , полученный при слабом ветре. Спектр содержит участки (I, II), состоящие из двух пиков, разнесённых по частоте на (35–60) Гц. Если использовать дисперсионное соотношение гравитационно-капиллярных волн  $\omega^2(k_r) = gk_r + \alpha k_r^3/\rho$  ( $k_r$  — волновое число ряби,  $\rho$ ,  $\alpha$  — плотность и капиллярная постоянная воды), пики соответствуют резонансному рассеянию на ряби, двигающейся в противоположных направлениях. Амплитуда и частотное положение пиков меняется. Анализ данных показал, что из-за волнения промежуточного масштаба чаще всего в спектре присутствует более одного участка, содержащего сдвоенные пики (рис. 1). Частотное положение  $f_m$  ( $G(f_m) = \max G(f)$ ) с учётом движения судна характеризует орбитальную скорость элементов поверхности, а частотный сдвиг между резонансными пиками  $\Delta f_r$  — рассеяние на ряби. В традиционной радиолокационной съёмке морского волнения вместо  $f_m$  используется средний доплеровский сдвиг  $f_c$  (центр тяжести спектра  $G(f)$ ), однако в этом случае получить устойчивую структуру брегговских резонансных пиков не удастся. Процедура численного получения устойчивой структуры “мгновенного” доплеровского спектра и выделения  $\Delta f_r$  описана в работе [9].

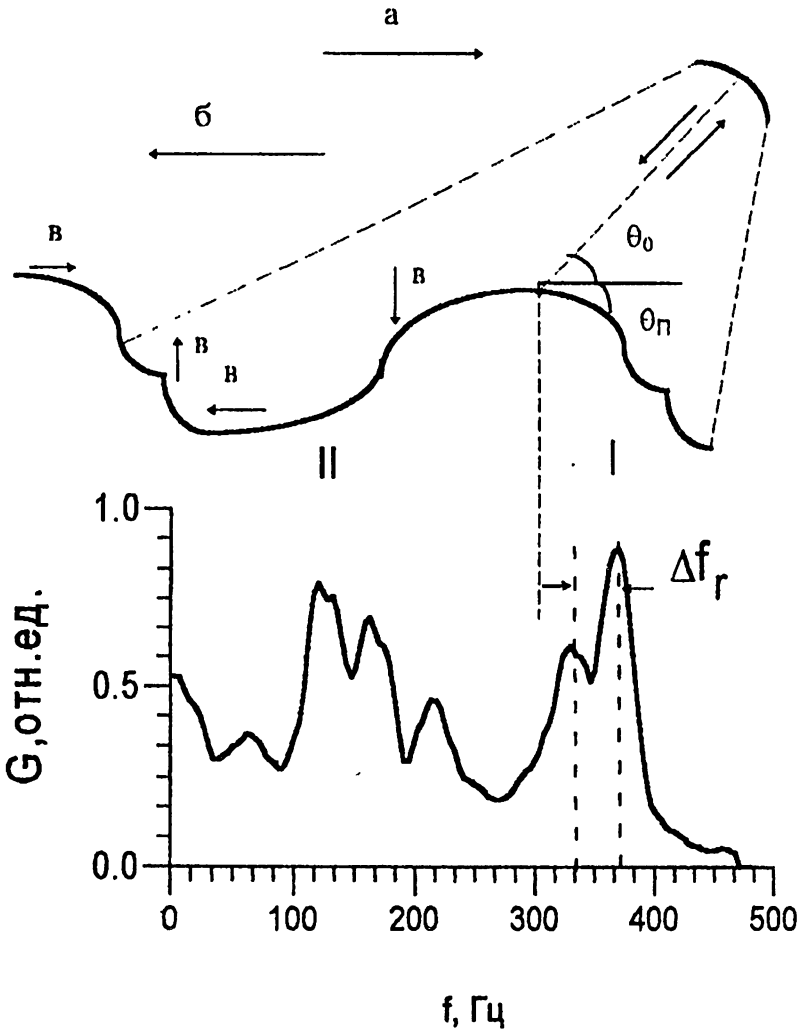


Рис. 1. Схема измерений и характерный доплеровский спектр:  
а, б, в — скорость ветра, скорость судна и орбитальная скорость поверхности.

Если доплеровские сдвиги  $f_m$ ,  $f_c$  определяются скоростью движения элемента поверхности относительно излучателя, то  $\Delta f_r$  зависит только от локального угла скольжения  $\theta$  и фазовой скорости резонансной ряби. Используя в дисперсионном соотношении для ряби условия берегового резонанса  $k_r = 2k \cos \theta$ , получаем

$$\Delta f_r = A \left( \cos \theta + \frac{4\alpha k^2}{\rho g} \cos^3 \theta \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число излучения. Подставив  $\theta = \theta_0 = 45^\circ$  в (1) и используя среднее в течение сеанса измерений значение  $\Delta f_r(t)$ , можно

получить значение константы  $A$ . После чего (1) позволяет построить временную зависимость наклона поверхности  $\theta_{\Pi}(t) = \theta(t) - \theta_0$ . Соотношение  $\Delta f_r(t) = \Delta f_r(\theta_0)$  в общем случае несправедливо из-за нелинейности (1) и асимметрии распределения уклонов поверхности. Оно может приближённо использоваться при  $\theta_{\Pi}(t) \ll \theta_0$ , то есть при достаточно больших углах скольжения и условиях, близких к штилевым. Изменения значения  $A$ , полученные при разных метеоусловиях при  $\theta_0 = 45^\circ$ , не превышали 6%.

Зависимости интенсивности  $I(t)$  и  $\theta_{\Pi}(t)$  хорошо скоррелированы, что косвенно подтверждает адекватность построения одномерного профиля волнения. Коэффициент корреляции между  $I(t)$  и  $\theta_{\Pi}(t)$  определяется "скользящим" интервалом спектральной обработки  $\tau$  и при слабом ветре достигал значения 0,87 при  $\tau = 0,4$  сек. Кроме того, статистическое распределение  $\theta_{\Pi}^2(t)$  близко к нормальному, следовательно, волнение сильно анизотропно, и поперечные размеры отражающей площадки меньше гребней крупных волн. Для изотропного волнения распределение  $\theta_{\Pi}^2(t)$  стремится к рэлеевскому [12]. Разбив диапазон изменения  $\theta_{\Pi}(t)$  на  $N$  интервалов и суммируя значения интенсивности в интервале  $\Delta\theta_n = \theta_{n+1} - \theta_n$

$$I_n(\theta_n) = \frac{1}{m} \sum_i I(t_i), \quad (2)$$

$$\Delta I_n(\theta_n) = \frac{1}{m} \sum_i (I(t_i) - I_n(\theta_n))^2,$$

где  $i = 1, \dots, m$  — число значений  $t_i$ , когда  $\theta_n < \theta(t_i) < \theta_{n+1}$ , получим достаточно плавную зависимость интенсивности  $I$  и её дисперсии  $\Delta I$  от  $\theta$ .

В условиях эксперимента сечение рассеяния на вертикальной поляризации примерно на 15 дБ выше, чем на горизонтальной, и результирующий сигнал определяется излучением этой поляризации. Частичное изменение поляризации с углом рассеяния не сказывается на угловой зависимости интенсивности.

### СРАВНЕНИЕ С МОДЕЛЬНЫМИ РАСЧЁТАМИ

Теория возмущений для рассеяния электромагнитных волн на двухмасштабной поверхности рассматривалась в большом числе работ [3, 7]. Для определённости далее мы будем следовать работе [10], где проведена оценка длин поверхностных волн, для которых двухмасштабная модель применима. В первом приближении теории возмущений сечение обратного рассеяния представляется в виде суммы членов нулевого и первого

порядка

$$\sigma(\theta) = \sigma_0(\theta) + \sigma_1(\theta). \quad (3)$$

Для уравнения (3) должно выполняться условие  $4k^2 \sin^2 \theta \bar{\xi}_l^2 \gg 1$ , где  $\bar{\xi}_l^2$  — среднеквадратичная высота крупномасштабного волнения. При  $\bar{\xi}_l^2 \rightarrow 0$  сечение рассеяния  $\sigma(\theta) = \sigma_1(\theta)$  представляется известной формулой [7]

$$\sigma = 16\pi k^4 a(\theta) \sin^4 \theta W(k_r), \quad (4)$$

где  $W(k_r)$  — спектральная плотность ряби около резонансного волнового числа,  $a(\theta)$  — коэффициент, зависящий от локального угла скольжения и связанный с поляризацией излучения и диэлектрическими свойствами воды. Формула (4) применима для мелкой ряби на склонах пологого волнения, когда площадка рассеяния локально может считаться плоской, и (4) не учитывает промежуточного интервала волновых чисел  $k_{\Pi}$  поверхностных волн. В [10] рассчитано сечение обратного рассеяния (3) для сплошного спектра пологих волн (спектр интервала насыщения  $\sim Bk_{\Pi}^{-4}$  [13],  $B$  — константа, связанная со скоростью ветра). Расчёты не имеют ограничений по углу ( $\theta < 60^\circ$  для формулы (4) [7]), и вводится граничное волновое число  $k_d$ , разделяющее интервалы крупных и мелких волн. Для конкретного спектра волнения  $k_d$  определяется значением параметра  $\beta = 4k^2 \bar{\xi}_s^2$ ,  $\bar{\xi}_s^2$  — среднеквадратичная высота мелкомасштабного волнения. На рис. 2 приведены расчёты возмущения  $\sigma_1(\theta)$  для излучения на длине волны 2 см (вертикальная поляризация) при различных значениях параметра  $\beta$  ( $\beta = 0,01, 0,025, 0,1, 0,5$  для кривых 2–5, соответственно). Согласно работе [10], адекватному использованию модели соответствует  $\beta \approx 0,1$  (кривая 4), когда граничная длина волны  $\lambda_d$  в 3–4 раза превышает длину волны излучения и соответствует пределам применимости геометрической и физической оптики. На рис. 2 приведены также расчёты  $\sigma$  по формуле (3) (кривая 1). Различия в использовании (3) и (4) заключаются в учёте волнения промежуточного масштаба. Похожее сравнение проводилось в [14].

Для сопоставления, на рис. 2 приведены характерные экспериментальные зависимости  $I(t)$  (кривые 6–9) и  $\Delta I(t)$  (кривые 6'–9'), полученные при разных метеоусловиях. Зависимости 6, 6', 7, 7' получены при развитии ветровом волнении силой 2 балла, когда в спектре присутствовали крупномасштабные волны с периодом несколько секунд и периодически наблюдалось обрушение их гребней. Зависимости 8, 8', 9, 9' соответствуют слабому ветровому волнению при скорости ветра не более (2–3) м/сек. По результатам обработки средние значения уклона поверхности составляли, соответственно,  $8^\circ$  и  $5^\circ$ , что согласуется с известными данными [13]. Волнение промежуточного масштаба присутствует в обоих случаях, это подтверждается малым отличием диапазона изменения наклонов поверхности, который достигал  $20^\circ$  (максимальные “мгновенные” значения). Раз-

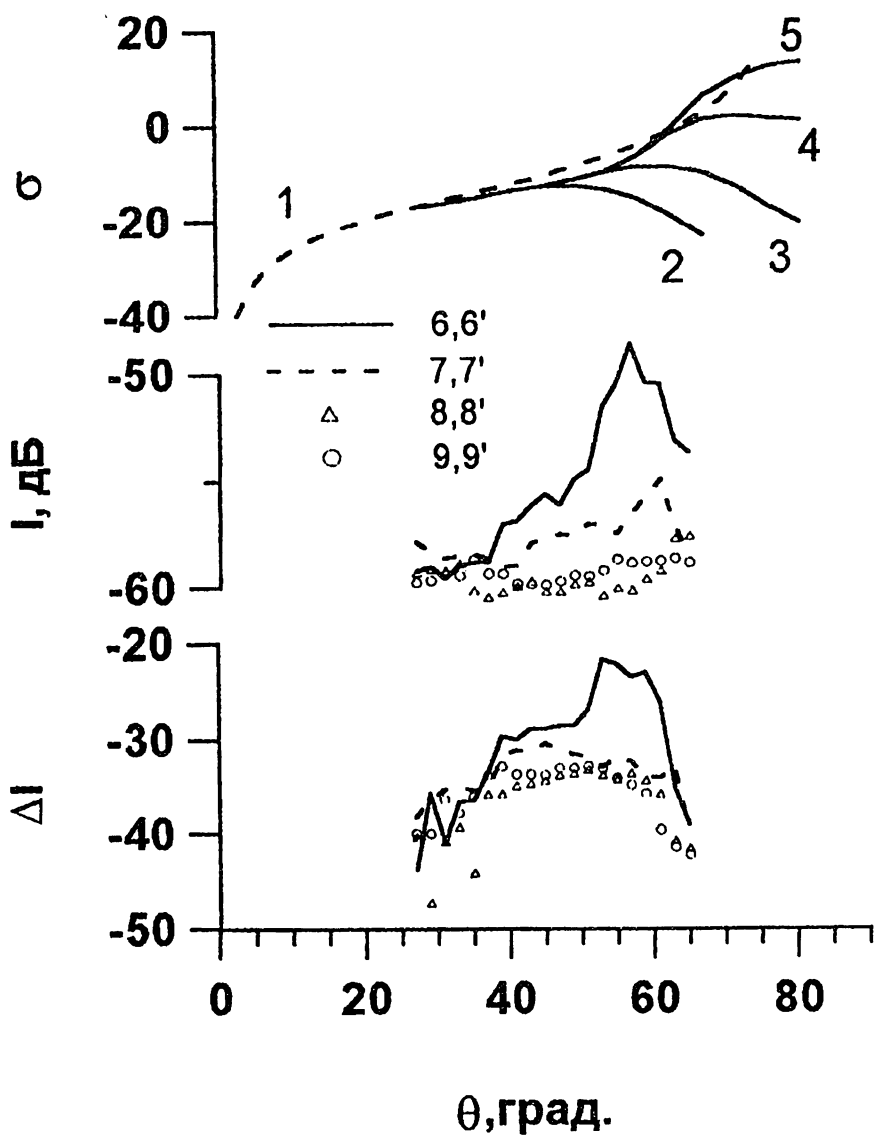


Рис. 2. Теоретические (1–5) и экспериментальные (6–9) угловые зависимости.

личия в зависимостях определяются, прежде всего, рассеянием на подветренных склонах волн ( $\theta > \theta_0 = 45^\circ$ ), на наветренных склонах средние интенсивности  $I(\theta)$  практически совпадают. На всех экспериментальных зависимостях при больших значениях  $\theta$  в разной степени наблюдается рост  $I(\theta)$ , качественно согласующийся с результатами [10] (рис. 2, кривые 4, 5). На нижней границе диапазона  $\theta$  зависимости  $I(\theta)$  остаются постоянными и даже испытывают спад с ростом  $\theta$ , что не согласуется с поведением теоретических зависимостей. При учёте значительных уклонов волнения промежуточного масштаба это может объясняться рассеянием на заостренных гребнях [13] и неоднородностью гравитационно-капиллярной ряби. Характерной особенностью, обнаруженной в экспериментах, является резкое уменьшение сечения обратного рассеяния при максимальных наклонах крупномасштабного волнения (кривые 6, 7, рис. 2). Для флуктуаций интенсивности  $\Delta I(t)$  этот эффект проявляется во всех зависимостях как на подветренных, так и на наветренных склонах волнения (максимальные и минимальные значения углов зависимостей  $\theta' - \theta''$ ) при максимальных локальных уклонах поверхности. Такое поведение зависимостей может объясняться неоднородностью коротковолнового волнения, в частности, подавлением коротких гравитационных и гравитационно-капиллярных волн поверхностным дрейфом вблизи гребней волн более крупного масштаба [13]. С модуляцией коротких гравитационных волн и ряби может быть связано и то, что максимумы интенсивности  $I(\theta)$  не совпадают с угловым положением максимумов её дисперсии  $\Delta I(t)$ . По сути, такое поведение угловых зависимостей соответствует поведению модуля передаточной функции, который в высокочастотной части спектра поверхностных волн испытывает колебания около постоянного уровня [5].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенная методика измерений и обработки радиолокационных данных позволяет в натуральных условиях построить зависимость интенсивности и её дисперсии от локального наклона морской поверхности. Полученные для ветрового волнения экспериментальные данные качественно сопоставимы с модельными расчётами на двухмасштабной пологой поверхности и позволяют оценить влияние коротких гравитационных волн и неоднородность резонансной ряби. По-видимому, использованные модельные расчёты более применимы к условиям, близким к штилевым: генерация ряби слабым ветром на пологой длинной зыби, — однако, в этом случае диапазон изменения наклона поверхности слишком мал для построения угловых зависимостей интенсивности и проведения адекватного сравнения.

Автор выражает признательность сотрудникам лаборатории геофизической гидродинамики ТОИ В.Г.Макарову и А.Ю.Гурулеву за помощь при численной обработке данных.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 94-05016630).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wright J. W. // IEEE Trans., 1966. V. AP-14. P. 749.
2. Жидко Ю. М., Калмыков А. И., Каневский М. Б. и др. Дистанционные методы изучения океана. // Препринт ИПФ АН СССР. — Горький, 1987. С. 5.
3. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Сов. радио, 1972. — 424 с.
4. Лейкин И. А., Островский И. Е., Розенберг А. Д., Рускевич В. Г., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1975. Т. 18. № 3. С. 346.
5. Wright J. W., Plant W. J., Keller W. G., and Jones W. L. // JGR, 1980. V. 85. № C9. P. 4957.
6. Evans D. D. and Shemdin O. H. // JGR, 1980. V. 85. № C9. P. 5019.
7. Valenzuela G. R. // Boundary layer meteorology, 1978. V. 13. № 1-4. P. 61.
8. Slavutsky L. A. and Volkov A. V. Statistical properties of the SHF radar sea return: fine structure of temporal and spatial spectra // IEEE-AP Symp. Proc., Japan, 1992. P. 88(3).
9. Славутский Л. А. // РЭ, 1993. № 12. С. 2190.
10. Brown G. S. // IEEE-AP Trans., 1978. V. 26. № 3. P. 472.
11. Abou-Taleb A. A. and Coopers D. S. // IEEE J. Ocean Ing., 1986. V. 11. № 2. P. 316.
12. Лонге-Хиггинс М. С. — В кн.: Ветровые волны. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 125.
13. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 320 с.
14. Nakayama J. // Radio Science, 1982. V. 17. № 3. P. 558.

Тихоокеанский океанологический институт, Дальневосточное отделение РАН, г. Владивосток

Поступила в редакцию  
13 октября 1995 г.

THE ANGULAR DEPENDENCE OF THE RADAR SEA RETURN  
IN CENTIMETRE RANGE

*L. A. Slavutsky*

The connection between the radar sea return (20 GHz) and the local slope of the wind waves were experimentally studied. The fine structure of the Doppler spectrum was used for the angular dependence construction. In general, the results are comparable with "two-scale" model of backscattering of SHF from the sea. The dependencies obtained, give us some information about short gravity waves and ripple inhomogeneities.



УДК 621.371.029.65

## ДИФРАКЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЛУЧЕВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ НАД НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

*Ю. Ф. Логвинов, Ю. А. Педенко, В. Б. Разказовский*

С привлечением механизма дифракции на клиновидных гребнях дано теоретическое объяснение особенностям поля радиоволн миллиметрового и сантиметрового диапазонов над шероховатой поверхностью, в частности, поверхностью моря, экспериментально наблюдаемым при высотах одного из корреспондирующих пунктов, соизмеримых с высотами неровностей поверхности.

### ВВЕДЕНИЕ

Интерференционное ослабление поля миллиметровых и сантиметровых радиоволн, а также флуктуации при малых высотах над водной поверхностью, всегда представляли и представляют большой практический интерес. В результате экспериментальных исследований последних лет, охватывающих случаи, когда высота одного из корреспондирующих пунктов оказывалась порядка или меньше высоты морских волн [1], стало окончательно ясно, что свойства поля в этих условиях не могут быть объяснены в рамках существующей теории рассеяния радиоволн неровными поверхностями, в основе которой лежит метод Кирхгофа или его модификация — метод касательной плоскости (МКП). В первую очередь, не удается объяснить высокий уровень когерентной компоненты вторичного поля в условиях сильных затенений, который по экспериментальным записям приближается к уровню поля свободного пространства [1], не снижается ниже некоторого предела некогерентная компонента вторичного поля [2], имеется ряд принципиальных отличий от предсказаний теории в спектрах флуктуации поля [2, 3]. Ниже будет показано, что альтернативой механизму квазизеркального отражения, лежащего в основе МКП, при малых углах скольжения может служить дифракция на клиновидных вершинах неровностей поверхности.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ МЕТОДА

Как показано в наших работах [1, 3, 4], при углах скольжения, малых по сравнению с эффективным наклоном неровностей поверхности, вторичные волны формируются за счёт переизлучения падающего поля окрестностями вершин неровностей, так как их склоны и, тем более, подошвы оказываются в тени. Однако, как легко показать, в этом случае широко используемый в теории рассеяния метод касательной плоскости не только не может дать правильного описания интенсивности рассеянного поля, но и вообще не применим. Так, например, предположив, что морская волна описывается гармонической функцией, воспользовавшись критерием работы [5] для минимального угла скольжения и выразив в нем радиус кривизны через параметры морской волны, получим неравенство

$$\sin \psi \gg \sqrt[3]{\frac{2\pi\lambda\xi_m}{\Lambda_m^2}}, \quad (1)$$

где  $\psi$  — угол скольжения,  $\lambda$  — длина радиоволны,  $\xi_m$  — амплитуда морской волны,  $\Lambda_m$  — период (длина) эргонесущей морской волны.

Подставив типичные для районов проведения экспериментов [1–3] значения  $\Lambda_m = 20$  м,  $\xi_m = 0,2$  м, получим при  $\lambda = 1$  см  $\psi \gg 32 \cdot 10^{-3}$  рад. Если учесть, что в реальном ветровом волнении присутствуют волны с более короткими периодами, то граничные значения угла скольжения окажутся ещё больше.

Далее, оставаясь в рамках геометрооптических представлений, оценим в точке наблюдения относительную амплитуду поля, отражённого окрестностями вершины морской волны, предполагая последнюю цилиндрической. Воспользовавшись результатами [6], получим для  $\psi \ll 1$  и радиуса кривизны, значительно меньшего протяжённости трассы,

$$q = \frac{E_{\text{отр}}}{E_0} \approx \sqrt{\frac{\rho(r+r_0)}{2rr_0}},$$

где  $E_{\text{отр}}$  — поле в точке приёма, переизлучённое элементом поверхности,  $E_0$  — поле свободного пространства в той же точке,  $\rho$  — радиус кривизны поверхности в точке отражения,  $r_0$ ,  $r$  — расстояния до отражающего элемента от источника и приёмника соответственно.

Для трасс протяжённостью в несколько километров и высот коррелирующих пунктов в единицы метров при параметрах морских волн, используемых в рассмотренном выше примере, значения параметра  $q$  не превосходят 0,02, причём он снижается с уменьшением угла скольжения. Одновременно быстро убывает число незатененных отражающих элементов, составляющее по данным моделирования на ЭВМ [4] единицы при  $\psi \approx 1 \cdot 10^{-3}$  рад. В результате должно наблюдаться быстрое убывание

уровня вторичного поля над поверхностью при уменьшении высот корреспондирующих пунктов, а это противоречит всем имеющимся экспериментальным данным, указывающим на рост в этих условиях эффективного коэффициента отражения до значений, близких к единице [1, 3]. Как показывают результаты моделирования на ЭВМ и расчётов, количественного согласия оценок, полученных в рамках МКП, и экспериментальных данных не удастся достичь уже при углах скольжения порядка  $10 \cdot 10^{-3}$  рад и ниже.

Это указывает на необходимость поисков представлений о механизме рассеяния радиоволн элементами неровной поверхности, отличных от геометрических. Покажем, что одним из таких механизмов является дифракция радиоволн на клиновидных элементах, соответствующих вершинам морских волн, причём, поскольку нас интересует область пространства вблизи границы тени, клиновидное препятствие можно заменить полуплоскостью. Правомерность замены дифракции радиоволн на реальном препятствии при определенных условиях дифракцией на полуплоскости обоснована в работах Фока и впоследствии широко использовалась рядом исследователей, главным образом, для расчётов поля на трассах в гористой местности. Попытка применить при этом подход для объяснения пространственно-временных флуктуаций сделана в работах Ю. М. Полищука [7, 8], содержащих ряд интересных результатов. В качестве критерия правомерности замены реального объекта, на котором происходит дифракция радиоволн, непрозрачной полуплоскостью в работе [9] приведено следующее неравенство

$$\rho \leq \sqrt{\frac{\pi r_0^3 r^3}{\lambda R^3}} 10^{-6}, \quad \text{где } R \approx r_0 + r.$$

Например, при  $r_0 = r = 1000$  м и  $\lambda = 0,01$  м это дает для радиуса кривизны вершины препятствия  $\rho \leq 198$  м, что превосходит значения этого параметра для морского волнения.

## КОГЕРЕНТНАЯ КОМПОНЕНТА СУММАРНОГО ПОЛЯ ДИФРАКЦИИ

Исходя из сказанного выше, будем представлять морскую поверхность (здесь мы рассматриваем одномерный случай) системой непрозрачных полуплоскостей со случайным их расстоянием от начала координат и случайной высотой верхнего края (рис. 1). Будем считать, что экраны, количество  $N$  которых велико (т.е.  $N \gg 1$ ), расположены на отрезке длиной  $2L$ , симметричном относительно начала координат, а отклонения  $\xi_n$  по высоте краёв экранов от оси  $X$  удовлетворяют условию  $\langle \xi_n \rangle = 0$ . На систему экранов падает плоская волна единичной амплитуды

$$u(x, z) = \exp[ik(x \cos \psi_1 - z \sin \psi_1)],$$

где  $\psi_1$  — угол скольжения облучающего поля. Расстояние  $r_0$  удовлетворяет условию “дальней зоны”:

$$r_0 > \frac{2L^2 \sin^2 \psi_2}{\lambda},$$

где  $\psi_2$  — угол между осью  $X$  и направлением на точку  $R$  из начала координат. Будем также предполагать, что отсутствуют взаимные затенения краёв экранов как со стороны падающей волны, так и для точки наблюдения, условием чего является неравенство

$$\psi_{1,2} \gg \frac{\sqrt{\langle \xi_n^2 \rangle}}{L/N};$$

позже мы подробнее проанализируем это условие.

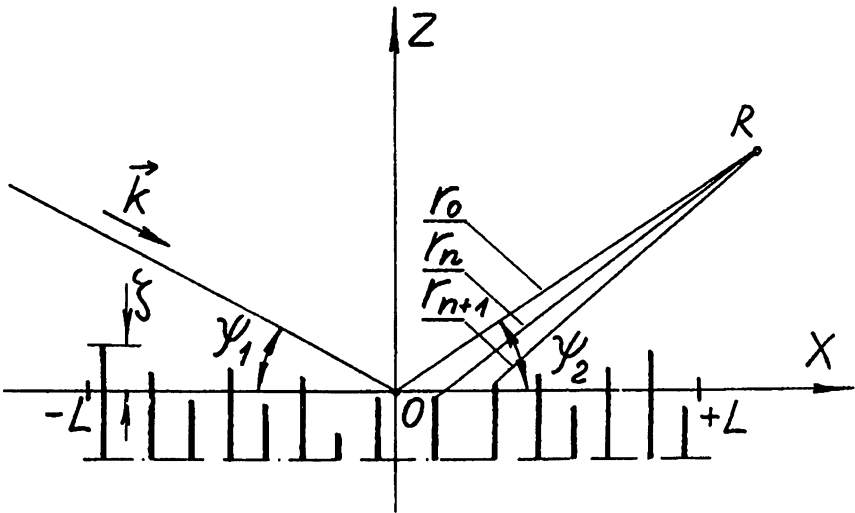


Рис. 1.

