

О П Е Ч А Т К И

В статье О. А. Шаровой “Новая шкала расстояний до планетарных туманностей”, опубликованной в № 6, том 38 за 1995 год (стр. 522–542):

1. на стр. 534 6 строку выше заголовка следует читать: “... энергетического баланса в [22], и радиопотока туманности на частоте 5 ГГц из [15, 16].”;
2. на стр. 535 в таблице 3 следует читать: “плотность радиопотока туманности IC 4642”, в 3 столбце — “0.050 ян” (вместо “0.311 ян”);
3. на стр. 537-539 в таблице 4 заголовок 4 столбца следует читать: “ N_H [10^3 см^{-3}]”.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XXXVIII N 6

Нижний Новгород

1995

С о д е р ж а н и е

- Стрелков Г. М., Санталов Н. П. Распространение узконаправленного радиопучка в сильном приповерхностном волноводе 493
- Мень А. В., Брауде С. Я., Рашковский С. Л., Шарыкин Н. К., Шепелев В. А., Инютин Г. А., Христенко А. Д., Подгорный Г. С. Интерферометрические наблюдения квазара 3C47 в декаметровом диапазоне волн 511
- Шарова О. И. Новая шкала расстояний до планетарных туманностей 522
- Волокитин А. С., Мишин Е. В. Теория некогерентного рассеяния в слабо турбулентной ионосферной плазме 543
- Алимов В. А. О дифракционных свойствах дефокусирующей ионосферной линзы 551
- Булгаков С. А., Пономаренко П. В., Ямпольский Ю. М. Фрактальный анализ КВ сигналов, рассеянных мелкомасштабными ионосферными неоднородностями 557
- Беляков А. А., Мальцев А. А. Исследование влияния ошибок квантования на характеристики адаптивного трансверсального фильтра 566
- Коняшенко Е. А., Руденко В. Н., Шмыков В. Н. Метод спектральной плотности заряда в задачах анализа систем из плоских излучателей 577
- Есипенко В. И., Щуко О. Б. Плотность распределения вероятности суммы случайных величин со случайными коэффициентами 589

Солуянова Е. А. Поток Драйдена в слабо неоднородном магнитном поле	596
Малыкин Г. Б. Подавление связи ортогонально-поляризованных мод в слабоанизотропных световодах при намотке волокна	604
Красильников А. А. Компенсационный спектрометрический прибор 3-мм диапазона длин волн	608

УДК 621.371:551.510

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УЗКОНАПРАВЛЕННОГО РАДИОПУЧКА В СИЛЬНОМ ПРИПОВЕРХНОСТНОМ ВОЛНОВОДЕ

Г. М. Стрелков, Н. П. Санталов

Выполнен анализ закономерностей приземного распространения узконаправленного радиопучка в присутствии приповерхностного волновода, вертикальный градиент показателя преломления в пределах которого многократно превышает соответствующую величину для стандартной атмосферы. Показано, что текущие дифференциальные и интегральные характеристики пучка в значительной степени, вплоть до смены режима распространения, определяются высотой излучающей апертуры. Выполнены оценки эффективности возбуждения волноводного слоя излучателем, находящимся в слое и под ним. Если излучатель находится непосредственно над слоем, то при работе под отрицательными углами места на длинах волн 0,03 м и 0,008 м механизм волноводного распространения может реализовываться до расстояний в сотни дифракционных длин.

Особенностью строения тропосферы, прежде всего, над экваторией Мирового океана является практически постоянное существование протяженных и относительно тонких слоев, которые располагаются параллельно или почти параллельно земной поверхности, и в пределах которых происходит быстрое падение показателя преломления воздуха n (или $N = 10^6(n - 1)$) с высотой (см., напр., [1]). Такие слои, называемые радиоволноводами или просто волноводами, могут захватывать заметную часть излучаемой мощности и обеспечивать тем самым аномальное возрастание дальности действия систем связи и локации. Теоретические исследования распространения радиоволн в тропосферных волноводах проводятся в течение почти пяти десятилетий (см., напр., [2-10]). Задача заключается в том, чтобы определить пространственное распределение поля, вообще говоря, при произвольных вариациях показателя преломления и коэффициента поглощения воздуха по высоте и по трассе и при произвольном распределении поля по излучающей апертуре и ее положению и наклоне относительно волноводных слоев. Существующие публикации содержат, однако, весьма сильные ограничения на постановку задачи, основные из которых были введены еще В. А. Фоком [2]. Так, обычно рассматриваются простейшие высотные зависимости величины n , неизменные по трассе, а в качестве излучателя принимается элементарный электрический диполь.

В [11] (см. также [12]) был предложен новый подход к анализу распространения радиопучков в тропосферных волноводах, основанный на решении параболического уравнения для комплексной амплитуды поля. В его рамках естественно учитываются реальные особенности преломляющих и поглощающих свойств атмосферы на трассе. Ниже этот подход (в значительно доработанном виде) применен для выявления закономерностей распространения узконаправленного пучка в присутствии сильного приповерхностного волновода, анализ которых в рамках методов лучевых траекторий, нормальных волн или погружения сталкивается с практически непреодолимыми трудностями.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Поверхность Земли считаем гладкой сферой. Центр передающей антенны находится в т. O на высоте h над поверхностью. Введем прямоугольную систему координат (x, y, z) с началом в т. O , ось z которой совпадает с осью симметрии излучаемого пучка, и ось z лежит в плоскости, содержащей ось z и перпендикуляр к поверхности, опущенный из т. O . Угол $\varphi \ll 1$ определяет отклонение оси z от направления на горизонт в т. O . Для узконаправленного радиопучка естественно пренебречь кривизной поверхности и возможными вариациями свойств среды вдоль оси y . Тогда искажения поперечной (вдоль оси x) структуры пучка описываются параболическим уравнением вида:

$$2in_0k \frac{\partial E'}{\partial z} = \frac{\partial^2 E'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E'}{\partial y^2} + \left[2k^2 (n(x, z) - n_0) - ik(\alpha(x, z) - \alpha_0) \right] E', \quad (1)$$

где $E' = (E/E_0) \exp(ikn_0z + \alpha_0z/2)$; E — комплексная амплитуда поля; $E_0 = E(0, 0, 0)$; k — волновое число; α — коэффициент поглощения; $n_0 = n(-h, 0)$; $\alpha_0 = \alpha(-h, 0)$. При $z = 0$ задается распределение поля по излучающей апертуре $E'(x, y)$. В случае гауссовского пучка радиуса a

$$E'(x, y) = \exp \left(- (x^2 + y^2)/(2a^2) \right). \quad (2)$$

Представим искомое поле E' и граничное условие (2) в виде произведений $E'(x, y, z) = A'(x, z) A''(y, z)$ и $E'(x, y) = E'(x) E'(y)$. Уравнение (1) сводится при этом к системе двух уравнений:

$$2in_0k \frac{\partial A'}{\partial z} = \frac{\partial^2 A'}{\partial x^2} + \left[2k^2 (n(x, z) - n_0) - ik(\alpha(x, z) - \alpha_0) \right] A', \quad (3)$$

$$2in_0k \frac{\partial A''}{\partial z} = \frac{\partial^2 A''}{\partial y^2} \quad (4)$$

с начальными условиями $A'(x, 0) = E'(x)$ и $A''(y, 0) = E'(y)$. Решение (4) находится аналитически [13]:

$$A''(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} E'(\eta) \sqrt{\frac{in_0 k}{2\pi}} \exp\left(-\frac{in_0 k(y - \eta)^2}{2z}\right) d\eta,$$

причем для гауссовского пучка

$$A''(y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 - in_0 z/(ka^2)}} \exp\left(-\frac{y^2}{2a^2(1 - in_0 z/(ka^2))}\right). \quad (5)$$

Из (5) следует, что из-за уширения пучка по оси y величина $|E'|^2$ на его оси убывает как $(1 + (n_0 z/(ka^2))^2)^{-0,5}$.

На земной поверхности уравнение (3) дополняется граничным условием импедансного типа

$$\left(\frac{\partial A'}{\partial r}\right)\Big|_{r=0} = iBkA', \quad (6)$$

где $r = \sqrt{(R+h)^2 + x^2 + z^2} - 2(R+h)\sqrt{x^2 + z^2} \cos(\frac{\pi}{2} + \varphi + \arctg \frac{z}{x}) - R \approx \approx h + (x^2 + z^2)/(2R) + z \sin \varphi + x \cos \varphi$ — высота над поверхностью точки с координатами $(x, 0, z)$; R — радиус Земли; $B = \sqrt{\bar{\epsilon}}$ для горизонтальной поляризации и $B = 1/\sqrt{\bar{\epsilon}}$ для вертикальной поляризации; $\bar{\epsilon}$ — диэлектрическая проницаемость поверхности. Уравнение земной поверхности в плоскости xOz имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{\Pi}(z) &= -(R+h) \cos \varphi + \sqrt{(R+h)^2 \cos^2 \varphi - x^2 - z^2 - 2Rh - 2(R+h)z \sin \varphi} \approx \\ &\approx -\frac{h}{\cos \varphi} - z \operatorname{tg} \varphi - \frac{z^2}{2R \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (7)$$

Перейдем в (3), (6), (7) к безразмерным переменным: $\bar{x} = x/a$; $\bar{x}_{\Pi} = x_{\Pi}/a$; $\bar{z} = z/L_d$; $L_d = ka^2$ — дифракционная длина; $\bar{h} = h/a$; $\bar{r} = r/a$. В результате получим:

$$2in_0 \frac{\partial A'}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial^2 A'}{\partial \bar{x}^2} + \left[2(ka)^2(n(\bar{x}, \bar{z}) - n_0) - iL_d(\alpha(\bar{x}, \bar{z}) - \alpha_0)\right] A', \quad (3')$$

$$\left(\frac{\partial A'}{\partial \bar{r}}\right)\Big|_{\bar{r}=0} = ikaBA', \quad (6')$$

$$\bar{x}_{\Pi}(\bar{z}) = -\bar{h}/\cos \varphi - ka\bar{z} \operatorname{tg} \varphi - k^2 a^3 \bar{z}^2 / (2R \cos \varphi). \quad (7')$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Искажения поперечной структуры пучка и глубина его проникновения за горизонт определяются а) рефракцией пучка в целом и отдельных его частей в неоднородном поле n ; б) дифракционным уширением пучка; в) когерентным сложением пучка с его отраженной от поверхности частью. Относительная значимость указанных эффектов варьируется в зависимости от конкретных значений параметров задачи. Выполним их частичный учет в явном виде. С этой целью решение (3') будем искать в полосе:

$$\{\bar{x}_0 < \bar{x} < \bar{x}^0, \bar{z} > 0\}, \quad (8)$$

где

$$\bar{x}^0 = L\sqrt{1 + \bar{z}^2} + ka\bar{z} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{2} k^2 a^3 \gamma(0) \frac{\bar{z}^2}{\cos \varphi}$$

и

$$\bar{x}_0 = \begin{cases} \bar{x}'_0 = -L\sqrt{1 + \bar{z}^2} + ka\bar{z} \operatorname{tg} \varphi + \frac{k^2 a^3 \gamma(0) \bar{z}^2}{2 \cos \varphi} & \text{при } \bar{x}'_0 > x_{\Pi}, \\ \bar{x}_{\Pi}(\bar{z}) & \text{при } \bar{x}'_0 < x_{\Pi}; \end{cases}$$

L и $\gamma(0)$ — параметры, позволяющие изменять ширину полосы. Выбирая величину L достаточно большой, примем, что на границах полосы функция E удовлетворяет условиям: $A'(x^0, \bar{z}) = 0$; $A'(x_0, z) = 0$ и $A(\bar{x}_{\Pi}, \bar{z}) = -i(kaB)^{-1}(\partial A'/\partial \bar{r})|_{\bar{r}=0}$. Выполним далее в уравнениях (3'), (6'), (7') последовательно замены переменных:

$$\text{I: } x_1 = \bar{x} - \frac{1}{2} k^2 a^3 \gamma(0) \frac{\bar{z}^2}{\cos \varphi} - ka\bar{z} \operatorname{tg} \varphi, \quad z_1 = \bar{z},$$

$$A'(\bar{x}, \bar{z}) = A_1(x_1, z_1) \exp\left(-ik^2 a^3 \gamma(0) \frac{\bar{x}\bar{z}}{\cos \varphi} - ika\bar{z} \operatorname{tg} \varphi\right);$$

$$\text{II: } x_2 = x_1 \sqrt{1 + z_1^2}, \quad z_2 = \operatorname{arctg} z_1,$$

$$E_1(x_1, z_1) = E_2(x_2, z_2) \frac{1}{(1 + z_1^2)^{1/4}} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{i}{2} \frac{x_1^2 z_1}{1 + z_1^2} + \frac{1}{3} k^4 a^6 \gamma^2(0) \frac{z_1^3}{\cos^2 \varphi} +$$

$$+ k^3 a^4 \gamma(0) \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi} (1 + z_1^2) + \frac{1}{2} (ka \operatorname{tg} \varphi)^2 \operatorname{arctg} z_1\right);$$

$$\text{III: } x_3 = L + \frac{x_2 - L}{\omega(z_2)}, \quad z_3 = z_2, \quad E_3(x_3, z_3) = E_2(x_2, z_2) \sqrt{\omega(z_2)},$$

где $\omega(z_2) = 1$, если $x_{2\Pi}(z_2) < -L$, и $\omega(z_2) = 0,5(1 - x_{2\Pi}(z_2)/L)$, если $x_{2\Pi}(z_2) > -L$, $x_{2\Pi}(z_2)$ — уравнение земной поверхности (см. (7')) в координатах (x_2, z_2) . Преобразования I–III приводят уравнение (3'), граничное

условие (6') и уравнение (7'), соответственно, к виду:

$$2in_0 \frac{\partial A_2}{\partial z_3} = \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial x_3^2} + 2i \frac{\omega'}{\omega} \frac{\partial}{\partial x_3} [(x_3 - L)A_3] +$$

$$+ \left[(2(ka)^2 (n(x_3 z_3) - n_0) - iL_d (\alpha(x_3, z_3) - \alpha_0)) - \right. \quad (9)$$

$$\left. - 2k^2 a^3 \gamma(0) \frac{L + \omega(x_3 - L)}{\cos z_3} - (L + \omega(x_3 - L))^2 \cos^2 z_3 \right] / \cos^2 z_3 - \frac{i\omega'}{\omega} A_3,$$

$$\left(\frac{\partial A_3}{\partial \bar{r}(x_3 z_3)} \right) \Big|_{\bar{r}=0} = \quad (10)$$

$$= i \frac{\omega(z_3)}{\cos z_3} \left[L(1 - 2\omega(z_3)) \sin z_3 + k^2 a^3 \gamma(0) \frac{\operatorname{tg} z_3}{\cos \varphi} + ka \operatorname{tg} \varphi + kaB \right],$$

$$x_{3\pi} = -L, \quad (11)$$

а область интегрирования (8) преобразуется в прямоугольник

$$\{-L < x_3 < L; 0 < z_3 < \pi/2\}. \quad (12)$$

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Уравнение (9), как и (3'), является эволюционным уравнением параболического типа, определенным уже в полосе постоянной ширины $2L$. Последнее позволяет применить для решения (9) какой-либо из эффективных вычислительных алгоритмов, разработанных применительно к задачам такого типа [14, 15]. Здесь нами, как и в [16], использовалась неявная разностная схема второго порядка аппроксимации — схема Кранка-Николсона [15, 17]. Контроль точности вычислений выполнялся по уравнению баланса мощности, являющемуся следствием (3')

$$\frac{d}{d\bar{z}} \int_0^\infty |A'|^2 d\bar{r} = ka |A'|^2 \Big|_{\bar{r}=0} \operatorname{Re} \bar{\varepsilon} - L_d \int_0^\infty (\alpha(\bar{r}) - \alpha_0) |A'|^2 d\bar{r}.$$

МОДЕЛЬ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО ВОЛНОВОДА

В расчетах вертикальный профиль показателя преломления задавался соотношением $n(r) = 1 + 10^{-6} K(r) \exp(-\beta r)$, где $\beta = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$ и

$$K(r) = \begin{cases} 320 + 0,274 r & 0 \leq r < 30; \\ 328,2 - 2,639 (r - 30), & 30 \leq r < 41; \\ 299,2 + 1,378 (r - 41), & 41 \leq r < 48; \\ 320 - 11,5 \exp(-0,125 (r - 48)), & 41 \leq r \leq 48 \end{cases}$$

(r в [м], см. также рис. 1, пунктир — стандартная модель радиоатмосферы). Это соотношение представляет собой аппроксимацию профиля n , экспериментально зарегистрированного в [18], и описывает (по классификации [19]) типичный приповерхностный волновод.

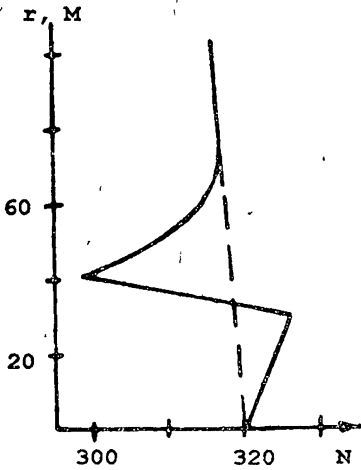


Рис. 1.

Его особенностями являются, однако, большой отрицательный градиент показателя преломления

$$\gamma = dN/dr \cong -2,666 N \text{ [ед./м]}$$

в пределах волноводного слоя (интервал высот от $h_1 = 30$ м до $h_2 = 41$ м) и отрицательная рефракция (см. [20]) в слоях, примыкающих к волноводу снизу и сверху. Поэтому можно полагать, что получаемые на основе выбранного профиля $n(r)$ результаты в наибольшей степени отражают особенности приповерхностного распространения узконаправленного радиопучка,

обусловливаемые прежде всего его взаимодействием с волноводным слоем. Вертикальный профиль коэффициента поглощения задавался в виде суммы коэффициентов поглощения водяного пара и кислорода [21, 22]:

$$\begin{aligned} \alpha(r, \lambda) &= \alpha_{\text{H}_2\text{O}}(r, \lambda) + \alpha_{\text{O}_2}(r, \lambda) = \\ &= \alpha_{\text{H}_2\text{O}}(0, \lambda) \exp(-r/1500) + \alpha_{\text{O}_2}(0, \lambda) \exp(-r/5300) \text{ [м}^{-1}\text{]}. \end{aligned}$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Расчеты показали, что характеристики процесса распространения сложным образом зависят от каждого из основных параметров задачи (h, a, L_d, φ). В настоящей публикации основное внимание уделяется описанию особенностей распространения или, что то же, особенностей возбуждения волновода, обусловленных расположением излучателя относительно него. Излагаемые в разделе результаты соответствуют значениям параметров: $a = 1$ м; $\lambda = 0,008$ м; $L_d = 785,4$ м; $\varphi = 0$; $\varepsilon = 19,5 - i29$ [23]; $\alpha_{\text{H}_2\text{O}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$; $\alpha_{\text{O}_2} = 10^{-5} \text{ м}^{-1}$. Высота h изменялась в пределах от 5 м до 41 м, то есть почти от поверхности до верхней границы волновода. Рис. 2 иллюстрирует возможный характер поведения пучка в зависимости от высоты излучателя. Разная степень черноты отдельных областей

поля рисунка отвечает различным уровням значений нормализованной плотности потока мощности излучения (величина $|A'|^2$); пунктирные прямые обозначают границы волноводного слоя. Если антенна находится под слоем ($a, h = 15$ м), пучок периодически достигает и отражается от слоя, частично входя в него. Постепенно нарастают искажения исходного распределения поля в поперечном сечении пучка, возникает характерная интерференционная структура, обусловленная многократным когерентным сложением пучка с его частью, выходящей из слоя.

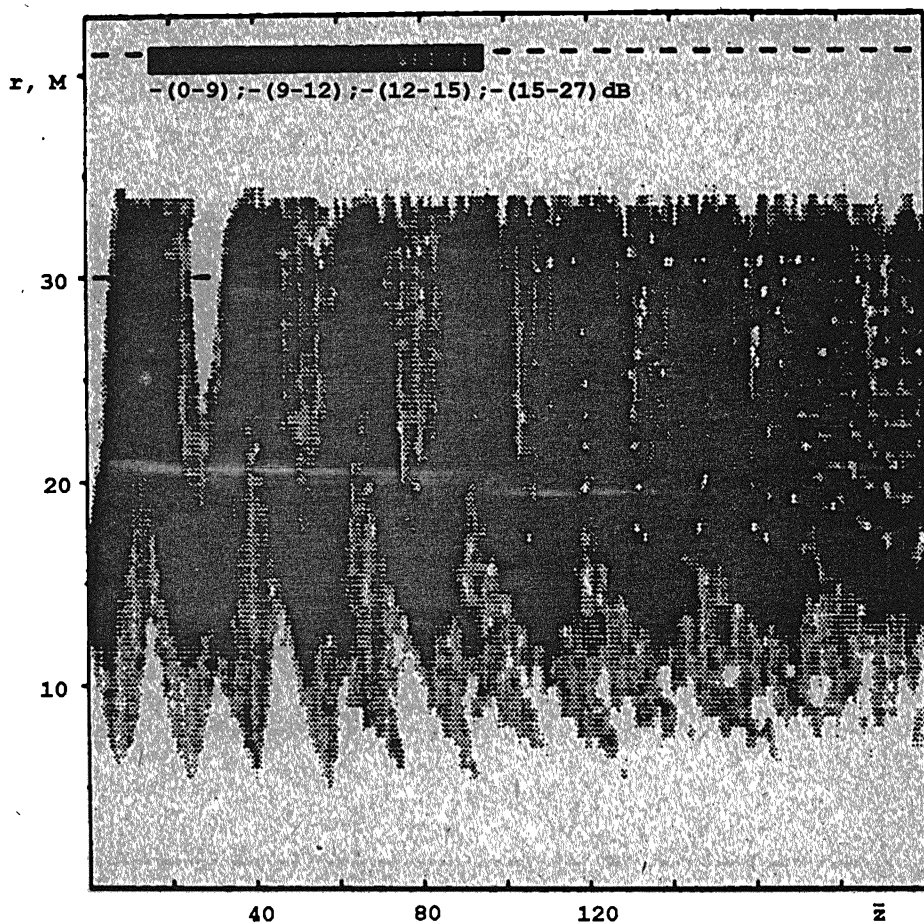


Рис. 2 а. Влияние высоты излучающей апертуры на распределение поля в приповерхностном волноводе и под ним ($h = 15$ м).

При этом глубина проникания излучения в волновод остается неизменной вплоть до расстояний в сотни L_d , а поле у поверхности практически отсутствует. При выполнении условия $h_1 - 2a < h < h_1 + a$ процесс распространения оказывается качественно иным. Поле сосредоточено во включающем нижнюю границу волновода узком интервале высот — “при-

липают" к ней ($b, h = 30$ м). Пользуясь терминологией метода нормальных волн, можно сказать, что распространение в этом случае происходит в режиме волн "шепчущей галереи" [24]. Дальнейший подъем излучателя снова изменяет картину распространения ($b, h = 35$ м). Теперь пучок уходит из волновода к поверхности и затем поочередно отражается от нее и от волновода. Интерференционные максимумы поля поэтому возникают быстрее и проявляются заметнее, чем на рис. 2а.

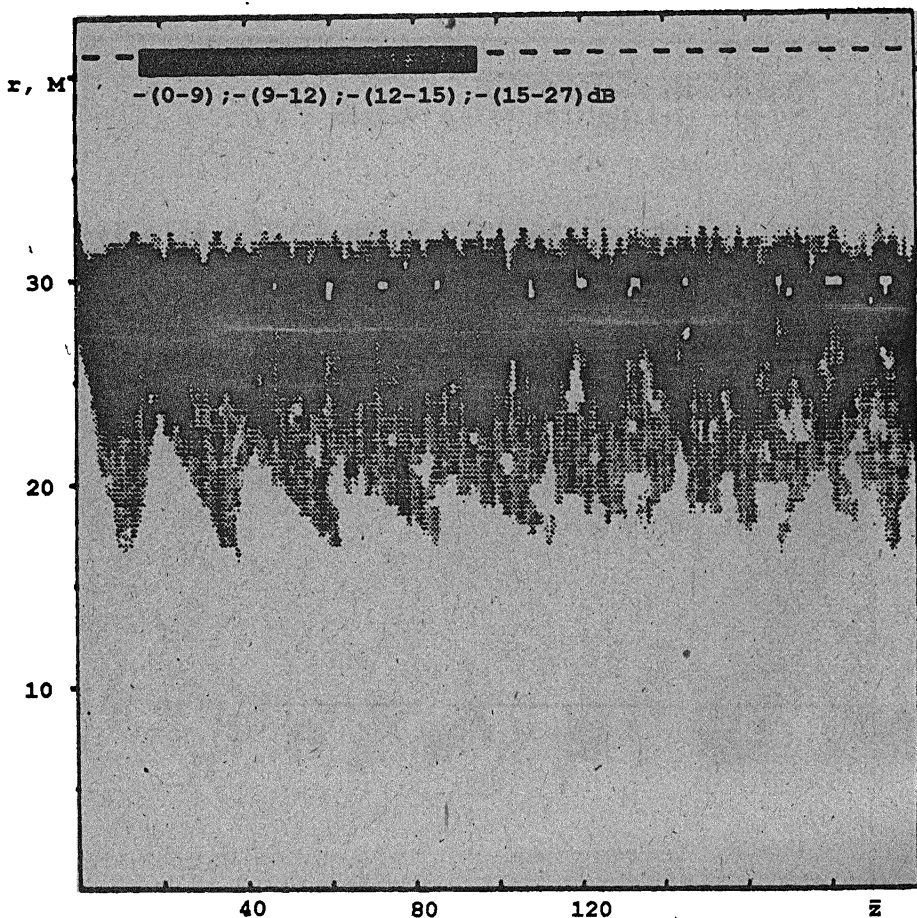


Рис. 2б. То же, что и рис. 2а ($h = 30$ м).

Количественное описание вариаций положения и уширения пучка в целом по трассе можно выполнить, вычисляя его текущие интегральные параметры — центр тяжести $r_{\Pi}(z) = \frac{\int_0^{\infty} r |A'|^2 dr}{\int_0^{\infty} |A'|^2 dr}$ и среднеквадратичную полуширину $\sqrt{\Delta r^2} = \left(\frac{\int_0^{\infty} (r - r_{\Pi}(z))^2 |A'|^2 dr}{\int_0^{\infty} |A'|^2 dr} \right)^{0,5}$.

Кривые $r_{\Pi}(z)$ и $\sqrt{\Delta r^2}$, соответствующие рис. 2, приведены на рис. 3 и 4 (пунктир — нижняя граница волновода). Общим для представленных зависимостей $r_{\Pi}(z)$ является выполнение неравенства $r_{\Pi} < h_1$, отражающего факт распространения пучка, в основном, в слое между поверхностью и волноводом. Колебания величины r_{Π} связаны с характером изменения высоты пучка на начальном этапе трассы, а их затухание можно трактовать как результат распада пучка на отдельные части, высоты которых изменяются с расстоянием все более рассогласованно. Мощность пучка постепенно оказывается распределенной по некоторому интервалу высот, который зависит от h , и представление о котором дает величина $\sqrt{\Delta r^2}$.

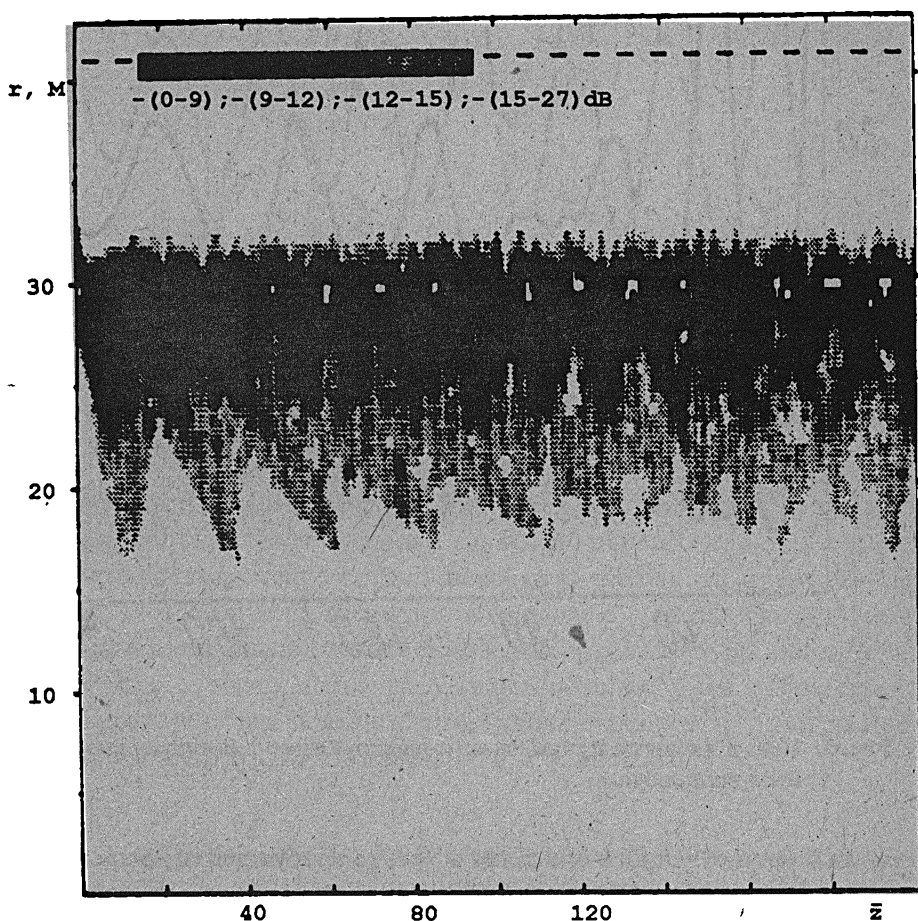


Рис. 2в. То же, что и рис.2а ($h = 35$ м).

В частности, при $h = 35$ м, начиная с расстояний $\sim 60 L_d$, величины h_1 и $2\sqrt{\Delta r^2}$ близки друг к другу. Это означает, что поле заполняет весь интервал высот от поверхности до волновода. Качественно такой вывод следует и из рис. 2в.

При анализе волноводного распространения центральным является вопрос о возбуждении волновода, то есть о захвате им излучаемой мощности.

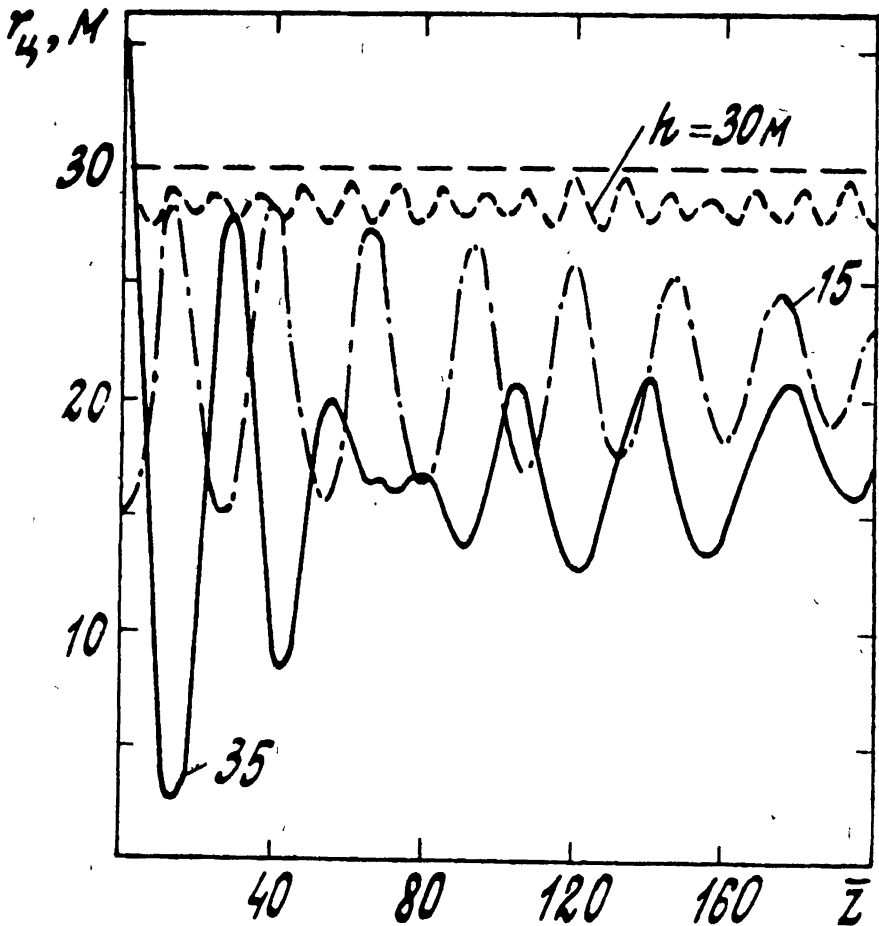


Рис. 3. Центр тяжести пучка, взаимодействующего с приповерхностным волноводом.

