

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ**

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XXXVIII № 9

Нижний Новгород

1995

Содержание

Корсаков В. Б., Флейшман Г. Д. О поляризации переходного тормозного излучения в слабогиротропной плаэме.....	887
Алимов В. А. Частотная корреляция флюктуаций КВ сигналов в теории рефракционного рассеяния радиоволн в ионосфере.....	893
Гульельми А. В., Калишер А. Л., Фейгин Ф. З. Частотная зависимость флюктуаций периода повторения ионно-циклотронных волн в магнитосфере	901
Спицын В. Г. Многократное рассеяние электромагнитных волн на внутренней поверхности турбулентных тел вращения	906
Стрелков Г. М., Санталов Н. П. О возбуждении приповерхностного волновода высокоподнятым источником	913
Лотова Н. А., Владимирский К. В., Корелов О. А. Струйная структура сверхкороны Солнца.....	920
Алимов В. А., Рахлин А. В. О распространении декаметровых-дециметровых радиоволн в условиях среднеширотного F-spread.....	926
Шарангович С. Н. Брэгговская дифракция световых пучков в ультразвуковом поле с неоднородным амплитудно-фазовым распределением в гиротропных кубических кристаллах.....	939
Горбачёв А. А., Заборонкова Т. М., Тараканков С. П. Влияние границы раздела двух сред на структуру электромагнитного поля, рассеянного нелинейной полуволновой рамкой.....	961

Сущих А.Л. Моделирование электромагнитных полей и расчёт критических частот волноводов сложных сечений	969
Усанов Д.А., Вениг С.Б., Горбатов С.С., Семёнов А.А. Модуляция выходного сигнала СВЧ генератора на диоде Ганна воздействием на него внешнего СВЧ сигнала	982

УДК 523.165

О ПОЛЯРИЗАЦИИ ПЕРЕХОДНОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛАБОГИРОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

В. Б. Корсаков, Г. Д. Флейшман

Вычислена степень поляризации переходного тормозного излучения (ПТИ) в слабогиротропной плазме. Рассмотрены случаи слабого и сильного фарадеевского вращения внутри источника. Показано, что если гирорадиус частицы превосходит размер источника, то распределение поляризации излучения не обладает азимутальной симметрией. Получена степень поляризации ПТИ при наличии ансамбля быстрых частиц, величина которой превосходит степень поляризации переходного излучения при наличии нетепловых неоднородностей плотности плазмы.

Переходное (поляризационное, динамическое) тормозное излучение (ПТИ) возникает при взаимодействии быстрых заряженных частиц с веществом, вследствие динамической поляризуемости среды [1]. ПТИ в плазме, может быть вычислено, как результат конверсии квазистационарного электромагнитного поля быстрой частицы на равновесных (тепловых) флуктуациях плазмы. В реальных условиях плазма обычно находится в магнитном поле, поэтому учет его влияния на различные механизмы излучения представляет несомненный интерес. Гинзбург и Цытович [2] рассмотрели ПТИ в предельном случае бесконечного магнитного поля, когда движение всех заряженных частиц в плазме носит одномерный характер, и показали, что интенсивность ПТИ сильно подавлена по сравнению со случаем свободной плазмы. Платонов и Топтыгин [3] рассмотрели более реалистический случай конечных полей:

$$\omega_{Be} \gg \omega_{pe}, \quad (1)$$

где ω_{pe} — электронная плазменная частота, а $\omega_{Be} = eB/mc$ — гирочастота электрона, когда существенно как продольное, так и поперечное по отношению к полю движение частиц плазмы. Однако авторы ограничились лишь областью частот $\omega \gg \omega_{pe}$ и вычислили лишь полную интенсивность ПТИ, хотя при условии (1) плазма является сильно гиротропной средой, и нормальные моды могут испускаться с различной интенсивностью, что приведет к заметной поляризации излучения.

В настоящей работе рассматривается случай, обратный (1), когда можно пренебречь влиянием магнитного поля на спектр тепловых флуктуаций, но следует учесть различия дисперсионных свойств испускаемых нормальных волн, связанные со слабой гиротропией плазмы.

В. Б. Корсаков, Г. Д. Флейшман

887

Расчет ПТИ при наличии магнитного поля может быть проведен по той же схеме, что и вычисление переходного излучения в гиротропной плазме [4]. Однако, следует принять во внимание некоторые существенные особенности ПТИ, отличающие его от переходного излучения. Во-первых, ПТИ не обладает высокой направленностью вдоль скорости быстрой частицы [1], и малоугловое приближение оказывается некорректным даже для ультраколлинистических частиц. По этой же причине наряду с поперечным полем быстрой частицы нужно учитывать ее продольное поле. Во-вторых, основная энергия тепловых флюктуаций в плазме приходится на масштабы порядка электронного дебаевского радиуса d . Поэтому в наиболее интересной области частот

$$\omega_p \ll \omega < \omega \frac{c}{v_T} \quad (2)$$

величина передаваемого импульса $\tilde{k} \simeq d^{-1}$ (в процессе испускания фотона) оказывается много больше волнового числа испускаемого кванта, $\tilde{k} \gg k = 2\pi/\lambda$. В переходном излучении имеет место обратное неравенство.

Энергия, излучаемая частицей в одну из нормальных мод за все время движения частицы в плазме может быть представлена в виде:

$$E_{j,\vec{n},\omega} = (2\pi)^6 \frac{\omega^2}{c^3} \left\langle \left| (\vec{e}_{j,\vec{k}}^* \vec{j}_{j,\omega,\vec{k}}^{(m)}) \right|^2 \right\rangle, \quad (3)$$

где ток среды $\vec{j}_{j,\omega,\vec{k}}^{(m)}$ билинейен по величине электрического поля быстрой частицы и амплитуде флюктуаций электронной плотности плазмы:

$$j_{\omega,\vec{k}}^{(2),\alpha} = \frac{ie^2}{m\omega} \chi_{\alpha\beta} \int d\vec{k}' E_{\omega,\vec{k}-\vec{k}'}^{q,\beta} \delta N_{\vec{k}'}, \quad (4)$$

где

$$\chi_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-u} & \frac{-i\sqrt{u}}{1-u} & 0 \\ \frac{i\sqrt{u}}{1-u} & \frac{1}{1-u} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Спектр равновесных тепловых флюктуаций имеет вид:

$$|\delta N|_{\vec{k}}^2 = \frac{zN_0}{(2\pi)^3(1+k^2d^2)^2}, \quad (5)$$

а электрическое поле \vec{E}^q выражается через ток частицы \vec{j} с помощью продольной и поперечной функций Грина

$$\vec{E}_{\omega\vec{k}}^q = \frac{4\pi i}{\omega} \left[\sum_{\sigma} \frac{(\vec{j}\vec{e}_{\sigma}^*)\vec{e}_{\sigma}}{n^2 - n_{\sigma}^2} - \frac{(\vec{j}\vec{k})\vec{k}}{\vec{k}^i \epsilon_{ij} \vec{k}^j} \right], \quad (6)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_{\omega, \vec{k}} = \frac{q\vec{v}}{(2\pi)^3} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}),$$

где \vec{e}_σ ($\sigma = \pm 1$) — векторы поляризации обычной и необыкновенной волн, n_σ — соответствующие показатели преломления, $n_\sigma = kc/\omega$.

Подставляя (5), (6) в (4), (4) в (3), получим выражение для интенсивности ПТИ моды j :

$$I_{j, \vec{n}, \omega} = \frac{8\pi e^4 q^2}{m^2 c^3 \omega^2} \int |\delta N|_{\vec{k}-\vec{k}'}^2 |\vec{A}_{j, \vec{k}'}^* \vec{F}_{\vec{k}'}|^2 \delta(\omega - \vec{k}' \cdot \vec{v}) d\vec{k}', \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_{j, \vec{k}}^\alpha &= \chi_{\alpha\beta} e_{j, \vec{k}}^\beta = \frac{1}{v} \left[(1 - n_j^2) e_{j, \vec{k}}^\alpha + n_j^2 (\vec{\alpha} \cdot \vec{e}_{j, \vec{k}}) \vec{\alpha}^\alpha \right], \\ v &= \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \vec{\alpha} = \frac{\vec{k}}{k}, \\ \vec{F}_{\vec{k}} &= \sum_{\sigma} \frac{(\vec{j} \vec{e}_\sigma^*) \vec{e}_\sigma}{n_\sigma^2 - n^2} - \frac{(\vec{j} \vec{k}) \vec{k}}{k^i \epsilon_{ij} k^j}. \end{aligned}$$

Мы рассматриваем случай слабогиротропной плазмы, в котором все величины, зависящие от магнитного поля, могут быть разложены в ряды. Вид разложения векторов поляризации и показателей преломления нормальных мод зависит от соотношения $u^{1/2} = \omega_{Be}/\omega$ и $\cos \alpha$, где α — угол между волновым вектором и магнитным полем. Остановимся на случае

$$u^{1/2} \ll \cos \alpha, \quad (8)$$

когда влияние магнитного поля на излучение особенно сильное. При разложении в ряд функций, зависящих от \vec{k}' , также воспользуемся приближением (8), т. к. области углов $\cos \alpha \lesssim u^{1/2}$ при интегрировании вносят малый вклад в поляризацию излучения.

С точностью до членов первого порядка малости по параметру $\frac{u^{1/2}}{\cos \alpha}$, выражения для показателей преломления и векторов поляризации нормальных мод имеют вид:

$$n_j^2 = 1 - v(1 - ju^{1/2}|\cos \alpha|), \quad (9)$$

$$\vec{e}_j = \vec{e}_{j\perp}^0 - j \frac{u^{1/2} \sin^2 \alpha}{4|\cos \alpha|} \vec{e}_{-j\perp}^0 - ivu^{1/2} \vec{\alpha} \sin \alpha, \quad (10)$$

где

$$\vec{e}_{j\perp}^0 = 2^{-1/2} (\hat{x} - ij\hat{y} \operatorname{sign}(\cos \alpha)),$$

\hat{x}, \hat{y} — орты эллипса поляризации:

$$\hat{x} = \frac{[\vec{B} \vec{\alpha}]}{|[\vec{B} \vec{\alpha}]|}, \quad \hat{y} = [\vec{\alpha} \hat{x}].$$

Подставив (8), (9) в (7), проинтегрируем полученное выражение с учетом (2). В результате получим:

$$I_{j,\vec{n},\omega} = I_{\vec{n},\omega}^{(0)} + \Delta I_{j,\vec{n},\omega}, \quad (11)$$

где

$$I_{\vec{n},\omega}^{(0)} = J_0 \frac{1 + \cos \theta}{2} (\ln D - 2) \quad (12)$$

— половина интенсивности излучения в изотропной плазме, а добавка $\Delta I_{j,\vec{n},\omega}$ зависит от типа волны:

$$\begin{aligned} \Delta I_{j,\vec{n},\omega} = J_0 j u^{1/2} & \left\{ \left[(1 + \cos^2 \theta) |\cos \alpha| + \frac{\sin^2 \alpha}{4v^2 |\cos \alpha|} (\hat{y}\vec{v})^2 - (\hat{x}\vec{v})^2 \right) + \right. \\ & + \text{sign}(\cos \alpha) \frac{2^{1/2} \sin \alpha}{v} (\hat{y}\vec{v}) \cos \theta \left. \right] (\ln D - 2) + \frac{\cos \theta |\cos \alpha|}{1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2 \gamma^2}} \Bigg\}. \end{aligned} \quad (13)$$

В (12), (13) использованы обозначения:

$$J_0 = \frac{z N_0 e^4 q^2}{2\pi m^2 c^4}, \quad D = \frac{c^2}{d^2 \omega^2 (\omega_p^2 / \omega^2 + \gamma^{-2})},$$

θ — угол между волновым вектором и скоростью частицы.

Последнее слагаемое в (13), не содержащее большого множителя $(\ln D - 2)$ связано с поправками, возникающими при разложении в ряд поперечной функции Грина. В дальнейшем этим членом будем пренебрегать, что фактически соответствует использованию в (6) функции Грина изотропной плазмы.

В случае конечных размеров источника излучения L , фазы Фурье-компонент флуктуации плотности $\delta N_{\vec{k}_1}, \delta N_{\vec{k}_2}$ являются статистически независимыми, если $|\vec{k}_1 - \vec{k}_2| \gg L^{-1}$. При излучении в направлении \vec{n} нормальных волн с волновыми векторами \vec{k}_0, \vec{k}_e , в процессе рассеяния принимают участие пространственные гармоники спектра неоднородностей среды, волновые векторы которых \vec{k} удовлетворяют равенствам:

$$\vec{k}\vec{v} = \vec{k}_0\vec{v} - \omega, \quad \vec{k}\vec{v} = \vec{k}_e\vec{v} - \omega.$$

Для направлений излучения, удовлетворяющих условию сильного фарадеевского вращения

$$|\cos \theta| |k_0 - k_e| \gg L^{-1}, \quad (14)$$

разность фаз между нормальными волнами является случайной величиной, и излучение поляризовано циркулярно (в первом приближении по $u^{1/2}/|\cos \alpha|$), степень поляризации в данном направлении равна:

$$\begin{aligned} P_{\vec{n}, \omega} &= (I_1 - I_{-1})/(I_1 + I_{-1}) = \\ &= -u^{1/2} \left\{ |\cos \alpha| + \frac{1}{1 + \cos^2 \theta} \left[\frac{\sin^2 \alpha}{4v^2 |\cos \alpha|} ((\vec{y} \cdot \vec{v})^2 - (\vec{x} \cdot \vec{v})^2) + (15) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \operatorname{sign}(\cos \alpha) \frac{2^{1/2} \sin \alpha}{v} (\hat{y} \cdot \vec{v}) \cos \theta \right] \right\}. \end{aligned}$$

Заметим, что $P_{\vec{n}, \omega}$ не обладает азимутальной симметрией относительно \vec{B} . Этот результат возникает в приближении равномерного прямолинейного движения частицы. Поэтому азимутальная асимметрия поляризации излучения может наблюдаться в эксперименте, если характерный размер плазмы много меньше гирорадиуса частицы.

При выполнении неравенства, обратного (14), разность фаз между комплексными амплитудами нормальных волн является хорошо определенной величиной:

$$\Delta\phi \approx \operatorname{sign}(\cos \alpha)(2\psi - \pi), \quad (16)$$

где ψ — угол между проекциями векторов \vec{v} и \vec{B} на картинную плоскость, отсчитываемый от проекции \vec{B} против часовой стрелки. Иначе говоря, излучение почти полностью (с точностью до членов порядка $u^{-1/2}/|\cos \alpha|$, $(\ln D)^{-1}$, $L|\cos \theta| |k_1 - k_{-1}|$) линейно поляризовано.

Если длина Фарадеевского вращения в любом направлении велика по сравнению с размерами источника, то поляризация излучения с точностью до членов порядка $u^{1/2}/|\cos \alpha|$ линейная, степень поляризации, как и в случае изотропной плазмы, равна:

$$P_{\vec{n}, \omega} = \cos^2 \theta. \quad (17)$$

Интерес может также представлять излучение, генерируемое монодиэнергетическим ансамблем частиц с изотропным распределением по скоростям. В этом случае поляризация является круговой для любого квазипродольного ($|\cos \alpha| \gg u^{1/2}$) направления излучения. При усреднении выражения (15) по направлениям скорости вклад знакопеременных членов обращается в нуль, и выражение для поляризации излучения принимает вид:

$$P = -2u^{1/2}|\cos \alpha|. \quad (18)$$

Как и в случае переходного излучения, поляризация соответствует преимущественному испусканию необыкновенных волн, однако величина степени поляризации в данном случае более высокая.

Авторы благодарны К. Ю. Платонову за полезные замечания и обсуждения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амусья и др. Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов. — М.: Наука, 1987.
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984.
3. Платонов К. Ю., Топтыгин И. Н. // Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. С. 735.
4. Флейшман Г. Д. // ЖЭТФ, 1992. Т. 101. С. 432.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН,
г. Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
12 января 1995 г.

**ON POLARIZATION OF TRANSITION BREMSSTRAHLUNG IN A
WEAKLY GYROTROPIC PLASMA**

V. B. Korsakov, G. D. Fleishman

The degree of polarization of transition bremsstrahlung is calculated in a plasma with weak gyrotropy. The cases of weak and strong intrinsic faraday rotation are discussed. The distribution of the polarization is shown to have no azimuthal symmetry, if the particle gyroradius is larger than the source scale. The degree of polarization generated by an ensemble of emitting particles is found. Its value exceeds the respective value for transition radiation in the presence of nonthermal fluctuations of the plasma density.

УДК 621.371.25

**ЧАСТОТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ
КВ СИГНАЛОВ
В ТЕОРИИ РЕФРАКЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ
РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ**

B. A. Алимов

Рассмотрен вопрос о частотной корреляции флуктуаций фаз КВ сигналов, отражённых от турбулентного ионосферного слоя с произвольным профилем электронной концентрации при вертикальном и наклонном зондировании ионосферы. Получены выражения для оценки полосы когерентности КВ сигналов, отражённых от случайно-неоднородной ионосферы. Результаты расчётов сравниваются с соответствующими расчётами частотной корреляции флуктуаций КВ радиоволн в теории рефракционного рассеяния радиоволн Букера. Показано, в частности, что влияние эффекта расщепления лучей разной частоты в неоднородной ионосфере на частотные искажения КВ сигналов может быть определяющим по сравнению с явлением частотной раскорреляции флуктуирующих КВ сигналов при их распространении в свободном пространстве за турбулентным ионосферным слоем.

Впервые вопросы частотной корреляции флуктуаций КВ сигналов при вертикальном зондировании ионосферы рассматривались в работе [1], а при наклонном зондировании — в [2]. В дальнейшем значительный прогресс был достигнут в численном моделировании этого явления на ЭВМ в работах [3, 4]. Кроме того, в 80-х годах Букером с соавторами была развита так называемая упрощённая теория рефракционного рассеяния радиоволн в турбулентной ионосфере, использующая известное приближение фазового экрана (см. [5] и цитированную там литературу). В этой теории, в частности, рассматривался и вопрос о частотной корреляции флуктуаций КВ сигналов, отражённых от ионосферы при вертикальном и наклонном зондировании. Но при этом авторы ограничиваются учётом лишь эффекта частотных искажений сигнала при распространении его в свободном пространстве (промежуток ионосфера–Земля) за ионосферным слоем с неоднородностями, и не учитывают эффекта частотных искажений КВ сигналов за счёт рассеяния его внутри самого неоднородного слоя. Ниже мы, на основе соответствующих аналитических расчётов, рассмотрим вопрос о частотной корреляции флуктуаций фаз КВ сигналов, отражённых от турбулентного ионосферного слоя с произвольным профилем электронной концентрации при вертикальном и наклонном зондировании ионосферы. Учтём известный эффект расщепления лучей разной

B. A. Алимов

893

частоты в неоднородной ионосфере [6]. Результаты этих расчётов сравним с соответствующими расчётами частотной корреляции флуктуаций КВ радиоволн в теории рефракционного рассеяния радиоволн Букера [5].

Рассмотрим вначале случай нормального падения волны на слой с неоднородностями. Исходными соотношениями в этом случае являются выражения для флуктуационных набегов фазы волн на частотах ω_1 и ω_2 в ионосферном слое с неоднородностями [1]:

$$\varphi_{1,2}(0,0,0) \simeq k_{1,2} \int_0^{z_{01,02}} \frac{\Delta\epsilon_{1,2}(0,0,z)}{\sqrt{\epsilon_{1,2}(z)}} dz, \quad (1)$$

где $k_{1,2} = 2\pi/\lambda_{1,2}$ — волновые числа ($\lambda_{1,2}$ — длина волны на частоте ω_1 и ω_2 соответственно), $z_{01,02}$ — толщины слоя с неоднородностями от основания до точек отражения волн на частотах ω_1 и ω_2 ($\bar{\epsilon}_{1,2}(z_{01,02}) = 0$); $\Delta\epsilon_{1,2}(x, y, z)$, $\bar{\epsilon}_{1,2}(z)$ — флуктуационная и регулярная составляющие диэлектрической проницаемости ионосферы на частотах ω_1 и ω_2 [1]:

$$\bar{\epsilon}_{1,2}(z) = 1 - \frac{\alpha \bar{N}(z)}{\omega_{1,2}^2}, \quad \nabla \epsilon_{1,2}(x, y, z) = -\frac{\alpha \nabla N(x, y, z)}{\omega_{1,2}^2}. \quad (2)$$

Здесь $\nabla N(x, y, z)$, $\bar{N}(z)$ — флуктуационная и регулярная составляющие электронной концентрации ионосферы [1], α — электронная константа [1].

Используя соотношения (1), можно записать общие выражения для средних квадратов фазовых флуктуаций волн $\overline{\varphi_1^2}$ и $\overline{\varphi_2^2}$ на частотах ω_1 и ω_2 соответственно, а также выражение для взаимной частотной корреляции фаз $\overline{\varphi_1 \varphi_2}$:

$$\begin{aligned} \overline{\varphi_1^2} &\simeq k_0^2 \iint_0^{z_0} dz' dz'' \frac{\Gamma_e(0,0,z''-z')}{\sqrt{\bar{\epsilon}_0(z') \bar{\epsilon}_0(z'')}}, \\ \overline{\varphi_2^2} &\simeq k_0^2 \iint_0^{z_0+2\delta L_0} dz' dz'' \frac{\Gamma_e(0,0,z''-z')}{\sqrt{\bar{\epsilon}_0(z') \bar{\epsilon}_0(z'')}}, \\ \overline{\varphi_1 \varphi_2} &\simeq k_0^2 \int_0^{z_0} dz' \int_0^{z_0+2\delta L_0} dz'' \frac{\Gamma_e(0,0,z''-z'+2\delta L_0)}{\sqrt{\bar{\epsilon}_0(z') \bar{\epsilon}_0(z'')}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены следующие общепринятые обозначения: $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/(\omega_2 + \omega_1) = (\omega_2 - \omega_1)/2\omega_0$ ($\delta \ll 1$), $k_0 = \omega_0/c$, $\bar{\epsilon}_0(z) = 1 - \alpha \bar{N}(z)/\omega_0^2$, $L_0^{-1} = (\partial \bar{\epsilon}/\partial z)_0$ — градиент регулярной диэлектрической проницаемости ионосферы в области отражения волн с частотой ω_0 , $\Gamma_e(0,0,\zeta = z'' - z')$

— пространственная корреляционная функция флюктуаций диэлектрической проницаемости ионосфера на частоте ω_0 с характерным внешним масштабом турбулентности l_0 .

Далее, предполагая справедливым неравенство $2\delta L_0 \ll l_0$ (относительное смещение точек отражения для волн с частотами ω_1 и ω_2 много меньше внешнего масштаба ионосферной турбулентности l_0), из соотношений (3) можно получить приближённые выражения для среднего квадрата относительных фазовых флюктуаций на различных частотах $\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2}$ в интересующих нас частных случаях.

Так, например, если толщина слоя с неоднородностями z_0 много меньше внешнего масштаба турбулентности l_0 ($z_0 \ll l_0$), то из соотношений (3) получаем:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (\omega_0/c)^2 \overline{(\Delta\epsilon)_0^2} (4\delta L_0)^2, \quad (4)$$

где $\overline{(\Delta\epsilon)_0^2}$ — усреднённое по высоте значение среднего квадрата флюктуаций диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы на частоте ω_0 (см. (2)).

В другом предельном случае ($z_0 \gg l_0$):

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq \quad (5)$$

$$\simeq -\left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 (2\delta L_0)^2 2 \int_0^\infty d\zeta \Gamma''_{\epsilon\zeta}(0, 0, \zeta) \int_{\zeta/2}^{z_0 - \zeta/2} \frac{dz}{\sqrt{\epsilon_0(z + \zeta/2)\epsilon_0(z - \zeta/2)}}.$$

Используя спектральный подход, это соотношение удобно преобразовать к виду:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 (2\delta L_0)^2 \overline{(\Delta\epsilon)_0^2} (2\pi)^2 \int_0^\infty \alpha^2 V_\epsilon(\alpha) |f_0(\alpha)|^2 d\alpha, \quad (6)$$

где $V_\epsilon(\alpha)$ — одномерная спектральная плотность флюктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы, сопряженная по Фурье с корреляционной функцией $\Gamma_\epsilon(0, 0, \zeta)$ [5]:

$$f_0(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\alpha z)}{\sqrt{\epsilon_0(z)}} dz. \quad (7)$$

Соотношения (4)–(7) могут быть непосредственно использованы для расчётов характерных масштабов фазовых флюктуаций отражённых радиоволн по частоте (радиусов частотной корреляции $(\Delta f_{\text{кор}})^A$) в ионо-

сферном слое с неоднородностями с произвольным профилем регулярной диэлектрической проницаемости $\epsilon_0(z)$ и спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы $V_e(\infty)$. В рассматриваемом здесь приближении фазового экрана искомый характерный масштаб $(\Delta f_{\text{кор}})^A$ может быть найден из соотношения [1]:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2 (\Delta f_{\text{кор}})^A} \simeq 1. \quad (8)$$

Некоторые частные примеры вычислений параметра $(\Delta f_{\text{кор}})^A$ мы приведём ниже.

Рассмотрим теперь случай наклонного падения волны на слой с неоднородностями. Исходными соотношениями в этом случае являются выражения для флуктуационных набегов фаз волн с частотами ω_1 и ω_2 в плоскостном ионосферном слое с неоднородностями:

$$\varphi_1(x_1, 0, z_{01}) \simeq \frac{\omega_1}{2c} \int_0^{z_{01}} \frac{\Delta \epsilon_1(x_1(z), 0, z)}{\sqrt{\bar{\epsilon}_1(z) - \sin^2 \vartheta_1}} dz, \quad (9)$$

$$\varphi_2(x_1, 0, z_{02}) \simeq \frac{\omega_2}{2c} \int_0^{z_{02}} \frac{\Delta \epsilon_2(x_2(z), 0, z)}{\sqrt{\bar{\epsilon}_2(z) - \sin^2 \vartheta_2}} dz,$$

Здесь $\vartheta_{1,2}$ — углы падения волн с частотами ω_1 и ω_2 на ионосферный слой. Зависимости $x_{1,2}(z)$ определяются из уравнения луча [6]:

$$x_{1,2} = x_{01,02} + \int_0^z \frac{\sin \vartheta_{1,2}}{\sqrt{\bar{\epsilon}_{1,2}(z) - \sin^2 \vartheta_{1,2}}} dz. \quad (10)$$

Горизонтальные смещения лучей в ионосфере $\Delta x_{1,2}$ определяются из соотношений (10) при $z \equiv z_{01,02}$.

Далее из соотношений (9), (10) можно получить общие выражения для средних квадратов фазовых флуктуаций отражённых сигналов на частотах ω_1 и ω_2 , а также выражение для взаимной частотной корреляции фаз подобно соотношениям (3). Ввиду громоздкости мы их приводить не будем, а сразу представим конечные выражения для средних квадратов относительных фазовых набегов волн $\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2}$ в интересующих нас случаях.

Так, если толщина слоя с неоднородностями и горизонтальные смещения лучей $\Delta x_{1,2}$ в ионосфере малы по сравнению с внешним масштабом турбулентности $l_0(z_0, \Delta x_{1,2} \ll l_0)$, то имеем (ср. (4)):

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (\omega_0/c)^2 (\Delta \epsilon)^2 (4\delta L_0)^2 \cos^{-2} \vartheta_0. \quad (11)$$

В другом, наиболее интересном, частном случае наклонного падения волны на ионосферный слой, когда толщина слоя сравнима с внешним масштабом турбулентности $l_0 (z_0 \leq l_0)$, но горизонтальные смещения лучей много больше масштаба $l_0 (\Delta x_{1,2} \gg l_0)$, имеем:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (\omega_0/c)^2 \overline{(\Delta x)^2} 2\pi^2 \overline{(\Delta \varepsilon)^2} \int_0^\infty \alpha^2 V'_e(\alpha) |f_0(\alpha K \operatorname{tg} \vartheta_0)|^2 d\alpha, \quad (12)$$

где $V'_e(\alpha)$ — одномерная спектральная плотность флюктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы, сопряженная по Фурье с корреляционной функцией $\Gamma_e(\xi, 0, 0)$;

$$f_0(\alpha K \operatorname{tg} \vartheta_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\alpha K \operatorname{tg} \vartheta_0 z)}{\sqrt{\bar{\epsilon}_0(z) - \sin^2 \vartheta_0}} dz, \quad (13)$$

$\overline{\Delta x}$ — среднее горизонтальное смещение луча с частотой ω_0 в ионосферном слое:

$$\overline{\Delta x} \simeq \frac{K-1}{K} \Delta x_0 \simeq (K-1) 2 \Delta z \operatorname{tg} \vartheta_0, \quad (14)$$

$$\Delta z \simeq 2\delta L_0 \left(1 + \frac{KL_0}{2h} \sin^2 2\vartheta_0 \right) \cos^2 \vartheta_0.$$

Здесь

$$K = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{\bar{\epsilon}'(z)}} \quad (15)$$

— нормировочная действующая высота ионосферы, $\bar{\epsilon}(z, f_n) - \bar{\epsilon}(z, f_0 \cos \vartheta_0)$ — диэлектрическая проницаемость ионосферы на эквивалентной частоте наклонного падения $f_n = f_0 \cos \vartheta_0$, h — высота основания ионосферного слоя с неоднородностями над земной поверхностью.

Соотношения (11)–(15) совместно с (8) могут быть непосредственно использованы для расчётов радиусов частотной корреляции флюктуаций фаз радиоволн при наклонном отражении их от ионосферы с произвольным профилем регулярной диэлектрической проницаемости $\bar{\epsilon}_0(z)$ и спектром флюктуаций диэлектрической проницаемости ионосферной плаэмы $V'_e(\alpha)$.

В качестве примера рассмотрим случай вертикального зондирования линейного ионосферного слоя $\bar{\epsilon}(z) = 1 - z/L$ с неоднородностями, имеющими гауссову $V_e(\alpha) = C_1 \exp(-\alpha^2 l_0^2/4)$ и степенную $V_e(\alpha) = C_2 [1 + (\alpha l_0)^2]^{-p/2}$ форму одномерных спектров (p — показатель спектра, постоянные C_1, C_2 находятся из условия нормировки спектра $\int_{-\infty}^{\infty} V_e(\alpha) d\alpha \equiv 1$).

В случае толстого неоднородного слоя ($z_0 = L \gg l_0$) из соотношений (6), (7) находим (ср. [1]):

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq 2A(\omega_0/c)^2(2\delta L)^2\overline{(\Delta\epsilon)_0^2}(L/l_0), \quad (16)$$

где

$$A = \begin{cases} \sqrt{\pi} & - \text{ гауссов спектр} \\ \pi^2 & - p = 5 \\ 4\pi & - p = 4 \\ 2\pi^2 & - p = 3 \end{cases}$$

Приведем также соответствующее выражение для случая модифицированного гауссова неоднородного слоя с профилем $\bar{\epsilon}(z) = (1 - z/L) \cdot \exp(z^2/L_r^2)$ (при дальнейших расчётах полагается $L \gg L_r \gg l_0$) и гауссовыми неоднородностями $V_e(\alpha) = C_1 \exp(-\alpha^2 l_0^2/4)$. В этом случае из соотношений (6), (7) находим:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (\omega_0/c)^2(2\delta L)^2 \exp(-2L/L_r)^2 \overline{(\Delta\epsilon)_0^2} \pi l_0 / 2\sqrt{2}L_r. \quad (17)$$

Из соотношений (8), (16), (17) видно, что при прочих равных условиях вертикальное зондирование ионосферного слоя с гауссовой формой сопровождается значительно меньшими частотными искажениями флюктуаций сигнала, прежде всего за счёт значительно более плавного градиента регулярной диэлектрической проницаемости в точке отражения по сравнению со случаем линейного слоя.

Из соотношений (8), (16) можно получить искомую оценку радиуса частотной корреляции флюктуаций для КВ сигналов, отражённых при вертикальном зондировании ионосферы в указанных выше условиях:

$$(\Delta f_{\text{кор}})^A \simeq f_0 \left[k_0 L \sqrt{2A \overline{(\Delta\epsilon)_0^2} L / l_0} \right]^{-1}. \quad (18)$$

В теории рефракционного рассеяния радиоволн Букера соответствующее выражение имеет вид [5]:

$$(\Delta f_{\text{кор}})^B \simeq (l/2F)^2. \quad (19)$$

Здесь характерный масштаб неоднородности фазы на экране

$$l \simeq \begin{cases} l_0 / \sqrt{\varphi_0^2 \ln \varphi_0^2} & - p = 3 \\ l_0 / \sqrt{2\varphi_0^2} & - p = 4, \\ l_0 / \sqrt{\varphi_0^2} & - p = 5 \end{cases} \quad (20)$$

параметр Френеля

$$F \simeq \sqrt{(h + z_0)/2k_0}. \quad (21)$$

Для линейного слоя с произвольной формой спектра неоднородностей ($L \gg l_0$) [1, 5]

$$\overline{\varphi_0^2} \simeq 2k_0^2 \overline{(\Delta\epsilon)_0^2} l_0 L \ln(4L/l_0). \quad (22)$$

Если сравнить величины $(\Delta f_{\text{кор}})^A$ и $(\Delta f_{\text{кор}})^B$ (см. (18)–(22)) для характерных значений параметров верхней ионосферы ($l_0 \simeq 10 \text{ км}^*$, $L = 50 \text{ км}$, $h + L = 300 \text{ км}$, $p \geq 4$, $\overline{(\Delta N/N)^2} \leq 10^{-2}$), то оказывается, что частотные искажения, вносимые областью отражения сигнала, более значительны, чем соответствующие изменения за счёт распространения отражённого сигнала в свободном пространстве за неоднородным ионосферным слоем ($(\Delta f_{\text{кор}})^A < (\Delta f_{\text{кор}})^B$). Если же учесть, что величина $(\Delta f_{\text{кор}})^B$ существенным образом зависит от градиента диэлектрической проницаемости в точке отражения волн (параметр L_0 в выражении (5)), то, вообще говоря, при оценке частотных искажений отражённых КВ сигналов возможны такие ситуации, когда более существенно влияние отражающего слоя ($(\Delta f_{\text{кор}})^A < (\Delta f_{\text{кор}})^B$), так и такие ситуации, когда более важно влияние свободного пространства за неоднородным ионосферным слоем ($(\Delta f_{\text{кор}})^B < (\Delta f_{\text{кор}})^A$).