При этих предположениях, следуя [10], можно считать, что от каждого края экрана в точку  $R$  приходит цилиндрическая волна

$$u_n(R) = \frac{f(\psi_1, \psi_2) \exp(i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi k r_0}} \exp\{ik[r_0 + x_n(\cos \psi_1 - \cos \psi_2) - \xi_n(\sin \psi_1 + \sin \psi_2)]\},$$

где  $f(\psi_1, \psi_2)$  — диаграмма переизлучения края, вид которой зависит от поляризации поля. В частности, при горизонтальной поляризации поля (вектор  $E$  перпендикулярен плоскости падения), согласно [10] (после замены в выражениях этой работы углов падения используемыми здесь

углами скольжения)

$$f(\psi_1, \psi_2) = -\frac{1}{2} \frac{\cos \frac{\psi_1 - \psi_2}{2} + \sin \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}}{\sin \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \cos \frac{\psi_1 - \psi_2}{2}}. \quad (2)$$

Суммарное поле всех экранов будет

$$u(R) = \frac{f(\psi_1, \psi_2) \exp(i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi k r_0}} \sum_{n=1}^N \exp\{ik[r_0 + x_n(\cos \psi_1 - \cos \psi_2) - \xi_n(\sin \psi_1 + \sin \psi_2)]\}.$$

Найдём среднее поле в точке  $R$ . Считая независимыми  $x_n$  и  $\xi_n$ , усредняя  $u(R)$  по множеству реализаций, получим

$$\langle u(R) \rangle = \frac{f(\psi_1, \psi_2)}{\sqrt{2\pi k r_0}} \exp\left[i\left(kr_0 + \frac{\pi}{4}\right)\right] \cdot \sum_{n=1}^N \langle \exp[ikx_n(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)] \rangle \cdot \langle \exp[-ik\xi_n(\sin \psi_1 + \sin \psi_2)] \rangle. \quad (3)$$

Если  $\langle \xi_1^2 \rangle = \langle \xi_2^2 \rangle = \langle \xi_3^2 \rangle = \langle \xi^2 \rangle$  (это эквивалентно статистически однородной неровной поверхности в [6]), то второй сомножитель может быть вынесен за знак суммы. Исследуем множитель

$$G(\psi_1, \psi_2) = \sum_{n=1}^N \langle \exp[ikx_n(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)] \rangle. \quad (4)$$

Будем считать, что экраны расположены в виде

$$x_n = nd + \chi_n, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}, \quad d = 2L/N,$$

где  $\chi_n$  — случайная величина, выражающая отклонение от некоторого среднего положения. Считая статистические свойства всех  $\chi_n$  одинаковыми, получим

$$G(\psi_1, \psi_2) = \langle \exp[ik\chi(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)] \rangle \sum_{-N/2}^{N/2} \exp[iknd(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)]. \quad (5)$$

Выражение (5) имеет структуру диаграммы направленности (ДН) линейной антенной решётки, в котором первый сомножитель играет роль ДН элемента, а второй (сумма) — множителя решётки, главный максимум которого имеет место при  $\psi_1 = \psi_2$  и численно равен  $N$ . Предположив

далее, что  $\chi_n$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[-L/N, L/N]$ , получим, что

$$\begin{aligned} \langle \exp[ik\chi(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)] \rangle &= \frac{N}{2L} \int_{-L/N}^{L/N} \exp[ik\chi(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)] d\chi = \\ &= \frac{\sin \frac{Lk}{N}(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)}{\frac{Lk}{N}(\cos \psi_1 - \cos \psi_2)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (6) видно, что среднее поле имеет узкий максимум, численно равный  $N$  при  $\psi_1 = \psi_2$ , т.е. в направлении зеркального отражения падающего поля от оси  $X$ , являющейся средней границей системы экранов, причём в пределе при  $Lk/N \rightarrow \infty$  (5) вырождается в  $\delta$ -функцию. Таким образом, множитель  $G(\psi_1, \psi_2)$  означает, что среднее поле, переизлученное системой экранов, случайно расположенных по координате  $X$  (вдоль трассы), существует только в окрестностях направления зеркального отражения от "эффektivной" плоской границы раздела, соответствующей средней высоте границ экранов. При  $\psi_1 = \psi_2$  последний сомножитель в (3) превращается в хорошо известное из теории рассеяния радиоволн шероховатыми поверхностями выражение, описывающее уменьшение коэффициента отражения, вследствие влияния неровностей (например, работ [5, 6]), которое при гауссовском законе распределения  $\xi_n$  будет равно

$$\langle \exp(-2ik\xi_n \sin \psi) \rangle = \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi).$$

Теперь окончательно имеем для среднего поля

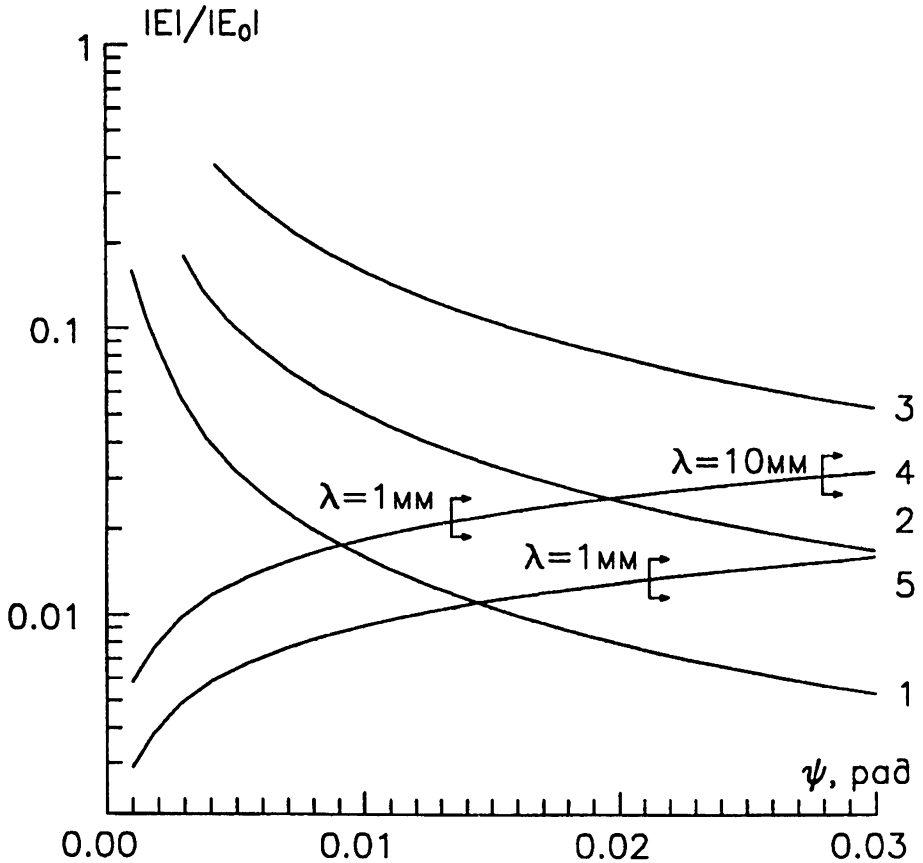
$$\langle u(R) \rangle = \frac{N \exp i(kr_0 + \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi kr_0}} f(\psi) \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi). \quad (7)$$

Из (7) видно, что зависимость амплитуды вторичного поля от угла скольжения отличается от получаемой в МКП только присутствием функции  $f(\psi)$ . Оценим соотношение амплитуд вторичного поля в функции угла скольжения при расчёте по методу касательной плоскости и для дифракции на полуплоскости. Воспользовавшись результатами [6], получим для случая отражения от цилиндра с кривизной при угле скольжения  $\psi \ll 1$

$$|E| = \sqrt{\frac{\sin \psi}{2r_0 K_n}}. \quad (8)$$

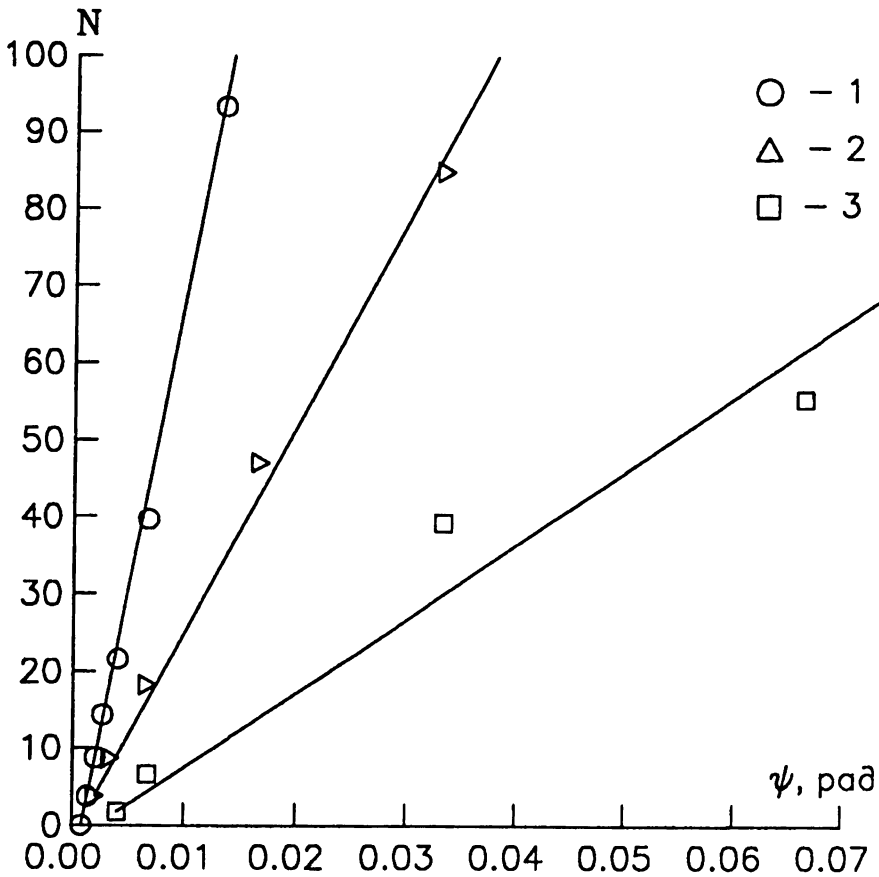
С ним практически совпадает выражение для случая отражения от выпуклости с разной кривизной в главных сечениях, если  $K' \gg K''$ , где  $K'$  — кривизна нормального сечения. В качестве расчётных значений

кривизны возьмём  $K_{\text{ц}} = 0,015 \text{ м}^{-1}$  и  $K_{\text{ц}} = 0,06 \text{ м}^{-1}$ , которые являются средними значениями кривизны в точках зеркального отражения, полученными в работе [4] при моделировании морского волнения суммой пятидесяти пространственно-временных гармонических составляющих с амплитудами, изменяющимися в функции частоты в соответствии со спектром Пирсона-Московитца; среднеквадратические значения высоты волны были 0,4 м и 0,1 м при энергонесущих длинах волн 80 м и 20 м соответственно. Первое значение характерно для морских волн при глубинах более 50 м, а второе — для мелководных прибрежных зон.



- 1 — Дифракция на полуплоскости,  $\lambda = 1 \text{ мм}$ ;
- 2 — Дифракция на полуплоскости,  $\lambda = 10 \text{ мм}$ ;
- 3 — Дифракция на полуплоскости,  $\lambda = 100 \text{ мм}$ ;
- 4 — Переизлучение от цилиндра,  $K_{\text{ц}} = 0.015 \text{ м}^{-1}$ ;
- 5 — Переизлучение от цилиндра,  $K_{\text{ц}} = 0.060 \text{ м}^{-1}$ .

Рис. 2.



- 1 — Дистанция 3000 м, ср. кв. высота неровностей 0,36 м;  
 2 — Дистанция 600 м, ср. кв. высота неровностей 0,18 м;  
 3 — Дистанция 600 м, ср. кв. высота неровностей 0,36 м.

Рис. 3.

Результаты расчёта амплитуды вторичного поля при нескольких значениях длины радиоволны для дифракции на полуплоскости и по (8) представлены на рис. 2; на кривых для метода МКП вертикальными отрезками отмечены условные границы применимости метода, соответствующие неравенству (1). Из графиков видно, что в области углов скольжения  $10 \cdot 10^{-3}$  рад, во-первых, МКП, строго говоря, не применим, во-вторых, предсказываемые им вторичные поля оказываются существенно ниже, чем при дифракции на полуплоскости. Если учесть, что по данным уже упоминавшейся работы [4] количество переизлучающих элементов на трассах протяженностью в единицы километров редко превышает 100, то становится очевидной невозможность объяснения в рамках МКП наблюдаемых в экспериментах  $|E_{\Sigma}|/E_0 \approx 1$ . Следует заметить, что спектр Пирсона–Московитца описывает энергичную часть морского волнения и



не учитывает характерного для ветрового волнения обострения гребней волн. Это означает, что при оценках эффектов для ветровых волн кривизну их гребней необходимо считать существенно большей, чем полученную моделированием в работе [4], а это повлечёт за собой соответствующее снижение уровня вторичных полей, получаемых в рамках МКП.

Как уже отмечалось выше, при малых углах скольжения вследствие затенений в переизлучении участвуют практически только вершины неровностей, и можно предположить, что дифракция и отражения обусловлены одними и теми же элементами. Учтём также, что при малых углах скольжения относительная площадь освещённой поверхности, выражаемая функцией затенения  $Q(\psi)$ , согласно [6], пропорциональна углу скольжения, а результаты моделирования на ЭВМ эффектов затенения, представленные на рис. 3, указывают на пропорциональность в этих условиях количества освещённых переизлучающих элементов углу скольжения [4]. Таким образом, кроме зависимости от угла скольжения в явном виде, представляемой множителем  $f(\psi)$ , амплитуда суммарного вторичного поля неявно зависит от  $\psi$  через число переизлучающих элементов  $N$ . Приняв для углов скольжения, малых по сравнению с эффективными наклонами неровностей, зависимость  $N(\psi)$  в виде

$$N(\psi) = n_0 \psi, \quad (9)$$

где  $n_0$  — коэффициент, зависящий от статистики неровностей поверхности, получим для среднего поля при  $\psi \ll 1$ , используя (8), (9) и соотношения работы [10] для ленты и полуплоскости, следующие выражения: при отражении от цилиндрических вершин неровностей

$$\langle u(R) \rangle \approx C_{\text{ц}} n_0 \psi^{3/2} u_0, \quad (10а)$$

при отражении от плоских элементов неровностей

$$\langle u(R) \rangle \approx C_{\text{пл}} n_0 \psi^2 u_0, \quad (10б)$$

при дифракции на полуплоскостях

$$\langle u(R) \rangle \approx \frac{1}{2} n_0 u_0, \quad (10в)$$

где

$$u_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi k r_0}} \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin \psi).$$

Здесь коэффициенты  $C_{\text{ц}}$  и  $C_{\text{пл}}$  учитывают статистику радиусов кривизны вершин неровностей и средних размеров плоских элементов на их склонах. Из сравнения (10а) и (10б) с (10в) хорошо видно существенное отличие амплитуды вторичного поля, представляемой в рамках МКП и при дифракционном подходе. Метод касательной плоскости вне зависимости от

того, что представляет собой переизлучающий элемент поверхности — плоский фаcet или выпуклую вершину, — дает среднее поле, быстро убывающее при уменьшении угла скольжения. В то же время считая, что работает механизм дифракции на полуплоскости, получаем среднее поле, величина которого при малом угле скольжения практически не зависит от последнего.

Введем понятие эквивалентного коэффициента отражения от фиктивной границы раздела  $z = 0$ :

$$R_{\text{экв}} = \frac{|\langle u(R) \rangle|}{|u_L(R)|_{\text{max}}},$$

где под  $|u_L(R)|_{\text{max}}$  будем подразумевать поле в точке приёма в максимуме диаграммы направленности для отрезка  $[-L, L]$  оси  $X$ , при идеально плоской границе в нашем случае оно равно [10]:

$$|u_L(R)|_{\text{max}} = \frac{2L}{\sqrt{\lambda r_0}} \sin \psi,$$

и, следовательно, для  $R_{\text{экв}}$  получим

$$R_{\text{экв}} = \frac{N f(\psi)}{2L k \sin \psi} \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi). \quad (11)$$

Для интересующих нас малых углов скольжения получим

$$f(\psi) = -1/2 \sin \psi$$

и

$$R_{\text{экв}} \approx \frac{N}{4L k \sin^2 \psi} \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi), \quad (11a)$$

$$R_{\text{экв}} \approx \frac{n_0}{4L k \psi} \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi). \quad (116)$$

Выражения (11a), (116) ещё раз показывают отмеченную выше особенность дифракционного поля: при прочих равных условиях эквивалентный коэффициент отражения возрастает с уменьшением угла скольжения. Очевидно, возрастание связано с особенностями функции  $f(\psi)$  в области  $\psi \ll 1$  и лишь в той мере, в которой амплитуду дифрагированного поля можно описывать этой функцией, применимой, согласно [10], при условии  $\sqrt{kr} \sin \psi$ . Для одиночной полуплоскости, следовательно, всегда можно определить такое расстояние  $r_{\text{кр}}$ , начиная с которого допустимо пользоваться для  $f(\psi)$  выражением (2) при любом сколь угодно малом, но конечном угле скольжения  $\psi$ . Однако при дифракции на последовательности полуплоскостей, начиная с некоторого угла  $\psi_{\text{min}}$ , необходимо учитывать возмущение падающего на экран поля, создаваемое предшествующим, и

воздействие на переизлученную волну последующим за рассматриваемым экраном. Такой учёт может быть сведен к вычислению  $N$ -кратного интеграла Френеля, что является достаточно сложной задачей. Здесь мы ограничимся оценкой границы применимости полученных выше результатов и оценкой эквивалентного коэффициента отражения при угле скольжения, соответствующем этой границе.

Будем считать, что границей применимости полученных результатов является угол скольжения  $\psi_{\min}$ , определяемый условием

$$2k \frac{2L}{N} \sin^2 \frac{\psi_{\min}}{2} \geq 0,4,$$

$$\psi_{\min} \geq \sqrt{\frac{0,4N}{kL}}.$$

Оно означает, что край рассматриваемой полуплоскости находится на границе полутени от предыдущего экрана, и поле по величине равно полю свободного пространства.

Подставляя полученные значения в (11а), получим оценку соответствующего ему значения эквивалентного коэффициента отражения:

$$R_{\text{эkv}} \approx 0,625 \exp(-2k^2 \langle \xi^2 \rangle \sin^2 \psi).$$

Заметим, что это значение эквивалентного коэффициента отражения не зависит от  $N/L$ , т.е. от количества полуплоскостей и расстояния между ними, так как от этих величин зависит угол  $\psi_{\min}$ , при котором начинает существенно влиять взаимное затенение. Это указывает на то, что при любой статистике неровностей будет достигаться такое значение угла скольжения, ниже которого  $R_{\text{эkv}}$  практически перестает зависеть от распределения их по дистанции и высоты вершин.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представление вторичного поля над неровной поверхностью как продукта дифракции облучающего поля на полуплоскостях, края которых совпадают с экстремумами (гребнями) неровностей, позволяет получить согласующуюся с экспериментальными данными зависимость коэффициента отражения от угла скольжения в области, где неравномерно использование МКП.

Показано, что при этом сохраняются остальные закономерности, полученные в рамках МКП: направление переизлучения среднего поля соответствует зеркальному отражению от средней плоскости поверхности раздела, влияние отклонений от неё рассеивающих элементов по высоте описывается такой же зависимостью, как и в рамках МКП.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зуйков В. А., Педенко Ю. А., Разказовский В. Б. // Сб.: Распространение радиоволн ММ и субММ диапазона. — Харьков: ИРЭ АН УССР, 1989. С. 76.
2. Балан М. Г., Беспечный С. Б., Горбач Н. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика, 1982. Т. 25. № 11. С. 1260.
3. Кулемин Г. П., Разказовский В. Б. Рассеяние миллиметровых радиоволн поверхностью Земли под малыми углами. — Киев: Наукова думка, 1987.
4. Логвинов Ю. Ф. — В кн.: IV Всес. школа по распростр. ММ и субММ волн в атмосфере. Тез. докладов. — Н. Новгород: НИРФИ, 1991. С. 88.
5. Фейнберг Е. А. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: АН СССР, 1961.
6. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние радиоволн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
7. Полищук Ю. М. // Изв. вузов. Радиотехника, 1968. Т. 11. № 1. С. 72.
8. Полищук Ю. М. // Радиотехника и электроника, 1971. Т. 16. № 5. С. 675.
9. Barton D. K. — In: Eascon'79 Rec. N.Y., 1979. P. 224.
10. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962.

Институт радиофизики и  
электроники АН Украины,  
г. Харьков

Поступила в редакцию  
12 сентября 1995 г.

**DIFFRACTION MODEL OF MULTIPATH PROPAGATION OVER ROUGH  
SURFACE AT LOW GRAZING ANGLES**

*Yu. F. Logvinov, Yu. A. Pedenko, V. B. Razskazovsky*

On the basis of knife-edge diffraction mechanism this paper presents theoretical interpretation to peculiarities of millimeter and centimeter radiowave field over rough surface, in particular sea surface, which are experimentally observed when heights of one of corresponding points are commensurable with heights of surface roughness.

УДК 551.510.535

## О ВОЗМОЖНОСТИ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИОНОСФЕРНЫМ РАДИОКАНАЛОМ

*С. Н. Митяков, Э. Е. Митякова, А. В. Разлин*

При воздействии на ионосферу мощным КВ-радиоизлучением в области отражения нагревной волны возникает, как известно, искусственная ионосферная турбулентность (ИИТ) [1]. Одним из методов её исследования является метод ракурсного рассеяния радиоволн на ИИТ [2]. При использовании для диагностики радиоволн УКВ-диапазона ( $f_c \gg f_0 F2$ ) высота  $h_p$  области рассеяния определяется, главным образом, географическими координатами пунктов приёма, передачи и нагрева ( $\varphi_i, \lambda_i$ ), а также наклоном  $I$  геомагнитного поля Земли в точке нагрева. Приём рассеянных сигналов возможен при условии, что  $h_H$  – высота области, содержащей ИИТ, существенно зависящая от ионосферных и геофизических условий, близка к  $h_p$ . При этом возможность максимально продолжительной и надёжной регистрации УКВ сигналов определяется возможностью достижения и поддержания во времени соответствия между  $h_H$  и  $h_p$ .

На рис. 1 приведена структурная схема эксперимента по адаптивному управлению ионосферным радиоканалом. Любая адаптивная система [3] включает в себя объект управления (ОУ), управляемый исполнительным устройством (ИУ), и устройство оценки параметров (УОП), с которого подаются управляющие сигналы на исполнительное устройство. Система, как правило, включает в себя одну или несколько обратных связей, объединяющих ОУ и УОП. В данной задаче ОУ представляет собой УКВ-радиотрассу, включающую передатчик и приёмник УКВ сигналов, а также область ионосферы, содержащую ИИТ. В качестве ИУ выступает нагревный стенд, осуществляющий модификацию ионосферы на заданной частоте  $f_H$  или сетке частот. В состав УОП входит ряд устройств, предназначенных для определения в каждый момент времени оптимальной частоты нагрева. Априорная информация о состоянии ионосферы извлекается из высотно-частотных характеристик (ВЧХ), снимаемых с помощью автоматической ионосферной станции. С помощью устройства [4] в каждый момент времени определяются зависимость истинной высоты отражения радиоволн  $h_{отр}$  от частоты и значение  $f_0 F2$ . Оцифрованная на координатографе ионограмма вводится в память ЭВМ "Электроника-60", а затем обрабатывается по методу Титериджа [5]. Применение указанного алгоритма обработки оправдано в силу его простоты и оперативности, а его достоверность подтверждается сопоставлением с результатами, полученными на ЭВМ БЭСМ-6 по программе ИТЕРАН [6]. Полученная

зависимость  $h_{отр}(t)$  используется для определения в каждый момент времени  $f_H(t)$  — рабочей частоты нагревного передатчика для обеспечения соответствия  $h_{отр}(f_H) \simeq h_H(t) \simeq h_P$ . Таким образом, в простейшем случае алгоритм адаптивного управления ионосферным радиоканалом сводится к поддержанию заданной высоты  $h_H$  образования ИИТ.



Рис.1

При использовании, в качестве диагностических, сигналов с  $f_c \geq f_0 F2$  алгоритм управления усложняется из-за необходимости учёта рефракции радиоволн вдоль трассы распространения. Реализация подобного алгоритма требует знания как минимум аналитической модели ионосферы, а для повышения его надёжности — наличия дополнительного канала обратной связи между пунктом приёма и УОП.

В целом, с точки зрения теории оптимизации, данная задача может рассматриваться как многофакторная с элементами адаптивного управления [7]. При её постановке определяются границы системы, выбирается критерий, на основании которого можно оценить характеристики системы и выявить наилучшие условия её функционирования, определяются независимые переменные  $\xi_i$ , которые могут изменяться в ходе эксперимента, наконец, строится аналитическая модель системы. При решении задачи оптимизации находят минимум (максимум) целевой функции  $u = f(\xi_i, t)$  и соответствующих значений аргументов  $\xi_i$ . Одним из методов решения многомерной задачи оптимизации является покоординат-

ный поиск, когда поочерёдно осуществляется оптимизация по одному из параметров (значения других в это время фиксируются). Характеристическим критерием в нашем случае служит условие поддержания максимальной интенсивности и продолжительности регистрации рассеянного сигнала. Аргументами целевой функции являются исходные данные, параметры модели ионосферы, а также оперативные данные, полученные в ходе эксперимента.

Частичная реализация подобного алгоритма управления позволила в ряде экспериментов увеличить продолжительность регистрации и интенсивность рассеянных УКВ сигналов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Грач С. М., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика, 1975. Т. 18. № 9. С. 1288.
2. Thome G. D. and Blood B. W. // Radio Sci., 1974. V. 9. № 11. P. 917.
3. Остром К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. — М.: Мир, 1987.
4. Крупняя Н. Д. и др. // Геомагнетизм и аэрономия, 1987. Т. 27. № 3. С. 509.
5. Titheridge J. E. // Radio Sci., 1967. V. 2. P. 1169.
6. Гуляева Т. Л. Фортран программы ИТЕРАН для быстрого итеративного  $N(h)$ -анализа ионограмм. — М.: ИЗМИРАН, 1981.
7. Рейклейтис Г., Рейвиндран А., Рагсдел К. Оптимизация в технике. 1 и 2 т. — М.: Мир, 1986.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
14 апреля 1994 г.

#### ON THE ADAPTIVE CONTROL OF THE IONOSPHERIC RADIO CHANNEL

*S. N. Mityakov, E. E. Mityakova, A. V. Rakhlin*

УДК 551.510.535

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ОТРАЖЁННОГО ОТ ИОНОСФЕРЫ СИГНАЛА МЕТОДОМ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

*С. Н. Митяков, Е. Н. Сергеев*

Суть метода корреляционного зондирования заключается в снятии функции корреляции прямого и отражённого от ионосферы сигналов. Поскольку наилучшими корреляционными свойствами обладает белый шум, в качестве зондирующего использовался непрерывный сигнал, модулированный белым шумом по амплитуде или по частоте в полосе порядка нескольких килогерц.

На рис. 1 приведена блок-схема эксперимента [1]. Задающий генератор (ГСС), работающий в диапазоне от 1 до 10 МГц, имеет вход внешней амплитудной модуляции (АМ), на который подаётся белый шум с генератора шума (ГШ) в полосе  $\sim 5$  кГц. Сигнал со 100-процентной амплитудной модуляцией подаётся на усилитель мощности (УМ), имеющий выходную нагрузку 50 Ом и хорошо согласованный с передающей антенной (А1). Приёмный тракт состоит из антенны (А2), супергетеродинного КВ-приёмника, линейного амплитудного детектора (АД), корреляционного приёмника (КП) и регистрирующей аппаратуры (осциллографа и самописца). Низкочастотный шум в качестве опорного сигнала подаётся с ГШ в приёмный тракт и используется для снятия функции корреляции.

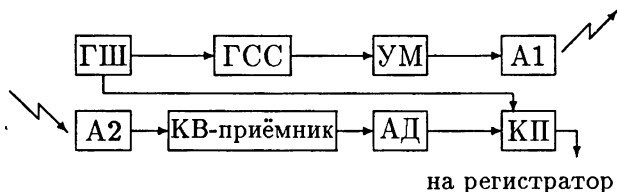


Рис. 1.

Авторами реализована методика адаптивной обработки информации. Её идея состоит не в снятии всей функции корреляции в зависимости от задержки (последовательный анализ), а в определении максимума функции корреляции и “слежении” за ним (автоподстройка).

В конце 1989 г. и в 1990 г. были проведены эксперименты в Зимёнках (близ г. Горького) [1]. В качестве передатчика использовался обычный ГСС (Г4-154), имеющий выход 10 В на нагрузке 50 Ом и вход внешней амплитудной модуляции, на который подавался белый шум. Выход генератора согласован с передающей антенной ( $G \approx 5$ ). Приём осуществлялся



на узконаправленную антенну ( $G \approx 100$ ), имеющую резонансную частоту приёма  $\approx 5,75$  МГц. На рис. 2 приведен фрагмент зависимости эффективной высоты отражения сигнала от времени. Разрешение по времени составляло  $\sim 3$  с, по высоте  $\sim 2$  км. Для сравнения приведены значения эффективной высоты по данным импульсной ионосферной станции (измерения проводились 1 раз в 15 мин.). На фоне общего уменьшения высоты видны флуктуации с периодом  $\sim 10$  мин.