Критерии количественного описания эффекта возбуждения до настоящего времени еще не сложились, поэтому здесь будем описывать явление захвата величиной эффективности возбуждения волновода δ , под которой понимается доля текущей мощности пучка, приходящаяся на волноводный слой. Для рассматриваемого случая $\delta(z) = \frac{\int_{30}^{41} |A'|^2 dr}{\int_0^{\infty} |A'|^2 dr}$. Описанное выше поведение пучка позволяет ожидать, что процесс возбуждения является периодическим. Это подтверждается кривыми $\delta(z)$, представленными на рис. 5 и построенными для тех же, что и на рис. 2, значений

h (кривая для $h = 15$ м не приводится, чтобы не загромождать рисунок, она аналогична кривой $\delta(z)$ для $h = 35$ м).

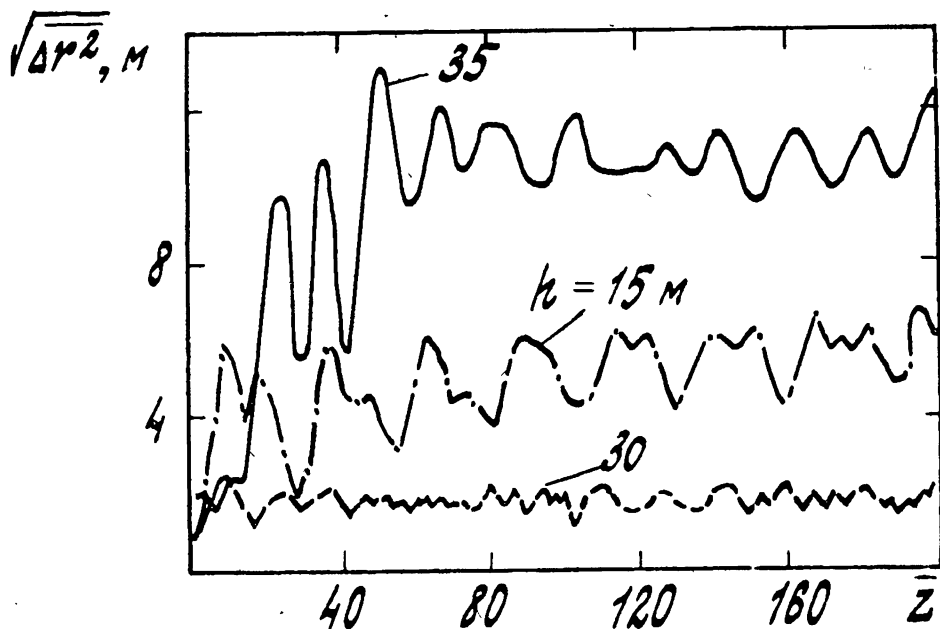


Рис. 4. Среднеквадратичная полуширина пучка, взаимодействующего с приповерхностным волноводом.

Рис. 5 указывает еще на ряд особенностей взаимодействия узконаправленного радиопучка с волноводным слоем. Во-первых, при всех h и $z > 60 L_d$ в слое находится менее половины текущей мощности пучка, то есть при $\varphi = 0$ пучок скорее вытесняется волноводом с указанными параметрами вниз, чем захватывается им. Во-вторых, размах колебаний величины δ и их частота (пространственная), описывающие обмен мощностью между волноводом и слоем под ним, резко увеличиваются при приближении излучающей апертуры к нижней границе волновода.

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО ВОЛНОВОДА ПРИПОДНЯТЫМ ИСТОЧНИКОМ

К числу малоизученных к настоящему времени относится задача о возбуждении волновода приподнятым над ним (и, вообще говоря, сколь угодно высоко) излучателем. Существенным элементом имеющихся исследований является, как уже отмечалось, использование модели излучателя в виде вертикального электрического диполя. При подъеме диполя за пределы волноводного слоя эффективность возбуждения слоя или, что то же,

захватываемая им доля излучаемой мощности по очевидным причинам резко убывает. Здесь, естественно, возникает вопрос о применении излучателя конечных размеров. Однако, характеристики полей, создаваемых такими излучателями в приземных слоях атмосферы, находились лишь в простейших приближениях. Так, в [25] изучено дифракционное поле направленной антенны, плоскость которой нормальна земной поверхности, в однородной атмосфере. В [26] в приближении Кирхгофа-Гюйгенса и для билинейного высотного профиля показателя преломления выполнены оценки искажений диаграммы направленности прямоугольной апертуры, излучающей при угле места $\varphi = 0$, в зоне прямой видимости. Анализ характера поля, создаваемого направленным излучателем в плавно неоднородной среде, вблизи простой каустики выполнен в [27]. Что касается работы антенны в условиях волноводного распространения при $\varphi \neq 0$, то этот вопрос в литературе не обсуждался.

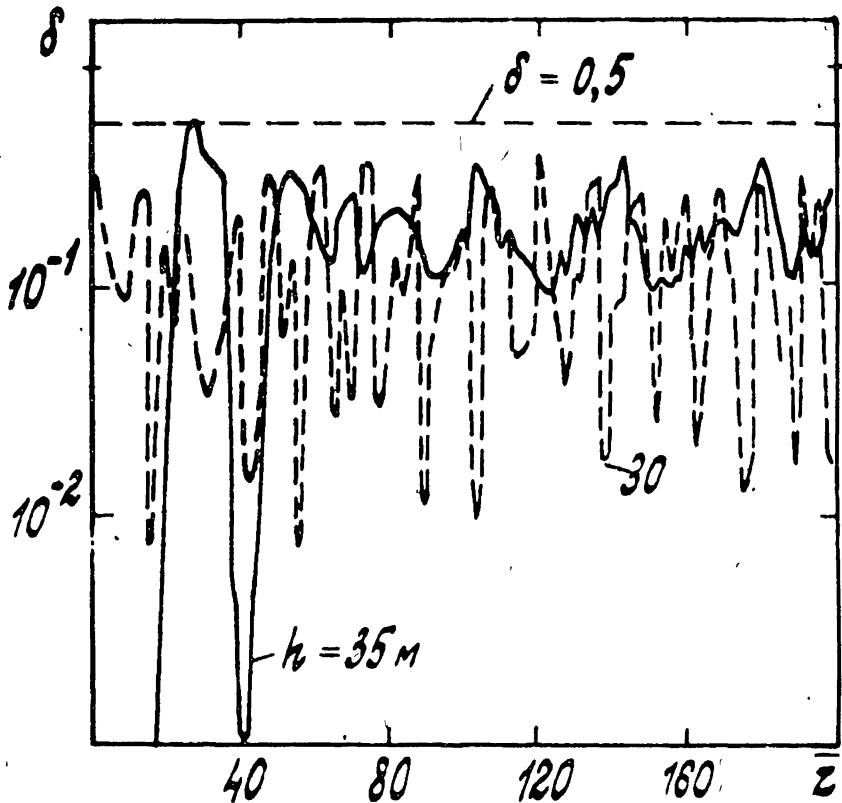


Рис. 5. Эффективность возбуждения приповерхностного волновода.

На примере $\lambda = 0,008$ м и $h = 50$ м рис. 6 иллюстрирует общий характер распределения поля в волноводе, возбуждаемом приподнятым источником. Излучаемый при $\varphi < 0$ и $h > h_2$ пучок достигает верхнего слоя с

отрицательной рефракцией и раздваивается. Одна часть пучка отражается от слоя вверх. Соответствующая ей мощность зависит, очевидно, от φ . Другая часть достигает волноводного слоя, пересекает его и уходит к поверхности. Дальнейшее распространение этой части пучка состоит в ее поочередном отражении от поверхности и от волноводного слоя, причем при каждом отражении от слоя через верхнюю границу волновода высвечивается некоторая доля мощности, первоначально его достигнувшей. В результате мощность, находящаяся ниже верхней границы, ступенчато убывает с расстоянием.

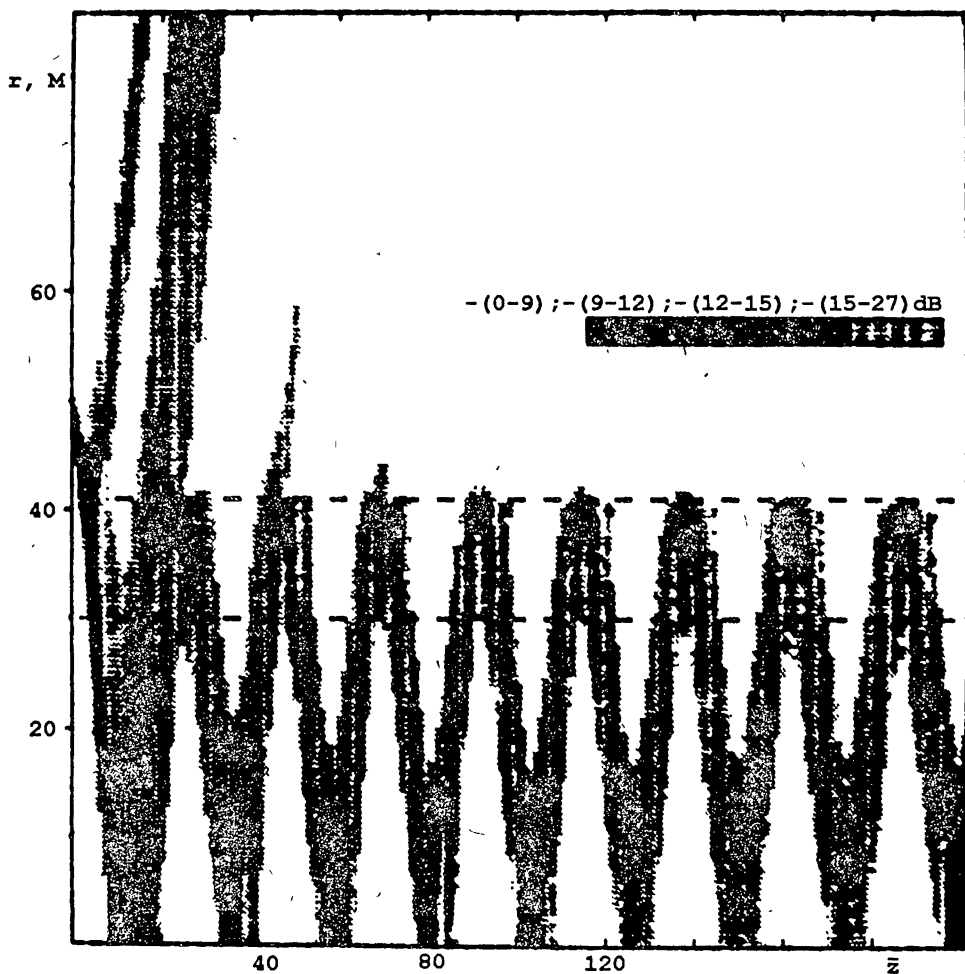


Рис. 6. Распределение поля в пределах и в окрестности приповерхностного волновода, возбуждаемого низкоподнятым источником.

Из рис. 6 видно, что в случае приповерхностного волновода говорить следует скорее о возбуждении не его, а структуры волновод + нижний слой

атмосферы. Количественные данные, описывающие эффект возбуждения, приведены на рис. 7 и 8 для дин волн $\lambda = 0,008$ м и $0,03$ м соответственно ($h = 50$ м). По вертикали на рисунках отложена эффективность возбуждения $\delta'(z, \varphi) = \int_0^{h_2} |A'|^2 dr / \int_0^\infty |A'|^2 dr$, равная доле полной мощности излучения, приходящейся на волновод и нижележащий слой, по горизонтали — относительное расстояние $\bar{z} = z/L_d$.

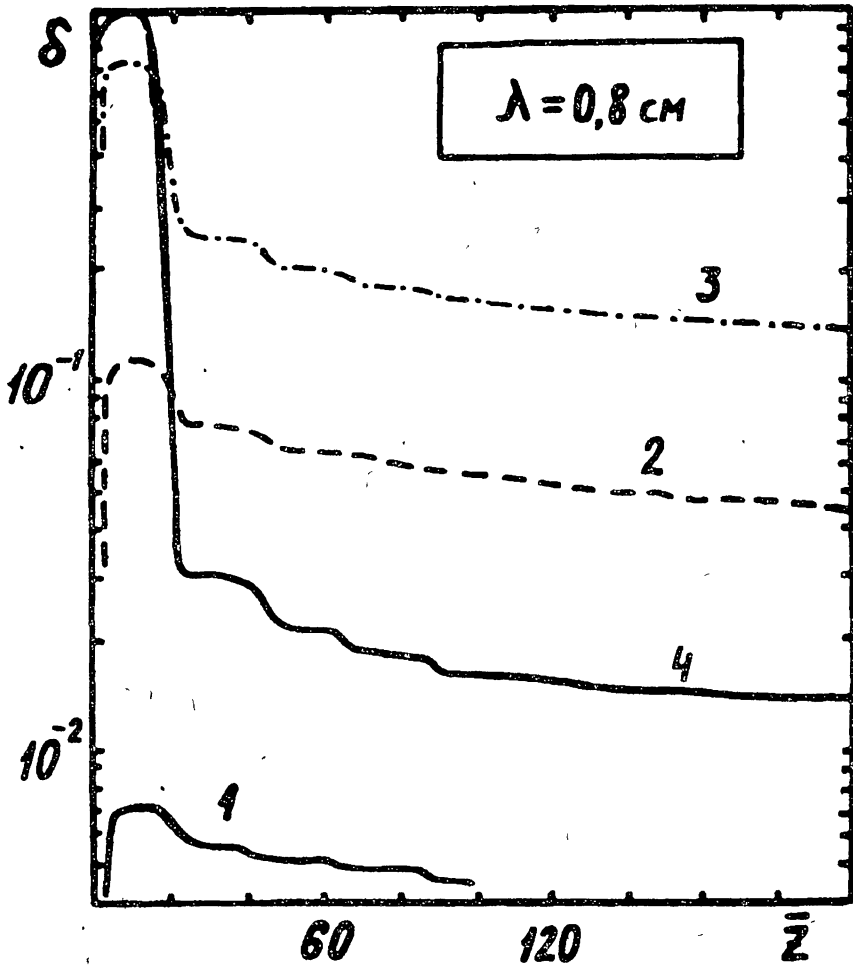


Рис. 7. Эффективность возбуждения структуры волновод + нижний слой атмосферы ($\lambda = 0,008$ м; 1 — $\varphi = -8'$; 2 — $\varphi = -12'$; 3 — $\varphi = -18'$; 4 — $\varphi = -24'$).

Приведенные кривые позволяют проследить основные особенности взаимосвязи величин δ' и φ . При $\varphi = 0$ волновод возбуждается слабо, этому препятствует, в частности, расположенный над ним слой с положитель-

ным значением γ . Наклон вниз оси диаграммы направленности вначале сопровождается возрастанием δ' при всех z . Затем систематический рост δ' имеет место лишь до расстояний, которым соответствует первое отражение прошедшей части пучка от волноводного слоя вниз, а при больших z первоначальный рост величины δ' постепенно сменяется ее убыванием.

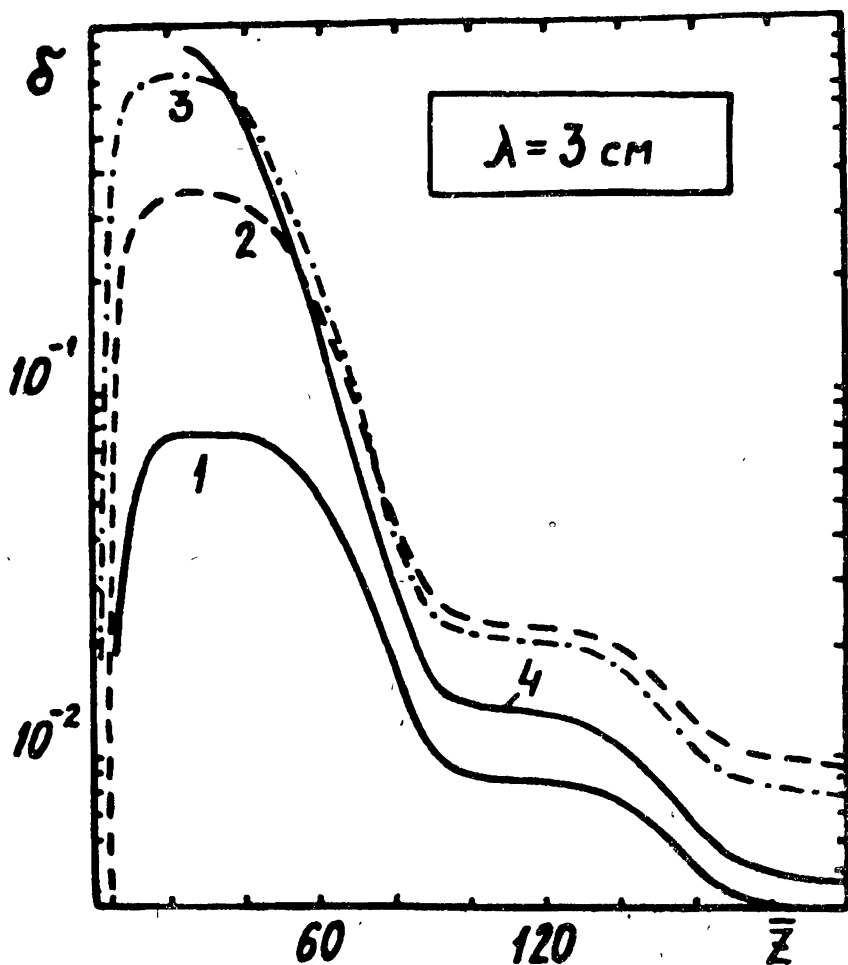


Рис. 8. Эффективность возбуждения структуры волновод + нижний слой атмосферы ($\lambda = 0,03$ м; 1 — $\varphi = 0$; 2 — $\varphi = -12'$; 3 — $\varphi = -24'$; 4 — $\varphi = -30'$).

Наконец, при некотором значении φ прошедшая через волновод мощность после однократного отражения от поверхности практически полностью покидает область высот, где возможно проявление механизма волноводного распространения. Сказанное означает, что для каждого z существует оптимальный угол наклона φ_0 , при котором обеспечивается наи-

большее значение эффективности возбуждения. Для принятых значений параметров и $z = 200 L_d$ величина $\varphi_0 \simeq -18'$ на $\lambda = 0,008$ м и $-12'$ на $\lambda = 0,03$ м. Заметим, что эти значения φ_0 близки к величине угла визирования линии горизонта из т. O , равного $\varphi_r = -\sqrt{2h/R} \simeq -14'$. Из сопоставления рис. 7 и 8 следует также, что волноведущие свойства приповерхностного волновода при его возбуждении находящимся над ним источником заметнее появятся с укорочением длины волны. Изменение высоты источника излучения при прочих равных условиях сохраняет описанные особенности взаимодействия радиопучка с волноводной структурой, перемещается лишь интервал значений z , в пределах которых величина δ' достигает максимальных значений.

ВЫВОДЫ

Изложенный подход к анализу распространения узконаправленных радиопучков вдоль земной поверхности естественно разрешает основную трудность проблемы — учет реально наблюдаемых вертикальных профилей показателя преломления и коэффициента поглощения атмосферы и их вариаций по трассе. Он позволяет описать достаточно тонкие особенности волноводного распространения радиопучков в тропосфере, практически недоступные для описания существующими методами. Дифференциальные и интегральные характеристики процесса распространения пучка в присутствии приповерхностного волновода в значительной степени, вплоть до смены режима распространения, определяются высотой излучателя. Для расположенного над волноводным слоем направленного источника и вертикального профиля N , близкого к реально наблюдаемому в атмосфере, показано, что работа на длинах волн 0,03 м и 0,008 м при отрицательных углах места позволяет реализовать механизм волноводного распространения на расстоянии в сотни L_d . При этом, начиная с некоторых расстояний, каждому z соответствует угол места φ_0 , при котором величина эффективности возбуждения волновода достигает максимума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков Л. Я., Ломакин А. Н. Неоднородности коэффициента преломления воздуха в тропосфере. — М.: Наука, 1976. 165 с.
2. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970. 517 с.
3. Каневский М. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1966. Т. 20. № 9. С. 867.
4. Rotheram S. // Marconi rev., 1974. V. 37. N 192. P. 18.
5. Андрианов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика, 1977. Т. 20. N 2. С. 212.
6. Булдырев В. С., Грикуров В. Э., Саликов С. П. // РЭ, 1979. Т. 24. N 7. С. 1323.

7. Бугров А. Г., Кляцкин В. И., Шевцов Б. М. // ДАН, 1984. Т. 275. № 6. С. 1372.
8. Кошель К. В. // РЭ, 1986. Т. 31. № 12. С. 2313.
9. Кукушкин А. В., Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. № 7. С. 811.
10. Шипкарев В. А. // Изв. РАН. ФАО, 1992. Т. 28. № 12. С. 1182.
11. Гордин М. П., Стрелков Г. М. / 2 Всесоюзная школа-симпозиум по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. Тезисы лекц. и докл. — Фрунзе: Илим, 1986. С. 72.
12. Стрелков Г. М., Тагер Е. А. / Распространение радиоволн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Сб. научн. трудов. — Харьков: ИРЭ АН УССР, 1989. С. 45.
13. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966. 724 с.
14. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. 656 с.
15. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1967. 535 с.
16. Санталов Н. П., Стрелков Г. М., Шаляев М. Ф. // Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 2. С. 137.
17. Crank J., Nicolson P. // Comb. Phil. Soc. Proc., 1947. V. 43. P. 50.
18. Cartwright N. E., Tattersall R. L. O. // Electr. Letters, 1977. V. 13. № 7. P. 208.
19. Hitney H. V. et al. // IEEE Trans., 1985. V. 73. № 2. P. 265.
20. Колосов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. — М.: Сов. радио, 1976. 219 с.
21. Pierluissi J. H. et al. // IEEE Trans. Ant. Propagat., 1982. V. AP-30. № 4. P. 741.
22. Соколов А. В., Сухонин Е. В. // Итоги науки и техники. Сер. "Радиотехника". Т 20. — М.: ВИНТИ, 1980. С. 107.
23. Андреев Г. А. и др. // Итоги науки и техники. Сер. "Радиотехника". Т 20. — М.: ВИНТИ, 1980. С. 3.
24. Краснушкин П. Е. Метод нормальных волн в применении к проблеме дальних радиосвязей. — М.: МГУ, 1947.
25. Арманд Н. А., Введенский Б. А. // Радиотехника и электроника, 1961. Т. 6. № 8. С. 1219.
26. Андрианов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика, 1972. Т. 15. № 8. С. 1147.
27. Кондратьев И. Г., Пермитин Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1970. Т. 13. № 12. С. 1794.

Институт радио-электроники
РАН

Поступила в редакцию
15 июля 1993 г.

**PROPAGATION OF A NARROW RADIO BEAM IN A STRONG
SURFACE-BOUNDED DUCT***G. M. Strelkov, N. P. Santalov*

The surface propagation of a narrow radio beam has been analysed in a surface-bounded duct which vertical gradient of the refractive index exceeds many times the corresponding value of the standard atmosphere. The differential and integral beam features are shown to be greatly dependent on the height of the emitting aperture. There has been made an estimation of the efficiency of duct layer excitation by the emitter being in the layer and under it. If the emitter is placed directly above the layer, then in operation under negative elevation angles at wavelengths 0.03 m and 0.008 m the mechanism of waveguide propagation may be realized up to distances of hundreds of diffraction lengths.

УДК 523.164

ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ КВАЗАРА 3С47 В ДЕКАМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ВОЛН

*А. В. Мень, С. Я. Брауде, С. Л. Рашковский, Н. К. Шарыкин,
В. А. Шепелев, Г. А. Инютин, А. Д. Христенко, Г. С. Подгорный*

Приведены предварительные результаты измерений на радиointерферометре УРАН-1 угловой структуры излучения квазара 3С47 на частотах 25 и 20 МГц. Определена наиболее вероятная в декаметровом диапазоне модель распределения радиояркости этого источника, состоящая из двух разнесенных примерно на 50 угловых секунд протяженных компонент с размерами около 22 угловых секунд каждая.

Исследование угловой структуры излучения квазаров представляет большой интерес для современной радиоастрономии. Наблюдения радиоизображений этих объектов проводятся с большим угловым разрешением в сантиметровом и дециметровом диапазонах и, значительно реже, — в метровом. На декаметровых волнах такие измерения фактически еще не велись, за исключением наблюдений квазара 3С196 на интерферометрах УРАН-1 и УРАН-4 [1, 2]. В настоящей статье приводятся результаты первых наблюдений в декаметровом диапазоне на интерферометре УРАН-1 [3] радиоисточника 3С47 — одного из трех наиболее интенсивно излучающих на этих волнах квазаров северного неба.

Угловая структура 3С47 исследовалась в ряде работ на частотах от 408 МГц до 2695 МГц методами радиointерферометрии [4–9] и от 1407 МГц до 5000 МГц с помощью систем апертурного и суперсинтеза [10–15]. Наиболее детально радиоизображение этого квазара определено с помощью 5 километрового радиотелескопа суперсинтеза в Кембридже на частотах 5000 МГц [12] и 2695 МГц [13, 14], причем результаты этих наблюдений находятся в хорошем согласии с исследованиями 3С47, проведенными на 4873 МГц с помощью системы апертурного синтеза VLA [15]. В этих работах квазар представлен состоящим из пяти компонент — трех сравнительно компактных с размерами не более $3''$ – $4''$ и двух протяженных с размерами до $10''$ – $15''$. Центры трех компактных компонент расположены на линии с позиционным углом 35° , угловое расстояние между крайними деталями около $69''$. Центральная компактная деталь находится около оптического квазара, а протяженные компоненты расположены вблизи крайних компактных. Координаты центров всех компонент и их относительные потоки радиоизлучения приведены ниже.

Представляло интерес выяснить, зависит ли радиоизображение этого радиоисточника от частоты и сохранится ли оно при существенном понижении частоты вплоть до декаметровых волн. Этому вопросу посвящается данная работа.

РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

Наблюдения ЗС47 на радиоинтерферометре УРАН-1 велись на частотах 25 и 20 МГц в зимний период 1988–1989 г.г. в ночное время суток. УРАН-1 — это широкополосный декаметровый интерферометр с базой 42,3 км, ориентированный практически вдоль параллели, предназначенный для изменения модуля функции видности γ космических радиоисточников [3, 16]. Методика наблюдений и обработки данных описана в [1, 17].

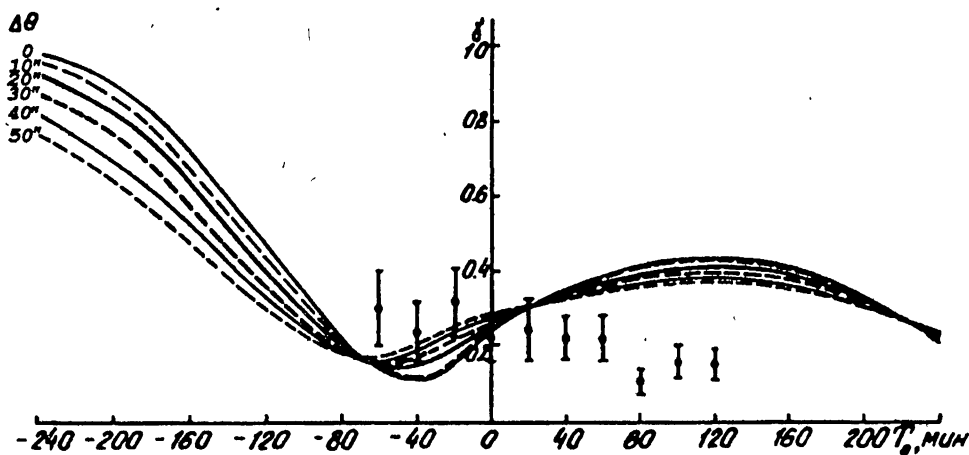


Рис. 1. Зависимость модуля функции видности γ от часового угла T_0 при измерениях на 25 МГц на УРАН-1. Кривые — расчетные зависимости для 5-ти компонентной модели [12] при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные со среднеквадратичными отклонениями.

Результаты проведенных измерений при часовых углах от $-60'$ до $120'$ иллюстрируются рис. 1 для частоты 25 МГц и рис. 2 — для 20 МГц. Здесь приведены значения средневзвешенной величины модуля функции видности $\hat{\gamma}$ со среднеквадратичными отклонениями $\pm\sigma_\gamma$ для разных часовых углов T_0 , полученные путем усреднения ряда измерений.

На рисунках нанесены также результаты расчета для интерферометра УРАН-1 зависимостей $\gamma(T_0)$ для пятикомпонентной модели [12]. Расчеты проведены в предположении, что координаты центров всех компонент α_i , δ_i и относительная величина потоков радиоизлучения S_i/S_0 в декаметровом диапазоне такие же, как и на более высоких частотах. Величина $\gamma(T_0)$

Таблица 1

Номер компоненты	$\Delta\alpha_i''$	$\Delta\delta_i''$	S_i/S_0	Примечание
1	0	0	0,38	Компактная
2	7,72	-1,7	0,15	Протяженная
3	20,62	31,9	0,07	Компактная
4	35,76	51,3	0,22	Протяженная
5	39,83	56	0,18	Компактная

определялась в соответствии с выражением

$$\gamma(T_0) = \sqrt{\left(\frac{S_1}{S_0} \gamma_1 + \sum_2^n \frac{S_i}{S_0} \gamma_i \cos \varphi_i\right)^2 + \left(\sum_2^n \frac{S_i}{S_0} \gamma_i \sin \varphi_i\right)^2}, \quad (1)$$

где

$$\varphi_i = \frac{2\pi D}{\lambda} (\Delta\alpha_i \cos T_0 - \Delta\delta_i \sin \delta_0 \sin T_0), \quad (2)$$

и при гауссовой форме компонент

$$\gamma_i = e^{-\left[(1,88 \frac{D}{\lambda} \Delta\theta_i \cos T_0)^2 + (1,88 \frac{D}{\lambda} \Delta\theta_i \sin \delta_0 \sin T_0)^2\right]}. \quad (3)$$

Здесь n — число компонент модели распределения радиояркости источника, δ_0 — его склонение, $\Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha_1$, $\Delta\delta_i = \delta_i - \delta_1$, α_i , δ_i , $\Delta\theta_i$, S_i — прямое восхождение, склонение, угловой размер и поток i -ой компоненты модели, S_0 — полный поток радиоизлучения источника ($S_0 = \sum_1^n S_i$).

Для пятикомпонентной модели [12] координаты центров компонент относительно центра первой (юго-западной) компоненты и их относительные потоки приведены в таблице 1.

В расчетах для упрощения здесь и ниже используются идеализированные модели, в которых протяженные компоненты предполагаются одинаковыми с гауссовой формой распределения радиояркости $\Delta\theta_{\alpha_i} = \Delta\theta_{\delta_i} = \Delta\theta_i$, причем при $\Delta\theta_i \leq 5''$ деталь считается компактной, так как соответствующий модуль функции видности при измерениях на УРАН-1 $\gamma > 0,975$.

Как следует из рис. 1, 2 экспериментальные данные не согласуются с расчетом для пятикомпонентной модели, особенно на частоте 20 МГц ни при одном значении $\Delta\theta$ от 0 до $50''$.

Представляет интерес рассмотреть еще одну экспериментальную зависимость — изменение модуля функции видности γ в зависимости от D/λ и сопоставить ее с расчетом для указанной модели распределения радиояркости ЗС47. Такие экспериментальные данные для нескольких интерферометров с базами, расположенными вдоль параллели, приведены

для измерений при часовом угле $T_0 = 0$ на рис. 3 вместе с расчетом зависимости $\gamma(D/\lambda)$ для разной величины протяженных компонент 5-ти компонентной модели [12]. Здесь кроме данных, полученных на интерферометре УРАН на частотах 25 и 20 МГц (\square)*, даны также результаты измерений на частоте 85 МГц [18], выполненных на интерферометре в Пушино (Δ), и на частоте 1425 МГц [5], проведенных на интерферометре обсерватории Owens Valley в США (\circ). Как и для часовой зависимости $\gamma(T_0)$, расчеты $\gamma(D/\lambda)$ для 5-ти компонентной модели распространения радиояркости плохо согласуются с экспериментальными данными, кроме случая малых D/λ , где результат расчета слабо зависит от вида модели.