Итак, влияние эффекта расщепления лучей разной частоты в неоднородной ионосфере на частотные искажения КВ сигналов, отражённых от случайно–неоднородной ионосферы, может быть существенным. Именно определяющим влиянием этого эффекта объясняются значительные расхождения в оценке радиуса частотной корреляции флуктуаций радиоволн по методике Букера и прямых численных расчётов на ЭВМ в работе [4]. В общем случае полоса когерентности КВ сигналов, отражённых от ионосферы при вертикальном и наклонном зондировании, должна определяться как минимальная величина из параметров $(\Delta f_{\text{кор}})^A$ (см. соотношения (4)–(8), (11)–(15)) и $(\Delta f_{\text{кор}})^B$ (см. соотношение (19) и (5)).

Работа выполнена в рамках проекта 93–02–15893 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов Н. Г., Ерухимов Л. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1966. Т. 6. № 4. С. 695.
2. Алимов В. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 1972. Т. 12. № 3. С. 548.
3. Kiang Y. W., Liu C. H. // Radio Sci. 1985. V. 20. № 3. P. 652.
4. Wagen J.–F., Yeh K. C. // Radio Sci. 1989. V. 24. № 2. P. 209.
5. Booker H. G. // Indian J. Radio Space Phys. 1986. V. 15. № 5–6. P. 197.

*Принятое здесь значение величины l_0 не является типичным для ионосферных условий. Как правило, внешний масштаб ионосферных неоднородностей сравним с масштабом однородной атмосферы на высотах ионосферы [7].

6. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
7. Алимов В. А. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика". 1981. Т. 24. № 1. С. 122.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Новгород

Поступила в редакцию
23 апреля 1994 г.

**FREQUEMCY CORRELATION OF HF SIGNAL FLUCTUATIONS IN THE
THEORY OF RADIO WAVE REFRACTION SCATTERING IN THE
IONOSPHERE**

V. A. Alimov

There has been considered the frequency correlation of phase fluctuations of HF signal reflected from a turbulent ionospheric layer with an arbitrary electron density profile at vertical and oblique sounding of the ionosphere. We have obtained the expressions for an estimation of the coherence band of HF signals, reflected from a randomly inhomogeneous ionosphere. The calculation results are compared with those relevant ones of the frequency correlation of HF signal fluctuations in the Beker's theory of radio wave refraction scattering. It has been shown, in particular, that the influence of different frequency ray splitting in an inhomogeneous ionosphere on the frequency distortions of HF signal may dominate in comparison with the frequency decorrelation of fluctuating HF signals propagating in free space beyond the turbulent ionospheric layer.

УДК 550.385; 538.3

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ФЛУКТУАЦИЙ ПЕРИОДА ПОВТОРЕНИЯ ИОННО-ЦИКЛОТРОННЫХ ВОЛН В МАГНИТОСФЕРЕ

A. B. Гульельми, A. L. Калишер, F. Z. Фейгин

Рассмотрены флуктуации периода повторения геомагнитных пульсаций Pc 1, которые распространяются в магнитосфере в виде пакетов ионно-циклотронных волн. Введен безразмерный параметр, характеризующий частотную зависимость флуктуаций. По величине этого параметра и периоду повторения сигналов на данной частоте предложено оценивать плотность плазмы на экваторе траектории Pc 1.

Известен эффект Денисова–Ерухимова, сущность которого состоит в усилении флуктуаций фазы и группового пути радиоволны, дважды прошёдшей один и тот же отрезок траектории в статистически неоднородной ионосфере [1, 2]. Аналогичный эффект ожидается при распространении естественных сигналов типа Pc 1 (диапазон 0.2–5 Гц), которые осциллируют в магнитосфере между сопряжёнными точками в виде пакетов ионно-циклотронных волн. В работе [3] предпринят поиск эффекта Денисова–Ерухимова по данным регистрации Pc 1, однако без учёта частотной зависимости флуктуаций и без учёта неоднородности геомагнитного поля. Цель данной работы состоит в учёте этих особенностей распространения Pc 1 и в обсуждении возможности использовать частотную зависимость флуктуаций Pc 1 для диагностики плазмы в магнитосфере.

Согласно [4, 5] период повторения Pc 1 равен

$$\tau = \int_0^{\ell_0} \frac{d\ell}{v}, \quad (1)$$

где

$$v = c_A (1 - \omega/\Omega)^{3/2} (1 - \omega/2\Omega)^{-1}. \quad (2)$$

Здесь v — групповая скорость, c_A — скорость Альвена, Ω — гирочастота ионов, ω — частота волны. Интегрирование в [1] ведётся вдоль геомагнитной силовой линии, ℓ_0 — удвоенная длина этой линии между сопряжёнными точками (см. также [6, 7]).

Магнитосферная плазма является случайно–неоднородной средой. Поэтому τ флуктуирует, т. е. представляет собой случайную функцию номера волнового пакета в серии Pc 1. (Напомним, что серия Pc 1 содержит

десятки, а иногда даже сотни волновых пакетов.) Предположим, что причиной флуктуаций τ является мелкомасштабная неоднородность плотности плазмы $\rho(\ell)$ вдоль траектории Рс 1. Пусть

$$\rho = \rho_0 + \rho_1,$$

где $\rho_0(\ell)$ есть регулярная плавная функция, $\rho_1(\ell)$ есть быстроосциллирующая стохастическая функция, причём $|\rho_1| \ll \rho_0$. Воспользуемся методом возмущений [1, 2], полагая относительные флуктуации плотности ρ_1/ρ_0 статистически однородными. Тогда из [1, 2] вытекает следующее выражение для дисперсии периода повторения

$$\sigma_\tau^2 = \int_0^{\ell_0} \frac{d\ell}{v_0^2(\ell)} \int_0^\infty \Gamma_\rho(\zeta) d\zeta. \quad (3)$$

Здесь $\Gamma_\rho(\ell_1 - \ell_2)$ — пространственная корреляционная функция для относительных флуктуаций плотности, а v_0 определяется формулой (2), в которую вместо ρ подставлено ρ_0 .

Качественный анализ свидетельствует о том, что σ_τ увеличивается с ростом ω , причем основной вклад в σ_τ даёт приэкваториальный участок траектории. Этот вклад тем больше, чем ближе ω к гирочастоте Ω_0 на экваторе траектории. Для количественного расчёта воспользуемся дипольной аппроксимацией геомагнитного поля. Тогда

$$\sigma_\tau = \sigma_\rho c_A^{-1} [2\ell_{ef} R_E J(\omega)]^{1/2} [L(L-1)]^{1/4}, \quad (4)$$

где c_A — скорость Альвенна на экваторе магнитной оболочки с параметром L , R_E — радиус Земли, $\sigma_\rho^2 = \Gamma_\rho(0)$. Эффективный радиус корреляции ℓ_{ef} определен так же, как в [2]. Зависимость σ_τ от ω даётся интегралом

$$J(\omega) = \frac{1}{x} \int_0^{x_0} \frac{[2 - \omega/\Omega(x)]^2 (1 - x^2)^{6-s}}{[1 - \omega/\Omega(x)]^3 (1 + 3x^2)^{1/2}} dx. \quad (5)$$

Здесь

$$\Omega(x) = \Omega_0 (1 + 3x^2)^{1/2} / (1 - x^2)^3, \quad x_0 = (1 - 1/L)^{1/2}.$$

Распространение плазмы вдоль траектории выбрано в виде

$$\rho_0(x) = \rho_0(0)(1 - x^2)^{-s}.$$

Довольно резкая зависимость σ_τ от ω наводит на мысль о диагностике плазмы по данным о флуктуациях периода повторения Рс 1. Для этого введём реизразмерный параметр $F = d \ln \sigma_\tau / d \ln \omega$, который с одной стороны легко измерить на опыте, а с другой — расчитать по формулам (4),

(5). На рисунке представлен результат расчёта при $s = 4$, $L = 5$. Функция $F(\omega/\Omega_0)$ полезна в том отношении, что она весьма слабо зависит от L и s , так что с её помощью можно легко оценить отношение ω/Ω_0 по измеренному значению F . Дальнейшая процедура диагностики не отличается от того, что описано в [6, 7].

Для иллюстрации проанализируем событие, зарегистрированное на обсерватории Канак (Гренландия) 23 февраля 1967 года в интервале 6^h–7^h всемирного времени [8]. Центральная частота $f = 0.47$ Гц, ширина полосы $\Delta f = 0.1$ Гц, средний период повторения $\tau = 141$ с. По 24 эхо-сигналам удаётся измерить $\sigma_\tau = 14$ с и $F = 0.97$. С помощью графика, представленного на рисунке, оцениваем $\omega/\Omega_0 = 0.54$, откуда с учётом измеренного значения f находим $L = 8.3$. Наконец, по L и τ оцениваем концентрацию плазмы $N_0 = 0.6 \text{ см}^{-3}$ на экваторе траектории методом, изложенным в [6, 7]. Параметры ω/Ω_0 , N_0 примерно соответствуют тому, что было найдено ранее [9] по данным о расплывании пакетов Рс 1 на оболочках $L = 8 - 8.5$.

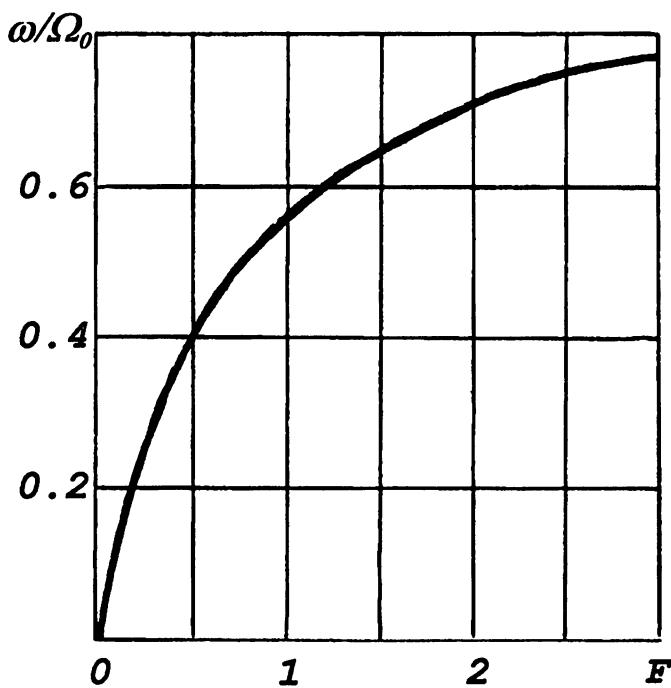


Рис. 1.

Серия Рс 1, о которой идет речь, наблюдалась в то же время на обсерватории Котцебу (Аляска), хотя амплитуда колебаний была там значительно меньше, чем на обсерватории Канак [8]. Это даёт нам возможность проконтролировать полученные числа. Параметры Рс 1 следующие:

$f = 0.465 \text{ Гц}$, $\Delta f = 0.07 \text{ Гц}$, $\tau = 140 \text{ с}$, $\sigma_\tau = 13.5 \text{ с}$, $F = 1.05$. С их помощью находим $\omega/\Omega_0 = 0.56$, $L = 8.4$, $N_0 = 0.5 \text{ см}^{-3}$, что вполне согласуется с результатом обработки Рс 1 на обсерватории Канак.

В заключение вернемся к вопросу об усилении флуктуаций τ при многоканальном прохождении волной одного и того же пути [1, 2]. В формулах (3), (4) учтён эффект двукратного прохождения сигнала вдоль геомагнитной силовой линии между сопряжёнными точками. При четырёхкратном прохождении имеем $\sigma_{2\tau} = 2\sigma_\tau$, причём коэффициент усиления не зависит от ω и равен $\sqrt{2}$. Если же эффект по той или иной причине отсутствует, то должно быть $\sigma_{2\tau} = \sqrt{2}\sigma_\tau$.

Обработка серии сигналов, о которой говорилось выше, дает $\sigma_{2\tau}/\sigma_\tau = 1.35 \pm 0.15$, что, по-видимому, свидетельствует об отсутствии эффекта усиления флуктуаций (см. также [3]). Это может быть связано с флуктуациями параметров среды во времени, если интервал корреляции флуктуаций не превышает 2τ . Другое возможное объяснение связано с учётом многолучёвости распространения Рс 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов Н. Г., Ерухимов Л. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1966. Т. 6. № 4. С. 695.
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. 463 с.
3. Калишер А. Л., Поляков А. Р. // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. Т. 25. № 5. С. 772.
4. Jacobs J. A., Watanabe T. // J. Atmosph. Terr. Phys. 1964. V. 26. № 8. P. 825.
5. Obayashi T. // J. Geophys. Res. 1965. V. 70. № 5. P. 1069.
6. Гульельми А. В., Троицкая В. А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. — М.: Наука, 1973. 208 с.
7. Нишида А. Геомагнитный диагноз магнитосферы. — М.: Мир, 1980. 299 с.
8. Heacock R. R. Atlas of micropulsation spectra. — College, Alaska, Univ. of Alaska, 1970. 86 p.
9. Liemonh H. B., Kenney J. F., Knaflisch H. B. // Earth Planet. Sci. Lett. 1967. V. 2. № 4. P. 360.

Институт физики Земли РАН,
г. Москва

Поступила в редакцию
8 декабря 1993 г.

FREQUENCY DEPENDENCE OF THE REPETITION PERIOD
FLUCTUATIONS OF ION-CYCLOTRON WAVES IN THE
MAGNETOSPHERE

A. V. Gulielmi, A. L. Kalisher, F. Z. Feigin

The fluctuations of repetition period of Pc 1 geomagnetic pulsation are investigated theoretically. (These pulsations propagate in the magnetosphere as packets of the ion-cyclotron waves.) The frequency dependence of fluctuations is characterized by a dimensionless parameter. The value of this parameter combined with the repetition period of Pc 1 wave packets gives the useful information concerning the plasma density in the magnetosphere.

УДК 537.87 ÷ 621.371

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

B. Г. Спицын

Методом статистического моделирования решена задача о многократном рассеянии электромагнитных волн на внутренней поверхности тел вращения: конуса, параболоидов второго и четвертого порядков, вдоль образующих которых перемещаются турбулентные неоднородности. Получен угловой и частотный спектр рассеянного сигнала и исследована их зависимость от формы рассеивающей поверхности, диаграммы переизлучения турбулентных неоднородностей и дисперсии скорости их перемещения.

1. В работе [1] на основе сопоставления результатов расчетов рассеяния электромагнитных волн на турбулентном потоке с экспериментальными данными сделан вывод о том, что турбулентные неоднородности сосредоточены в окрестности поверхности потока. В связи с этим, в случае электромагнитного зондирования потока вдоль его оси, представляет интерес постановка следующей задачи.

Полагается, что плоская электромагнитная волна падает в направлении, противоположном оси z тела вращения (конуса или параболоида), на поверхности которого хаотически расположены турбулентные неоднородности. Они обладают как направленной скоростью \vec{V} , ориентированной вдоль образующей тела вращения, так и случайной изотропной скоростью $\delta\vec{V}$, распределенной по нормальному закону. Размеры тела вращения намного превосходят длину падающей электромагнитной волны и характерные размеры турбулентных неоднородностей.

В этом случае поле рассеянной электромагнитной волны формируется в результате многократного переотражения волны от динамически шероховатой поверхности. Для решения задачи используется метод статистического моделирования процесса многократного рассеяния электромагнитной волны на турбулентных неоднородностях [1, 2].

2. Фронт плоской электромагнитной волны, падающей на динамически шероховатую поверхность, представляется источником синфазных когерентных лучей. Наличие перемещающихся хаотически расположенных на поверхности турбулентных неоднородностей приводит к тому, что

фазы лучей после отражений от поверхности будут случайны. Энергия рассеянного сигнала в этом случае пропорциональна числу лучей, рассеянных в заданном элементе телесного угла.

В плоскости фронта волны, падающей на тело вращения, выбирается луч, направление которого совпадает с направлением волнового вектора. Начальные координаты луча распределены равномерно по раскрыту тела вращения в плоскости $z = z_m$. Луч продолжается до пересечения с поверхностью тела вращения. Координаты пересечения определяются из совместного решения системы уравнений

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + |\vec{r} - \vec{r}_0| \vec{e}_i, \quad (1)$$

$$Q(\vec{r}_0) = 0, \quad (2)$$

где уравнение (2) является уравнением поверхности, на которой происходит рассеяние. В уравнении (1) известными являются \vec{r}_0 — координаты начала луча и единичный вектор \vec{e}_i в направлении его распространения.

При пересечении луча с поверхностью происходит изменение направления его распространения в соответствии с задаваемой диаграммой переизлучения турбулентных неоднородностей.

Представляет интерес рассмотреть диаграмму переизлучения турбулентных неоднородностей квазизеркального типа, которая позволяет охватить широкий диапазон соотношений между характерным размером турбулентных неоднородностей ℓ и длиной волны λ от $\ell \gtrsim \lambda$ при узкой диаграмме переизлучения рассеивателей до $\ell < \lambda$ при широкой диаграмме, когда она стремится к изотропной по полусфере.

Единичный вектор в направлении распространения рассеянной волны определяется выражением

$$\vec{e}_s = \vec{e}_i - 2\vec{e}_q(\vec{e}_q \cdot \vec{e}_i), \quad (3)$$

где

$$\vec{e}_q = (\vec{n} + \vec{p})/|\vec{n} + \vec{p}|. \quad (4)$$

Здесь \vec{n} — нормаль к поверхности, \vec{p} — случайный вектор, расположенный в плоскости, касательной к поверхности в точке отражения ($\vec{p} \perp \vec{n}$).

Выражение, используемое для моделирования вектора \vec{p} , описывается в виде

$$\vec{p} = \left(\vec{e}_n \cos \varphi + \frac{[\vec{n} \vec{e}_n]}{|[\vec{n} \vec{e}_n]|} \sin \varphi \right) \beta \sqrt{x_1}, \quad (5)$$

где \vec{e}_n — единичный вектор, направленный вдоль образующей тела вращения; $\varphi = 2\pi x_2$ — азимутальный угол в плоскости, касательной к поверхности в точке отражения; x_1, x_2 — случайные числа, равномерно распределенные в интервале $[0, 1]$; β — коэффициент, характеризующий

ширину диаграммы переизлучения турбулентной неоднородности. В случае $\beta \gg 1$ турбулентная неоднородность рассеивает изотропно.

В процессе моделирования случайных траекторий лучей проводится вычисление и накопление в памяти ЭВМ величины доплеровского сдвига частоты, приобретенного волной в результате многократного взаимодействия с перемещающимися турбулентными неоднородностями. При выходе луча за пределы тела вращения запоминаются накопленный им сдвиг частоты, направление его распространения и число отражений от поверхности. После многократного повторения процесса сложения за лучами и нормировки результатов получаются спектральные характеристики рассеянного сигнала.

3. На рис. 1 представлены частотные спектры сигнала, некогерентно рассеянного на динамически шероховатой поверхности тел вращения. По горизонтальной оси отсчитывается величина безразмерного доплеровского сдвига частоты $f_* = (\Delta f c)/(f_0 V)$, где Δf — сдвиг частоты, c — скорость распространения волны, f_0 — частота падающей волны, V — скорость перемещения турбулентных неоднородностей вдоль образующей тела вращения.

По вертикальной оси каждого спектрального кадра отсчитывается энергия сигнала, нормированная на максимум энергии в спектре. Спектральные кадры приведены для различных значений полярного угла θ , отсчитываемого от направления оси z тела вращения: а) $\theta = 14^\circ$, б) $\theta = 32^\circ$, в) $\theta = 50^\circ$, г) $\theta = 68^\circ$, д) $\theta = 86^\circ$.

Сплошными, штриховыми и штрихпунктирными кривыми показаны частотные спектры, полученные для конуса, параболоидов второго и четвертого порядков соответственно. Расчеты проводились при следующих значениях параметров: отношение максимального продольного размера тела вращения к поперечному $z_m/\rho_m = 2$, дисперсия скорости перемещения турбулентных неоднородностей $\delta V/V = 0,2$, коэффициент β , характеризующий ширину диаграммы переизлучения турбулентных неоднородностей принимал значение, равное 1,5. Относительная погрешность вычислений в точках расположения максимума спектральных картин составляла величину $\epsilon \lesssim 4\%$.

Форма частотного спектра характеризуется плавным увеличением энергии с ростом частоты до достижения максимального значения, а затем происходит резкое уменьшение энергии сигнала до нуля. Объясняется это тем, что в то время как положительный сдвиг частоты ограничен сверху, отрицательный сдвиг растет с увеличением числа отражений. С ростом угла выхода лучей θ происходит сдвиг максимума частотного спектра к оси ординат, так как величина максимально возможного положительного смещения частоты при этом уменьшается.

Как следует из рис. 1, появление второго конечного радиуса кривизны у рассеивающей поверхности приводит к увеличению энергии сигнала, рассеянного с отрицательным сдвигом частоты, поскольку при этом существенно возрастает число актов рассеяния.

Зависимость энергии сигнала, рассеянного во всем диапазоне углов $0 \leq \theta \leq \pi/2$, от числа актов рассеяния представлена на рис. 2. По оси ординат отсчитывается нормированная на максимум энергия рассеянного сигнала, а по оси абсцисс — число актов рассеяния. Обозначения для кривых и параметры, при которых проводились расчеты, те же, что и в предыдущем случае. Относительная ошибка вычислений составляла величину $\lesssim 1\%$.

С ростом порядка уравнения, описывающего поверхность, происходит перемещение максимума кривых на рис. 2 в сторону больших значений числа актов рассеяния, поскольку лучам требуется большее количество отражений, чтобы выйти за пределы тела вращения.

Зависимость величины максимума энергии в частотном спектре $S_m(\theta)$ от полярного угла θ приведена на рис. 3. Из приведенных результатов следует, что с увеличением порядка уравнения, описывающего рассеивающую поверхность, происходит сужение к оси z диаграммы переизлучения тела вращения. Этот факт объясняется тем, что с ростом кривизны поверхности (для фиксированного значения z) происходит уменьшение максимального возможного угла выхода луча θ , что приводит к фокусировке энергии рассеянного сигнала.

На рис. 4 представлена зависимость формы (интегрального по раскрыву тела вращения) частотного спектра от величины коэффициента, характеризующего ширину диаграммы переизлучения рассеивателей квазизеркального типа. Расчеты проводились для конической поверхности при тех же значениях параметров, что и выше. Сплошным, штриховым и штрихпунктирным кривым на рис. 4 соответствуют значения парамет-

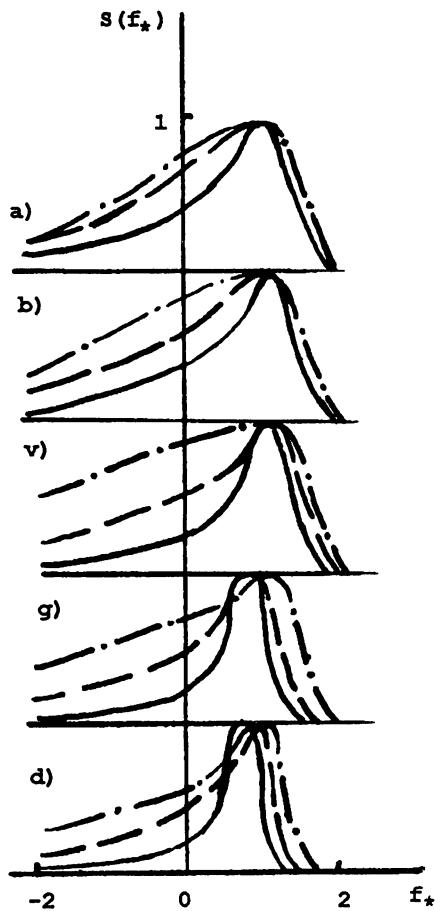


Рис. 1.

тра $\beta = 1, 1,5$ и 2 . С ростом β происходит сдвиг максимума спектра в сторону больших значений доплеровского сдвига частоты, поскольку при этом вектор рассеяния \vec{e}_q , определяемый выражением (4), все больше расходится с направлением нормали к поверхности, а, следовательно, сдвиг частоты возрастает.

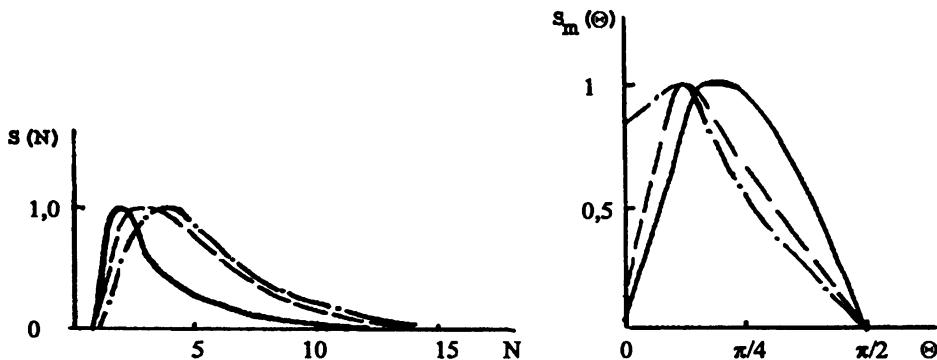


Рис. 2, 3.

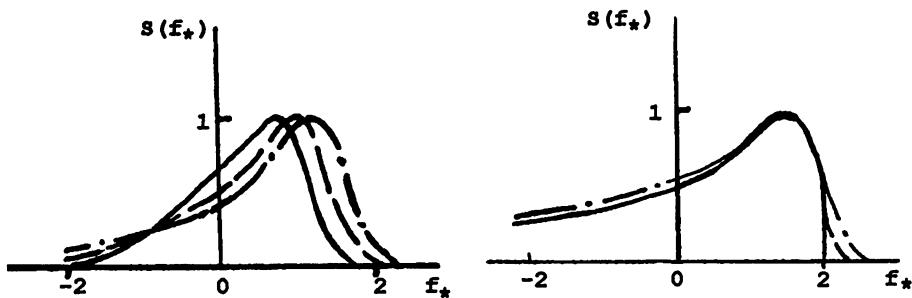


Рис. 4, 5.

Зависимость формы интегрального частотного спектра от относительной величины дисперсии скорости перемещения турбулентных неоднородностей представлена на рис. 5. Расчеты проводились для параболоида вращения второго порядка при $z_m/\rho_m = 4$, $\beta \gg 1$ (диаграмма излучения турбулентных неоднородностей изотропная по полусфере [1]). Сплошной, штриховой и штрихпунктирной кривым на рис. 5 соответствуют значения величины относительной дисперсии скоростей турбулентных неоднородностей $\delta V/V = 0; 0,1$ и $0,2$. С ростом дисперсии скорости происходит более плавное уменьшение до нуля энергии сигнала в области положительных значений сдвига частоты. В целом форма спектра с

ростом $\delta V/V$ существенных изменений не испытывает. Этот факт дает основание полагать, что основной вклад в частотный спектр дает много-кратное рассеяние электромагнитных волн на турбулентных неоднородностях, перемещающихся с направленной скоростью \vec{V} , ориентированной вдоль образующей тела вращения.

4. Таким образом, в данной работе методом статистического моделирования решена задача о многократном рассеянии электромагнитных волн на внутренней поверхности тел вращений: конуса и параболоидов второго и четвертого порядка, вдоль образующих которых перемещаются турбулентные неоднородности. Исследована зависимость углового и частотного спектров рассеянного сигнала от формы рассеивающей поверхности, диаграмм переизлучения турбулентных неоднородностей и дисперсии скорости их перемещения.

Установлено, что с ростом порядка уравнения, описывающего поверхность, увеличивается энергия спектральной компоненты с отрицательным сдвигом частоты и происходит фокусировка энергии рассеянного сигнала к оси тела вращения. Увеличение ширины диаграммы переизлучения рас-секвателей квазизеркального типа сопровождается смещением максимума частотного спектра в сторону больших значений сдвига частоты рассеянного сигнала. Возрастание дисперсии скорости перемещения турбулентных неоднородностей приводит к более плавному уменьшению до нуля энергии сигнала в области положительных значений сдвига частоты.

ЛИТЕРАТУРА

- Спицын В. Г. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1989. Т. 32. № 9. С. 1168.
- Спицын В. Г. // Радиотехника и электроника, 1989. Т. 34. Вып. 5. С. 1088.

Сибирский физико-технический
институт при Томском
госуниверситете

Поступила в редакцию
30 декабря 1993 г.

MULTIPLE SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY AN INNER SURFACE OF TURBULENT BODIES OF ROTATION

V. G. Spitsyn

By the method of statistical modeling the problem has been solved on multiple scattering of electromagnetic waves by an inner side of rotation bodies: a

cone, paraboloids of the second and fourth orders which generatrices are being moved by turbulent inhomogeneities. There have been obtained the angular and frequency spectra of the scattered signal. The dependence of these spectra on the shape of a scattering surface, turbulent inhomogeneity reradiation pattern, and the velocity dispersion of the inhomogeneity movements.

УДК 621.371 ÷ 551.510

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО ВОЛНОВОДА ВЫСОКОПОДНЯТЫМ ИСТОЧНИКОМ

Г. М. Стрелков, Н. П. Санталов

Теоретические исследования распространения радиоволн в тропосферных волноводах проводятся в течение почти 5 десятилетий (см., например, [1–9]). Вновь появляющиеся данные о структуре волноводных слоев и постоянное развитие систем связи и локации, работающих на сантиметровых и миллиметровых волнах, требуют анализа все более тонких особенностей взаимодействия радиоволн с волноводами. К числу малоизученных к настоящему времени относится задача о возбуждении волновода приподнятым над ним (и, вообще говоря, сколь угодно высоко) излучателем. Существенным элементом имеющихся исследований является восходящая еще к В. А. Фоку [1] модель излучателя в виде вертикального электрического диполя. При подъеме диполя за пределы волноводного слоя эффективность возбуждения слоя или, что то же, захватываемая им доля излучаемой мощности по очевидным причинам резко убывает. Здесь, естественно, возникают вопросы о применении излучателя конечных размеров и об угле места, под которым ему следует работать. Характеристики полей, создаваемых такими излучателями в приземных слоях атмосферы, рассматривались в [10–12]. Используемые в этих работах простейшие приближения не позволяют, однако, составить представление об особенностях распространения радиоизлучения в реальных волноведущих структурах. Что касается работы передающей антенны в условиях волноводного распространения при углах места $\varphi \neq 0$, то этот вопрос в литературе не обсуждался.

В [13] предложен новый подход к анализу волноводного распространения узконаправленных радиопучков и на его основе получено, в частности, решение задачи о возбуждении приповерхностного волновода расположенным непосредственно над ним (низкоподнятым) излучателем с апертурой конечного размера. Для длин волн 0,03 м и 0,008 м показано, что работа при $\varphi < 0$ позволяет реализовать возможности механизма волноводного распространения вплоть до расстояний, в сотни раз превышающих дифракционную длину L_d . Настоящее сообщение содержит некоторые данные анализа особенностей радиополей, возбуждаемых в приповерхностном волноводе высокоподнятым источником. Введенное понятие предполагает достаточную удаленность источника, при которой излучаемый пучок на пути до слоя расходится настолько, что его характерный

поперечный размер становится сравнимым или превышает толщину волноводной структуры. В результате, в отличие от случая низкоподнятого источника, излучение занимает весь интервал высот, в пределах которого имеются особенности вертикального профиля показателя преломления, поперечные градиенты поля в пучке значительно уменьшаются, и вклад рефракционных эффектов в формирование структуры поля в волноводе становится основным.