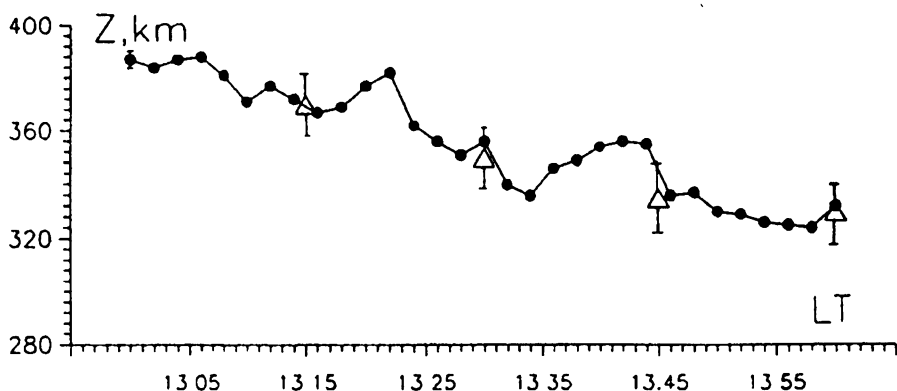


Рис. 2

Приведённые данные дают основание использовать предложенный метод корреляционного зондирования с применением “автоподстройки” для исследования тонкой структуры отражённого от ионосферы сигнала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Митяков С.Н., Сергеев Е.Н. // Препринт № 359. — Нижний Новгород: НИРФИ, 1993.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
12 апреля 1994 г.

#### INVESTIGATION OF THIN STRUCTURE OF THE SIGNAL REFLECTED FROM THE IONOSPHERE BY CORRELATION SOUNDING METHOD

*S. N. Mityakov, E. N. Sergeev*

УДК 621.371

## О РОЛИ КРУПНОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ИОНОСФЕРЫ В ФОРМИРОВАНИИ СРЕДНЕШИРОТНОГО F-spread

*В. А. Алимов, Ф. И. Выборнов, А. В. Разлин*

Приведены результаты специального эксперимента в Зимёнках Нижегородской области по ВЗ ионосферы КВ сигналами в условиях F-spread с применением практически синхронных измерений многолучёвости отражённых от магнитоактивной ионосферной плазмы нормальных волн с обыкновенной и необыкновенной поляризациями на смещённых на величину  $\sim 0,7$  МГц частотах. В ходе эксперимента подтверждена определяющая роль крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации типа перемещающихся ионосферных возмущений в формировании среднеширотного F-spread.

В работе [1] была построена стохастическая модель явления F-spread в ионосфере, которая позволяет объяснить многие особенности распространения коротких радиоволн при вертикальном зондировании среднеширотной ионосферы в возмущённых геофизических условиях. В частности, в модели [1] отмечается особая роль крупномасштабных неоднородностей ионосферы с размерами, большими характерного масштаба зоны Френеля, в формировании явления F-spread. Именно эти неоднородности ответственны за появление дискретной многолучёвости коротких радиоволн в среднеширотной ионосфере. Вместе с тем, несмотря на многочисленные экспериментальные исследования явления F-spread (см., например, [2] и цитированную там литературу), вопрос о структуре крупномасштабных неоднородностей среднеширотной ионосферы в условиях F-spread остаётся открытым. И хотя в принципиальном отношении вопрос о природе среднеширотного F-spread в настоящее время, по-видимому, решён [1], вопрос об адекватной модели крупномасштабных неоднородностей ионосферы во время F-spread требует проведения дополнительных, и прежде всего, экспериментальных исследований, поскольку соответствующие теоретические исследования распространения коротких радиоволн в ионосфере в возмущённых геофизических условиях должны базироваться на конкретных эмпирических моделях, учитывающих особенности крупномасштабной неоднородной структуры ионосферы (ср. [3]).

Следует особо подчеркнуть, что ещё в 70÷80-х годах в южной полушффере Земли преимущественно в районе Брисбэна, Австралия, был выполнен цикл радиопеленгационных и радарных измерений структуры крупномасштабных неоднородностей ионосферы, ответственных за явление

среднеширотного F-spread [4, 5]. Однако подобные исследования отсутствовали в северной полусфере Земли. Наш эксперимент, в известной степени, восполняет этот пробел.

### СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

На полигоне НИРФИ в Зимёнках Нижегородской области в июне-августе 1995 года в дневное время суток проводились наблюдения за отражёнными КВ сигналами. Передатчик станции ВЗ работал импульсными посылками длительностью  $T = 100$  мксек с частотой повторения 50 Гц на фиксированных частотах в диапазоне  $(4 \div 6)$  МГц. Излучался линейнополяризованный сигнал. Приём отражённых сигналов вёлся на узконаправленную антенну стенда "Ястреб" с круговыми обыкновенной и необыкновенной поляризациями [6]. Смена рабочей частоты (увеличение или уменьшение её на  $\sim 0,7$  МГц) осуществлялась периодически через интервалы времени длительностью  $T_0 \simeq 3$  мин. Полоса пропускания приёмника составляла  $\delta f = 20$  кГц. Контроль за принимаемыми сигналами осуществлялся на развёртке типа А выходного осциллографа станции ВЗ визуально и при регистрации их фотокамерой с частотой съёма 10 Гц. После линейного детектирования входных сигналов осуществлялось их стробирование (с длительностью строба  $\tau_{\text{стр}} \simeq 20$  мксек) для заданных фиксированных задержек относительно зондирующего импульса с последующей регистрацией стробированных сигналов на многоканальном самописце с постоянной времени  $\tau \simeq 0,01$  сек.

Обработка полученных записей заключалась в определении средней длительности отражённых многолучевых КВ сигналов и вычисления индекса амплитудных флуктуаций  $S_4 = \frac{\overline{A^4} - \overline{A^2}^2}{\overline{A^2}^2}$  на интервале стационарности быстрых замираний принимаемых сигналов длительностью  $\sim (1 \div 2)$  мин.

Величина амплитудных флуктуаций была незначительной ( $S_4 \leq 0,2$ ) для отражённых сигналов обеих поляризаций. Но длительности принимаемых многолучевых КВ сигналов были довольно большими  $\tau \simeq (0,5 \div 2,5)$  мсек. Причём, как правило, длительность КВ сигналов обыкновенной поляризации была в  $\sim (2 \div 2,5)$  раза больше длительности сигналов необыкновенной поляризации.

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Слабые амплитудные флуктуации отражённых КВ сигналов свидетельствуют о незначительном вкладе мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации ионосферы с размерами, меньшими характерного масштаба зоны Френеля, в формировании среднеширотного F-spread

(подробнее см. [1, 6]). Вместе с тем, большая длительность принимаемых квазирегулярных многолучевых КВ сигналов говорит о существенном влиянии крупномасштабных неоднородностей среднеширотной ионосферы на образование F-spread (см. также [1]).

Но наибольший интерес в нашем эксперименте представляют результаты практически синхронных измерений многолучёвости отражённых от магнитоактивной ионосферной плазмы нормальных волн с обыкновенной и необыкновенной поляризациями на смещённых на величину  $\sim 0,7$  МГц частотах. Согласно траекторным расчётам коротких радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере [7], в том числе и с учётом вариаций электронной концентрации ионосферы неоднородностями типа ПИВ [8], при таком способе вертикального зондирования ионосферы уровни отражения КВ сигналов обоих нормальных волн были примерно равными по высоте, но смещёнными по горизонтали к северу и югу для волн с обыкновенной и необыкновенной поляризациями соответственно. Причём следует иметь в виду, что для среднеширотной ионосферы северной полусферы Земли в дневных условиях характерен дрейф крупномасштабных неоднородностей типа ПИВ в южном направлении с некоторым наклоном фронта ПИВ к горизонтали [8]. Поэтому в условиях нашего эксперимента формирование принимаемых многолучевых КВ сигналов для волн обыкновенной поляризации происходило, по-видимому, при отражении от квазирегулярной крупномасштабной неоднородной структуры ПИВ с нарастающей по мере удаления от точки наблюдения амплитудой возмущения электронной концентрации по высоте в ионосфере, а для волн необыкновенной поляризации — при отражении от затухающих по высоте возмущений электронной концентрации (ср. [4, 5]). Этим различием в условиях обратного отражения коротких радиоволн от крупномасштабных возмущений электронной концентрации ионосферы при ПИВ, по-видимому, и объясняется регулярно наблюдавшаяся в нашем эксперименте значительно большая длительность принимаемых сигналов обыкновенной поляризации по сравнению с многолучёвостью волн необыкновенной поляризации.

Итак, наш эксперимент с применением оригинального способа радиопеленгации возмущений электронной концентрации в магнитоактивной ионосфере с использованием отражённых нормальных волн обыкновенной и необыкновенной поляризации является ещё одним подтверждением определяющей роли крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации типа ПИВ (строго говоря, крупномасштабных неоднородностей, сопутствующих ПИВ) в формировании F-spread в среднеширотной ионосфере (ср. [4, 5]).

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 95-02-03716 РФФИ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 12. С. 1227.
2. Гершман Б. Н. и др. Явление F-рассеяния в ионосфере. — М.: Наука, 1984.
3. Калихман А. Д. // Геом. и аэрономия, 1991. Т. 31. № 1. С. 126.
4. Bowman G. G. // J. Atm. Terr. Phys., 1981. V. 43. № 1. P. 65.
5. From W. R. and Meehan D. H. // J. Atm. Terr. Phys., 1988. V. 50. № 7. P. 629.
6. Алимов В. А., Выборнов Ф. И., Ерухимов Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 11. С. 1447.
7. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
8. Дробжев В. И. и др. Волновые возмущения в ионосфере. — Алма-Ата: Наука, 1975.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
12 сентября 1995 г.

**ON THE ROLE OF LARGE-SCALE INHOMOGENEITIES OF THE  
IONOSPHERE IN THE FORMATION OF MIDDLE-LATITUDE F-SPREAD**

*V. A. Alimov, F. I. Vybornov, A. V. Rakhlin*

We have given the results of the special experiment at Zimenki, Nizhny Novgorod province on the ionospheric vertical sounding by HF-signals under conditions of F-spread using practically synchronous measurements of multiray normal waves reflected from magneto-active ionospheric plasma with ordinary and extraordinary polarizations at frequencies shifted by  $\sim 0.7$  MHz. In the course of the experiment it has been proved a dominating role of electron density large-scale inhomogeneities of the moving ionospheric disturbance type in the formation of the middle-latitude F-spread.

УДК 551.510.535

## ТЕРМОГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ, МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОЩНЫМ ДЕКАМЕТРОВЫМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ

*А. М. Насыров, В. А. Стрекалов*

Качественный теоретический анализ позволяет предположить, что искусственные плазменные неоднородности в ионосфере, модифицированной мощным декаметровым радиоизлучением, могут представлять собой пространственные моды термогравитационной конвекции. Эффекты, наблюдаемые при рассеянии пробного УКВ радиоизлучения, интерпретированы как проявления термогравитационной конвекции в нагретой ионосферной плазме.

Плазменные неоднородности играют ключевую роль в физике нелинейного взаимодействия мощной радиоволны с ионосферной плазмой. Однако, в настоящее время вопрос о природе неоднородной структуры возмущенной области ионосферы остается открытым. Считается, что существование ионосферных неоднородностей обусловлено параметрическими неустойчивостями [1]. В работе [2] на основе неустойчивости Релея-Тейлора объясняются некоторые особенности динамики возмущенной области, обусловленные крупномасштабной конвекцией плазмы. В настоящей работе исследуется возможность генерации конвекцией мелкомасштабных неоднородностей.

Слагаемое, описывающее в дифференциальных уравнениях гравитационную силу, как правило, не учитывается. Действительно, вес дифференциального объема плазмы пренебрежимо мал по сравнению с другими силами, однако, гравитация действует на все элементы плазмы согласованно, поэтому суммарное влияние гравитационного поля на макроскопические объемы может быть определяющим.

Возмущенная область ионосферы представляет собой открытую систему, структура которой формируется внешними энергетическими потоками. Для плазмы, нагреваемой мощным радиоизлучением, определяющим, может быть, поток тепла, вызванный температурным градиентом. Оценим возможность возникновения термогравитационной конвекции и характерный масштаб процесса.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Схема возмущенной области при модификации ионосферы мощным дециметровым радиоизлучением представлена на рис. 1.

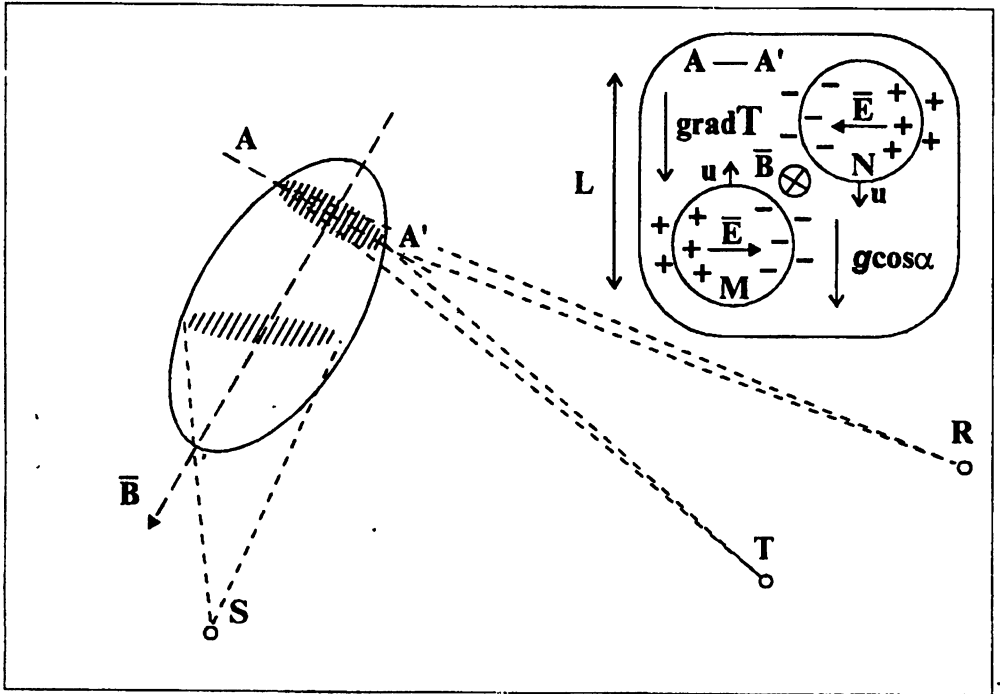


Рис. 1

Поглощение мощности радиоволны происходит вблизи уровня верхнего гибридного резонанса. Температурная карта ионосферной области формируется за счёт растекания тепла вдоль магнитного поля. На высотах F-области газодинамическое давление пренебрежимо мало по сравнению с давлением геомагнитного поля, поэтому плазма может быть представлена в виде двух относительно независимых подсистем: продольной и поперечной относительно силовых линий магнитного поля. Продольная система, в которой коэффициент теплопроводности имеет значительную величину, играет роль термостата, определяющего распределение температуры. Считаем, что конвективные процессы будут происходить в подсистеме, поперечной относительно силовых линий.

Основным параметром, определяющим возникновение конвекции, является число Рэлея ( $Ra$ ). Построим его эквивалент для термогравитационной конвекции, протекающей в условиях ионосферы, модифицированной мощным радиоизлучением. Рассмотрим процессы, протекающие в плоскости AA', перпендикулярной геомагнитному полю, в области, где гра-

диент температуры и проекция гравитационного поля направлены одинаково (рис. 1). Ионосферная плазма на высоте, на которой протекает процесс, замагничена, т.е. ларморовские радиусы частиц гораздо меньше длин их свободного пробега. Поэтому на какой-либо макроскопический объём со стороны магнитного поля действует удерживающая сила, влияние которой превышает стабилизирующее действие вязкого трения. Исходя из первоначального смысла критического числа Рэлея представим эквивалент  $Ra$  в виде [3]:

$$Ra = \frac{\tau_t}{\tau_m}, \quad (1)$$

где  $\tau_t$  — характерное время уменьшения разности температур между макроскопическими элементами плазмы  $M$  и  $N$  за счёт теплопроводности,  $\tau_m$  — характерное время перемещения макрообъемов.

Величина  $\tau_t$  вычисляется по стандартной формуле:

$$\tau_t = \frac{L^2}{D_t} = \frac{L^2 \tau_e}{r_e^2}, \quad (2)$$

где  $L$  — характерный внешний масштаб,  $D_t$  — коэффициент температуропроводности,  $r_e$  — ларморовский радиус электрона,  $\tau_e$  — время свободного пробега.

Характерное время перемещения макроэлементов равно расстоянию между ними  $L$ , делённому на скорость  $u$ . Для оценки  $u$  подробнее проанализируем перемещение макроэлемента  $M$ . Поскольку электронная плотность внутри объема  $M$  больше, чем в окружающей плазме на  $\Delta n$ , гравитационное поле вызывает в нём электрический ток, отличающийся от тока в окружающей плазме на величину:

$$j = \Delta n M \frac{g \cos \alpha}{B}, \quad (3)$$

где  $M$  — масса иона,  $g \cos \alpha$  — проекция ускорения силы тяжести на рассматриваемую плоскость,  $B$  — величина индукции геомагнитного поля.

Накопление зарядов будет происходить до тех пор, пока противодействующий электрический ток, определяющийся электрическим полем, не скомпенсирует  $j$ . Следовательно, в равновесном состоянии внутри объёма будет действовать электрическое поле:

$$E = \eta_{\perp} j = \eta_{\perp} \Delta n M \frac{g \cos \alpha}{B}, \quad (4)$$

где  $\eta_{\perp}$  — коэффициент удельного поперечного сопротивления плазмы.

В электрическом поле частицы и, следовательно, макроэлемент  $M$  будут перемещаться со скоростью  $u = E/B$ . Сделав все подстановки, получим окончательную формулу для эквивалента числа Рэлея:

$$Ra = \frac{\eta_{\perp} L \Delta n \tau_e M g \cos \alpha}{B^2 r_e^2}. \quad (5)$$



Необходимые для оценки исходные данные имеются в работе [4], где представлены результаты исследования нагрева ионосферы радиоизлучением с эффективной мощностью  $ERP = 20$  Вт. Для этих данных  $L = 45$  км,  $\Delta n = 2,5 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$ ,  $\cos \alpha = 0,28$  и параметров ионосферы  $\tau_e = 10$  с,  $r_e = 3,4 \cdot 10^{-2}$  м,  $B = 5 \cdot 10^{-5}$  Т,  $\eta_{\perp} = 3,5 \cdot 10^6$  Ом·м (из справочника [5]) была получена оценка критического числа  $Ra \approx 10^5$ .

Вопрос о том, до какого минимального масштаба определяющее значение имеет термогравитационная конвекция, может быть решён на основе второго закона термодинамики, который в конечном итоге всегда определяет симметрию системы.

Предполагая распределение температуры, представленное на рис. 1, оценим минимальный масштаб динамически устойчивых конвективных элементов, который соответствует граничной пространственной моде термогравитационной конвекции. Дифференциация вещества по плотности при конвекции означает существование относительно устойчивых элементов с поперечным масштабом  $\ell$ . Постоянство массы вещества в этих элементах является достаточным условием, чтобы представить плазму в таком объёме, как рабочее тело некоторой тепловой машины. Фундаментальным соотношением для тепловых машин является выражение для коэффициента полезного действия, эквивалентное второму закону термодинамики:

$$\frac{A}{Q} \leq \frac{T_2 - T_1}{T_2}, \quad (6)$$

где  $A$  — механическая работа, совершаемая рабочим телом,  $Q$  — количество тепла, получаемого системой в течение рабочего цикла,  $T_1$ ,  $T_2$  — температуры холодильника и нагревателя.

Диссипация механической энергии  $A$  в данном случае происходит, как и в жидкости, за счёт вязкости. Будем считать, что в течение цикла элементарный объём движется со средней скоростью  $u$  по замкнутой траектории с диаметром  $\ell$ . Работа сил вязкости равна энергии, которая уносится из рабочего объема частицами, замещающимися при столкновениях. Следовательно, величина вязкости в существенной степени определяется ионами, расположенными в пределах гирорадиуса от края элементарного объёма. Покидая объём, ион в среднем уносит избыточную энергию, которая определяется скоростью поступательного движения  $u$ . Тогда выражение для  $A$  запишем в следующем виде:

$$A \approx \frac{M u^2}{2} s r_i \frac{\tau_c}{\tau_i} n, \quad (7)$$

где  $M$  — масса иона,  $s$  — сечение элемента вдоль магнитного поля,  $\tau_c = \pi \ell / u$  — время рабочего цикла,  $\tau_i$  — время свободного пробега иона,  $r_i$  — гирорадиус иона,  $\ell$  — длина макроэлемента в плоскости, поперечной магнитному полю,  $n$  — плотность ионов.

Количество тепла, получаемого рабочим телом в течении цикла, определяется процессами, которые не зависят существенно от конвекции. Зная распределение температуры, выразим  $Q$  следующим образом:

$$\Delta Q \approx 2c n v \Delta T, \quad (8)$$

где  $c$  — теплоёмкость плазмы,  $v = s\ell$  — объём макроэлемента,  $\Delta T = T_2 - T_1$ .

Предполагая градиент температуры постоянным, представим  $\Delta T$  в виде:

$$\Delta T = \ell \nabla T = \ell T \frac{\nabla n}{n}. \quad (9)$$

Учитывая приведенные соотношения и вычисляя  $u$  по методике, использованной при оценке  $Ra$ , получим:

$$\ell_{\min} \approx \frac{M^2 \eta_{\perp} g \cos \alpha}{5k B^2 \tau_i T \nabla n}. \quad (10)$$

При подстановке числовых значений, использованных при оценке  $Ra$  ( $\eta_{\perp} = 3,5 \cdot 10^6$  Ом·м,  $\tau_i = 10$  с,  $T = 1000$  К,  $\nabla n = 5,5 \cdot 10^4$  м<sup>-4</sup>) была получена оценка минимального масштаба, равная 1 м.

Сделанные теоретические оценки приблизительны, однако, позволяют сделать вывод, что при наблюдаемых в экспериментах распределениях электронной плотности и температуры возможно существование термогравитационной конвекции с мелкомасштабной пространственной модой, говоря другими словами, термогравитационная конвекция может быть структурообразующим процессом для нагретого объёма ионосферной плазмы.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Основными проявлениями термогравитационной конвекции являются внезапные изменения структуры конвективных движений при плавном изменении интенсивности нагрева (бифуркации). Цикл бифуркаций конвекции при изменении градиента температуры наиболее отчётливо наблюдается в жидком гелии [6]. В случае ионосферы геомагнитное поле формирует двумерную конвекцию, а благодаря открытым границам структура конвекционных движений может обладать симметрией высокого порядка. Поэтому в ионосфере можно ожидать реализацию сценариев развития конвекции с большим количеством бифуркаций. Другой характерной чертой конвекции являются особенности временных спектров некоторых параметров процесса. Спектральные характеристики пространственных мод термогравитационной конвекции достаточно подробно исследованы

в жидких средах [7]. Ниже представлены результаты спектрального анализа динамики мелкомасштабной компоненты неоднородностей ионосферной области, нагретой мощным дециметровым радиоизлучением. Спектральные характеристики рассеянных на возмущенной области пробных сигналов изучались достаточно подробно и ранее [8, 9], но результаты интерпретировались как следствия явлений доплеровского смещения за счёт движения рассеивающего вещества. В данной работе рассматриваются спектры огибающей пробного радиосигнала, которые соответствуют временным спектрам пространственных мод неоднородностей.

Все представленные экспериментальные результаты были получены при рассеянии пробного радиоизлучения с частотами 23 МГц, 46 МГц и 77 МГц на области ионосферы, модифицированной радиоволной "О" поляризации с эффективной мощностью до 150 МВт (стенд "Сура",  $f = 4785$  кГц). Мелкомасштабные неоднородности вытянуты вдоль магнитного поля, поэтому для соблюдения ракурсных условий передатчик  $T$  и приемник  $R$  были расположены в сопряжённых точках (рис. 1). Таким образом, при данном методе наблюдения амплитуда пробного радиосигнала пропорциональна амплитуде, соответствующей используемой частоте радиосигнала пространственной моды неоднородностей, которые расположены вблизи некоторой плоскости, перпендикулярной силовым линиям геомагнитного поля.

Первая часть результатов была получена при импульсном зондировании ионосферы. Длительность импульсов мощного излучения равнялась  $t = 50$  мс – 10 с, период повторения  $T = (2 - 60)$  с. Радиосигнал в сильной степени подвержен случайным релеевским замираниям, поэтому для выявления статистически значимых характеристик проводилась статистическая обработка исходных данных. В частности, отдельные отклики пробного сигнала на импульсы мощной радиоволны поточечно усреднялись. В ансамбль усреднения включались сигналы, зарегистрированные в течение не более 15 минут (т.е. при неизменных ионосферных условиях). Можно считать, что результирующая кривая достаточно адекватно отражает эволюцию амплитуды пространственной моды, соответствующей частоте пробного радиоизлучения. На рис. 2 представлен результат описанной процедуры обработки исходных данных.

Наиболее интересен ход интенсивности мелкомасштабных неоднородностей после выключения мощного передатчика. Во-первых, при достаточно коротких импульсах нагревного радиоизлучения рост интенсивности неоднородностей продолжается после выключения передатчика. Причём длительности роста и релаксации в существенной степени увеличиваются с расстоянием между плоскостью, в которой находятся рассеивающие неоднородности, и центром возмущённой области, что может объясняться перетеканием тепла из центра на периферию области. Во-вторых, при релаксации амплитуды пространственной моды существует момент

$t_2$ , в который наблюдается резкое изменение уровня сигнала. Этот скачок интенсивности неоднородностей может быть свидетельством бифуркации режима конвекции. Моменты бифуркаций могут быть идентифицированы по изменению характера временных спектров тех или иных макроскопических параметров. Действительно, визуально на записях наблюдается изменение спектрального состава огибающей радиосигнала в момент  $t_2$ .

Внезапные изменения характера замираний пробного радиосигнала наблюдаются также при развитии мелкомасштабных неоднородностей. На рис. 3 представлены кривые, являющиеся результатом усреднения откликов пробного радиосигнала на включения нагревного стенда при длительных режимах нагрева. На кривых выделяются участки с различным характером флуктуаций. В начале кривых имеется гладкий участок, длительность которого уменьшается с увеличением мощности нагрева, затем переходная часть 1-2, которая сменяется следующим участком с быстрыми флуктуациями.

Для более тщательного исследования был проведен спектральный анализ регистраций пробного УКВ радиосигнала при режимах длительной работы нагревного стенда. Для разных мощностей нагревного радиоизлучения ( $ERP = (16 - 150)$  МВт) были построены энергетические спектры огибающей пробного радиосигнала, образцы которых представлены на рис. 4. Во всех случаях спектр имеет линейчатый вид. Структура спектров усложняется при повышении мощности нагрева. Так в ряде случаев при  $ERP = 16$  МВт в спектре наблюдается всего один явно доминирующий максимум. В других случаях спектр состоит из кратных частот либо из нескольких линий с несоизмеримыми частотами. Подобный характер имеют временные спектры пространственных мод, наблюдаемые в экспериментах по термогравитационной конвекции в жидких средах [7]. Аналогичное поведение позволяет сделать предположение об одинаковой физике явлений, что подтверждает правомерность отождествления мелкомасштабных неоднородностей с пространственными модами термогравитационной конвекции.

Теоретические оценки позволяют предложить термогравитационную конвекцию в качестве механизма генерации неоднородностей в области ионосферы, возмущенной мощным декаметровым радиоизлучением. Экспериментальные исследования показывают, что существует ряд эффектов, которые могут быть интерпретированы как проявления термогравитационной конвекции. Таким образом, мелкомасштабные неоднородности можно считать пространственными модами термогравитационной конвекции.