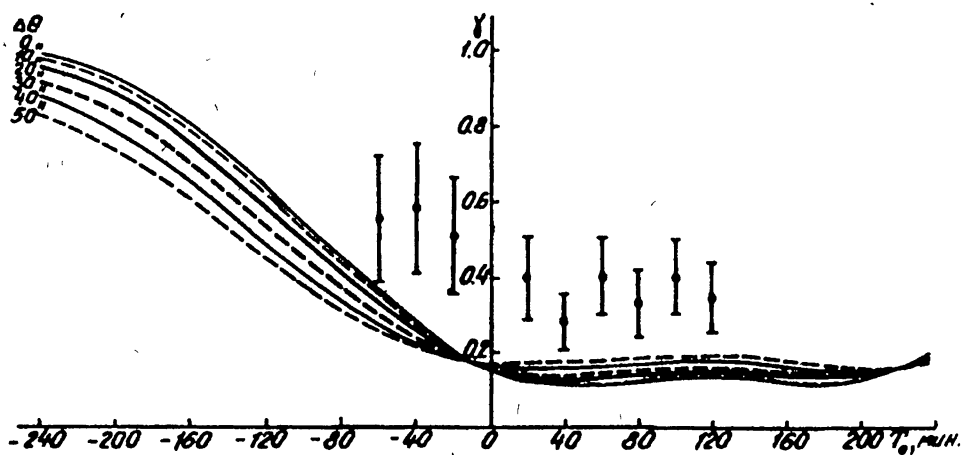


Рис. 2. Зависимость модуля функции видности γ от часового угла T_0 при измерениях на 20 МГц на УРАН-1. Кривые — расчетные зависимости для 5-ти компонентной модели [12] при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные со среднеквадратичными отклонениями.

Приведенное свидетельствует об отличии модели распределения радиояркости 3С47 в декаметровом диапазоне по сравнению с результатами наблюдений на СВЧ и может объясняться существенным изменением относительной интенсивности излучения отдельных компонент рассмотренной модели либо излучением на низких частотах новых компонент, не обнаруженных еще на более высоких. В первом случае целесообразно сопоставить экспериментальные данные с расчетами для моделей, соответствующих меньшему числу деталей пятикомпонентной модели.

Отметим, что, согласно [12, 13], зависимость потока излучения S от частоты ν центральной (третьей) компоненты, в отличие от остальных, на частотах ниже 5000 МГц имеет отрицательный спектральный индекс β

*Из-за отсутствия измерений на частоте 20 МГц при $T_0 = 0$ на рис. 3 и 6 приведены данные, полученные при $T_0 = \pm 20$ минут.

($S \sim \nu^{-\beta}$), поэтому из-за падения интенсивности излучения с понижением частоты ее роль в декаметровом диапазоне несущественна. Возможно также с понижением частоты уменьшение вклада в общее излучение ЗС47 и других компактных деталей из-за самопоглощения излучения (реабсорбции) в них, как это наблюдается, например, в квазаре ЗС196 [1, 2]. Однако, какие-либо данные о спектрах этих компонент на частотах ниже 2695 МГц [13, 14] отсутствуют.

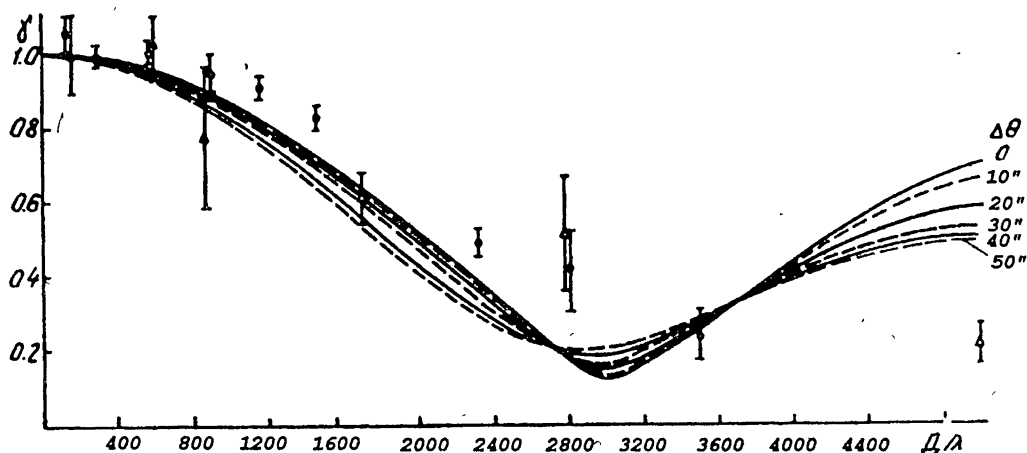


Рис. 3. Зависимость модуля функции видности от размеров баз интерферометров, расположенных вдоль параллели, при измерениях с T_0 . Кривые — расчетные зависимости для 5-ти компонентной модели [12] при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные, полученные на частотах 25 МГц и 20 МГц (\square) УРАН-1, 85 МГц (Δ) [18], 1425 МГц (\circ) [5].

Расчет для четырехкомпонентной модели без центральной (третьей) детали не может привести к иным по сравнению с приведенными на рис. 1, 2, 3 результатам, так как даже в СВЧ диапазоне вклад этой компоненты в общий поток излучения источника мал. Основным интерес представляло сравнение экспериментальных данных с расчетами для трех- и двухкомпонентных моделей, представляющих сокращенные варианты пятикомпонентной модели или близкие к ним*. Основные результаты исследования различных вариантов таких моделей приведены в таблице 2. Здесь же для сравнения даны аналогичные данные для пятикомпонентной модели таблицы 1. В таблице σ_1 и σ_2 — среднеквадратичная величина разброса экспериментальных данных относительно расчетных зависимостей $\gamma(T_0)$ для частот 25 и 20 МГц соответственно, усредненная по ансамблю с учетом погрешности каждого измерения. Величина σ_3 — то же, для зави-

* Однокомпонентная модель не представляет интереса, так как не объясняет наблюдавшуюся в эксперименте часовую зависимость модуля функции видности $\gamma(T_0)$.

Таблица 2

Номер модели	Параметры модели распределения радиояркости	σ_1	σ_2	σ_3
1	Пятикомпонентная модель (см. таблицу 1) $\Delta\theta = 50''$ (для σ_1 и σ_2) и $25''$ (для σ_3).	0,205	0,193	0,16

Продолжение таблицы 2

Номер модели	Номер компоненты	Параметры модели распределения радиояркости				σ_1	σ_2	σ_3
		$\Delta\alpha_i''$	$\Delta\delta_i''$	S_i/S_0	$\Delta\theta''$			
2	1	14,72	-1,7	0,44	23	0,045	0,059	0,077
	2	35,76	43,3	0,44	23			
	3	39,83	56	0,12	5			
3	1	12,72	+6,7	0,41	22	0,041	0,057	0,0707
	2	35,76	51,3	0,59	22			
4	1	7,72	-1,7	0,41	24	0,074	0,168	0,062
	2	35,76	51,3	0,59	24			

симостей $\gamma(D/\lambda)$ для экспериментальных данных, приведенных на рис. 3. Заметим, что для всех моделей таблицы 2 указаны оптимальные размеры протяженных компонент $\Delta\theta$, соответствующие минимальной величине σ_i при данных координатах и соотношении потоков компонент. Отсчет координат в этой таблице проводится также, как в таблице 1. Две модели этой таблицы — вторая и третья — определены в ходе поиска с помощью ЭВМ наиболее оптимальных вариантов, обеспечивающих минимальные значения σ_1 и σ_2 . Вторая модель состоит из двух протяженных компонент (юго-западной и северо-восточной) с размерами $23''$ каждая, разнесенных на $49''$,7 при позиционном угле 25° ,1, и одной компактной компоненты, отстоящей от центра северо-восточной протяженной компоненты на $13''$,3, поток которой 12% от общей интенсивности радиоизлучения источника. Координаты этой компоненты совпадают с координатами пятой компоненты модели [12], а координаты протяженных компонент отличаются на $+7''$ по прямому восхождению юго-западной и на $-8''$ по склонению для северо-восточной от координат протяженных компонент пятикомпонентной модели.

Еще ближе к протяженным компонентам модели [12] детали структуры третьей модели, состоящей из двух компонент с размерами по $22''$ каждая, разнесенных на $50''$,2 при позиционном угле 27° ,3. Центр юго-западной компоненты в этом случае отстоит на $+5''$ по прямому восхождению и на $+8''$,4 по склонению от центра соответствующей протяжен-

ной компоненты пятикомпонентной модели, а центры северо-восточных протяженных компонент обеих моделей совпадают. Эта модель характеризуется минимальными расхождениями между экспериментальными и расчетными данными и, поскольку она несущественно отличается от структуры протяженных компонент модели [12], может считаться как наиболее вероятная модель распределения радиояркости ЗС47 в декаметровом диапазоне волн. При определении оптимальных моделей было замечено, что сравнительно небольшое изменение координат центров компонент, а также отношения их потоков и размеров относительно приведенных в таблице 2, вызывало обычно значительное увеличение величин σ_i . Для сравнения в таблице приведена четвертая модель, состоящая из двух протяженных компонент, центры которых точно совпадают с положением протяженных компонент модели [12] (таблица 1). Как следует из приведенного, даже при соотношении потоков S_1/S_2 и размерах компонент $\Delta\theta$, обеспечивающих минимум σ_i , величина разброса данных относительно расчетных часовых зависимостей $\gamma(T_0)$ для обеих частот (σ_1 и σ_2) в этом случае намного больше, чем для второй и третьей моделей, и только разброс данных относительно расчетной зависимости γ от D/λ здесь оказался несколько меньшим, чем для третьей модели. Для иллюстрации полученных результатов, на рис. 4–6 вместе с экспериментальными данными нанесены для оптимальной двухкомпонентной модели расчетные часовые зависимости $\gamma(T_0)$ для частоты 25 МГц (рис. 4)

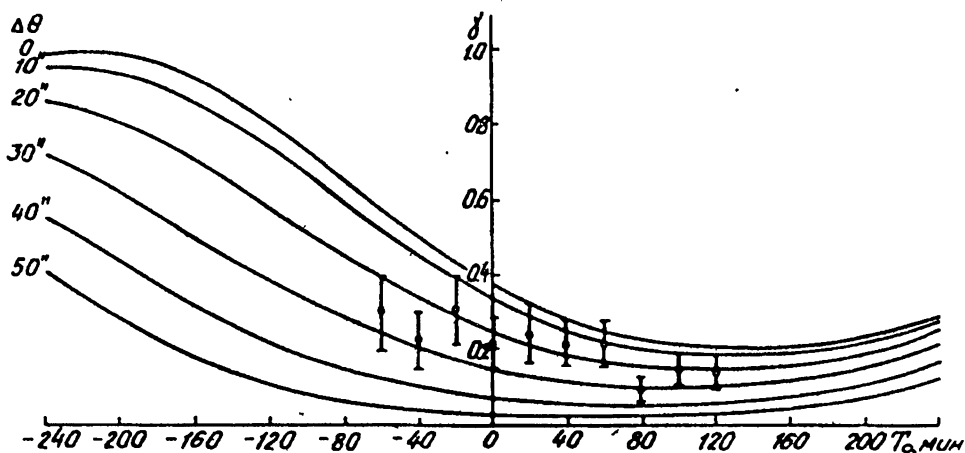


Рис. 4. Зависимость модуля функции видности γ от часового угла T_0 при измерениях на 25 МГц на УРАН-1. Кривые — расчетные зависимости для двухкомпонентной модели (N 3 в таблице 2) при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные — те же, что на рис. 1.

и 20 МГц (рис. 5) и на рис. 6 — зависимости $\gamma(D/\lambda)$ для различных значений $\Delta\theta$ от 0 до 50". Как следует из рис. 4 и 5, результаты измерений модуля функции видности при разных часовых углах на обеих частотах за исключением отдельных отсчетов неплохо согласуются с расчетными зависимостями для выбранной модели квазара. Несколько худшее совпадение наблюдается для зависимости $\gamma(D/\lambda)$, однако следует иметь в виду, что повышенный разброс на рис. 6 может быть связан с различием методик и точности измерений, которые проводились разными авторами, а также вследствие зависимости модели распределения радиояркости от частоты.

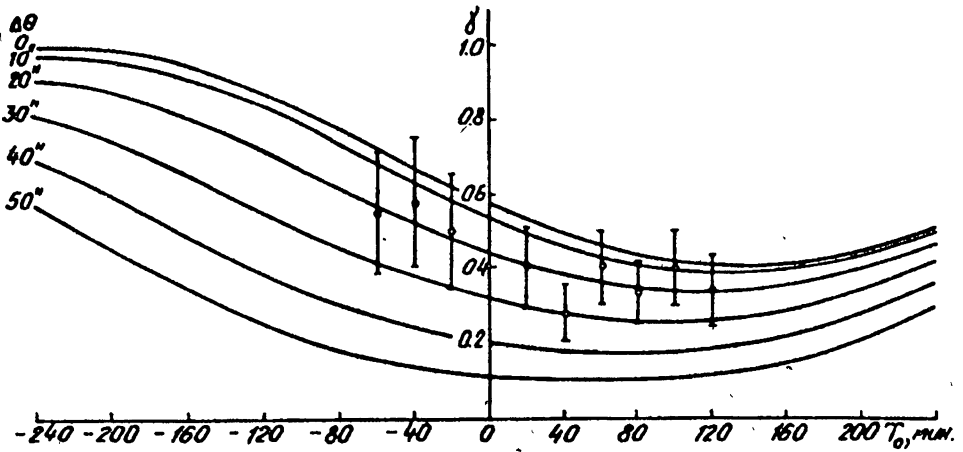


Рис. 5. Зависимость модуля функции видности γ от часового угла T_0 при измерениях на 20 МГц на УРАН-1. Кривые — расчетные зависимости для двухкомпонентной модели (N 3 в таблице 2) при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные — те же, что на рис. 2.

Представляет интерес определить соответствие выбранной для декаметрового диапазона волн модели распределения радиояркости ЗС47 результатам наблюдений статистическим методом, например, с помощью известного χ^2 критерия, условие минимума которого совпадает с минимумом среднеквадратичной оценки [19]. Для зависимостей $\gamma(T_0)$ для третьей модели таблицы 2 величина χ^2 составляет 6,3 для измерений, проведенных на частоте 25 МГц, и 2,7 — для частоты 20 МГц. При 5-ти степенях свободы в первом случае и 4-х — во втором ($n = N - 1 - p$, где n — число степеней свободы, N — общее число сопоставляемых с расчетом данных, p — число определенных моделью параметров, в данном случае 4) эти значения χ^2 превышаются с вероятностью 27,5% и 65% соответственно. Для зависимости $\gamma(D/\lambda)$ $\chi^2 = 16,3$, что при 10 степенях свободы превышает с вероятностью 9,3%. Полученные вероятности превышения значений χ^2 , особенно для зависимостей $\gamma(T_0)$, подтверждают достоверность выбран-

ной модели распределения радиояркости 3С47 на декаметровых волнах.

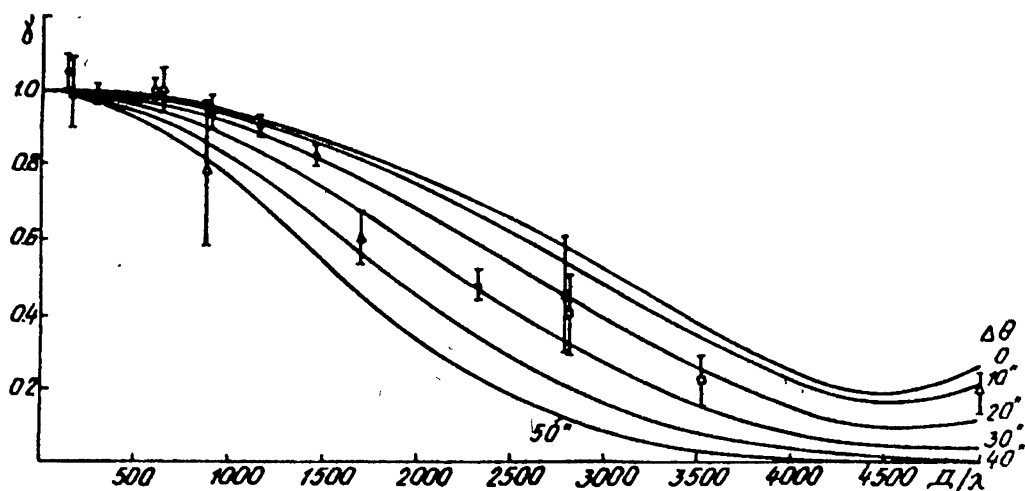


Рис. 6. Зависимость модуля функции видности от размеров баз интерферометров, расположенных вдоль параллели, при измерениях с $T_0 = 0$. Кривые — расчетные зависимости для двухкомпонентной модели (N3 в таблице 2) при различной величине $\Delta\theta$ протяженных компонент. Значки — экспериментальные данные — те же, что на рис. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенного следует, что модель распределения радиояркости 3С47, состоящая из двух компонент с размерами $22''$, разнесенных на $50''$,2 при позиционном угле 27° ,3 и отношении потоков излучения около 1,5, представляется наиболее вероятной в декаметровом диапазоне радиоволн. Возможно это те же протяженные компоненты, только несколько видоизмененные, которые наблюдаются на распределениях радиояркости 3С47, приведенных в [12–14]. Хотя проведенный анализ не исключает возможность слабого (до 12% от общего потока источника) излучения северо-восточной компактной детали пятикомпонентной модели, можно утверждать, что радиоизлучение трех компактных деталей этой модели, обеспечивающих основную часть потока квазара на СВЧ (63% на частоте 5000 МГц [12]), в декаметровом диапазоне оказывается малосущественным. Подобный результат может объясняться различными физическими процессами, например, как отмечалось, эффектом самопоглощения излучения в компактных деталях радиоисточника, приводящим вначале к замедлению роста спектральной плотности излучения при понижении частоты, а затем, после достижения максимума интенсивности излучения на частоте ν_m , — к ее быстрому падению. Угловой размер $\Delta\theta_p$ радиоис-

точника в секундах дуги, в котором происходит реабсорбция, определяется согласно [20]

$$\Delta\theta_p = \frac{\sqrt{S_0} H^{1/4} (1 - e^{-\tau_0})^{-1/2} (1+z)^{1/4} \Phi(\xi)}{\nu_m^{5/4}}, \quad (4)$$

где S_0 — максимальный поток излучения в ясных, ν_m — частота, соответствующая максимуму излучения в МГц, H — величина магнитного поля в источнике в микроэрстедах, τ_0 — оптическая толщина компактной детали, z — красное смещение источника, $\xi = 2\beta + 1$, β — спектральный индекс излучения, $\Phi(\xi)$ — коэффициент, практически равный единице [20]. Для квазара 3С47 ($z = 0,425$, $H \simeq 80$ микроэрстед [10]) значение $\Delta\theta_p''$, соответствующее размерам компактных деталей радиоисточника (от 1'' до 5''), при $30 \text{ МГц} < \nu_m < 100 \text{ МГц}$ и $S_0 \simeq 50 \text{ Ян}$, согласно (4), должно быть при малой оптической толщине $\tau_0 < 0,1$.

Для более точного определения модели распределения радиояркости 3С47 в декаметровом диапазоне радиоволн необходимы картографические или детальные спектральные исследования в метровом диапазоне и радиоинтерферометрические наблюдения в декаметровом диапазоне, проведенные в более широком, чем в данной работе, интервале часовых углов. Для окончательного решения вопроса о наличии слабой компактной компоненты в модели распределения радиояркости 3С47 в этом диапазоне необходимы радиоинтерферометрические измерения с большими базами $D/\lambda = 10000 \div 12000$, на которых будут полностью разрешены протяженные компоненты и практически неразрешена компактная деталь.

Завершение исследований, описанных в этой работе, стало возможно благодаря гранту А-01-053 Европейской Южной обсерватории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мень А. В., Брауде С. Я., Рашковский С. Л., Шарыкин Н. К., Шепелев В. А., Инютин Г. А., Галанин В. В., Литвиненко О. А., Подгорный Г. С., Христенко А. Д. // Изв. вузов. Радиофизика, 1990. Т. 33. N 5. С. 534–545.
2. Мень А. В., Брауде С. Я., Рашковский С. Л., Шарыкин Н. К., Шепелев В. А., Инютин Г. А., Галанин В. В., Литвиненко О. А., // Изв. вузов. Радиофизика, 1990. Т. 33. N 5. С. 523–533.
3. Бобейко А. Л., Бовкун В. П., Брауде С. Я., Мень А. В., Сергиенко Ю. Ю. В кн: Антенны / Под ред. А. А. Пистолькорса. — М.: Связь, 1978. Вып. 26. С. 121–134.
4. Maltby P. // Astrophys. J. Supp. Ser., 1962. V. 7. N 67. P. 124–140.
5. Fomalont E. B. // Publ. Owens Valley Radio Observatory, 1967. V. 1. N 3. P. 1–71.

6. Bash F.N. // *Astroph. J.*, 1968. V. 152. N. 2. P. 375–390.
7. Bash F.N. // *Astr. J. Supp. Ser.*, 1968. V. 16. P. 373–404.
8. Wilkinson P.N., Rochards P.J., Bowden T.N. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1974. V. 168. P. 515–531.
9. Bedford N.H., Kerr A.J., Mathur S.H., Morison I., Spencer R.E., Standard D. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1981. V. 195. P. 245–259.
10. Macdonald G.N., Kenderdine S., Neville Ann. G. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1968. V. 138. P. 259–311.
11. Branson N.J.B.A., Elsmore B., Pooley G.G., Ryle M. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1972. V. 156. P. 377–397.
12. Pooley G.G., Henbest S.N. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1974. V. 169. P. 477–526.
13. Burch S.F. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1979. V. 186. P. 293–296.
14. Burch S.F. // *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 1979. V. 186. P. 519–553.
15. Burns J.O., Basart J.P., De Young D.S., Ghiglia D.C. // *Astr. J.*, 1984. V. 283. N 2(1). P. 515–528.
16. Мень А.В., Содин Л.Г., Шарыкин Н.К., Брук Ю.М., Мельяновский П.А., Инютин Г.А., Гончаров Н.Ю. В кн: *Антенны / Под ред. А.А. Пистолькорса*. — М.: Связь, 1978. Вып. 26. С. 15–57.
17. Бовкун В.П., Мень А.В. // *Изв. вузов. Радиофизика*, 1983. Т. 26. N 11. С. 1357–1370.
18. Володин Ю.В., Губанов А.Г., Дагкесаманский Р.Д. — М.: ФИАН, 1985. Препринт N 184.
19. Химмельблау Д. *Анализ-процессов статистическими методами*. — М.: Мир, 1973.
20. Каплан С.А., Пикельнер С.Б. *Физика межзвездной среды*. — М.: Наука, 1979.

Радиоастрономический институт
АН Украины

Поступила в редакцию
20 января 1994 г.

OBSERVATION OF THE QUASAR 3C47 WITH THE INTERFEROMETER URAN AT THE DEKAMETRIC WAVELENGTHS

*A. V. Men', S. Ya. Braude, S. L. Rashkovsky, N. K. Sharykin, V. A. Shepelev,
G. A. Inyutin, A. D. Khristenko, G. S. Podgorny*

Preliminary results of the measurements with URAN-1 interferometer of the angular structure of the quasar 3C47 at 20 and 25 MHz are presented. The most probable model of the brightness distribution has been determined for the source. It consists of two extended components with angular diameters of about 22 arcsec separated by about 50 arcsec.

НОВАЯ ШКАЛА РАССТОЯНИЙ ДО ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

О. И. Шарова

Предлагается новая шкала расстояний до планетарных туманностей, свободная от обычных априорных предположений о характере эволюции туманностей и возбуждающих звезд. Шкала основана на обнаруженной ранее регрессионной зависимости между температурой и радиусом центральной звезды. Исходными данными для определения расстояния служат плотность радиопотока туманности и звездная величина ядра или один из этих параметров и температура центральной звезды. Для 75 планетарных туманностей вычислены расстояния, получены линейные размеры и концентрации атомов водорода. Ионизационные массы туманностей занимают интервал от $10^{-3} M_{\odot}$ до $1,419 M_{\odot}$.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема расстояний является ключевой при решении вопросов происхождения и эволюции планетарных туманностей. Существует несколько астрофизических методов определения расстояний до планетарных туманностей, каждый из которых применим лишь к ограниченному числу объектов. Благодаря им в настоящее время более или менее точно известны расстояния до 81 планетарной туманности, их список приведен в работе Ф. Саббадина [1]. Для большинства туманностей определение расстояний возможно только статистическими методами, основанными на предположении, что какой-либо параметр принимает одинаковое значение у всех объектов.

Наибольшее распространение получил метод И. С. Шкловского, где таким параметром служит ионизованная масса туманности. На его основе построено более десятка шкал расстояний, различающихся принятыми значениями массы. Неоднократно предпринимались попытки уточнить расстояния, используя эмпирические зависимости между массой и радиусом туманности. В [2] шкала расстояний основана на линейной зависимости между ними. В дальнейшем было показано [3], что для оптически толстых туманностей соотношение масса — радиус должно быть степенной функцией, и построена шкала в предположении, что полная масса туманности и поток излучения возбуждающей звезды в лаймановском континууме одинаковы для всех туманностей. Такой подход заранее предопределяет эволюцию туманностей и центральных звезд.

Для интерпретации экспериментальных данных как эволюционных изменений в туманностях и звездах необходим независимый способ определения расстояний. Настоящая работа посвящена решению этой проблемы, предлагается шкала расстояний, свободная от априорных ограничений на физические параметры планетарных туманностей и центральных звезд.

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ТЕМПЕРАТУРОЙ И РАДИУСОМ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЗВЕЗДЫ

В нашей работе [4] был предложен, а в [5] развит метод определения температуры и углового радиуса центральной звезды с привлечением радиопотока туманности. Он позволяет учитывать наличие в туманности гелия и пыли, влияющих на оценку параметров звезды. Этим методом рассчитаны температуры и линейные радиусы 71 центральной звезды для планетарных туманностей из списка Ф. Саббадина [1]. При расчете параметров звезд использованы данные о содержании в туманностях гелия и пыли, полученные в оптическом и инфракрасном диапазонах. Обнаружена закономерность: более горячие звезды имеют, как правило, меньшие размеры. В результате регрессионного анализа установлена зависимость между температурой и радиусом центральной звезды в виде степенной функции:

$$R_* = \beta \cdot T_*^{-\alpha}, \quad (1)$$

где R_* — радиус [R_\odot]; T_* — температура звезды [К];

$$\beta = 7,097 \cdot 10^8; \quad \alpha = 2,0.$$

Корреляционное соотношение имеет достаточно высокое значение (0,89), чтобы утверждать, что величина радиуса звезды определяется, главным образом, ее температурой, а влияние других факторов (таких как плотность, химический состав звезды и т.п.) менее значимо. Вычисленные параметры центральных звезд и регрессионная зависимость представлены на рис. 1. Доверительный интервал кривой регрессии с вероятностью 95% показан штриховыми линиями. Вероятность того, что радиусы звезд, предсказанные на основе (1), отличаются от действительных значений не более, чем в 2 раза, равна 90%. Доверительный интервал радиусов показан на рис. 1 пунктирными линиями. Пылевая составляющая планетарных туманностей в настоящее время недостаточно хорошо изучена, но она практически не влияет на значения α и β в (1), тогда как учет гелия приводит к увеличению показателя степени α по сравнению с чисто водородной моделью.

Вследствие (1) светимости центральных звезд $L/L_\odot = 9,023R_*^2T_*^4$ не зависят от температуры и радиуса. Это соответствует стадии эволюции звезд без изменения светимости, когда уменьшение радиуса при сжатии звезды компенсируется увеличением ее температуры, и качественно

согласуется с теоретическими эволюционными треками Пачиньского [6] и Шонбернера [7,8]. Доверительный интервал светимостей центральных звезд при вероятности 90% составляет: $100 < L/L_{\odot} < 2000$.

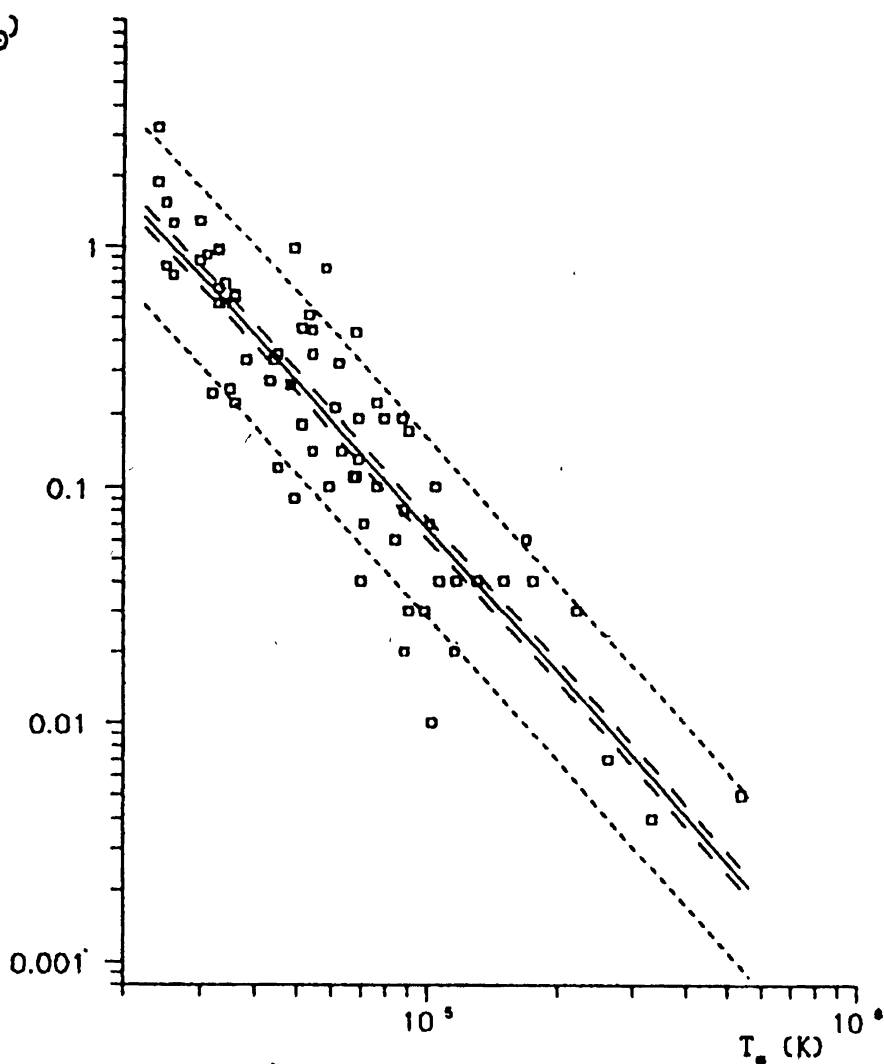


Рис. 1. Регрессионная зависимость между температурой и радиусом центральной звезды.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ НА ОСНОВЕ РЕГРЕССИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ

Соотношение (1) позволяет построить новую шкалу расстояний, в которой роль реперов играют упомянутые планетарные туманности из [5].

Зная плотность радиопотока туманности, звездную величину ядра и химический состав туманности, можно рассчитать температуру и угловой радиус центральной звезды, а на основе (1) — найти ее линейный радиус. Отношение линейного радиуса к угловому дает расстояние до туманности:

$$D = \beta \cdot 10^{-4\alpha + 0,2(m_0 + c_1)} \cdot t_*^{-\alpha} \cdot \left(\exp \frac{c_2}{t_*} - 1 \right)^{-0,5}, \quad (2)$$

где D — расстояние в пс; m_0 — звездная величина ядра, из которой вычтено межзвездное поглощение; c_1 и c_2 — постоянные, зависящие от выбора системы звездных величин [5]; $t_* = 10^{-4} \cdot T_*$.