Анализ выполнялся на основе численного решения параболического уравнения для комплексной амплитуды поля E ,

$$2in_0k \frac{\partial E'}{\partial z} = \frac{\partial^2 E'}{\partial x^2} + \left[2k^2(n(x, z) - n_0) - ik(\alpha(x, z) - \alpha_0) \right] E', \quad (1)$$

по методике, изложенной в [13]. Здесь z — направление распространения; x — поперечная координата; $E' = (E/E_0) \exp(in_0kz + i\alpha_0z/2)$; $E_0 = E(0, 0)$; k — волновое число; $\alpha(r, \lambda) = \alpha_{H_2O}(\lambda) \exp(-r/1500) + \alpha_{O_2}(\lambda) \exp(-r/5300)$ — коэффициент поглощения воздуха, вклад в который вносят водяной пар и кислород (см., напр., [14, 15]); $\alpha_0 = \alpha(-h, 0)$; $r(x, z, \varphi)$ — высота точки с координатами (x, z) над земной поверхностью; h — высота начала системы координат ($t. O$) над поверхностью; φ — угол, определяющий отклонение оси z от местной горизонтали в $t. O$ (угол места). Центр передающей антенны совпадает с $t. O$. Высотный профиль показателя преломления n (или $N = 10^6(n - 1)$) в волноводе, образовавшемся над спокойным морем, принимался таким же, что и в [13]: в интервале высот от $h_1 = 30$ м до $h_2 = 41$ м вертикальный градиент показателя преломления равен $\gamma = -2,666 N - \text{ед./м}$, снизу и сверху к волноведущему слою прилегают слои с отрицательной рефракцией. Распределение поля по излучающей апертуре предполагалось гауссовским $E(x, 0) = E_0 \exp(-x^2/(2a^2))$ с $a = 1$ м; $n_0 = n(-h, 0)$.

На примере $\lambda = 0,008$ м и $h = 1000$ м рис. 1 иллюстрирует характер распределения поля в волноводе, возбуждаемом приподнятым источником. Изображено поле в интервале высот $r = 0 - 120$ м, представляющем основной интерес для темы сообщения. Разная степень черноты отдельных областей рисунка отвечает различным уровням нормализованной плотности потока мощности излучения (величина $|E'|^2$); по горизонтали на рисунке отложено безразмерное расстояние $\bar{z} = z/L_d$, $L_d = ka^2 = 785,4$ м; пунктирные прямые определяют границы волноводного слоя. Рис. 1 соответствует угол места $\varphi = -52'$. Для сопоставления укажем, что направлению на горизонт из $t. O$ соответствует угол места $\varphi = \varphi_r = -\sqrt{2h/R} = -61'$ (R — радиус Земли). Качественно взаимодействие пучка со слоем можно описать, представив пучок в виде совокупности лучевых трубок, каждой из которых соответствует некоторая доля его текущей мощности. С ростом z лучевые трубки из нижней части пучка поочередно пересекают волновод, достигают поверхности и, отразившись от нее, снова

уходят в область над волноводом. Число трубок, взаимодействующих с поверхностью, или соответствующая им доля мощности пучка и интервал расстояний, в пределах которого источник "освещает" поверхность, очевидным образом зависят от φ и начальной угловой расходимости пучка. Когерентное сложение полей в трубках, направленных к поверхности и от нее, приводит к возникновению интерференционной картины и к появлению локальных максимумов поля в пределах волноводного слоя. В окрестности максимумов возрастает эффект дифракционной расходимости, что обеспечивает прохождение незначительной доли мощности пучка за линию горизонта.

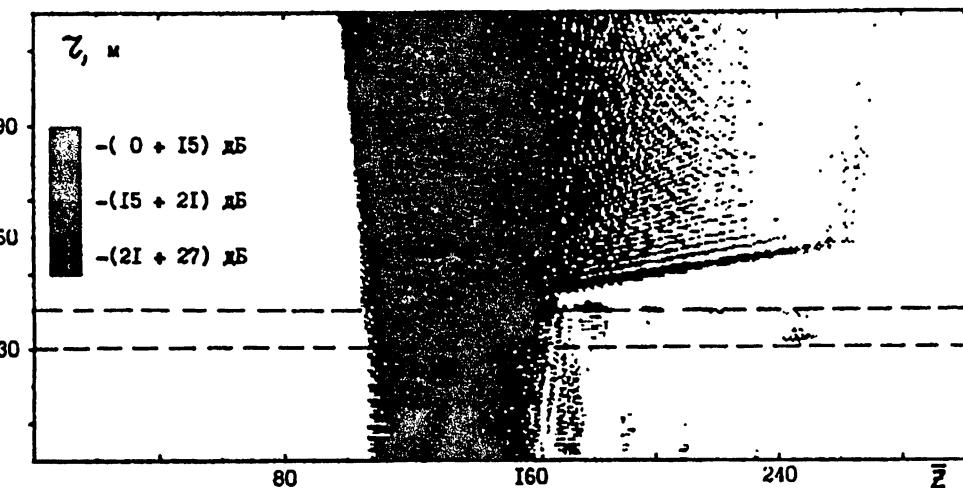


Рис. 1. Центр тяжести пучка (1 — $\varphi = -67'$; 2 — $\varphi = \varphi_r = -61'$; 3 — $\varphi = -55'$).

Деформации пучка в целом характеризуются изменениями по трассе его интегральных параметров — энергетического центра тяжести $r_{\text{п}}(z, \varphi) = \int_0^{\infty} r |E'|^2 dr / \int_0^{\infty} |E'|^2 dr$ и среднеквадратичной полуширины $\sqrt{\Delta r^2} = \left(\int_0^{\infty} (r - r_{\text{п}}(z, \varphi))^2 |E'|^2 dr / \int_0^{\infty} |E'|^2 dr \right)^{0.5}$. Ряд кривых $r_{\text{п}}(z, \varphi)$ приведен на рис. 2. Здесь же для удобства анализа пунктиром построены величина $r_r = r(0, z, \varphi_r)$, т. е. высота точки на оси симметрии излучаемого при $\varphi = \varphi_r$ пучка, и вертикаль, отмечающая точку касания оси симметрии с поверхностью. Общим для представленных зависимостей $r_{\text{п}}(z, \varphi)$ является выполнение неравенства $r_{\text{п}} > h_2$, показывающего, что мощность пучка в рассматриваемой ситуации сосредоточена, в основном, над волноводной структурой. По-видимому, здесь следует говорить о проявлении

эффекта отражения пучка от приповерхностного волновода, обусловленного слоем с отрицательной рефракцией, находящимся над волноведущим слоем. Совместное образование таких слоев обычно для приповерхностных и приподнятых волноводов (см., напр., [16–19]).

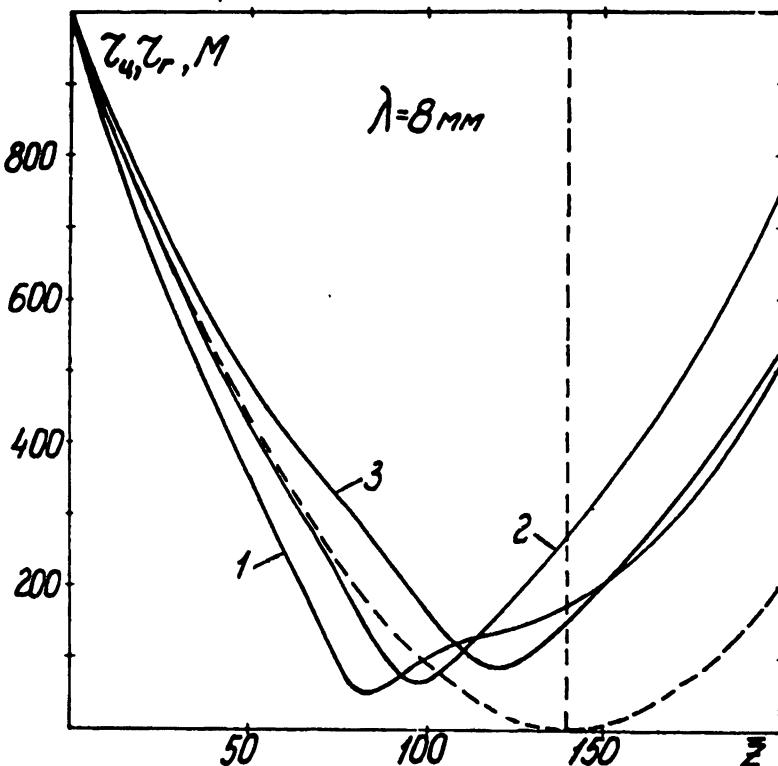


Рис. 2. Центр тяжести пучка (1 — $\varphi = -67'$; 2 — $\varphi = \varphi_r = -61'$; 3 — $\varphi = -55'$).

Рис. 2 показывает также, что после отражения скорость ухода пучка от поверхности (величина dr_{π}/dz) не изменяется монотонно с φ и максимальна при $\varphi = \varphi_r$. Рис. 3 иллюстрирует другую характерную особенность деформаций радиопучка. При взаимодействии с волноводом его поперечный размeр уменьшается, причем тем заметнее, чем больше абсолютное значение φ . Как следствие, возрастают напряженности поля в области пучка, что следует принимать во внимание при расчете дальностей связи и локации.

При анализе волноводного распространения центральным является вопрос о возбуждении волновода, то есть о захвате им излучаемой мощности. Критерии количественного описания эффекта возбуждения до настоящего времени не сложились. Из рис. 1 видно, что в случае приповерх-

ностного волновода естественно рассматривать возбуждение структуры волноведущий слой + нижний слой атмосферы.

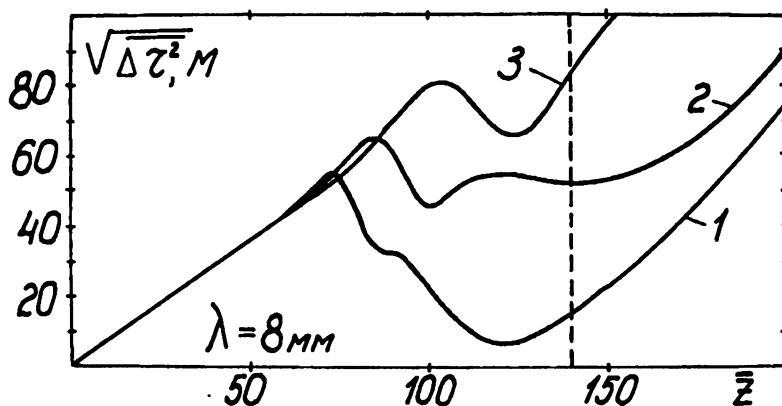


Рис. 3. Среднеквадратичная полуширина пучка (1 — $\varphi = -67'$; 2 — $\varphi = \varphi_r$; 3 — $\varphi = -55'$).

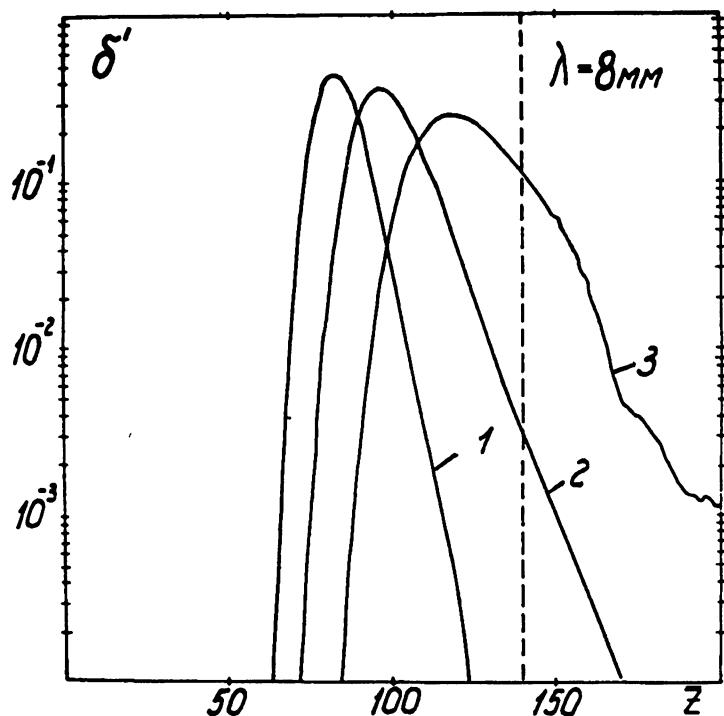


Рис. 4. Эффективность возбуждения структуры волноведущий слой + нижележащий слой (1 — $\varphi = -67'$; 2 — $\varphi = \varphi_r$; 3 — $\varphi = -55'$).

Соответствующие данные приведены на рис. 4 для тех же значений φ , что и на рис. 2 и 3. По вертикали на рисунке отложена эффективность возбуждения $\delta'(z, \varphi) = \int_0^{h_2} |E'|^2 dr / \int_0^{\infty} |E'|^2 dr$, равная доле текущей мощности излучения, приходящейся на волноведущий + нижележащий слой. Приведенные кривые позволяют проследить характер взаимосвязи величин δ' и φ . При $\varphi \leq \varphi_r$ (кривые 1 и 2) поступающая извне мощность не захватывается волноведущим слоем. Если же ось симметрии излучаемого пучка отклонена вверх от направления на горизонт ($\varphi < \varphi_r$, кривая 3), возникает возможность заметного увеличения δ' на расстояниях $z > z_r$, т. е. за линией горизонта. Эта тенденция будет проявляться, по-видимому, в разной степени в зависимости от конкретного высотного профиля N , однако, всегда оптимальное значение угла места заключено в узком интервале $\Delta\varphi = \{0, \varphi_r\}$.

Аналогичный анализ показал, что все вышеперечисленные особенности процесса взаимодействия излучения высокоподнятого направленного источника с приповерхностным волноводом сохраняются и на $\lambda = 0,03$ м, возможно, в менее выраженной форме. В то же время заметней проявляется эффект проникновения поля за линию горизонта.

Выводы. Численный анализ, результаты которого приведены в сообщении, выполнен для выяснения вопроса об особенностях полей, создаваемых в пределах и в окрестности приповерхностного волновода достаточно высоко расположенным над ним направленным источником. Для вертикального профиля N , близкого к реально наблюдаемым в атмосфере, показано, что пучок в целом отражается от волноводной структуры, а его поперечное сечение при этом заметно уменьшается. Чтобы обеспечить проникновение поля в область, затененную земной сферой, ось симметрии излучаемого пучка должна находиться выше направления на линию горизонта из места нахождения передающей антенны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фок В. А. Исследования по распространению радиоволн. Сборник второй. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 40.
2. Tukizi O. // IRE Trans. on Ant. Propagat., 1959. V. AP-7. N 3. P. 261.
3. Каневский М. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1966. Т. 9. N 5. С. 867.
4. Rotheram S. // Marconi Rev., 1974. V. 37. N 192. P. 18.
5. Грикуров В. Э. // Изв. вузов. Радиофизика, 1980. N 9. С. 1038.
6. Hitney H. V., et. al. // Proc. IEEE, 1985. V. 73. N 2. P. 265.
7. Кукушкин А. В., Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. N 7. С. 811.

8. Стрелков Г. М., Тагер Е. А. Распространение радиоволн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Сб. научн. трудов. — Харьков: ИРЭ АН УССР, 1989. С. 45.
9. Шишкарев В. А. // Изв. АН ФАО, 1992. Т. 28. N 12. С. 1182.
10. Арманд Н. А., Введенский Б. А. // Радиотехника и электроника, 1961. Т. 6. N 8. С. 1219.
11. Андрианов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика, 1972. Т. 15. N 8. С. 1147.
12. Кондратьев И. Г., Пермитин Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1970. Т. 13. N 12. С. 1794.
13. Стрелков Г. М., Санталов Н. П. // Изв. вузов. Радиофизика, 1994 (в печати).
14. Pierluissi J. H., et al. // IEEE Trans. Ant. Propagat., 1982. V. AP-30. N 4. P. 741.
15. Соколов А. В., Сухонин Е. В. // Итоги науки и техники. Серия "Радиотехника". Т. 20. — М.: ВИНИТИ, 1980. С. 107.
16. Cartwright N. E., Tattersall R. L. O. // Electr. Letts., 1977. V. 13. N 7. P. 208.
17. Богатуров А. Н., Гайкович К. П., Гурвич А. С. // ДАН СССР, 1990. Т. 315. N 4. С. 830.
18. Sarma S. B. S. S. // Australian J. Phys., 1990. V. 43. N 1. P. 99.
19. Sarma S. B. S. S. // Current Sci., 1991. V. 61. N 1. P. 44.

Институт радиотехники и
электроники РАН, г. Москва

Поступила в редакцию
21 декабря 1993 г.

**ON EXCITATION OF A NEAR-SURFACE WAVEGUIDE BY A
HIGH-ELEVATED SOURCE**

G. M. Strelkov, N. P. Santalov

СТРУЙНАЯ СТРУКТУРА СВЕРХКОРОНЫ СОЛНЦА

H. A. Лотова, K. B. Владимирский, O. A. Корелов

Методом просвечивания в 1988–92 гг. исследованы рассеивающие свойства околосолнечной плазмы в области дозвукового течения солнечного ветра, на расстояниях $R \sim (10 - 16)R_{\odot}$ от Солнца. Долговременная динамика крупномасштабной структуры солнечного ветра в области дозвукового течения имеет характер, сходный с хорошо известными изменениями короны, наблюдаемой оптическими средствами. Общность долговременной эволюции струйной структуры потоков на различных расстояниях от Солнца говорит о существовании единого механизма ускорения крупномасштабных потоков, образующих солнечный ветер.

1. В В Е Д Е Н И Е

Работа посвящена экспериментальному исследованию методом просвечивания крупномасштабной гелиоширотной структуры солнечного ветра в труднодоступной, близкой к Солнцу, области радиальных расстояний $R \sim (10 - 16)R_{\odot}$. Предшествующие исследования обеспечили существенное продвижение в понимании природы солнечного ветра. Однако до сих пор основные проблемы — локализация источников солнечного ветра и его энергетика — до конца не решены [1–7]. Установлено, что ускорение солнечного ветра и переход от дозвукового течения к сверхзвуковому происходит в протяжённой переходной области, на расстояниях $R \sim (10 - 20)R_{\odot}$ от Солнца [1–3]. В этой области реализуется режим смешанного течения, для которого характерно сосуществование дозвуковых и сверхзвуковых потоков плазмы. Взаимодействие струй с сильно различающимися скоростями течения определяет сложность процессов ускорения — образование разрывов в поле скоростей, изменение уровня турбулентности и условий диссилиации плазменных волн [1]. Неоднородная структура потока является, таким образом, существенным фактором в формировании солнечного ветра. Детальные механизмы явлений в этой области в настоящее время ещё мало изучены, и дальнейший прогресс в значительной мере связан с получением конкретных данных о пространственной структуре и временной динамике околосолнечной плазмы в интервале радиальных расстояний $R \sim (4 - 40)R_{\odot}$. Как было показано

в работах [1, 8], структура потока в переходной области, ход процесса ускорения и его окончательный результат — скорость потока на больших расстояниях от Солнца — в значительной мере определяются процессами в более близких к Солнцу областях, параметрами дозвукового солнечного ветра. Эти результаты подчеркивают особую значимость детальных исследований структуры потоков солнечного ветра именно в дозвуковой области. Первые данные о структуре солнечного ветра на расстояниях $R \sim 10R_{\odot}$ были получены в 1987 году по результатам затменных наблюдений мазерных источников линии водяного пара [8]. С 1988 по 1992 гг. проводились регулярные исследования сверхкороны Солнца с использованием квазаров, в метровом диапазоне длин волн. Квазары — внегалактические источники, сближаются с Солнцем круглогодично, что позволило расширить статистику наблюдательных данных и проводить исследования структуры околосолнечной плазмы практически непрерывно. Результаты этих исследований, относящиеся к дозвуковой области, обсуждаются в настоящей работе.

2. НАБЛЮДЕНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Наблюдения проводились методом просвечивания в модификации, основанной на измерении видимых угловых размеров квазаров. С поправкой за собственные размеры квазаров по этим данным находятся непосредственно значения угла рассеяния радиоволн на неоднородностях околосолнечной плазмы. С 1988 по 1992 гг. было проведено 14 длительных, около месяца каждая, серии наблюдений. Наблюдения проводились на длине волн 2.92 м, с использованием радиотелескопов ДКР-1000 (ФИАН, г. Пущино) в режиме интерферометра. По данным ежедневных наблюдений восстанавливалась радиальная зависимость угла рассеяния $\Theta(R)$. Методика проведения наблюдений и обработка полученных данных изложена в работе [9]. Особенностью проводившихся в 1988–92 гг. экспериментов было использование в каждой серии наблюдений одновременно нескольких просвечивающих источников. В результате были получены конкретные данные о состоянии околосолнечной плазмы в широком интервале гелиоширот, что послужило основой для изучения крупномасштабной структуры среды.

Для исследования структуры области дозвукового течения, по данным наблюдений ранее [8], использовалось построение контура фиксированного уровня мерцаний $m = \text{const}$ подобно построению изофот, что позволило провести сравнение полученных радиоданных с оптическими данными о форме короны. В настоящей работе по экспериментальным данным строится в полярных координатах зависимость полного угла рассеяния от гелиоширот $2\Theta(\varphi)$ для фиксированного расстояния от Солнца (рис. 1).

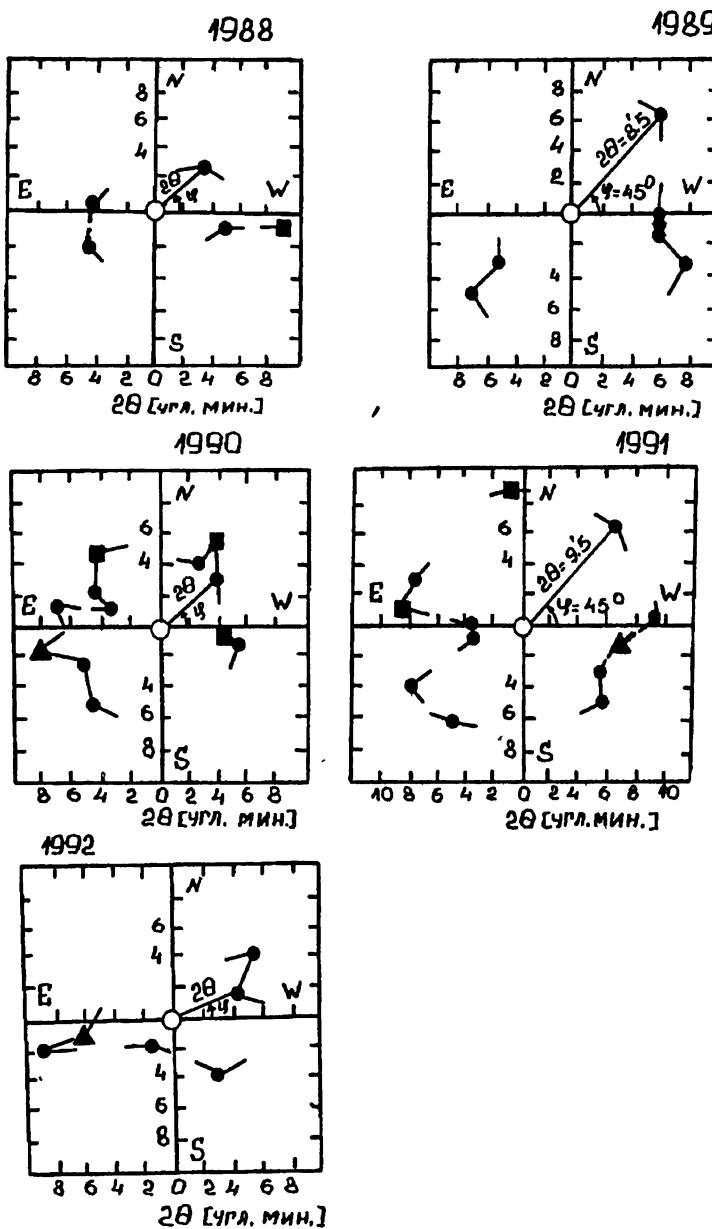


Рис. 1. Рассеивающие свойства околосолнечной плазмы на расстоянии $R = 16R_{\odot}$ от Солнца по наблюдениям: Δ — март, \bigcirc — июнь–август, \square — сентябрь–октябрь.

При определении значений угла рассеяния использовались пары экспериметальных точек, относящихся к расстояниям R_1 , R_2 , отличающимся от заданного не более, чем на два солнечных радиуса. Значение Θ определялось интерполяцией значений $\Theta_1 = \Theta(R_1)$, $\Theta_2 = \Theta(R_2)$ в двойном логарифмическом масштабе:

$$\Theta(R) = \exp \left[\ln \Theta_2 + \ln \left(\frac{\Theta_1}{\Theta_2} \right) \frac{\ln(R_2/R)}{\ln(R_1/R_2)} \right]. \quad (1)$$

На рис. 1 представлены результаты вычислений для радиального расстояния $R = 16R_{\odot}$. Треугольниками нанесены данные относящиеся к наблюдениям, проведенным в марте, кружками — в июне–августе, квадратами — в сентябре–октябре. Аналогичные вычисления были проведены также для радиальных расстояний 10 и $12R_{\odot}$; в соответствии со сказанным выше, они дали результаты в значительной мере повторяющие представленные на рис. 1.

Анализ полученных данных показывает, что плазма солнечного ветра в области дозвукового течения, на расстояниях $R \sim (10 - 16)R_{\odot}$ от Солнца, обладает выраженной крупномасштабной структурой. Эта структура проявляется в значительном различии рассеивающих свойств сверхкороны и, соответственно, уровня пространственных флуктуаций электронной концентрации ΔN_e , в зависимости от гелиошироты. Так, например, в 1989 году уровень рассеяния на расстоянии $R = 10R_{\odot}$ изменился от значения $2\Theta = 5'.0$ на гелиошироте $\varphi \sim 30^\circ$ в юго–восточном квадранте гелиосферы до значения $2\Theta = 18'.0$ на гелиошироте $\varphi \sim 50^\circ$ в том же квадранте. Такие же значительные различия можно видеть на рис. 1, относящемся к 1991 году. Существенно, что наличие крупномасштабной структуры является общим, постоянным, свойством сверхкороны Солнца, проявляется во всей совокупности проведённых в 1988–92 гг. экспериментов. Обнаруженная в этих экспериментах структура рассеяния свидетельствует о наличии в области дозвукового течения солнечного ветра мощных крупномасштабных потоков. Эта структура имеет сложный вид с ярко выраженной северо–южной и восточно–западной асимметрией. Сопоставление полученных данных показывает, что конкретный вид гелиоширотной структуры претерпевает значительные изменения даже от одной серии наблюдений к другой, расположение крупномасштабных структурных особенностей изменяется сложным, непредсказуемым образом. Однако при этом в долговременной эволюции сверхкороны Солнца выявляется общая закономерность. В годы высокой солнечной активности, 1989–91 гг., рассеивающие свойства сверхкороны на высоких и низких гелиоширотах, в среднем, одинаковы. При сравнительно более низкой солнечной активности в 1992 г. произошло заметное снижение уровня рассеяния на высоких гелиоширотах по сравнению с приэкваториальными

областями. Такое же уменьшение рассеивающих свойств сверхкороны на высоких гелиоширотах было обнаружено в исследованиях мерцаний мазерных источников в 1987 году, который также характеризуется пониженной солнечной активностью [8]. Таким образом, долговременная динамика структуры солнечного ветра в области дозвукового течения имеет характер, сходный с хорошо известными изменениями короны, наблюдаемой оптическими средствами. В годы высокой солнечной активности, вблизи максимума 11-летнего цикла, сверхкорона имеет форму, близкую к сферически симметричной, а при низкой активности — сильно сплюснута у полюсов. Сходство характера эволюции оптической короны и сверхкороны Солнца является дополнительным аргументом, помимо приводившихся ранее в работе [8], в пользу того, что конкретный вид структуры течения околосолнечной плазмы в дозвуковой области, на расстояниях $R \sim (10-16)R_{\odot}$, определяется крупномасштабными структурными образованиями короны.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в 1988–92 гг. экспериментальные исследования сверхкороны Солнца показывают, что долговременная эволюция наблюдаемой по рассеянию радиоволн сверхкороны Солнца та же, что и изменения оптической короны — от сферически симметричной формы в фазе максимальной активности к сильно сплюснутой у полюсов при спаде активности.

Сопоставление с литературными данными о структуре переходной области солнечного ветра и о поле скоростей позволяет заключить, что общность геометрической структуры потоков околосолнечной плазмы на различных расстояниях от Солнца, начиная от самых малых, в области дозвукового течения, и до расстояний порядка нескольких десятков солнечных радиусов, где наблюдается уже сформировавшийся сверхзвуковой поток, отражает существование единого механизма крупномасштабных течений, зарождающихся вблизи поверхности Солнца и, в ходе ускорения, превращающихся в сверхзвуковой солнечный ветер. Тем самым, источники солнечного ветра должны быть связаны с локальными структурными образованиями на Солнце.

Работа выполнена в рамках научных проектов: по Межотраслевой программе “Астрономия”, грант № 4-151, и программе южно-европейской обсерватории, ФРГ, грант А-01-042.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lotova N. A., Blums D. F., Vladimirs'kij K. V. // Astron. and Astrophys. 1985. V. 150. P. 266.

2. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Рубцов С. Н. // Космические исследования. 1987. Т. 25. С. 251.
3. Ефимов А. И., Чашей И. В., Шишов В. И., Яковлев О. И. // Космические исследования. 1990. Т. 28. С. 581.
4. Чашей И. В., Шишов В. И. // Доклады АН СССР. 1983. Т. 272. С. 320.
5. Чашей И. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т. 29. С. 718.
6. Coles W. A., Esser R., et al. // Journ. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 13843.
7. Веселовский И. М. Исследования космического пространства. / Итоги науки и техники. — М., 1984. Т. 22. С. 3.
8. Лотова Н. А., Юровская И. Ю., Писаренко Я. В., и др. // Астрон. журн. 1992. Т. 69. С. 173.
9. Лотова Н. А., Рашковецкий А. А., Казимирский П. В., и др. // Астрон. журн. 1989. Т. 66. С. 114.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения
радиоволн РАН,
Физический институт
им. П. Н. Лебедева РАН,
Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
25 сентября 1994 г.

STREAM STRUCTURE OF THE SOLAR SUPERCORONA

N. A. Lotova, K. V. Vladimirovskij, O. A. Korelov

The near-solar plasma radiowave scattering characteristics have been investigated by radio occultation method in 1988–92. The subsonic flow area was studied at distances $R \sim (10–16)R_{\odot}$ from the Sun. Long-term evolution of the large-scale stream-structure of the flow reveals to be the same as that of the optical corona. The generality in the long-term evolution pattern of the stream structure of flows at sufficiently different distances from the Sun indicates the existence of some general mechanism of the large-scale stream acceleration giving rise to the supersonic solar wind formation.

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ДЕКАМЕТРОВЫХ–ДЕЦИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН В УСЛОВИЯХ СРЕДНЕШИРОТНОГО F-SPREAD

B. A. Алимов, A. B. Рахлин

В работе проанализировано влияние крупномасштабной неоднородной структуры среднеширотной ионосферы, при наличии в ней явления F-spread, на распространение декаметровых–декиметровых радиоволн. Рассмотрен вопрос о фазовых флуктуациях коротких радиоволн во время среднеширотного F-spread. Получено общее интегральное выражение для расчёта частотной дисперсии фазовых флуктуаций коротких радиоволн при распространении их в трёхмерной случайно–неоднородной ионосфере с произвольным распределением электронной концентрации. Для некоторых простейших типов траекторий лучей удалось найти аналитические решения, позволяющие получать простые оценки частотной корреляции фазовых флуктуаций коротких радиоволн в условиях среднеширотного F-spread. На примере распространения волн с сильным обратным рассеянием в слоистой случайно–неоднородной среде рассмотрен вопрос об амплитудных флуктуациях коротких радиоволн в условиях ионосферного F-spread. Показано, что наличие сильно развитой крупномасштабной структуры электронной концентрации среднеширотной ионосферы во время F-spread может привести к появлению отражённых КВ сигналов с относительно большими запаздываниями и аномально высокими уровнями флуктуаций. Рассмотрены флуктуационные и квазирегулярные эффекты, сопутствующие трансионосферному распространению метровых–декиметровых радиоволн. Показано, в частности, что в условиях среднеширотного F-spread неоднородная структура ионосферной плазмы не должна оказывать сколь-нибудь существенного влияния на флуктуационные и квазирегулярные характеристики распространения метровых–декиметровых радиоволн.

Отличительной особенностью состояния среднеширотной ионосферы во время F-spread является наличие развитой неоднородной структуры. Причём распределение электронной концентрации F области ионосферы в условиях F-spread может быть аппроксимировано случайным, локально-стационарным по пространству и времени процессом, допускающим многолучевое распространение коротких радиоволн с независимыми фазовыми флуктуациями в отдельных лучах [1]. И именно фазовые флуктуации коротких радиоволн в отдельных случаях являются основой для расчёта статистических характеристик коротких радиоволн при отражении их от среднеширотной ионосферы во время F-spread с использованием метода рефракционного рассеяния радиоволн [1, 2]. Вместе с тем,

в стохастической модели явления F-spread в ионосфере, разработанной в рамках [1], отсутствует соответствующее выражение для среднего квадрата фазовых флуктуаций коротких радиоволн, а расчёт частотной корреляции флуктуаций отражённых коротких радиоволн базируется на результатах расчётов частотной корреляции фазовых флуктуаций коротких радиоволн, справедливых лишь для случая одномерного, строго говоря, вертикального распространения радиоволн [2]. Ниже мы приведём более полное рассмотрение вопроса о частотной корреляции фазовых флуктуаций коротких радиоволн в условиях среднеширотного F-spread, которое позволит получить соответствующие формулы, пригодные для расчёта статистических характеристик фазовых флуктуаций отражённых коротких радиоволн в отдельных лучах при распространении их в условиях реального распределения электронной концентрации в ионосфере¹.