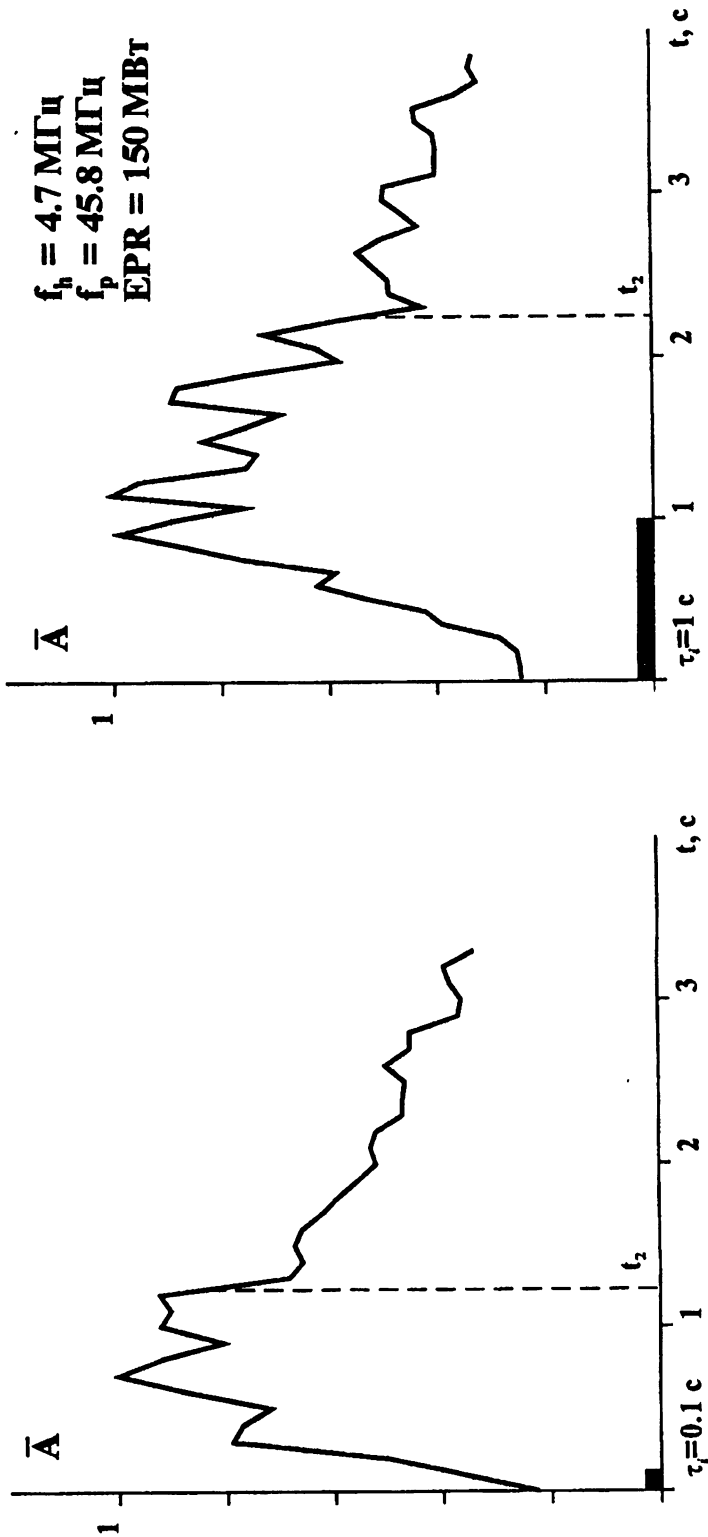


Рис. 2

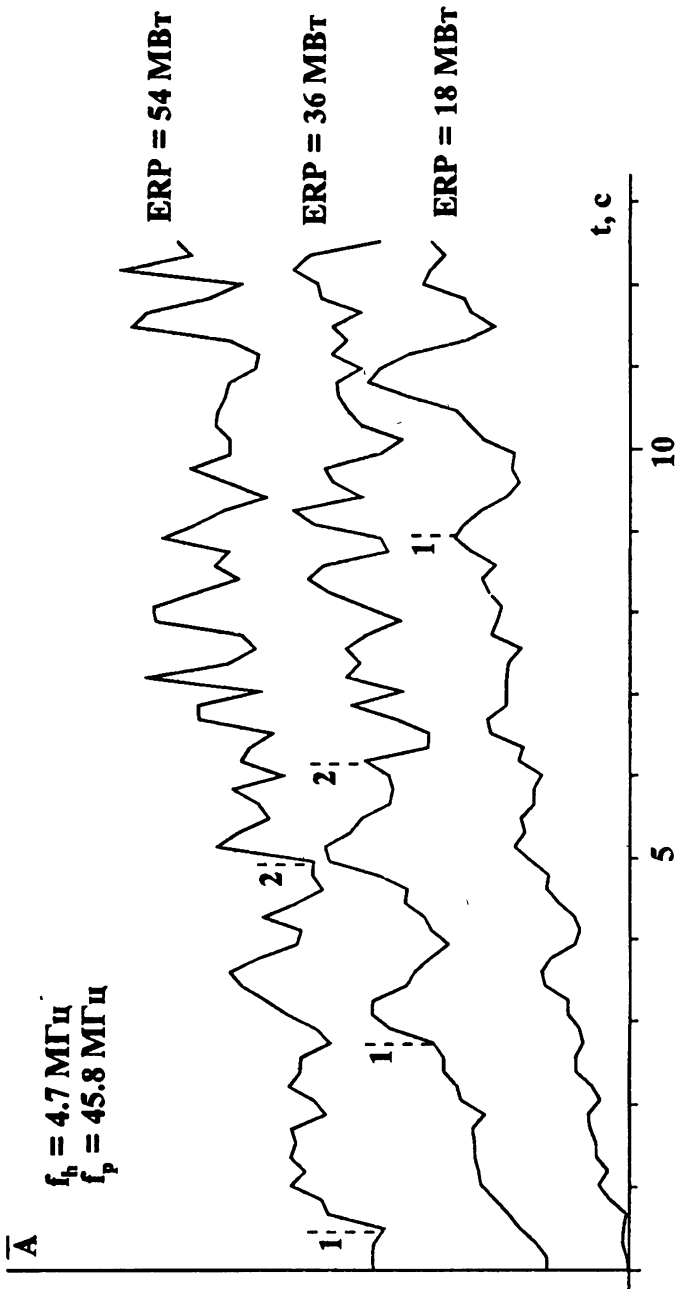


Рис. 3

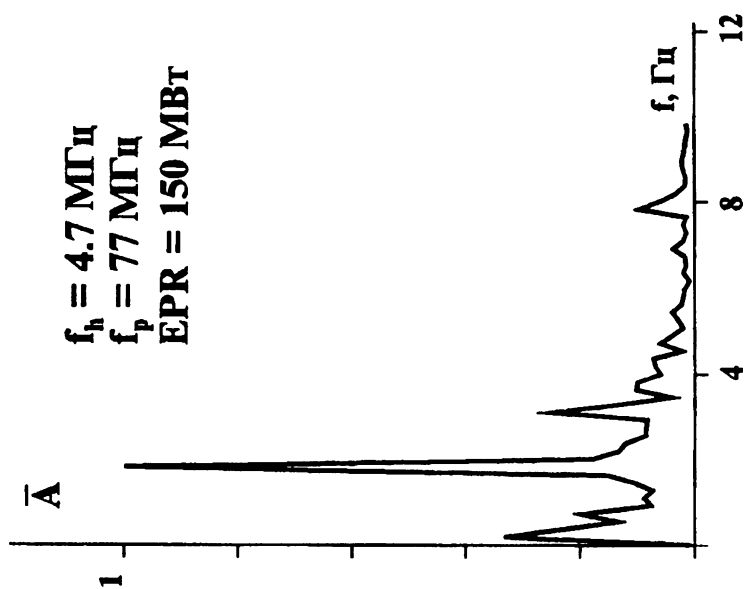
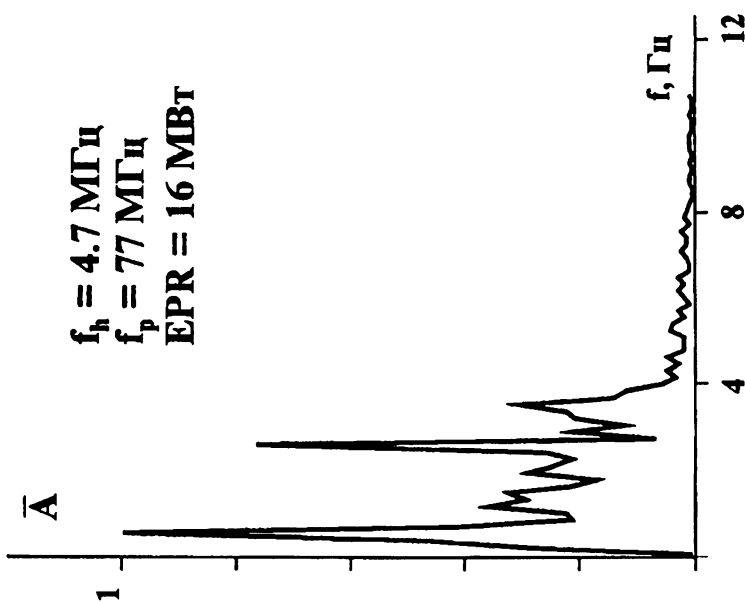


Рис. 4



## ЛИТЕРАТУРА

1. Fejer J. A. // *Geophys. and Space Phys.*, 1977. V.17. N 1.
2. Bernhard P. Q., Duncan L. M., and Teppley C. A. // *Science*, 1988. V. 242. N 4881. P. 1022.
3. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности: Пер. с франц. — М.: Мир, 1991. С. 91.
4. Meltz G., Holway L. H., and Tomljanovich N. M. // *Radio Sci.*, 1974. V. 9. N 11.
5. Фаткуллин М. Н., Зеленова Т. И., Козлов В. К., Легенька А. Д., Соболева Т. Н. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. — М.: Наука, 1981.
6. Gollub J. P. and Benson S. V. // *J. Fluid Mech.*, 1980. V. 100. P. 449.
7. Зимин В. Д., Фрик П. Г. Турбулентная конвекция. — М.: Наука, 1988.
8. Белей В. С., Беленов А. Ф., Галушко В. Г., Зюзин В. А., Ерухимов Л. М., Ямпольский Ю. М. // Препринт НИРФИ N 285. — Горький, 1989.
9. Беленов А. Ф., Ерухимов Л. М., Караштин А. Н., Цимринг М. Ш., Ямпольский Ю. М. — В сб.: Тезисы докладов XVI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. Харьков. — М.: Наука, 1990.

Казанский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
26 апреля 1993 г.

**THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION IN THE IONOSPHERIC  
PLASMA MODIFIED BY POWERFUL DECAMETRIC WAVES**

*A. M. Nasyrov, V. A. Strekalov*

The theoretical estimates of the parameters of the thermal convection in the ionosphere heated by a powerful HF wave suggest that the convection can act as the mechanism of the generation of irregularities. The experimental data obtained on the scattered UHF probe signal are interpreted as displays of the thermogravitational convection.



УДК УДК 523.62-726

## НЕЛИНЕЙНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

*Н. А. Бархатов, Н. С. Беллюстин*

Исследована пространственно-временная динамика низкочастотных образований в движущейся плазме на основе магнитогиродинамических (МГД) представлений. Для этой цели была создана специальная компьютерная программа, реализующая МГД уравнения в одномерном приближении и позволяющая проводить вычислительные эксперименты в диалоговом режиме. В экспериментах рассматривались как случаи “слабой нелинейности”, когда наблюдаемые динамические процессы допускают квазилинейную трактовку в терминах Альвеновских и магнитозвуковых волн с их взаимодействием, так и режимы сильной нелинейности, в которых квазилинейные представления теряют смысл. Получены новые результаты о влиянии сноса среды на форму ударной волны и возникающих около неё осцилляций. Сносное движение среды способствует развитию неустойчивости ударной волны и других динамических режимов.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из особенностей магнитогиродинамических (МГД) волн в движущейся плазме является возможность резкого возрастания их амплитуд за счёт подкачки энергии от потока [1]. Оно сопровождается образованием как фронтов ударных волн [2], так и нелинейными эффектами, трактуемыми в рамках квазилинейных представлений как трансформация волн различных типов и поляризаций в областях нарушения приближения геометрической оптики [1]. При этом термин “квазилинейный” понимается достаточно широко и предполагает только малые амплитуды рассматриваемых волновых возмущений. В случаях сильной нелинейности квазилинейная терминология далеко не всегда является адекватной для описания динамики нелинейных волн. Поскольку сильно нелинейные режимы распространения МГД волн плохо поддаются аналитическим методам анализа, необходимо использовать современные средства компьютерного моделирования. Для этой цели была реализована компьютерная программа, позволяющая осуществлять исследования эволюции одномерных нелинейных МГД волн методами вычислительного эксперимента. При этом параметры замагниченной плазмы предполагались соответствующими условиям межпланетной среды солнечного ветра, где снос плазмы

играет существенную роль и, как правило, превышает фазовую скорость линейных МГД волн.

### ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И УСЛОВИЯ

В качестве исходной использовалась система уравнений магнитной гидродинамики с конечными проводимостью  $\sigma$  и вязкостями  $\zeta$  и  $\eta$ . Система координат была выбрана так, что магнитное поле  $\mathbf{B}$ , скорость  $\mathbf{V}$  и плотность  $\rho$  изменялись вдоль оси  $z$ . В этом случае уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V_z}{\partial z} + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{B_z}{4\pi\rho} \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{B_x}{4\pi\rho} \frac{\partial B_x}{\partial z} + \frac{B_y}{4\pi\rho} \frac{\partial B_y}{\partial z} + \frac{V_s^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \left( \zeta + \frac{4\eta}{3} \right) \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{B_z}{4\pi\rho} \frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} - B_z \frac{\partial V_x}{\partial z} + V_z \frac{\partial B_x}{\partial z} + B_x \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} + V_z \frac{\partial B_y}{\partial z} + B_y \frac{\partial V_z}{\partial z} - B_z \frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = 0.$$

Из уравнения  $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$  следует, что компонента  $B_z$  магнитного поля постоянна ( $B_z = B_0 = \text{const}$ ).

В описываемых ниже численных экспериментах начальные условия для решения этих уравнений отвечали случаю, когда постоянное магнитное поле имеет компоненты вдоль осей  $y$  и  $z$ . Исходное возмущение выбрано в виде уединённого видеоимпульса протяженностью 60 условных пространственных единиц (pixels). Применительно к условиям солнечного ветра это соответствует  $3 \cdot 10^7$  см.

Расчёты проводились при значении кинематической вязкости  $\nu = \eta/\rho = 2 \div 4$  условных единиц (у.е.), что при пересчёте на сантиметры примерно соответствует значению  $\nu = 2,5 \cdot 10^{11} \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$  вязкости солнечных протонов, обусловленной их взаимодействиями с магнитной турбулентностью.

Действительно, согласно теории турбулентности Батчелора, турбулентное движение проводящей жидкости носит чисто гидродинамический

характер и можно пренебречь обратным влиянием возникающего магнитного поля на движение жидкости [3], тогда магнитная энергия сосредоточена в вихрях масштабов  $l$  [4]. В этом случае, принимая для оценок  $l = 10^7$  см,  $\rho = 2 \cdot 10^{-23}$  г·см<sup>-3</sup>,  $\Delta V = 10^7$  см·с<sup>-1</sup> — изменение скорости на наибольшем масштабе  $L = 10^{13}$  см [5] и учитывая, что число Рейнольдса  $R = (L/l)^{4/3}$  [6], получаем

$$\eta = \rho \Delta V L / R = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ [г·см}^{-1}\text{с}^{-1}\text{]}.$$

Магнитная вязкость  $\mu = c^2/4\pi\sigma$  см<sup>2</sup>·с<sup>-1</sup> принималась равной  $\sim 4$  у.е., поскольку соответствующая проводимость  $\sigma = 7 \cdot 10^7$  с<sup>-1</sup>. Здесь принято, что входящая в выражение проводимости частота столкновения электронов  $\nu_e = v_{Te}/l$  ( $v_{Te} = 2 \cdot 10^8$  см·с<sup>-1</sup> — тепловая скорость электронов) является эффективной и обусловлена их взаимодействием с магнитными неоднородностями. Эффективное взаимодействие заряженных частиц с этими объектами в солнечном ветре обеспечивает применение приближения МГД для изучения достаточно быстрых осцилляций.

Граничные условия выбраны периодическими. Это позволяет максимально исключить влияние границ на динамику волн. При этом возмущение, уходящее за правую границу, появляется затем слева, и наоборот. Вся ось  $z$  равна 620 у.е. ( $3 \cdot 10^8$  см). В рассмотренных примерах отношение скоростей Альвена и звука принято  $V_A/V_s \sim 4$ . Это соответствует реальной ситуации в солнечном ветре.

Надежность счёта гарантировалась тем, что при уменьшении шага интегрирования результат вычислений оставался стабильным, при этом предполагается, что он соответствует пределу непрерывного времени. Такой общепринятый эмпирический принцип использовался нами как обоснование устойчивости и достоверности.

Основные результаты численного анализа и примеры динамической эволюции возмущений магнитного поля, скорости и плотности при разных значениях параметров среды в лабораторной системе координат, т. е. в системе, связанной с космическим аппаратом, показаны на последующих рисунках.

## АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В первом примере начальное возмущение было задано таким образом, чтобы в терминах линейного приближения, то есть в случае малого параметра нелинейности  $p = B_x/B_0$ , оно соответствовало альвеновской волне, бегущей вдоль оси  $z$ :  $V_x = -B_x/\sqrt{4\pi\rho}$ . На рис. 1 изображены компоненты этого начального возмущения как функции координаты  $z$ .

Для случая умеренной нелинейности ( $p = 0,5$ ) и продольного распространения вдоль магнитного поля рис. 2а демонстрирует образование не-

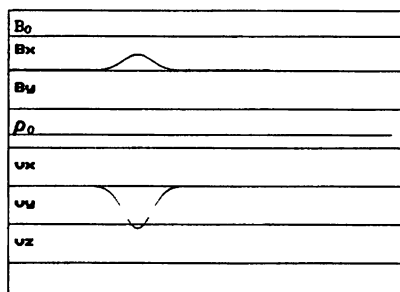


Рис. 1. Начальное альвеновское возмущение.

линейных режимов и связанного с ними укрупнения со временем зависимостей возмущений от координаты в отсутствие сноса среды. При этом наблюдается формирование альвеновской ударной волны, сопровождающееся перекачкой энергии вверх по частоте и вниз по пространственным масштабам [7]. Этот механизм является одним из основных факторов, преобразующих магнитогидродинамические волны в солнечном ветре. Диссипативные процессы, определяемые вязкостями  $\zeta$  и  $\eta$ , контролируют форму ударной волны: с ростом диссипации осцилляции на фронте ударной волны уменьшаются и исчезают. Вычислительные эксперименты показывают большую устойчивость фронта без осцилляций к возмущающим факторам, например, к сносу среды. Это свидетельствует о том, что снос среды способствует образованию осцилляций на фронте и в этом отношении он конкурирует с диссипативными процессами, подавляющими осцилляции. Последнее утверждение иллюстрируется сопоставлением рис. 2а с рис. 2б, последний рисунок отличается лишь наличием сноса среды в продольном направлении со скоростью, превышающей альвеновскую  $V_{0z} = 4V_A = 3,2 \cdot 10^7 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ . Пример, показанный на рис. 2б, демонстрирует раскачку альвеновских осцилляций. В обоих рассмотренных случаях численные расчёты демонстрируют перекачку энергии альвеновской волны в медленную магнитоэзвуковую волну, причём эффективность этого процесса возрастает с увеличением скорости потока.

На двух следующих рисунках показаны примеры нелинейной динамики при умеренном значении параметра нелинейности  $p = 0,5$  и учёте сноса среды. Пример на рис. 3 соответствует продольному распространению заданной волны и может быть интерпретирован как процесс натекания альвеновской волны на возникшую ниже по потоку магнитоэзвуковую (рис.3а) с их последующим взаимодействием (рис.3б).

На рис. 4а,б рассмотрен случай распространения начального альвеновского возмущения под углом  $\pi/4$  к магнитному полю, которое сопровождается образованием магнитоэзвуковых волн с развитием неустойчивости быстрой магнитоэзвуковой волны.

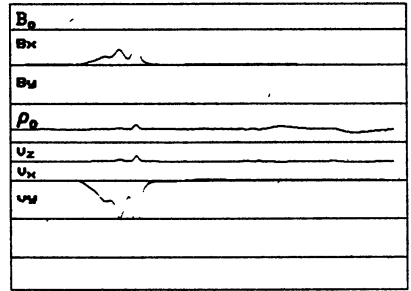
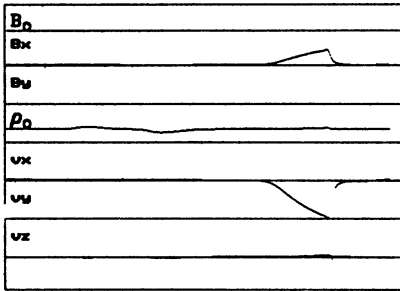


Рис. 2. Формирование стационарной альвеновской ударной волны в отсутствии сноса среды (а). Формирование стационарной альвеновской ударной волны с осциллирующим фронтом в условиях продольно двигающейся плазмы (б). Время в пути 30 с в обоих случаях.

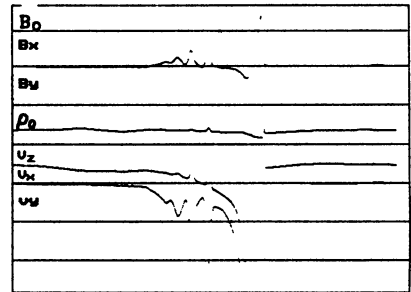
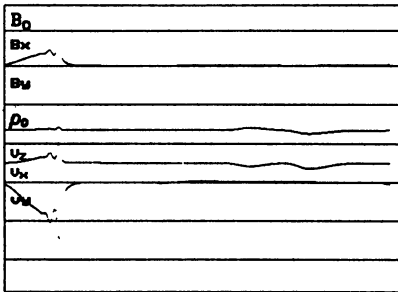


Рис. 3. Натекание альвеновской волны на возникшую ниже по потоку магнитозвуковую волну (а, время в пути 24 с) и их взаимодействие (б, время в пути 68 с).

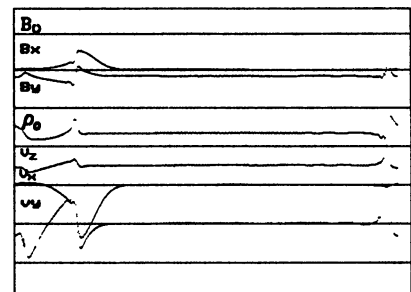
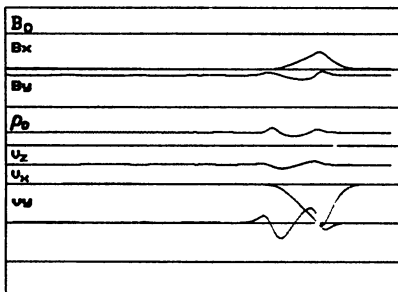


Рис. 4. Распространение альвеновского возмущения под углом  $\pi/4$  к магнитному полю с образованием магнитозвуковых волн (а, время в пути 5 с) и развитием неустойчивости быстрой магнитозвуковой волны (б, время в пути 9 с).

Рассмотренные примеры свидетельствуют о том, что в случае умеренной нелинейности описание динамики МГД волн вполне может быть сделано на квазилинейном языке как распространение, трансформация и взаимодействие альвеновских и магнитозвуковых волн. В случае сильной нелинейности (например, при  $p = 3$ ) подобное разбиение нелинейного МГД возмущения сделать удается не всегда. Одним из примеров этого является, на наш взгляд, вариант динамики для продольного распространения при учете сноса среды, показанный на рис. 5.

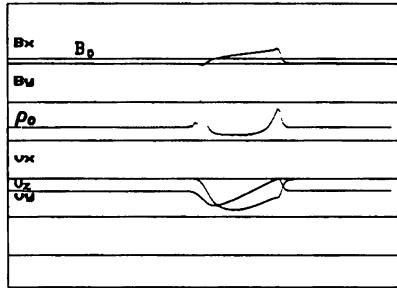


Рис. 5. Динамика МГД волн в случае сильной нелинейности ( $p = 3$ , время в пути 3 с).

На последующих рисунках представлены различные варианты развития динамики заданного магнитного видеоимпульса (рис. 6а) в потоке солнечного ветра. В отличие от предыдущих примеров согласованное начальное возмущение скорости отсутствует и это обеспечивает разбиение возмущения на два альвеновских импульса распространяющихся в противоположных направлениях с групповыми скоростями  $\pm V_A$  в сопровождающейся системе координат. На рис. 6б показано разделение первоначального возмущения на два, причём оба сносятся по потоку, но имеют разные групповые скорости:  $V_{gr}^{\pm} = V_0 \pm V_A$ . В процессе переноса происходит эволюция как “быстрого”, так и “медленного” возмущения: с течением времени формируются ударные фронты, причём качественно различные.

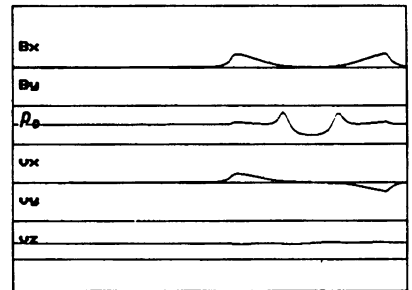
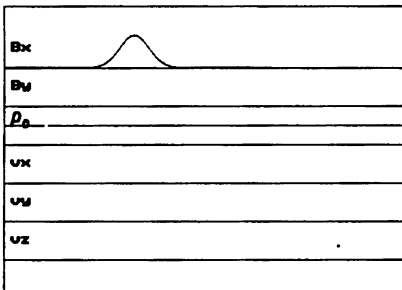


Рис. 6. Заданное магнитное возмущение (а). Эволюция “быстрого” и “медленного” возмущения. Формирование фронтов (б, время в пути 3,5 с).

На рис. 7а представлен процесс сближения и на рис. 7б — столкновения “быстрого” и “медленного” возмущений, а также последствия этого взаимодействия. Видно, что у “быстрого” возмущения значительные осцилляции переднего фронта возникают за передним фронтом в области больших значений переменных, у “медленного” — осцилляции возникают за фронтом в области отсутствия возмущения. Отмечаемые осцилляции сопровождаются трансформацией в магнитоэзвуковые волны.

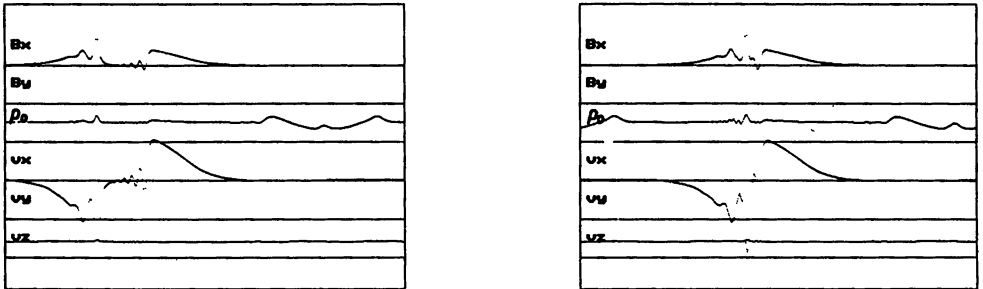


Рис. 7. Эволюция “быстрого” и “медленного” возмущения. Сближение (а, время в пути 16,5с), столкновение (б, время в пути 18 с) “быстрого” и “медленного” возмущений. Осцилляции фронтов и трансформация в магнитоэзвуковые волны.

Определение характерных размеров возникающих альвеновских волновых образований позволяет оценить характерные частоты колебаний, которые могут быть зарегистрированы приёмниками в плазме. Оценки параметров этих осцилляций в лабораторной (спутниковой) системе координат дают длины образующихся волн  $\lambda^+ = 1,1 \cdot 10^7$  см,  $\lambda^- = 5,9 \cdot 10^6$  см и частоты

$$f^+ = \frac{V_0 + V_A}{\lambda^+} \sim f^- = \frac{V_0 - V_A}{\lambda^-} \sim 3 \text{ [Гц]}.$$

Это означает, что в солнечном ветре возможна эффективная генерация низкочастотных волн, обеспеченная энергией его потока. Частичная трансформация возникающих волн в магнитный звук может объяснить высокий процент магнитоэзвуковой возмущенности в солнечном ветре [8], несмотря на работающий здесь механизм затухания Ландау.

Нетрудно видеть (рис. 8), что столкновение “быстрого” и “медленного” ведет к рождению достаточно интенсивной крайне низкочастотной медленной магнитоэзвуковой волны.

## ВЫВОДЫ

В работе рассмотрен нелинейный режим распространения МГД волн в движущейся плазме. Используется компьютерная программа, позволя-

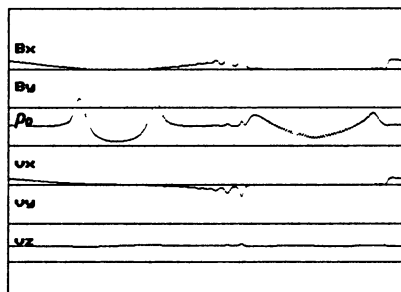


Рис. 8. Появление (время в пути 28 с) интенсивной медленной магнитозвуковой волны (\*\*) после столкновения “быстрого” и “медленного” возмущения (медленная магнитозвуковая волна (\*) осталась от разделения заданного возмущения на “быстрое” и “медленное”).