Используя рассчитанные в [5] температуры центральных звезд, получим оценки расстояний до реперных туманностей и сравним их с индивидуальными астрофизическими расстояниями из [1]. На рис. 2 приведены отношения расстояний D/D_A в зависимости от радиуса туманности $R_N = 4,848 \cdot 10^{-6} \cdot \theta \cdot D_A$, где D — оценка расстояния по формуле (2) в пс, D_A — расстояние из [1] в пс, θ — угловой радиус туманности в сек. дуги. В основе нашего метода расчета параметров центральной звезды лежит предположение, что радиоизлучающая область совпадает с зоной НП, это справедливо, строго говоря, только для оптически толстых туманностей. В случае оптически тонких туманностей можно было ожидать заниженной оценки температуры и, следовательно, завышенного расстояния. Тогда должна существовать корреляция между отношением расстояний D/D_A и радиусом туманности R_N . Однако рис. 2 демонстрирует ее отсутствие. Для 7 туманностей расчет дает расстояния, отличающиеся от астрофизических в три и более раз, причем в половине случаев D меньше, чем D_A . Наибольшее различие в оценках расстояний получено для NGC 7293, где расчетное значение D превышает D_A в 6 раз, для NGC 6369, напротив, вычисленное расстояние меньше астрофизического в 4,5 раза. Обе эти туманности имеют не самые большие радиусы: 0,160 пс у NGC 7293 и 0,125 пс у NGC 6369, тогда как линейные радиусы реперных туманностей занимают интервал от 0,007 пс до 0,571 пс [5].

В целом новая шкала хорошо воспроизводит астрофизические расстояния и характеризуется средним значением

$$\left\langle \lg \frac{D}{D_A} \right\rangle = 0,000 \pm 0,055.$$

Следует заметить, что проведенный в [1] анализ различных известных шкал расстояний, основанных на предположении о постоянной ионизованной массе или ее эволюционных изменениях с ростом радиуса, дает средние значения $\left\langle \lg \frac{D}{D_A} \right\rangle$ в пределах от $-0,17$ до $-0,05$. Эти шкалы несколько хуже согласованы с астрофизическими расстояниями, в среднем занижают оценку расстояний. Новая шкала должна давать более точные значения расстояний и применима к планетарным туманностям любых

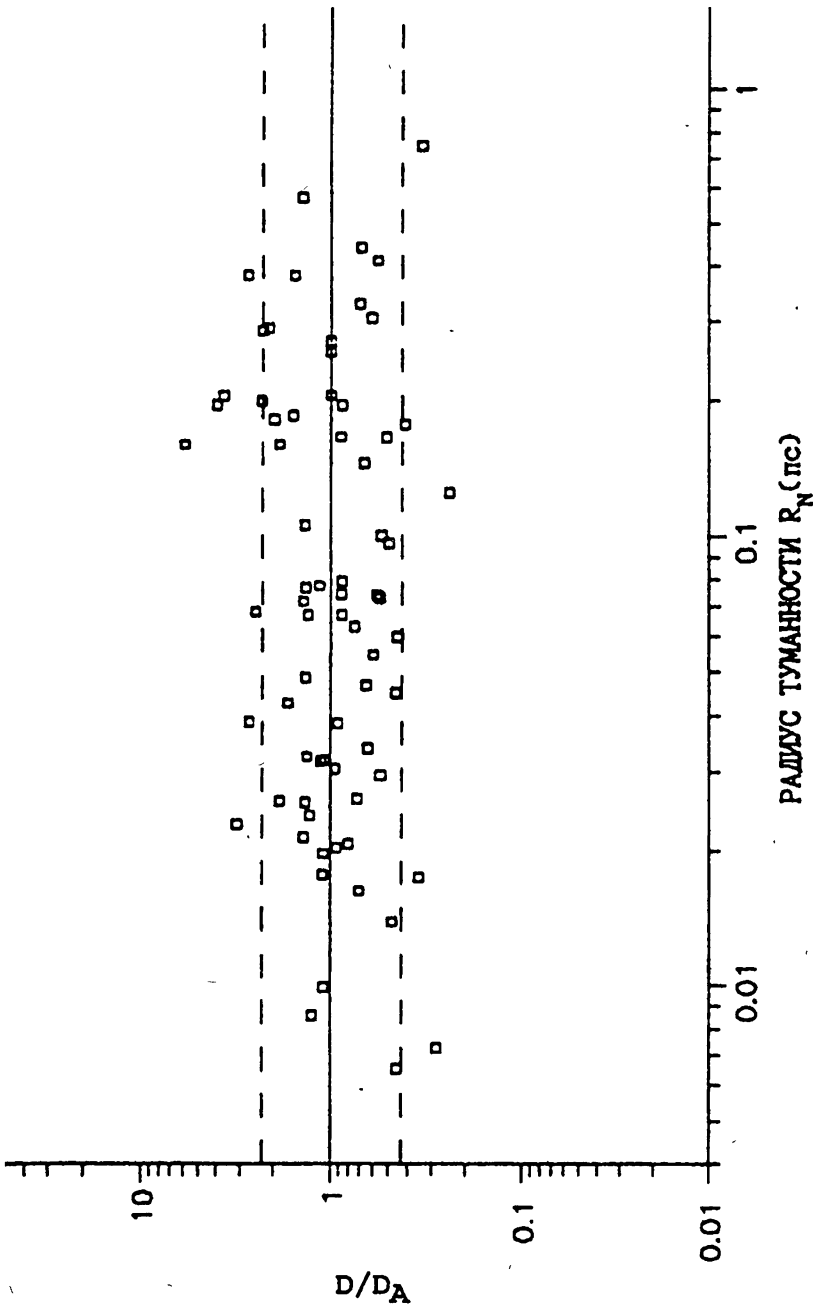


Рис. 2 Оценки расстояний до реликтовых туманностей D на основе регрессионной зависимости в сравнении с их астрофизическими значениями D_A из [1].

линейных размеров, по крайней мере, в интервале размеров реперных туманностей. На рис. 2 приведены границы области, в которой с вероятностью 90% лежат расстояния до туманностей. Предсказанные основе (1) значения расстояний могут отличаться от действительных не более чем в 2 раза.

На основе радиопотока туманности и звездной величины ядра рассчитаны температуры центральных звезд и расстояния до 48 планетарных туманностей. Исходные данные и результаты расчета приведены в табл. 1. В первом столбце дано наиболее известное название туманности, во втором — звездная величина ядра, исправленная за межзвездное поглощение света: $m_0 = B - A_B$ или $m_0 = V - A_V$, где B и V — видимые звездные величины, $A_B = 2,76 \cdot c$ или $A_B = 4,098 \cdot E_{B-V}$; $A_V = 2,16 \cdot c$ или $A_V = 3,18 \cdot E_{B-V}$, c — коэффициент межзвездной экстинкции; E_{B-V} — избыток цвета. Видимые звездные величины B и V , а также данные о межзвездном поглощении c и E_{B-V} взяты из работ [9–12] и монографии С. Потташа [13], для туманностей Sh 2–266 и VV 1–4 использованы звездные величины из каталога Перека и Когоутека [14]. В третьем столбце — плотность радиопотока туманности в области оптической прозрачности, использованы данные на частоте 5 ГГц и выше из [15,16]. В четвертом столбце — относительное содержание гелия в туманности $\xi = N_{He}/N_H$ [12,16], где N_{He} и N_H — концентрации атомов гелия и водорода; если данные отсутствуют, принималось значение $\xi = 0,1$. В пятом столбце — оптическая толщина пыли в туманности для лаймановского континуума, рассчитанная аналогично [5] по ИК — данным из [17,18], при их отсутствии принималось значение $\tau_d = 0$. В шестом и седьмом столбцах приведены вычисленные значения соответственно температуры центральной звезды и расстояния до туманности. Туманности, для которых фотометрические данные определены менее уверенно, чем для остальных, отмечены знаком "x" перед названием.

График, изображенный на рис. 3, позволяет находить расстояния до планетарных туманностей без предварительного вычисления температур и угловых радиусов центральных звезд. По оси абсцисс отложены значения параметра P , состоящего из наблюдаемых величин:

$$P = P_0 \cdot \psi^{-1}, \text{ где } P_0 = 10^{0,4 \cdot m_0} \cdot W_0,$$

$$W_0 = S_\nu \left(17,7 + \ln \frac{t_e^{1,5}}{\nu} \right)^{-1}, \quad \psi = \frac{\tau_d^3}{3} \cdot \left[\exp \tau_d \cdot (\tau_d^2 - 2\tau_d + 2) - 2 \right]^{-1},$$

S_ν — плотность радиопотока туманности на частоте ν (МГц) выше критической [Ян]; τ_d — оптическая толщина пыли в лаймановском континууме; $t_e = 10^{-4} \cdot T_e$, T_e — электронная температура туманности [К]. По оси ординат отложены значения величины $W \cdot D^2$, где $W = W_0 \cdot \psi^{-1}$.

Т а б л и ц а 1

Оценка расстояний на основе радиопотока туманности
и температуры центральной звезды

Туманность	Исходные данные				T_* [10^4 K]	D [пс]
	m_0	$S_{\text{БГГП}}$ [Ян]	ξ	τ_d		
NGC 2371-2	14,2	0,087	0,151	0,02	4,9	2400
2610	15,2	0,035	0,11		5,1	3600
3132	9,4	0,228	0,146	0,37	2,4	600
6058	13,4	0,01	0,114		2,5	4000
6210	12,2	0,26	0,167	0,12	3,7	1500
6309	14,6	0,151	0,124	0,15	6,9	2000
* 6537	15,4	0,64	0,1		26,3	400
6543	10,5	0,85	0,111	0,47	3,9	700
6807	13,6	0,06	0,151		4,0	2600
6826	10,7	0,385	0,1	0,12	3,2	800
6833	11,4	0,15	0,15		3,0	1300
6842	12,1	0,12	0,1		3,4	1600
6881	11,9	0,18	0,151		3,7	1300
6891	11,3	0,105	0,115	0,11	2,7	1500
6905	14,4	0,052	0,101	0,01	4,4	3300
* IC 289	11,9	0,6	0,1		4,6	1000
351	14,6	0,033	0,123		4,2	3600
2003	15,1	0,043	0,148		4,7	4100
2149	10,5	0,280	0,1		2,8	1000
2448	13,3	0,073	0,119	0,07	3,6	2500
3568	12,0	0,095	0,145		2,8	1800
4593	10,6	0,098	0,125		2,4	1100
4634	12,7	0,14	0,101	0,13	3,9	1600
4637	9,8	0,401	0,1		2,6	700
4663	12,4	0,045	0,1		2,9	2200
4673	13,3	0,036	0,1		3,3	2900
* 4732	15,2	0,049	0,175		4,9	4100
4776	12,3	0,071	0,1	0,09	3,0	2100
4846	14,4	0,047	0,125		4,4	3000
4997	11,8	0,127	0,13		2,9	1600
J 320	13,5	0,031	0,169	0,07	3,0	3600

Продолжение табл. 1

Туманность			Исходные данные				T* [10 ⁴ K]	D [пс]
			m ₀	S _{БГГЧ} [Ян]	ξ	τ _d		
Me	2- 1	16,7	0,038	0,102	0,02	9,1	3600	
	2- 2	14,8	0,04			0,163	4,2	4200
Vy	1- 1	11,4	0,028	0,114		2,3	1900	
	2- 2	11,8	0,220	0,13		3,3	1400	
Ba	1	15,0	0,013	0,1		3,8	5300	
Cn	3- 1	11,8	0,055	0,1		2,6	1700	
Sh	2- 71	10,6	0,083	0,1		2,4	1200	
	2-266	11,5	0,159	0,1		3,2	1300	
VV	1- 4	14,0	0,354	0,1		7,8	1100	
Hb	12	12,5	0,300	0,104		4,3	1400	
PB	8	12,9	0,027	0,1		2,7	3000	
He	2-138	9,6	0,076	0,1		2,1	900	
	2-142	12,4	0,065	0,1		2,9	2100	
M	1- 25	12,0	0,180	0,1		3,6	1400	
	3- 21	13,6	0,030	0,1		3,4	3200	
Hu	2- 1	12,1	0,106	0,102		3,1	1800	

Величина $W \cdot D^2$ пропорциональна спектральной мощности радиоизлучения туманности $S_\nu \cdot D^2$, но не зависит от частоты и учитывает уменьшение наблюдаемого радиопотока из-за поглощения пылью части ионизирующего излучения центральной звезды. Зависимость спектральной мощности радиоизлучения от параметра P приведена для различных значений относительного содержания гелия ξ . Расчет выполнен для системы звездных величин $B(4400 \text{ \AA})$ и $T_e = 10^4 \text{ K}$. Относительное содержание гелия практически не сказывается на оценке расстояния, пока параметр P меньше 10^3 ; увеличение ξ с 0,1 до 0,2 увеличивает расстояние не более чем на (5 ÷ 6)%, даже чисто водородная модель туманности дает расстояние лишь на 12% меньше, чем модель с 20% гелия. В области высоких значений параметра $P > 10^4$ оценка расстояния сильно зависит от относительного содержания гелия. Так, например, при $P = 4 \cdot 10^4$ расстояния до туманностей с 10% и 20% гелия различаются на 30%, если остальные исходные данные у них одинаковы; в чисто водородной модели расстояние почти в 2 раза меньше, чем в модели с 10% гелия.

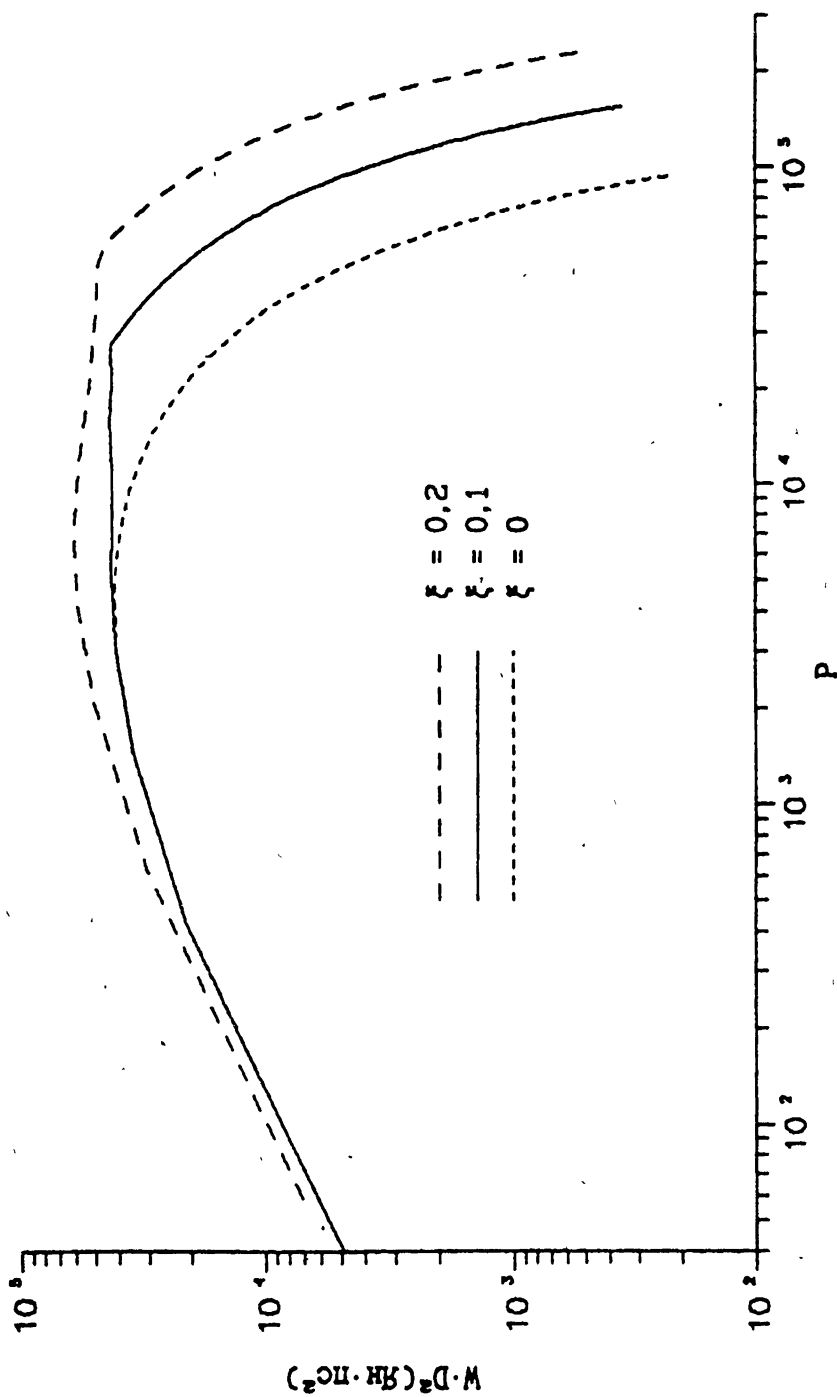


Рис. 3 Спектральная мощность радиоизлучения туманности как функция наблюдаемых величин, составляющих параметр P .

Наличие пыли в туманности отражается увеличением параметра P , что приводит к более высокой температуре центральной звезды и меньшему значению расстояния, причем этот эффект сильнее проявляется для больших значений P_0 . Различие в оценках расстояний D_0 и D_d , полученных соответственно без учета и с учетом пыли, показано на рис. 4 в зависимости от оптической толщины пыли τ_d и величины P_0 . Пока $\tau_d \leq 0,2$, учет пыли уменьшает оценку расстояния не более чем на 30% по сравнению с чисто водородной моделью.

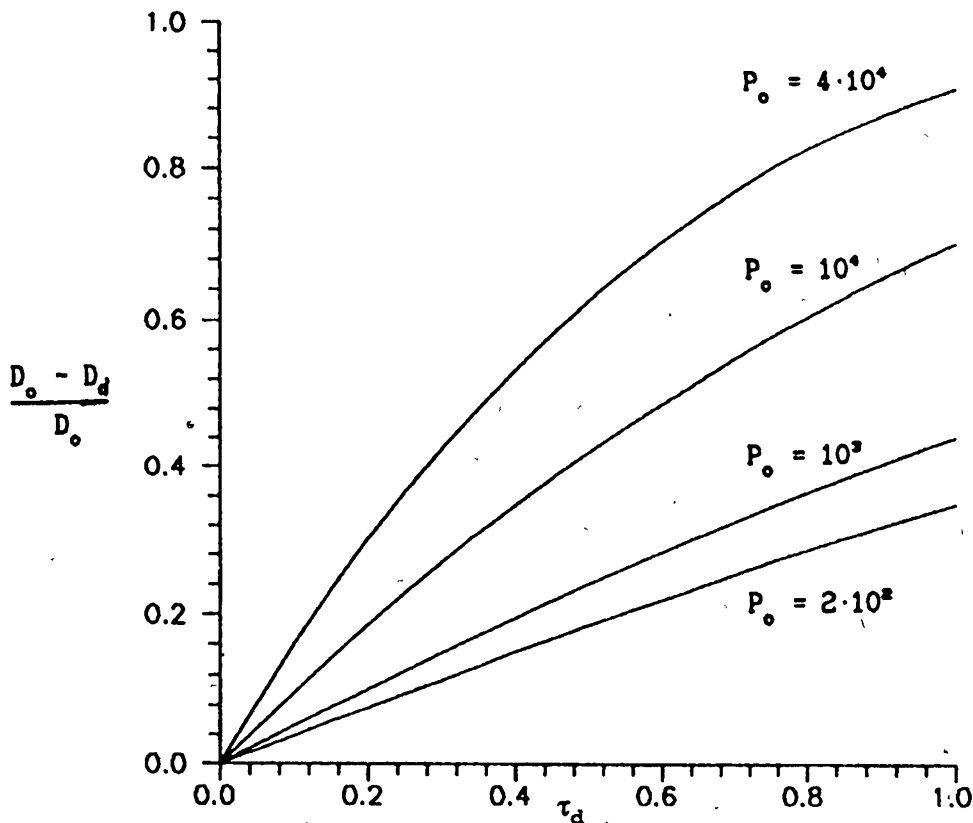


Рис. 4. Уменьшение оценки расстояния до планетарной туманности при учете пылевой составляющей.

Расстояние можно определить и в том случае, когда неизвестны радиопоток туманности или звездная величина ядра, но известна температура центральной звезды. Спектральная светимость центральной звезды является функцией температуры, это отражено в формуле (2), позволяющей найти расстояние по известной температуре и звездной величине ядра. В табл. 2 приведены результаты расчета расстояний на основе температур, найденных по ультрафиолетовым спектрам излучения звезд в [19,20]. Для

определения расстояний в этом случае могут быть также использованы значения температур, полученные методом энергетического баланса, который менее других чувствителен к оптической толщине туманности за лаймановским пределом. Здесь оценка расстояния не зависит от содержания гелия, и на нее не влияет оптическая толщина туманности.

Т а б л и ц а 2
Оценка расстояний до планетарных туманностей
по температуре и звездной величине ядра

Туманность		Исходные данные		Расстояние [пс]
		T_* [10^4 K]	m_0	
A	31	7,5	15,2	2500
	33	7,5	14,3	1600
	43	14,0	13,6	500
	78	14,0	13,0	400
K	1-16	37,0	14,6	200
	1-27	22,0	16,7	900

Благодаря зависимости между радиусом и температурой (1), спектральную мощность радиоизлучения туманности в области оптической прозрачности также можно представить в виде функции температуры центральной звезды. Она изображена на рис. 5 для различных значений относительного содержания гелия ξ . Спектральная мощность радиоизлучения изменяется в широких пределах, а не остается постоянной для всех оптически толстых за лаймановским пределом туманностей, как утверждалось в [3], где на этом основана шкала расстояний.

Если известна температура центральной звезды и радиопоток туманности, то, используя зависимость спектральной мощности радиоизлучения от температуры звезды, можно найти расстояние до туманности. В этом случае отпадает необходимость в данных о звездной величине ядра и межзвездном поглощении, с которыми часто возникают затруднения. Влияние гелия и пыли на оценку расстояния в этом случае слабее, чем при использовании звездной величины ядра. Увеличение расстояния при учете гелия существенно в области высоких температур $T_* > 10^5$ K, где оценки расстояний D_ξ и D_0 , полученные с учетом и без учета гелия,

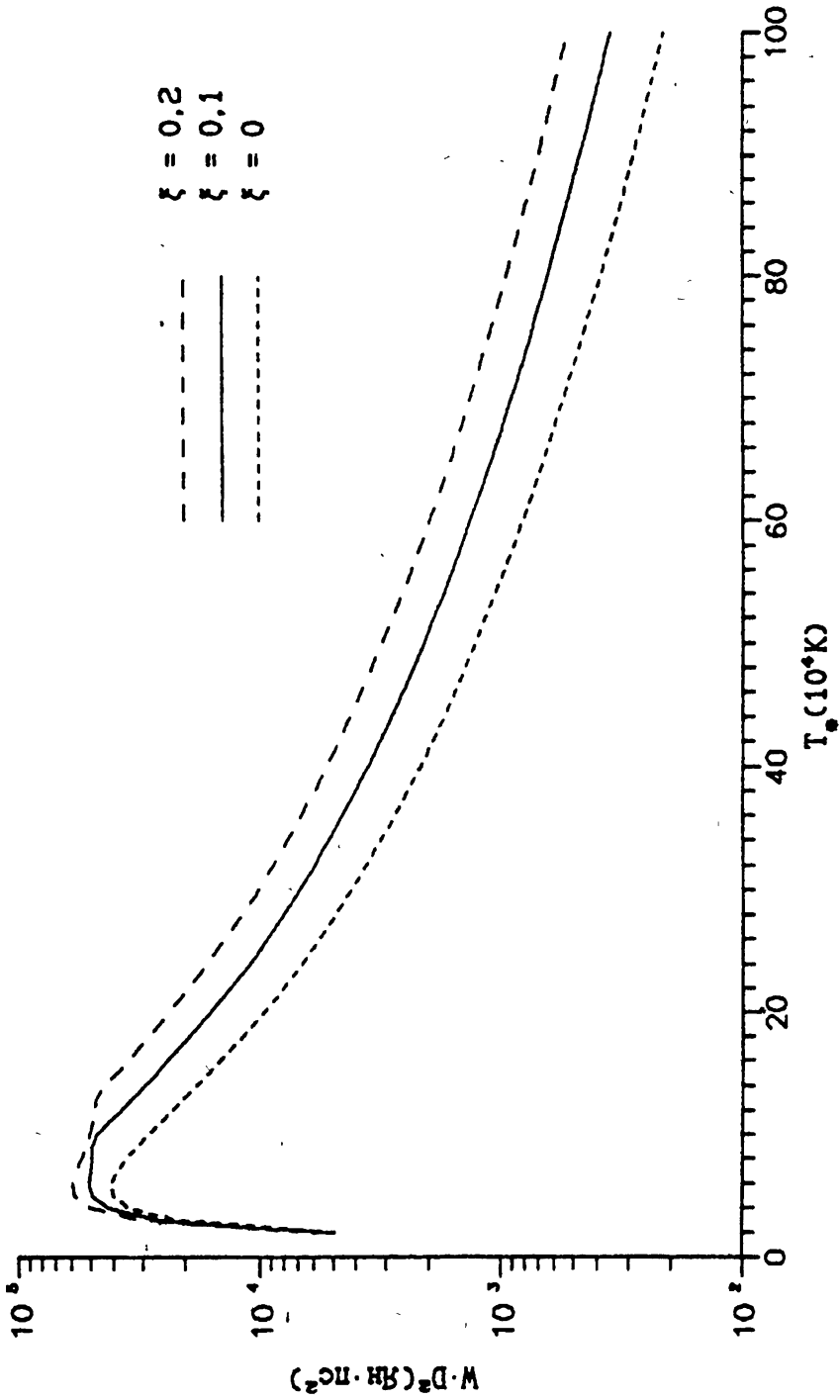


Рис. 5 Спектральная мощность радионизлучения туманности как функция температуры центральной звезды.

связаны формулой:

$$D_{\xi} = D_0 \left\{ 1 + 2\xi + 4\xi(1 + 2\xi) \left[1 - \frac{\ln 2}{17,7 + \ln\left(\frac{t_e^{1,5}}{\nu}\right)} \right] \right\}^{0,5}$$

При прочих равных условиях расстояние до туманности с $\xi = 0,1$ на 28% больше, чем до чисто водородной, а при изменении относительного содержания гелия с 10% до 20% расстояние возрастет на 22%. Расстояние до туманности с пылью меньше расстояния, вычисленного без учета пыли, в $\psi^{-0,5}$ раз. В табл. 3 представлены результаты расчета расстояний на основе известной температуры центральной звезды, полученной методом энергетического баланса в [16], и радиопотока туманности на частоте 5 ГГц из [10]. Для всех туманностей приняты значения $\xi = 0,1$ и $\tau_d = 0$.

Если туманность является оптически тонкой в лаймановском континууме, то наблюдаемый радиопоток меньше, чем тот, который определяется температурой центральной звезды, поэтому оценка расстояния может быть завышенной.

ДИАПАЗОН МАСС ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

Масса — один из важнейших параметров планетарной туманности: она дает представление о массе звезды, из которой образовалась туманность. Нижней оценкой этой величины является ионизованная масса, совпадающая с полной в случае оптически тонкой за лаймановским пределом туманности. Оценим массу зоны НП, окружающей звезду с температурой T_* и радиусом R_* . Радиус зоны ионизации водорода в отсутствие пыли определяется формулой [5]:

$$R_0 = \left(\frac{1,904 \cdot t_*^3 \cdot R_*^2 \cdot T_e^{0,5} \eta \cdot G_0^2}{N_H^2 \cdot G_1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad [\text{пс}], \quad (3)$$

где $\eta = g \cdot \exp g \cdot E_1(g)$, $g = \frac{15,78}{t_e}$, $t_e = 10^{-4} \cdot T_e$, E_1 — показательная интегральная функция, N_H — концентрация атомов водорода в туманности в см^{-3} ;

$$G_0 = \int_{\frac{15,78}{t_*}}^{\infty} \frac{dy}{y \cdot (\exp y - 1)}, \quad G_1 = \int_{\frac{15,78}{t_*}}^{\infty} \frac{dy}{y^4 \cdot (\exp y - 1)}$$

Максимальная масса водорода, которую может ионизировать звезда, равна:

$$M_H = 0,1035 \cdot N_H \cdot R_0^3 \quad [M_{\odot}]. \quad (4)$$

Т а б л и ц а 3

Оценка расстояний на основе радиопотока туманности
и температуры центральной звезды

Туманность	Исходные данные		Расстояние [пс]
	T_* [10^4 К]	$S_{\text{БГГч}}$ [Ян]	
NGC 5873	7,76	0,048	3100
6302	10,21	3,488	300
IC 1295	6,98	0,049	3100
4642	6,57	0,311	3000
He 2- 12	7,01	0,105	2400
2- 35	5,53	0,020	4800
2- 47	2,88	0,16	1200
2-108	5,91	0,032	3800
2-111	19,69	0,073	1400
2-112	13,40	0,082	1900
2-115	4,35	0,156	1900
2-377	2,66	0,135	1100
2-436	9,05	0,023	4500
Нб 4	8,54	0,180	1600
ТС 1	3,41	0,801	600
М 1- 11	2,13	0,102	800
1- 40	11,63	0,250	1200
1- 46	3,49	0,095	1800
Mz 2	14,24	0,075	1900
3	5,00	0,649	800
Рс 11	10,36	0,028	3900

Принимая во внимание соотношение радиус—температура (1), ионизованную массу можно представить функцией температуры центральной звезды. На рис. 6 изображена зависимость произведения ионизованной массы на концентрацию атомов водорода от температуры центральной звезды при различных значениях электронной температуры туманности. Чем выше электронная температура, тем больше ионизованная масса. Функция имеет максимум при $T_* = 56000$ К, который соответствует массе водорода $M_H = 1,1M_\odot$, если $T_e = 10^4$ К и $N_H = 100 \text{ см}^{-3}$. С учетом гелия масса области НШ равна $M_N = (1 + 2\xi)M_H$.

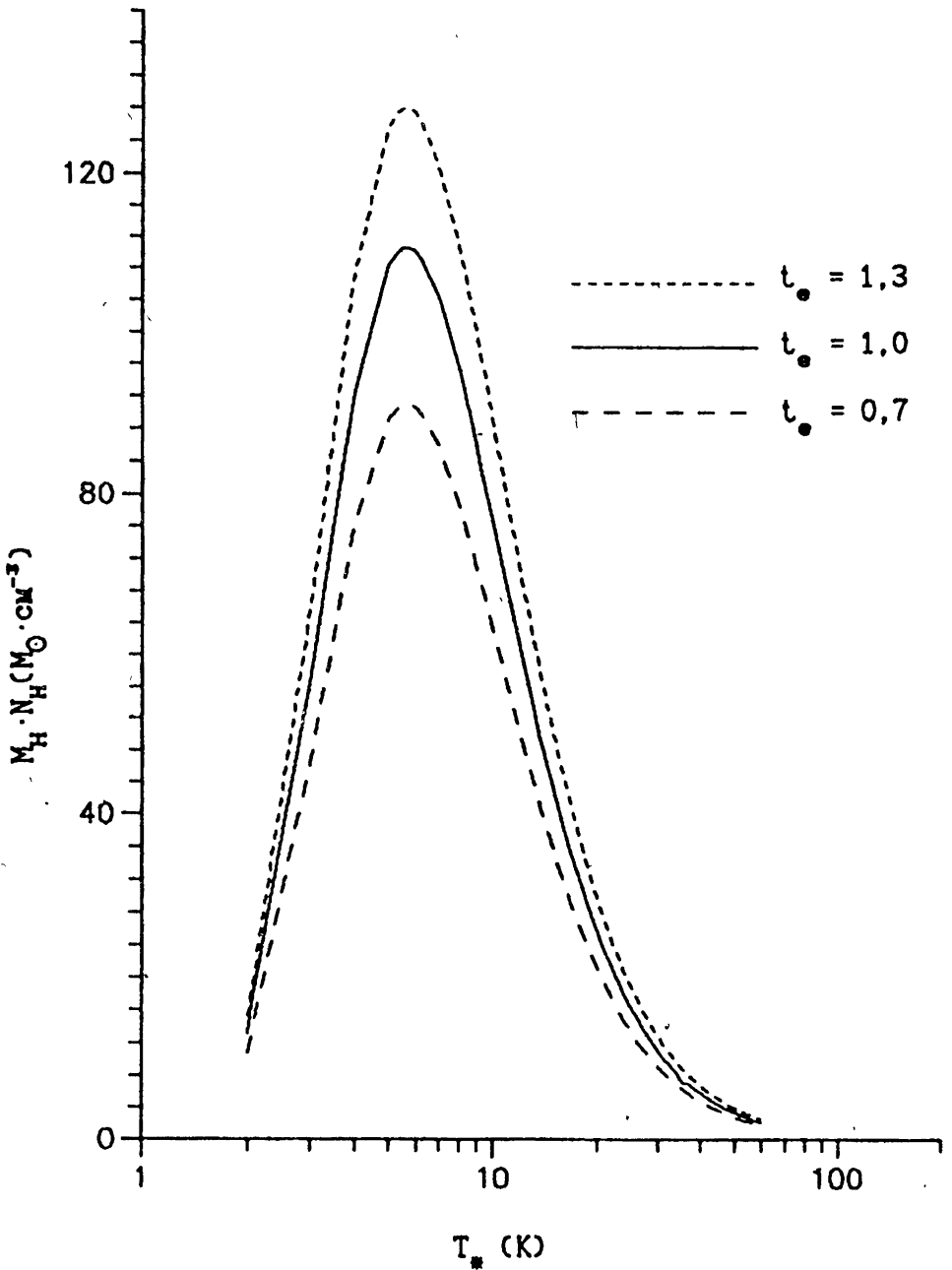


Рис. 6. Зависимость ионизованной массы водорода в туманности от температуры центральной звезды.