Наряду с фазовыми флуктуациями коротких радиоволн несомненный интерес представляет вопрос о флуктуациях интенсивности КВ сигналов в условиях ионосферного F-spread. Он был, в частности, рассмотрен в работе [1]. Однако соответствующие расчёты в [1] были проведены для некоторых стандартных условий явления F-spread в среднеширотной ионосфере. В то же время модель [1] допускает и случаи аномальных условий развития среднеширотного F-spread. Так, например, возможно появление сильноразвитой крупномасштабной структуры электронной концентрации в ионосфере и, как следствие этого, появление так называемых петлевых траекторий распространения коротких радиоволн, когда КВ сигналы проходят расстояния в ионосфере от нескольких единиц до десятков километров в непосредственной близости от области отражения с показателем преломления $n \approx 0$ [7]. Как это обстоятельство скажется на флуктуациях коротких радиоволн, прошедших неоднородный ионосферный слой? Этот вопрос также рассматривается ниже.

Наконец, в заключительной части настоящего сообщения мы кратко остановимся на вопросе распространения более высокочастотных, в том числе метровых–декиметровых радиоволн в ионосфере в условиях среднеширотного F-spread. В настоящее время этот вопрос остается открытым.

1. ФАЗОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН

Пусть радиоволны с частотами ω_1 и ω_2 падают на ионосферный слой с произвольным трёхмерно–неоднородным распределением электронной концентрации плазмы. Тогда для флуктуационных набегов фаз волн, отражённых от этого слоя с неоднородностями, можно записать следующее

¹Выражение для среднего квадрата флуктуаций фазы радиоволны, отражённой от трёхмерной случайно–неоднородной ионосферы — характерного состояния среднеширотной ионосферы во время F-spread — приведено в [3].

выражение [4] ²:

$$\varphi_{1,2} \simeq k_{1,2} \int_0^{l_{\text{отр}} 1,2} dl \frac{\Delta \varepsilon_{01,2}[\vec{r}_{01,2}(l)]}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_{1,2}[\vec{r}_{01,2}(l)]}}, \quad (1)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число (ω — частота излучения, c — скорость света); $\Delta \varepsilon$ и $\bar{\varepsilon}$ — флуктуация и среднее значение диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы [1, 2]; $\vec{r}_0(l)$ — уравнение луча в трёхмерно-неоднородной “невозмущенной” ионосфере (при отсутствии в ней случайных неоднородностей электронной концентрации, см. [1]); $l_{\text{отр}}$ — длина пути, проходимого радиоволной вдоль данного луча до точки отражения; индексы 1 и 2 относятся к сигналам с частотами ω_1 и ω_2 соответственно. Интегрирование в (1) ведется вдоль “невозмущенного” луча [4].

Следует заметить, что траектории лучей в среде с произвольным трёхмерным распределением крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации могут быть определены с помощью стандартных методов геометрической оптики [5]. Далее мы будем считать уравнение интересующего нас луча в “невозмущенной” ионосфере известным. Пусть, для определенности, это уравнение задано в декартовой системе координат, т. е. известны зависимости $x_{01,2}(z)$ и $y_{01,2}(z)$. Тогда соотношение (1) можно переписать в виде

$$\varphi_{1,2} \simeq k_{1,2} \times \quad (2)$$

$$\times \int_0^{z_{\text{отр}} 1,2} dz \frac{\Delta \varepsilon_{1,2}[x_{01,2}(z), y_{01,2}(z), z]}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_{1,2}[x_{01,2}(z), y_{01,2}(z), z]}} \sqrt{1 + [x'_{01,2}(z)]^2 + [y'_{01,2}(z)]^2}.$$

При вычислениях частотной корреляции фазовых флуктуаций отражённых коротких радиоволн можно применить спектральный подход, разработанный в [2]. Используя соотношение (2) и следуя, в основном [2], в результате довольно громоздких, но несложных преобразований получаем следующее выражение для частотной дисперсии фазовых флуктуаций радиоволн, отражённых от толстого ионосферного слоя с неоднородностями (толщина неоднородного слоя $z_{\text{отр}}$ много больше характерного внешнего масштаба ионосферной турбулентности l_0):

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq 2\pi^2 k_0^2 \iiint_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\vec{\kappa}) |f_0(\kappa_x K_z + \kappa_y M_z + \kappa_z)|^2 (\vec{\kappa} \vec{A})^2 d\vec{\kappa}, \quad (3)$$

²Здесь, также как и в [1], анализ проводится для каждого луча отражённого многолучевого КВ сигнала отдельно.

где k_0 — волновое число на средней частоте $\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$; $\Phi_e(\vec{\kappa})$ — спектр неоднородностей диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы [4]; $\vec{\kappa}(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ — волновые числа случайных неоднородностей ионосферы; $\vec{A}(A_x, A_y, A_z)$ — компоненты среднего пространственного смещения (расхождения) радиоволны разной частоты в неоднородной ионосфере:

$$A_x = \overline{\Delta x} = 2\Delta z K_z + 2\omega_0 \delta K_\omega, \quad A_y = \overline{\Delta y} = 2\Delta z M_z + 2\omega_0 \delta M_\omega,$$

$$A_z = \overline{\Delta z} = 2\Delta z (2\Delta z = 2\omega_0 \delta z'_{\text{отр}, \omega} = z_{\text{отр}2} - z_{\text{отр}1})$$

— пространственное расхождение лучей разной частоты по вертикали в области отражения);

$$K_{z,\omega} = \frac{1}{z_{\text{отр}}} \int_0^{z_{\text{отр}}} x'_{0z,\omega}(z) dz; M_{z,\omega} = \frac{1}{z_{\text{отр}}} \int_0^{z_{\text{отр}}} y'_{0z,\omega}(z) dz; \delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_0}$$

— относительное разнесение радиоволн по частоте ($\delta \ll 1$);

$$f_0(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sqrt{1 + [x'_{0z}(z)]^2 + [y'_{0z}(z)]^2}}{\sqrt{\epsilon_0(x_0(z), y_0(z), z)}} \exp(-ikz)$$

— спектр “невозмущенного” распределения диэлектрической проницаемости ионосферы.

Выражение (3) может быть использовано, в общем случае с применением численных методов, для расчёта частотной дисперсии фазовых флуктуаций коротких радиоволн, отражённых от случайно-неоднородной ионосферной плазмы в условиях F-spread. Причём следует заметить, что, вообще говоря, соотношение (3) применимо для расчётов частотной дисперсии фазовых флуктуаций коротких радиоволн и в случае “невозмущенных” траекторий лучей сложной формы (например, типа петли, см. [6]). При этом лишь необходимо помнить, что соотношение (3) непосредственно справедливо для соответствующих расчётов на однозначных участках сложной траектории и для случая полного обратного отражения радиоволн. Поэтому вначале необходимо разделить сложную траекторию на отдельные участки с однозначными траекториями зависимостями, провести для них соответствующие вычисления с применением соотношения (3), а затем осуществить суммирование полученных результатов для отдельных участков сложной траектории.

В частном случае практически одномерного (вдоль оси \vec{z}) распространения луча ($K_z, M_z \ll 1$) из соотношения (3) находим (ср. [2])

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (2\pi)^2 k_0^2 [2\Delta z]^2 \int_0^{\infty} V_e(\kappa_z) \kappa_z^2 |f_0(\kappa_z)|^2 d\kappa_z, \quad (4)$$

где $V_e(\kappa_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z) d\kappa_x d\kappa_y$ — одномерный спектр неоднородностей диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы в области распространения данного луча.

В другом частном случае одномерного (вдоль оси \vec{z}) распространения луча ($K_z \gg 1, M_z \ll 1$) из соотношения (3) находим:

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq (2\pi)^2 k_0^2 A_x^2 \int_0^{\infty} V_e(\kappa_x) \kappa_x^2 |f_0(\kappa_x K_z)|^2 d\kappa_x. \quad (5)$$

Это соотношение является обобщением соответствующего соотношения для частотной дисперсии фазовых флуктуаций отраженных радиоволн [2] от ионосферного слоя с произвольным (неплоскостным) двумерным распределением электронной концентрации в плоскости распространения радиоволн (плоскости xz).

Но наиболее типичным для среднеширотного F-spread (см., например, [6]) является, по-видимому, случай, когда средние смещения (расхождения) лучей разной частоты в пространстве практически равны ($\overline{\Delta x} \simeq \overline{\Delta y} \simeq \overline{\Delta z}$ и, соответственно, $K_z \simeq M_z \simeq 1; K_\omega, M_\omega \ll 1$). Тогда соотношение (3) преобразуется к виду

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq 2\pi^2 k_0^2 (2\Delta z)^2 \iiint_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\vec{\kappa}) |f_0(\kappa_x + \kappa_y + \kappa_z)|^2 |\vec{\kappa}|^2 d\vec{\kappa}. \quad (6)$$

В случае, когда спектр неоднородностей диэлектрической проницаемости аппроксимируется функцией вида $\Phi_e(\vec{\kappa}) = C_1 (\overline{\Delta \epsilon})_0^2 [1 + |\vec{\kappa}|^2 \kappa_0^{-2}]^{-p/2}$ (C_1 — нормировочный множитель, определяемый из равенства $\iiint_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa} \equiv 1$; $\kappa_0 = 2\pi/l_0$ — волновое число с внешним масштабом ионосферной турбулентности l_0 ; p — показатель спектра; $(\overline{\Delta \epsilon})_0^2$ — средний квадрат диэлектрической проницаемости ионосфера в области распространения данного луча), а средний профиль диэлектрической проницаемости “невозмущенной” ионосферы вдоль направления распространения данного луча определяется линейной функцией $\bar{\epsilon}_0(l) = 1 - l/L$ из соотношений (4) и (6) получаем

$$\overline{(\varphi_2 - \varphi_1)^2} \simeq 2A\pi^{3/2} k_0^2 (\overline{\Delta \epsilon})_0^2 \frac{L}{l_0} (2\Delta z)^2 \frac{\Gamma(\frac{p}{2} - 2)}{\Gamma(\frac{p}{2} - 3)}, \quad (7)$$

где $A = 1$ и $2\sqrt{3}$ для случаев (4) и (6) соответственно, т. е. эти соотношения, при прочих равных условиях, отличаются примерно в три раза.

Соответственно, радиус частотной корреляции коротких радиоволн, отражённых от неоднородной ионосферы в условиях F-spread, определяемый по методике [1] с использованием соотношений (6), (7) будет примерно в $\sqrt{3}$ раз меньше, чем в случае практически вертикального распространения радиоволн (соотношения (4), (7)), который использовался при соответствующих вычислениях частотной корреляции флуктуаций отражённых коротких радиоволн в рамках модели [1].

Итак, для отдельных простейших типов траекторий лучей из соотношения (3) можно получить аналитические выражения для частотной дисперсии фазовых флуктуаций коротких радиоволн, отражённых от неоднородной ионосферы. В общем же случае, как указывалось выше, расчёт частотной дисперсии фазовых флуктуаций коротких радиоволн в случайно-неоднородной ионосфере по формуле (3) возможен лишь с применением численных методов.

Далее мы перейдем к рассмотрению вопроса о сильных амплитудных флуктуациях коротких радиоволн в условиях среднеширотного F-spread.

2. АМПЛИТУДНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН

Следует заметить, что задача о флуктуациях радиоволн при распространении в среде с сильными флуктуациями диэлектрической проницаемости вблизи области отражения, когда флуктуации $\Delta\epsilon$ сравнимы со средним значением $\bar{\epsilon} \approx 0$, впервые была сформулирована в [4] еще 20 лет назад. Однако ввиду сложности этой задачи, о многократном рассеянии радиоволн в среде с сильными флуктуациями диэлектрической проницаемости, она не решена до настоящего времени. Здесь мы рассмотрим некоторый упрощенный одномерный вариант постановки этой задачи.

Пусть на неоднородный ионосферный слой с диэлектрической проницаемостью $\epsilon(z)$ падает плоская монохроматическая волна единичной амплитуды с частотой f ³. Поле $E(z)$ волны в слое удовлетворяет уравнению [8, 9]

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k_0^2 \epsilon(z) E = 0, \quad (8)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число (λ — длина волны излучения).

Мы будем считать, что диэлектрическая проницаемость среды описывается следующим соотношением (ср. [9]):

$$\epsilon(z) = 1 - \frac{\bar{f}^2}{f^2} - \frac{f_k^2}{f^2} \left(1 - \frac{z^2}{z_m^2}\right). \quad (9)$$

³Такая постановка задачи предполагает, что поперечный размер неоднородностей в ионосферной плазме сравним и больше характерного масштаба F зоны Френеля (см. [1]).

Здесь $\bar{f}^2 = \frac{e^2 N}{\pi m}$ — квадрат собственной частоты плазменного слоя (N — невоизмущенная электронная концентрация), $f_k^2 = \frac{e^2 N_k}{\pi m}$ — квадрат собственной частоты возмущенной плазмы (N_k — отклонение электронной концентрации от невоизмущенного значения), z_m — полутолщина неоднородного слоя, e , m — заряд и масса электрона соответственно.

Следуя [9] для интенсивности I волны, прошедшей неоднородный слой (в пренебрежении краевыми эффектами), имеем (ср. [9]):

$$I = \left[1 + \exp \left\{ 2\pi^2 \frac{z_m}{\lambda} \frac{[\bar{f}^2(1+\alpha) - f^2]}{\alpha^{1/2} f^2} \right\} \right]^{-1}, \quad (10)$$

где $\alpha = \frac{\Delta N}{N} = \frac{N_k}{N}$ — относительная флюктуация электронной концентрации плазмы в неоднородном слое.

По условию нашей задачи будем предполагать, что параметр $\beta = \bar{\epsilon} = 1 - \frac{\bar{f}^2}{f^2} \ll 1$, равно как и $\alpha \ll 1$, а относительная толщина слоя $2\pi^2 \frac{z_m}{\lambda} \gg 1$ ($2z_m \geq F \geq 2\text{км}$ для $\lambda \leq 10^{-1}\text{км}$). Отсюда по аналогии с [9] несложно показать, что соотношение (10) приближённо может быть записано в виде

$$I \simeq \begin{cases} 1 & \text{при } \alpha \leq \beta \\ 0 & \text{при } \alpha > \beta. \end{cases} \quad (11)$$

Учитывая случайный характер величины α , для вероятности P того, что интенсивность прошедшей волны равна единице, можно записать следующее равенство [4]

$$P(I = 1) = P(\alpha \leq \beta) = \int_{-\infty}^{\beta} W(\alpha) d\alpha$$

$$P(I = 0) = 1 - P. \quad (12)$$

Здесь $W(\alpha)$ — плотность вероятности распределения флюктуаций параметра α .

Итак, интенсивность волны, прошедшей один неоднородный слой с флюктуирующей диэлектрической проницаемостью, равна 1 с вероятностью P и 0 с вероятностью $1 - P$. Тогда при анализе последовательного прохождения волны N таких слоев можно, используя [8], ограничиться учётом лишь однократных обратных отражений от этих слоёв. При этом несложно показать, что для флюктуирующего значения интенсивности волны I_N , прошедшей N слоев со случайнм положением их в

пространстве, справедливо следующее рекуррентное соотношение:

$$I_N = I_1 - (1 - I_{N-1}) \cdot I_1^2, \quad (13)$$

где I_1, I_{N-1} — интенсивности радиоволн, прошедших первый слой и $N-1$ случайных слоёв соответственно.

В случае статистической независимости и однородности флюктуаций диэлектрических проницаемостей слоёв из соотношений (12), (13) для средней интенсивности \bar{I} и индекса флюктуаций интенсивности S_4 принимаемого излучения, прошедшего N неоднородных слоёв, находим

$$\bar{I} = \bar{I}_1^N = P^N \quad (14)$$

$$S_4 = \frac{\bar{I}^2 - \bar{I}^2}{\bar{I}^2} = \bar{I}^{-1} - 1 = P^{-N} - 1.$$

Здесь, в случае непрерывного протяжённого неоднородного ионосферного слоя толщиной L , параметр $N \simeq \frac{L}{l}$.

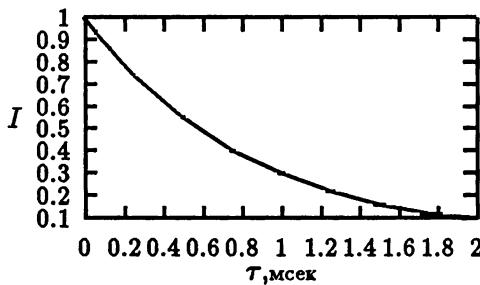
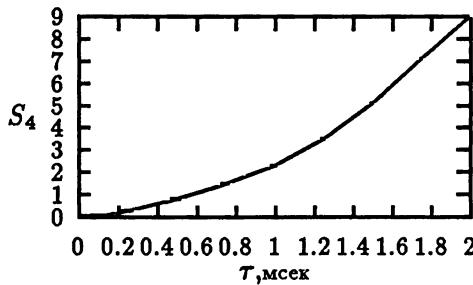


Рис. 1.



На рис. 1 приведены зависимости \bar{I}, S_4 от величины запаздывания сигнала в ионосферном слое $\tau \simeq \frac{L}{c\bar{n}}$ (см. [9]), рассчитанные по формуле (14) для характерных условий развитого среднеширотного F-spread

[1, 7] ($\bar{n} = \beta^{1/2} = 10^{-1}$, $z_m = 1,5 \text{ км}$, $\overline{\alpha^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \geq 7.7 \cdot 10^{-3}$) в предположении нормальных флуктуаций электронной концентрации $W(\alpha) = (1/\sqrt{2\pi\overline{\alpha^2}}) \cdot \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\overline{\alpha^2}}\right)$ ($P_1 \simeq 0.9$, см. (12)). Из рисунка видно, что распространение радиоволн в непосредственной близости от области отражения ($\bar{n} \simeq 0$) может приводить к появлению сигналов с относительно большими запаздываниями и аномально высокими уровнями флуктуаций.

Таким образом, наличие сильноразвитой крупномасштабной структуры электронной концентрации среднеширотной ионосферы в условиях F-spread может, в конечном счёте, привести к появлению отражённых КВ сигналов с относительно большими запаздываниями и аномально высокими уровнями флуктуаций.

Перейдем теперь к анализу трансионосферного распространения высокочастотных, метровых–декиметровых, радиоволн во время среднеширотного F-spread.

3. ТРАНСИОНОСФЕРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ РАДИОВОЛН

Квазирегулярные вариации параметров высокочастотных радиоволн могут быть обусловлены влиянием крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации ионосферы с размерами $l_0 \simeq 10 \text{ км}$ и относительными флуктуациями электронной концентрации $\sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \simeq 10^{-2}$ [5]. Наибольший интерес здесь представляют вариации многолучевости принимаемых сигналов. Её можно оценить, используя модель ионосферы в форме регулярного синусоидального фазового экрана [12]. В рамках этой модели, как несложно показать, число лучей, попадающих в точку наблюдения после дифракции сферической радиоволны на таком регулярном экране, определяется волновым параметром $D_1 = \frac{\lambda z_h}{l_0^2} S_{0p}$ ($z_h = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2}$ — наклонная дальность; z_1 , z_2 — наклонные расстояния от точек наблюдения и излучения до экрана соответственно; S_{0p} — набег фазы волны в слое с крупномасштабными квазирегулярными неоднородностями ионосферы). При значениях $D_1 \leq 1$ — распространение однолучевое, в противоположном случае число лучей больше одного.

Оценки параметра D_1 с использованием [1] приводят к неравенству $D_1 < 1$, так что трансионосферное распространение высокочастотных радиоволн в условиях среднеширотного F-spread носит преимущественно однолучевой характер.

Рассмотрим флуктуационные явления при распространении декаметровых–декиметровых радиоволн в условиях среднеширотного F-spread.

При этом воспользуемся методом рефракционного рассеяния радиоволн [1, 10].

Как известно, в теории рефракционного рассеяния радиоволн основным параметром, характеризующим возмущения радиоволны, прошедший неоднородный ионосферный слой, является средний квадрат флуктуаций фазы s^2 (см. [1] и выше). При наклонном зондировании слоистой ионосферы короткими радиоволнами (случай ионосферного распространения декаметровых радиоволн) общее выражение для величины s^2_h имеет вид [11]

$$\overline{s^2_h} \simeq \frac{k_0^2}{2} \cdot \iint_0^{z_0} \frac{\Gamma_e(x(z_2) - x(z_1), 0, z_2 - z_1)}{\sqrt{[\bar{\epsilon}(z_1) - \sin^2 \theta_0] \cdot [\bar{\epsilon}(z_2) - \sin^2 \theta_0]}} dz_1 dz_2, \quad (15)$$

где θ_0 — угол падения волны на ионосферный слой; z_0 — уровень отражения радиоволны в ионосфере; $\Gamma_e(x_2 - x_1, 0, z_2 - z_1)$ — функция пространственной корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы; $x(z)$ — функциональная зависимость, определяемая уравнением траектории луча в неоднородной ионосфере [9].

Используя подход, развитий в [12], соотношение (15) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \overline{s^2_h} &\simeq k_0^2 \int_0^{z_0} \Gamma_e(K \tan \vartheta_0, 0, \zeta) d\zeta \times \\ &\times \int_{\zeta/2}^{z_0 - \zeta/2} \frac{dz}{\sqrt{[\bar{\epsilon}(z + \zeta/2) - \sin^2 \vartheta_0][\bar{\epsilon}(z - \zeta/2) - \sin^2 \vartheta_0]}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $K = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{\varepsilon'_0(z)}}$ — приведенная (действующая) высота отражения

КВ сигнала; $\varepsilon'_0(z) = \bar{\epsilon}_0(f \cos \vartheta_0, z)$ — средняя диэлектрическая проницаемость ионосферы на эквивалентной частоте $f_b = f \cos \vartheta_0$.

Используя соотношение (16), можно определить значение величины $\overline{s^2_h}$ для случая наклонного зондирования ионосферного неоднородного слоя произвольной формы. В частности, для линейного слоя, когда $\bar{\epsilon}(z) \simeq 1 - z/L$ (L — эффективная толщина неоднородного слоя), из соотношения (16) легко получить следующее выражение:

$$\overline{s^2_h} \simeq k_0^2 (\Delta \varepsilon)_0^2 l_{\Phi} L \ln \left(\frac{4L \cos^2 \vartheta_0}{l_{\Phi}} \right), \quad (17)$$

где $(\Delta \varepsilon)_0^2 = \frac{f_p^4}{f^4} \left(\frac{\Delta N}{N} \right)^2$ — средний квадрат флуктуаций диэлектрической проницаемости ионосферы; f_p/f — отношение плазменной частоты ио-

ионосферного слоя к частоте излучения; $\overline{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2}$ — средний квадрат относительных флуктуаций электронной концентрации; $l_{\text{эфф}} = l_0 / \sqrt{1 + 4 \tan^2 \vartheta_0}$ — эффективный размер внешнего масштаба ионосферной турбулентности l_0 . Здесь эффективное уменьшение характерного внешнего масштаба ионосферной турбулентности обусловлено влиянием вертикальной рефракции при наклонном распространении коротких радиоволн в неоднородном ионосферном слое).

Сравнение соотношения (17) с известным соотношением для параметра s_v^2 в случае вертикального зондирования ионосферы [11, 12] приводит к следующему равенству:

$$\overline{s_h^2} = \frac{\overline{s_v^2}}{2} (f_v \rightarrow f \cos \vartheta_0; l_0 \rightarrow l_{\text{эфф}}). \quad (18)$$

Обратимся теперь непосредственно к оценке величины $\overline{s_h^2}$ при наклонном распространении декаметровых радиоволн в условиях среднеширотного F-spread. Согласно [1], внешний масштаб ионосферной турбулентности в условиях среднеширотного F-spread $l_0 \simeq 1$ км, относительные флуктуации электронной концентрации $\overline{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \simeq 3 \cdot 10^{-3}$. При этом для случая вертикального зондирования ионосферы $\overline{s_v^2} \leq 1$ (см. [1]). Тогда из соотношения (18) мы заключаем, что при наклонном зондировании ионосферы на частотах $f = f_v / \cos \vartheta_0$ величина $\overline{s_h^2}$ также меньше единицы, а при больших углах падения радиоволн — $\overline{s_h^2} \ll 1$ ⁴.

Таким образом, флуктуационные явления при наклонном распространении декаметровых радиоволн в среднеширотной ионосфере во время F-spread будут слабыми.

Этот вывод тем более справедлив для случая трансионосферного распространения метровых-дециметровых радиоволн. Действительно, в этом случае выражение для среднего квадрата флуктуационного набега фазы волны имеет вид [14]

$$\overline{s^2} \simeq k_0^2 \overline{(\Delta \varepsilon)_0^2} l_0 L \cos^{-1} \vartheta_0. \quad (19)$$

При значениях ионосферных параметров, характерных для среднеширотного F-spread (см. выше), величина $\overline{s^2} \ll 1$ на частотах $f \geq 30$ МГц.

Итак, флуктуационные явления при ионосферном распространении метровых-дециметровых радиоволн в условиях среднеширотного F-spread пренебрежимо малы.

Таким образом, в отличие от случая распространения коротких волн при вертикальном зондировании среднеширотной ионосферы,

⁴Эта оценка получается и непосредственно из расчётов по формуле (17).

когда в условиях F-spread могут наблюдаться многообразные флуктуационные и квазирегулярные эффекты (см. [1] и п. п. 1, 2), при распространении метровых-дециметровых радиоволн в условиях среднеширотного F-spread на ионосферных радиотрассах не следует ожидать сколь-нибудь существенных флуктуационных или квазирегулярных аномалий.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект 95-02-03716 РФФИ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика", 1995 (в печати).
2. Алимов В. А. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика", 1995 (в печати).
3. Алимов В. А., Раухлин А. В. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика", 1995 (в печати).
4. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Т. 2 — М.: Наука, 1978.
5. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
6. Калихман А. Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 1991. Т. 31. № 1. С. 126.
7. Варшавский Й. И., Калихман А. Д. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика". 1988. Т. 31. № 7. С. 869.
8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд. АН СССР, 1957.
9. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
10. Booker H. G. // Indian J. Radio Space Phys. 1986. V. 15. № 5–6. P. 197.
11. Гайлит Т. А., Гусев В. Д., Ерухимов Л. М., Шпиро П. И. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика". 1983. Т. 26. № 7 С. 796.
12. Денисов Н. Г., Ерухимов Л. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1966. Т. 6. № 4. С. 696.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
25 июня 1995 г.

**ON PROPAGATION OF DECAMETRIC-DECIMETRIC RADIO WAVES
UNDER CONDITIONS OF MIDDLE-LATITUDE F-SPREAD***V. A. Alimov, A. V. Rakhlin*

There has been analyzed an influence of a large-scale inhomogeneous structure of the middle-latitude ionosphere with the F-spread phenomenon on the propagation of decametric-decimetric radio waves. The phase fluctuations of short waves during F-spread have been considered. A general expression has been obtained for the calculation of the frequency dispersion of short wave phase fluctuations during the wave propagation in a three-dimensional randomly-inhomogeneous ionosphere with an arbitrary distribution of the electron density. For some simplest types of ray trajectories we succeeded in getting analytical solutions which make possible to have simple estimations of the frequency correlation of short wave phase fluctuations under middle-latitude F-spread conditions. The amplitude fluctuations of short waves under ionospheric F-spread conditions have been considered by the example of the wave propagation with strong back scattering in a layered randomly-inhomogeneous medium. It has been shown that the presence of a strongly developed large-scale structure of the electron density in the middle-latitude ionosphere with F-spread may cause the occurrence of reflected short-wave signals with relatively large delays and abnormal high fluctuation levels. There have been considered fluctuation and quasi-regular effects accompanying trans-ionospheric propagation of metric-decimetric radio waves. It has been shown, in particular, that under middle-latitude F-spread conditions the ionospheric plasma inhomogeneous structure must not have any significant influence on fluctuation and quasi-regular characteristics of the decametric-decimetric radio wave propagation.

УДК 535.421;534.23;621.37

**БРЭГГОВСКАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ
В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ
С НЕОДНОРОДНЫМ
АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ
В ГИРОТРОПНЫХ КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ**

С. Н. Шарангович

Исследована брэгговская дифракция световых пучков на ультразвуке с неоднородным амплитудно-фазовым распределением, представленном нелинейными модельными функциями, в гиротропных кубических кристаллах при сильном акустооптическом взаимодействии. Получены аналитические решения векторно-матричных уравнений связанных волн в частных производных относительно пространственных распределений световых пучков и их угловых спектров. Определены передаточные функции акустооптического взаимодействия. Рассмотрена асимптотика решений в различных режимах и эффективностях дифракции.

В В Е Д Е Н И Е

Использование в последнее время амплитудно-фазовых методов апподизации акустических пучков и эффективных кристаллических сред, многие из которых являются оптически активными, для улучшения рабочих параметров акустооптических (АО) элементов обуславливает необходимость разработки теоретических моделей дифракции световых пучков на сложных акустических полях в условиях сильного взаимодействия. Применительно к анизотропным кристаллам такие модели рассматривались в общей постановке, например в [1, 2], и для частных случаев дифракции света в ультразвуковом поле с неоднородным амплитудным [3], фазовым [4] и амплитудно-фазовым [5] распределением. Для гиротропных сред наиболее полные модели разработаны только для АО взаимодействия плоских волн [6] и световых пучков в амплитудно однородных акустических полях с плоскими [7] и искривленными [8] волновыми фронтами.

В данной работе, являющейся обобщением результатов исследований сильного АОВ в неоднородных акустических полях в анизотропных средах [5, 10] на гиротропные среды, разработана пространственная модель двумерной брэгговской дифракции световых пучков в акустическом поле с неоднородным амплитудно-фазовым распределением применительно к гиротропным кристаллам кубической симметрии. Аналитические решения

дифракционной задачи получены в замкнутой форме и позволяют определить пространственную и поляризационную структуру дифракционного поля как в ближней, так и в дальней зоне области АО взаимодействия при произвольных эффективностях дифракции.

1. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ

Сформулируем постановочную часть данной работы, используя при этом терминологию, обозначения и основные приближения принятые в [7, 8]. Задача состоит в отыскании дифракционного поля, сформированного при брэгговской дифракции падающего светового пучка $\vec{E}^0(\vec{r}, t)$ на возмущенной пространственно-неоднородным, слаборасходящимся акустическим пучком $\vec{U}(\vec{r}, t)$ двумерной области прозрачного, оптически активного кристалла кубической симметрии.

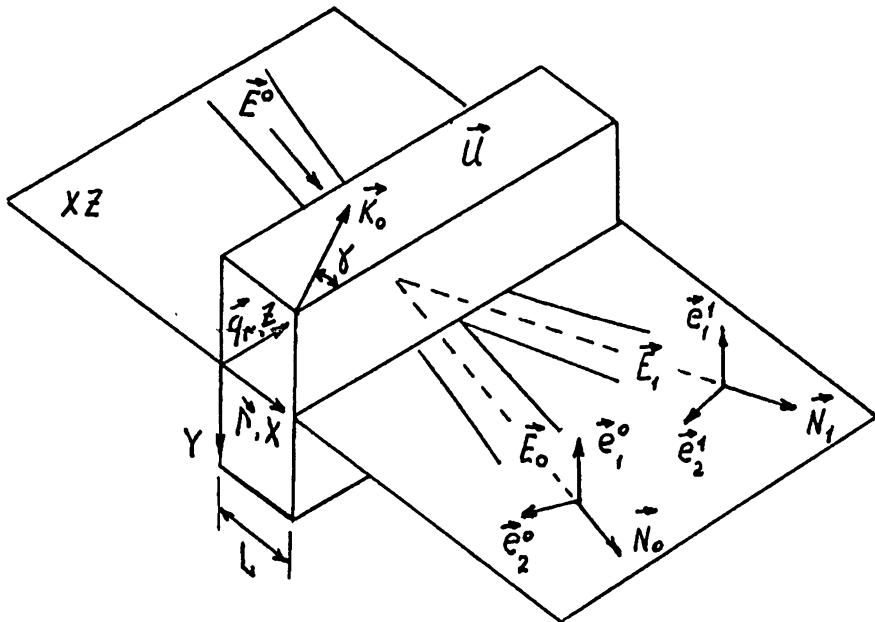


Рис. 1. Пространственная геометрия двумерного брэгговского АОВ, показывающая ориентацию световых $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$, $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ и акустического $\vec{U}(\vec{r}, t)$ пучков, а также векторных базисов \vec{e}_1^j , \vec{e}_2^j , \vec{N}_j ($j = 0, 1$) в координатной системе XYZ . Волновой вектор \vec{K} и волновые нормали \vec{N}_0 , \vec{N}_1 лежат в плоскости дифракции XZ .