Ющая осуществлять модельные вычислительные эксперименты по исследованию одномерных уравнений магнитной гидродинамики для параметров, соответствующих межпланетной плазме. Показано, что снос среды и диссипативные процессы являются конкурирующими факторами в отношении устойчивости нелинейных МГД волн. Наряду с результатами, качественно соответствующими квазилинейным представлениям о трансформации МГД волн различных типов, проанализирован случай сильной нелинейности, где традиционная классификация волн неадекватна. Изучены перенос “быстрого” и “медленного” альвеновского возмущения и их столкновение. Возникающая при этом эволюция возмущений ведёт к образованию осцилляций формирующегося фронта, к волновой трансформации их в медленный магнитный звук и может объяснять значительную долю магнитной возмущённости в солнечном ветре.

Рассмотренная динамика крупномасштабных магнитных возмущений в солнечном ветре свидетельствует о влиянии потока на генерацию низкочастотных МГД возмущений. Результаты сравнительного анализа переноса заданного возмущения в неподвижной [9] и движущейся среде подтверждают, что движение среды способствует возникновению неустойчивых динамических режимов.

Проведенное исследование показало эффективность вычислительного моделирования нелинейных процессов в магнитогидродинамической плазме, которое может стать мощным инструментом в создании глобальной картины солнечно-земных связей.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (Проект № 94-023-06108).



## ЛИТЕРАТУРА

1. Barkhatov N. A. // *Advances in Space Research*, 1995. V. 17. № 4/5. P. 331.
2. Yu-Qing Lou. // *J. Geoph. Res.*, 1993. V. 98. № A3. P. 3563.
3. Batchelor G. K. *The theory of homogeneous turbulence*. — Cambridge: Univ. Press, 1960.
4. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. *Волновые явления в ионосфере и космической плазме*. — М.: Наука, 1984. — 392 с.
5. Readhead A. C. S., Kemp M. C., and Hewish A. // *Monthly Notices Res. Astr. Soc.*, 1978. V. 185. P. 207.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Гидродинамика*. — М.: Наука, 1986. — 733 с.
7. Cohen R. H. and Kulsrud R. M. // *Phys. Fluids*, 1974. V. 17. № 12. P. 2215.
8. Sari J. W. and Valley G. C. // *J. Geophys. Res.*, 1976. V. 81. № 31. P. 5489.
9. Barkhatov N. A. and Belliustin N. S. *Nonlinear transformation of solar wind Alfvén waves*. // *Annales Geophysicae*, 1996 (in press).

Нижегородский педагогический  
университет

Поступила в редакцию  
29 ноября 1995 г.

## NONLINEAR TRANSFORMATION OF MAGNETOHYDRODYNAMIC WAVES IN RUNNING PLASMA

*N. A. Barkhatov, N. S. Belliustin*

The space-time dynamics of low-frequency formations in a moving plasma on the basis of the magnetohydrodynamic (MHD) concept has been investigated. For this purpose a special computer program has been developed which realizes MHD equations in one-dimensional approximation and can carry out computer simulations in a dialog mode. During the simulations we have considered both the cases of "weak nonlinearity" when the observed dynamic processes permit the quasilinear approach in terms of Alfvén and magnetoacoustic waves with their interaction and the strong nonlinearity modes where the quasilinear approach is senseless. New results have been obtained on the impact of the medium shift on the form of a shock wave and oscillations arising near it. The medium shift movement promotes the development of the shock wave instability and other dynamic modes.

## ПРОСТРАНСТВЕННО ОДНОРОДНЫЕ АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ — ГЛОБАЛЬНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕНОСОМ И ДИФФУЗИЕЙ

В. Н. Белых, Н. Н. Веричев

В работе проведено исследование пространственно однородных автоволновых процессов в обобщённой модели активной среды. Данные процессы интерпретируются как глобальная синхронизация в цепочке дискретных динамических систем, являющейся дискретным аналогом распределенной системы. Получены достаточные условия глобальной синхронизации при различных типах связи. Результат аналитического исследования иллюстрируется численным экспериментом, проведенным для цепочки контуров с индивидуальной хаотической динамикой.

1. Автоволновые процессы для широкого класса физических, биологических, химических и других систем моделируются дифференциальными уравнениями вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= -f(x) + a^\top y + g(t) + k \frac{\partial x}{\partial s} + d \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}, \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= By + bx + q(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $x$  — скаляр,  $y$  — столбец  $(y_1, \dots, y_n)$ ,  $B$  — постоянная Гурвицева (устойчивая матрица),  $a, b$  — “ $1 \times n$ ”-постоянные векторы, “ $\top$ ” — символ транспонирования,  $k, d$  — коэффициенты переноса и диффузии,  $g(t)$  — скалярная,  $q(t)$  — “ $1 \times n$ ” векторная ограниченные функции:  $\|g\| < N$ ,  $\|q(t)\| < M$ ,  $s$  — пространственная координата,  $s \in [0, L]$ . Предполагается, что функции  $g(t)$  и  $q(t)$  могут быть любыми, в том числе и реализациями случайного процесса.

Примерами названных систем являются отрезки нелинейных длинных линий, нервные волокна, распределённые химические системы с автокатализом [1] и др. Уравнения (1) можно считать обобщением известных базовых моделей: при  $a \equiv 0, k = 0, g(t) \equiv 0$  (1) — уравнения Колмогорова–Петровского–Пискунова (КПП); при  $n = 1, k = 0, g(t) \equiv 0, q(t) \equiv 0$  — уравнения Фитц–Хью–Нагумо [2, 3]; при  $k = d = 0, g(t) \equiv 0, q(t) \equiv 0, n = 2$  — модели контуров Чуа [4] и т.д. По этой причине не будем пока

акцентировать внимание на физическом смысле переменных и параметров.

Пространственно однородные — наиболее доступный для исследования класс процессов. В этом случае  $\frac{\partial x}{\partial s} \equiv 0$ ,  $\frac{\partial y}{\partial s} \equiv 0$ ,  $\frac{\partial x}{\partial t} \equiv \frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial t} \equiv \frac{dy}{dt}$  и  $x(s, t) = x^*(t)$ ,  $y(s, t) = y^*(t)$  — решение соответствующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Если предполагать, что динамические свойства этой системы известны, то остаётся открытым лишь вопрос устойчивости её решений в пространстве системы (1). Такая задача для системы (1) представляется сложной и в данной работе не рассматриваются. Ниже рассматривается задача устойчивости пространственно однородных процессов в конечно-разностной модели системы (1).

2. Следуя методу конечных разностей, далее вместо (1) будем рассматривать систему:

$$\dot{x}_k = -f(x_k) + a^T y_k + \varepsilon_1(x_{k-1} - x_k) + \varepsilon_2(x_{k+1} - x_k) + g(t), \quad (2)$$

$$\dot{y}_k = B y_k + b x_k + q(t), \quad k = \overline{1, N},$$

с граничными условиями:  $x_0 \equiv x_1$ ,  $x_N \equiv x_{N+1}$ . Здесь  $\varepsilon_1 = \frac{k}{h} + \frac{d}{h^2}$ ,  $\varepsilon_2 = \frac{d}{h^2}$ ,  $h$  — шаг дискретизации.

Нетрудно заметить, что система (2) имеет интегральное многообразие  $D = \{x_i = x_{i+1}, y_i = y_{i+1}, i = \overline{1, N}\}$ , поскольку из  $(x_k(0), y_k(0)) \in D$  следует  $(x_k(t), y_k(t)) \in D$ ,  $t > 0$ . Интересующие нас процессы соответствуют решениям системы (2), лежащим на интегральном многообразии  $D = \{x_i = x_{i+1}, y_i = y_{i+1}, i = \overline{1, N}\}$ . С другой стороны, если уравнения (2) интерпретировать как ансамбль из  $N$  взаимодействующих систем, каждая из которых описывается уравнениями

$$\dot{x} = -f(x) + a^T y + g(t), \quad (3)$$

$$\dot{y} = B y + b x + q(t),$$

то указанные решения соответствуют синфазной синхронизации этих систем. Таким образом, поставленная задача сводится к исследованию устойчивости многообразия  $D$  — синхронизации  $N$  взаимосвязанных систем [5].

3. Будем предполагать, что нелинейная функция в системе (3) является гладкой (кусочно гладкой) и удовлетворяет неравенству  $xf(x) \geq mx^2 - l$  на всей числовой прямой.  $m, l$  — некоторые положительные постоянные, порядок выбора которых обсудим ниже. Данное

условие выполняется для большого числа прикладных задач (достаточно вспомнить вольт-амперные характеристики туннельных диодов и др. элементов).

Введем в рассмотрение вспомогательную линейную систему:

$$\dot{u} = Au, \quad (4)$$

$$u = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -m & a^T \\ b & B \end{pmatrix}.$$

Относительно (4) будем предполагать:

1) Состояние равновесия  $u = 0$  асимптотически устойчиво в целом.

2) Производная функции Ляпунова вида  $V = \frac{1}{2}(x^2 + y^T H y)$ , вычисленная в силу системы (4):

$$\dot{V} = -mx^2 + (Hb + a)xy + y^T H B y = -Q(x, y), \quad -$$

отрицательно определена во всём фазовом пространстве.  $H$  — некоторая положительная симметричная матрица.

Параметр  $m$  будем выбирать минимальным из тех значений, для которых выполняются свойства системы (4). Такой выбор имеет простой физический смысл:  $m$  — минимальное активное сопротивление, заменяющее нелинейный элемент, при котором соответствующая линейная система приобретает свойство абсолютной устойчивости. На языке фазового пространства такой выбор определяет поверхность без контакта линейной системы (4).  $V = \text{const} = C(m_{\min})$ , являющуюся границей шара диссипации автономной (т.е. при  $g(t) \equiv 0$ ,  $q(t) \equiv 0$ ) нелинейной системы (3).

Указанных выше общих требований, накладываемых на парциальную систему достаточно, чтобы сформулировать и доказать (см. приложение) следующие утверждения относительно интересующих нас свойств системы (2).

**Теорема.** Пусть  $\lambda_0 = \inf_{x_k \in R} f'(x_k)$ ,  $x_k f(x_k) \geq mx_k^2 - l$ ,  $x_k \in R$ , и выполнены условия 1), 2) для системы (4). Тогда

1) при  $\varepsilon_2 = 0$ ,  $\varepsilon_1 > m - \lambda_0$  и сколь угодно большом  $N$ ;

2) а) при  $\varepsilon_2 \neq 0$ ,  $0 < \nu < 1$ ,  $N \leq N_0 = [\pi/\arccos \nu]$ ,

$$\nu = \frac{\lambda_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - m}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2};$$

б) при  $\varepsilon_2 \neq 0$ ,  $\nu \geq 1$  и сколь угодно большом  $N$

все аттракторы системы (2) лежат на асимптотически устойчивом, в целом, интегральном многообразии  $D = \{x_i = x_{i+1}, y_i = y_{i+1}, i = \overline{1, N}\}$  движения, на котором определяются системой (3).

Таким образом, в случае однонаправленной связи между парциальными колебательными системами ( $\epsilon_2 = 0$ ) при  $\epsilon_1 > m - \lambda_0$  в цепочке (2) со сколь угодно большим числом элементов, при любом начальном условии с течением времени устанавливается режим глобальной синхронизации (глобальная синхронизация — синхронизация всех подсистем при любых начальных условиях). Если считать, что рассматриваемая разностная схема адекватна исходной системе уравнений (1), то возможна следующая интерпретация полученных результатов. В отсутствие диффузии ( $\alpha = 0$ ), начиная с определённого значения коэффициента переноса  $k^*$ , при  $k > k^*$  в отрезке распределённой линии сколь угодно большой протяжённости  $L$  устанавливается однородное поле. Временной характер этого поля может быть каким угодно: как регулярным, так и хаотическим, в зависимости от колебательных свойств системы (3) и характера неавтономных воздействий  $g(t)$  и  $q(t)$ .

При наличии диффузии ( $\epsilon_2 \neq 0$ ), при  $0 < \nu < 1$  условия устойчивости глобальной синхронизации являются более жёсткими. В этом случае в синхронизм вовлечено ограниченное число ( $N_0$ ) парциальных систем. То есть, пространственно однородное поле устанавливается в ограниченном отрезке  $L = L_0(N_0)$  длинной линии.

**4. Пример.** На рис.1 изображена цепочка диссипативно связанных нелинейных контуров Чуа.

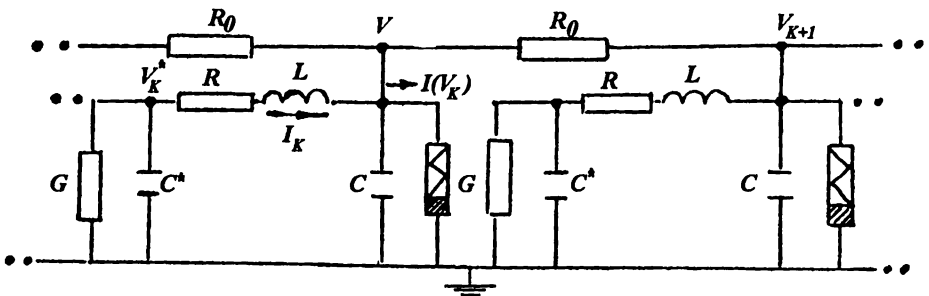


Рис. 1.

В физических переменных и параметрах, смысл которых понятен из рисунка, цепочка описывается уравнениями

$$C \dot{V}_k = I_k - I(V_k) + \frac{V_{k-1} - V_k}{R_0} - \frac{V_k - V_{k+1}}{R_0},$$

$$LI_k = -RI_k + V_k^* - V_k,$$

$$C^* \dot{V}_k^* = -I_k - GV_k^*, \quad k = \overline{1, N}.$$

Здесь  $I(V_k)$  — вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента.

Относительно безразмерных переменных и параметров:

$$V_k = V_0 x_k, \quad I_k = I_0 y_k, \quad V_k^* = V_0^* z_k,$$

$$\frac{R}{L} t = \tau, \quad \frac{L}{C R^2} = \alpha, \quad \frac{L}{C^* R^2} = \beta, \quad \frac{G L}{C^* R} = \gamma,$$

$$\frac{L}{C R R_0} = \varepsilon, \quad \frac{\alpha I(V_0 x_k)}{I_0} = f(x_k),$$

получаем следующую систему:

$$\dot{x}_k = -f(x_k) + \alpha y_k + \varepsilon(x_{k-1} - 2x_k + x_{k+1}),$$

$$\dot{y}_k = -y_k + z_k - x_k, \quad (5)$$

$$\dot{z}_k = -\beta y_k - \gamma z_k, \quad k = \overline{1, N},$$

с граничными условиями  $x_0 \equiv x_1$ ,  $x_N \equiv x_{N+1}$ . Идеализированная ВАХ нелинейного элемента записывается следующим образом:

$$f(x) = m_1 x - \frac{(m_0 + m_1)}{2} [|x + 1| - |x - 1|],$$

$m_0, m_1$  — положительные параметры.

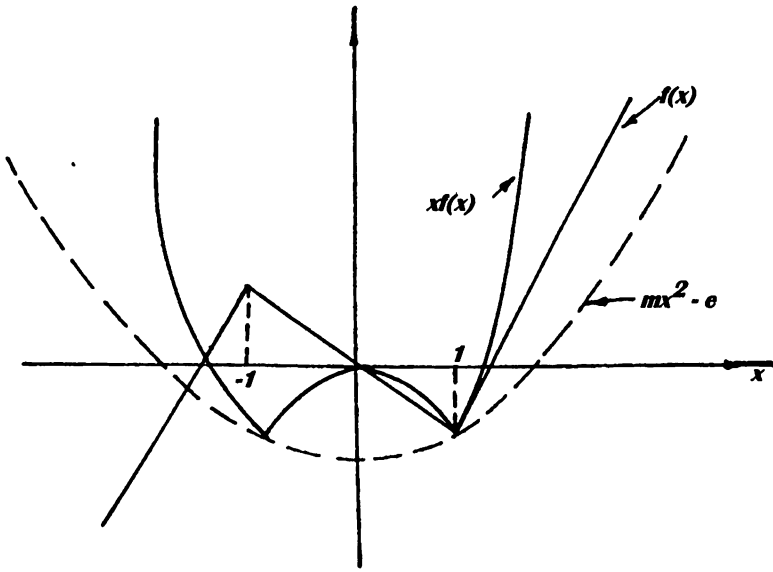


Рис. 2.

На рис. 2 графически иллюстрируется выполняемость используемого выше условия:  $x f(x) \geq m x^2 - l$ . Заметим, что  $\lambda_0 = \inf_{x \in R} f'(x) = -m_0 < 0$ . Проиллюстрируем выполнимость условий (4) для парциальной подсистемы из системы (5) ( $\varepsilon = 0$ ) — т.е. для изолированного контура. Пусть  $f(x) = m x$  (индекс "k" опущен). Рассмотрим функцию Ляпунова  $V = \frac{1}{2}x^2 + \frac{\alpha}{2}y^2 + \frac{\alpha}{\lambda\beta}z^2$ . Её производная в направлении векторного поля (5) имеет вид:  $\dot{V} = -\left(mx^2 + \alpha y^2 + \frac{\alpha\gamma}{\beta}z^2\right) \leq 0$ . То есть состояние равновесия  $O(0,0,0)$  асимптотически устойчиво в целом. Заметим, что положительный параметр  $m$  в данном случае может быть выбран сколь угодно малым.

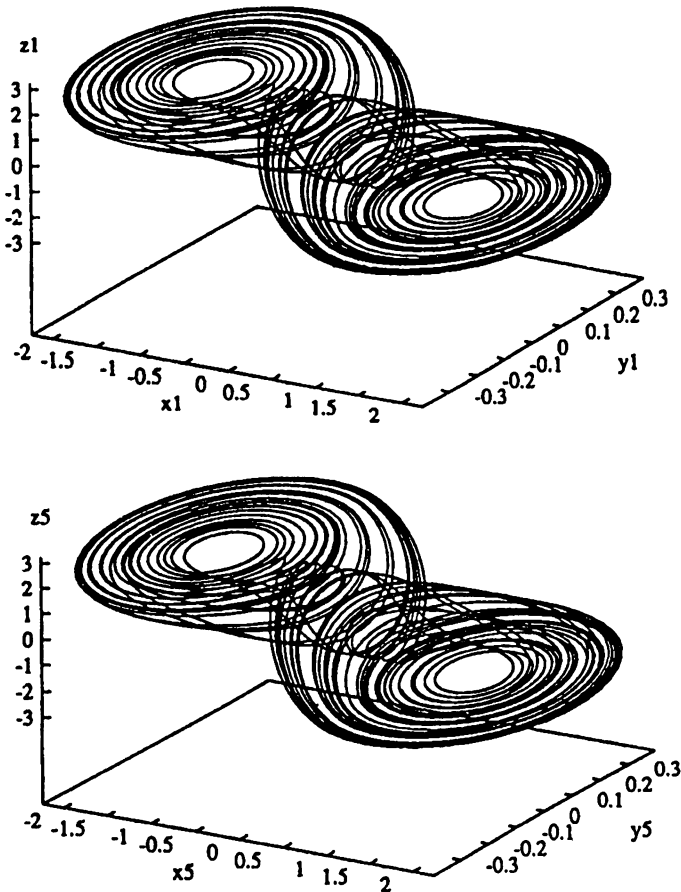


Рис. 3. а) — странный аттрактор, реализующийся в первом контуре, б) — в пятом.

Движения в контурах цепи являются синхронизованными.

Таким образом, при  $\varepsilon > \frac{m_0}{2}$  в цепочке, состоящей из  $N$  контуров ( $N \leq N_0 = [\pi/\arccos\nu]$ , где  $\nu = \frac{2\varepsilon - m_0}{2\varepsilon}$ ), при любом начальном условии устанавливается взаимная синфазная синхронизация. Заметим, что если  $\varepsilon \Rightarrow \infty$ , то и  $N_0 \Rightarrow \infty$ .

Нелинейный контур Чуа является одной из канонических динамических систем со странными аттракторами. На рис. 3 иллюстрируется режим синхронизации хаотических автоколебаний в цепочке из  $N = 5$  контуров. (Численный эксперимент:  $\{\alpha, \beta, \gamma, m_1, m_0, \varepsilon\} = \{9, 14\frac{2}{7}, \frac{1}{100}, \frac{2}{7}, \frac{1}{7}, 1\}$ ).

**Приложение. Теорема. Доказательство.** Преобразуем систему (2) к переменным  $X_k = x_k - x_{k+1}$ ,  $Y_k = y_k - y_{k+1}$

$$\dot{X}_k = -\lambda_k(\zeta_k)X_k + a^\top Y_k + \varepsilon_1(X_{k-1} - X_k) + \varepsilon_2(X_{k+1} - X_k), \quad (6)$$

$$\dot{Y}_k = BY_k + bX_k, \quad k = \overline{1, N-1},$$

Здесь  $\lambda_k = f'(\zeta_k)$ ,  $\zeta_k \in [x_k, x_{k+1}]$  (Теорема Лагранжа) и граничные условия:  $X_0 \equiv 0$ ,  $X_N \equiv 0$ .

1. Пусть  $\varepsilon_2 = 0$ . Тогда в силу граничного условия  $X_0 \equiv 0$  первая подсистема ( $k = 1$ ) независима. Её состояние равновесия ( $X_1 = 0$ ,  $Y_1 = 0$ ) асимптотически устойчиво в целом, если  $\varepsilon_1 > m - \lambda_0$ . Действительно, для производной функции Ляпунова  $V_1 = \frac{1}{2}(x_1^2 + y_1^\top Hy_1)$ , вычисленной в силу первых двух уравнений (6), имеем выражение:

$$\dot{V}_1 = -Q(x_1, y_1) - (\lambda_1 - m + \varepsilon_1)x_1^2 \leq -[Q(x_1, y_1) + (\varepsilon_1 + \lambda_0 - m)x_1^2] \leq 0,$$

$\forall x_1, y_1 \in R^{n+1}$ , если  $\varepsilon_1 > m - \lambda_0$ . Таким образом,  $\|x_1\| < M_1 e^{-\mu_1 \tau}$ ,  $M_1, \mu_1 > 0$ . Запишем систему (6) в виде:

$$\dot{Z}_k = A_k(\tau)Z_k + \varepsilon Z_{k-1}(\tau), \quad (*)$$

где

$$Z_k = \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}, \quad A_k(\tau) = \begin{pmatrix} -\lambda_k(\tau) - \varepsilon_1 & a^\top \\ B & b \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что если  $\varepsilon_1 > m - \lambda_0$ , то матрица  $A_k(\tau)$  устойчива при любом  $k$ . Пусть  $k = 2$ . Тогда, в силу устойчивости  $A_2(\tau)$  и того, что возмущение  $\|Z_1\| \leq M_1 e^{-\mu_1 \tau}$ , получаем, что  $\|Z_k\|_{k=2} \leq M_k e^{-m_k \tau}$ . То есть  $Z_2 = 0$  — асимптотически устойчиво. Далее рассуждения повторяются для всех



$k = \overline{1, N}$ . Таким образом, решение  $Z_k = 0$  уравнения (\*) асимптотически устойчиво в целом, а следовательно, устойчиво и многообразие  $D$  при сколь угодно большом значении  $N$ .

2. Пусть  $\varepsilon_2 \neq 0$ . Рассмотрим функцию Ляпунова  $V = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (x_k^2 + y_k^\top H y_k)$ .

Нетрудно убедиться, что её производная, вычисленная в силу системы (6), удовлетворяет неравенству

$$\dot{V} \leq - \sum_{k=1}^{N-1} Q_k(x_k, y_k) - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (2\nu x_k^2 - 2x_k x_{k+1}),$$

где  $\nu = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - m + \lambda_0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ . Производная  $\dot{V}$  неположительна во всем фазовом пространстве, если квадратичная форма  $P = \sum_{k=1}^{N-1} (2\nu x_k^2 - 2x_k x_{k+1})$  является знакоположительной.

Значения главных миноров  $\Delta_k$  матрицы квадратичной формы  $P$

$$\begin{pmatrix} 2\nu & -1 & 0 & & & & & & & & \\ -1 & 2\nu & -1 & & & & & & & & 0 \\ 0 & -1 & 2\nu & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & 2\nu & -1 & 0 & & & & \\ & 0 & & & -1 & 2\nu & -1 & & & & \\ & & & & 0 & -1 & 2\nu & & & & \end{pmatrix}$$

являются решениями рекуррентного уравнения

$$\Delta_k = 2\nu \Delta_{k-1} - \Delta_{k-2}, \quad \Delta_0 \equiv 1, \quad \Delta_{-1} \equiv 0, \quad k = \overline{1, N-i}.$$

а) Если  $0 < \nu < 1$ , то данное уравнение имеет решение

$$\Delta_k = \frac{\sin(k+1)\Theta}{\sin\Theta}, \quad \text{где } \Theta = \arccos\nu.$$

Отсюда немедленно получаем, что при  $N \leq N_0 = [\pi/\arccos\nu]$  значения  $\Delta_k > 0$ ,  $k = \overline{1, N-i}$ . То есть, квадратичная форма  $P(\cdot)$  знакоположительна во всем фазовом пространстве, что означает, что тривиальное решение (6), а следовательно, и интегральное многообразие  $D$  системы (2) асимптотически устойчивы в целом. На многообразии система (2) распадается на  $N$  систем вида (3), т.е. все аттракторы (2) являются аттракторами системы (3).

б) Если  $\nu > 1$ , то рекуррентное уравнение имеет решение

$$\Delta_k = \frac{(\nu + \sqrt{\nu^2 - 1})^{k+1}}{2\sqrt{\nu^2 - 1}} - \frac{(\nu - \sqrt{\nu^2 - 1})^{k+1}}{2\sqrt{\nu^2 - 1}}, \quad k = \overline{1, N-i}.$$

Отсюда получаем, что все миноры квадратичной формы  $P(\cdot)$  знакоположительны при сколь угодно большом значении  $N$ , что доказывает и вторую часть теоремы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Автоволновые процессы в системах с диффузией. Сб. научных трудов. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
2. Колмогоров А. Н., Петровский И. Е., Пискунов Н. С. — В кн.: Вопросы кибернетики. — М.: Изд-во АН СССР, 1975. Вып. 12. С. 3.
3. Fitz Hugh R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophys. J., 1961. № 1. P. 445.
4. Chua L. O., Komuro M., and Matsumoto T. The double scroll family // IEEE Trans. Circuits Syst., 1986. V. CAS-33. P. 1073.
5. Belykh V. N., Verichev N. N., Kocarev L. J., and Chua L. O. // Journal of circuits, systems, and computers, June 193. V. 3. № 2. P. 579.

Волжская государственная  
академия водного транспорта,  
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию  
22 июня 1995 г.

#### SPATIALLY UNIFORM AUTO-OSCILLATING PROCESSES: GLOBAL SYNCHRONIZATION IN SYSTEMS WITH TRANSFER AND DIFFUSION

*V. N. Belykh, N. N. Verichev*

The spatially uniform auto-oscillating processes in a generalized model of the active medium have been studied. These processes are interpreted as a global synchronization in a chain of discrete dynamic systems which is a discrete analogue of a distributed system. We have obtained the sufficient conditions of the global synchronization for different types of coupling. The analytical result is illustrated by the simulation carried out for a chain of circuits with individual chaotic dynamics.

УДК 532.591

## О ВЕРОЯТНОСТНЫХ СВОЙСТВАХ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ ХАОТИЧЕСКИ ДВИЖУЩЕЙСЯ НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ

*И. С. Жукова, А. И. Саичев*

Изучены статистические свойства градиента поля плотности пассивной примеси в хаотически движущейся среде. Получено выражение для поля относительного изменения градиента. Показано, что моменты и практически все реализации поля относительного изменения градиента экспоненциально растут с течением времени.

### 1. В В Е Д Е Н И Е

Изучение эволюции случайного поля пассивной примеси в хаотически движущихся средах привлекает повышенное внимание исследователей (см., например, [1–3]). Это вызвано тем, что знание статистических свойств пассивной примеси важно при решении самых различных прикладных задач, к примеру, при анализе загрязнения атмосферы и океана. При этом в большинстве работ, посвященных изучению процессов переноса и диффузии пассивной примеси, обычно ограничиваются попытками вывода уравнений для её средней плотности или анализом диффузии выделенной частицы примеси [4–8]. Однако указанные характеристики не способны описать многие важные особенности полей плотности пассивной примеси. К примеру, возникновение сложной слоистой структуры пассивной примеси, плотность которой резко меняется при перемещении точки наблюдения на незначительные расстояния. Более адекватно эти и многие другие свойства полей пассивной примеси описываются их вероятностными характеристиками, анализу которых, в пренебрежении влиянием молекулярной диффузии, и посвящена эта статья.