Общепринято, что после образования планетарной туманности центральная звезда проходит стадию сжатия с увеличением температуры. В связи с этим зависимость на рис. 5 можно интерпретировать как эволюционные изменения параметра $M_H \cdot N_H$, который вначале растет с ростом температуры возбуждающей звезды, а затем убывает из-за уменьшения ее радиуса. Масса оптически тонкой туманности может быть меньше M_H , а для оптически толстой это — нижняя оценка массы.

Оценим концентрации атомов водорода в туманностях на основе вычисленных расстояний. Для этого есть две возможности. Во-первых, как сделано в [5], можно использовать формулу (3), считая, что радиус зоны НП совпадает с радиусом туманности R_N . Во-вторых, для туманности с известным радиопотоком концентрация атомов водорода равна:

$$N_H = 5,301 \cdot 10^{-2} \cdot D \cdot \left(\frac{S_\nu}{R_N^3} \right)^{0,5} \quad [\text{см}^{-3}],$$

где S_ν — плотность радиопотока на частоте ν в области оптической прозрачности в Ян, R_N , D — радиус туманности и расстояние в пс. Для электронной температуры здесь принято значение $T_e = 10^4$ К. В обоих случаях получим усредненные по туманности значения N_H , которые зависят от расстояния как $D^{-0,5}$. В табл. 4 приведены угловые и линейные радиусы, концентрации атомов водорода и массы туманностей с учетом гелия, рассчитанные на основе определенных нами расстояний.

Т а б л и ц а 4

Параметры планетарных туманностей

Туманность	θ ["]	Радиус [пс]	N_H [см ⁻³]	M_H [M_\odot]
NGC 2371-2	27,0	0,309	0,19	0,912
2610	19,5	0,344	0,16	0,973
3132	28,0	0,088	0,57	0,063
5873	2,7	0,041	3,76	0,036
6058	11,0	0,231	0,22	0,216
6210	8,5	0,062	2,64	0,065
6302	22,3	0,032	5,08	0,021
6309	6,9	0,067	2,38	0,074
6537	3,7	0,007	22,86	0,001
6543	10,0	0,034	5,47	0,022
6807	1,0	0,013	20,55	0,007
6826	12,7	0,050	2,17	0,039
6833	5,0	0,032	4,10	0,023

Продолжение табл. 4

Туманность	θ ["]	Радиус [пс]	N_H [см ⁻³]	M_H [M_\odot]	
NGC	6842	27,5	0,211	0,27	0,369
	6881	2,	0,013	20,7	0,004
	6891	6,3	0,046	2,63	0,026
IC	6905	23,5	0,376	0,17	0,952
	289	22,5	0,109	1,14	0,153
	351	3,5	0,061	2,05	0,070
	1295	40,5	0,609	0,07	2,185
	2003	3,3	0,066	2,68	0,078
	2149	4,75	0,023	8,03	0,010
	2448	4,65	0,055	2,68	0,050
	3568	6,	0,052	2,45	0,037
	4406	17,3	0,175	0,45	0,364
	4593	6,	0,032	3,19	0,011
	4634	4,5	0,034	4,46	0,026
	4637	7,1	0,024	6,28	0,009
	4642	7,7	0,112	0,86	0,175
	4663	7,2	0,077	1,05	0,070
	4673	7,4	0,103	0,80	0,125
	4732	2,0	0,040	6,07	0,040
	4776	3,5	0,036	4,41	0,021
	4846	1,0	0,015	17,32	0,009
	4997	0,8	0,006	61,8	0,002
	J	320	3,2	0,056	2,55
A	43	40,0	0,097	0,76	0,072
	78	54,0	0,105	0,68	0,081
K	1- 16	57,0	0,055	0,67	0,012
	1- 27	23,0	0,100	0,48	0,050
He	2- 12	5,3	0,062	2,67	0,079
	2- 35	2,5	0,059	2,33	0,066
	2- 47	2,5	0,015	12,65	0,006
	2-108	12,5	0,230	0,30	0,522
	2-111	6,0	0,041	1,95	0,019
	2-112	7,3	0,067	1,28	0,056
He	2-115	2,5	0,023	11,40	0,017
	2-138	3,5	0,015	6,97	0,003
	2-142	1,7	0,017	12,5	0,007

Продолжение табл. 4

Туманность		θ ["]	Радиус [пс]	N_H [см ⁻³]	M_H [M_\odot]
He	2-377	5,0	0,027	4,56	0,013
	2-436	5,0	0,109	0,80	0,150
M	1- 25	2,8	0,019	11,02	0,010
	1- 40	2,9	0,017	14,30	0,009
	1- 46	7,5	0,065	1,63	0,066
	3- 21	2,5	0,038	3,52	0,029
Hb	4	2,8	0,022	9,23	0,013
Hb	12	1,0	0,007	72,7	0,002
Sh	2- 71	76,0	0,427	0,06	0,649
	2-266	33,5	0,211	0,26	0,352
Me	2- 1	2,3	0,040	4,63	0,031
	2- 2	0,7	0,014	26,2	0,008
Vy	1- 1	3,1	0,029	3,49	0,008
Ba	1	19,0	0,486	0,09	1,419
Cn	3- 1	2,3	0,019	7,30	0,008
VV	1- 4	63,2	0,348	0,15	0,913
PB	8	2,5	0,036	3,77	0,019
Hu	2- 1	1,4	0,012	23,0	0,004
Mz	2	11,4	0,105	0,63	0,105
	3	12,7	0,049	2,96	0,051
TC	1	4,8	0,014	16,17	0,006

Для 44 планетарных туманностей из этого списка известны электронные плотности N_e , полученные по запрещенным линиям в спектрах без привлечения расстояний. Сравнение величин N_H и N_e может служить в некоторой степени проверкой достоверности оценки расстояния. Эти значения в однородной туманности должны быть близки. Соотношение между ними демонстрируется на рис. 7, где по оси абсцисс отложены значения N_H , полученные в данной работе, а по оси ординат — значения N_e из работ [9,10,13,21,23]. Оценки концентрации атомов водорода находятся в хорошем согласии с электронными плотностями почти у всех туманностей. Исключение составляют 5 объектов. Электронные плотности в NGC 2371-2, 6058 и 6833 на порядок выше, чем N_H . Для туманностей TC 1 и A 43, наоборот, оценки N_H в 7 ÷ 9 раз выше, чем N_e . Если пытаться согласовать оценки N_H и N_e за счет расстояний, то расстояния нужно изменить на два порядка. Тогда в первом случае

расстояния будут неправдоподобно малы: 24 пс, 41 пс и 13 пс, а во втором — превысят диаметр Галактики. Расхождения между N_H и N_e для этих туманностей обусловлены, скорее всего, неоднородной структурой туманностей, т. к. метод запрещенных линий оценивает электронные плотности в небольших по размерам зонах ионизации соответствующих тяжелых ионов [13,21,23,24]. Возможно также, что имеет место противоречие между экспериментальными данными в различных диапазонах волн. Согласие между N_H и N_e , имеющее место для большинства туманностей, свидетельствует о достоверности полученных расстояний.

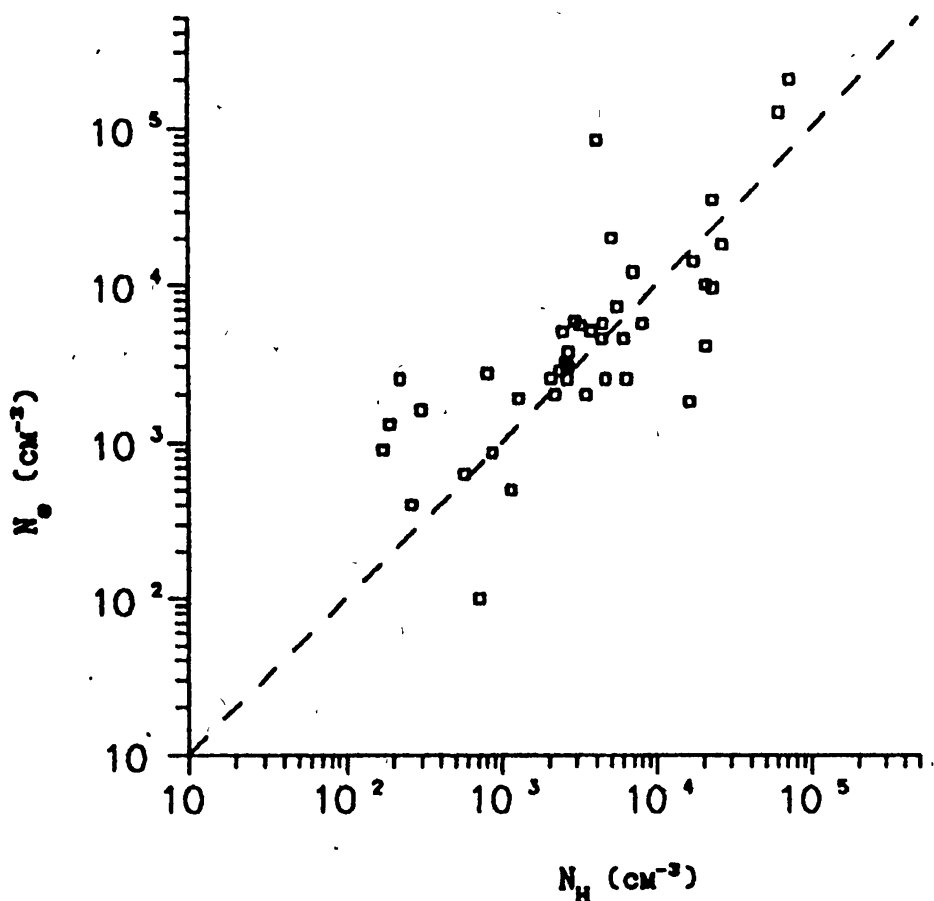


Рис. 7. Сравнение оценок концентрации атомов водорода в планетарных туманностях N_H , полученных в данной работе, с оценками электронной плотности N_e по запрещенным линиям.

Нижняя оценка массы для планетарных туманностей попадает в широкий интервал от $10^{-3}M_{\odot}$ до $1,419M_{\odot}$. Учитывая, что масса центральной звезды составляет $(0,5 \div 0,6)M_{\odot}$, получим, что звезды-предшественницы планетарных туманностей могли иметь массы не менее $2M_{\odot}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главным преимуществом созданной в настоящей работе шкалы расстояний перед существующими является отсутствие в ее основе априорных предположений о постоянстве или определенной эволюции какого-либо физического параметра для всех планетарных туманностей. В процессе анализа параметров центральных звезд и туманностей показано, что полагавшиеся ранее одинаковыми для всех объектов ионизованная масса и спектральная мощность радиоизлучения туманности изменяются в широких пределах. Рассчитаны расстояния до 75 планетарных туманностей. Учет гелия в туманности увеличивает оценку расстояния, а при учете пыли она снижается. Точность определения расстояний зависит от качества исходных данных, для ряда туманностей имеются расхождения в экспериментальных данных, полученных разными авторами. В дальнейшем, с развитием экспериментальных исследований излучения туманностей и звезд, должны повыситься точность расстояний и расширяться круг планетарных туманностей, расстояния до которых могут быть найдены предлагаемым методом.

Автор выражает благодарность проф. К.С.Станкевичу за внимание к работе и признательность Американскому астрономическому обществу за финансовую поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sabbadin F. //Astron. & Astrophys. Suppl. Ser. 1986. V. 64. P. 579.
2. Maciel W. J. and Pottasch S. R. //Astron. & Astrophys. 1980. V. 88. P. 1.
3. Milne D. K. //Monthly notices R. Astron. Soc. 1982. V. 200. P. 51.
4. Станкевич К. С., Шарова О. И. //Астрон. журн. 1983. Т. 60. С. 931.
5. Шарова О. И. //Астрон. журн. 1992. Т. 69. С. 38.
6. Пачиньский Б. //В сб.: Белые карлики /Под ред. В. С. Имшенник. — М.: Мир, 1975. С. 174.
7. Schönberner D. //Astron. & Astrophys. 1981. V. 103. P. 119.
8. Schönberner D. //Astrophys. J. 1983. V. 272. P. 708.
9. Shaw R. A. and Kaler J. B. //Astrophys. J. 1985. V. 295. P. 537.
10. Tylanda R., Acker A., Gleizes F., and Stenholm B. //Astron. & Astrophys. Suppl. Ser. 1989. V. 77. P. 39.
11. Kaler J. B. //Astrophys. J. 1983. V. 271. P. 188.
12. Kaler J. B. //Astrophys. J. 1970. V. 160. P. 887.
13. Потташ С. Планетарные туманности. — М.: Мир, 1987, 351 с.
14. Perek L. and Kohoutek L. Catalogue of Galactic Planetary Nebulae. — Prague: Academia Publ. House of the Czechoslovak Academy of Science. 1967. 391 p.

15. Higgs L. A. Catalog of Radio Observations of Planetary Nebulae and Related Optical Data. Nat. Res. Council of Canada, 1971. 454 p.
16. Milne D. K. and Aller L. H. //Astron. & Astrophys. 1975. V. 38. P. 183.
17. Pottasch S. R., Baud B., Beintema D. et al. //Astron. & Astrophys. 1984. V. 138. P. 10.
18. Iyengar K. V. K. //Astron. & Astrophys. 1986. V. 158. P. 89.
19. Pottasch S. R., Wesselius P. R., Wu C.-C. et al. //Astron. & Astrophys. 1978. V. 62. P. 95.
20. Kaler J. B. and Feibelman W. A. //Astrophys. J. 1985. V. 297 P. 724.
21. Хромов Г. С. Планетарные туманности. — М.: Наука, 1985, 296 с.
22. Preite-Martinez A., Acker A., Koppen J., and Stenholm B. //Astron. & Astrophys. Suppl. Ser. V. 81. P. 309.
23. Гурздян Г. А. Планетарные туманности. — М.: Наука, 1993. 752 с.
24. Костякова Е. Б. Физика планетарных туманностей. — М.: Наука, 1982. 128 с.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород

Поступила в редакцию
17 сентября 1993 г.

A NEW DISTANCE SCALE OF PLANETARY NEBULAE

O. I. Sharova

A new distance scale of planetary nebulae is suggested free from usual a priori assumptions about the character of the nebula and exciting star evolution. The scale is based on a recently found regression relationship between the central star radius and temperature. For the distance determination the initial data are the nebula radio flux density and the stellar magnitude of the nucleus or one of these parameters and the central star temperature. The distances to 75 planetary nebulae have been calculated, the linear dimensions and densities of the hydrogen atoms are obtained. The ionized masses of the planetary nebulae are in the range from $10^{-3} M_{\odot}$ up to $1.419 M_{\odot}$.

УДК 533.951.7; 621.371.255

ТЕОРИЯ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ В СЛАБО ТУРБУЛЕНТНОЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

А. С. Волокитин, Е. В. Мишин

Рассмотрено рассеяние электромагнитных волн в ионосферной плазме при наличии слабой турбулентности. Получена связь спектров рассеянного излучения со спектрами плазменной турбулентности, которая может служить основой исследования турбулентности в неравновесной ионосферной плазме.

1. ВВЕДЕНИЕ

Использование некогерентного рассеяния электромагнитных волн в течение многих лет является эффективным методом исследования ионосферы. С помощью мощных радаров получено много информации о различных динамических процессах в верхней атмосфере и ионосфере. При анализе наблюдаемых спектров рассеянных волн обычно используются представления о флуктуациях в устойчивой, хотя, возможно, и неравновесной плазме (см. [1] и имеющиеся там ссылки). Как известно, данный подход в случае появления неустойчивости и развития плазменной турбулентности приводит к появлению сингулярности в сечении рассеяния.

С другой стороны, наблюдения на радарх в Милстоун Хилл [2] и EISCAT [3, 4] указывают на усиленное "ионнозвуковое" рассеяние, которое следует интерпретировать, как показано в [5-7], в терминах ионнозвуковой турбулентности, поддерживаемой продольным электрическим током или ион-ионной пучковой неустойчивостью.

Данные обстоятельства показывают необходимость теории рассеяния электромагнитных волн в турбулентной плазме. Однако существующие теории турбулентной плазмы не дают ответа (по крайней мере количественного) на вопрос о сечении рассеяния. Поэтому в данной работе получено общее выражение для сечения рассеяния в слабо турбулентной плазме и на примере ионнозвуковой турбулентности рассмотрена возможность использования радаров некогерентного рассеяния для изучения турбулентной ионосферной плазмы.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРА ФЛУКТУАЦИЙ ПЛОТНОСТИ В СЛАБО ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

Как известно [8], сечение рассеяния высокочастотной волны в плазме пропорционально спектру флуктуаций плотности $|\delta n(\vec{k}, \omega)|^2$. Согласно принятой теории некогерентного рассеяния [1, 8], развитой для устойчивой плазмы, при приближении к границе устойчивости в спектре флуктуаций возникает δ -образная особенность, соответствующая появлению когерентных флуктуаций плотности, то есть плазменных волн. С учетом нелинейных плазменных процессов эта особенность должна сглаживаться.

В теории слабой турбулентности [9] обычно предполагается, что волнам в плазме отвечают узкие линии в спектре, шириной которых в первом приближении можно пренебречь

$$|\delta n(\vec{k}, \omega)|^2 = |\delta n_{\vec{k}}|^2 \delta(\omega - \omega_{\vec{k}}). \quad (1)$$

Здесь $|\delta n_{\vec{k}}|^2 = \int d\omega |\delta n(\vec{k}, \omega)|^2$, а частота $\omega_{\vec{k}}$ задана линейным законом дисперсии волн. Цель теории слабой турбулентности состоит, главным образом, в определении спектра волн $|\delta n_{\vec{k}}|^2$. Этого приближения недостаточно для вычисления сечения рассеяния, поэтому необходимо определить форму линии с учетом нелинейных процессов. Соответствующее рассмотрение в общем виде проводилось в [10], но, к сожалению, не было доведено до вида, позволяющего проводить конкретные расчеты.

Теория слабой турбулентности тем не менее позволяет получить не только нелинейные уравнения, описывающие взаимодействие волн, но и определить форму линии флуктуаций плотности $|\delta n(\vec{k}, \omega)|^2$ в терминах спектра волн. Вычисление спектра флуктуаций плотности будем проводить в приближении немагнитной плазмы, что позволяет, сохраняя основные идеи, сильно упростить выкладки. Кроме того, влияние магнитного поля на ионноакустические колебания становится существенным только при условии, что плазменная ионная частота меньше ионной циклотронной $\omega_{pi} < \Omega_i$, которое не реализуется в ионосфере.

Итак, выражая Фурье компоненту флуктуаций плотности через гармоники электрического поля $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ с точностью до третьего порядка $\sim E^3$, из уравнения Власова имеем

$$f_{\vec{k}\omega}^{(e)} = \delta f_{\vec{k}\omega} + \frac{e \vec{k} \partial f}{m k \partial \vec{v}} \phi_{\vec{k}\omega} + f_{\vec{k}\omega}^{(2)} + f_{\vec{k}\omega}^{(3)}, \quad (2)$$

$$f_{\vec{k}\omega}^{(2)} = -\frac{1}{2} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \sum_{\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}} \frac{\phi_{\vec{k}_1 \omega_1} \phi_{\vec{k}_2 \omega_2}}{\omega_1 + \omega_2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{v}} \left(\vec{k}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{v}}\right) \frac{\vec{k}_2 \partial f}{(\omega_2 - \vec{k}_2 \vec{v})} + (1 \Rightarrow 2), \quad (3)$$

$$f_{\vec{k}\omega}^{(3)} = -\frac{e}{m} \sum_{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega} \frac{\phi_{\vec{k}_2\omega_2} \vec{k}_3 \frac{\partial}{\partial \vec{v}}}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \vec{v}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3)} f_{\vec{k}_1 + \vec{k}_2, \omega_1 + \omega_2}^{(2)} \quad (4)$$

Далее для компактности выражений опускаем знак суммы \sum там, где это не приводит к недоразумению, и полагаем $\vec{k} \equiv (\vec{k}, \omega)$, а также $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3$ всегда \vec{k} .

Из уравнения Пуассона

$$k^2 \phi_{\vec{k}\omega} = 4\pi e \int (f_{\vec{k}\omega}^{(e)} - f_{\vec{k}\omega}^{(i)}) d^3v \quad (5)$$

получаем [9]

$$\begin{aligned} k^2 [\epsilon^{(1)}(k)\phi_k + \epsilon^{(2)}(k_1, k_2)\phi_{k_1}\phi_{k_2} + \epsilon^{(3)}(k_1, k_2, k_3)\phi_{k_1}\phi_{k_2}\phi_{k_3} = \\ = -4\pi e \left[\int (\delta f_{\vec{k}\omega}^{(e)} - \delta f_{\vec{k}\omega}^{(i)}) d^3v \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\delta f_{\vec{k}\omega}^{(j)}$ представляет собой дополнительные флуктуации плотности из-за дискретности частиц, а составляющие диэлектрической проницаемости равны

$$\epsilon^{(1)} = 1 + \epsilon_e^{(1)} + \epsilon_i^{(1)}.$$

$$\epsilon_j^{(1)}(k) = \frac{4\pi e^2}{m_j k^2} \int \frac{\vec{k} \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_j}{\omega - \vec{k}\vec{v}} d^3v. \quad (7)$$

$$\epsilon_j^{(2)}(k_1, k_2) = \frac{2\pi e^3}{m_j k^2} \times$$

$$\times \int \frac{d^3v}{\omega_1 + \omega_2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)\vec{v}} \left(\vec{k}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \vec{k}_1 \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \frac{\vec{k}_2 \frac{\partial}{\partial \vec{v}} f_j}{\omega_2 - \vec{k}_2 \vec{v}} + (\vec{k}_1 \rightleftharpoons \vec{k}_2) \right).$$

Здесь скобки $(\vec{k}_1 \rightleftharpoons \vec{k}_2)$ означают слагаемое, получаемое заменой k_1 на k_2 в первом члене. Соответствующее выражение для $\epsilon_j^{(3)}(k_1, k_2, k_3)$ выводится аналогично (см. [9]).

Напомним, что умножая уравнение (5) на ϕ_k^* и усредняя по ансамблю волн в теории слабой турбулентности [9], получают уравнение, описывающее нелинейное взаимодействие волн. При этом корреляция четвертого порядка

$$\langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \rangle, \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \phi_{k_4} \rangle$$

в принятом в теории слабой турбулентности приближении слабого взаимодействия волн выражаются согласно

$$\begin{aligned} \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \phi_{k_4} \rangle &= \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \rangle \langle \phi_{k_3} \phi_{k_4} \rangle + \\ &+ \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_3} \rangle \langle \phi_{k_2} \phi_{k_4} \rangle + \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_4} \rangle \langle \phi_{k_3} \phi_{k_2} \rangle, \end{aligned}$$

где

$$\langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \rangle = |\phi_{k_1}|^2 \delta(k_1 + k_2).$$

Корреляции третьего порядка находим по теории возмущений

$$\begin{aligned} \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \rangle &= \langle \delta \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \rangle + \\ &+ \langle \phi_{k_1}^* \delta \phi_{k_2} \phi_{k_3} \rangle + \langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \delta \phi_{k_3} \rangle, \end{aligned}$$

где

$$\delta \phi_{k_1+k_2}^* \approx -\frac{\epsilon^{(2)}(k_1, k_2)}{\epsilon^{(1)}(k_1 + k_2)} \phi_{k_1} \phi_{k_2}. \quad (8)$$

Усреднение по статистическому ансамблю невзаимодействующих частиц проводим согласно уравнениям

$$\langle \delta f_{\vec{k}\omega} \rangle = 0 \text{ и } \langle |\delta f_{\vec{k}\omega}|^2 \rangle = f(v) \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}).$$

Тогда нелинейное волновое уравнение принимает вид

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \gamma_k + \text{Im} \sum \frac{\epsilon_{\text{eff}}^{(3)}(k_1, k - k_1, k)}{\epsilon^{(1)}(k - k_1)} |\phi_{\vec{k}_1}|^2 \right\} |\phi_{\vec{k}}|^2 + \\ + \text{Im} \sum_{k_1+k_2=k} \frac{2|\epsilon^{(2)}(k_1, k_2)|^2}{\epsilon^{(1)}(k_1 + k_2)} |\phi_{\vec{k}_1}|^2 |\phi_{\vec{k}_2}|^2 = \left| \frac{4\pi e}{k^2 \epsilon^{(1)}(k)} \right|^2 \left| \int (f_{\vec{k}\omega}^{(e)} - f_{\vec{k}\omega}^{(i)}) d^3 v \right|^2. \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь введен перенормированный нелинейный тензор диэлектрической проницаемости третьего порядка (см. [9])

$$\epsilon_{\text{eff}}^{(3)} = \epsilon^{(3)}(k_1, k_2, k_3) - \frac{2\epsilon^{(2)}(k_1, k_2)\epsilon^{(2)}(k_2, k_1 + k_2)}{\epsilon^{(1)}(k_1 + k_2)}. \quad (10)$$

Слагаемое в правой части (9) получено с учетом тепловых флуктуаций, приводящих к эффектам спонтанного излучения волн. Нас здесь интересует другая сторона этих процессов — учет влияния наличия плазменных волн на флуктуации плотности, в том числе и тепловые.

Для этого следует выразить флуктуации плотности через гармоники поля и диэлектрическую проницаемость

$$\delta n_k^{(e)} = \int d^3 v \delta f_k^{(e)} + \frac{k^2}{4\pi e} (\epsilon_e^{(1)} \phi_k + \epsilon_e^{(2)}(k_1, k_2) \phi_{k_1} \phi_{k_2} + \epsilon_e^{(3)}(k_1, k_2, k_3) \phi_{k_1} \phi_{k_2} \phi_{k_3}). \quad (11)$$

Далее вычисляем корреляцию $\langle \delta n_k \delta n_k^* \rangle$, усредняя по ансамблю волн и тепловым флуктуациям. Ограничимся случаем нераспадного спектра волн, когда можно пренебречь слагаемым на второй строке в уравнении (9). Удобно подставить поправку (8) в (11). Тогда возможно опустить корреляции третьего порядка, полагая $\langle \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \rangle = 0$, поскольку их вклад уже был учтен при перенормировке $\epsilon^{(3)}(k_1, k_2, k_3)$. После этого из (11) получаем

$$\begin{aligned} \langle |\delta n_k^{(e)}|^2 \rangle &= \left\langle \left| \int \delta f_{k\omega}^* d^3 v \right|^2 \right\rangle \frac{k^2}{4\pi e} \left[\langle |\epsilon_{NL}(k) \phi_k|^2 \rangle + \langle \epsilon_{NL}(k) \phi_k \int \delta f_{k\omega}^* d^3 v \rangle \right] + \\ &+ \left(\frac{k^2}{4\pi e} \right)^2 \langle \epsilon^{(2)}(k_1, k_2) \epsilon^{(2)*}(k_3, k_4) \phi_{k_1}^* \phi_{k_2} \phi_{k_3} \phi_{k_4}^* \rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \epsilon_{NL}(k) &= \epsilon^{(1)}(k) + \delta \epsilon_{NL}(k) = \epsilon^{(1)}(k) + \\ &+ \left[\epsilon^{(3)}(k, k_1 - k_1) - 2 \frac{\epsilon^{(2)}(k, k - k_1) \epsilon^{(2)}(k - k_1, k_1)}{\epsilon^{(1)}(\omega - \omega_1)} \right] |\phi_{k_1}|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Из (6) следует

$$\begin{aligned} \frac{k^2}{4\pi e} \left\langle \epsilon_{NL}(k) \phi_k \int \delta f_{k\omega}^* d^3 v \right\rangle &= \left\langle \left| \int \delta f_{k\omega}^{(e)} d^3 v \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \int \delta f_{k\omega}^{(i)} d^3 v \right|^2 \right\rangle + \\ &+ |\epsilon^{(2)}(k_1, k_2)|^2 \left(\frac{k^2}{4\pi e} \right)^2 \langle |\phi_{k_1}|^2 \rangle \langle |\phi_{k_2}|^2 \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

И наконец, после непосредственных вычислений получаем

$$\begin{aligned} |\delta n_k^{(e)}|^2 &= \left| \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{\epsilon_{NL}} \right|^2 \int f^{(e)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3 v + \left| 1 - \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{\epsilon_{NL}} \right|^2 \int f^{(e)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3 v + \\ &+ \left(1 + \left| \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{\epsilon_{NL}} \right|^2 \right) \sum |\epsilon^{(2)}(k_1, k_2)|^2 \left(\frac{k^2}{4\pi e} \right)^2 |\phi_{k_1}|^2 |\phi_{k_2}|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Формула (15) обобщает соответствующую формулу в теории некогерентного рассеяния [8] и вводит в качестве параметров, определяющих сечение рассеяния, спектр плазменных волн $|\phi_k|^2$. Тем самым появляется принципиальная возможность использовать наблюдаемые сечения рассеяния для изучения спектров плазменной турбулентности, подобно тому как в [6-8] исследуется неравновесность (наличие потоков частиц) ионосферной плазмы. При этом, по-видимому, основная роль в анализе должна

принадлежать методам численного моделирования сечения рассеяния, так как решение обратной задачи определения турбулентных спектров с помощью (15) не представляется возможным. Тем не менее полезно проанализировать влияние плазменной турбулентности на спектры некогерентного рассеяния, используя определенные упрощения (15).

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРОВ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЛАЗМЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Влияние плазменной турбулентности на корреляцию флуктуаций плотности существенно только вблизи собственных частот плазменных волн, то есть около полюсов $|\epsilon_1(k)|^{-2}$. Рассматривая особенность $|\epsilon_{NL}|^{-2}$ в окрестности собственной частоты волн (резонанса), надо помнить, что все вычисления проводились с точностью до $|\phi|^2$ в ϵ_{NL} . При этом в случае нераспадного спектра последним слагаемым в (15) можно пренебречь.