Пространственная геометрия АОВ показана на рис. 1. Дифракционное поле состоит из прошедшего $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ и дифрагированного $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ в +1

порядок световых пучков. Волновые векторы \vec{K}_0 акустического и \vec{k}_0 , \vec{k}_1 световых пучков лежат в плоскости дифракции XZ . Допустим, что лучевая нормаль \vec{q}_r пучка \vec{U} , коллинеарная вектору Пойнтинга, лежит в плоскости XZ и отклонена от направления волновой нормали \vec{q} на угол γ . Оси Z и X координатной системы XYZ направлены соответственно вдоль и перпендикулярно лучевой нормали \vec{q}_r .

Векторное поле смещений $\vec{U}(\vec{r}, t)$ монохроматического акустического пучка представим в виде квазиплоской, слаборасходящейся волны

$$\vec{U}(\vec{r}, t) = 0.5\vec{u} \left[U_0 U_m(\vec{r}) \exp[i(\Omega_0 t - \vec{K}_0 \cdot \vec{r})] + \text{к.с.} \right], \quad (1)$$

где $\vec{r} = x\vec{\Gamma} + z\vec{q}_r$ — двумерный радиус-вектор; \vec{u} — единичный вектор смещения, характеризующий поляризацию; $\vec{K}_0 = \vec{q}\Omega_0/v$; U_0 , Ω_0 , v — амплитуда смещений, частота и скорость; $U_m(\vec{r}) = U_m(x, z)$ — нормированное распределение комплексной амплитуды в плоскости XZ ; $\vec{\Gamma}$ — единичный вектор вдоль оси X .

Допустим, что в пределах области АОВ дифракционными искажениями пучка \vec{U} можно пренебречь, т. е. $U_m(x, z) = U_m(x)$. На практике это условие выполняется при работе в ближней зоне преобразователя, а также для специальных срезов кристаллов, обладающих автоколлимационными свойствами [2]. Для пространственно-неоднородного профиля $U_m(x)$ воспользуемся представлением:

$$U_m(x) = \text{rect}[x/L] |U_m(x)| \exp[i\phi(x)], \quad (2)$$

где амплитудное $|U_m(x)|$ и фазовое $\phi(x)$ распределения задаются модельными функциями [5]

$$|U_m(x)| = 1/\text{ch}[c(sx/L - t)], \quad (3)$$

$$\phi(x) = 2d \ln \{\text{ch}[c(sx/L - t)]\}, \quad (4)$$

L — длина области АОВ по координате x ; $c = 0 \div 10$, $t < s = 0 \div 10$ и d — параметры, соответственно задающие степень неоднородности, асимметрии амплитудного и фазового профилей и максимальное изменение фазы. Подбором параметров c , s , t , d можно аппроксимировать разнообразные законы амплитудно-фазовых распределений. Так при $c = 0$ получим однородное распределение $U_m(x) = \text{const}$. Если $c < 1$, то (2) описывает однородный амплитудный $|U_m(x)| \simeq 1$ и искривленный фазовый $\phi(x) = dc^2 \left(s \frac{x}{L} - t \right)^2$ профили. Если же $d = 0$ и $c > 1$, то (2) описывает пучок U с плоским фазовым фронтом и усечённой куполообразной огибающей амплитуды. Для промежуточных значений d , c некоторые из симметричных и ассиметричных амплитудных $|U_m(x)|$ и фазовых $\phi(x)$

распределений, рассчитанных по формулам (3), (4), в качестве примера показаны на рис. 3 а, б.

Отметим, что основной целью применения фазовой апподизации (4) является расширение нормализованной полосы пропускания $2\Delta K_{0.5}$ и увеличение интегральной эффективности дифракции η_d [9]. Критерием, определяющим эффективность её использования, является условие

$$K = \left(2\Delta K_{0.5} \eta_d \Big|_{d=c} \right) / \left(2\Delta K_{0.5} \eta_d \Big|_{d=0, c=0} \right) > 1 .$$

Амплитудная апподизация (3) может использоваться для подавления боковых полос пропускания. Критерием является относительный уровень боковых лепестков вне полосы пропускания [10].

Возмущение относительной диэлектрической проницаемости кристалла $\hat{\epsilon}$ в поле $\vec{U}(\vec{r}, t)$ на величину $\Delta\hat{\epsilon}_a$ будем считать малым по отношению к $\hat{\epsilon}_0$ и представим в линейном приближении

$$\hat{\epsilon}(\vec{r}, t) = \hat{\epsilon}_0 + \Delta\hat{\epsilon}_a = \hat{\epsilon}_0 + \frac{1}{2} [\Delta\hat{\epsilon} U_0 U_m(\vec{r}) \exp[i(\Omega_0 t - \vec{K}_0 \cdot \vec{r})] + \text{к.с.}] . \quad (5)$$

Здесь $\hat{\epsilon}_0 = n^2 \hat{I}$; n — показатель преломления, \hat{I} — единичный тензор второго ранга; $\Delta\hat{\epsilon}$ — величина возмущения $\hat{\epsilon}_0$ в поле \vec{U} единичной амплитуды.

Дифракционное поле \vec{E} в области АОВ, удовлетворяющее волновому уравнению гиротропного кубического кристалла [13]

$$\text{rot rot } \vec{E} = -c_c^{-2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\hat{\epsilon} \vec{E} + 2\alpha \text{rot } \vec{E}] , \quad (6)$$

где величина α связана с параметром гирации $\gamma_0 = \alpha k_0$, $k_0 = \omega_0/c_c$, будем искать в виде суммы локально-плоских пучков нулевого \vec{E}_0 и первого \vec{E}_1 дифракционных порядков:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{j=0}^1 \vec{E}_j = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=0}^1 \sum_{k=\pm} \vec{e}_k^j E_j^k(\vec{r}) \exp[i(\omega_j t - \vec{k}_j^k \cdot \vec{r})] + \text{к.с.} \right\} , \quad (7)$$

с медленно меняющимися в области АОВ пространственными распределениями амплитуд $E_j^\pm(\vec{r})$, волновыми векторами $\vec{k}_j^\pm = \vec{N}_j k_0 (n \pm \gamma_0)$, частотами $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_0$. Каждый из пучков в (7) представлен разложением по собственным циркулярно-поляризованным волнам гиротропной среды с амплитудными профилями $E_j^\pm(\vec{r})$, циркулярными векторами поляризации

$$\vec{e}_+^j = (\vec{e}_1^j + i\vec{e}_2^j)/\sqrt{2} , \quad \vec{e}_-^j = (\vec{e}_1^j - i\vec{e}_2^j)/\sqrt{2} , \quad (8)$$

в соответствующих ортонормированных, круговых базисах ($\vec{e}_+^j, \vec{e}_-^j, \vec{N}_j$), образованных волновыми нормалями \vec{N}_j и векторами \vec{e}_-^j, \vec{e}_+^j . Единичные векторы \vec{e}_1^j, \vec{e}_2^j в (8) лежат в плоскостях поляризации $\vec{N}_j \cdot \vec{r} = \text{const}$ пучков \vec{E}_j , как показано на рис. 1.

Подставляя (5), (7) в (6), получим систему уравнений, связывающую в области АОВ амплитудные профили световых полей $E_0^\pm(\vec{r})$ и $E_1^\pm(\vec{r})$:

$$\begin{aligned} \nu_0 \frac{\partial}{\partial x} E_0^- + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0^- &= -i U_m^*(x, z) U_0 \left\{ C_n^- E_1^- + C_a^- E_1^+ \exp[-i\rho x] \right\} \exp[i\Delta K x], \\ \nu_0 \frac{\partial}{\partial x} E_0^+ + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0^+ &= -i U_m^*(x, z) U_0 \left\{ C_n^+ E_1^+ + C_a^+ E_1^- \exp[i\rho x] \right\} \exp[i\Delta K x], \\ \nu_1 \frac{\partial}{\partial x} E_1^- + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1^- &= -i U_m(x, z) U_0 \left\{ C_n^- E_0^- + C_a^- E_0^+ \exp[-i\rho x] \right\} \exp[-i\Delta K x], \\ \nu_1 \frac{\partial}{\partial x} E_1^+ + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1^+ &= -i U_m(x, z) U_0 \left\{ C_n^+ E_0^+ + C_a^+ E_0^- \exp[i\rho x] \right\} \exp[-i\Delta K x], \end{aligned} \quad (9)$$

где $\nu_j = \cos \varphi_j$, $\eta_j = (-1)^j \sin \varphi_j$; $\varphi_j = \Theta_j - (-1)^j \gamma$ — углы между нормалями \vec{N}_j и $\vec{\Gamma}$ (рис. 2); Θ_j — углы, отсчитываемые между фронтом пучка \vec{U} и волновыми нормалями \vec{N}_j пучков \vec{E}_j :

$$C_n^\pm = \frac{k_0}{8} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{n \pm 2\gamma_0} \right), \quad C_a^\pm = \frac{k_0}{8} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{n \pm 2\gamma_0} \right), \quad (10)$$

— коэффициенты АО связи, соответственно характеризующие нормальный и аномальный дифракционные процессы [7, 8]; $\lambda_1 = \vec{e}_1^j \cdot \Delta \hat{\varepsilon} \cdot \vec{e}_1^j$, $\lambda_2 = \vec{e}_2^j \cdot \Delta \hat{\varepsilon} \cdot \vec{e}_2^j$; $\rho = 2k_0\gamma_0 / \cos \varphi_0$ — фазовая расстройка, обусловленная циркулярным двупреломлением; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число света в вакууме; ΔK — фазовая расстройка, вызванная отклонением угла падения Θ_0 от угла Брэгга $\Theta_B \approx \frac{\lambda_0 \Omega_0}{4\pi v n}$ и частоты ультразвука Ω от Ω_0 [2, 7, 8]

$$\Delta K = \frac{k_0 n \sin 2\Theta_B}{\cos (\Theta_B - \gamma)} \Delta \Theta + \frac{\sin \Theta_B}{v \cos (\Theta_B - \gamma)} \Delta \Omega,$$

индексом $\{*\}$ помечены комплексно-сопряженные величины.

Полученную систему уравнений (9) дополним граничными условиями для взаимодействующих световых полей:

$$E_0^\pm(x=0, z) = E_\pm(z), \quad E_1^\pm(x=0, z) = 0, \quad (11)$$

где $E_\pm(z) = (\vec{e}_0 \cdot \vec{e}_\pm^0) E_z^0$ — циркулярные составляющие падающего пучка \vec{E}^0 с пространственным распределением амплитуды $E^0(z)$ на входной границе области АOB ($\vec{\Gamma} \cdot \vec{r} = 0$) и произвольным состоянием поляризации, заданным комплексным вектором \vec{e}_0 .

2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Для нахождения общего решения системы (9) введем векторные функции $\vec{A}_1(x, z)$ и $\vec{A}_0(x, z)$, компоненты которых связаны с амплитудными распределениями циркулярных составляющих $E_j^\pm(x, z)$,

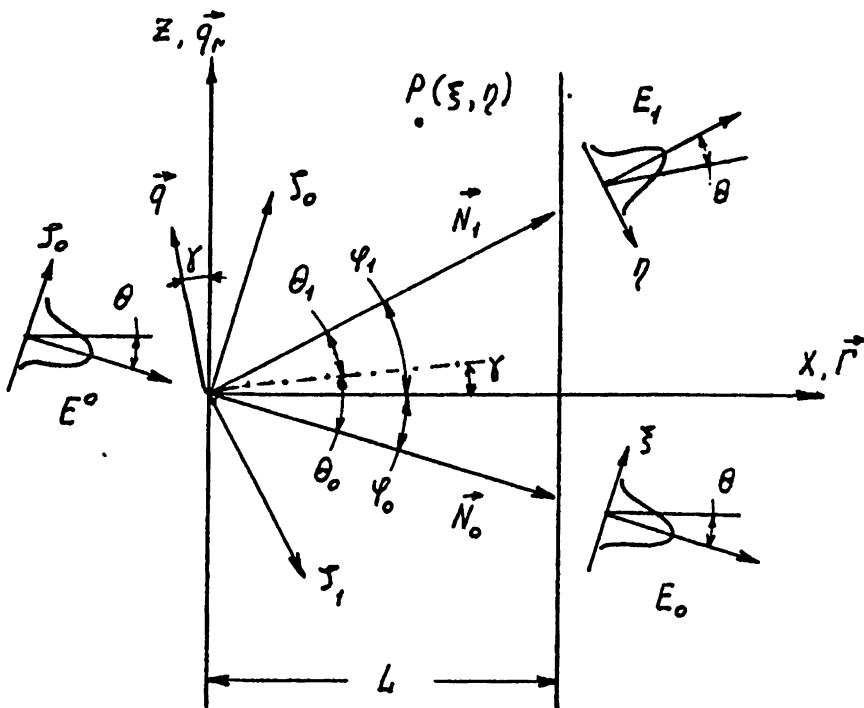


Рис. 2. Ориентация осей ζ_0 , ζ_1 апертурной координатной системы, а также волновых нормалей \vec{N}_j , \vec{q} световых \vec{E}_j и акустического \vec{U} пучков в плоскости дифракции XZ и обозначения соответствующих им углов φ_j , Θ_j , γ ($j = 0, 1$).

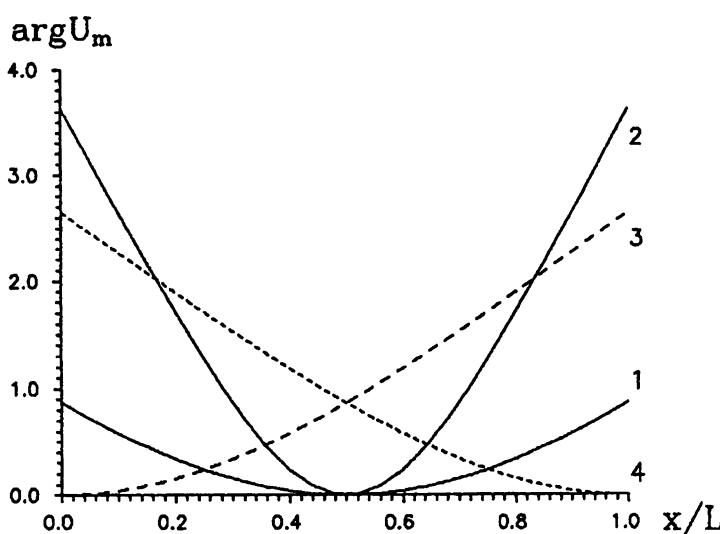
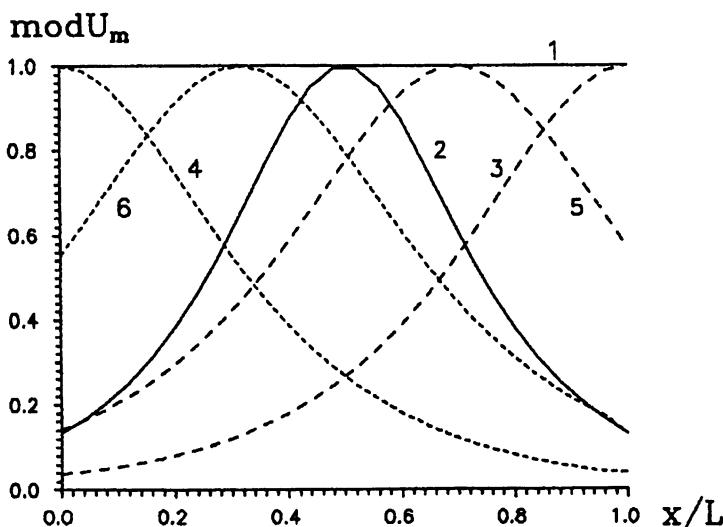


Рис. 3. Распределения (а) амплитудного $modU_m + |U_m(x)|$ и (б) фазового $\arg U_m(x) = \phi(x)$ профилей акустического поля по координате x/L для различных значений параметров c, s, t, d :
 а) кривая (1) $c = 0; s = 0; t = 0$; (2) — 1; 5; 4; 2; 7; (3) — 4; 1; 1; (4) — 4; 1; 0; (5) — 1; 3; 8; 2; 6; (6) — 1; 3; 8; 1; 2;
 б) кривая (1) $c = 2; s = 1; t = 0.5$; (2) — 5; 1; 0.5; (3) — 2; 1; 0; (4) — 2; 1; 1; при $d = 1$.

$$\bar{A}_j = \begin{pmatrix} A_j^- \\ A_j^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_j^- \exp[+i\rho x/2] \\ E_j^+ \exp[-i\rho x/2] \end{pmatrix} \exp\left[i \frac{\Delta K(\eta_j x - \nu_j z)}{\eta_1 \nu_0 - \eta_0 \nu_1} \nu_{1-j}\right], \quad (12)$$

и перейдем в апертурную координатную систему (ζ_0, ζ_1)

$$\zeta_0 = -\eta_0 x + \nu_0 z, \quad \zeta_1 = \eta_1 x - \nu_1 z, \quad (13)$$

координаты ζ_j , которой отсчитываются вдоль осей, перпендикулярных нормалям \vec{N}_j пучков \vec{E}_j и показанных на рис. 2.

Тогда система (9) приводится к двум связанным векторно-матричным уравнениям вида [8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{A}_0(\zeta_0, \zeta_1)}{\partial \zeta_1} &= U_m^* \hat{C} \bar{A}_1(\zeta_0, \zeta_1) + \hat{P}_0 \bar{A}_0(\zeta_0, \zeta_1), \\ \frac{\partial \bar{A}_1(\zeta_0, \zeta_1)}{\partial \zeta_0} &= U_m \hat{C} \bar{A}_0(\zeta_0, \zeta_1) + \hat{P}_1 \bar{A}_1(\zeta_0, \zeta_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь с учётом (1)–(2) матрицы \hat{C} , \hat{P}_j , имеют вид

$$\hat{C} = \frac{-iU_0}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \begin{pmatrix} C_n^- & C_a^- \\ C_a^+ & C_n^+ \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_j = \frac{i\rho}{2\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \begin{pmatrix} \nu_j & 0 \\ 0 & -\nu_j \end{pmatrix}, \quad (15)$$

а также обозначено $U_m = U_m(\zeta_0, \zeta_1)$

$$U_m(\zeta_0, \zeta_1) = \operatorname{ch}^{-1+2id}[s'(\zeta_0 \nu_1 + \zeta_1 \nu_0) + p], \quad (16)$$

где $s' = cs/\nu L$, $p = -ct$, $\nu = \eta_1 \nu_0 - \eta_0 \nu_1$.

Соответственно граничные условия для решения системы (14) с учётом (11), (12) задаются в координатах ζ_0 , ζ_1 на кривой C ($\zeta_0 = -\zeta_1 \frac{\nu_0}{\nu_1}$) в следующем виде

$$\bar{A}_1 \Big|_{\zeta_1} = 0, \quad \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \zeta_0} = \hat{C} \bar{E} \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right) \operatorname{ch}^{-1+2id}[p] \exp\left[-i \frac{\Delta K \zeta_0 \nu_1}{\nu}\right], \quad (17a)$$

и

$$\bar{A}_0 \Big|_{\zeta_1} = \bar{E} \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right) \exp\left[i \frac{\Delta K \zeta_0 \nu_1}{\nu}\right], \quad \frac{\partial \bar{A}_0}{\partial \zeta_1} = \hat{P}_0 \bar{E} \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right) \exp\left[i \frac{\Delta K \zeta_0 \nu_1}{\nu}\right], \quad (17b)$$

где $\bar{E} \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right) = [E_- \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right), E_+ \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} \right)]^t$ — вектор-столбец граничных условий (11), индекс {т} означает операцию транспонирования.

Для определения светового поля первого дифракционного порядка внутри двумерной области АОВ в произвольной точке P с координатами ($\zeta_0 = \xi$, $\zeta_1 = \eta$) разрешим систему (14) относительно \bar{A}_1

$$\frac{\partial^2 \bar{A}_1}{\partial \zeta_0 \partial \zeta_1} + \left[-\frac{\partial \ln U_m}{\partial \zeta_1} + \hat{M} \right] \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \zeta_0} + \hat{K} \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \zeta_1} + \left[\hat{N}' + \hat{N} |U_m|^2 + \frac{\partial \ln U_m}{\partial \zeta_1} \hat{P}_1 \right] \bar{A}_1 = 0, \quad (18)$$

где

$$\hat{N} = -\hat{C}\hat{C}, \quad \hat{N}' = \hat{C}\hat{P}_0\hat{C}^{-1}\hat{P}_1,$$

$$\hat{M} = -\hat{C}\hat{P}_0\hat{C}^{-1}, \quad \hat{K} = -\hat{P}_1.$$

Решение гиперболического уравнения (18) с учётом граничных условий (17а) будем искать, используя интегральное представление Римана [12]

$$\bar{A}_1(\xi, \eta) = \int_{-\frac{\nu_0}{\nu_1}\eta}^{\xi} \hat{R}_1 \left(\zeta_0, -\zeta_0 \frac{\nu_1}{\nu_0}; \xi, \nu \right) \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \zeta_0} \Big|_c d\zeta_0, \quad (19)$$

выраженное через матричную функцию Римана $\hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ уравнения (18) и граничные условия (17а). Функция $\hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1, \xi, \eta)$ для $U_m(\zeta_0, \zeta_1)$ вида (16) получена в приложении А (см. (A9)) и имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta) &= \left[\frac{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\zeta_1 + p)}{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\eta + p)} \right]^{1-2id} \times \\ &\times \exp[\hat{M}(\zeta_1 - \nu) + \hat{K}(\zeta_0 - \xi)] F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; 1, w), \end{aligned} \quad (20)$$

где $F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; 1, w)$ — гипергеометрическая функция Гаусса [13];

$$a = s'\nu_1; \quad b = s'\nu_0; \quad p = -ct;$$

$$w = \operatorname{sh}[a(\xi - \zeta_0)] \operatorname{sh}[b(\eta - \zeta_1)] / \operatorname{ch}[a\zeta_0 + b\zeta_1 + p] \operatorname{ch}[a\xi + b\eta + p]; \quad (21)$$

$$\hat{\alpha} = -\hat{G}[id + [\hat{G} - d^2]^{0.5}]^{-1};$$

$$\hat{\beta} = id + [\hat{G} - d^2]^{0.5};$$

$$\hat{G} = -\hat{C}\hat{C}/ab.$$

Аналогично можно найти векторную амплитуду проходящего светового поля внутри области АОВ в точке $P(\zeta_0 = \xi, \zeta_1 = \eta)$ если разрешить систему (14) относительно \bar{A}_0 и найти соответствующую полученному уравнению функцию Римана $\hat{R}_0(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$. В результате, используя интегральное представление Римана [12] и условия (176), получим

$$\begin{aligned} \bar{A}_0(\xi, \eta) = \hat{R}_0\left(\xi, -\xi \frac{\nu_1}{\nu_0}; \xi, \eta\right) \bar{A}_0(\xi) \Big|_c + \int_{-\eta\nu_0/\nu_1}^{\xi} \left[\left[\widehat{\mathbf{M}} - \frac{\partial}{\partial \zeta_0} \ln U_m^*(\zeta_0, -\zeta_0 \frac{\nu_1}{\nu_0}) \right] \times \right. \\ \left. \times \hat{R}_0\left(\zeta_0, -\zeta_0 \frac{\nu_1}{\nu_0}; \xi, \eta\right) - \frac{\partial}{\partial \zeta_0} \hat{R}_0\left(\zeta_0, -\zeta_0 \frac{\nu_1}{\nu_0}; \xi, \eta\right) \right] \bar{A}_0(\zeta_0) \Big|_c d\zeta_0 , \end{aligned} \quad (22)$$

где функция Римана $\hat{R}_0(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ дается выражением

$$\begin{aligned} \hat{R}_0(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta) = \left[\frac{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\zeta_1 + p)}{\operatorname{ch}(a\xi + b\zeta_1 + p)} \right]^{1-2id} \times \\ \times \exp \left[\widehat{\mathbf{M}}(\zeta_0 - \xi) + \widehat{\mathbf{K}}(\zeta_1 - \eta) \right] F(\widehat{\alpha}^*, \widehat{\beta}^*; 1; w) , \end{aligned} \quad (23)$$

а параметры $a, b, p, \widehat{\alpha}, \widehat{\beta}, w$ определены в (21). Отметим, что здесь и далее под функциями от матриц понимаются функции, определенные на спектрах входящих в них матриц [12].

На выходе области АОВ ($x = L$) координаты точки $P(\zeta_0 = \xi, \zeta_1 = \eta)$ в (19), (22) связаны уравнениями, вытекающими из (13),

$$\xi = 2\delta - \eta\nu_0/\nu_1, \quad \eta = (2\delta - \xi)\nu_1/\nu_0 , \quad (24)$$

где $\delta = L(\eta_1\nu_0 - \eta_0\nu_1)/2\nu_1$. Если использовать данную связь в решениях (19), (22), то можно определить пространственные распределения световых пучков $\vec{E}_0(r, t), \vec{E}_1(r, t)$ на выходе и в ближней зоне области АОВ. С учётом (12), (17) получим следующие выражения для описания сформированных при АОВ пространственных распределений векторных амплитуд дифрагированного светового пучка

$$\bar{E}_1(\eta) = \delta \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \exp \left[-i\Delta K \frac{L}{2}(1-y) \right] \operatorname{ch}^{-1+2id}[a\delta(1-y) + p] \times \quad (25)$$

$$\times \exp \left[-\widehat{\mathbf{K}}\delta(1+y) - \widehat{\mathbf{M}}\delta \frac{\nu_1}{\nu_0}(1-y) \right] F(\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}; 1; w) \widehat{C}\bar{E}\left(\frac{\delta}{\nu_0}(1-y) - \frac{\eta}{\nu_1}\right) dy ,$$

и прошедшего светового пучка

$$\begin{aligned} \overline{E}_0(\xi) = & \widehat{B} \exp \left[-2\delta \frac{\nu_1}{\nu_0} \widehat{K} \right] \overline{E} \left(\frac{\xi}{\nu_0} \right) - \delta b \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \operatorname{sh} [a\delta(1+y)] \operatorname{ch}^{-2id} [a\delta(1-y) + p] \times \\ & \times \exp \left[i\Delta K \frac{L}{2}(1-y) \right] \exp \left[-\widehat{M}\delta(1-y) - \widehat{K}\delta \frac{\nu_1}{\nu_0}(1+y) \right] \widehat{G} F(\widehat{\alpha}^* + 1, \widehat{\beta}^* + 1; 2; w) \times \\ & \times \overline{E} \left(\frac{\zeta_0}{\nu_0} - (1-y) \frac{\delta}{\nu_0} \right) dy \operatorname{ch}^{-1+2id}[p] \operatorname{ch}^{-1}[2a\delta + p], \end{aligned} \quad (26)$$

где $\overline{E}_{0,1} = [E_{0,1}^-, E_{0,1}^+]^T$; матрицы $\widehat{\alpha}, \widehat{\beta}$ и \widehat{G} даны в (21);

$$w = \operatorname{sh} [a\delta(1-y)] \operatorname{sh} [a\delta(1+y)] / \operatorname{ch} [p] \operatorname{ch} [2a\delta + p];$$

$$\widehat{B} = \begin{pmatrix} \exp \left[-i\rho \frac{L}{2} \right] & 0 \\ 0 & \exp \left[+i\rho \frac{L}{2} \right] \end{pmatrix}; \quad \delta = \frac{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)}{\cos \varphi_1} \frac{L}{2}; \quad (27)$$

матрицы \widehat{K} \widehat{M} в (25) определены в (18), а в (26) $\widehat{M} = -\widehat{C}\widehat{P}_1\widehat{C}_{-1}$; $\widehat{K} = -\widehat{P}_0$.

Полученные решения (25), (26) совместно с (7) представляют точные решения, которые определяют пространственные распределения векторных амплитуд и состояние поляризации световых пучков $\vec{E}_0(\xi), \vec{E}_1(\eta)$ на выходной границе и в ближней зоне области АОВ при произвольных эффективностях, геометриях дифракции с учётом фазовых расстроек, обусловленных гиротропией кристалла, анизотропии его упругих свойств, а также одновременного протекания (при $C_n^\pm, C_a^\pm \neq 0$) связанных между собой двух нормальных и двух аномальных дифракционных процессов.

Для проведения практических расчётов и анализа решения (25), (26) необходимо дополнить вычислением входящих в них функций от матриц. Данный расчёт представлен в приложении В без ограничений на величину и соотношение коэффициентов АО связи C_n^\pm и C_a^\pm .

Анализ показывает, что точными формулами приложения В целесообразно пользоваться при $C_n^\pm/C_a^\pm \approx 1$ (т. е. когда в (10) параметры λ_1 или $\lambda_2 \approx 0$). В большинстве остальных случаев, когда $C_n^\pm/C_a^\pm > 1$ или $C_n^\pm/C_a^\pm < 1$, можно считать в (B4)–(B6)

$$C_n^\pm \approx C_n = k_0(\lambda_1 + \lambda_2)/8n,$$

$$C_a^\pm \approx C_a = k_0(\lambda_1 - \lambda_2)/8n,$$

и окончательный результат вычислений распределения $\vec{E}_1(\eta)$ по формуле (25) с учётом (7) представить в виде

$$\vec{E}_1(\eta) = -i\hat{A}_1\hat{B} \int_{-1}^{+1} \exp\left[-i\Delta K \frac{\bar{L}}{2}(1-y)\right] \operatorname{ch}^{-1+2id}\left[c\left(\frac{s}{2}(1-y)-t\right)\right] \times \\ \times \hat{R}_1(y) \overline{E}\left(\frac{d}{\nu_0}(1-y) - \frac{\eta}{\nu_1}\right) dy . \quad (28)$$

Здесь с учётом результатов [2, 8] и (B4)–(B6) введены обозначения

$$\hat{R}_1(y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b_n R_2 + b_a R_3 & b_a R_2 + b_n R_3 \\ b_n R'_3 + b_a R'_2 & b_a R'_3 + b_n R'_2 \end{pmatrix}, \\ R_2 = a_1 b_1^+ - a_2 b_1^-, \quad R_3 = a_1 b_1^- - a_2 b_1^+, \\ R'_2 = a_1^* b_1^+ - a_2^* b_1^-, \quad R'_3 = a_1^* b_1^- - a_2^* b_1^+, \\ a_1 = \cos\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{M_n - M_a}\right)\right] + i\frac{M_n - y M_a}{b} \sin\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{M_n - M_a}\right)\right]; \\ a_2 = i\frac{\sqrt{M_n M_a}}{b}(1-y) \sin\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{M_n - M_a}\right)\right]; \\ b_1^\pm = \frac{1}{2}\left\{F(\alpha_+, \beta_+; 1; w) \pm F(\alpha_-, \beta_-; 1; w)\right\}; \quad (29)$$

$$w = \operatorname{sh}[cs(1-y)/2] \operatorname{sh}[cs(1+y)/2]/\operatorname{ch}[ct] \operatorname{ch}[c(s-t)];$$

$$b = \left[[(M_n - y M_a)^2 - M_n M_a(1-y)^2]\right]^{0.5};$$

$$\alpha_\pm = -G_\pm/[id + [G_\pm - d^2]^{0.5}]; \quad \beta_\pm = id + [G_\pm - d^2]^{0.5};$$

$$G_\pm = (b_n \pm b_a)^2/c^2 s^2;$$

$$b_{n,a} = \frac{U_0 L C_{n,a}}{(\cos \varphi_1 \cos \varphi_0)^{0.5}} = \frac{\pi}{\lambda_0} \left[\frac{M_{n,a} P_a L}{2H} \right]^{0.5},$$

M_n , M_a — коэффициенты акустооптического качества нормального и аномального дифракционных процессов [2]; P_a — акустическая мощность; H — высота акустического пучка \vec{U} вдоль оси Y ;

$$\hat{\mathbf{A}}_j = \begin{pmatrix} \exp[ik_0 \gamma_0 L / \cos \varphi_j] & 0 \\ 0 & \exp[-ik_0 \gamma_0 L / \cos \varphi_j] \end{pmatrix} \exp[ik_0 n L / \cos \varphi_j]$$

— круговые матрицы, описывающие вращение плоскости поляризации световых волн \vec{E}_j ($j = 0, 1$) в невозмущенном гиротропном кристалле толщиной L .

В результате вычисления матричных функций в (26) аналогично (B4), (B6) из (26) и (7) получим следующее выражение для распределения $\vec{E}_0(\xi)$

$$\vec{E}_0(\xi) = \widehat{A}_0 \overline{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}\right) - \widehat{A}_0 \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \operatorname{sh}\left[c \frac{s}{2}(1+y)\right] \operatorname{ch}^{-2id}\left[c\left(\frac{s}{2}(1-y)-t\right)\right] \times \quad (30)$$

$$\times \exp\left[i\Delta K \frac{L}{2}(1-y)\right] \widehat{R}_0(y) \overline{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0} - (1-y)\frac{\delta}{\nu_0}\right) dy \operatorname{ch}^{-1+2id}[ct] \operatorname{ch}^{-1}[c(s-t)] ,$$

где введены обозначения

$$\widehat{R}_0(y) = \frac{1}{2cs} \begin{pmatrix} (b_n^2 + b_a^2)R_2 + 2b_n b_a R_3 & 2b_n b_a R_2 + (b_n^2 + b_a^2)R_3 \\ (b_n^2 + b_a^2)R'_3 + 2b_n b_a R'_2 & 2b_n b_a R'_3 + (b_n^2 + b_a^2)R'_2 \end{pmatrix} ,$$

$$R_2 = a_1 b_0^+ - a_2 b_0^- , \quad R_3 = a_1 b_0^- - a_2 B_0^+ ,$$

$$R'_2 = a_1^* b_0^+ - a_2^* b_0^- , \quad R'_3 = a_1^* b_0^- - a_2^* b_0^+ ,$$

$$b_0^\pm = \frac{1}{2} \{ F(\alpha_+ + 1, \beta_+ + 1; 2; w) \pm F(\alpha_- + 1, \beta_- + 1; 2; w) \} ; \quad (31)$$

$$\alpha_\pm = -G_\pm / [-id + [G_\pm - d^2]^{0.5}] ; \quad \beta_\pm = -id + [G_\pm - d^2]^{0.5} ;$$

параметры a_1 , a_2 , G_\pm , b_n , b_a даны в (29).