### 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Хотя в несжимаемой среде отсутствуют сжатия и растяжения, ответственные за флуктуации плотности в сжимаемой среде, при несжимаемом хаотическом движении первоначально гладкие профили плотности становятся всё более изрезанными вследствие того, что первоначально близкие

частицы примеси разбегаются, а далёкие могут оказаться вблизи друг от друга. В итоге, участки среды с сильно отличающимися плотностями примеси могут соседствовать, приводя к резким перепадам плотности в близких точках. Попытаемся количественно описать подобную нарастающую пространственную изрезанность полей плотности в хаотически движущейся несжимаемой среде. Для простоты ограничимся двумерным случаем, когда компоненты поля скорости следующим образом выражаются через функцию тока  $\psi(\mathbf{x}, t)$ :

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad v_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad (1)$$

статистические свойства которой будем считать известными. Изрезанность реализаций поля плотности в пространстве количественно характеризуется, например, градиентом поля плотности  $\vec{\nabla}_{\mathbf{x}} \rho(\vec{\mathbf{x}}, t)$ . Исследуем его статистические свойства. Для этого вспомним, что поле плотности задаётся в несжимаемой среде выражением:

$$\rho(\vec{\mathbf{x}}, t) = \rho_0(\vec{Y}(\vec{\mathbf{x}}, t)), \quad (2)$$

где  $\rho_0(\vec{\mathbf{x}})$  — начальный детерминированный профиль плотности, а  $\vec{y} = \vec{Y}(\vec{\mathbf{x}}, t)$  — закон преобразования эйлеровых в лагранжевы координаты. В итоге получим:

$$\vec{\nabla}_{\mathbf{x}} \rho = \vec{e}_1 \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial y_1} j_{11} + \frac{\partial \rho_0}{\partial y_2} j_{21} \right) + \vec{e}_2 \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial y_1} j_{12} + \frac{\partial \rho_0}{\partial y_2} j_{22} \right). \quad (3)$$

Здесь  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  — орты эйлеровой системы координат, а  $j_{lm}$  — компоненты тензора перехода от лагранжевых к эйлеровым координатам

$$j_{lm} = \frac{\partial \vec{Y}_1(\vec{\mathbf{x}}, t)}{\partial x_m}, \quad l, m = 1, 2. \quad (4)$$

Статистические свойства градиента (3) удобнее всего исследовать в лагранжевой системе координат. По этой причине выразим входящие в (3)  $j_{lm}(\vec{\mathbf{x}}, t)$  через компоненты тензора перехода от эйлеровых к лагранжевым координатам

$$J_{lm}(\vec{y}, t) = \frac{\partial X_l(\vec{y}, t)}{\partial y_m}. \quad (5)$$

Продифференцировав для этого очевидное векторное тождество  $\vec{\mathbf{x}} = \vec{X}(\vec{Y}(\vec{\mathbf{x}}, t), t)$  по  $x_1$  и  $x_2$  и разрешив полученные уравнения относительно  $j_{lm}$ , будем иметь

$$j_{11} = J_{22}/J, \quad j_{22} = J_{11}/J, \quad j_{12} = -J_{12}/J, \quad j_{21} = -J_{21}/J. \quad (6)$$

Подставив (6) в (3) и приняв во внимание, что в рассматриваемом случае несжимаемой среды  $J = 1$ , получим

$$\vec{\nabla}_{\mathbf{x}}\rho = |\vec{\nabla}_{\mathbf{y}}\rho_0|(\vec{\mathbf{e}}_1 J_1 + \vec{\mathbf{e}}_2 J_2), \quad (7)$$

где  $|\vec{\nabla}_{\mathbf{y}}\rho_0|$  — начальный модуль градиента плотности в точке  $\vec{y}$ ,

$$J_1(\vec{y}, t, \theta_0) = J_{22} \cos \theta_0 - J_{21} \sin \theta_0, \quad (8)$$

$$J_2(\vec{y}, t, \theta_0) = J_{11} \sin \theta_0 - J_{12} \cos \theta_0,$$

а  $\theta_0$  — угол между осью  $y_1$  и начальным направлением градиента. Нетрудно показать, что в лагранжевой системе координат случайные поля  $J_1, J_2$  (8) удовлетворяют следующей системе стохастических уравнений

$$\begin{cases} \frac{dJ_2}{dt} = \delta J_2 - \beta J_1 & J_1(\vec{y}, t = 0, \theta_0) = \cos \theta_0, \\ \frac{dJ_1}{dt} = -\delta J_2 + \gamma J_2 & J_2(\vec{y}, t = 0, \theta_0) = \sin \theta_0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь использованы обозначения:

$$\delta(\vec{x}, t) = \frac{\partial^2 \psi(\vec{x}, t)}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad \beta(\vec{x}, t) = \frac{\partial^2 \psi(\vec{x}, t)}{\partial x_2^2}, \quad \gamma(\vec{x}, t) = \frac{\partial^2 \psi(\vec{x}, t)}{\partial x_1^2}. \quad (9')$$

В свою очередь представим решения уравнения (9) в виде

$$J_1 = e^x \cos \theta, \quad J_2 = e^x \sin \theta, \quad (10)$$

тогда выражение для градиента (7) примет особенно наглядный вид

$$\vec{\nabla}_{\mathbf{x}}\rho = |\vec{\nabla}_{\mathbf{y}}\rho_0|g\vec{n}, \quad (11)$$

где

$$g(\vec{y}, t, \theta_0) = e^x = |\vec{\nabla}_{\mathbf{x}}\rho|/|\vec{\nabla}_{\mathbf{y}}\rho_0| \quad (12)$$

относительное изменение величины градиента, а

$$\vec{n} = \vec{\mathbf{e}}_1 \cos \theta + \vec{\mathbf{e}}_2 \sin \theta \quad (13)$$

единичный вектор, описывающий флуктуации направления вектора градиента с течением времени. Из (9), (10) следует, что  $\chi$  и  $\theta$  удовлетворяют стохастическим уравнениям:

$$\begin{cases} \frac{d\chi}{dt} = -\delta \cos 2\theta + \mu \sin 2\theta, & \chi(\vec{y}, t = 0, \theta_0) = 0, \\ \frac{d\theta}{dt} = \delta \sin 2\theta + \mu \cos 2\theta - \nu, & \theta(\vec{y}, t = 0, \theta_0) = \theta_0. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь введены новые обозначения

$$\nu = \frac{1}{2}(\gamma + \beta), \quad \mu = \frac{1}{2}(\gamma - \beta). \quad (15)$$

При статическом анализе полей  $\chi$  и  $\theta$  будем считать функцию тока  $\psi(\vec{x}, t)$  гауссовой, статистически изотропной в пространстве и стационарной во времени с известной корреляционной функцией. В диффузионном приближении, которым мы воспользуемся, в уравнение для статистических характеристик упомянутых полей войдет коэффициент  $B$ , определённый следующим равенством:

$$\int_{-\infty}^0 \langle \psi(\vec{x}, t) \psi(\vec{x} + \vec{s}, t + \tau) \rangle d\tau = \dots + \frac{B}{8}(s_1^2 + s_2^2)^2 - \dots, \quad (16)$$

где  $s_1, s_2$  — компоненты вектора  $\vec{s}$ .

Покажем, что совместное вероятностное распределение случайных полей  $\chi$  и  $\theta$

$$f(\chi, \theta; t, \theta_0) = \langle \delta(\chi(\vec{y}, t, \theta_0) - \chi) \delta(\theta(\vec{y}, t, \theta_0) - \theta) \rangle \quad (16')$$

в диффузионном приближении [9] подчиняется уравнению:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = B \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \chi^2} - 2 \frac{\partial f}{\partial \chi} + 3 \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right), \quad f(\chi, \theta; t = 0, \theta_0) = \delta(\chi) \delta(\theta - \theta_0).$$

Для этого введём функцию

$$\varphi(\chi, \theta, t, \theta_0) = \delta(\chi(\vec{y}, t, \theta_0) - \chi) \delta(\theta(\vec{y}, t, \theta_0) - \theta),$$

удовлетворяющую уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \chi} \left[ \varphi \frac{\partial \chi}{\partial t} \right] - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \varphi \frac{\partial \theta}{\partial t} \right].$$

Усреднив его, получим уравнение для совместного вероятностного распределения  $f(\chi, \theta; t, \theta_0) = \langle \varphi(\chi, \theta; t, \theta_0) \rangle$ . Согласно (14)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & \cos 2\theta \frac{\partial}{\partial \chi} \langle \varphi \delta \rangle - \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \chi} \langle \varphi \mu \rangle - \sin 2\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \varphi \delta \rangle - \\ & - 2 \cos 2\theta \langle \varphi \delta \rangle - \cos 2\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \varphi \mu \rangle + 2 \sin 2\theta \langle \varphi \mu \rangle + \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \varphi \delta \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Пользуясь формулой Фурутцу-Новикова [10], преобразуем входящие в (17) средние к виду

$$\begin{aligned}
 \langle \varphi \mu \rangle &= - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\mu \frac{\partial}{\partial \chi} \left\langle \frac{\partial \chi(\vec{y}', t)}{\delta \mu(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle - \\
 &\quad - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\mu \frac{\partial}{\partial \theta} \left\langle \frac{\partial \theta(\vec{y}', t)}{\delta \mu(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle, \\
 \langle \varphi \delta \rangle &= - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\delta \frac{\partial}{\partial \chi} \left\langle \frac{\partial \chi(\vec{y}', t)}{\delta \delta(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle - \\
 &\quad - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\delta \frac{\partial}{\partial \theta} \left\langle \frac{\partial \theta(\vec{y}', t)}{\delta \delta(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle, \\
 \langle \varphi \nu \rangle &= - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\nu \frac{\partial}{\partial \chi} \left\langle \frac{\partial \chi(\vec{y}', t)}{\delta \nu(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle - \\
 &\quad - \int d\vec{y}' \int_0^t d\tau B_\nu \frac{\partial}{\partial \theta} \left\langle \frac{\partial \theta(\vec{y}', t)}{\delta \nu(\vec{y}', \tau)} \varphi \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Функционально дифференцируя уравнения (14) соответственно по  $\mu(\vec{y}', \tau)$ ,  $\delta(\vec{y}', \tau)$ ,  $\nu(\vec{y}', \tau)$ , найдём уравнения для входящих в (18) вариационных производных

$$\begin{cases}
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \chi}{\delta \mu} = - \cos 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \mu} + 2\delta \sin 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \mu} + \sin 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \mu} + 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \mu}, \\
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \theta}{\delta \mu} = \sin 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \mu} + 2\delta \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \mu} + \cos 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \mu} - 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \mu} - \frac{\delta \nu}{\delta \mu},
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \chi}{\delta \delta} = - \cos 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \delta} + 2\delta \sin 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \delta} + \sin 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \delta} + 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \delta}, \\
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \theta}{\delta \delta} = \sin 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \delta} + 2\delta \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \delta} + \cos 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \delta} - 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \delta} - \frac{\delta \nu}{\delta \delta},
 \end{cases} \tag{19}$$

$$\begin{cases}
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \chi}{\delta \nu} = - \cos 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \nu} + 2\delta \sin 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \nu} + \sin 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \nu} + 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \nu}, \\
 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta \theta}{\delta \nu} = \sin 2\theta \frac{\delta \delta}{\delta \nu} + 2\delta \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \nu} + \cos 2\theta \frac{\delta \mu}{\delta \nu} - 2\mu \cos 2\theta \frac{\delta \theta}{\delta \nu} - \frac{\delta \nu}{\delta \nu}.
 \end{cases}$$

Пренебрегая, согласно диффузионному приближению, влиянием на решение этих уравнений полей  $\mu$ ,  $\nu$  и  $\delta$ , заменим эти уравнения на следующие с соответствующими начальными условиями при  $t = \tau$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \delta\chi}{\partial t \delta\mu} = 0 \quad \frac{\delta\chi}{\delta\mu} = \sin 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\partial \delta\theta}{\partial t \delta\mu} = 0 \quad \frac{\delta\theta}{\delta\mu} = \cos 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\partial \delta\chi}{\partial t \delta\delta} = 0 \quad \frac{\delta\chi}{\delta\delta} = -\cos 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\partial \delta\theta}{\partial t \delta\delta} = 0 \quad \frac{\delta\theta}{\delta\delta} = \sin 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\partial \delta\chi}{\partial t \delta\nu} = 0 \quad \frac{\delta\chi}{\delta\nu} = 0, \\ \frac{\partial \delta\theta}{\partial t \delta\nu} = 0 \quad \frac{\delta\theta}{\delta\nu} = -\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'). \end{array} \right. \quad (20)$$

Решив системы (20) получаем окончательно

$$\begin{aligned} \frac{\delta\chi}{\delta\mu} &= \sin 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), & \frac{\delta\theta}{\delta\mu} &= \cos 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\delta\chi}{\delta\delta} &= -\cos 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), & \frac{\delta\theta}{\delta\delta} &= \sin 2\theta\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'), \\ \frac{\delta\chi}{\delta\nu} &= 0, & \frac{\delta\theta}{\delta\nu} &= -\delta(\vec{y}(\tau) - \vec{y}'). \end{aligned} \quad (21)$$

Заменив вариационные производные в (18) выражениями (21), будем иметь:

$$\begin{aligned} \langle \varphi\mu \rangle &= - \int d\tau B_\mu \frac{\partial}{\partial\chi}(\sin 2\theta\langle \varphi \rangle) - \int d\tau B_\mu \frac{\partial}{\partial\theta}(\cos 2\theta\langle \varphi \rangle), \\ \langle \varphi\delta \rangle &= - \int d\tau B_\delta \frac{\partial}{\partial\chi}(-\cos 2\theta\langle \varphi \rangle) - \int d\tau B_\delta \frac{\partial}{\partial\theta}(\sin 2\theta\langle \varphi \rangle), \\ \langle \varphi\nu \rangle &= - \int d\tau B_\nu \frac{\partial}{\partial\theta}\langle \varphi \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Корреляционные функции полей  $\mu$ ,  $\delta$ ,  $\nu$ , входящих в (22), согласно (9'), (16), и в используемом здесь диффузионном приближении [10], можно положить равными:

$$B_\mu(\vec{s}, \tau) = B\delta(\tau), \quad B_\delta(\vec{s}, \tau) = B\delta(\tau), \quad B_\nu(\vec{s}, \tau) = 2B\delta(\tau). \quad (23)$$



Подставляя (23) в (22) и используя равенство  $f = \langle \varphi \rangle$ , после вычислений окончательно получим следующие выражения для средних

$$\begin{aligned} \langle \varphi \mu \rangle &= B \left( -\sin 2\theta \frac{\partial f}{\partial \chi} - \cos 2\theta \frac{\partial f}{\partial \theta} + 2 \sin 2\theta f \right), \\ \langle \varphi \delta \rangle &= B \left( \cos 2\theta \frac{\partial f}{\partial \chi} - \sin 2\theta \frac{\partial f}{\partial \theta} - 2 \cos 2\theta f \right), \\ \langle \varphi \mu \rangle &= 2B \frac{\partial f}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя (24) в (17), после несложных вычислений находим, что в диффузионном приближении искомое совместное вероятностное распределение удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} = B \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \chi^2} - 2 \frac{\partial f}{\partial \chi} + 3 \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right) \quad (25)$$

с начальным условием

$$f(\chi, \theta; t = 0, \theta_0) = \delta(\chi) \delta(\theta - \theta_0). \quad (25')$$

Отсюда следует, что случайные поля  $\chi(\vec{y}, t, \theta_0)$ ,  $\theta(\vec{y}, t, \theta_0)$ , интересующее нас прежде всего поле относительного изменения градиента  $g(\vec{y}, t, \theta_0)$ , статистически эквивалентны следующим случайным процессам:

$$\chi(t) = \omega(t) + 2Bt, \quad \theta(t, \theta_0) = \theta_0 + 3\vartheta(t), \quad g(t) = \exp(\omega(t) + 2Bt), \quad (26)$$

где  $\omega(t)$  и  $\vartheta(t)$  статистически независимые винеровские процессы с одинаковыми дисперсиями  $\langle \omega^2(t) \rangle = \langle \vartheta^2(t) \rangle = 2Bt$ .

### 3. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ

Обсудим подробнее вероятностные свойства процесса  $g(t)$ , статистически эквивалентного относительным изменениям градиента плотности пассивной примеси (12). Согласно (26),  $g(t)$  удовлетворяет стохастическому уравнению

$$\frac{dg}{dt} - 2Bg = \xi(t)g, \quad g(0) = 1. \quad (27)$$

Из него следует, что плотность вероятностей процесса  $P(g; t) = \langle \delta(g(t) - g) \rangle$  удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка

$$\frac{\partial}{\partial t} P = -2B \frac{\partial}{\partial g} (gP) + B \frac{\partial}{\partial g} \left[ g \frac{\partial}{\partial g} (gP) \right], \quad P(g; 0) = \delta(g - 1), \quad (28)$$

решением которого является логарифмически нормальная плотность вероятностей. Её легко найти, заметив, что вероятность выполнения неравенства  $g(t) < g$  в точности равна вероятности выполнения неравенства  $\chi(t) < \ln g$ .

Итак, получаем, что интегральная функция распределения процесса  $g(t)$  равна [11]

$$F(g, t) = \Phi\left(\frac{\ln g}{2\sqrt{Bt}} - \sqrt{Bt}\right) = \Phi\left(\frac{\ln g e^{-2Bt}}{2\sqrt{Bt}}\right), \quad (29)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-y^2} dy \quad (30)$$

функция ошибок.

Дифференцируя (29) по  $g$  и учитывая (30), приходим к решению уравнения (28)

$$P(g, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi Bt}g} \exp\left[-\frac{\ln^2(g e^{-2Bt})}{4Bt}\right]. \quad (31)$$

С помощью (31) или непосредственно из (28) находим моменты процесса  $g(t)$

$$\langle g^n(t) \rangle = \exp[n(n+2)Bt]. \quad (32)$$

Моменты  $g(t)$ , и в частности средний модуль относительного градиента поля концентрации

$$\langle g(t) \rangle = \langle g(\vec{y}, t, \theta_0) \rangle = \exp(3Bt),$$

экспоненциально растут с течением времени, количественно выражая упомянутый во введении эффект нарастающей изрезанности реализаций поля плотности пассивной примеси в пренебрежении молекулярной диффузией.

Оказывается, нарастание изрезанности реализаций поля плотности приводит не только к экспоненциальному росту среднего градиента поля концентрации, а и к экспоненциальному росту, с течением времени, практически всех реализаций процесса  $g(t)$ . Точнее говоря, как можно показать [11], с вероятностью

$$P = 1 - A^{2-\gamma} (0 < A < 1, 0 < \gamma < 2),$$

которую можно сделать сколь угодно близкой к единице, при любых  $t > 0$  выполняется следующее неравенство:

$$g(t) > A \exp(\gamma Bt).$$

Иными словами, график реализации относительного градиента концентрации практически всегда расположен выше некоторой экспоненциально растущей кривой.

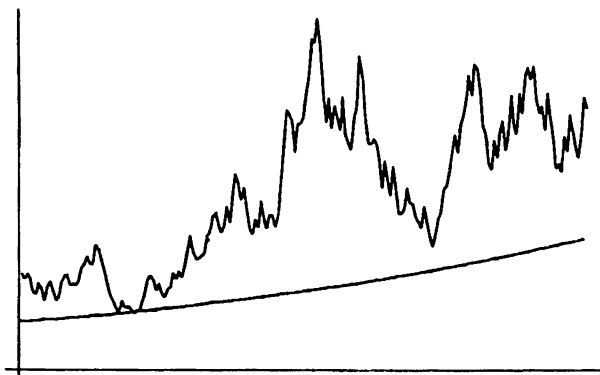


Рис. 1.

На рисунке изображён график такой кривой, соответствующий случаю  $\gamma = 1$ ,  $A = 0,5$  ( $P = 0,5$ ), выше которой находится половина реализаций  $g(t)$ , а также график типичной реализации процесса  $g(t)$ .

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 95-05-14247.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Batchelor G. K. // J. Fluid Mech. 1959. V. 5. P. 113.
2. Kraichnan R. H. // Phys. Fluids. V. 13. P. 22.
3. Csanady G. T. Turbulent diffusion in the Environment. — D. Reide Publ. Comp. Boston, 1980. 249 p.
4. Davis R. E. // J. Fluid Mech. 1982. № 1. P. 114.
5. Lipsomb J. T., Frenkel A. L. and Ter. Haar D. // J. Stat. Phys. 1991. V. 68. P. 305.
6. Careta A., Sagues F., Ramires-Pascina L. and Sancho // J. Stat. Phys. 1993. V. 71. P. 235.
7. Crisanti A., Vulpiani A. // J. Stat. Phys. 1993. V. 70. P. 197.
8. Докучаев В. П. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т. 31. № 2. С. 275.
9. Кляцкин В. И. // УФН. 1994. Т. 164. № 5. С. 531.
10. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно неоднородной среде. — М.: Наука, 1980. 336 с.

11. Кляцкин В. И., Саичев А. И. // УФН. 1992. Т. 162. № 3. С. 161.

Нижегородский государственный  
университет  
им. Н. И. Лобачевского

Поступила в редакцию  
27 февраля 1996 г.

**THE PROBABILITY PROPERTIES OF THE DENSITY GRADIENT OF  
RANDOM MOVING INCOMPRESSIBLE MEDIUM**

*I. S. Zhukova, A. I. Saichev*

The statistical properties of the gradient of passive admixture density field in a random moving medium under neglecting the molecular diffusion are studied. The expression for the field of the relative gradient changing is derived. It has been shown, that moments and realisations of the field of the relative gradient changing increase exponentially in time.

УДК 621.396.677

## ЭФФЕКТ ЗЕРКАЛЬНОГО ЛУЧА В РЕШЁТКЕ ПЛОСКИХ ВОЛНОВОДОВ С КОНЕЧНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ

*Б. Д. Мануилов, В. М. Шабловский*

Обнаружен и исследован новый резонансный эффект в решётках одномодовых плоских волноводов с диэлектрическим покрытием конечной длины, заключающийся в формировании (при некоторых углах сканирования) дополнительного луча, уровень которого примерно равен уровню основного луча, а ориентация зеркально симметрична ему относительно нормали к раскрытию.

Резонансные явления в бесконечных периодических структурах весьма полно исследованы рядом авторов [1]. Резонансные явления в бесконечных волноводных решётках с диэлектрическими вставками или покрытиями также исследованы достаточно детально [2] и известны как эффект “ослепления”. Последний проявляется в образовании провалов в диаграмме направленности (ДН) элемента антенной решётки (АР) и резком ухудшении согласования элементов АР при определённых углах сканирования.

В работе [3] показано, что в конечных решётках плоских волноводов со вставками эффект “ослепления” является следствием того, что формируемые излучающей системой парциальные ДН на волнах  $T$  и  $E_1$  имеют одинаковую ориентацию максимумов, равны по уровню, но отличаются знаком. Эффект “ослепления” характерен тем, что с ростом числа излучателей глубина провалов стремится к нулевому уровню. В решётках с одномодовыми волноводами этот эффект не наблюдается.

Целью данной работы является исследование резонансных явлений в решётках одномодовых плоских волноводов с конечными диэлектрическими покрытиями. Схема излучающей системы представлена на рис. 1.

Решётка из  $N$  плоских волноводов (размер —  $b_0$ , шаг —  $y_0$ , диэлектрическая проницаемость —  $\epsilon_0$ ) покрыта слоем диэлектрика конечной длины (высота —  $d$ , длина —  $b_1$ , диэлектрическая проницаемость —  $\epsilon_1$ ). Боковая и нижняя поверхности слоя, за исключением раскрытий волноводов, металлизированы. Верхняя поверхность диэлектрика дополнена металлическим фланцем. Все металлические поверхности — идеально проводящие. Задача анализа (возбуждения) такой излучающей системы решена в [4].

Если предположить, что одномодовые волноводы расположены с шагом  $y_0 = \lambda/2$ , а диэлектрическое покрытие имеет  $\epsilon_1 = 1$ , то у такой системы,

независимо от величины угла  $\Theta_0$  ориентации главного максимума, в области действительных углов будет существовать один луч, соответствующий нулевому порядку пространственного спектра. Если же всё пространство над решёткой заполнить диэлектриком с  $\epsilon > 1$ , то при определённых значениях  $\Theta_0 > 0^\circ$  в область видимых углов попадает также дифракционный луч, соответствующий минус первому порядку пространственного спектра, положение которого определяется из соотношения [5]:

$$\Theta_{-1} = \arcsin \left( -\frac{\lambda}{y_0 \sqrt{\epsilon}} + \sin \Theta_0 \right). \quad (1)$$

Представляет интерес рассмотреть характеристики направленности АР с конечным диэлектрическим покрытием, когда толщина слоя диэлектрика соизмерима с длиной волны.

На рис. 1 приведена зависимость от угла сканирования интегральных характеристик (КНД и КПД) излучающей системы с параметрами  $N = 11$ ,  $b_0 = 0,245\lambda$ ,  $y_0 = 0,5\lambda$ ,  $b_1 = 5,45\lambda$ ,  $\epsilon_0 = 1$ ,  $d = 0,75\lambda$ . Диэлектрическая проницаемость слоя  $\epsilon_1 = 3$ ,  $\text{tg } \delta = 0$ . При проведении расчётов в одномодовых волноводах учитывались волны  $T$ ,  $E_1$  и  $E_2$ , а в слое — 22 волны, из которых 19 являются распространяющимися. Амплитуды первичных полей в волноводах одинаковы, а фазы изменяются по линейному закону.

Из рис. 1 видно, что интегральные характеристики системы с упомянутыми выше параметрами (кривые 1) имеют при  $\Theta_0 \approx 20^\circ$  и  $\Theta_0 \approx 40^\circ$  резкие провалы, соответствующие уменьшению КНД и КПД примерно вдвое.

Проведем анализ диаграмм направленности системы при различных  $\Theta_0$  вблизи первого провала ( $\Theta_0 \approx 20^\circ$ ). На рис. 2 (кривые 1) представлены ДН системы при трёх значениях  $\Theta_0$  ( $16^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $24^\circ$ ). Из рис. 2 видно, что во всех трёх случаях диаграммы направленности не содержат дифракционного луча минус первого порядка, который в соответствии с (1) при  $\Theta_0 = 20^\circ$  должен быть ориентирован в направлении  $\Theta_{-1} = -54,4^\circ$ . Тем не менее, на всех трёх ДН имеется второй луч, уровень которого соизмерим с уровнем основного луча, а ориентация близка к зеркальной относительно нулевого направления. Особенностью “зеркального” луча является то, что при увеличении  $\Theta_0$  по мере приближения к резонансному значению (в данном случае  $\Theta_0 = 20^\circ$ ) его уровень возрастает, а запаздывание относительно зеркального направления уменьшается. В области  $\Theta_0 \approx 20^\circ$  уровни лучей становятся примерно равными, а направления строго зеркальными. При дальнейшем увеличении  $\Theta_0$  уровень “зеркального” луча уменьшается, а его угловое положение начинает опережать зеркальное направление.

Данному явлению логично дать название “эффект зеркального луча”. Чтобы понять физику явления, учтём, что в рассматриваемой излучаю-

щей системе апертурой является раскрыв эквивалентного плоского волновода, поперечный размер которого равен длине диэлектрического слоя. Диаграмма направленности излучающей системы в этом случае может быть представлена как суперпозиция парциальных диаграмм  $E_m$ -волн плоского волновода с определенными весами [6]:

$$F_m(u) = 0,5 \exp(-im\pi/2) \left[ (-1)^m \operatorname{sinc} \left( u + \frac{m\pi}{2} \right) + \operatorname{sinc} \left( u - \frac{m\pi}{2} \right) \right],$$

где

$$u = \pi b_1 \lambda^{-1} \sin \Theta,$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

Каждая гармоника формирует двухлепестковую ДН, главные лепестки которой ориентированы в направлениях

$$\Theta_m^{\circ} = \pm \arcsin \frac{m\lambda}{2b_1}. \quad (2)$$

При четных  $m$  лепестки имеют одинаковые знаки, при нечетных  $m$  — разные. Однолепестковая результирующая ДН формируется, в основном, парциальными диаграммами трёх соседних гармоник, две из которых усиливают один из лепестков парциальной диаграммы гармоники со средним номером и компенсируют второй. В случае, представленном на рис. 2, для  $\Theta_0 \approx 20^\circ$  ДН системы формируется, в основном, третьей, четвертой и пятой гармониками, на долю которых приходится около 90% излучаемой мощности. Максимумы парциальных ДН в соответствии с (2) ориентированы в направлениях  $\pm 16^\circ$  ( $m = 3$ ),  $\pm 21,5^\circ$  ( $m = 4$ ) и  $\pm 27,3^\circ$  ( $m = 5$ ). Наличие провала усиления в данном случае обусловлено уменьшением уровня 4-й гармоники относительно уровня 3-й и 5-й гармоник (доля переносимой ею энергии падает примерно до 10%). При этом не происходит компенсация “зеркального” луча, КНД уменьшается примерно в два раза, ухудшается согласование волноводов и, как следствие, падает КПД.