Тогда, вводя

$$\epsilon^{(1)} = \frac{\partial \epsilon^{(1)}}{\partial \omega} (\omega - \omega_k + i\gamma_k), \quad (16)$$

$$\gamma_k^{NL} = \frac{\text{Im} \delta \epsilon_{NL}}{(\partial \epsilon^{(1)} / \partial \omega)_{\omega, k}},$$

и можно представить ϵ_{NL} вблизи резонанса таким образом

$$|\epsilon_{NL}|^2 \approx \left(\frac{\partial \epsilon^{(1)}}{\partial \omega} \right)^2 [(\omega - \omega_k)^2 + (\gamma_k + \gamma_k^{NL})^2]. \quad (17)$$

Особый интерес представляет вопрос о поведении сечения рассеяния вблизи резонанса, то есть при $\omega \approx \omega_k$. Согласно (9), в стационарном состоянии имеем

$$\begin{aligned} \left\{ \gamma_k + \gamma_k^{NL} \right\} |\phi_{\vec{k}}|^2 &= \left| \frac{4\pi e}{k^2 \epsilon^{(1)}(k)} \right|^2 \left(\int f^{(e)}(v) \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v + \right. \\ &\left. + \int f^{(i)}(v) \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Тогда подстановка этого выражения в (15) при учете аппроксимации (17) дает при $\omega = \omega_k$ конечное значение

$$\left| \delta n_k^{(e)} \right|_{\max}^2 = \left| \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{(\partial \epsilon^{(1)} / \partial \omega)(\gamma_k + \gamma_k^{NL})} \right|^2 \left(\int f^{(e)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \int f^{(i)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v \Big) = \left| \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{(\partial\epsilon^{(1)}/\partial\omega)} \right|^2 \times \\
 & \times \frac{|\epsilon_{(1)}|^4 k^4 |\phi_k|^4}{(4\pi e)^4 [\int f^{(e)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v + \int f^{(i)} \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) d^3v]}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Интегрирование (15) по частоте вблизи окрестности резонанса, где линия имеет Лоренцеву форму, дает простую связь между полным сечением рассеяния $\propto |\delta n_k^{(e)}|^2$ и плотностью энергии волн. С учетом (18) и (19) имеем

$$\int |\delta n_k^{(e)}|^2 d\omega = \pi |\delta n_k^{(e)}|_{\max}^2 (\gamma_k + \gamma_k^{NL}) = \pi \left| \frac{\epsilon_{NL}^{(e)}}{4\pi e} \right|^2 \frac{|k\phi_k|^2}{|\partial\epsilon^{(1)}/\partial\omega|}. \quad (20)$$

В устойчивой плазме полное сечение рассеяния пропорционально ее плотности. Согласно (20) при наличии турбулентности такая однозначная связь нарушается. Можно заключить таким образом, что спектры рассеянного излучения несут весьма определенную информацию о плазменной турбулентности в рассеивающем объеме и могут служить важным инструментом исследования ионосферных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеффилд Дж. Рассеяние электромагнитного излучения в плазме. — М.: Атомиздат, 1978. 280 с.
2. Foster K. C., Del Pozo C., Groves K., St.-Maurice J.-P. // Geophys. Res. Lett. 1988. V. 15. P. 160.
3. Rietveld M. T., Collis P. N., St.-Maurice J.-P. // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 19291.
4. Collis P. N., Haggstrom I., Kaila K., Rietveld M. T. EISCAT radar observations of enhanced incoherent scatter spectra. The relation to the red aurora and field aligned currents. // Geophys. Res. Lett. 1991. V. 18.
5. Wahlund J.-E., Opgenorth H. J., Haggstrom I., Winser K. J., Jones G. O. L. // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. P. 3019.
6. Wahlund J.-E., Forme F. R. E., Opgenorth H. J., Person M. A. L., Haggstrom I., Liliensten J. // J. Atmos. Terr. Phys. 1992. V. 50. P. 379.
7. Wahlund J.-E., Forme F. R. E., Opgenorth H. J., Person M. A. L., Mishin - E. V., Volokitin A. S. Scattering of electromagnetic waves from a plasma: Enhanced ion acoustic fluctuations due to ion-ion two-stream instabilities // J. Geophys. Res. 1992.
8. Rosenbluth M. N., Rostoker N. // Physics of Fluids. 1962. V. 5. N 1. P. 777.

9. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. // В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 7. — М.: Атомиздат, 1973. С. 304.
10. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. — М.: Атомиздат, 1971. 432 с.

ИЗМИРАН, г. Троицк Московской
обл.

Поступила в редакцию
26 октября 1993 г.
После переработки
5 апреля 1994 г.

THE THEORY OF INCOHERENT SCATTERING IN A WEAKLY-TURBULENT IONOSPHERIC PLASMA

A. S. Volokitin, E. V. Mishin

The paper considers the scattering of electromagnetic waves in the ionospheric plasma with a weak turbulence. A relation between the spectra of scattered radiation and those of plasma turbulence has been obtained which may be the basis to study the turbulence in a nonequilibrium ionospheric plasma.

УДК 621.371.25

О ДИФРАКЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ ДЕФОКУСИРУЮЩЕЙ ИОНОСФЕРНОЙ ЛИНЗЫ

В. А. Алимов

Решена задача дифракции КВ сигнала на дефокусирующей линзе, создаваемой в ионосфере при воздействии на нее мощным КВ радиоизлучением. Показано, что принимаемый сигнал может испытывать как заметное ослабление своей интенсивности, так и значительное увеличение ее в локальных каустических областях, образующихся на земной поверхности. Проведено сопоставление результатов расчетов и соответствующих экспериментальных измерений. Даны оценки основных характеристик искусственной дефокусирующей ионосферной линзы.

При воздействии мощным КВ радиоизлучением на ионосферу на высотах 100÷200 км образуется область повышенной электронной концентрации, которая действует на проходящее через нее коротковолновое излучение подобно рассеивающей линзе [1, 2]. Диагностика этой области возмущений (СВ) в [1, 2] осуществлялась методом вертикального зондирования ионосферы, а в [3, 4] — методом наклонного зондирования. Ниже мы проведем дифракционные расчеты интенсивности КВ сигналов, прошедших ОВ,* и на их основе проанализируем результаты экспериментальных исследований [3, 4].

Рассмотрим следующую задачу. Пусть сигнал, излучаемый наземным источником коротких радиоволн, отражается от ионосферного слоя с ОВ и принимается в точке наблюдения на Земле. Тогда для вариации фазы волны, прошедшей крупномасштабную ОВ в неоднородной ионосфере, можно записать следующее выражение [5, 6]:

$$\varphi(x, y) \approx \frac{k}{2} \int_0^l \frac{\Delta \varepsilon}{\sqrt{\bar{\varepsilon}}} dl. \quad (1)$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число (λ — длина волны), $\bar{\varepsilon}$ и $\Delta \varepsilon$ — среднее значение и флуктуация диэлектрической проницаемости ионосферы, обусловленная ОВ ($\Delta \varepsilon \ll \bar{\varepsilon}$), интегрирование в (1) ведется вдоль невозмущенной траектории луча в неоднородной ионосфере [5, 6].

Будем полагать ионосферу плоскостной с линейной вертикальной структурой $\bar{\varepsilon}(z) = 1 - z/L$, а возмущение $\Delta \varepsilon$ — гауссовым с характерными

*Качественная картина лучей, прошедших через дефокусирующую линзу, наиболее наглядно представлена в [9].

размерами a и b вдоль осей x, y соответственно, $\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right)$,

$\Delta\varepsilon_0 \simeq -\frac{f_0^2}{f^2} \frac{\Delta N}{N} = -\cos^2 \vartheta_0 \cdot \frac{\Delta N}{N}$ (f_0 — плазменная частота окружающей

ионосферы в области отражения волны, $\frac{\Delta N}{N}$ — относительное значение возмущений электронной концентрации, ϑ_0 — угол падения волн на ионосферный слой, yz — плоскость падения луча). Тогда, следуя [5, 6] и приводя необходимые преобразования, из соотношения (1) находим:

$$\varphi(x, y) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{4} kb \sin^{-1} \vartheta_0 \Delta\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) \left[\Phi\left(\frac{2y_0}{b} + \frac{y}{b}\right) - \Phi\left(\frac{y}{b}\right) \right], \quad (2)$$

где $y_0 = 2L \sin \vartheta_0 \cos \vartheta_0$ — смещение луча в невозмущенной ионосфере, x, y — текущие координаты луча на входе в ионосферный слой, $\Phi(y) =$

$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt$ — интеграл вероятности.

В случае вертикального зондирования ($y_0/b \ll 1$) из соотношения (1) имеем:

$$\varphi(x, y) \simeq 2kL\Delta\varepsilon_0 \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right). \quad (3)$$

В другом предельном случае наклонного зондирования возмущенной ионосферы ($y_0/b \gg 1$), часто реализуемом на практике (см. [3, 4]), находим:

$$\varphi(x, y) \simeq \varphi(x) \begin{cases} 1 & \text{при } -2y_0 \leq y \leq 0, \\ 0 & \text{при } y > 0, y < -2y_0, \end{cases} \quad (4)$$

где введено обозначение: $\varphi(x) = \varphi_0 \exp(-x^2/a^2)$, $\varphi_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} kb \sin^{-1} \vartheta_0 \cdot \Delta\varepsilon_0$.

Далее, аппроксимируя ОВ двумерным фазовым экраном, расположенным на действующей высоте отражения волны в ионосфере [5–7] и используя соотношения (4), несложно получить следующее выражение для нормированного на свое невозмущенное значение поля КВ сигнала в точке наблюдения:*

$$E(x_2, z_{2H}) \simeq \left(\frac{ik}{2\pi\bar{z}}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp\left[i\varphi(x) - i\frac{k}{2z_{1H}}(x-x_1)^2 - i\frac{k}{2z_{2H}}(x-x_2)^2\right]. \quad (5)$$

Здесь $\bar{z} = z_{1H}z_{2H}/(z_{1H}+z_{2H})$ — приведенная длина КВ трассы, z_{1H}, z_{2H} — наклонные дальности от фазового экрана до точек излучения и наблюдения соответственно, x_1, x_2 — смещения точек излучения и наблюдения по оси x .

* В случае вертикального зондирования (см. соотношение (3)) соответствующее выражение для принимаемого поля КВ сигнала (при $a = b, x_1 = x_2, z_{1H} = z_{2H}$) равно квадрату соотношения (5).

В интересующем нас случае $\varphi_0 \gg 1$ интеграл в (5) легко вычисляется. В частности, для интенсивности $I = EE^*$ принимаемого КВ излучения получаем следующее выражение [8]:

$$I = \sum_s \left| 1 + \frac{\bar{z}}{z_\Phi} (1 - 2x_s^2) \exp(-x_s^2) \right|^{-1}, \quad (6)$$

где x_s — решение уравнения $(\bar{z}/z_\Phi)e^{-x^2} + 1 = x'_0/x$. Здесь $z_\Phi = ka^2/2\varphi_0$ — фокусное расстояние ионосферной линзы, $x'_0 = x_0/a$, $x_0 = \frac{z_{2H}x_1 + z_{1H}x_2}{z_{1H}z_{2H}}$.

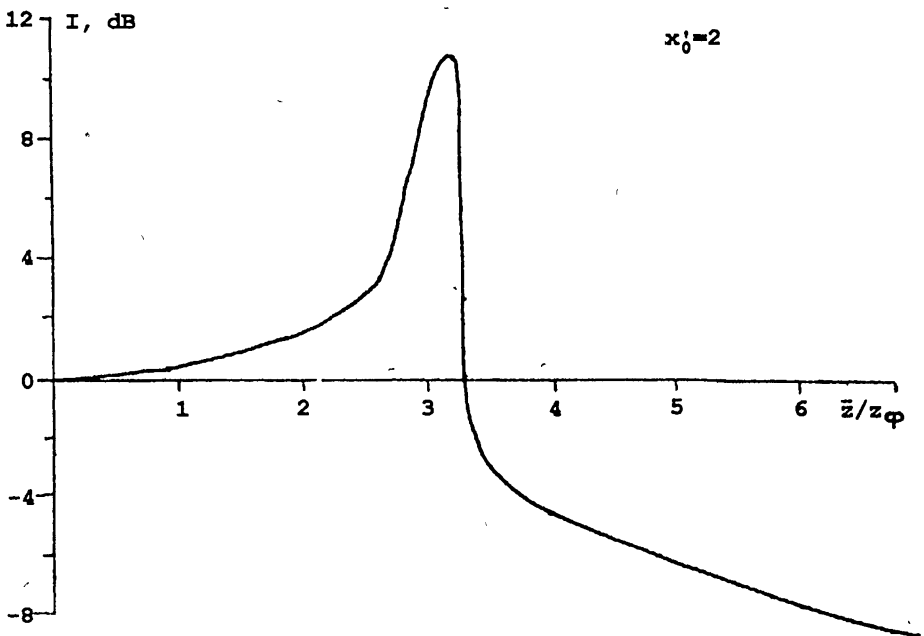


Рис. 1.

На рис. 1, 2 представлены результаты расчета величины I [дБ] по формуле (6) в зависимости от параметра \bar{z}/z_Φ (при $x'_0 = 2$) и параметра x'_0 (при $\bar{z}/z_\Phi = 3$). Из этих рисунков видно, что принимаемое излучение может испытывать как заметное ослабление своей интенсивности, так и значительное увеличение ее в локальных каустических областях, образующихся на земной поверхности, при дифракции КВ излучения на дефокусирующей ионосферной линзе.

Обратимся теперь к результатам экспериментальных исследований [3, 4]. По условиям экспериментов [3, 4] ($a \simeq b \simeq (14 \div 18)$ км, $z_{1H} \simeq z_{2H}$, $x_1 = 0$, $x_2 \simeq 60$ км) $x'_0 \simeq 2$, так что представленные на рис. 1, 2 зависимости $I(x'_0, \bar{z}/z_\Phi)$ характеризуют возможные особенности в поведении интенсивности принимаемого излучения во время экспериментальных

исследований, выполненных в [3, 4]. Наблюдавшееся в [3] значительное (~ 10 дБ) увеличение величины I , по-видимому, было связано с попаданием точки наблюдения в зону каустики после дифракции излучения на дефокусирующей ионосферной линзе (см. рис. 2). Вместе с тем, во время эксперимента [4] точка приема находилась в области тени, что обусловило наблюдаемое ослабление интенсивности принимаемого КВ излучения. Используя данные эксперимента [4] и результаты проведенных выше теоретических расчетов, можно оценить некоторые основные характеристики искусственной ионосферной линзы.

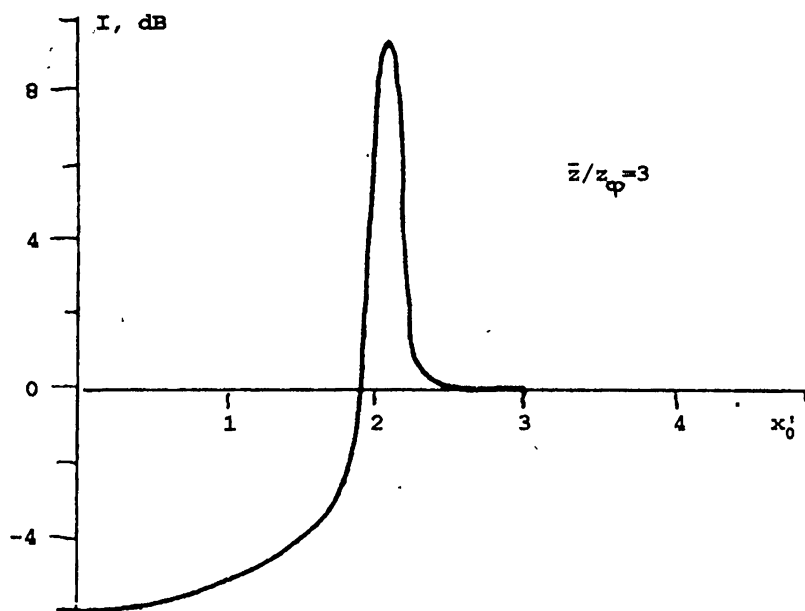


Рис. 2.

Согласно [4] при нагреве ионосферы передатчиками с эквивалентной мощностью $P_{\text{эфф}} = 150$ МВт наблюдалось одинаковое $I \simeq -4.5$ дБ ослабление принимаемых сигналов на частотах $f_1 = 4.5$ МГц ($\vartheta_0 = 27^\circ$) и $f_2 = 3.5$ МГц ($\vartheta_0 = 32^\circ$). Тогда, используя соотношение (4) и соответствующее значение $\bar{z}/z_\phi = 4$ из рис. 1, находим, что в области отражения волны с частотой 4.5 МГц на высоте $h_{\text{отр}} \simeq 180$ км величина $\Delta N/N \simeq 7 \cdot 10^{-2}$, а в области отражения сигнала с частотой 3.5 МГц на высоте $h_{\text{отр}} \simeq 140$ км — $\Delta N/N \simeq 10^{-1}$.

При уменьшении мощности нагревного стенда в эксперименте [4] наблюдалось постепенное уменьшение ослабления интенсивности принимаемого КВ сигнала: при $P_{\text{эфф}} = 100$ МВт на частоте 3.5 МГц $I \simeq -2.5$ дБ (соответствующее значение $\bar{z}/z_\phi \simeq 3.4$, см. рис. 1), при $P_{\text{эфф}} = 50$ МВт — $I \simeq -1$ дБ ($\bar{z}/z_\phi \simeq 3.3$, см. рис. 1). Если считать параметр a изменяющимся пропорционально $\sqrt{P_{\text{эфф}}}$ (эффeктивная площадь ОВ $S \simeq \pi a^2$ из-

меняется пропорционально эквивалентной мощности $P_{\text{эфф}}$ излучения нагревного стенда), то получаем, что при $P_{\text{эфф}} = 100$ МВт $\Delta N/N \simeq 7 \cdot 10^{-2}$, а при $P_{\text{эфф}} = 50$ МВт $\Delta N/N \simeq 5 \cdot 10^{-2}$.

В заключение следует заметить, что присущие дефокусирующей ионосферной линзе дифракционные свойства могут наблюдаться не только на трассах наклонного КВ зондирования ионосферы, но и при вертикальном зондировании (см. выше). Однако в последнем случае необходимо соответствующее разнесение нагревного стенда и приемопередающего комплекса пробных радиоволн.

Работа выполнена в рамках проекта 93-02-15893 РФ ФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойко Г. Н., Васьков В. В., Голян С. Ф., Гуревич А. В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. N 11. С. 533.
2. Бойко Г. Н., Васьков В. В., Голян С. Ф., Гуревич А. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 8. С. 960.
3. Иванов В. А., Игнатьев Ю. А. и др. // Тезисы XIV Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — М.: Наука, 1984. С. 120.
4. Ерухимов Л. М., Иванов В. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. N 9. С. 1055.
Ерухимов Л. М., Иванов В. А. и др. // Препринт N 236. — Горький: НИРФИ, 1987. 59 с.
5. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику, т. 2. — М.: Наука, 1978.
7. Денисов Н. Г. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1964. Т. 4. N 4. С. 675.
8. Алимов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. N 7. С. 795.
9. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И. // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16. N 2. С. 1777.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород

Поступила в редакцию
24 сентября 1993 г.

**ON DIFFRACTION PROPERTIES OF A DEFOCUSING IONOSPHERIC
LENS***V. A. Alimov*

The problem of diffraction has been solved of a short-wave signal by a defocusing lens produced in the ionosphere under the action of the powerful short-wave radiation. It has been shown that the received signal can undergo both a noticeable attenuation of the intensity and its significant increase in local caustic areas arising on the Earth surface. The calculation results were compared with the experimental data. The basic characteristics of the artificial defocusing ionospheric lens have been given.

УДК 517.987 ÷ 550.388

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КВ СИГНАЛОВ, РАСSEЯННЫХ МЕЛКОМАСШТАБНЫМИ ИОНОСФЕРНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

С. А. Булгаков, П. В. Пономаренко, Ю. М. Ямпольский

В данной статье фрактальная размерность рассматривается как характеристика экспериментальной последовательности данных — огибающих КВ сигналов, рассеянных естественными и искусственными неоднородностями ионосферы. Для вычисления размерности применяется известный метод корреляционного интеграла. Показано, что данная характеристика может быть использована для идентификации различных процессов в ионосфере даже в случае, когда спектральный анализ данных не позволяет этого сделать. Установлено, что реализации, соответствующие объемному рассеянию на естественных и искусственных неоднородностях, имеют конечные размерности, существенно отличающиеся друг от друга. Разработана методика подготовки экспериментальных данных для обработки методом корреляционного интеграла. Проанализировано влияние на величину размерности темпа оцифровки данных и соотношения “сигнал/шум”.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из методов исследования мелкомасштабной ионосферной турбулентности (пространственные масштабы $l \sim 5-50$ м) является резонансное рассеяние пробных КВ сигналов. Как правило, ранее задача радиодиагностики неоднородностей решалась с применением методов спектрального и корреляционного анализа. С их помощью удавалось восстановить средние характеристики турбулентности на уровне первых двух статистических моментов [1]. В то же время вопрос рассмотрения мелкомасштабной ионосферной турбулентности как динамической системы оставался открытым. В данной работе предпринята попытка обработки характеристик рассеянных турбулентностью КВ сигналов методами фрактального анализа для выяснения особенностей динамического поведения плазменных флуктуаций.

Проблема радиодиагностики предполагает решение обратной задачи распространения радиоволн. В данной работе мы не задавались целью получить в явном виде выражения, связывающие динамические параметры выходного (рассеянного) сигнала с динамическими параметрами турбулентности. Такая задача представляет собой чрезвычайно сложную

проблему теории рассеяния и является следующим этапом развития данных исследований. Здесь мы ограничились эвристическими качественными рассуждениями на стадии выводов о фрактальной размерности ионосферной турбулентности по данным радиозондирования. Такая постановка обусловлена сопоставлением спектров КВ сигналов, рассеянных естественными и искусственными мелкомасштабными флуктуациями ионосферной плазмы. Оказалось, что для значительного объема наблюдательных данных по спектральным и корреляционным характеристикам рассеяния не удавалось дифференцировать искусственную и естественную турбулентности. Применение фрактального анализа позволило достоверно различить эти две ситуации.

ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследования эффектов КВ рассеяния проводились с помощью специального измерительного комплекса на базе остронаправленной ФАР радиотелескопа УТР-2 по схеме двухпозиционного зондирования ионосферы [2]. В этом случае в качестве зондирующих передатчиков использовались широкоэмиттерные станции КВ диапазона, расположенные на расстоянии до 1000 км от приемного пункта (Радиоастрономическая обсерватория РИ АН Украины, 49,66° СШ, 36,83° ВД) (рис. 1).

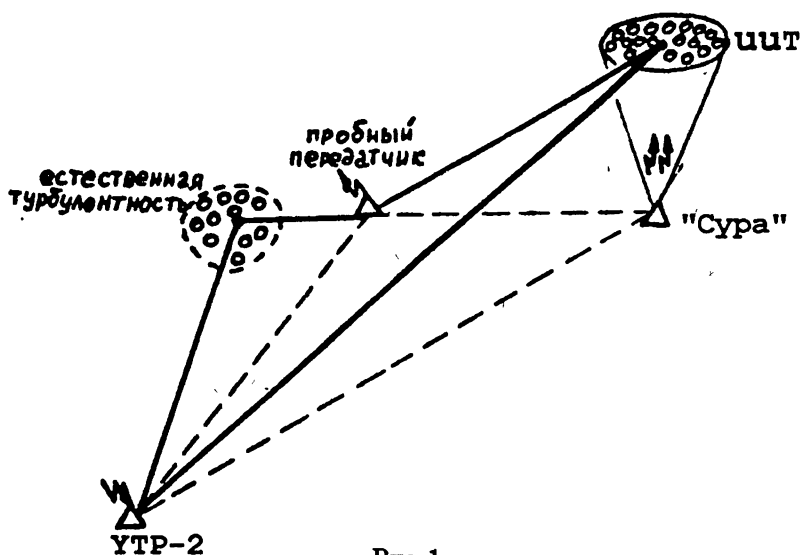


Рис. 1.

Зондирующие частоты f_0 выбирались из условия значительного превышения $f_{МПЧ}$ для всех радиотрасс. В этом случае поле у приемника формировалось только за счет эффектов резонансного рассеяния сигналов на флуктуациях ионосферной плазмы с размерами $l \sim \lambda/2$. Как правило, объек-

тами исследования в условиях невозмущенной ионосферы являлись области изотропного и ракурсного рассеяния на естественных неоднородностях [3]. Искусственная ионосферная турбулентность (ИИТ) стимулировалась мощным нагревным стендом "Сура" (НИРФИ, Нижний Новгород, $56,13^\circ$ СШ, $46,10^\circ$ ВД) [4]. Приемно-обрабатывающая система позволяла одновременно регистрировать спектры сигналов, рассеянных естественными и искусственными неоднородностями, селективируя их по доплеровскому смещению частоты и направлениям прихода. В то же время, как отмечалось ранее, формы спектральных кривых зачастую не отличались (рис. 2). Идентичными оказывались и спектры флуктуаций огибающих (рис. 3)

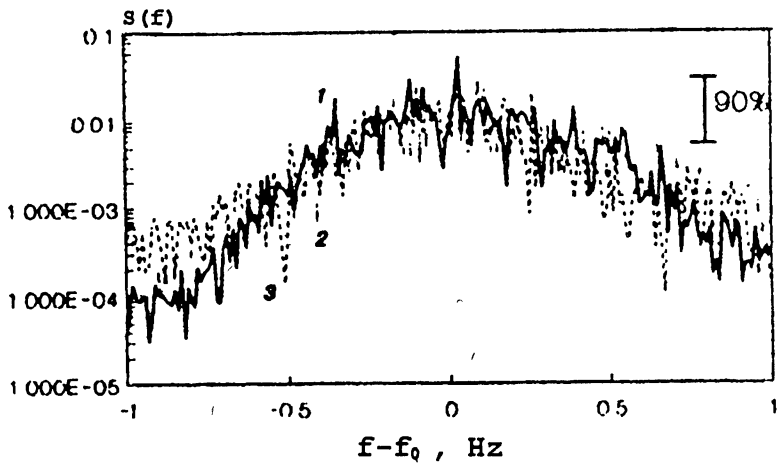


Рис. 2.

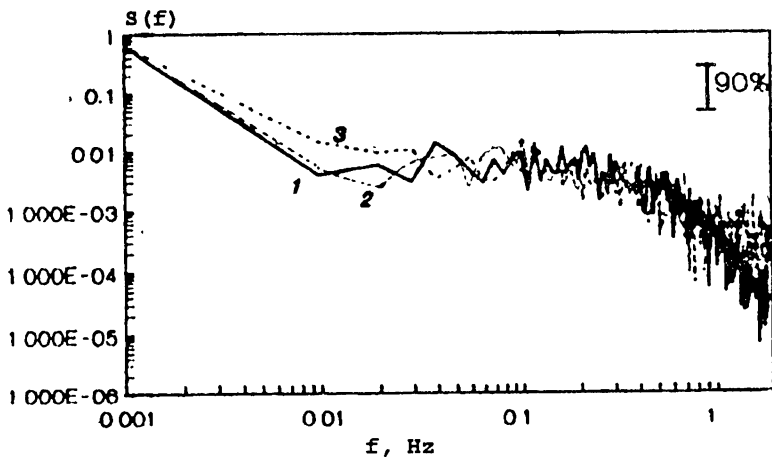


Рис. 3.

(вертикальная черта в правом верхнем углу соответствует 90%-му доверительному интервалу).

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

В качестве исследуемого параметра зондирующего сигнала для оценивания фрактальной размерности нами была выбрана огибающая $A(t)$. Процессы детектирования, фильтрации и других преобразований сигнала осуществлялись цифровыми методами при помощи ЭВМ, согласованной с измерительным комплексом посредством многоканального АЦП.

Определение фрактальной размерности D исследуемого процесса проводилось по известной методике с использованием оценивания корреляционного интеграла $C(r)$ [5]. Отличительной особенностью такой методики является возможность определения размерности многомерной системы по реализации лишь одной фазовой переменной:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{N^2} \right) \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \sum_{j=1}^N \delta(r - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|), \quad (1)$$

где $\delta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $\vec{X}_i = \vec{X}(t_i)$ — n -мерный вектор, выбранный по следующему правилу:

$$\vec{X}(t_i) = \left\{ x(t_i), x(t_i + T), \dots, x(t + (n-1)T) \right\}, \quad (2)$$

где $x(t)$ — значение фазовой переменной в момент времени t ; T — шаг квантования процесса по времени; n — размерность фазового пространства (объемлющая размерность); r — “расстояние” между векторами \vec{X} в этом пространстве. Главная гипотеза, лежащая в основе алгоритма, состоит в том, что для определенного диапазона значений r справедливо условие [5]:

$$C(r) \sim r^D. \quad (3)$$

Указанный отрезок кривой $C(r)$ называется скейлинговым участком. Предполагается, что эта зависимость сохраняется для любого $n \geq \text{int}[D_T]$, где int — операция выделения целой части, D_T — истинная размерность объекта, т.е. $\text{int}[D_T] + 1$ есть число дифференциальных уравнений первого порядка, необходимых для описания поведения этого объекта.

Описываемый алгоритм предполагает на первом этапе построение зависимостей $C(r)$ для различных значений n , изменяющихся в пределах от 1 до некоторого n_{\max} . При этом удобным является построение корреляционных интегралов в логарифмическом по обеим осям масштабе. В

этом случае скейлинговый участок представляет собой отрезок прямой с наклоном, равным D . Согласно принятой гипотезе [5]

$$D_T = \lim_{n \rightarrow \infty} D(n).$$

Поэтому можно ожидать, что для процессов с ограниченной размерностью при $n \geq D_T$ будет наблюдаться "насыщение" зависимости $D(n)$ на уровне близком к D_T (до этой точки измеренная размерность растет пропорционально объемлющей, и ее поведение описывается выражением $D(n) = n$).

Однако, в работе [6] показано, что для системы с добавлением случайного шума это не так. При $n \geq D_T$, зависимость $D(n)$ будет представлять собой не горизонтальный, а наклонный участок с наклоном, пропорциональным интенсивности шума. Для оценки величины D_T в этой ситуации авторами [6] предложено аппроксимировать этот отрезок прямой линией. Тогда точка пересечения ее с зависимостью $D(n) = n$ будет соответствовать истинной размерности системы.

Естественно, что при обработке экспериментальных данных встает вопрос о шаге оцифровки по времени T . Как известно из литературы [7], оптимальный шаг T должен быть таким, чтобы при построении двумерного сечения траектории процесса в фазовом пространстве расстояние между точками на данном участке фазовой траектории было сравнимо с расстоянием между соседними траекториями. Увеличение T приводит к тому, что точки, удаленные друг от друга по времени, становятся близкими в фазовом пространстве. Это, в свою очередь, вызывает завышение оценки D_T . В терминах корреляционного анализа это требование можно переформулировать так:

$$T \ll \tau_c.$$

Здесь τ_c — радиус корреляции исследуемого процесса.

С другой стороны, величина T должна быть такой, чтобы средняя разность соседних отсчетов превышала шаг квантования процесса по уровню [7], иначе оценка D_T будет заниженной.

Проверка работоспособности алгоритма вычисления $C(r)$ и оценивания D_T проводилась на модельных последовательностях данных. В качестве одной из моделей была выбрана сумма N синусоид с некрратными частотами. Как известно, размерность такой системы при равенстве амплитуд составляющих близка по величине к числу синусоид $D_T \approx N$ [7], что и было подтверждено нашими измерениями. В дополнение к результатам [7] было также показано, что кратность частот или неравенство амплитуд составляющих приводит к уменьшению оцениваемой размерности: $D_T < N$.

Вторая модель представляла собой аддитивную смесь синусоидального колебания со случайным шумом. Анализ кривых $C(r)$ позволил установить наличие двух скейлинговых участков, соответствующих регулярной

и шумовой компонентам. Динамика изменения этих участков в зависимости от величины соотношения "сигнал/шум" q приведена на рис. 4.

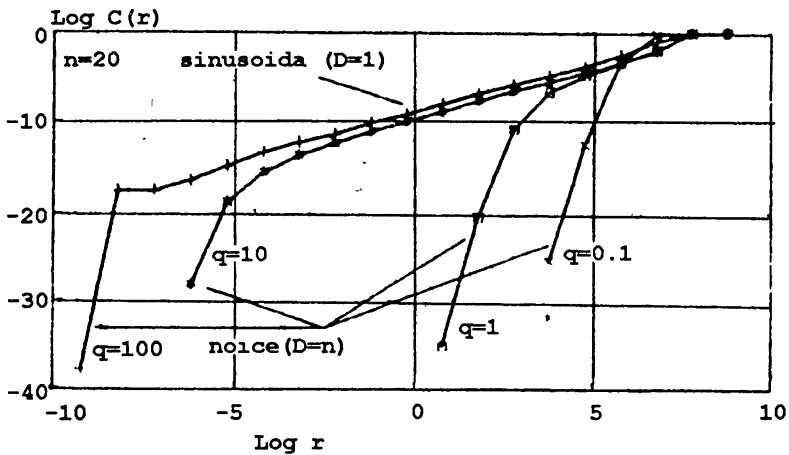


Рис. 4.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для обработки и анализа огибающих процессов были выбраны три типа данных, отличающихся по природе ионосферной турбулентности и типу приемных антенн:

- 1 — сигналы, рассеянные на естественных неоднородностях и принятые на слабонаправленную антенну;
- 2 — те же сигналы, принятые при помощи остронаправленной антенны;
- 3 — сигналы, рассеянные ИИТ и принятые на остронаправленную антенну.