Распределение дифракционных полей \vec{E}_0 , \vec{E}_1 в дальней зоне, совпадающее со структурой их угловых спектров, определим, применяя к (28), (30) обратное преобразование Фурье по апертурным координатам. В результате получим выражения, связывающие угловые спектры в первом $\vec{E}_1(\Theta)$ и нулевом $\vec{E}_0(\Theta)$ дифракционных порядках на выходе области АОВ с угловым спектром $\overline{E}(\Theta)$ падающего светового пучка,

$$\vec{E}_1(\Theta) = \widehat{A}_1 \widehat{T}_1(L, \Theta) \overline{E}(\Theta) , \quad \vec{E}_0(\Theta) = \widehat{A}_0 \widehat{T}_0(L, \Theta) \overline{E}(\Theta) , \quad (32)$$

где $\overline{E}(\Theta) = \int_{+\infty}^{-\infty} \overline{E}(\xi) \exp[i k_0 n \xi \Theta] d\xi$; Θ — угол наклона плосковолновых

составляющих спектров $\vec{E}_j(\Theta)$ относительно нормалей \vec{N}_j в плоскости XZ (рис. 2); $\widehat{T}_j(\Theta)$ — матричные передаточные функции, описывающие АОВ в возмущенном пучком \vec{U} слое гиротропного кристалла толщиной L ,

$$\widehat{T}_1(L, \Theta) = -i \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \exp\left[-i\left(\frac{\Delta K L}{2} + k_0 n \delta \Theta\right)(1-y)\right] \times$$

$$\times \operatorname{ch}^{-1+2id}\left[c\left(\frac{s}{2}(1-y)-t\right)\right] \widehat{R}_1(y) dy ,$$

$$\widehat{T}_0(L, \Theta) = \widehat{I} - \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \exp \left[i \left(\frac{\Delta K L}{2} + k_0 n \delta \frac{\nu_1}{\nu_0} \Theta \right) (1-y) \right] \times \quad (33)$$

$$\times \operatorname{sh} \left[c \frac{s}{2} (1+y) \right] \operatorname{ch}^{2id} \left[c \left(\frac{s}{2} (1-y) - t \right) \right] \widehat{R}_0(y) dy \operatorname{ch}^{-1+2id}[ct] \operatorname{ch}^{-1}[c(s-t)] ,$$

где функции $\widehat{R}_0(y)$ и $\widehat{R}_1(y)$ определены соотношениями (29), (31).

3. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим, для проверки согласия (28), (30) с известными результатами, асимптотическое поведение данных решений при переходе к более простым амплитудно-фазовым распределениям акустического поля, а также в условиях больших значениях АО связи $b_{n,a}(P_a) \rightarrow \infty$ и для геометрий АОВ, характеризуемых экстремальной АО связью [2].

Если допустить, что $c < 1$ при произвольном $|d| > G_{\pm}$, что соответствует согласно (2)–(4) переходу к АОВ в акустическом поле с однородным амплитудным распределением $|U_m(x)| \simeq 1$ и искривленным фазовым $\phi(x) = dc^2 \left(s \frac{x}{L} - t \right)^2$ фронтом, то в (28), (30) можно положить $\operatorname{ch}[\dots] = 1$, $\operatorname{sh}[\dots]$ заменить аргументами, а параметры в (29), (31) принять

$$w \simeq c^2 s^2 (1 - y^2)/4, \quad \alpha_{\pm} \simeq iG_{\pm}/2d, \quad \beta_{\pm} \simeq i2d .$$

Тогда, считая $d \rightarrow \infty$, и используя предельный переход [13]

$$\lim_{\beta_{\pm} \rightarrow \infty} F(\alpha_{\pm}, \beta_{\pm}; \tau; z/\beta_{\pm}) = \Phi(\alpha_{\pm}, \tau; z) = \Phi \left(\frac{iG_{\pm}}{2d}, \tau; \frac{i}{2} dc^2 s^2 (1 - y^2) \right) , \quad (34)$$

где $z = \beta_{\pm} w$; $\Phi(\alpha_{\pm}, \tau; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция [13], получим из (28), (30) следующие асимптотические выражения:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\eta) &= -i \widehat{A}_1 \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \exp \left[-i \Delta K \frac{L}{2} (1-y) + idc^2 \left(\frac{s}{2} (1-y) - t \right)^2 \right] \times \\ &\quad \times \widehat{R}_1(y) \overline{E} \left(\frac{\delta}{\nu_0} (1-y) - \frac{\eta}{\nu_1} \right) dy , \\ \vec{E}_0(\xi) &= \widehat{A}_0 \overline{E} \left(\frac{\xi}{\nu_0} \right) - \widehat{A}_0 \widehat{B} \int_{-1}^{+1} c \frac{s}{2} (1+y) \exp \left[i \Delta K \frac{L}{2} (1-y) - \right. \\ &\quad \left. - idc^2 \left(\frac{s}{2} (1-y) - t \right)^2 \right] \widehat{R}_0(y) \overline{E} \left(\frac{\xi}{\nu_0} - (1-y) \frac{\delta}{\nu_0} \right) dy \operatorname{ch}^{2id}[ct] , \end{aligned} \quad (35)$$

где $\widehat{R}_1(y)$, $\widehat{R}_0(y)$ даются в (29), (31) при значениях

$$b_1^\pm = \frac{1}{2} \left\{ \Phi \left(i \frac{G_+}{2d}, 1; \frac{i}{2} dc^2 s^2 (1 - y^2) \right) \pm \Phi \left(i \frac{G_-}{2d}, 1; \frac{i}{2} dc^2 s^2 (1 - y^2) \right) \right\},$$

$$b_0^\pm = \frac{1}{2} \left\{ \Phi \left(1 - i \frac{G_+}{2d}, 2; -\frac{i}{2} dc^2 s^2 (1 - y^2) \right) \pm \Phi \left(1 - i \frac{G_-}{2d}, 2; -\frac{i}{2} dc^2 s^2 (1 - y^2) \right) \right\}.$$

Сравнение (35) с соответствующими выражениями в [8] показывает их эквивалентность, если в (35) принять $s = 1$, $t = 0.5$ и $dc^2 = K_0 L^2 / 2R$, где R — радиус кривизны акустического волнового фронта.

Рассмотрим теперь асимптотику (28), (30) при пренебрежимо слабой амплитудно-фазовой неоднородности акустического поля ($c \rightarrow 0$). В этом случае $\operatorname{ch}[...] = 1$, $\operatorname{sh}[x] \simeq x$, $G_\pm(c \rightarrow 0) \gg d$, а параметры в (29), (31)

$$w \simeq c^2 s^2 (1 - y^2) / 4, \quad \alpha_\pm(c \rightarrow 0) \simeq -\sqrt{G_\pm} \Rightarrow -\infty,$$

$$\beta_\pm(c \rightarrow 0) \simeq \sqrt{G_\pm} \Rightarrow \infty.$$

Последовательное использование предельных переходов [13]

$$\lim_{\beta_\pm \rightarrow \infty} F(\alpha_\pm, \beta_\pm; \tau; z/\beta_\pm) = \Phi(\alpha_\pm, \tau; z), \quad (36)$$

$$\lim_{\alpha_\pm \rightarrow -\infty} \Phi(\alpha_\pm, \tau; -z'/\alpha_\pm) = \Gamma[\tau][z'^{1-\tau}]^{0.5} J_{\tau-1}[2\sqrt{z'}],$$

где $z = \beta_\pm w$; $z' = -\alpha_\pm \beta_\pm w$; $\Gamma[z]$ — Гамма-функция; $J_{\tau-1}[z]$ — функция Бесселя, приводит к следующим асимптотикам решений (28), (30):

$$\vec{E}_1(\eta) = -i \widehat{A}_1 \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \exp \left[-i \frac{\Delta K L}{2} (1 - y) \right] \widehat{R}_1(y) \overline{E} \left(\frac{\delta}{\nu_0} (1 - y) - \frac{\eta}{\nu_1} \right) dy, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(\xi) = & \widehat{A}_0 \overline{E} \left(\frac{\xi}{\nu_0} \right) - \widehat{A}_0 \widehat{B} \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} \exp \left[i \frac{\Delta K L}{2} (1 - y) \right] \times \\ & \times \widehat{R}_0(y) \overline{E} \left(\frac{\xi}{\nu_0} - (1 - y) \frac{\delta}{\nu_0} \right) dy, \end{aligned}$$

где

$$\widehat{R}_j(y) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b_n R_2 + b_a R_3 & b_a R_2 + b_n R_3 \\ b_n R_3^* + b_a R_2^* & b_a R_3^* + b_n R_2^* \end{pmatrix}, \quad j = 0, 1; \quad (38)$$

$$R_2 = a_1 b_j^+ - a_2 b_j^-, \quad R_3 = a_1 b_j^- - a_2 b_j^+, \quad j = 0, 1;$$

$$b_j^\pm = \frac{1}{2} \left\{ J_{1-j} \left[(b_n + b_a) \sqrt{1 - y^2} \right] \pm J_{1-j} \left[(b_n - b_a) \sqrt{1 - y^2} \right] \right\},$$

а параметры a_1, a_2, b_n, b_a определены в (29). Выражения (37) совпадают с полученными в [7] для случая дифракции световых пучков на однородном акустическом пучке. Легко видеть, что асимптотические выражения (35) при $d \rightarrow 0$ или $c \rightarrow 0$ также переходят в (37).

В условиях предельно сильного АОВ, когда $b_{n,a}(P_a) \rightarrow \infty$ и параметры и $\beta_{\pm}(b_{n,a} \rightarrow \infty) \simeq -\alpha_{\pm}(b_{n,a} \rightarrow \infty) \simeq \sqrt{G_{\pm}} \Rightarrow \infty$, используя (36) и асимптотическую формулу Тейлора для $\Phi(\alpha, \tau; z)$ при $\alpha \rightarrow \infty, z \rightarrow \infty$ [13],

$$\Phi(\alpha_{\pm}, \tau; z) = \Gamma(\tau)[\alpha z]^{(1-\tau)/2} \exp[z/2] J_{\tau-1}[2\sqrt{\alpha z}] ,$$

где $\alpha = \frac{\tau}{2} - \alpha_{\pm} \simeq -\alpha_{\pm}; z = \beta_{\pm}w$; получим следующие асимптотические выражения для расчёта пространственных распределений дифракционного поля

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\eta) &= -i\hat{A}_1\hat{B} \int_{-1}^{+1} \exp\left[-i\Delta K \frac{L}{2}(1-y)\right] \operatorname{ch}^{-1+2id}\left[c\left(\frac{s}{2}(1-y)-t\right)\right] \times \\ &\quad \times \hat{R}_1(y) \overline{E}\left(\frac{\delta}{\nu_0}(1-y) - \frac{\eta}{\nu_1}\right) dy , \\ \vec{E}_0(\xi) &= \hat{A}_0 \overline{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}\right) - \hat{A}_0 \hat{B} \int_{-1}^{+1} \left[\frac{\operatorname{sh}[cs(1+y)/2]}{\operatorname{sh}[cs(1-y)/2]} \right]^{0.5} \operatorname{ch}^{-2id}\left[c\left(\frac{s}{2}(1-y)-t\right)\right] \times \\ &\quad \times \exp\left[i\Delta K \frac{L}{2}(1-y)\right] \hat{R}_0(y) \overline{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0} - (1-y)\frac{\delta}{\nu_0}\right) dy \operatorname{ch}^{-0.5+2id}[ct] \operatorname{ch}^{-0.5}[c(s-t)] , \end{aligned} \quad (39)$$

где $\hat{R}_0(y), \hat{R}_1(y)$ определены формулой (38) при значениях ($j = 0, 1$)

$$\begin{aligned} b_j^{\pm} &= \frac{1}{2} \left\{ \exp\left[\frac{(b_n + b_a)}{2cs}w\right] J_{1-j} \left[2\frac{(b_n + b_a)}{cs} \sqrt{w} \right] \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \exp\left[\frac{(b_n - b_a)}{2cs}w\right] J_{1-j} \left[2\frac{(b_n - b_a)}{cs} \sqrt{w} \right] \right\} , \end{aligned}$$

а параметр w задается в (29). Как видно, по структуре, полученные асимптотики (39) решений (28), (30), аналогичны выражениям (37), а при $c \rightarrow 0$ переходят в них. Отсюда следует, что при сильном АОВ влияние амплитудно-фазовых неоднородностей акустического поля на дифракционные процессы ослабевает. Данный вывод, в отличие от АОВ в неги-ротропных анизотропных средах, справедлив только при одновременном выполнении условий $(b_n + b_a)^2/c^2 s^2 d^2 \gg 1$ и $(b_n - b_a)^2/c^2 s^2 d^2 \gg 1$. Следует отметить, что второе условие является более жёстким, определяется анизотропией эффективностей нормальных и аномальных дифракционных процессов, согласно (29) характеризуемых коэффициентами АО

качества M_n и M_a , и фактически задает область применимости асимптотических выражений (29).

Таким образом, анализ асимптотического поведения позволяет заключить, что полученные решения согласуются с известными результатами теории дифракции света на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах и анизотропных средах [4–8], включая их в качестве частных случаев.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана аналитическая модель брэгговской дифракции световых пучков с произвольными пространственными профилями на амплитудно и(или) фазово–неоднородных акустических полях в гиротропных кубических кристаллах. Полученные аналитические решения и передаточные функции АОВ даны в замкнутой форме и позволяют определить пространственную амплитудную и поляризационную структуру дифракционных максимумов в ближней и дальней зонах при произвольной эффективности дифракции. В рамках одной модели описывается АОВ в амплитудно, фазово и амплитудно–фазово неоднородных акустических полях, как для симметричных, так и ассиметричных распределений неоднородностей, заданных нелинейными модельными функциями.

Полученные результаты могут быть пригодны при разработке АО устройств на основе гиротропных кубических кристаллов, а также для анализа дифракции частично–поляризованного света на акустических пучках с амплитудно–фазовой апподизацией и на неоднородных голограммических решетках в фотопрефрактивных оптически активных средах.

Данная работа была выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научного фонда (грант № NY4000 и № NY4300).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

РАСЧЁТ ФУНКЦИЙ РИМАНА

Согласно методу Римана функция $\widehat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ вследствие свойства "взаимности" переменных ζ_0, ζ_1 и параметров ξ, η может находиться как решение уравнения (18), записанного с учётом (16) относительно \widehat{R}_1 в параметрах ξ, η [14]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \widehat{R}_1}{\partial \xi \partial \eta} + \tilde{a} \left[\operatorname{th}[a\xi + b\eta + p] + \widehat{M} \right] \frac{\partial \widehat{R}_1}{\partial \xi} + \widehat{K} \frac{\partial \widehat{R}_1}{\partial \eta} + \\ + \left[\widehat{N}' + \widehat{N} \operatorname{ch}^{-2}[a\xi + b\eta + p] - \tilde{a} \operatorname{th}[a\xi + b\eta + p] \widehat{P}_1 \right] \widehat{R}_1 = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

при дополнительных условиях на характеристиках $\zeta_0 = \xi$ и $\zeta_1 = \eta$ уравнения (18)

$$\widehat{R}_1(\xi, \eta; \xi, \eta) = 1; \quad \widehat{R}_1(\zeta_0, \eta; \xi, \eta) = \exp[\widehat{K}(\zeta_0 - \xi)] \quad \text{при } \zeta_1 = \eta, \quad (\text{A.2})$$

$$\widehat{R}_1(\xi, \zeta_1; \xi, \eta) = \left[\frac{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\zeta_1 + p)}{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\eta + p)} \right]^{1-2id} \exp[\widehat{M}(\zeta_1 - \eta)] \quad \text{при } \zeta_0 = \xi, \quad (\text{A.3})$$

где использованы обозначения

$$\tilde{a} = (1 - 2id)s'v_0; \quad a = s'v_1; \quad b = s'v_0; \quad p = -ct.$$

Решение (A.1) будем искать в виде, удовлетворяющем (A.2), (A.3),

$$\begin{aligned} \widehat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta) = \exp \left[\frac{\tilde{a}}{b} \ln \left[\frac{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\zeta_1 + p)}{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\eta + p)} \right] + \right. \\ \left. + \widehat{M}(\zeta_1 - \eta) + \widehat{K}(\zeta_0 - \xi) \right] F(w), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

где $w = \operatorname{sh}[a(\xi - \zeta_0)]\operatorname{sh}[b(\eta - \zeta_1)]/\operatorname{ch}[a\zeta_0 + b\zeta_1 + p]\operatorname{ch}[a\xi + b\eta + p]$; $F(w)$ — функция, которая при $w = 0$ должна быть $F(0) = 1$. Подставив (A.4) в (A.1), и опуская громоздкие преобразования, получим дифференциальное уравнение

$$w(w-1) \frac{d^2 F}{dw^2} + \left[w \left(2 - \frac{\tilde{a}}{b} \right) - 1 \right] \frac{dF}{dw} - \frac{\widehat{N}}{ab} F = 0. \quad (\text{A.5})$$

Сравнение (A.5) с гипергеометрическим уравнением [13]

$$w(w-1) \frac{d^2 F}{dw^2} + [(\alpha + \beta + 1)w - \tau] \frac{dF}{dw} + \alpha\beta F = 0, \quad (\text{A.6})$$

решением которого является гипергеометрическая функция Гаусса [13] $F(\alpha, \beta; \tau, w)$, определенная рядом

$$F(\alpha, \beta; \tau, w) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha \dots (\alpha + n - 1) \beta \dots (\beta + n - 1)}{\tau(\tau + 1) \dots (\tau + n - 1)} \frac{w^n}{n!} \quad (\text{A.7})$$

и удовлетворяющая условию $F(\alpha, \beta; \tau, w = 0) = 1$, даёт значения параметров

$$\hat{\alpha} = -\hat{\mathbf{G}}[id + [\hat{\mathbf{G}} - d^2]^{0.5}]^{-1}; \quad \hat{\beta} = id + [\hat{\mathbf{G}} - d^2]^{0.5}; \quad \tau = 1; \quad (\text{A.8})$$

где $\hat{\mathbf{G}} = \hat{N}/ab = -\hat{C}\hat{C}/ab$, при которых функция $F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w)$ является решением матричного уравнения (A.5).

В результате функция Римана $\hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ уравнения (18) записывается

$$\begin{aligned} \hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta) &= \left[\frac{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\zeta_1 + p)}{\operatorname{ch}(a\zeta_0 + b\eta + p)} \right]^{1-2id} \times \\ &\times \exp[\hat{\mathbf{M}}(\zeta_1 - \eta) + \hat{\mathbf{K}}(\zeta_0 - \xi)] F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; 1; w). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Видно, что $\hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ удовлетворяет условиям (A.2), (A.3). Непосредственной проверкой также можно убедиться, что $\hat{R}_1(\zeta_0, \zeta_1; \xi, \eta)$ как функция переменных ζ_0, ζ_1 является решением сопряженного к (18) дифференциального уравнения.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

ФУНКЦИИ ОТ МАТРИЦ

В этом приложении вычисляются аналитические выражения для функций от матриц, используемых в выражениях (25), (26).

Для определенности рассмотрим матричную гипергеометрическую функцию $F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w)$, которую можно вычислить если использовать её представление в виде степенного гипергеометрического ряда (A.7)

$$F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w) = \quad (B.1)$$

$$= \hat{I} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{\alpha}(\hat{\alpha}+1)\dots(\hat{\alpha}+n-1)\hat{\beta}(\hat{\beta}+1)\dots(\hat{\beta}+n-1)}{\tau(\tau+1)\dots(\tau+n-1)} \frac{w^n}{n!}.$$

Более простым является метод, основанный на определении матричных функций на спектрах входящих в них матриц [14]. Следуя ему, прежде всего заметим, что $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ в (B.1) согласно (21) выражаются через

$$\hat{G} = -\hat{C}\hat{C}/ab = C' \begin{pmatrix} C_n^{-2} + C_a^+ C_a^- & C_n^- C_a^- + C_n^+ C_a^+ \\ C_n^- C_a^+ + C_n^+ C_a^- & C_n^{+2} + C_a^+ C_a^- \end{pmatrix};$$

$C' = U_0^2 L^2 / c^2 s^2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_1$. Следовательно $F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w)$ фактически является функцией от одной матрицы \hat{G} , т. е. $F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w) = F(\hat{G})$, и может быть определена на её спектре. Учитывая, что \hat{G} простая матрица второго ранга, а интерполяционный многочлен Лагранжа–Сильвестра [14] должен быть первой степени, получим

$$F(\hat{G}) = \left[\frac{\mu_2 F(\mu_1) - \mu_1 F(\mu_2)}{\mu_2 - \mu_1} \right] \hat{I} + \left[\frac{F(\mu_2) - F(\mu_1)}{\mu_2 - \mu_1} \right] \hat{G}, \quad (B.2)$$

где члены в квадратных скобках являются коэффициентами интерполяционного многочлена; μ_1, μ_2 — собственные значения \hat{G} , которые находятся из уравнения $\det[\hat{G} - \mu \hat{I}] = 0$, $F(\mu_1), F(\mu_2)$ — значения F на спектре \hat{G} . В рассматриваемом случае

$$\begin{aligned} \mu_{1,2} = & \frac{C}{2} \left[C_n^{-2} + C_n^{+2} + 2C_a^+ C_a^- \pm \left[(C_n^{-2} + C_n^{+2} + 2C_a^+ C_a^-)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 4(C_n^- C_n^+ - C_a^+ C_a^-)^2 \right]^{0.5} \right]. \end{aligned} \quad (B.3)$$

Подставляя (B.3) в (B.2), получим искомое представление

$$F(\hat{\alpha}, \hat{\beta}; \tau; w) = \begin{pmatrix} b_1^+ + b_1^- p_1 & 2b_1^- p_2^+ \\ 2b_1^- p_2^- & b_1^+ - b_1^- p_1 \end{pmatrix}. \quad (B.4)$$

Здесь использованы обозначения параметров

$$p_1 = (C_n^- - C_n^+) / [(C_n^- - C_n^+)^2 + 4C_a^+ C_a^-]^{0.5};$$

$$p_2^\pm = C_a^\pm / [(C_n^- - C_n^+)^2 + 4C_a^+ C_a^-]^{0.5};$$

$$b_1^+ = \frac{1}{2}[F(\mu_1) + F(\mu_2)];$$

$$b_1^- = \frac{1}{2}[F(\mu_1) - F(\mu_2)];$$

и функций

$$F(\mu_1) = F(\alpha_+, \beta_+; 1; w); \quad F(\mu_2) = F(\alpha_-, \beta_-; 1; w); \quad (B.5)$$

где $F(\alpha_+, \beta_+; 1; w)$, $F(\alpha_-, \beta_-; 1; w)$ гипергеометрические функции (A.7);

$$\alpha_\pm = -G_\pm / [id + [G_\pm - d^2]^{0.5}];$$

$$\beta_\pm = id + [G_\pm - d^2]^{0.5};$$

$$G_+ = \mu_1; \quad G_- = \mu_2.$$

Рассматривая $F(\hat{G})$ в (B.2) как формальную функцию, определенную на спектре 2×2 матрицы \hat{G} используем представление (B.2) для нахождения матричных экспонент, входящих в (25). Результат вычислений можно представить в виде

$$\exp\left[-\hat{K}\delta(1+y) - \hat{M}\delta\frac{\nu_1}{\nu_0}(1-y)\right] = \begin{pmatrix} a_1 & a_2^* p_3 \\ a_2 & a_1^* \end{pmatrix}, \quad (B.6)$$

где

$$a_1 = \cos\left[\frac{\rho L b}{2p_4}\right] + i[C_n^- C_n^+ - y C_a^+ C_a^-] \sin\left[\frac{\rho L b}{2p_4}\right] / b;$$

$$b = \left|(C_n^- C_n^+ - y C_a^+ C_a^-)^2 - C_n^- C_n^+ C_a^+ C_a^- (1 - y^2)\right|^{0.5};$$

$$a_2 = i \frac{C_n^+ C_a^+}{b} (1 - y) \sin\left[\frac{\rho L b}{2p_4}\right];$$

$$p_3 = C_n^- C_a^- / C_n^+ C_a^+;$$

$$p_4 = C_n^- C_n^+ - C_a^+ C_a^-.$$

Аналогичным образом вычисляются $F(\hat{\alpha}^* + 1, \hat{\beta}^* + 1; 2; w)$ и матричные экспоненты, входящие в (26).

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Б. Физические основы акустооптики. — М., 1985. 280 с.
2. Задорин А. С., Шандаров С. М., Шарангович С. Н. Акустические и акустооптические свойства монокристаллов. — Томск, 1987. 151 с.
3. Lerroy O. and Claeys J. M. // Acoustica. 1984. V. 55. № 3. P. 21.
4. Задорин А. С., Шарангович С. Н. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 7. С. 798.
1990. Т. 33. № 2. С. 104.
5. Шарангович С. Н. // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 1. С. 104.
6. Белый В. Н., Кулак Г. В. // ЖПС. 1991. Т. 54. № 5. С. 803.
7. Шарангович С. Н. // Автометрия. 1994. № 1. В печати.
8. Шарангович С. Н. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1993. В печати.
9. Шарангович С. Н. // Изв. ВУЗов. Физика. 1995. № 4. С. 41.
10. Шарангович С. Н. // ЖТФ. 1995. Т. 65. № 1. С. 107.
11. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. — Минск, 1976. 456 с.
12. Курант Р. Уравнения с частными производными. — М., 1964.
13. Бейтмен Г., Эрдэйи А. Высшие трансцендентные функции. — М., 1973. 296 с.
14. Гантмахер Ф. А. Теория матриц. — М., 1988. 552 с.

Томская государственная
академия систем управления и
радиоэлектроники

Поступила в редакцию
24 января 1994 г.
После переработки 20 июля
1995 г.

**BRAGG'S DIFFRACTION OF LIGHT BEAMS IN THE ULTRASOUND
FIELD WITH NONUNIFORM AMPLITUDE-PHASE DISTRIBUTION IN
GYROTROPIC CUBIC CRYSTALS**

S. N. Sharangovich

There has been investigated Bragg's diffraction of light beams by the ultrasound with nonuniform amplitude-phase distribution, in the form of nonlinear model functions, in gyrotropic cubic crystals at a strong acousto-optic interaction. There have been obtained the analytical solutions of vector-matrix equations of coupled waves in partial derivatives on spatial distributions of light beam and their angular spectra. Transfer functions of acousto-optic interaction have been determined. The solution asymptotics has been considered for different modes and efficiencies of diffraction.

УДК 537.874.4

**ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД
НА СТРУКТУРУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ,
РАССЕЯННОГО НЕЛИНЕЙНОЙ
ПОЛУВОЛНОВОЙ РАМКОЙ**

A. A. Горбачёв, Т. М. Заборонкова, С. П. Тараканков

Экспериментально и теоретически в приближении слабой нелинейности исследовано рассеяния плоской электромагнитной волны на кольцевой рамке, содержащей локальную нелинейную нагрузку, при наличии плоской границы раздела двух сред. Обнаружен ряд закономерностей в структуре поля, рассеянного на высших гармониках, которые могут быть использованы при создании нелинейных маркеров, предназначенных для поисковых систем.

Ряд прикладных задач стимулирует интерес к эффектам рассеяния электромагнитных волн на антенах с нелинейной нагрузкой. В работе [1] были исследованы пространственные характеристики рассеяния второй гармоники падающего поля системой из двух и четырех нелинейных radiatorов (НР), расположенных в свободном пространстве. Основные особенности рассеяния нелинейных продуктов статистической системой НР проанализированы в [2].

В настоящей работе экспериментально и теоретически исследуется влияние границы раздела двух сред на поле обратного рассеяния одиночного НР, расположенного в диэлектрике без потерь вблизи границы.

В качестве НР будем рассматривать кольцевую рамочную antennу радиуса b из тонкого провода радиуса a ($a/b \ll 1$), нагруженную на нелинейный элемент (НЭ) в виде полупроводникового диода. НР находится на расстоянии h от границы раздела (идеально гладкой) среда – вакуум. На границу под углом θ падает плоская электромагнитная волна, созданная источником, расположенным в вакууме на расстоянии H от границы раздела (рис. 1). Ограничимся случаем слабой нелинейности. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода записывается в виде [3]:

$$J(u) = \frac{u - \beta_2 u^2 + \beta_3 u^3}{R_0}, \quad (1)$$

где J — ток, протекающий через диод, U — напряжение на диоде, R_0 — начальное (при $U = 0$) сопротивление диода, β_2, β_3 — коэффициенты нелинейности ВАХ.

Для определения поля, рассеянного рамкой произвольных размеров, необходимо знать реальное распределение тока в рамке, которое находится из соответствующего интегродифференциального уравнения [4]. Условие $a \ll \min\{b, \lambda\}$ (λ — длина волны в среде), позволяет считать, что ток в рамке имеет одну азимутальную угловую составляющую и является функцией только этой координаты. Будем решать задачу в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , ось OZ которой считаем проходящей через центр рамки (см. рис. 1).

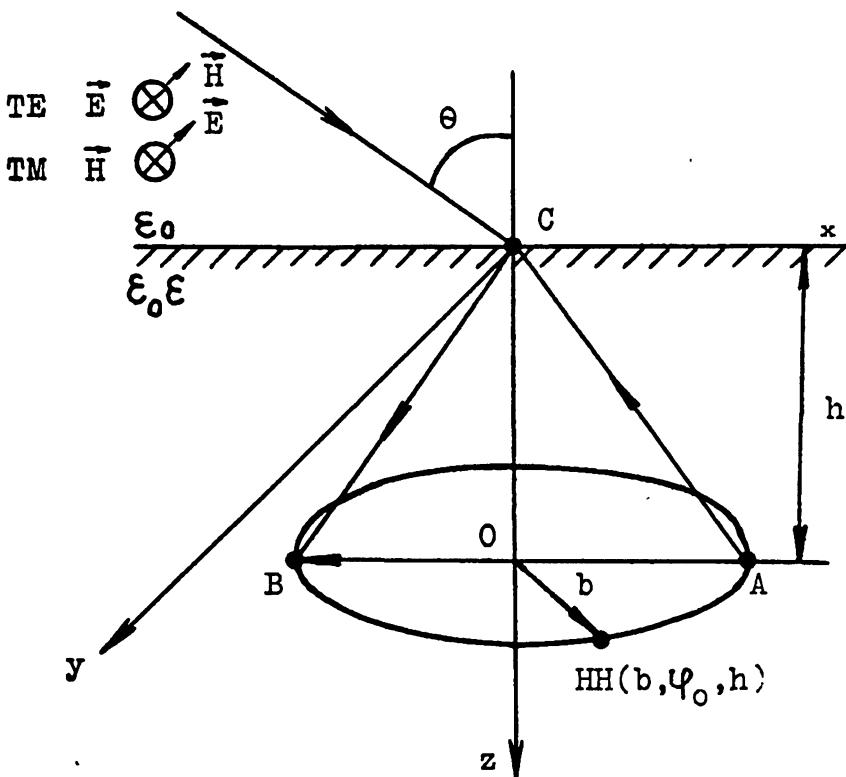


Рис. 1.

Все процессы считаем установившимися во времени (зависимость от времени будем полагать в виде $e^{i\omega t}$). Электрическое поле, рассеянное рамкой, при $Z > 0$ может быть представлено в виде суперпозиции первичного поля рамки $\vec{E}^{(n)}$ (поле при отсутствии границы в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ) и вторичного поля $\vec{E}^{(отр)}$, связанного с отражением от границы. На поверхности идеально проводящей рамки должно быть выполнено следующее граничное условие:

$$E_\varphi^{(n)} + E_\varphi^{(отр)} + E_\varphi^{(i)} = ZI(\varphi) - \frac{\epsilon \delta(\varphi - \varphi_0)}{b} \Big|_{z=h, r=b}, \quad (2)$$

где, $I(\varphi)$ — ток в рамке, Z — импеданс локальной нагрузки, $E_\varphi^{(i)}$ — угловая составляющая на рамке поля подающей волны, \mathcal{E} — эффективная ЭДС, обусловленная наличием нелинейного элемента и создающая ток на высших гармониках, $E_{\omega,\varphi}^{(n)}$ и $E_{\omega,\varphi}^{(отр)}$ — азимутальные тангенциальные составляющие $\vec{E}^{(n)}$ и $\vec{E}^{(отр)}$.