Вновь обратимся к рис. 1. Как уже упоминалось выше, зависимости КНД и КПД от  $\Theta_0$  имеют резкий провал не только при  $\Theta_0 \approx 20^\circ$ , но и при  $\Theta_0 \approx 40^\circ$ . Анализ диаграмм направленности излучающей системы при  $\Theta_0 \approx 40^\circ$  дает результаты, подобные результатам для  $\Theta_0 \approx 20^\circ$ . В этой области также все диаграммы направленности системы содержат “зеркальный” луч. Строгая зеркальность его имеет место при  $\Theta_0 = 38,5^\circ$ . При этом уровни основного и “зеркального” лучей одинаковы. В области углов  $\Theta_0 < 38,5^\circ$  положение “зеркального” луча также отстает от основного, а его уровень меньше уровня основного луча. В области же углов  $\Theta_0 > 38,5^\circ$  по мере увеличения  $\Theta_0$  положение “зеркального” луча все более опережает положение основного луча, хотя уровень “зеркального” луча

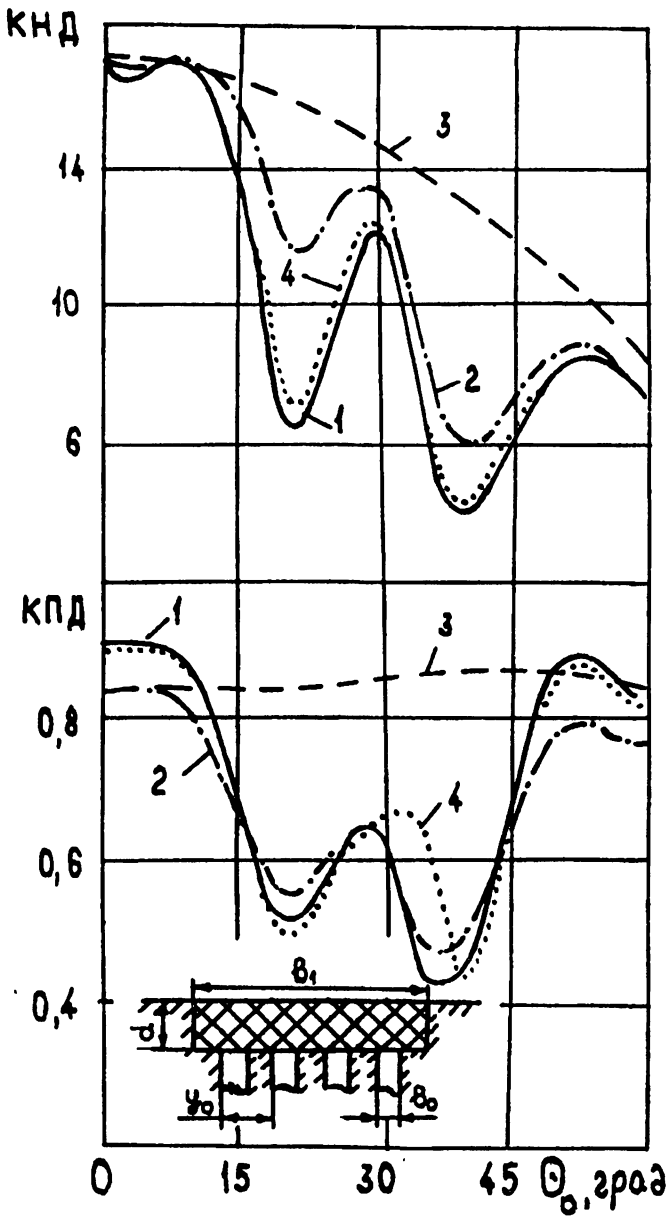


Рис. 1.



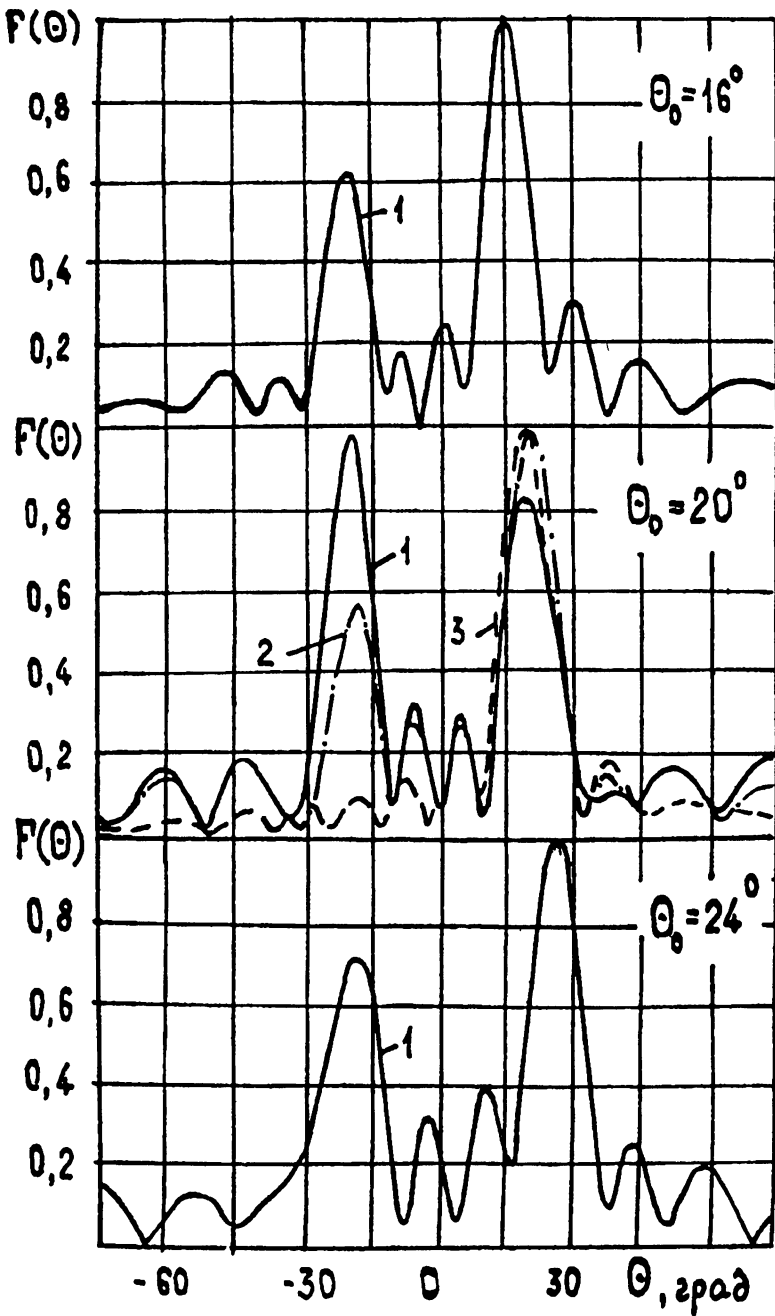


Рис. 2.

также постепенно убывает. В области данного провала основную роль в формировании ДН играют 6-я, 7-я и 8-я гармоники, на долю которых также приходится около 90% излучаемой мощности. Максимумы их парциальных диаграмм ориентированы в направлениях  $\pm 33,5^\circ$  ( $m = 6$ ),  $\pm 40^\circ$  ( $m = 7$ ),  $\pm 47^\circ$  ( $m = 8$ ). На этот раз провал усиления, очевидно, связан с резким снижением уровня 7-й гармоники относительно 6-й и 8-й (доля переносимой ею энергии уменьшается даже меньше чем до 10%).

Подтверждением справедливости гипотезы о том, что провал усиления является следствием понижения уровня четвертой (при  $\Theta_0 \approx 20^\circ$ ) и седьмой (при  $\Theta_0 \approx 40^\circ$ ) гармоник служит следующее обстоятельство. Уменьшим в  $\sqrt{\epsilon_1}$  раз шаг решётки (доведя его до значения  $y_0 = 0,5\lambda/\sqrt{\epsilon_1}$ ) и увеличим во столько же раз число волноводов (доведя его до 19). При этом длина решётки не изменяется. Интегральные характеристики излучающей системы для этого случая приведены на рис. 1 (кривая 3). Очевидно, зависимости КНД и КПД от  $\Theta_0$  в этом случае не содержат провалов усиления. Естественно, в диаграммах направленности системы отсутствует “зеркальный” луч (рис. 2, кривая 3). Как и в рассмотренном ранее случае (рис. 1, кривая 1) доминирующую роль в процессе излучения играют апертурные гармоники от третьей до пятой ( $\Theta_0 \approx 20^\circ$ ) и от шестой до восьмой ( $\Theta_0 \approx 40^\circ$ ). Однако теперь уже наибольшую мощность излучают соответственно четвертая и седьмая гармоники.

Проведённые численные эксперименты показали, что эффект “зеркального” луча устойчив к небольшим изменениям конструктивных параметров излучающей системы. В экспериментах каждый из параметров поочередно варьировался в пределах  $\pm 4\%$ . Менее всего характеристики системы чувствительны к вариациям размеров волноводов. Небольшие изменения толщины слоя диэлектрика в обе стороны, не вызывая изменения положения основного и “зеркального” лучей, приводят к уменьшению уровня “зеркального” луча примерно на 15%. При существенном изменении толщины слоя диэлектрика угловое положение, при котором наблюдается эффект, заметно меняется. При монотонном уменьшении толщины слоя диэлектрика менее 0,3 $\lambda$  имеет место монотонное увеличение углов, при которых наступает эффект. Эффект полностью отсутствует при толщинах слоя меньше 0,1 $\lambda$ . Изменение в указанных пределах ( $\pm 4\%$ ) шага решётки, длина слоя и его диэлектрической проницаемости приводят к монотонному изменению на  $1^\circ - 2^\circ$  положения основного и “зеркального” лучей и к существенному (в 2–3 раза) уменьшению уровня “зеркального” луча.

Представляет интерес изучить проявления эффекта “зеркального” луча при наличии потерь в диэлектрике. На рис. 2 представлена диаграмма направленности системы с теми же параметрами при  $\text{tg } \delta = 0,01$  (кривая 2). Очевидно, что с ростом потерь в диэлектрике величина “зеркального” луча уменьшается. При  $\text{tg } \delta = 0,01$  его уровень составляет 0,58 от

уровня основного луча. Интегральные характеристики излучающей системы с потерями в диэлектрике также приведены на рис. 1 кривыми 4 ( $\operatorname{tg} \delta = 0,001$ ) и 2 ( $\operatorname{tg} \delta = 0,01$ ). Из рисунка следует, что по мере увеличения  $\operatorname{tg} \delta$  провалы КНД существенно уменьшаются. В меньшей степени это можно отнести к провалам КПД.

Заметим, что в случае  $\operatorname{tg} \delta = 0,1$ , не показанном на рис. 1 и 2, “зеркальный” луч полностью исчезает, однако КПД становится неприемлемо низким.

Подавление “зеркального” луча при увеличении потерь в диэлектрике свидетельствует о резонансной природе эффекта “зеркального” луча. Особенностью эффекта “зеркального” луча является также то, что в отличие от эффекта ослепления относительная глубина провалов не растёт с увеличением числа излучателей.

Таким образом, в решётках плоских волноводов с толстыми диэлектрическими покрытиями конечной длины при шаге решётки, превышающем половину длины волны в диэлектрике, имеет место эффект “зеркального” луча, заключающийся в формировании наряду с основным лучом симметричного ему относительно нормали к раскрытию луча.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопапов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Резонансное рассеяние волн. — Киев: Наукова думка, 1986. Т. 1. С. 232.
2. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решёток. — М.: Мир, 1974. С. 456.
3. Мануилов Б. Д., Яковенко В. А. // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника, 1985. Т. 28. № 2. С. 34.
4. Мануилов Б. Д., Шабловский В. М. // Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника, 1985. Т. 28. № 2. С. 96.
5. Вендик О. Г. Антенны с немеханическим движением луча. — М.: Сов. радио, 1965. С. 360.
6. Мануилов Б. Д., Шабловский В. М. // Радиотехника и электроника, 1990. Т. 35. № 7. С. 1426.

г. Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию  
17 июля 1995 г.

**SPECULAR BEAM EFFECT IN A PLANAR WAVEGUIDE ARRAY WITH  
A FINITE DIELECTRIC COATING**

*B.D.Manuilov, V.M.Shablowsky*

It has been found and investigated a new resonant effect in planar waveguide arrays with a finite dielectric coating, consisting in a shaping of beam (at some scan angles) which is approximately equal to the main beam and oriented symmetrically to it relative to the normal of the aperture.

УДК 621.317.361.029

## ОБ ИЗМЕРЕНИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ

*С. Н. Власов, Е. В. Копосова, А. Б. Мазур, В. В. Паршин*

В квазиоптическом приближении строится теория открытого резонатора с диэлектрической пластиной, расположенной перпендикулярно его оси. Определяются условия, когда некоторые собственные частоты резонатора практически не зависят от положения пластины внутри него. По экспериментальным измерениям одной из этих частот и изменению длины резонатора с пластиной и без неё, при той же структуре типа колебания, определяется показатель преломления и толщина пластины. Совпадение таким образом найденной ("расчётной") толщины с механически измеренной является критерием правильности получаемых результатов.

Наиболее точные измерения показателя преломления и поглощения в диэлектриках в миллиметровом диапазоне длин волн производятся с помощью высокодобротных квазиоптических резонаторов [1–4]. Однако, как правило, для этих измерений необходимо знать толщину образцов, точность измерения которой в большинстве случаев не превышает  $\approx 10^{-3}$ , что и ограничивает точность определения показателя преломления. Предложенная в [1] методика свободна от этого недостатка. Но эта методика применима для измерений в резонаторах с зеркалами, имеющими радиусы кривизны, существенно превышающие расстояние между ними. Такие резонаторы имеют относительно большой диаметр пучка собственной моды, что позволяет исследовать только диски большого диаметра.

В настоящей работе методика [1] обобщается на случай использования квазиоптического резонатора с произвольным диаметром "перетяжки" пучка. Теория строится в параксиальном приближении, кроме того диаметры зеркал и размеры пластины выбираются такими, чтобы дифракционные потери на краях зеркал и пластины диэлектрика были пренебрежимо малы.

Рассмотрим схему резонатора с диэлектрической пластиной, изображённую на рис. 1. Резонатор состоит из внешних глухих металлических зеркал с радиусами кривизны  $R_{11}$  и  $R_{33}$  с коэффициентами отражения  $r_{11} = r_{33} \cong -r_{\text{ом}} \cong -1$ , расположенных на расстоянии  $L = L_1 + L_2 + L_3$  друг от друга, где  $L_1$  и  $L_3$  — расстояния от первого и второго зеркал до пластины, соответственно,  $L_2$  — толщина плоскопараллельной пластины с показателем преломления  $n = \sqrt{\epsilon}$ ,  $\epsilon$  — проницаемость диэлектрика.

Следуя [5], получим уравнение для собственных частот такого трёхсекционного резонатора. Поля, которые мы описываем нормальной к оси резонатора компонентой электрического поля, в каждой секции представим в виде двух встречных волновых пучков (рис. 1). Изменение их амплитуд  $\psi(\xi, z)$  в зависимости от поперечной  $\xi$  и продольной  $z$  координат при распространении внутри резонатора описывается параболическим уравнением [5].

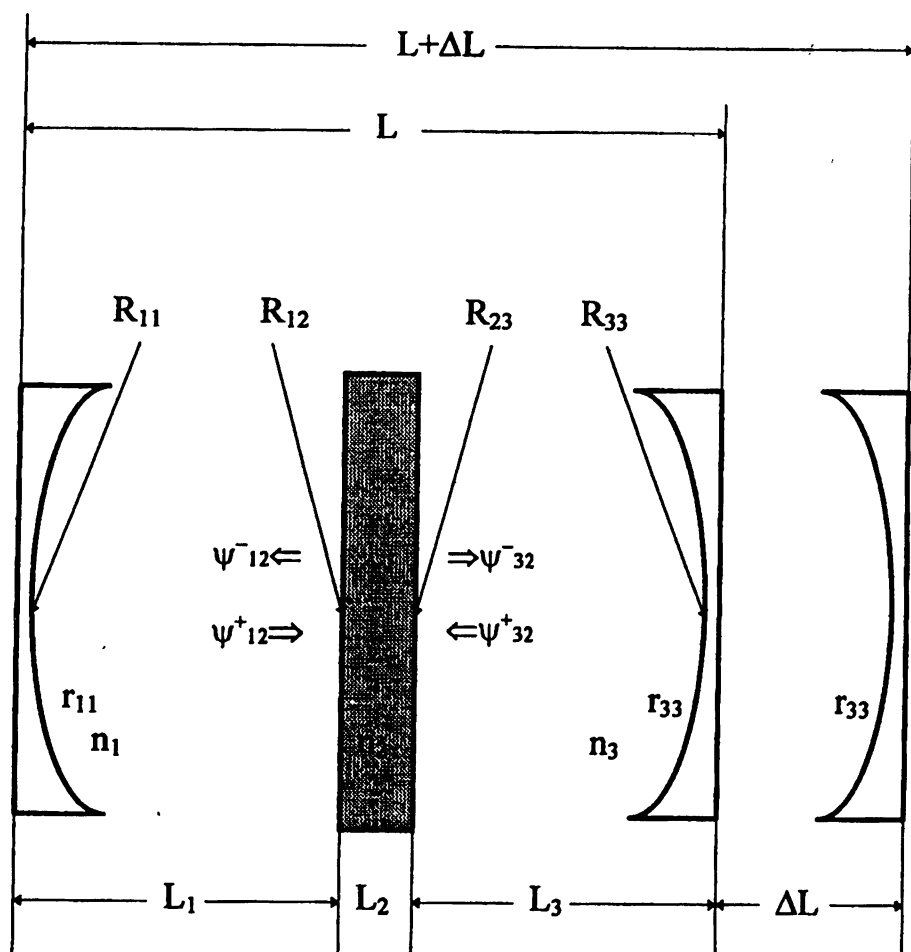


Рис. 1. Схема резонатора для измерения диэлектрической проницаемости.

Амплитуды этих волновых пучков на границах диэлектрика с наружной и внутренней стороны связаны друг с другом матрицей рассеяния для прошедших и отражённых волн  $\begin{pmatrix} r & t \\ t & -r \end{pmatrix}$ , где  $r = \frac{n-1}{n+1}$  — коэффициент отражения от грани,  $t$  — коэффициент прохождения.

Уравнение для амплитуды  $\psi_{12}^-$  пучка, уходящего от левой границы диэлектрика в сторону левого зеркала, имеет вид:

$$[(-1 + r\hat{S}_1)(-1 + r\hat{S}_3) - \hat{S}_2(-r + \hat{S}_1)(-r + \hat{S}_3)]\psi_{12}^- = 0, \quad (1)$$

где  $\hat{S}_1 = \exp(-2in_1kL_1)r_{11}\hat{K}_1$  — оператор “пересчета” амплитуд пучков по резонатору, образованному левым зеркалом и левой торцевой поверхностью пластины,  $\hat{S}_2 = \exp(-2in_2kL_2)\hat{K}_2$  — такой же оператор для резонатора, образованного отражением от торцевых поверхностей пластины,  $\hat{S}_3 = \exp(-2in_3kL_3)r_{33}\hat{K}_3$  — аналогичный оператор для резонатора, образованного правой торцевой поверхностью пластины и правым зеркалом,  $k = \omega/c = 2\pi f/c$  — волновое число в свободном пространстве,  $c$  — скорость света,  $n_1 = n_3 = 1$  — показатели преломления крайних секций,  $n_2 = n' + in''$  — комплексный показатель преломления диэлектрика.

Операторы  $\hat{K}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) могут быть представлены в виде матриц пересчёта полей по поперечным координатам [6]:

$$\hat{K}_j = \begin{pmatrix} G_j & -\frac{n_j(1-G_j)}{2L_j g_{jk}} \\ 2\frac{L_j}{n_j}g_{jk} & G_j \end{pmatrix}, \quad G_j = 2g_{ji}g_{jk} - 1,$$

где  $g_{ji}$  и  $g_{jk}$  — параметры “г” [5]  $j$ -го парциального резонатора:  $g_{11} = 1 - L_1/R_{11}$ ,  $g_{33} = 1 - L_3/R_{33}$ ,  $g_{12} = g_{21} = g_{23} = g_{32} = 1$  (для плоской пластины).

Решение уравнения (1) будем искать методом возмущений. В качестве нулевого приближения — невозмущённой системы — возьмём случай “согласования”, когда собственные функции парциальных резонаторов, в случае отсутствия потерь в пластине являющиеся гауссовыми пучками, имеют одинаковую ширину на границах диэлектрик-вакуум, а их волновые фронты совпадают с торцевыми поверхностями пластины, которые должны быть выпуклыми или вогнутыми в зависимости от положения пластины внутри резонатора [5]. Радиусы кривизны торцевых поверхностей пластины диэлектрика  $R_{12}$  и  $R_{23}$  можно найти из системы уравнений, полученных из условий совпадения ширин гауссовых пучков  $a_{ji}$  по разные стороны обеих границ диэлектрика

$$a_{ji}^2 = 2g_{jk}^0 L_j / \left( n_j k^0 \sqrt{1 - G_j^{02}} \right), \quad (2)$$

где  $g_{11}^0 = g_{11}$ ,  $g_{12}^0 = 1 + L_1/R_{12}$ ,  $g_{21}^0 = 1 - L_2/R_{12}$ ,  $g_{23}^0 = 1 - L_2/R_{23}$ ,  $g_{32}^0 = 1 + L_3/R_{23}$ ,  $g_{33}^0 = g_{33}$ ,  $G_j^0 = 2g_{ji}^0 g_{jk}^0 - 1$ .

В случае “согласования” уравнение (1) может быть сведено к характеристическому:

$$2r \cos(\alpha_1^0 - \alpha_3^0) \sin \alpha_3^0 + r^2 \sin(\alpha_1^0 + \alpha_2^0 - \alpha_3^0) = \sin(\alpha_1^0 + \alpha_2^0 + \alpha_3^0), \quad (3)$$

где  $\alpha_j^0 = n_j k^0 L_j - \theta_j^0/2$ ,  $\theta_j^0 = \arccos G_j^0$ .

Из (3) следует, что при условиях

$$\sin \alpha_2^0 = 0 \text{ или } nk^0 L_2 - \theta_2^0/2 = m\pi, \quad (4)$$

$$L = \{\theta_1^0 + \theta_2^0/n + \theta_3^0\}\lambda/(4\pi) + \{m/n + q\}\lambda/2 \quad (5)$$

(где  $m$  и  $q$  — целые числа, равные количеству полуволн вдоль оси резонатора, соответственно, в диэлектрике и вне последнего), существует мода резонатора, частота которой  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda$  не меняется при перемещении пластины\* вдоль резонатора.

Следует отметить также, что пластина с выпуклыми или вогнутыми в соответствии с условиями согласования торцевыми поверхностями при выполнении резонансного условия (3) полностью пропускает гауссов пучок.

Далее, в первом порядке теории возмущений получим связь изменения собственной частоты рассматриваемой моды

$$\Delta\omega_0 = \Delta\omega_0' + i\Delta\omega_0'' = c\Delta k = c(\Delta k' + i\Delta k'')$$

с изменением параметров резонатора, вызванных:

- отличием матриц  $\hat{K}_j(g_{ji})$  от матриц нулевого приближения  $\hat{K}_j^0(g_{ji}^0)$ ;
- изменением показателя преломления  $\Delta n = in''$ , связанного с наличием потерь в диэлектрике;
- потерями на зеркалах:

$$\Delta k = \frac{(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_3 + 2i \ln |r_{om}|)(1-r^2)/2 + (\Delta\theta_2/2 - in''k^0 L_2)[1 \pm 2r \cos(\alpha_1^0 - \alpha_3^0) + r^2]}{(L_1 + L_3)(1-r^2) + L_2 n [1 \pm 2r \cos(\alpha_1^0 - \alpha_3^0) + r^2]}, \quad (6)$$

где  $\Delta\theta_j = \theta_j - \theta_j^0$ ,  $\theta_j = -i \ln \left( \int \psi^0 \hat{K}_j \psi^{0*} ds_{\perp} / \int |\psi^0|^2 ds_{\perp} \right)$ .

Из (6) следует, что как собственная частота моды с индексом  $m+q$  резонатора с плоскопараллельной пластиной, так и её добротность осциллируют при смещении пластины с шагом в  $\lambda/4$ , причём осцилляции собственной частоты малы.

Для теоретической иллюстрации этого утверждения на рис. 2 приведены рассчитанные зависимости изменения собственной частоты резонатора от смещения пластинки вдоль его оси, а на рис. 3 — соответствующее ей изменение величины показателя преломления.

Видно, что для большого интервала положений пластины вблизи центра резонатора ошибка в расчёте показателя преломления пренебрежимо

\* Предполагается, что условие согласования при перемещении пластины вдоль резонатора выполняется автоматически.



мала и нет необходимости в точной установке пластины в центре резонатора [2].

Для резонатора с плоскопараллельной пластиной условия, аналогичные условиям (4), (5), имеют вид:

$$nkL_2 - \theta_2^0/2 = \pi m + n\Delta k' L_2, \quad (7)$$

$$L = \{\theta_1^0 + \theta_2^0/n + \theta_3^0\}\lambda/(4\pi) + \{m/n + q\}\lambda/2 + \Delta k' L/k, \quad (8)$$

где  $\Delta k'$  — действительная часть  $\Delta k$ , найденная из (6).

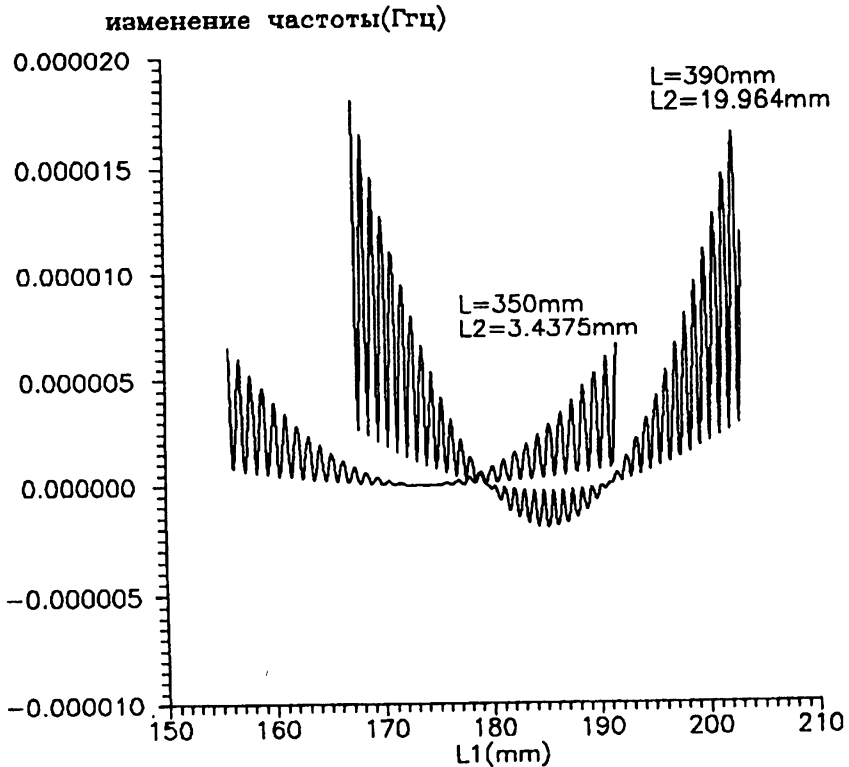


Рис. 2. Зависимость изменения собственной частоты резонатора от смещения пластинки вдоль его оси.

Обобщая [1], найдем  $n$  и  $L_2$  по разности длин  $\Delta L$  резонаторов с пластиной и без неё, резонирующих на одной частоте на моде с одинаковым числом вариаций поля вдоль резонатора  $m+q$ .

Для этого запишем равенство, аналогичное (8), для резонатора без пластины

$$L + \Delta L = \{m + q\}\lambda/2 + \theta\lambda/(2\pi), \quad (9)$$

где  $\theta = \arccos(1 - (L + \Delta L)/R)$ .