Оцифровка сигналов проводилась с шагом $T = 50$ мс (полоса анализа 10 Гц). Это значение T вполне удовлетворяло требованию, налагаемому на шаг оцифровки, поскольку для наших данных интервал корреляции составлял в [с]: $\tau_c \sim 1-2 \gg T$. Длительность анализируемых реализаций Δt выбиралась значительно превышающей интервал стационарности τ_s , что обеспечивало независимое статистическое оценивание. Для все трех типов данных значение τ_s не превышало нескольких секунд. Исходя из этого величина Δt была выбрана равной 100 с, что соответствует приблизительно 2000 отсчетов исследуемого процесса. После цифрового детектирования фильтрация флуктуаций огибающей проводилась прямоугольным фильтром в полосе 2 Гц. Предварительный спектральный анализ сигналов для всех видов данных показал, что в полосе ± 2 Гц относительно несущей сосредоточено 95–98% энергии сигнала. Дальнейшее расширение

полосы фильтрации приводило к ухудшению соотношения “сигнал/шум”. На рис. 3 представлены энергетические спектры флуктуаций огибающих сигналов всех трех типов (1 тип — сплошная линия, 2 — точки, 3 — штриховая линия), которые в пределах доверительных интервалов ведут себя идентично.

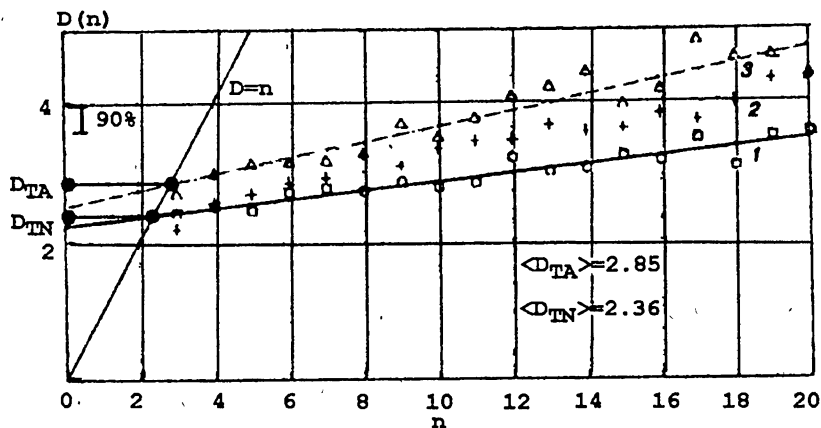


Рис. 5.

Усредненные зависимости $\langle D(n) \rangle$ для всех трех типов данных приведены на рис. 5 (каждая из них получена усреднением по четырем 100-секундным реализациям). Здесь же для оценивания D_T по методике [6] приведены прямые, аппроксимирующие наклонные участки $\langle D(n) \rangle$ при $n > D_T$. Квадратики и сплошная линия соответствуют 1 типу данных, крестики и точечная линия — типу 2, треугольники и пунктир — типу 3. Как видно из рисунка, максимальной размерностью обладает огибающая сигналов, рассеянных ИИТ ($D = D_{TA}$). Величины D_T в случае естественной турбулентности оказываются близкими для направленной и ненаправленной антенн ($D = D_{TN}$). Анализ неусредненных значений D_T , проведенный в предположении о нормальности флуктуаций оценок, показал достоверность наблюдаемой разницы между D_{TA} и D_{TN} , поскольку 90%-й доверительный интервал в этом случае имел величину около $\pm 0,20$ (он изображен в левой верхней части рисунка), а средние значения составили $\langle D_{TA} \rangle \approx 2,85$ и $\langle D_{TN} \rangle \approx 2,36$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты проведенных исследований.

1. Применение методики фрактального анализа к задаче объемного рассеяния КВ сигналов мелкомасштабными ионосферными неоднородностями позволяет дифференцировать тип турбулентности (естественная,

искусственная) даже в тех случаях, когда спектры рассеяния неразличимы.

2. Фрактальные размерности характеристик рассеяния оказываются конечными величинами. Это дает основание предположить, что ионосферная турбулентность порождается конечным числом факторов, и для ее математического описания возможно построение модели в виде конечной системы дифференциальных уравнений первого порядка.

3. Возрастание фрактальной размерности характеристик рассеянного ИИТ сигнала, по-видимому, является следствием “добавления” к конечному числу природных факторов дополнительных механизмов, определяющих динамику поведения системы “ионосферная турбулентность”.

4. Традиционные методы спектрального анализа, используемые в задачах радиозондирования ионосферы, не всегда оказываются эффективными для диагностики турбулентных процессов.

В заключение авторы выражают благодарность сотрудникам отдела ионосферного распространения радиоволн РИ АН Украины и А. Ф. Белену (НИРФИ) за помощь в проведении сложных долговременных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татрский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч2. — М.: Наука, 1978. 463 с.
2. Безродный В. Г., Пономаренко П. В., Ямпольский Ю. М. Рассеяние дециметровых радиоволн ионосферой на частотах выше МПЧ. / Сб. “Ионосферные исследования”. — М.: АН СССР, 1989. С. 61–76.
3. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984. 392 с.
4. Belenou A. F., Erukhimov L. M., Yampolski Yu. M. Scattering by a heated ionospheric volume: fine structure of the doppler spectrum / Proc. of the III Suzdal URSI Symposium on Modification of the Ionosphere by Powerful Radio Waves (ISIM-3). — Moscow, 1991. P. 47–51.
5. Grassberger P., Procaccia I. // Physica, 1983. V. D9. N 1–2. P. 189–208.
6. Čenyž A., Lasiene G., Rytagas K. // Литовский физический сборник, 1990. Т. 30. N 3. С. 274–278.
7. Gershenfeld N. A. // Physica, 1992. V. D55. P. 135–154.

Радиоастрономический институт
АН Украины

Поступила в редакцию
10 ноября 1993 г.

**FRactal ANALYSIS OF HF SIGNALS, SCATTERED BY SMALL SCALE
IONOSPHERIC IRREGULARITIES**

S. A. Bulgakov, P. V. Ponomarenko, Yu. M. Yampolski

The fractal dimension as a characteristic of experimental data series is considered. The correlation integral method is used for dimension calculation. It is stated that the fractal dimension can be applied for identification of various processes occurred in the ionosphere when conventional spectral analysis fails. It is shown the realizations corresponding to volume scattering by artificial and natural inhomogeneities have limited dimension values, which are essentially different. A technique of experimental data preparation for applying the correlation integral method is developed. An influence of data sampling rate and signal-to-noise relation on the dimension value is analyzed.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОШИБОК КВАНТОВАНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АДАПТИВНОГО ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

А. А. Беляков, А. А. Мальцев

Представлены результаты теоретического анализа влияния шумов квантования на характеристики адаптивного трансверсального фильтра, минимизирующего среднеквадратическую ошибку по градиентному алгоритму наименьших квадратов. Получено выражение для ковариационной матрицы весовых коэффициентов и проанализирована зависимость мощности избыточного шума на выходе от параметров адаптивной системы.

1. При использовании для настройки адаптивных систем различных дискретных алгоритмов возникают дополнительные ошибки, связанные с конечной разрядностью представления сигналов и весовых коэффициентов в цифровом процессоре. Ошибки квантования вызывают появление дополнительного шума на выходе адаптивной системы, ухудшая ее характеристики. Уменьшение ошибок квантования путем увеличения числа разрядов сигналов и весовых коэффициентов приводит к существенному усложнению схем адаптивных систем обработки сигналов, снижению их быстродействия и увеличению стоимости. Таким образом, возникает задача определения влияния шумов квантования на статистические характеристики адаптивных систем и выбора оптимального, в некотором смысле, количества разрядов двоичного кода в различных узлах адаптивного процессора. Исследование данной задачи проводилось в ряде работ. Так, например, в работах [1, 2] рассматривалось влияние ограниченной разрядности вычислителя на характеристики адаптивной системы, использующей прямое обращение выборочной ковариационной матрицы. В работах [3, 4] получено выражение для избыточной среднеквадратической ошибки (СКО), обусловленной шумами квантования весовых коэффициентов и выходного сигнала фильтра, при этом входной сигнал фильтра полагался неквантованным. В работе [5] получено более общее выражение для избыточного шума, учитывающее шум квантования входного сигнала, однако при этом подразумевалось, что квантование весовых коэффициентов осуществлялось только в цифровом интеграторе адаптивного трансверсального фильтра. В настоящей статье приводятся результаты детального исследования влияния различных шумов квантования на характеристики адаптивного трансверсального фильтра, минимизирующего

среднеквадратическую ошибку по градиентному алгоритму наименьших квадратов.

2. Адаптивный градиентный алгоритм настройки весовых коэффициентов трансверсального фильтра может быть представлен следующим рекуррентным соотношением [6]:

$$\vec{W}(n+1) = \vec{W}(n) + \mu \{-\hat{\nabla}[\langle \varepsilon^2(n) \rangle]\}, \quad (1)$$

$$\hat{\nabla}[\langle \varepsilon^2(n) \rangle] = \nabla[\langle \varepsilon^2(n) \rangle] + \vec{g}(n), \quad \nabla[\langle \varepsilon^2(n) \rangle] = 2\mathbf{R}\vec{W}(n) - 2\vec{P}, \quad (2)$$

$$\varepsilon(n) = d(n) - y(n), \quad y(n) = \vec{W}^T(n)\vec{X}(n), \quad (3)$$

где $\vec{W}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$ — вектор весовых коэффициентов на n -ом шаге адаптации; $\vec{X}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^T$ — вектор входного сигнала; N — число весовых коэффициентов трансверсального фильтра; $d(n)$, $\varepsilon(n)$, $y(n)$ — отсчеты “желаемого” сигнала, сигнала ошибки компенсации и выходного сигнала адаптивного трансверсального фильтра; μ — скалярный параметр адаптации; $\hat{\nabla}[\langle \varepsilon^2(n) \rangle]$ — оценка истинного значения вектора градиента среднеквадратической ошибки (СКО); $\vec{g}(n)$ — шумовая составляющая оценки градиента с нулевым математическим ожиданием; \mathbf{R} — корреляционная матрица входного сигнала; \vec{P} — вектор взаимной корреляции отсчетов входного процесса и “желаемого” отклика.

Для обычного градиентного алгоритма наименьших квадратов оценка градиента на каждой итерации принимается равной

$$\hat{\nabla}[\langle \varepsilon^2(n) \rangle] = -2\varepsilon(n)\vec{X}(n). \quad (4)$$

Будем рассматривать стационарный режим работы, полагая, что значение параметра μ достаточно мало и адаптивный процесс сходится к установившемуся значению в окрестности точки минимума СКО ($\vec{W}(n) \simeq \vec{W}^{\text{опт}}$). При этом $\nabla[\langle \varepsilon^2(n) \rangle]$ стремится к нулю, и вектор шума градиента с учетом (4) приблизительно равен

$$\vec{g}(n) \simeq \hat{\nabla}[\langle \varepsilon^2(n) \rangle] = -2\varepsilon(n)\vec{X}(n). \quad (5)$$

3. Найдем ковариационную матрицу весовых коэффициентов с учетом шумов квантования в цифровом адаптивном фильтре, использующем арифметику с фиксированной точкой. Пусть входные аналоговые сигналы отмасштабированы таким образом, что их максимальные значения близки к границам динамических диапазонов аналого-цифровых преобразователей, но не превышают их, и эффекты переполнения разрядных сеток отсутствуют. Кроме того будем полагать, что квантование входных аналоговых сигналов и уменьшение разрядности цифровых

сигналов после операций умножения производится по алгоритму округления, а дискретные выборки (отсчеты) входных, выходных сигналов и весовых коэффициентов представляются в виде m -разрядных двоичных чисел в дополнительном коде (один разряд — знаковый). В этом случае шумы квантования представляют собой некоррелированные отсчеты взаимонезависимых случайных процессов с нулевыми средними, равномерными вероятностными распределениями и дисперсией $D = \frac{1}{12} 2^{-2(m-1)}$. Шум округления, возникающий в процессе квантования какого-либо сигнала, и сам сигнал будем считать статистически независимыми [7]. Общая схема адаптивного трансверсального фильтра с указанием независимых источников шумов квантования приведена на рис. 1.

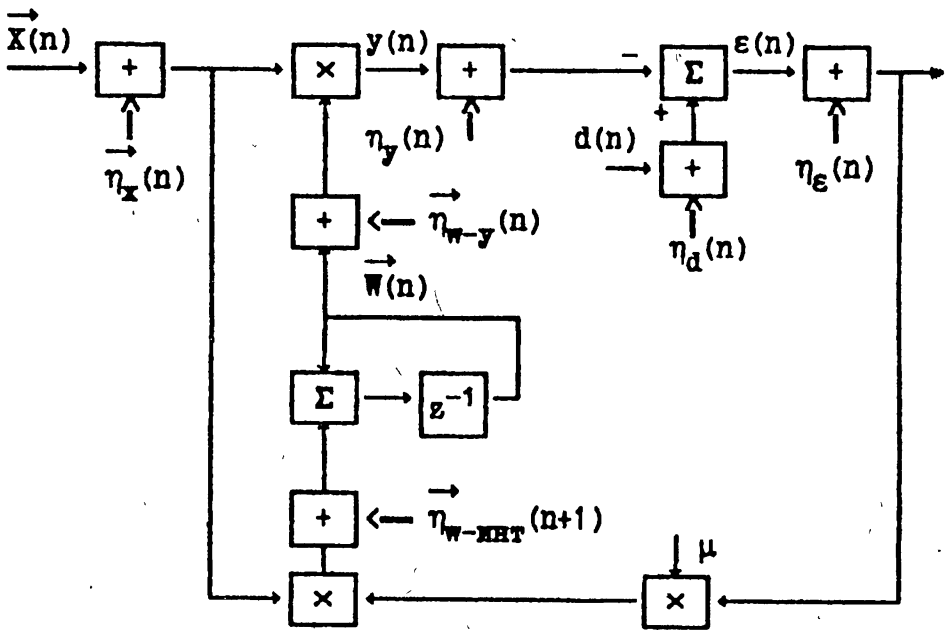


Рис. 1..

Выражения, описывающие связь квантованных и истинных значений сигналов, можно записать в следующем виде:

$$d_{\text{кв}}(n) = d(n) + \eta_d, \quad \varepsilon_{\text{кв}}(n) = \varepsilon(n) + \eta_\varepsilon,$$

$$\vec{X}_{\text{кв}}(n) = \vec{X}(n) + \vec{\eta}_x(n),$$

где $\vec{\eta}_x(n) = [\eta_x(n), \eta_x(n-1), \dots, \eta_x(n-N+1)]^T$, а $\eta_x, \eta_d, \eta_\varepsilon$ — шумы квантования сигналов $x(n), d(n), \varepsilon(n)$ с дисперсиями D_x, D_d, D_ε . Значения отклика $y(n)$ в цифровых адаптивных трансверсальных фильтрах округляются до m_y двоичных разрядов, поэтому

$$y_{\text{кв}}(n) = y(n) + \eta_y,$$

где η_y — шум квантования отклика фильтра с дисперсией $D_y = c \frac{1}{12} 2^{-2(m_y-1)}$. Следует отметить, что коэффициент c в этом выражении зависит от способа вычисления $y(n)$. Если результаты произведений $w_j(n) \times (n-j)$ сначала округляются до m_y разрядов, а затем складываются, то $c = N$, если наоборот, то $c = 1$.

В схеме на рис. 1 показаны также шумы, возникающие при округлении (уменьшении разрядности) весовых коэффициентов до m_{w-y} разрядов перед вычислением отклика фильтра. Это округление учитывается введением $\vec{\eta}_{w-y}(n)$ — вектора независимых шумов с дисперсиями D_{w-y} . Значение параметра адаптации μ будем считать кратным степени двойки, и поэтому шум квантования μ в дальнейшем рассматривать не будем.

С учетом перечисленных источников шумов квантования выражение (5) для шума оценки градиента запишется в следующем виде:

$$\vec{g}(n) = -2\hat{\varepsilon}_{\text{кв}}(n)\vec{X}_{\text{кв}}(n), \quad (6)$$

где

$$\hat{\varepsilon}_{\text{кв}}(n) = d(n) + \eta_d + \eta_c - \eta_y - (\vec{W}(n) + \vec{\eta}_{w-y}(n))^T (\vec{X}(n) + \vec{\eta}_x(n)). \quad (7)$$

Подставляя (3) и (7) в (6), получим:

$$\vec{g}(n) = 2[\varepsilon(n) + \eta_d + \eta_c - \eta_y - \Delta y_1(n) - \Delta y_2(n) - \Delta y_3(n)] (\vec{X}(n) + \vec{\eta}_x(n)), \quad (8)$$

где

$$\Delta y_1(n) = \vec{\eta}_{w-y}^T(n)\vec{X}(n), \quad \Delta y_2(n) = \vec{W}^T(n)\vec{\eta}_x(n), \quad \Delta y_3(n) = \vec{\eta}_{w-y}^T(n)\vec{\eta}_x(n). \quad (9)$$

Ковариационную матрицу шума градиента можно представить в следующем виде (см. Приложение):

$$\begin{aligned} \text{cov}(\vec{g}(n)) &= 4 \left\langle (\varepsilon(n))^2 \right\rangle_{\text{МНН}} \mathbf{R}_{\text{кв}} + 4D_{w-y}(\mathbf{I} \text{tr} \mathbf{R}_{\text{кв}} + 2\mathbf{R})\mathbf{R}_{\text{кв}} + \\ &+ 4D_x(|\vec{W}^{\text{уст}}|^2 \mathbf{R}_{\text{кв}} + D_x \mathbf{A}) + 4(D_y + D_d + D_c)\mathbf{R}_{\text{кв}}, \quad (10) \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{R}_{\text{кв}} = \mathbf{R} + D_x \mathbf{I}; \quad \mathbf{A} = [a_{ij}], \quad a_{ij} = 2w_i^{\text{уст}} w_j^{\text{уст}} \text{ при } i \neq j, \quad a_{ii} = 0; \quad (11)$$

$$\left\langle (\varepsilon(n))^2 \right\rangle_{\text{МНН}} = \left\langle (d(n))^2 \right\rangle - \vec{P} \vec{W}^{\text{уст}} \quad (12)$$

минимальная СКО при $\vec{W}(n) = \vec{W}^{\text{уст}} = \mathbf{R}_{\text{кв}}^{-1} \vec{P}$. Заметим, что шум квантования входного сигнала приводит к небольшому смещению установившегося вектора, так как $\vec{W}^{\text{уст}} = \mathbf{R}_{\text{кв}}^{-1} \vec{P} \neq \mathbf{R}^{-1} \vec{P}$. Используя Q — матричное

преобразование, диагонализующее матрицу $\mathbf{R}_{\text{кв}}$ (\mathbf{Q} — ортонормированная матрица собственных векторов матрицы $\mathbf{R}_{\text{кв}}$), и вводя обозначения

$$\vec{V}(n) = \vec{W}(n) - \vec{W}^{\text{опт}}, \vec{V}'(n) = \mathbf{Q}\vec{V}'(n), \vec{g}(n) = \mathbf{Q}\vec{g}'(n), \mathbf{R}_{\text{кв}} = \mathbf{Q}\Lambda_{\text{кв}}\mathbf{Q}^T, \quad (13)$$

запишем выражение (10) в новой системе координат, образованной главными осями, соответствующими собственным векторам матрицы $\mathbf{R}_{\text{кв}}$.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\vec{g}'(n)) &= 4 \left\langle (\varepsilon(n))^2 \right\rangle_{\text{мин}} \Lambda_{\text{кв}} + 4D_{w-y}(\mathbf{I} \text{tr} \Lambda_{\text{кв}} + 2\Lambda) \Lambda_{\text{кв}} + \\ &+ 4D_x(|\vec{W}^{\text{уст}}|^2 \Lambda_{\text{кв}} + D_x \mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q}) + (D_y + D_d + D_e) \Lambda_{\text{кв}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Как видно из (14), ковариационная матрица шума градиента складывается из нескольких составляющих. Первое слагаемое в (14) описывает шум градиента, вызванный однократным (мгновенным) способом оценки градиента в данном адаптивном алгоритме. Второе — вызвано квантованием весовых коэффициентов перед вычислением отклика фильтра. Третье — вызвано шумом квантования входного сигнала $x(n)$. Четвертое — вызвано шумами квантования отклика адаптивного фильтра $y(n)$, сигнала ошибки $\varepsilon(n)$ и “желаемого” сигнала $d(n)$.

Используя представление (2) для градиента, запишем уравнение настройки весовых коэффициентов (1) цифрового адаптивного трансверсального фильтра с учетом шумов квантования

$$\vec{W}(n+1) = (\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{R}_{\text{кв}})\vec{W}(n) - 2\mu\vec{P} - \mu g(n) + \vec{\eta}_{w-\text{инт}}(n+1), \quad (15)$$

где $\vec{\eta}_{w-\text{инт}}(n+1)$ — вектор независимых шумов квантования весовых коэффициентов в цифровом интеграторе с дисперсией $D_{w-\text{инт}}$ (см. рис. 1). Последнее слагаемое в (15) учитывает округление весовых коэффициентов при вычислении $(n+1)$ -го значения (помимо округления перед вычислением отклика $y(n)$) до $m_{w-\text{инт}}$ разрядов (обычно $m_{w-\text{инт}} > m_{w-y}$)*. С учетом (13) запишем уравнение (15) в \mathbf{Q} -представлении

$$\vec{V}'(n+1) = (\mathbf{I} - 2\mu\Lambda_{\text{кв}})\vec{V}'(n) - \mu\vec{g}'(n) + \mathbf{Q}\vec{\eta}_{w-\text{инт}}(n+1). \quad (16)$$

Вычислим ковариационную матрицу вектора весовых коэффициентов, учитывая, что в стационарном режиме адаптации $\langle \vec{V}'(n) \rangle = 0$,

*В [8] было также показано, что шум квантования $\eta_{w-\text{инт}}$ в цифровом интеграторе адаптивного трансверсального фильтра может, при некоторых условиях, вызвать постоянный дрейф весовых коэффициентов, что приводит к срыву работы адаптивной системы. Там же был предложен и исследован модифицированный градиентный алгоритм наименьших квадратов, предотвращающий переполнения разрядной сетки весовых коэффициентов.

$\langle \varepsilon(n) \vec{X}(n) \rangle = 0$; $\vec{g}'(n)$, $\vec{V}'(n)$ и $\vec{\eta}_{w-инт}(n+1)$ некоррелированы.

$$\begin{aligned} \text{cov}[\vec{V}'(n+1)] &= \langle \vec{V}'(n+1) \vec{V}'^T(n+1) \rangle = (\mathbf{I} - 2\mu\Lambda_{\text{кв}})^2 \text{cov}[\vec{V}'(n)] + \\ &+ \mu^2 \text{cov}[\vec{g}'(n)] + D_{w-инт} \mathbf{I}. \end{aligned}$$

В установившемся режиме адаптации при стационарном входном сигнале $\mathbf{z}(n)$ процесс $\vec{V}'(n)$ стационарен и, следовательно,

$$\text{cov}[\vec{V}'(n+1)] = \text{cov}[\vec{V}'(n)]. \quad (17)$$

С учетом (17) получим

$$\begin{aligned} \text{cov}[\vec{V}'(n)] &= (\mathbf{I} - \mu\Lambda_{\text{кв}})^{-1} \left\{ \mu \langle (\varepsilon(n))^2 \rangle_{\text{мин}} \mathbf{I} + \mu D_{w-y} (\mathbf{I} \text{tr} \mathbf{R}_{\text{кв}} + 2\Lambda) \Lambda_{\text{кв}} + \right. \\ &+ \mu |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 D_x \mathbf{I} + \mu D_x^2 \mathbf{Q}^T \mathbf{A} \mathbf{Q} \Lambda_{\text{кв}}^{-1} + \mu (D_y + D_d + D_e) \mathbf{I} + \left. \frac{D_{w-инт}}{4\mu} \Lambda_{\text{кв}}^{-1} \right\}. \quad (18) \end{aligned}$$

Выражение (18) определяет ковариационную матрицу флуктуаций весовых коэффициентов, вызванных "однократным" способом оценки градиента в алгоритме наименьших квадратов (первое слагаемое) и шумами квантования сигналов и весовых коэффициентов адаптивного фильтра.

4. Оценим мощность избыточного шума на выходе адаптивной системы. Используя (7), (9), (11), (12), запишем выражение для избыточной СКО ΔP :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \langle \varepsilon^2(n) \rangle - \langle (\varepsilon^2(n))^2 \rangle_{\text{мин}} = D_y + D_d + D_e + (\Delta y_1(n))^2 + \\ &+ (\Delta y_2(n))^2 (\Delta y_3(n))^2 + \langle \vec{V}'^T(n) \Lambda_{\text{кв}} \vec{V}'(n) \rangle. \quad (19) \end{aligned}$$

Отсюда видно, что избыточный шум в сигнале ошибки системы складывается из двух составляющих. Первая — шумы квантования, дающие прямой вклад в сигнал ошибки в виде аддитивных $(D_y + D_d + D_e)$ и мультипликативных $((\Delta y_1(n))^2 + (\Delta y_2(n))^2 + (\Delta y_3(n))^2)$ членов. Вторая — представляет собой дополнительный шум, вызванный флуктуациями весовых коэффициентов, обусловленными шумом градиента в силу однократного (мгновенного (4)) способа оценки и ошибками квантования (градиентная составляющая выходного шума). Фактически, градиентная составляющая выходного шума обусловлена наличием корреляционной обратной связи по цепи сигнала ошибки. Мощность этого шума определяется в (19) слагаемым

$$\langle \vec{V}'^T(n) \Lambda_{\text{кв}} \vec{V}'(n) \rangle = \sum_{j=0}^{N-1} \lambda_{\text{кв},j} \langle (v'_{jj}(n))^2 \rangle,$$

где $\lambda_{\text{кв},j}$ — собственные числа матрицы $\mathbf{R}_{\text{кв}}$, $\langle (v'_{jj}(n))^2 \rangle$ — диагональные элементы матрицы $\text{cov}[\vec{V}'(n)]$.

Выражение (19) устанавливает в общем виде зависимость избыточной СКО от шумов квантования переменных адаптивного градиентного алгоритма наименьших квадратов в установившемся режиме. Удовлетворительную оценку избыточной СКО можно получить, полагая приблизительно равными собственные значения матрицы $\mathbf{R}_{\text{кв}}$ ($\lambda_{\text{кв},j} \simeq \lambda_{\text{ср}} = \frac{\text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}}}{N}$). В этом случае, используя приближенные выражения для сумм

вида $\sum_{j=0}^{N-1} \frac{\mu\lambda_{\text{кв},j}}{1-\mu\lambda_{\text{кв},j}} \simeq \frac{N\mu\text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}}}{N-\mu\text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}}}$ и тот факт, что $\text{tr}\mathbf{Q}^T\mathbf{A}\mathbf{Q} = \text{tr}\mathbf{A} = 0$, из

(19) с учетом (9), (18) получим

$$\begin{aligned} \Delta P = & D_{w-y} \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} + D_x |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 + D_y + D_d + D_e + \frac{1}{N - \mu \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}}} \times \\ & \times \left\{ N\mu \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \langle (\varepsilon(n))^2 \rangle_{\text{мин}} + D_x |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 + D_y + D_d + D_e + D_{w-y} \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \right\} + \\ & + 2\mu D_{w-y} \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \text{tr}\mathbf{R} + \frac{D_{w-\text{инт}} N^2}{4\mu} \end{aligned} \quad (20)$$

Отметим, что последнее слагаемое в фигурных скобках в выражении (20) определяет мощность градиентной составляющей выходного шума.

Поскольку число весовых коэффициентов современных адаптивных фильтров, реализованных на специализированных сигнальных процессорах, обычно достаточно велико, получим оценки избыточной СКО ΔP для различных скоростей настройки адаптивного алгоритма при $N \gg 1$. Для режима медленной сходимости ($\mu \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \ll 1$), характерного для систем пространственно-временной фильтрации сигналов (адаптивные антенные решетки, адаптивные фильтры), из (20) имеем

$$\begin{aligned} \Delta P \simeq & \mu \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \langle (\varepsilon(n))^2 \rangle_{\text{мин}} + D_{w-y} \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} + D_x |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 + \\ & + (D_y + D_d + D_e) + \frac{D_{w-\text{инт}}}{4\mu} N. \end{aligned} \quad (21)$$

Для режима быстрой сходимости ($\mu \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} \sim 1$), используемого, например, в системах активного гашения звуковых и вибрационных полей, получим

$$\begin{aligned} \Delta P \simeq & \langle (\varepsilon(n))^2 \rangle_{\text{мин}} + 2D_{w-y} \text{tr}\mathbf{R}_{\text{кв}} + 2D_x |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 + \\ & + 2(D_y + D_d + D_e) + \frac{D_{w-\text{инт}}}{4\mu} N. \end{aligned} \quad (22)$$

Анализируя (20), (21), (22), можно сделать следующие выводы. С повышением скорости сходимости (при увеличении $\mu \text{tr} \mathbf{R}_{\text{KB}}$) вклад градиентной составляющей избыточного шума увеличивается. Мощность дополнительного выходного шума, обусловленного квантованием сигналов $y(n)$, $d(n)$, $\varepsilon(n)$ при увеличении $\mu \text{tr} \mathbf{R}_{\text{KB}}$ растет за счет увеличения шума градиента, приближаясь в предельном случае (при $\mu \text{tr} \mathbf{R}_{\text{KB}} \sim 1$) к удвоенным значениям дисперсий ($2(D_y + D_d + D_\varepsilon)$). Соответственно увеличивается и мощность дополнительного шума, вызванного квантованием входного сигнала $x(n)$, достигая в предельном случае $2D_x |\bar{W}^{\text{уст}}|^2$. Аналогично ведет себя шум, вызванный округлением весовых коэффициентов перед вычислением отклика фильтра. Отметим, что предельная (при $\mu \text{tr} \mathbf{R}_{\text{KB}} \sim 1$) мощность этого шума $\Delta P_{w-y} = 2D_{w-y} \text{tr} \mathbf{R}_{\text{KB}}$ пропорциональна полной мощности входного сигнала и, следовательно, растет с увеличением N .

Наиболее нежелательным следствием эффектов округления в адаптивном фильтре с алгоритмом наименьших квадратов является избыточный шум, порожденный квантованием весовых коэффициентов в цифровом интеграторе. Мощность этого шума $\Delta P_{w-\text{инт}} = \frac{D_{w-\text{инт}}}{4\mu} N$ пропорциональна N и обратно пропорциональна скалярному параметру адаптации μ , величина которого обычно выбирается намного меньшей единицы. Если, например, мощность этого шума необходимо сделать сопоставимой с дисперсией D_y (или D_ε , D_d), то число разрядов цифрового интегратора адаптивного фильтра должно быть на $\left| \log_2 \left(\frac{4\mu}{N} \right) \right|$ больше, чем разрядность сигналов $y(n)$ ($\varepsilon(n)$ или $d(n)$). Так, например, при $N = 32$ и $\mu = 2^{-6}$ (параметры экспериментальной адаптивной системы, описанной в [8]) точность представления весовых коэффициентов в цифровом интеграторе должна быть на 9 разрядов выше точности представления сигналов. Отметим, что в том случае, когда величина произведения $-2\mu \hat{\varepsilon}_{\text{KB}}(n) \bar{X}_{\text{KB}}(n)$ по модулю меньше значения младшего разряда весовых коэффициентов в интеграторе, процесс адаптивной настройки вообще останавливается. При этом необходимо подчеркнуть различие избыточного шума, вызванного квантованием весовых коэффициентов перед вычислением отклика фильтра и избыточного шума, вызванного ограниченной разрядностью цифрового интегратора адаптивного фильтра. Как видно из (21), (22), на разрядность весовых коэффициентов при вычислении отклика фильтра не накладываются столь жестких требований (особенно при малых μ и больших N), как на разрядность весовых коэффициентов в цифровом интеграторе адаптивного фильтра.

Использование методики и результатов проведенного анализа при практическом конструировании адаптивных систем с градиентным алгоритмом наименьших квадратов позволяет в зависимости от конкретной поставленной задачи оптимальным образом выбирать разрядность сигнала

лов и достичь компромисса между необходимой точностью, с одной стороны, сложностью и/или быстродействием, с другой стороны.