Будем решать уравнение (2) методом возмущений по малому параметру βu . Тогда на основной частоте ω имеем

$$E_{\omega,\varphi}^{(n)} + E_{\omega,\varphi}^{(отр)} + E_{\omega,\varphi}^{(i)} = Z_\omega I_\omega(\varphi) \frac{\delta(\varphi - \varphi_0)}{b}. \quad (3)$$

На частоте второй 2ω и третьей 3ω гармоник из уравнения (2) получаем:

$$E_{N\omega,\varphi}^{(n)} + E_{N\omega,\varphi}^{(отр)} + \frac{\mathcal{E}_N \delta(\varphi - \varphi_0)}{b(1 + iR_N N\omega c)} = I_{N\omega}(\varphi) \frac{\delta(\varphi - \varphi_0)}{b} Z_{N\omega}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= \frac{\beta_2 V_1^2}{2}, \quad \mathcal{E}_3 = \beta_3 \frac{V_1^3 R_3}{R_0}, \quad R_2 = R_0, \\ R_3 &= R_0/1 + \frac{3}{4}\beta_3 V_{1m}^2, \quad Z_{N\omega} = R_N/1 + iN\omega c R_N. \end{aligned}$$

V_{1m} — амплитуда напряжения на основной частоте, C — емкость диода. Предполагается, что НЭ расположен в точке с координатами (b, φ_0, h) . Индекс $N = 2$ или 3 , в зависимости от номера гармоники.

Поле $E_{N\omega,\varphi}^{(n)}$ записывается в том же виде, что и в [3, стр. 135]. Поле $E_{N\omega,\varphi}^{(отр)}$ представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} E_{N\omega,\varphi}^{(отр)} &= -\frac{i\omega\mu}{4\pi k_1 b} \int_{-\pi}^{\pi} I_{N\omega}(\varphi') \left(\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} G_2 + (Nk_1 b)^2 \cos(\varphi - \varphi') G_1 \right) d\varphi' \\ G_\ell &= \int_0^\infty \Gamma_\ell(\lambda) \exp(-2\gamma_1 k_0 h) J_0(2k_0 b \lambda) \sin \frac{(\varphi - \varphi')}{2} \frac{\lambda d\lambda}{\gamma_1}, \\ \Gamma_1(\lambda) &= \frac{\gamma_1 - \gamma_0}{\gamma_1 + \gamma_0}, \quad \Gamma_2(\lambda) = \frac{\varepsilon N^2}{\lambda^2} \left(\Gamma_1 - \frac{\lambda^2 - N^2 \varepsilon}{\varepsilon N^2} \frac{\gamma_1 - \varepsilon \gamma_0}{\gamma_1 + \varepsilon \gamma_0} \right), \\ \gamma_0 &= \sqrt{\lambda^2 - N^2}, \quad \gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - \varepsilon N^2}, \quad \ell = 1, 2; \quad k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon}, \end{aligned} \quad (5)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость, $J_0(\xi)$ — функция Бесселя.

Соотношения (4) получены путем приравнивания в уравнении (2) членов порядка $\beta_2 V_{1m}$ и $\beta_3 V_{1m}^2$ соответственно. Предполагается, что $\beta_3 V_{1m}^2 \ll \ll \beta_2 V_{1m} \ll 1$. Подставляя в (3), (4) выражения для полей, получаем после

соответствующих преобразований уравнения, описывающие распределение тока в рамочной антенне на основной частоте и частотах гармоник зондирующего сигнала (ЗС).

Решение этих уравнений (ввиду круговой симметрии рамки) удобно искать в виде рядов Фурье по функциям $\begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases}$. Ядра интегральных уравнений и падающее поле $E_\varphi^{(i)}$ представляются в виде соответствующих рядов Фурье. В результате подстановки этих разложений в (3)–(5) и интегрирования по φ' получаем выражения для коэффициентов распределения тока в рамке. На основной частоте для TE -поляризации падающей волны (см. рис. 1) имеем

$$I_{m,\omega}^{(e)} = -\frac{2i\epsilon E_0 b}{Z_0 (\alpha_{m,1}^{(n)} + \alpha_{m,1}^{(1)})} \left\{ f_{em} + \frac{i\epsilon}{Z_0 \pi} \frac{Z_{bx} Z_\omega}{Z_{bx} + Z_\omega} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{f_{ep}}{\alpha_{p,1}^{(n)} + \alpha_{p,1}^{(1)}} \right\}, \quad (6)$$

а для TM -поляризации находим:

$$I_{m,\omega}^{(0)} = -\frac{2i\epsilon E_0 b}{Z_0 (\alpha_{m,1}^{(n)} + \alpha_{m,1}^{(1)})} f_{0m}, \quad (7)$$

где

$$f_{em} = T_{||} J'_m(k_0 b \sin \theta) \exp \left\{ -i \left(k_0 h \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} + m \frac{\pi}{2} \right) \right\},$$

$$f_{0m} = \frac{T_{\perp} m J_m(k_0 b \sin \theta) \exp \left\{ -i \left(k_0 h \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta} + m \frac{\pi}{2} \right) \right\}}{k_0 b \epsilon \sin \theta \cdot (\epsilon - \sin^2 \theta)^{-1/2}},$$

$$\frac{1}{Z_{bx,N}} = -\frac{i\epsilon}{Z_0 \pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{h(m)}{\alpha_{m,N}^{(n)} + \alpha_{m,N}^{(1)}}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}.$$

Здесь E_0 — амплитуда падающего поля, $T_{||}$ и T_{\perp} — коэффициенты прохождения Френеля для падающего поля; $J_m(\xi)$ и $J'_m(\xi)$ — функции Бесселя и их производные по аргументу, соответственно; $h(m) = 2$ при любом $m \neq 0$. При $m = 0$ $h(m) = 1$. На основной частоте следует положить $N = 1$. На частоте второй и третьей гармоник коэффициенты распределения тока в рамке записываются в виде:

$$I_{m,N\omega} = \frac{i\epsilon N \epsilon Z_{N\omega} Z_{bx,N}}{Z_0 \pi R_N (Z_{bx,N} + Z_{N\omega}) (\alpha_{m,N}^{(n)} + \alpha_{m,N}^{(1)})}, \quad (8)$$

$$\alpha_{m,N}^{(n)} = -m^2 \mu_{m,N}^{(n)} + \frac{\epsilon (N k_0 b)^2}{2} (\mu_{m+1,N}^{(n)} + \mu_{m-1,N}^{(n)}), \quad (9)$$

$$\alpha_{m,N}^{(1)} = -m^2 \mu_{m,N}^{(2)} + \frac{\epsilon (N k_0 b)^2}{2} (\mu_{m+1,N}^{(1)} + \mu_{m-1,N}^{(1)}).$$

Выражения для $\mu_{m,N}^{(n)}$ нетрудно получить по аналогии с соответствующими выражениями из [3, стр. 136] (N — номер гармоники), справедливыми для $N = 1$; а коэффициенты $\mu_{m,N}^{(1,2)}$, определяющие влияние границы раздела сред, записываются следующим образом:

$$\mu_{m,N}^{(1,2)} = \int_0^\infty \Gamma_{1,2}(\lambda, N) \exp \left\{ -2k_0 h \sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon} \right\} J_m^2(k_0 b \lambda) \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon}}, \quad (10)$$

где функции $\Gamma_{1,2}(\lambda)$ определяются согласно выражениям (5). Зная коэффициенты распределения тока в рамке, можно найти и само распределение тока по формулам:

на основной частоте

$$I_\omega(\varphi) = I_{0,\omega}^{(e)} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} I_{m,\omega}^{(e)} \cos m\varphi - 2i \sum_{m=1}^{\infty} I_{m,\omega}^{(0)} \sin m\varphi; \quad (11)$$

на частотах гармоник

$$I_{N\omega}(\varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} I_{m,N\omega} h(m) \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (12)$$

Напомним, что в (12) угловая координата φ_0 задает положение нелинейного элемента.

Для определения поля, рассеянного рамочной антенной, необходимо решить задачу об излучении рамки с заданным распределением тока при наличии границы раздела среда — вакуум. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные выражения для азимутальной компоненты электрического поля при $Z < 0$ (см. рис. 1) на частоте гармоник:

$$E_{\varphi,N\omega}(r, \varphi, \dot{z}) = \frac{iZ_0}{4\pi r} \sum_{m=0}^{\infty} h(m) I_{m,N\omega} \cos m(\varphi - \varphi_0) G_{\varphi m, N\omega}$$

$$G_{\varphi m, N\omega} = \int_0^\infty \left\{ m^2 \frac{\sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon}}{N} T_{||}(\lambda) J_m(k_0 b \lambda) J_m(k_0 r \lambda) - \right. \\ \left. - \frac{\lambda^2 k_0^2 b r \lambda}{\sqrt{\lambda^2 - N^2}} T_{\perp}(\lambda) J'_m(k_0 b \lambda) J'_m(k_0 r \lambda) \right\} \times \\ \times \exp \left\{ \sqrt{\lambda^2 - N^2} k_0 z - \sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon} k_0 h \right\} \frac{d\lambda}{\lambda},$$

$$T_{||}(\lambda) = \frac{2\sqrt{\lambda^2 - N^2}}{\sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon} + \epsilon \sqrt{\lambda^2 - N^2}}, \quad T_{\perp}(\lambda) = \frac{2\sqrt{\lambda^2 - N^2}}{\sqrt{\lambda^2 - N^2 \epsilon} + \sqrt{\lambda^2 - N^2}},$$

По полученным формулам на ЭВМ были проведены расчеты азимутальной компоненты напряженности рассеянного электромагнитного поля

$E_{\varphi,2\omega}$ и $E_{\varphi,3\omega}$ на второй и третьей гармониках зондирующего сигнала. При вычислениях предполагалось, что $Z_{\text{вх}} \gg Z_{HN\omega}$. Были исследованы зависимости азимутальной компоненты напряженности поля от положения нелинейного элемента при фиксированной глубине h погружения рамки в диэлектрик и от глубины погружения при различных частотах зондирующего сигнала. Теоретические зависимости сопоставлялись с экспериментальными результатами. При расчетах и эксперименте были выбраны следующие параметры: диаметр рамки $\frac{2b}{\lambda_0} = \frac{1}{2\pi}$, радиус провода $a/\lambda_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$, λ_0 — длина волны падающего излучения в вакууме, угол $\theta = 73^\circ$, диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 5$.

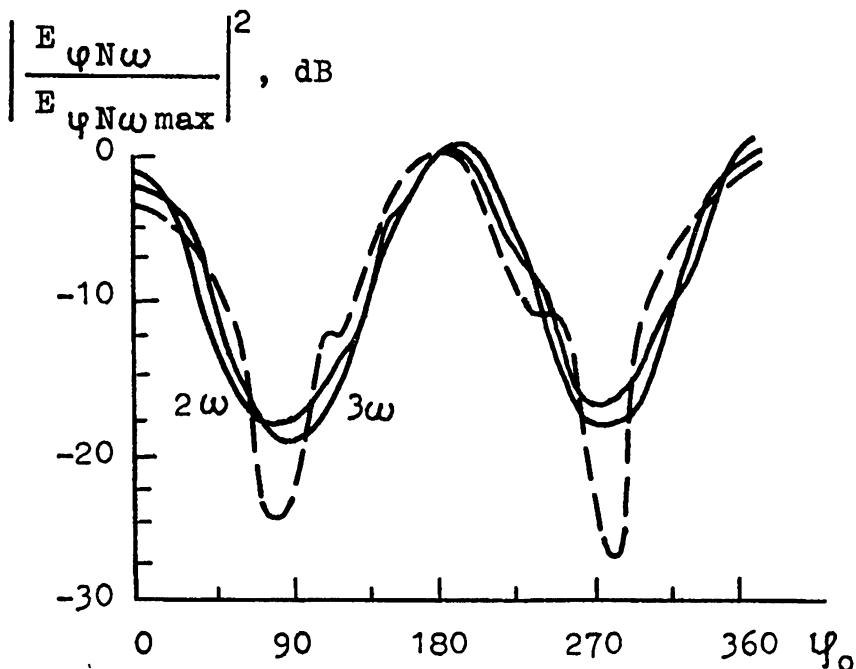


Рис. 2.

На рис. 2 представлены расчетные и экспериментальные зависимости азимутальной компоненты электрического поля на частоте второй гармоники ЗС от координаты φ_0 , характеризующей угловое положение НЭ при помещении НР на глубину $h/\lambda_0 = 0,1$; а также расчетная кривая на третьей гармонике. Из-за ограниченности динамического диапазона измерительного приемника экспериментальная кривая, отвечающая третьей гармонике, на рис. 2 отсутствует. Все кривые получены при линейной (горизонтальной) поляризации приемной и передающей антенн.

Как следует из графиков, расчетные и экспериментальные кривые находятся в качественном и количественном соответствии. Значения рассе-

янного поля при изменении положения НЭ могут изменяться на 25 дБ.

На рис. 3 представлены аналогичные зависимости $E_{\varphi, N\omega}$ азимутальной компоненты электрического поля от глубины погружения НР, нормированной на значение длины волны в свободном пространстве (h/λ_0), при горизонтальной поляризации приемной и передающей антенн. Из рис. 3 видно, что кривые $E_{\varphi, N\omega}(h)$ носят периодический характер, обусловленный влиянием границы. Заметим, что при $k_0 h \sqrt{\epsilon} \gg 1$, интеграл, отвечающий за вклад границы и, следовательно, за осцилляции поля, может быть вычислен аналитически. В результате для оценки периода осцилляций T_h получается следующая простая формула

$$T_h = \lambda_0 \sqrt{\frac{1}{4\epsilon} + \frac{b}{\lambda_0 \sqrt{\epsilon}}}, \quad (14)$$

которая, как показывают численные расчеты, достаточно хорошо работает вплоть до размеров $k_0 b \sqrt{\epsilon} \sim 1$.

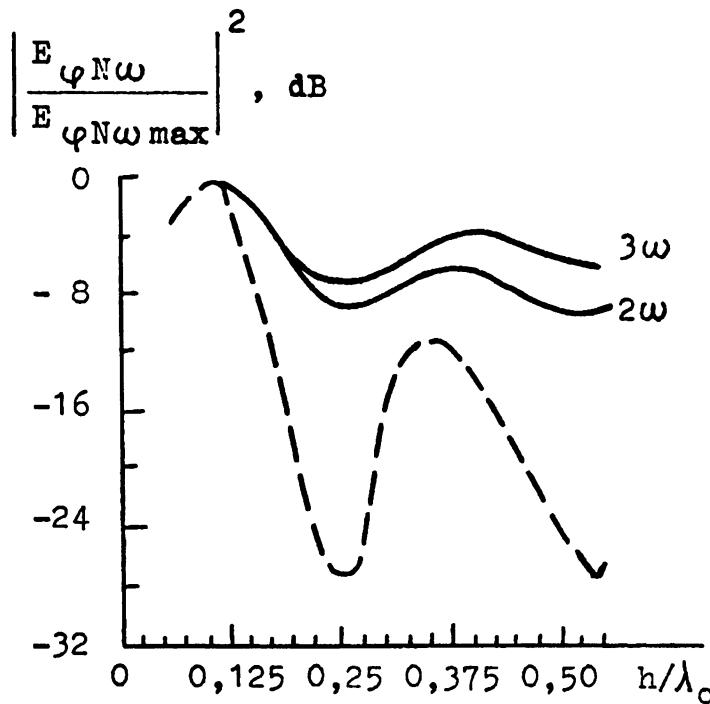


Рис. 3.

Результаты эксперимента и данные численных расчетов удовлетворительно совпадают при небольших значениях h . Расхождения теоретических и экспериментальных кривых с ростом h можно объяснить, в частности, тем, что при расчетах не учитывались потери в диэлектрике и имело место некоторое расхождение между значениями ϵ , отвечающими экспериментальным и расчетным данным.

Рост уровня рассеянного сигнала по мере увеличения расстояния между НР и границей раздела, а также осцилляторный характер кривой $E_\varphi(h)$ (с известным периодом этих осцилляций) могут иметь существенное значение в тех или иных приложениях [5], а также при разработке нелинейных маркеров с заданными свойствами, предназначенных для поисковых систем, работающих на принципе приема гармоник облучающего сигнала.

В заключение заметим, что на основании приведенных выше общих выражений могут быть также проанализированы НР малых электрических размежеров, которые, обладая своими особенностями, требуют отдельного рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Babanov N. Yu., Gorbachev A. A., Zaboronkova T. M., Lartsov S. V. Proceeding of the 12 International Wroclaw Symposium on EMS. — Wroclaw, 1994, P. 214–216.
2. Васенкова Л. В., Горбачёв А. А. Рассеяние высших гармоник статической системой нелинейных рассеивателей // Изв. вузов. Радиофизика (в печати).
3. Заездный А. М. Основы расчетов нелинейных и параметрических радиотехнических цепей. — М.: Связь, 1993.
4. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства. — М.: Связь, 1977.
5. Watson A. N. D. The measurement detection, location and suppression of external non-linearities which affect radio systems. Conf. on Electromagnetic compatibility. — England: Southampton, 1980. P. 1.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
22 ноября 1994 г.

THE EFFECT OF THE BOUNDARY BETWEEN TWO MEDIA ON THE STRUCTURE OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD SCATTERED BY THE NONLINEAR HALF-WAVE LOOP

A. A. Gorbachev, T. M. Zaboronkova, S. P. Tarakanov

We investigate experimentally and theoretically in the approximation of weak nonlinearity the scattering of a plane electromagnetic wave by a ring frame containing a local nonlinear load in the presence of a plane boundary between two media. A number of patterns have been detected in the structure of the field being scattered by higher harmonics, which can be used in developing of nonlinear markers intended for rescue systems.

УДК 621.372.825

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И РАСЧЁТ КРИТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ ВОЛНОВОДОВ СЛОЖНЫХ СЕЧЕНИЙ

A. Л. Сущих

Представляется алгоритм и программа для расчета собственных частот и полей нерегулярных волноводов. Алгоритм позволяет осуществлять расчет полей волноводов сложных сечений (Γ -, H -, W -профилей) и волноводов, частично заполненных диэлектриками с постоянными электромагнитными характеристиками. Суть предлагаемого метода состоит в замене двумерной электродинамической задачи дискретной математической моделью, которую можно интерпретировать в виде системы связанных электрической связью контуров. Анализируя поведение токов в дискретной модели методами электротехники, получают приближенное решение исходной электродинамической задачи. Приводятся результаты численных расчетов и данные о погрешности получаемых результатов.

В В Е Д Е Н И Е

Задача расчета собственных частот и электромагнитных полей волноводов сложных сечений невыпуклого профиля (например, Γ -, W -, H -образных сечений), с которой приходится сталкиваться при конструировании специальных линий связи и замедляющих систем, не имеет аналитического решения в замкнутой форме. Несмотря на значительное количество разработанных эффективных численных методов решения задач электродинамики (методы конечных элементов, конечных разностей, вариационные методы и т. д., см. [1]) вопрос конструирования новых численных алгоритмов является по прежнему актуальным. В предлагаемом алгоритме для сведения волноводной электродинамической задачи, являющейся системой с распределенными параметрами, к дискретной системе с конечным числом степеней свободы, используются те же теоретические предпосылки, что и при моделировании токов и напряжений в длинных линиях с помощью методов эквивалентных цепных схем [2]. В последних используется подобие распределения токов и напряжений в длинной линии и замещающей ее цепочки с сосредоточенными параметрами. Близкий подход, но примененный к электродинамическим системам и распространенный на двумерное пространство, представлен в описываемом ниже алгоритме.

АЛГОРИТМ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

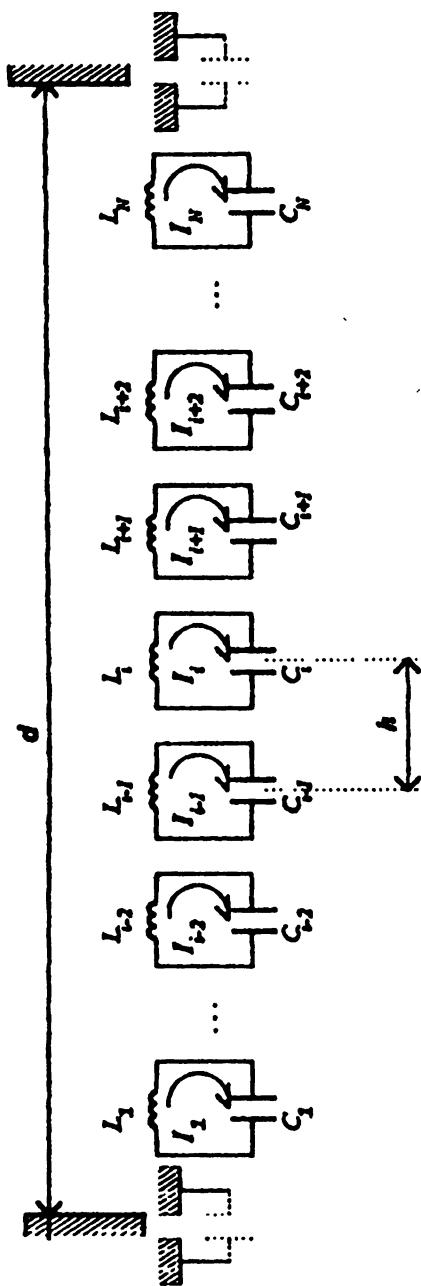
Вывод основных расчетных соотношений удобнее всего провести на примере моделирования полей простейшего одномерного резонатора, а затем распространить подход на двумерные волноводные задачи.

Рассмотрим одномерный резонатор из двух идеально проводящих металлических пластин, находящихся на расстоянии d . Характеристики среды постоянны и равны $\epsilon\epsilon_0$ и $\mu\mu_0$, потери отсутствуют. Известно, что электромагнитное поле в резонаторе при свободных колебаниях удовлетворяет волновому уравнению вида $\nabla^2 U + \lambda^2 U = 0$, где ∇^2 — оператор Лапласа; U — функция поля; λ — собственные числа волнового уравнения. Для одномерного резонатора это уравнение принимает вид

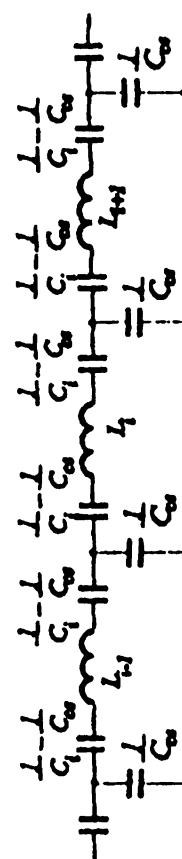
$$\frac{d^2 U}{dz^2} + \lambda^2 U = 0, \quad (1)$$

где z — координата продольной оси резонатора. В зависимости от граничных условий решениями уравнения (1) будут функции напряженности электрического или магнитного полей.

Поставим в соответствие резонатору цепочку из N одинаковых колебательных контуров, находящихся на расстоянии $h = d/N$ друг от друга и связанных между собой электрической (емкостной) связью (рис. 1а). В первом приближении будем считать связанными только соседние контура. Эквивалентная схема i -й ячейки такой системы показана на рис. 1б. Принимая в качестве погонной индуктивности магнитную проницаемость среды $\mu\mu_0$, положим, что индуктивность, приходящаяся на один колебательный контур, равна $L_1 = \frac{\mu\mu_0 \cdot d}{N}$. При определении значений емкостей учтем граничные условия исходной задачи. При задании на границе резонатора условия типа “электрическая стенка” (нормальная составляющая вектора напряженности электрического поля на границе равна нулю, $E_n = 0$), введем дополнительную емкость между стенкой резонатора и крайним колебательным контуром (показана пунктиром на рис. 1). Общее число емкостей, приходящееся при этом на N контуров равно $N + 2$. При задании граничных условий Неймана типа “магнитная стенка” (производная вектора напряженности магнитного поля равна нулю, $\frac{dH}{dz} = 0$), изолируем крайние контура, убирая дополнительные емкости. В этом случае на N контуров приходится N емкостей. Принимая диэлектрическую проницаемость среды $\epsilon\epsilon_0$ в качестве погонной емкости, найдем, что при моделировании электрических полей, емкость, приходящаяся на i -й колебательный контур определяется величиной $C_i^E = \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot d}{N+2}$, а при моделировании магнитных полей $C_i^H = \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot d}{N}$.



a)



б)

Рис. 1

Запишем для i -го контура цепочки уравнение методом контурных токов, с учетом взаимных связей

$$-k_{i,i-1}I_{i-1} + 2I_i - k_{i,i+1}I_{i+1} - \omega^2 L_i C_i I_i = 0, \quad (2)$$

где I_i — i -й контурный ток; L_i , C_i — индуктивность и емкость i -го контура соответственно; $k_{i,i-1} = \frac{C_i}{C_{i-1}}$, $k_{i,i+1} = \frac{C_i}{C_{i+1}}$ — коэффициенты взаимных емкостей i -го и $i-1$, $i+1$ контуров соответственно ($C_{i\pm 1} = C_{cb}$ — взаимные емкости между соответствующими контурами).

В полосе пропускания токи в смежных контурах отличаются по фазе на угол φ (постоянную передачи контура цепочки) и $I_{i-1} = I_{i+1} = I_i \cos \varphi$ [3]. Полагая коэффициенты связи одинаковыми и равными k_1 , запишем уравнение (1) в виде

$$2 - 2k_1 \cos \varphi - \omega^2 L_i C_i = 0. \quad (3)$$

Последнее уравнение является известным дисперсионным уравнением для цепочки связанных контуров [3]. Подставляя в (3) явные значения L_i , C_i , значение основной собственной частоты резонатора $\omega = \frac{\pi}{d\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ и постоянную передачи цепочки $\varphi = \omega \sqrt{C_i L_i}$, можно найти значение коэффициента связи k_1 , при котором распределение токов в цепочке будет моделировать электрические и магнитные поля в резонаторе.

Рассматривая токи одновременно во всей цепочке традиционными методами электротехники [4], получим систему линейных дифференциальных уравнений, описывающую распределение и взаимодействие токов во всей цепочке. При отсутствии внешних источников в матричной форме эта система записывается следующим образом

$$[L]Y + [S]I = 0, \quad (4)$$

где $[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1N} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \dots & L_{NN} \end{bmatrix}$ — матрица индуктивностей, ее элементы отражают наличие и величину индуктивных связей между контурами. Для схемы на рис. 1 эта матрица имеет только диагональные ненулевые элементы, равные индуктивности соответствующего контура;

$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix}$ — матрица “емкостей”, ее элементы равны обратным значениям взаимных емкостей между контурами;

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}, \bar{I} = \begin{bmatrix} \frac{d^2 I_1}{dt^2} \\ \vdots \\ \frac{d^2 I_N}{dt^2} \end{bmatrix}$$

— векторы контурных токов и их производных;

N — количество контуров.

Рассматривая свободно-колебательные гармонические процессы, описываемые уравнением (4), получим систему алгебраических уравнений вида

$$[L][I_{mi}] = \frac{1}{\omega_i^2} [S][I_{mi}], \quad (5)$$

где ω_i^2 — квадрат i -й собственной частоты колебаний токов; $[I_{mi}]$ — вектор амплитуд контурных токов, соответствующих данной частоте. Решая систему (5), найдем собственные частоты и относительные амплитуды токов для системы связанных контуров. При выбранных значениях величин индуктивностей L_i и емкостей C_i^H, C_i^E каждого контура, амплитуды токов в контурах будут соответствовать напряженностям магнитного или электрического полей в соответствующих точках резонатора (рис. 2).

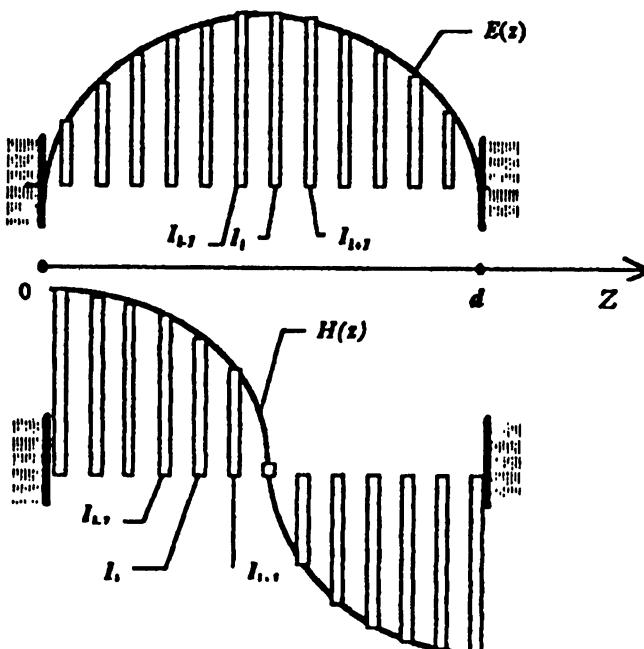


Рис. 2.

Распространяя описанный подход на двумерное пространство, рассмотрим систему из контуров на плоскости. Пусть моделируется волновод прямоугольного сечения $a \times b$ (рис. 3а).

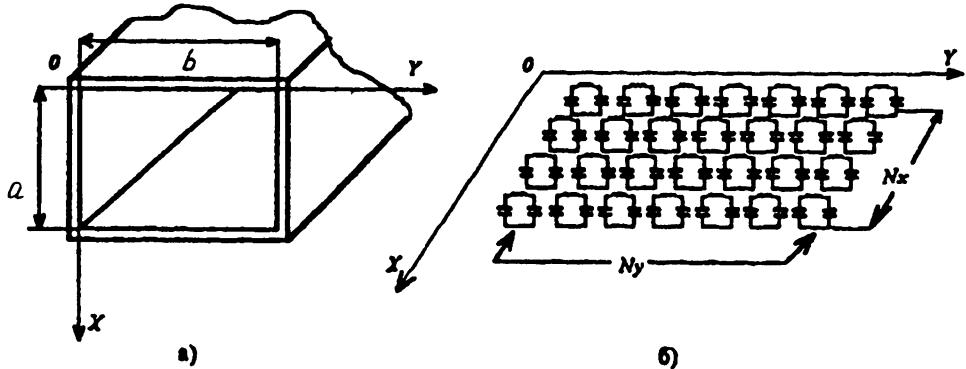


Рис. 3.

Тогда соответствующие величины индуктивностей и емкостей в каждой цепочке связанных емкостной связью контуров определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} L_{xi} &= \frac{\mu\mu_0 \cdot a}{N_x}, & L_{yi} &= \frac{\mu\mu_0 \cdot b}{N_y}, & C_{xi}^E &= \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot a}{N_x + 2}, \\ C_{yi}^E &= \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot b}{N_y + 2}, & C_{xi}^H &= \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot a}{N_x}, & C_{yi}^H &= \frac{\epsilon\epsilon_0 \cdot b}{N_y} \end{aligned}$$

где L_{xi} , L_{yi} , C_{xi}^E , C_{yi}^E , C_{xi}^H , C_{yi}^H — значения индуктивностей и емкостей колебательных контуров в направлениях осей X и Y ; N_x , N_y — количество контуров, на которое разбивается прямоугольное сечение соответственно по осям X и Y .

Используя метод контурных токов и учитывая взаимные электрические связи между контурами, запишем для системы на рис. 3б уравнения вида (4), (5). Решение этих уравнений даст амплитуды токов в контурах, которые будут соответствовать волнам E - или H -векторов (в зависимости от заданных граничных условий) волновода соответствующего сечения. Так как при переходе к системе связанных контуров мы фактически выполняем дискретизацию исходной электродинамической задачи, то появляется возможность учсть сложную форму области, либо изменение электродинамических параметров среды. Для этого надо соответствующим образом изменить взаимное расположение контуров или параметры L_i , C_i соответственно.

При анализе матриц $[L]$ и $[S]$, возникающих при моделировании одномерного или волноводного резонаторов, выяснилось, что они близки к соответствующим матрицам, возникающим при решении уравнения Гельмгольца для данной системы методом конечных разностей. Действительно,

для произвольного i -го контура цепочки связанных контуров, не лежащего на границе, имеем следующее уравнение

$$-k_1 I_{i-1} + 2I_i - k_1 I_{i+1} - \lambda^2 I_i = 0,$$

где $\lambda^2 = \omega^2 L_i C_i$. Для (i, j) -го контура на плоскости имеем уравнение токов

$$-k_1 I_{i-1, j-1} - k_1 I_{i-1, j+1} - k_1 I_{i+1, j-1} - k_1 I_{i+1, j+1} - 4I_{i, j} + \lambda^2 I_{i, j} = 0.$$

Учитывая, что $k_1 \approx 1$ и полагая под значениями I функции электромагнитных полей, получим, что последние уравнения идентичны уравнениям метода конечных разностей по пятиточечной схеме для уравнения Гельмгольца (1) (см. [1]). Это показывает обоснованность применения модели связанных контуров для решения электродинамической задачи, а также является иллюстрацией физической сущности разностного алгоритма применительно к задачам электродинамики.

Описанный выше алгоритм был реализован программно и опробован на нескольких тестовых примерах. По результатам расчетов выяснилось, что точность определения нижних собственных частот волноводов составляет от менее 1% для задач с простыми граничными условиями, до около 3% для задач с нерегулярной границей (Γ -волновод). Погрешность определения частот уменьшается с увеличением степени разбиения, хотя скорость сходимости можно считать довольно медленной.