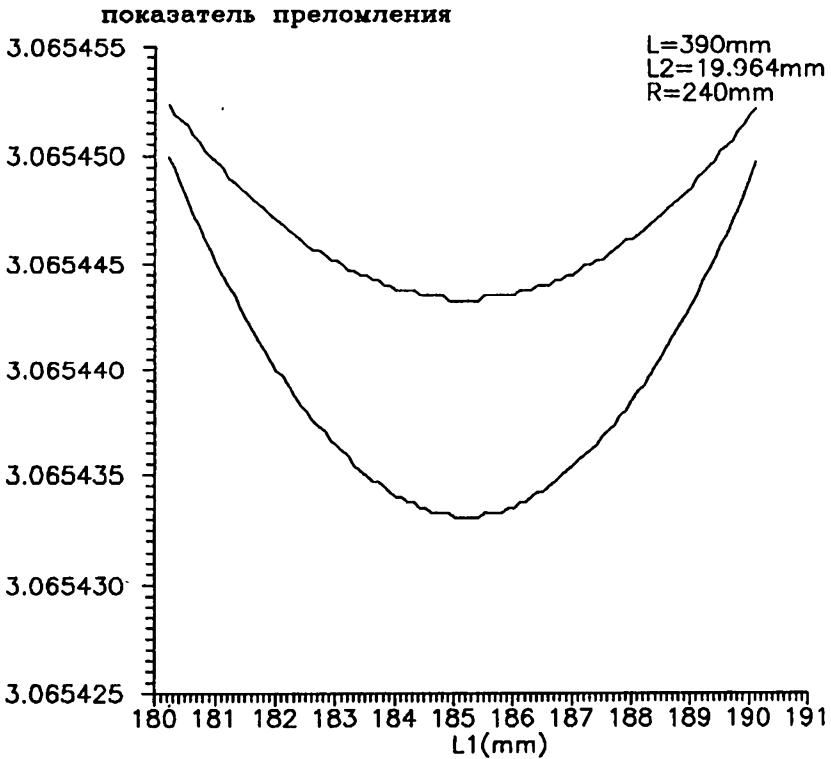


Рис. 3. Зависимость величины показателя преломления от положения пластинки на оси резонатора.

Из (8) и (9) получим уравнение для определения показателя преломления

$$n = m / \{ m - 2(\Delta L + L\Delta k'/k)/\lambda + [\theta - \theta_1^0/2 - \theta_2^0/(2n) - \theta_3^0/2]/\pi \}, \quad (10)$$

которое совместно с уравнением для определения толщины пластины  $L_2$ , полученным из (7),

$$L_2 = \lambda [m + \theta_2^0/(2\pi)] / [2n(1 - \Delta k'/k)], \quad (11)$$

решается методом итераций относительно  $n$  и  $L_2$ . Определённую таким образом  $L_2$  будем называть "расчётной".

Для измерения потерь наиболее удобно использовать экстремальные значения добротностей резонатора (мнимой части  $\Delta k_{\pm}$ ), имеющих место при  $\cos(\alpha_1 - \alpha_3) = \pm 1$ , когда плоскости диэлектрика совпадают, соответственно, с нулями и максимумами электрического поля стоячей волны в резонаторе [1]. Из этих экстремальных значений  $\Delta k_{\pm}$  можно записать два уравнения для определения  $\text{tg}\delta$  пластины.

$$\Delta k_+'' L_+ - \Delta k_{\text{om}}'' L_- - \text{Im}(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_3)/2 + (\Delta k_+'' n L_2 - k L_2 n'' - \text{Im}\Delta\theta_2/2) / n = 0, \quad (12)$$

$$\Delta k_-'' L_+ - \Delta k_{\text{om}}'' L_- - \text{Im}(\Delta\theta_1 + \Delta\theta_3)/2 + (\Delta k_-'' n L_2 - k L_2 n'' - \text{Im}\Delta\theta_2/2) \cdot n = 0, \quad (13)$$

где  $L_+ = L_1 + L_3$ ,  $L_- = L_1 + nL_2 + L_3$  и  $\Delta k_{\text{om}}''$  связана с  $r_{\text{om}}$  посредством выражения  $\Delta k_{\text{om}}'' \cdot (L + \Delta L) = |\ln(r_{\text{om}})|$ . Величина  $\Delta k_{\text{om}}''$  определяется суммой всех потерь в резонаторе за исключением потерь в диэлектрике.

Переходя далее к измеряемым величинам —  $\Delta f_0$ ,  $\Delta f_+$ ,  $\Delta f_-$  — ширинам резонансных кривых пустого резонатора и резонатора с пластиной соответственно, для случая максимума и минимума добротностей, и длине пустого резонатора  $L + \Delta L = L_1 + nL_2 + L_3$ , уравнения (12)–(13) перепишем в виде

$$\text{tg}\delta_+ = [(\Delta f_+ - \Delta f_0)(L_1 + nL_2 + L_3)/(n^2 L_2) + \Delta f_+(1 - 1/n)] / f - \Delta \text{tg}\delta_+, \quad (14)$$

$$\text{tg}\delta_- = [(\Delta f_- - \Delta f_0)(L_1 + nL_2 + L_3)/L_2 + \Delta f_-(1 - n)] / f - \Delta \text{tg}\delta_-. \quad (15)$$

Члены  $\Delta \text{tg}\delta_{\pm}$  в (14)–(15) обусловлены дополнительными дифракционными потерями, возникающими вследствие разности структур полей парциальных резонаторов, описываемыми операторами  $\hat{K}_j$ , на границах диэлектрика. В рассматриваемом приближении и при помещении пластины в центр резонатора  $\Delta \text{tg}\delta_- \approx \Delta \text{tg}\delta_+ \approx \Delta \text{tg}\delta$  можно записать в виде:

$$\Delta \text{tg}\delta \approx (n - 1)L_2/(n^4 k R L) = (n - 1)\lambda L_2/(2\pi n^4 R L).$$

Практически, для случая малого поглощения при  $\Delta f_- > \Delta f_+ \geq \Delta f_0$  используется формула (15), а для большого при  $\Delta f_+ \gg \Delta f_0$  — (14). В промежуточном случае сравнение результатов расчета  $\text{tg}\delta$  по этим двум формулам служит дополнительной оценкой точности измерения.

По приведенной методике были проведены измерения  $n$  и резонансной частоты пластин сапфира и кремния, из которых затем рассчитывалась их толщина. Поверхности пластин обработаны с оптической чистотой, отклонения от плоскопараллельности  $\pm 1 \mu\text{к}$  на диаметре пятна засветки  $50 \mu\text{к}$ . Толщина образцов измерялась с точностью  $\pm 0,25 \mu\text{к}$ . Зеркала резонатора были сферическими с радиусом кривизны  $R = 240,58$  мм, длина резонатора  $L = (390 - 420)$  мм. Скорость света находилась в условиях эксперимента [7] с учетом температуры, давления и влажности.

“Расчетные”  $L_2$  и измеренные  $L_2^{\text{exp}}$  значения толщины приведены в таблице. Там же приведены значения  $\text{tg} \delta$ , рассчитанные по формулам (14), (15).

Обратим внимание на превосходное совпадение “расчетной” и измеренной толщины пластинок, что позволяет судить о точности измерений показателя преломления. Разработанная методика использовалась на установке [1] в измерениях показателя преломления и потерь различных материалов для выходных окон гиротронов [8] в диапазоне частот от 60 до 322 ГГц.

Материал	$F_{\text{рез}}$ [МГц]	$n$	$L_2$ [мм]	$L_2^{\text{exp}}$ [мм]	$\text{tg} \delta \cdot 10^{-5}$
Сапфир $n_0$	170711	3.0649	3.4379	3.4375	30
Сапфир $n_e$	166529	3.4039	3.4375	3.4375	16
Сапфир $n_0$	166545	3.0656	19.9639	19.9640	28
Сапфир $n_0$	322461.8	3.0652	3.9424	3.9430	63
Кремний	147022	3.4164	19.9934	19.9940	7
Кремний	146215.1	3.4161	3.3011	3.3015	1,0 – 1,2
Кремний	144945.2	3.4170	9.6850	9.6847	1.5

В таблице приведены результаты измерений в 2-миллиметровом диапазоне длин волн, который наиболее интересен, с этой точки зрения, в настоящее время. Частота 322 ГГц является предельной, при которой ещё сохраняется точность измерений.

В заключение заметим, что дальнейшее увеличение точности определения проницаемости диэлектриков возможно при отказе от каких-либо механических измерений (в нашем случае точность измерения показателя преломления определяется уже дискретностью отсчёта измерителя перемещения зеркал) путём их замены измерениями частоты. Используя развитую теорию, можно по величинам частот нескольких продольных мод резонатора с пластиной определить проницаемость диэлектрика с относительной точностью  $\approx 1/Q$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dryagin Yu. A. and Parshin V. V. // Intern. J. Infr. Millim. Wav., 1992. V. 13. N 7. P. 1023.
2. Cullen A. L. // P. K. Yu. Proc. Roy. Soc., A., 1982. V. 380. N 1. P. 49.
3. Cook R. J. and Jones R. G. // Electron. Lett., 1976. V. 12. N 1. P. 1.
4. Komiyama B., Kiyokawa M., and Matsui T. // IEEE Trans MTT, 1991. V. 39. N 10. P. 1792.
5. Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика, 1967. Т. 10. N 9–10. С. 1332.

6. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. — М.: Наука, 1979.
7. Parshin V. V. and Mazur A. B. The parameters atmosphere influence on the measurements accuracy by high- $Q$  resonators in MM and SubMM wavelength ranges. — In: International Symposium "Physics and Engineering of MM and SubMM Waves". Kharkov, Ukraine. — 1994. V. 3. P. 627.
8. Parshin V. V. // Intern. J. Infr. Millim. Wav., 1994. V. 15. N 2. P. 339.

Институт прикладной физики  
РАН, г. Нижний Новгород

Поступила в редакцию  
22 мая 1996 г.

#### ON THE MEASUREMENT OF PERMITTIVITY BY OF OPEN RESONATOR

*S. N. Vlasov, E. V. Kuposova, A. B. Mazur, V. V. Parshin*

In quasioptic approximation it is developed a theory of an open resonator with a dielectric plate which is placed perpendiclar to the resonator axis. We have found the conditions when eigen frequencies of some modes do not depend on the plate's place in the resonator. By the experimental measurement of one of these frequencies and the change of the resonator length with a plate and without it the plate permittivity and thickness have been determined at the same structure of the oscillation type. The agreement between the "calculated" thickness found in this way and that one mechanically measured is the criterion of the correctness of the results obtained.

УДК 621.373.535.8

## ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ ГАРМОНИК ЧАСТОТЫ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ НА СДВИГ НУЛЯ В ВОЛОКОННОМ КОЛЬЦЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ

Г. Б. Малыкин

Показано, что наличие второй гармоники частоты фазовой модуляции приводит к появлению паразитной модуляции интенсивности излучения на выходе ВКИ на первой гармонике, которая приводит к сдвигу нуля ВКИ. Сделаны численные оценки. Предложен ряд способов устранения влияния этого паразитного эффекта на сдвиг нуля ВКИ.

В работе [1] было показано, что наличие второй гармоники частоты фазовой модуляции  $F$  приводит к сдвигу нуля в волоконном кольцевом интерферометре (ВКИ). В нашей работе [2] было показано, что не только вторая, но и любая более высокая чётная гармоника частоты  $F$  приводит к сдвигу нуля ВКИ, но основной вклад в сдвиг нуля вносит вторая гармоника. В [2] так же было показано, что паразитная модуляция на частоте  $F$ , обусловленная наличием частоты  $2F$  в сигнале фазовой модуляции, имеет как синфазную, так и квадратурную составляющую по отношению к полезному сигналу, который обусловлен вращением ВКИ. Пусть выражение для фазовой модуляции имеет вид:  $\Phi = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_i \cdot \cos(i2\pi Ft + \xi_i)$ , где  $i = 1, 2, 3 \dots$ ,  $\Phi_i$  — амплитуда фазовой модуляции на  $i$ -той гармонике частоты  $F$ ,  $\xi_i$  — фаза модуляции на  $i$ -той гармонике частоты  $F$ . Обозначим  $\varphi_i = \xi_i - \xi_1$  ( $\varphi_1 = 0$ ). Соотношение между величинами синфазной и квадратурной составляющих паразитной модуляции на частоте  $F$  определяется значением  $\varphi_2$ : синфазная составляющая пропорциональна  $\sin \varphi_2$ , квадратурная —  $\cos \varphi_2$ . Однако, в [2] была подробно рассмотрена только синфазная составляющая, поскольку её влияние принципиально невозможно устранить при синхронном детектировании сигнала с выхода ВКИ.

Целью настоящей работы является рассмотрение влияния квадратурной составляющей паразитной модуляции, вызванной наличием фазовой модуляции на частоте  $2F$  на сдвиг нуля ВКИ, и путей её устранения, а также выработка методов определения происхождения наблюдаемых на эксперименте паразитных эффектов в ВКИ. Причины появления фазовой модуляции на частоте  $2F$  подробно рассмотрены в [2]. Здесь же кратко рассмотрим механизм появления сдвига нуля ВКИ, вызванного наличием второй гармоники частоты  $F$ . Причина этого явления заключается в

том, что интенсивность интерференционного сигнала на выходе ВКИ нелинейно зависит от фазы каждой из встречных волн. И в этом случае, при наличии фазовой модуляции одновременно на двух частотах —  $F$  и  $2F$  (а в общем случае на частотах  $F$  и  $2NF$ , где  $N$  — целое число) и если  $F \neq c/2Ln$  (где  $L$  — длина контура ВКИ,  $n$  — коэффициент преломления одномодового волоконного световода (ОВС), из которого изготовлен контур ВКИ на средней длине волны источника излучения  $\lambda_0$ ,  $c$  — скорость света), в модуляции интенсивности появится спектральная составляющая на частоте  $F$  при отсутствии вращения ВКИ и таких невзаимных эффектов, как эффект Фарадея, увлечение Френеля-Физо и поляризационная невзаимность. Следует отметить, что сама фазовая модуляция в ВКИ является невзаимным эффектом, поскольку встречные волны проходят волнокоду фазового модулятора в различные моменты времени, когда оно находится в различном состоянии и, следовательно, условия взаимности не выполняются. Вследствие этого рассматриваемый эффект является проявлением нестационарной невзаимности.

Выражение для модуляции интенсивности интерференционного сигнала на выходе ВКИ, связанной с вращением ВКИ, которую в дальнейшем будем называть полезной модуляцией, имеет вид [3]:

$$I_{\text{пол}} = 2\Phi_C [\mathcal{J}_1(x) \sin(\Omega t + \Psi/2) + \mathcal{J}_3(x) \sin 3(\Omega t + \Psi/2) + \dots], \quad (1)$$

где  $\Phi_C$  — сдвиг фазы ВКИ, вызванный эффектом Саньяка,  $\Omega = 2\pi F$ ,  $\Psi = 2\pi FLn/c$ ,  $x = \sin \Psi/2 \cdot \Phi_1$ ,  $\Phi_1$  — амплитуда фазовой модуляции на частоте  $F$ ,  $\mathcal{J}_i(x)$  — функции Бесселя  $i$ -того порядка.

Проводя расчёты, аналогичные [2], запишем выражение для квадратурной составляющей паразитной модуляции:

$$\begin{aligned} (I_{\text{пар}}^{\Phi_2})_{\text{квдр}} &= 4\Phi_2 \sin \Psi/2 \cdot \cos \Psi/2 \cdot \cos \varphi_2 \times \\ &\times \{[\mathcal{J}_1(x) + \mathcal{J}_3(x)] \cos(\Omega t + \Psi/2) + [\mathcal{J}_5(x) - \mathcal{J}_1(x)] \cos 3(\Omega t + \Psi/2) + \\ &+ [\mathcal{J}_7(x) - \mathcal{J}_3(x)] \cos 5(\Omega t + \Psi/2) + \dots\}, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $\Phi_2$  — амплитуда фазовой модуляции на частоте  $2F$ .

Приведем также выражение для синфазной компоненты паразитной модуляции, полученное в [2]:

$$\begin{aligned} (I_{\text{пар}}^{\Phi_2})_{\text{синф}} &= 4\Phi_2 \sin \Psi/2 \cdot \cos \Psi/2 \cdot \sin \varphi_2 \times \\ &\times \{[\mathcal{J}_3(x) - \mathcal{J}_1(x)] \sin(\Omega t + \Psi/2) + [\mathcal{J}_1(x) + \mathcal{J}_5(x)] \sin 3(\Omega t + \Psi/2) + \\ &+ [\mathcal{J}_3(x) + \mathcal{J}_7(x)] \sin 5(\Omega t + \Psi/2) + \dots\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Отметим, что при  $\Psi = \pi$  ( $F = c/2Ln$ ) все нестационарные паразитные эффекты, рассмотренные в работах [1–6], обращаются в нуль.

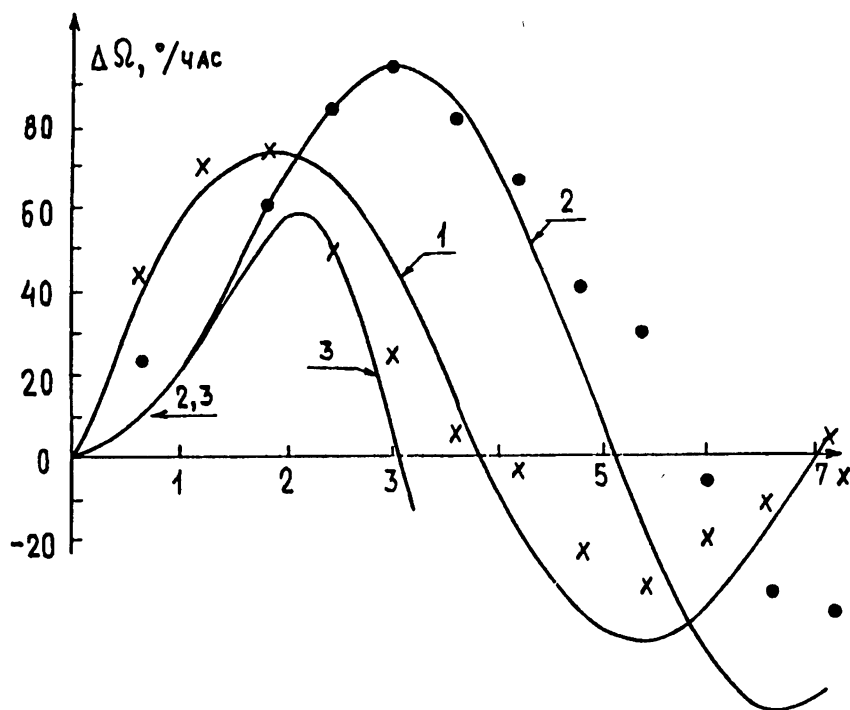


Рис. 1 а.

На рис. 1а сплошными линиями представлены: зависимость величины полезного сигнала на частоте  $F$  (см. выражение (1)) — кривая 1, а также зависимость квадратурной (см. выражение (2)) — кривая 2 — и синфазной (см. выражение (3)) — кривая 3 — составляющих паразитной модуляции от величины  $x$  ( $x \approx \Phi_1$ ).

Оценим величину сдвига нуля ВКИ, которую может вызвать наличие квадратурной составляющей паразитной модуляции. Пусть  $\Phi_2 = 0,005 \cdot \Phi_1$ ,  $\varphi_2 = 90^\circ$ ,  $|\cos \Psi/2| = (4 \div 10) \cdot 10^{-2}$ , фаза опорного напряжения на синхронном детекторе системы обработки сигнала выставлена с точностью  $10^\circ - 15^\circ$ . Это вызовет сдвиг фазы интерференционного сигнала на выходе ВКИ  $(1,3 \div 5,7) \cdot 10^{-4}$  рад. В случае, если  $L = 500$  м, а диаметр катушки контура составляет 10 см, то этому соответствует вращение с угловой скоростью  $20 \div 80$  град./час.

Покажем, что рассматриваемый механизм сдвига нуля в ВКИ может объяснить результаты некоторых экспериментов.

Для этого нанесём на теоретические кривые рис. 1а экспериментальные точки из работы [7], в которой изучалось влияние работы фазового модулятора на сдвиг нуля ВКИ. Привязка теории и эксперимента осуще-



ствлялась по максимальным значениям сдвига нуля. Экспериментальные точки, соответствующие вращению ВКИ (обозначены  $x$ ), сравнительно хорошо ложатся на кривую 1, а большинство точек, соответствующих паразитному сдвигу нуля ВКИ, который имеет место при отсутствии вращения (обозначены  $\bullet$ ), удовлетворительно совпадают с кривой 2.

Следует, однако, отметить, что первая экспериментальная точка (при фазовой модуляции 0,5 рад.) не точно совпадает с кривой 2. По-видимому, это связано с наличием какого-либо стационарного эффекта, не связанного с работой фазового модулятора, поскольку при малых значениях фазовой модуляции кривые 2 и 3, описывающие нестационарные паразитные эффекты, возрастают по квадратичной зависимости, а в [7] здесь наблюдался линейный рост паразитного сигнала от величины фазовой модуляции. Этот вопрос требует дальнейшего экспериментального изучения.

Отметим также, что авторы [7] объясняют наблюдавшийся паразитный эффект наличием модуляции двулучепреломления ОВС при работе фазового модулятора. Такое объяснение справедливо в случае, если величина поляризационной и фазовой модуляции были бы одного порядка. Однако, как показано в [8], в реальных фазовых модуляторах величина поляризационной модуляции на частоте 200 кГц составляет порядка 10% от величины фазовой модуляции. В этом случае, используя результаты [3], можно показать, что паразитная модуляция будет иметь максимум не в районе 3 рад., а в районе 20 рад. Таким образом, можно утверждать, что наиболее вероятная причина эффекта, наблюдавшегося в [7], — квадратурная компонента паразитной модуляции, а не модуляция двулучепреломления ОВС.

Рассмотрим другой экспериментальный результат [7], который демонстрирует зависимость значения частоты  $F$ , при которой сдвиг нуля ВКИ отсутствует, от величины  $x$ . Поскольку все типы паразитной модуляции, связанной с работой фазового модулятора, пропорциональны  $\cos \Psi/2$ , то они должны обращаться в нуль при одном и том же значении  $\Psi = \pi$  ( $F = c/2Ln$ ) независимо от величины  $x$ . Следовательно, сдвиг нуля ВКИ, наблюдавшийся в [7], был вызван, по крайней мере, двумя эффектами: нестационарным, связанным с работой фазового модулятора (по-видимому, в основном вызванным наличием второй гармоники частоты фазовой модуляции), и стационарным, не зависящим от  $F$ , которым может быть эффект поляризационной независимости ВКИ [9, 10], вызванный наличием конечного коэффициента экстинкции поляризатора  $\epsilon$ , и который вызывает при работе фазового модулятора такую же модуляцию интенсивности излучения на выходе ВКИ, как и полезный эффект (эффект Саньяка). Поскольку величина модуляции от этих эффектов по-разному зависит от  $x$  (сравнить выражения (1) и (2)), при изменении  $x$  их соотношение меняется, и их сумма становится равной нулю при различных  $\Psi$ , причём в этом случае  $\Psi \neq \pi$ .

Перейдём теперь к вопросу о путях устранения влияния второй гармоники фазовой модуляции на сдвиг нуля ВКИ.

Можно предложить следующую методику устранения этих паразитных эффектов. Следует как можно более точно подобрать значение  $F = c/2Ln$ . В этом случае величина сдвига нуля не будет зависеть от величины фазовой модуляции и будет отсутствовать сдвиг нуля, вызванный нестационарными эффектами, связанными с работой фазового модулятора.

Другая возможность устранения сдвига нуля — это установка деполяризатора немонахроматического излучения того или иного типа между поляризатором и контуром [11–13]. В этом случае поляризационная невязанность ВКИ  $\sim p\epsilon$ , где  $p$  — степень поляризации излучения на выходе деполяризатора. Практически можно получить  $p \approx 10^{-2}$ , и сдвиг нуля ВКИ, обусловленный поляризационной невязанностью, будет очень мал. Остается подбором частоты  $F$  минимизировать влияние нестационарной паразитной модуляции.

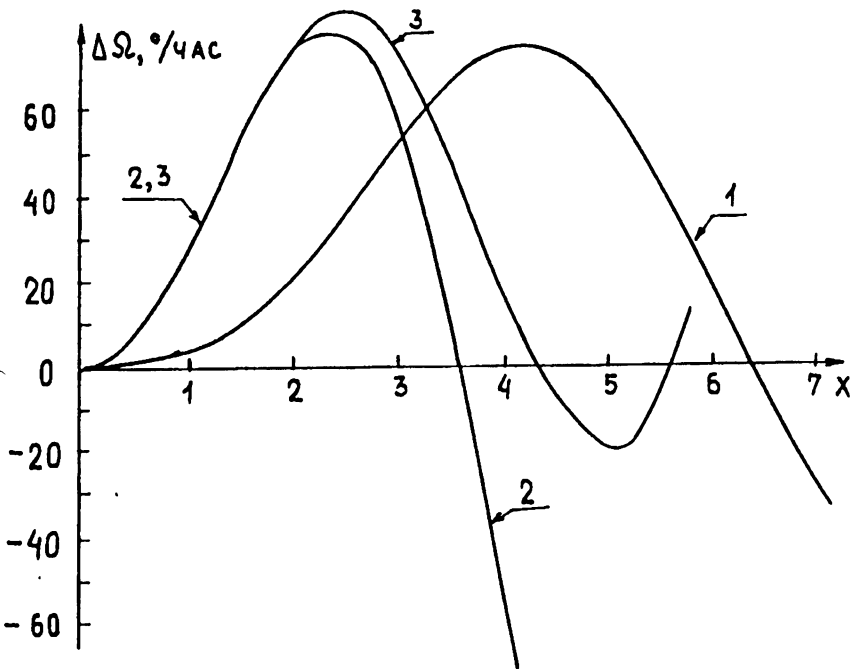


Рис. 1 б.

Существует ещё одна возможность значительно уменьшить влияние нестационарной паразитной модуляции, связанной с наличием второй гармоники фазовой модуляции. Как видно из рис.1б, в случае, если обработку сигнала с выхода ВКИ производить не на частоте  $F$ , а на частоте  $3F$ , то величина квадратурной составляющей паразитной модуля-

ции (кривая 2) проходит через нуль вблизи максимума полезного эффекта (кривая 1). Если установить  $x = 3,6$  рад., то сдвиг нуля, вызванный наличием  $\Phi_2$ , будет отсутствовать даже при не очень точном подборе  $F$ . В случае, если основную роль играет синфазная компонента паразитной модуляции, следует установить  $x = 4,3$  рад. (кривая 3 на рис. 16).

Сформулируем основные результаты работы.

1. Рассчитана величина квадратурной компоненты паразитной модуляции, вызванной второй гармоникой фазовой модуляции, и её зависимость от величины фазовой модуляции.
2. Предложен метод выбора частоты фазовой модуляции, связанный с тем, что все нестационарные паразитные эффекты в ВКИ гаснутся при  $F = c/2Ln$ .
3. Предложен метод идентификации стационарных и нестационарных эффектов, приводящих к сдвигу нуля ВКИ, основанный на том, что первые не зависят, а вторые зависят от частоты.

Автор выражает благодарность В. Н. Листвину за ряд полезных замечаний.

Работа частично поддержана грантом 94-02-03916 РФФИ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kim B. Y., Lefevre H. C., Bergh R. A., and Shaw H. J. // Proc. Soc. Photo-Opt. Inst. Eng., 1983. V. 425. P. 86.
2. Малыкин Г. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 10. С. 1345.
3. Bergh R. A., Lefevre H. C., Shaw H. J. // Optics Lett., 1981. V. 6. № 10. P. 502.
4. Андропова И. А., Берштейн И. Л. // Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. № 4. С. 426.
5. Gangding P., Shangyuan H., Zongqi L. // Ell. Lett., 1986. V. 22. № 25. P. 1337.
6. Андреев А. Ц. и др. // ЖТФ, 1993. Т. 63. № 12. С. 62.
7. Андропова И. А., Геликонов В. М., Степанов Д. П. // Квант. электр., 1994. Т. 21. № 9. С. 883.
8. Jeong H. J., Kim H. J., Lee H. W., Kim B. Y. // Optics Lett., 1994. V. 18. № 19. P. 1421.
9. Козел С. М., Листвин В. Н., Шаталин С. В., Юшкайтис Р. В. // Оптика и спектр., 1986. Т. 61. № 6. С. 1295.
10. Малыкин Г. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1991. Т. 34. № 7. С. 817.

11. Листвин В. Н., Лгозинский В. Н. // Изв. вузов. Радиофизика, 1991. Т. 34. № 9. С. 1101.
12. Малыкин Г. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 2. С. 189.
13. Малыкин Г. Б. // Оптика и спектр., 1993. Т. 75. № 6. С. 1314.

Институт прикладной физики  
РАН, г.Н. Новгород

Поступила в редакцию  
5 июня 1995 г.

**EFFECT OF HIGHER HARMONICS OF PHASE MODULATION  
FREQUENCY ON ZERO'S SHIFTING IN FIBER RING  
INTERFEROMETER**

*G. B. Malykin*

It is shown that the presence of the second harmonic of phase modulation frequency leads to the appearance of spurious modulation of light intensity at the fundamental at the FRI output, which causes the FRI zero to shift. Numerical estimates have been made. A number of ways to remove the influence of this spurious effect on the FRI zero's shifting are proposed.