Для ускорения сходимости введем для каждого i -го контура дополнительную емкостную связь с $i \pm 2$ контурами. В этом случае дисперсионное уравнение цепочки имеет вид

$$-\omega^2 \cdot L_i C_i + 2 - 2k_1 \cos \phi - 2k_2 \cos 2\phi = 0, \quad (6)$$

где $k_2 = \frac{C_i}{C_{i-2}} = \frac{C_i}{C_{i+2}}$ — коэффициенты связи i -го и $i - 2, i + 2$ контуров соответственно ($C_{i \pm 2}$ — взаимные емкости между i -м и $i - 2, i + 2$ контурами соответственно). Налагая на коэффициенты связи очевидное физическое условие $k_1 + k_2 = 1$, получим для k_1, k_2

$$k_1 = \frac{2 \cos(2\phi) + 2 - \omega^2 L_i C_i}{2 \cos(2\phi) - 2 \cos \phi}, \quad k_2 = 1 - k_1.$$

Тогда для произвольного i -го контура цепочки, не лежащего на границе, можем записать уравнение

$$-(1 - k_1) I_{i-2} - k_1 I_{i-1} + 2I_i - k_1 I_{i+1} - (1 - k_1) I_{i+2} - \omega^2 L_i C_i = 0. \quad (7)$$

Подобное уравнение можно записать и для системы контуров на плоскости. Составляя уравнения вида (7) для всей системы контуров, приходим к

матричным уравнениям вида (4), (5), решая которые, находим собственные частоты и поля моделируемого волновода. Как и ожидалось, введение дополнительной связи между контурами обеспечило значительное ускорение сходимости алгоритма к известному точному решению в тестовых примерах.

Можно показать (см. [5]), что при выбранных коэффициентах связи уравнение (7) сходится к дифференциальному уравнению (1) при $N \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$.

ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Изложенный выше подход (второе приближение, учет связи с $i \pm 2$ -ми контурами) применен в программе для расчета собственных частот и форм полей волноводов с Г-, Н-, Ш-образными сечениями, а также волноводов с диэлектрическими включениями [5]. Не останавливаясь подробно на описании программы, отметим следующие особенности. Реализованный в программе алгоритм позволяет определять заданное количество частот колебаний нерегулярного волновода, а также нормированные значения функций поля в заданных узлах. Максимальное количество узлов разбиения равно 50-ти по каждой из осей X и Y , и может быть увеличено при необходимости. При расчете задаются граничные условия на стенках волновода, что позволяет рассчитывать отдельно волны E - и H -типов, а также использовать симметрию сечения для уменьшения размерности задачи.

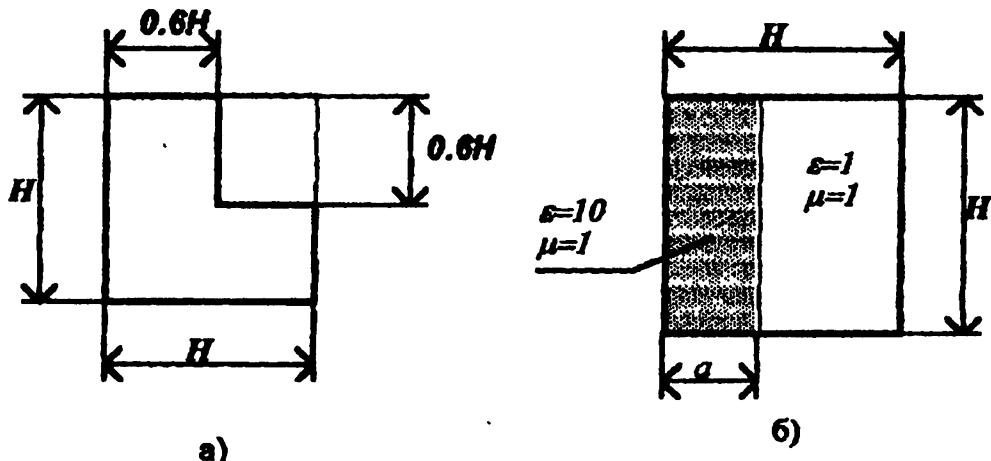


Рис. 4.

Ввиду высокой разреженности получаемой системы линейных алгебраических уравнений, для ее решения используются высокоэффективные алгоритмы вычислений с ленточными и разреженными матрицами [6, 7],

что позволяет значительно сократить время расчета и одновременно увеличить размерность решаемой задачи.

Таблица 1

КВАДРАТНЫЙ ВОЛНОВОД 100 × 100 мм				
	$E11$ (точно 2,11985 ГГц)		$H10$ (точно 1,498962 ГГц)	
РАЗБИЕНИЕ	расчет	погрешность	расчет	погрешность
5 на 5 (всего 25)	2,109451	-0,49%	1,49157	-0,50%
8 на 8 (всего 64)	2,115982	-0,18%	1,49740	-0,10%
10 на 10 (всего 100)	2,117337	-0,12%	1,49814	-0,05%
15 на 15 (всего 225)	2,118671	-0,05%	1,49867	-0,02%
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД 50 × 100 мм				
	$E11$ (точно 3,351782 ГГц)		$H01$ (точно 1,498962 ГГц)	
РАЗБИЕНИЕ	расчет	погрешность	расчет	погрешность
5 на 10 (всего 50)	3,337833	-0,42%	1,49814	-0,05%
7 на 14 (всего 98)	3,344957	-0,20%	1,49862	-0,02%
10 на 20 (всего 200)	3,348380	-0,10%	1,49881	-0,01%

Таблица 2

Нормированные волновые числа Г-образного волновода

	$E11$ ("точно" 5,9212)		$H10$ ("точно" 2,4884)	
РАЗБИЕНИЕ	расчет	погрешность	расчет	погрешность
10 на 10 (всего 72)	5,8071	-1,96%	2,4568	-1,33%
15 на 15 (всего 171)	5,8420	-1,36%	2,4700	-0,75%
20 на 20 (всего 304)	5,8694	-0,88%	2,4759	-0,50%
50 на 50 (всего 1900)	5,8944	-0,45%	2,4847	-0,15%

Для оценки точности рассмотренного выше алгоритма были проведены численные эксперименты по расчету критических частот и полей волноводов различных сечений. Некоторые результаты расчетов для волноводов прямоугольных сечений приведены в табл. 1. Погрешность при определении нижней собственной частоты лежит в пределах от 0,5 до 0,01% в зависимости от степени дискретизации. Расчет критических частот прямоугольных волноводов носит характер тестового примера, так как имеется известное аналитическое выражение для частот в этом случае.

Более важно проверить сходимость алгоритма в случае нерегулярных волноводов. Результаты расчета первой критической частоты Г-образного волновода (рис. 4а) представлены в табл. 2. Сравнение производится с результатами расчетов, полученных методом частичных областей (приведенных в [8]), которые принимаются за "точные". Из таблицы видно, что при максимальной степени разбиения относительная погрешность вычисления первой критической частоты для волн *H*-типа составляет 0,15%. Для волн *E*-типа сходимость несколько хуже, но погрешность также не превышает десятые доли процента.

Были выполнены также расчеты частот волноводов частично заполненных диэлектриком с постоянными характеристиками ($\epsilon = 10$ и $\mu = 1$). В табл. 3 приведены результаты расчетов критических волновых чисел основного вида колебаний H_{10} квадратного волновода с диэлектриком у боковой стенки при различных степенях заполнения (рис. 4б). Точные значения критических чисел вычислялись из решения известного трансцендентного уравнения [9]. Относительная погрешность лежит в пределах от нескольких процентов до нескольких десятых долей процента. Из таблицы видно, что погрешность расчета зависит не только от уровня дискретизации, но и от степени заполнения сечения волновода диэлектриком, уменьшаясь при большем заполнении.

Таблица 3

Нормированные волновые числа волновода с диэлектриком

заполнение a/H		разбиение 10×10		разбиение 20×20	
		точно	расчет	погрешн.	расчет
0	31,4159	31,39869	-0,55%	31,41276	-0,01%
0,1	30,22871	29,08003	-3,95%	30,58478	+1,16%
0,2	23,32199	23,50755	+0,80%	24,21082	+3,67%
0,4	14,48335	15,14350	+4,56%	14,80600	+2,18%
0,6	11,31722	11,59350	+2,44%	11,44846	+1,15%
0,8	10,13934	10,23233	+0,92%	10,18102	+0,41%
0,9	9,962707	9,993406	+0,31%	9,975752	+0,13%
1,0	9,934588	9,929139	-0,65%	9,933586	-0,01%

Во всех случаях расчетов анализировались также формы колебаний. Погрешность определения формы колебаний прямоугольных волноводов имеет тот же порядок, что и для соответствующих частот. Для нерегулярных волноводов формы колебаний качественно соответствуют теоретически ожидаемым результатам.

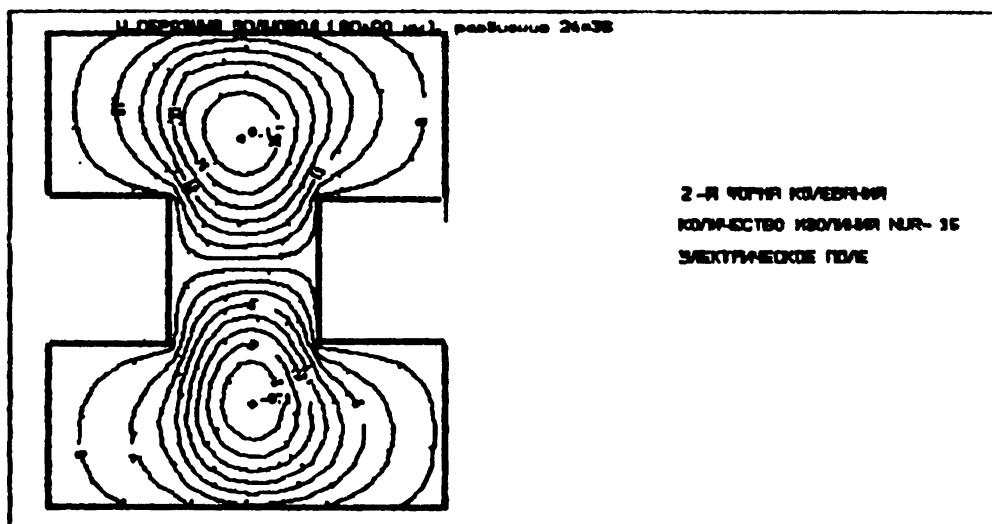


Рис. 5.

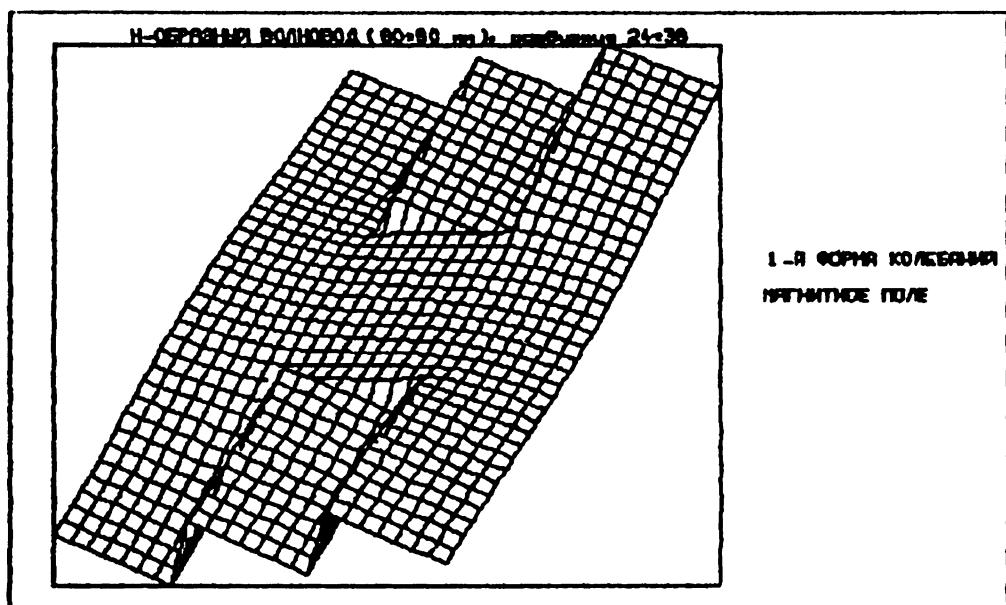


Рис. 6.

На рис. 5 показано распределение продольной составляющей вектора напряженности электрического поля в сечении H -образного волновода, соответствующее второй критической частоте (квази E_{12}). На рис. 6 представлено распределение продольной составляющей вектора напряженности магнитного поля, соответствующее первой частоте (квази H_{10}) H -образного волновода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый алгоритм позволяет осуществлять приближенный расчет критических частот и соответствующих полей волноводов сложных сечений, а также волноводов с диэлектрическими включениями. Следует отметить следующие особенности алгоритма. Разрешающая система уравнений имеет структуру аналогичную структуре матриц в разностном алгоритме (по схеме "большой крест"), но значения коэффициентов и подход к построению разрешающей системы алгебраических уравнений полностью различны. Алгоритм обеспечивает монотонное приближение снизу к точному решению при решении задач на определение частот в волноводах сложного сечения с однородной внутренней средой. Представляется возможным распространение описанного подхода для моделирования полей в объемных резонаторах и волноводах, описываемых в полярной системе координат.

ЛИТЕРАТУРА

- Григорьев А. Д., Янкевич В. Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. — М.: Радио и связь, 1984.
- Каганов З. Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
- Тараненко З. И., Трохименко Я. К. Замедляющие системы. — Киев: Техника, 1965.
- Сигорский В. П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами. — Киев: Изд-во Академии УССР, 1958.
- Сущих А. Л. Расчет критических частот волноводов сложных сечений и волноводов с неоднородностями / 2-я междунар. научно-технич. конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения". Т. 4. Радиотехника. — Новосибирск: НГТУ, 1994. С. 93–101.
- Garbow B. S., a. o. Matrix Eigensystem Routines — EISPACK Guide Extension. — Berlin: Springer, 1977.
- Collum J. K., Willoughby R. A. Lanczos Algorithms for Large Symmetric Eigenvalue Computations. — Basel: Birkhäuser, 1985.
- Заргано Г. Ф., Ляпин В. П., Михалевский В. С. и др. Волноводы сложных сечений. — М.: Радио и связь. 1986.

9. Бергер М. Н., Калилевич Б. Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриками. — М.: Сов. радио, 1973.

Государственный технический
университет, г. Новосибирск

Поступила в редакцию
23 марта 1995 г.

**SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC FIELDS AND CALCULATION
OF CUTTOFF FREQUENCIES OF WAVEGUIDES WITH COMPLICATED
CROSS-SECTION**

A. L. Sushchikh

There have been given an algorithm and a program to calculate eigenfrequencies and field of irregular waveguides. The algorithm allows to calculate the fields of waveguides with complicated cross-sections (of Г-, Н-, and III-profiles) and those ones partially filled with dielectrics having constant electromagnetic characteristics. The method proposed consists in a substitution of a two-dimensional electrodynamic problem by a discrete mathematical model which can be interpreted as a system of electrically coupled circuits. The approximate solution of the initial electrodynamic problem is obtained by analyzing currents in the discrete model using electrical engineering methods. The calculation results and their errors have been given.

**МОДУЛЯЦИЯ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА СВЧ
ГЕНЕРАТОРА НА ДИОДЕ ГАННА
ВОЗДЕЙСТВИЕМ НА НЕГО
ВНЕШНЕГО СВЧ СИГНАЛА**

Д. А. Усанов, С. Б. Вениг, С. С. Горбатов, А. А. Семенов

Проведен анализ характеристик выходного сигнала СВЧ генератора на диоде Ганна при воздействии на него внешнего гармонического сигнала близкой частоты. Исследованы зависимости периода и амплитуды низкочастотной огибающей от величины расстройки и мощности внешнего сигнала. Показано, что форма огибающей выходного сигнала может иметь вид, близкий к гармоническому, а может представлять собой периодическую последовательность импульсов. Оценены предельные возможности рассматриваемого способа модуляции.

Для ряда применений СВЧ генераторов на диодах Ганна возникает необходимость в модуляции их выходной мощности. Традиционно для этого используются полупроводниковые управляющие устройства на $p - i - n$ -диодах, либо управляющий элемент вводится в цепь питания генератора. Известные способы управления не всегда удовлетворяют требованиям практики, в особенности при переходе в коротковолновую область СВЧ диапазона, где резко возрастает мощность управления, и увеличиваются трудности по достижению высоких частот модуляции. В связи с этим представляет интерес исследование альтернативных способов модуляции. В частности, модуляция выходного сигнала должна возникать в режиме биений при воздействии на диод внешнего СВЧ сигнала с частотой, близкой к собственной частоте генерации [1]. Целью работы было исследование зависимости характеристик такого типа модуляции выходного сигнала генератора на диоде Ганна от частоты и амплитуды внешнего СВЧ сигнала.

При исследованиях использовалась волноводно-коаксиальная конструкция СВЧ генератора, аналогичная описанной в работе [2], с диодом Ганна типа AA728, помещенным в разрыве центрального проводника коаксиала. Схема измерительной установки представлена на рис. 1. Внешний сигнал от генератора стандартных сигналов (1) через циркулятор (2) подавался на СВЧ генератор на диоде Ганна (3), запитываемый от источника питания (4). К выходу циркулятора подключался направленный ответвитель (5), через который сигнал поступал на анализатор спектра (6).

и волноводный переключатель (7). С выходов волноводного переключателя сигнал подавался на измеритель мощности (8) и детекторную секцию (9). Низкочастотный сигнал с детекторной связи поступал на осциллограф (10).

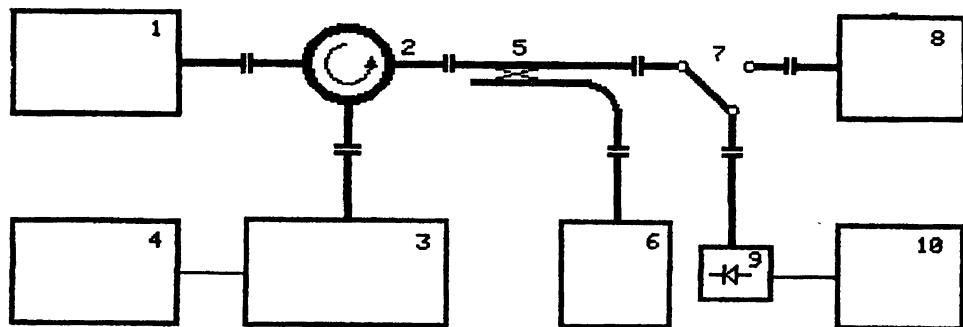


Рис. 1.

При воздействии на СВЧ генератор внешнего сигнала с частотой, близкой к собственной частоте генерации, в спектре выходного сигнала наблюдались комбинационные составляющие. Такой спектр имеет специфические особенности [3, 4], а именно: комбинационные составляющие располагаются по одну сторону от частоты генератора, амплитуды составляющих с ростом номера n убывают по закону геометрической прогрессии, а их частоты определялись соотношением:

$$\omega_n = \omega_0 + \Delta\omega n,$$

где ω_n — частота n -й комбинационной составляющей, ω_0 — частота генератора, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ — расстройка между частотами генератора и внешнего сигнала, n — положительное целое число. Эти особенности хорошо просматриваются в представленном на рис. 2 спектре выходного сигнала, который был получен при подаче на СВЧ генератор на диоде Ганна с собственной частотой генерации — 35,8 ГГц внешнего гармонического сигнала, отношение мощности которого к мощности сигнала генератора составляло -5 дБ. Расстройка между частотами в этом случае была равна 10 МГц, причем частота внешнего сигнала была меньше собственной частоты генерации, поэтому комбинационные составляющие расположены на рис. 2 по оси частот справа от основного сигнала.

Из результатов исследования зависимости характера спектра выходного сигнала от величин расстройки и мощности внешнего сигнала следует, что эти величины существенно влияют на спектр выходного сигнала. При постоянной мощности внешнего сигнала уменьшение величины расстройки приводит к увеличению числа и амплитуды комбинационных со-

ставляющих, наблюдаемых на экране анализатора спектра. При приближении частоты внешнего сигнала к границе полосы синхронизации число наблюдаемых комбинационных составляющих стремится к бесконечности, величина расстройки стремится к нулю и часть спектра в области частот комбинационных составляющих приобретает шумоподобный характер. Аналогичные изменения спектра выходного сигнала происходят при увеличении мощности внешнего сигнала при фиксированном значении его частоты.

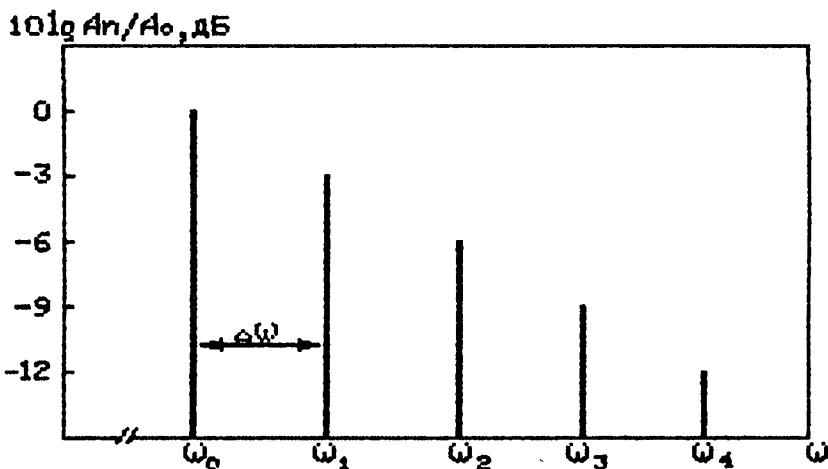


Рис. 2.

Для существования периодического медленного, по сравнению с периодом собственных колебаний, изменения амплитуды выходного сигнала во времени необходимо, чтобы гармонические составляющие спектра отличались постоянным фазовым сдвигом между собой. Экспериментально было показано и теоретически описано [3, 5], что при работе автогенератора в режиме биений между соседними частотными составляющими спектра выходного сигнала существует постоянный и одинаковый сдвиг по фазе. Благодаря этим особенностям спектра выходного сигнала СВЧ генератора, находящегося под воздействием внешнего сигнала близкой частоты, амплитуда выходного сигнала периодически изменяется во времени, то есть происходит его модуляция. Для качественного анализа характера изменения амплитуды выходного сигнала во времени удобно использовать представление этого сигнала в виде суммы гармонических составляющих

$$U(t) = \sum_n A_0 q^n \cos [\omega_0 t + n(\Delta\omega t + \varphi_0)], \quad (1)$$

где A_0 — амплитуда сигнала собственной генерации с частотой ω_0 , $\Delta\omega$ — расстройка, φ_0 — сдвиг фазы между соседними составляющими, q — зна-

менатель геометрической прогрессии, по которой убывают амплитуды комбинационных составляющих с ростом номера n , $n = 0, 1, 2, \dots$. Выражение для суммарного сигнала при $n \rightarrow \infty$ и использовании известных соотношений для тригонометрических рядов, коэффициент которых убывает по закону геометрической прогрессии, можно переписать в следующем виде:

$$U(t) = A(t) \cos [\omega_0 t + \Psi(t)],$$

где

$$A(t) = A_0 / \sqrt{1 - 2q \cos(\Delta\omega t + \varphi_0) + q^2}, \quad (2)$$

$$\Psi(t) = \operatorname{arctg} [q \sin(\Delta\omega t + \varphi_0) / (1 - q \cos(\Delta\omega t + \varphi_0))]. \quad (3)$$

Таким образом, амплитуда высокочастотного выходного сигнала изменяется во времени периодически с частотой, равной по величине значению расстройки $\Delta\omega$. Амплитуда низкочастотной огибающей, согласно (2), определяется соотношением

$$A = A_0 q / (1 - q^2). \quad (4)$$

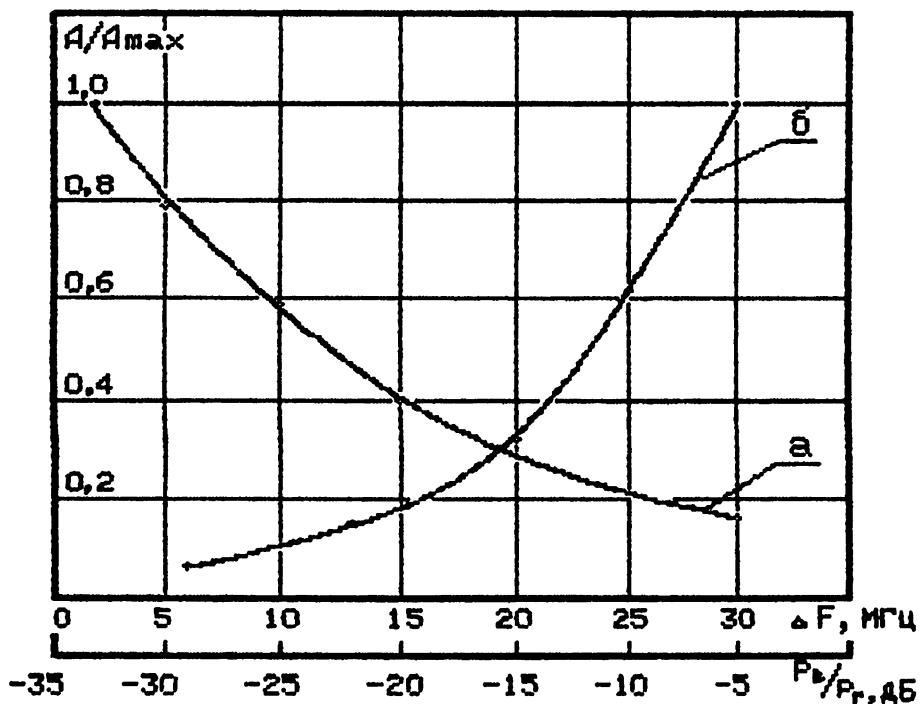


Рис. 3.

Так как амплитуды комбинационных составляющих изменяются при изменении величины расстройки и мощности внешнего сигнала, то знаменателем

тель геометрической прогрессии q , а следовательно, и амплитуда низкочастотной огибающей, должны существенно зависеть от этих параметров. Причем, как следует из (4), амплитуда огибающей выходного сигнала увеличивается с ростом значения величины q . На рис. 3 представлены экспериментальные зависимости амплитуды низкочастотной огибающей от величины расстройки при значении отношения мощностей внешнего сигнала и сигнала генератора -10 дБ (рис. 3а) и от мощности внешнего сигнала при величине расстройки 10 МГц (рис. 3б). Из представленных на рис. 3 результатов следует, что при изменении величин расстройки и мощности внешнего сигнала амплитуда огибающей выходного сигнала может изменяться более чем на порядок. Следует отметить, что в зависимости от величин расстройки и мощности внешнего сигнала изменяется не только амплитуда низкочастотной огибающей, но и ее форма.

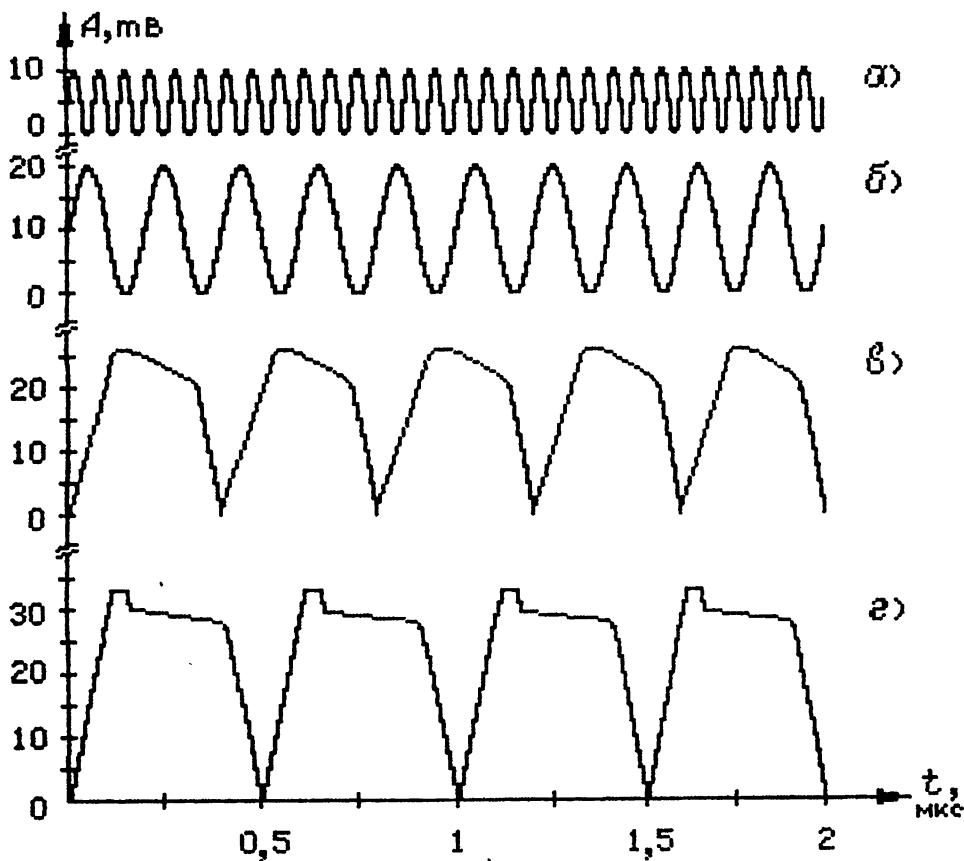


Рис. 4.

Действительно, из анализа выражения для зависимости амплитуды

низкочастотной огибающей от времени (2) следует, что форма огибающей представляет собой периодическую последовательность импульсов, длительность которых уменьшается с ростом величины q . В случае же, если $q \ll 1$, в знаменателе выражения (2) можно пренебречь слагаемым второго порядка малости и это выражение можно переписать в приближенном виде

$$A(t) \approx A_0 + qA_0 \cos(\Delta\omega t + \varphi_0). \quad (5)$$

То есть при малых значениях q форма огибающей является близкой к гармонической. Этот случай может быть реализован при больших значениях расстройки или малых уровнях мощности внешнего сигнала. Такое изменение формы огибающей наблюдалось нами экспериментально. На рис. 4 представлены зависимости амплитуды огибающей выходного сигнала от времени при фиксированной мощности внешнего сигнала (отношение мощностей внешнего сигнала и сигнала генератора -10 дБ) для значений величины расстройки 30 МГц (рис. 4а), 10 МГц (рис. 4б), 5 МГц (рис. 4в) и 2 МГц (рис. 4г). Представленные зависимости иллюстрируют изменение формы огибающей от гармонической до импульсной.

Нами были проведены исследования по определению предельных возможностей рассматриваемого способа модуляции, то есть по определению максимальной и минимальной возможных частот низкочастотной огибающей выходного сигнала. Очевидно, что максимальная частота модуляции определяется величиной расстройки между частотами сигнала генератора и внешнего сигнала, при которой возникает режим биений. Минимальная частота модуляции определяется частотной стабильностью работы как самого СВЧ генератора на диоде Ганна, так и источника внешнего сигнала. Измерения показали, что при изменении величины отношения мощностей внешнего сигнала и основного генератора от -40 дБ до -5 дБ частота огибающей гармонического вида изменялась от $3,5$ МГц до 130 МГц, а в виде импульсов — от 1 МГц до 10 МГц.

Таким образом, из результатов проведенных исследований следует, что при воздействии гармонического внешнего сигнала на СВЧ генератор на диоде Ганна возникающий режим биений может быть использован для обеспечения амплитудной модуляции выходного сигнала. Причем, форма огибающей выходного сигнала может иметь вид, близкий к гармоническому, а может и представлять собой периодическую последовательность импульсов. Частота модуляции может в зависимости от мощности внешнего сигнала изменяться от единиц мегагерц до значений свыше 100 МГц для гармонической модуляции и 10 МГц для импульсной. Максимальные значения частот модуляции достигаются при мощностях внешнего сигнала, сравнимых с мощностью собственной генерации СВЧ генератора на диоде Ганна. Полученные результаты могут быть использованы при конструировании приборов и аппаратуры диапазона СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — М.: Наука, 1984. 432 с.
2. Горбатов С. С., Усанов Д. А., Вениг С. Б. и др. // Приборы и техника эксперимента, 1993. N 3. С. 136–137.
3. Арман М. // ТИИЭР, 1969. Т. 57. N 5. С. 65.
4. Усанов Д. А., Писарев В. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1981. N 1. С. 101.
5. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. — М.: Сов. радио, 1978. 606 с.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
2 августа 1994 г.

MODULATION OF GUNN DIODE MICROWAVE OSCILLATOR OUTPUT SIGNAL UNDER THE INFLUENCE OF EXTERNAL SIGNAL

D. A. Usanov, S. B. Venig, S. S. Gorbatov, A. A. Semenov

Analysis of Gunn diode microwave oscillator output signal characteristics under the influence of near-by frequency external harmonic signal were carried out. Dependencies of low-frequency component period and amplitude on frequency detuning and external signal power were investigated. It is shown that modulating signal form may be both like harmonic one and a periodic sequence of pulses. The limits of the modulation method discussed are evaluated.