Сопоставление выводов данного анализа с результатами более ранних работ [3–5] и моделирование на ЭВМ алгоритма (15) подтверждают состоятельность полученных оценок.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим ковариационную матрицу шума оценки градиента, учитывая, что в установившемся режиме адаптации входной сигнал $\vec{X}_{\text{кв}}(n)$ и сигнал ошибки $\varepsilon(n)$ некоррелированы, шумы квантования взаимно независимы и некоррелированы с $\vec{X}_{\text{кв}}(n)$, $\varepsilon(n)$ и имеют нулевые нечетные моменты. Положим также, что $\vec{X}_{\text{кв}}(n)$ и $\vec{W}(n)$ в установившемся режиме взаимно некоррелированы. Среднее значение вектора входного сигнала равно нулю ($\langle \vec{X}_{\text{кв}}(n) \rangle = 0$), а флуктуации весовых коэффициентов малы ($\vec{W}(n) \simeq \langle \vec{W}(n) \rangle \simeq \vec{W}^{\text{уст}} = \mathbf{R}_{\text{кв}}^{-1} \vec{P}$, где $\mathbf{R}_{\text{кв}} = \mathbf{R} + D_x \mathbf{I}$). При этих предположениях ковариационная матрица шума оценки градиента $\vec{g}(n)$ (8) будет равна

$$\begin{aligned} \text{cov}(\vec{g}(n)) &= \langle \vec{g}(n) \vec{g}^T(n) \rangle = 4 \langle (\varepsilon(n))^2 \rangle_{\text{мин}} \mathbf{R}_{\text{кв}} + \langle (\Delta y_1(n))^2 \vec{X}(n) \vec{X}^T(n) \rangle + \\ &+ \langle (\Delta y_1(n))^2 \rangle D_x \mathbf{I} + |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 D_x \mathbf{R} + \langle (\Delta y_2(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle + \\ &+ \langle (\Delta y_3(n))^2 \rangle \mathbf{R} + \langle (\Delta y_3(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle + \\ &+ 2 \langle (\Delta y_1(n) \Delta y_3(n) \vec{X}(n) \vec{\eta}_x^T(n)) \rangle + (D_y + D_d + D_e) \mathbf{R}_{\text{кв}} \}. \quad (\text{П.1}) \end{aligned}$$

Полагая, что входной сигнал является гауссовским процессом, найдем:

$$\begin{aligned} \langle (\Delta y_1(n))^2 \vec{X}(n) \vec{X}^T(n) \rangle &= \langle \vec{X}(n) \vec{X}^T(n) \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_{w-y}^T(n) \vec{X}(n) \vec{X}^T(n) \rangle = \\ &= \mathbf{R} \text{tr}(\mathbf{R} \langle \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_{w-y}^T(n) \rangle) + 2 \mathbf{R} \langle \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_{w-y}^T(n) \rangle \mathbf{R} = \\ &= D_{w-y} \mathbf{R} \text{tr} \mathbf{R} + 2 D_{w-y} \mathbf{R} \mathbf{R}, \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle (\Delta y_1(n) \Delta y_3(n) \vec{X}(n) \vec{\eta}_x^T(n)) \rangle &= \langle \vec{X}(n) \vec{X}^T(n) \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_{w-y}^T(n) \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle = \\ &= D_x D_{w-y} \mathbf{R}. \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

Слагаемое в (П.1), содержащее $\Delta y_3(n)$ и $\vec{\eta}_x(n)$, в силу независимости шумов квантования $\vec{\eta}_x(n)$ и $\vec{\eta}_{w-y}(n)$ будет равно

$$\begin{aligned} \langle (\Delta y_3(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle &= \langle \vec{\eta}_x^T(n) \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_{w-y}^T(n) \vec{\eta}_{w-y}(n) \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle = \text{(П.4)} \\ &= D_{w-y} \langle \vec{\eta}_x^T(n) \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle = D_{w-y} \left\langle \left[\sum_{k=0}^{N-1} (\eta_x(n-k))^2 \right] \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \right\rangle. \end{aligned}$$

Несложно увидеть, что недиагональные элементы этой матрицы в силу независимости компонент вектора $\vec{\eta}_x(n)$ равны нулю. Поэтому выражение (П.4) примет следующий вид:

$$\langle (\Delta y_3(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle = D_{w-y} \left(\langle (\eta_x(n))^4 \rangle + (N-1) D_x^2 \right) \mathbf{I}.$$

Поскольку в силу равномерного и симметричного распределения $\langle (\eta_x(n))^4 \rangle = \frac{1}{90} 2^{-4(m_x-1)}$ и $D_x^2 = \frac{1}{144} 2^{-4(m_x-1)}$, можно записать

$$\langle (\Delta y_3(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle = b N D_{w-y} D_x \mathbf{I}, \quad \text{где } b = 1 + \frac{54}{90N}. \quad \text{(П.5)}$$

Аналогичным образом можно показать, что

$$\begin{aligned} \langle (\Delta y_2(n))^2 \vec{\eta}_x(n) \vec{\eta}_x^T(n) \rangle &= D_x^2 \begin{bmatrix} bN |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 & & & \\ & 2w_i^{\text{уст}} w_j^{\text{уст}} & & \\ & & \dots & \\ & 2w_i^{\text{уст}} w_j^{\text{уст}} & & \\ & & & bN |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 \end{bmatrix} = \\ &= b N D_x^2 |\vec{W}^{\text{уст}}|^2 \mathbf{I} + D_x^2 \mathbf{A}, \quad \text{где} \end{aligned} \quad \text{(П.6)}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 2w_i^{\text{уст}} w_j^{\text{уст}} & & \\ & & \dots & \\ & 2w_i^{\text{уст}} w_j^{\text{уст}} & & \\ & & & 0 \end{bmatrix}.$$

Подставляя (П.2), (П.3), (П.5), (П.6) в (П.1) и учитывая, что при достаточно большом числе весовых коэффициентов $b \simeq 1$, получим формулу (10).

ЛИТЕРАТУРА

1. Nitzberg R. //IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. 1976. V. AES-12. N 3. P. 369.

2. Nitzberg R. //IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. 1980. V. AES-16. N 4. P. 418.
3. Грубин И. В., Зароцкий С. И., Самойленко В. И. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1982. Т. 25. N 9. С. 38.
4. Константиновский А. Г., Белинский В. Т., Бочаров В. Е., Кудинов А. В. //Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1984. Т. 25. N 1. С. 31.
5. Caraiscos C. and Liu B. //IEEE Transaction on acoustics, speech and signal processing. 1984. V. ASSP-32. N 1. P. 34.
6. Widrow B. and McCool J. //IEEE Transaction on antennas and propagation. 1976. V. AP-24. N 5. P. 615.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М.: Мир, 1978. 835 с.
8. Беляков А. А., Мальцев А. А., Медведев С. Ю., Черепенников В. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37. N 10. С. 1262.

Нижегородский государственный
университет
им. Н. И. Лобачевского

Поступила в редакцию
17 февраля 1994 г.

THE INVESTIGATION OF QUANTIZATION ERROR INFLUENCE ON THE PERFORMANCE OF AN ADAPTIVE TRANSVERSAL FILTER

A. A. Belyakov, A. A. Maltsev

We present the results of theoretical analysis of quantization error influence on the performance of an adaptive transversal filter minimizing rms with a help of LMS algorithm. The expression for the covariance matrix of weighting coefficients is defined. The dependence of the output excess noise power on parameters of the adaptive system is analyzed.

УДК 621.396.67

МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СИСТЕМ ИЗ ПЛОСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Е. А. Коняшенко, *В. Н. Руденко*, *В. Н. Шмыков*

На основе спектрального подхода предлагается метод анализа плоских диапазонных излучателей с широкими ДН, включающий использование для решения граничной задачи спектральной плотности заряда наряду со спектральной плотностью тока на поверхности излучателей ФАР.

Практические задачи, стоящие перед разработчиками антенных систем в последние годы, требуют разработки эффективных методов исследования излучающих структур, которые могут быть разбиты на отдельные плоские излучающие элементы, взаимодействующие между собой. Строгий электродинамический анализ приводит к решению интегральных уравнений, которые при помощи проекционных алгоритмов сводятся к матричным уравнениям, решаемым тем или иным способом. Известно, что для того, чтобы излучатели имели достаточно большой диапазон рабочих частот, они должны быть протяженными по крайней мере в двух измерениях (например, быть плоскими и иметь длину, сравнимую с шириной). Для плоских излучающих структур использование спектральных представлений поверхностных токов и электромагнитных полей предоставляет возможности построения эффективных вычислительных алгоритмов для такого анализа, особенно когда он проводится в широком диапазоне частот. Спектральный метод развит для плоских излучателей, не имеющих изломов в направлении протекания тока [1].

Наряду с широкополосностью распространенным требованием, предъявляемым к излучателям антенных систем, является большая ширина диаграммы направленности излучателя, достаточная для обеспечения широкоугольного сканирования. Так, например, в космических системах требуется обеспечить обнаружение в передней полусфере. Излучатели с линейным протеканием токов не могут удовлетворить этим требованиям, для получения более широких ДН излучатели должны иметь проводники изогнутой, либо ломаной формы. Кроме того, излучатели с проводниками непрямолинейной формы могут иметь лучшие массогабаритные характеристики. В связи с этим задача анализа систем из излучателей с проводниками ломаной формы является весьма актуальной. Непосредственное применение спектрального подхода в данном случае затруднено,

поскольку в случае плоских токов, текущих вдоль ломаных линий задать полную ортогональную систему функций, определенных на всей поверхности излучателя и применяемую в качестве базиса — достаточно сложная задача. Возможный выход заключается в разбиении всей поверхности на кусочно-прямоугольные области, сшитые вдоль осевой линии излучателя и введении на каждой подобласти базиса, элементы которого являются частями непрерывных базисных функций для некоторой более протяженной линейной прямоугольной поверхности. В совокупности такие элементы составляют кусочно-непрерывный базис, описываемый достаточно просто. Однако аналитические выражения для спектральных плотностей таких плоских токов при численном интегрировании дают расходящиеся результаты. Отсюда вытекает необходимость разработки методов и создания моделей, позволяющих, используя спектральный подход, проводить анализ описанных систем.

Проблема заключается в таком описании протекания токов на поверхностях излучателей, при котором энергетические функционалы (обобщенные импедансы) при численном интегрировании имели бы сходящиеся значения. Поскольку при описании плоских поверхностей с изломами кусочно-непрерывными базисными функциями тока энергетические функционалы не имеют конечного значения, это можно трактовать, как нарушение требования конечности энергии электромагнитного поля, запасаемой вблизи углов и ребер токовых областей (условие Мейкснера [2]). Таким образом, предлагаемый метод должен включать такое описание протекания токов на изломах, которое удовлетворяло бы условию Мейкснера.

Приступим к изложению метода. Пусть сформулирована граничная задача для плоского идеально проводящего тела, возбуждаемого электромагнитной волной в свободном пространстве и построен интегральный импедансный оператор \hat{Z} , отображающий плотность тока на касательное электрическое поле на поверхности $\vec{E}_T^s(\vec{x})$, что позволяет получить интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, операторная запись которого:

$$\hat{Z}\vec{J}(\vec{x}) = \vec{E}_T^i(\vec{x}), \quad (1)$$

где $\vec{E}_T^i(\vec{x})$ — касательная составляющая напряженности электрического поля падающей волны. (Здесь и далее тильда \sim отмечает, что функция рассматривается в обычном или X -пространстве.)

Для излучателей, не имеющих геометрических сингулярностей типа острых ребер или углов, решение интегрального уравнения (1) является единственным. Но так как в рассматриваемом случае объект является плоским, у него имеются ребра, и для отыскания однозначного решения требуется удовлетворить еще одно условие — так называемое условие Мейкснера, или условие на ребре. Оно заключается в требовании ко-

нечности энергии электромагнитного поля, запасенной в любом конечном объеме вблизи ребра [2].

В работе [1] показано, что в спектральных представлениях условия Мейкснера могут быть сформулированы в виде ограничений на принадлежность функций тока к определенным классам функциональных пространств. Для плоских токов:

$$\begin{aligned}\bar{J}_T &\in L_2, \\ \bar{J}_L &\in W_2^1,\end{aligned}\tag{2}$$

где \bar{J}_T — поперечное распределение объемной плотности тока, \bar{J}_L — продольное распределение объемной плотности тока, L_2 — пространство функций, интегрируемых в квадрате на всей вещественной оси, W_2^1 — пространство Соболева.

Отметим, что выбор поперечного распределения \bar{J}_T из пространства L_2 является более жестким ограничением на порядок особенности тока на продольной кромке излучателя, чем дает точное решение задачи дифракции на острой кромке (получающийся порядок особенности тока $\nu = 1/2$, и поэтому такие токовые функции не принадлежат L_2 ; для того, чтобы функция принадлежала L_2 , порядок особенности должен быть меньше $1/2$), он обоснован физически тем, что диаграммы направленности токовых распределений с особенностями типа $(x_T - |x|)^{-1/2}$ и $(x_T - |x|)^{-1/2+\delta}$ ($\delta > 0$, $|x| \rightarrow x_T$) совпадают, а отличие их полных комплексных мощностей можно сделать меньше наперед заданной величины, уменьшая δ . Таким образом, хотя "расстояние" в метрике L_2 между такими токовыми распределениями бесконечно велико, это не приводит к каким-либо наблюдаемым физическим эффектам, и можно считать выбор \bar{J}_T из L_2 вполне обоснованным.

Если решение уравнения (1) удовлетворяет условиям (2), то обобщенный импеданс плоского излучателя может быть вычислен в виде интеграла по плоскости волновых векторов k_1, k_2 [1]:

$$Z = -\frac{1}{8\pi^2\omega\epsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} (\bar{J}^*(\vec{k}) \cdot [\vec{k} \times [\vec{k} \times \bar{J}(\vec{k})]]) \frac{dk_1 dk_2}{k_3},\tag{3}$$

где $k_3 = \sqrt{k_0^2 - k_1^2 - k_2^2}$.

Решение уравнения (1) может быть найдено при помощи проекционных методов, например, при помощи метода Галёркина, который приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\|Z\| \cdot \|I\| = \|E\|,\tag{4}$$

где $\|Z\|$ — матрица обобщенных импедансов, определяемых выбранными токовыми функциями и геометрией-объекта; $\|E\|$ — вектор-столбец амплитуд возбуждающего (стороннего) поля, разложенного по весовым функциям, считается заданным; $\|I\|$ — вектор-столбец искомых амплитуд базисных функций тока (б. ф. т.).

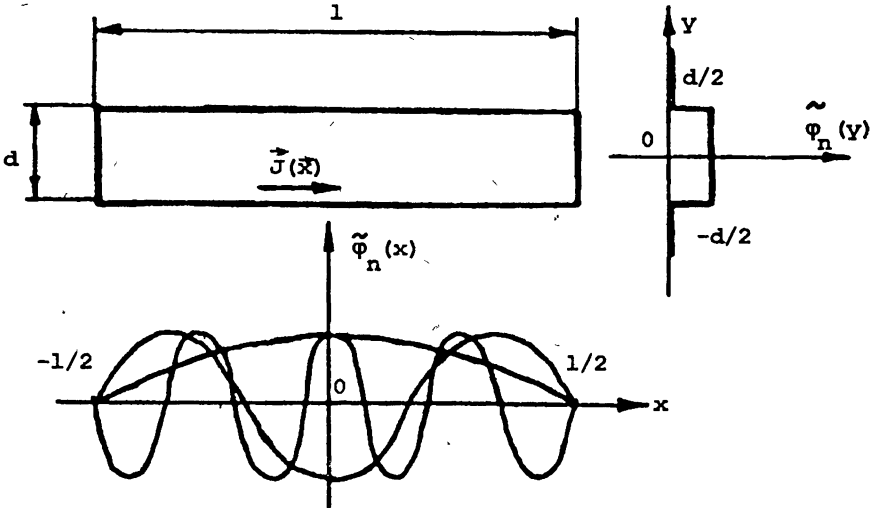


Рис. 1.

Решение СЛАУ, очевидно, сложностей не вызывает. Трудности возникают при выборе системы б. ф. т., вычислении обобщенных импедансов, оценке корректности и точности решения. Известно, что для излучателя в виде плоской прямоугольной пластины метод собственных функций дает возможность выбрать в качестве полной системы б. ф. т. тригонометрический базис, функции которого асимптотически являются собственными для оператора \hat{Z} (рис. 1):

$$\vec{\varphi}_n(x, y) = \vec{x}_0 \frac{1}{d} \cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \begin{cases} 1, & |x| \leq l/2, |y| \leq d/2; \\ 0, & |x| > l/2, |y| > d/2; \end{cases} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (5)$$

Благодаря выбору базисных функций, удовлетворяющих (2): $\vec{\varphi}_n(x) \in W_2^1$, $\vec{\varphi}_n(y) \in L_2$, — условия Мейкснера выполнены и решение оказывается единственным. Элементы матрицы обобщенных импедансов определяются выражением:

$$z_{mn} = -\frac{1}{8\pi^2\omega\epsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} (\vec{\Phi}_m^*(\vec{k}) \cdot [\vec{k} \times [\vec{k} \times \vec{\Phi}_n(\vec{k})]]) \frac{dk_x dk_y}{k_z}, \quad (6)$$

где $\vec{\Phi}_i(\vec{k})$ — спектральная плотность i -той базисной функции тока. Оценим асимптотически скорость убывания подынтегрального выражения (6)

при $k_x, k_y \rightarrow \infty$ (для обеспечения сходимости интеграла оно должно убывать не медленнее, чем $1/k_x^2, 1/k_y^2$). Поскольку объемная плотность линейного тока факторизуется, ядро функционала можно записать как

$$\frac{k_x^2 - k_0^2}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}}$$

При $k_x = 0$ его асимптотика $\sim 1/k_y$, при $k_y = 0 \sim k_x$. $\tilde{\varphi}_n(x)$ — финитная функция, $\tilde{\varphi}_n(x) \in W_2^1$, тогда ее Фурье-трансформанта — целая функция [3] с асимптотикой $\sim 1/k_x^2$ и при $k_y = 0$ подынтегральное выражение будет убывать на бесконечности как $1/k_x^3$. $\tilde{\varphi}_n(y)$ — тоже финитная функция, $\tilde{\varphi}_n(y) \in L_2$, ее Фурье-трансформанта — целая функция с асимптотикой $\sim 1/k_y$ и при $k_x = 0$ подынтегральное выражение будет убывать на бесконечности как $1/k_y^3$. Таким образом, интегралы обобщенных импедансов сходятся.

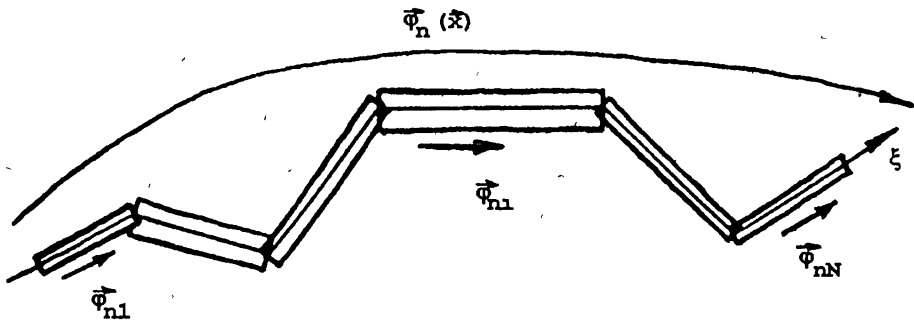


Рис. 2.

Для исследования плоских излучателей с печатными проводниками ломаной формы, состоящими из отрезков кусочно-постоянной ширины, представляется удобным использовать электродинамическую модель, геометрия которой показана на рис. 2. Как и в случае с тонкопроволочными излучателями сложной формы можно применить для представления тока на излучателе полную систему кусочно-тригонометрических б. ф. т. вида (5), записываемых как сумма базисных функций подобластей:

$$\vec{\varphi}_n(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \vec{\varphi}_{ni}(\vec{x}), \quad l = \sum_{i=1}^N l_i, \quad (7)$$

$$\vec{\varphi}_{ni}(\vec{x}) = \vec{a}_i \frac{1}{d_i} \cos\left(\frac{n\pi\xi}{l}\right) \cdot \begin{cases} 1, & \vec{x} \in S_i, \\ 0, & \vec{x} \notin S_i, \end{cases} \quad n = 1, 3, 5, \dots,$$

где S_i — поверхность i -того отрезка излучателя, d_i — ширина i -того

отрезка, \vec{e}_i — орт, показывающий направление тока на i -том излучателе, ξ — осевая координата, вдоль которой протекает ток на всем излучателе.

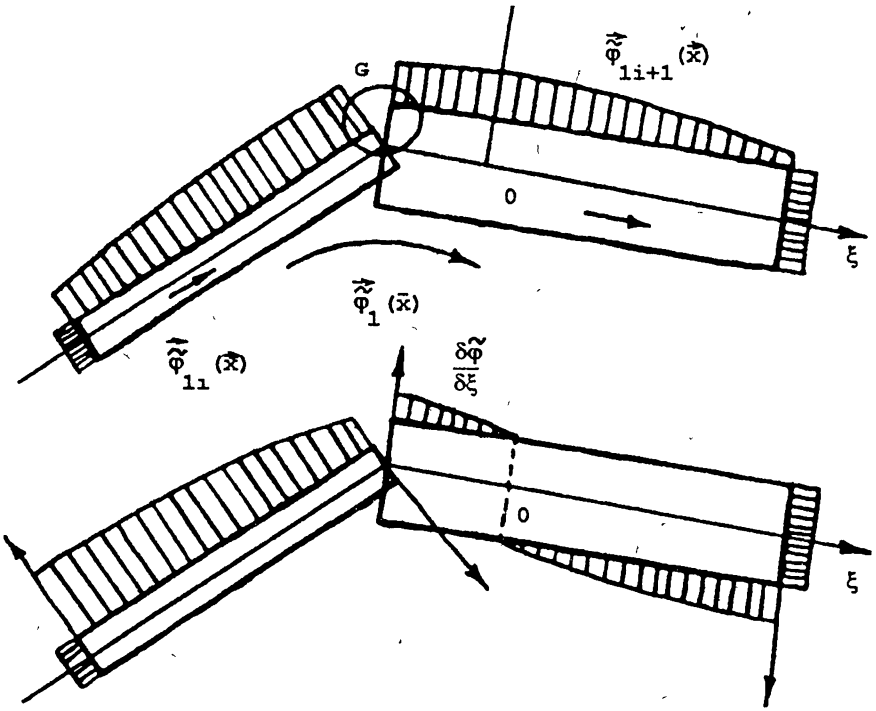


Рис. 3.

Для иллюстрации фрагменты б.ф.т. для двух соседних подобластей приведены на рис. 3. Каждая подобласть симметрична относительно оси ξ . Очевидно, что на границах всех подобластей, за исключением внешних границ первой и последней подобластей ($i = 1$ и $i = N$, $\vec{x} \in S$), где поверхностная плотность тока (п.п.т.) равна 0, продольные множители б.ф.т. имеют скачки, вследствие чего линии тока остаются непрерывными лишь на осевой линии ξ , и в окрестностях излома типа G продольное распределение п.п.т. имеет разрывы I рода. На рис. 3 показан вид производной б.ф.т. по продольной координате ξ . На всех внутренних границах подобластей она имеет вид $\pm\delta(\xi)$. Вследствие этого продольный множитель б.ф.т. и продольное распределение п.п.т. не принадлежат к классу W_2^1 . Они являются финитными функциями, принадлежащими к более широкому классу L_2 . Отметим, что если мы “вытянем” весь излучатель, например, вдоль оси OX , так что ось ξ станет прямой, параллельной оси OX , а не ломаной, продольное распределение п.п.т. становится непрерывной финитной функцией, $\vec{J}(\vec{x}) \in W_2^1$. Выражения для спектральных плотностей б.ф.т. подобластей, которые мы здесь не приводим из-за их громоздкости, в общем случае содержат члены, пропорциональные

$1/k_{\parallel}$ (продольной составляющей волнового вектора); последние для излучателя, вытянутого вдоль прямой, являются комплексно-сопряженными для смежных подобластей и вклада в полную спектральную плотность тока при суммировании не дают. Однако, если ось излучателя имеет вид ломаной, эти члены при векторном суммировании не компенсируют друг друга и дают вклады в спектральную плотность в виде гребней объемной поверхности на плоскости \vec{k} , асимптотически убывающие $\sim 1/k_{\parallel}$ (на рис. 4 показан для примера модуль спектральной плотности первой б.ф.т. уголкового плоского излучателя). Последнее приводит к тому, что подынтегральные выражения в (3) и (6) вдоль гребней убывают $\sim 1/k_{\parallel}^2$, а не $\sim 1/k_{\parallel}^3$, и интегралы обобщенных импедансов расходятся.

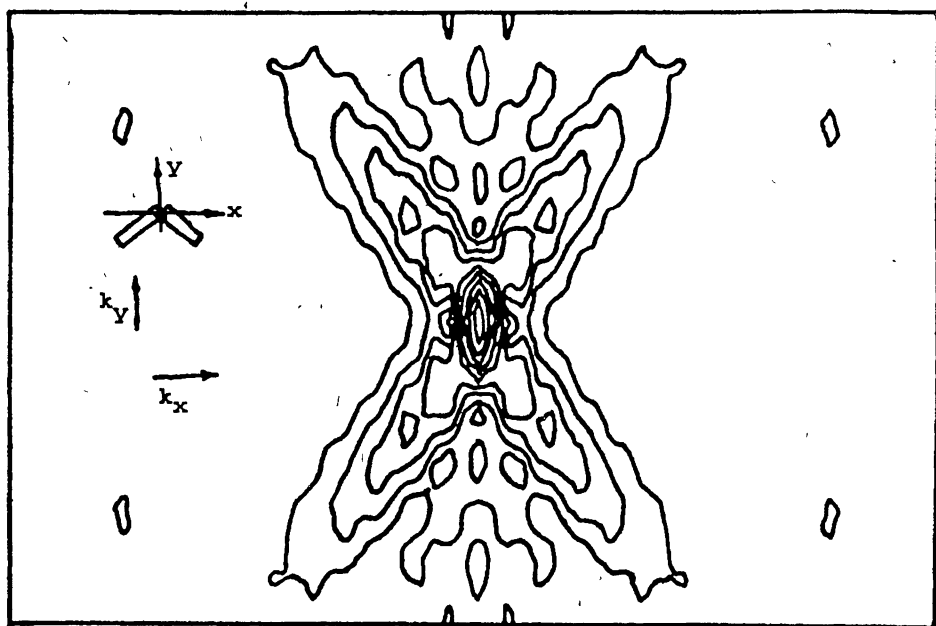


Рис. 4.

Рассмотрим физическую интерпретацию этого факта. П.п.т. $\vec{J}(\vec{x})$ и поверхностная плотность заряда (п.п.з.) $\rho(\vec{x})$ в любой точке пространства и времени связаны уравнением непрерывности:

$$\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{x}) = -\frac{\partial \rho(\vec{x})}{\partial t}. \quad (8)$$

Если мы рассматриваем кусочно-линейный ток, протекающий вдоль оси ξ и монохроматические зависимости от времени \vec{J} , ρ и $\vec{E}(\vec{x})$: $\rho(\vec{x}, t) =$

$= \rho(\vec{x})e^{-i\omega t}$, то (8) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial \vec{J}(\vec{x})}{\partial \xi} = i\omega \rho(\vec{x}). \quad (9)$$

Таким образом, п. п. э. пропорциональна первой производной п. п. т. по продольной координате. Из вышесказанного следует, что продольное распределение п. п. э. на границах смежных подобластей имеет δ -образные всплески противоположных знаков. $\rho(\vec{x}) \notin L_2$, а принадлежит более широкому классу Q . Очевидно, что это означает неограниченность запасенной энергии электромагнитного поля и нарушение условий Мейкснера в областях типа Q (рис. 3). Рассмотрим фрагмент поверхности излучателя, лежащего в плоскости XOY с током, протекающим вдоль оси OX ($\vec{a}_i \parallel \vec{x}_0$). Запишем:

$$\vec{\nabla} \vec{J}(\vec{x}, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} i(\vec{J}(\vec{k}) \cdot \vec{k}) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y.$$

Эта запись означает, что дивергенции п. п. т. в X -представлении соответствует величина $i(\vec{k} \cdot \vec{J}(\vec{k}))$ в K -представлении. Этот вывод остается справедливым для любых кусочно-линейных токов. Тогда (9) можно переписать в виде:

$$i(\vec{k} \cdot \vec{J}(\vec{k})) = i\omega P(k_x, k_y), \text{ или}$$

$$(\vec{k} \cdot \vec{J}(\vec{k})) = \omega P(k_x, k_y), \quad (10)$$

где $P(k_x, k_y)$ — спектральная плотность заряда на излучателе (определяемая как скалярная сумма спектральных плотностей заряда подобластей). Левая часть (10) является пространственным спектром дивергенции п. п. т. Отметим, что на реальных излучающих телах, встречающихся в практических приложениях, токи остаются непрерывными на всей поверхности объекта, поскольку либо непрерывна поверхность, по которой могут протекать токи, либо, если в этой поверхности есть зазор, то присутствуют некие продолжения поверхности объекта, по которым также могут протекать токи (например, полосковые линии, возбуждающие излучатель). Поэтому дивергенция таких токов не содержит особенности в местах излома или зазора, и следовательно, п. п. э. не имеет δ -образных всплесков, т. е. она всюду конечна на объекте. С другой стороны, для того, чтобы удовлетворить условие Мейкснера при решении задачи возбуждения модели объекта, которую мы разбиваем на кусочнопрямоугольные подобласти, достаточно так выбрать функции п. п. э., чтобы они были конечными в местах изломов, т. е. были либо непрерывными при переходе с границы одной подобласти, на границу другой, либо имели на границах точки разрыва с конечными значениями (поведение типа δ -функции

с весом). В силу этого представляется целесообразным исключить из строго записанной дивергенции $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{x}) = \frac{\partial \vec{J}(\vec{x})}{\partial \xi}$ δ -образные всплески, то есть записать дивергенцию п. п. т. как кусочно-непрерывную финитную функцию $\in L_2$. В этом случае п. п. в. также не будет содержать δ -образные всплески (что соответствует физическому пониманию реального объекта), а ее пространственный спектр — их продукты.

Напомним, что Фурье-образ финитной функции из L_2 — целая функция, убывающая на $\infty \sim 1/k$. Перепишем выражения (5) и (8) в виде:

$$\begin{aligned} Z &= -\frac{1}{8\pi^2\omega\varepsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} (\vec{J}^* \cdot \{\vec{k}(\vec{k}\vec{J}) - k_0^2\vec{J}\}) \frac{dk_x dk_y}{k_z} = \\ &= -\frac{1}{8\pi^2\omega\varepsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} [(\vec{k}\vec{J}^*)(\vec{k}\vec{J}) - k_0^2(\vec{J}^*\vec{J})] \frac{dk_x dk_y}{k_z} = \\ &= -\frac{1}{8\pi^2\omega\varepsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} [\omega^2 P^*(\vec{k}) P(\vec{k}) - k_0^2(\vec{J}^*\vec{J})] \frac{dk_x dk_y}{k_z}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$z_{mn} = -\frac{1}{8\pi^2\omega\varepsilon_0} \iint_{-\infty}^{\infty} [(\omega\Psi_m^*(\vec{k}))(\omega\Psi_n(\vec{k})) - k_0^2(\vec{\Phi}_m^*(\vec{k})\vec{\Phi}_n(\vec{k}))] \frac{dk_x dk_y}{k_z}, \quad (12)$$

где $\Psi_i(\vec{k})$ — спектральная плотность базисной функции заряда (б. ф. з.) на излучателе. Нетрудно видеть, что в случае определения величин $\omega\Psi_i(\vec{k})$ как пространственных спектров от дивергенций б. ф. т. $\vec{\varphi}_i(\vec{x})$, не содержащих δ -образных всплесков, полное подынтегральное выражение в (12) асимптотически убывает не хуже, чем $\sim 1/k^3$, и интегралы обобщенных импедансов сходятся. Подчеркнем, что исключение δ -образных всплесков из п. п. в. и их продуктов в спектральном представлении продиктовано необходимостью удовлетворения условий Мейкснера.

Отметим, что описанный метод был применен для анализа ряда широко используемых на практике полосковых излучателей с осевой линией ломаной формы, а именно: V-образного вибратора, V-образного вибратора, возбуждаемого двухпроводной полосковой линией, рамочной антенны и других. На рис. 5 приведены рассчитанные зависимости входного импеданса плоского V-образного вибратора с длиной плеч $L/2 = 0.25$ ($L = l/\lambda$) при разных значениях ширины плеч $D = d/\lambda$. Как видно, при уменьшении D зависимости $Z_{вх}$ от угла наклона плеч α приближаются к зависимости $Z_{вх}(\alpha)$ для тонких цилиндрических проводников [4]. Рис. 6 демонстрирует изменение $Z_{вх}$ такого же вибратора при $\alpha = 40^\circ$ в зависимости от D . Для $D = 0$ значение $Z_{вх}$ соответствует данным из [4]. Полученные результаты хорошо согласуются со справочными дан-

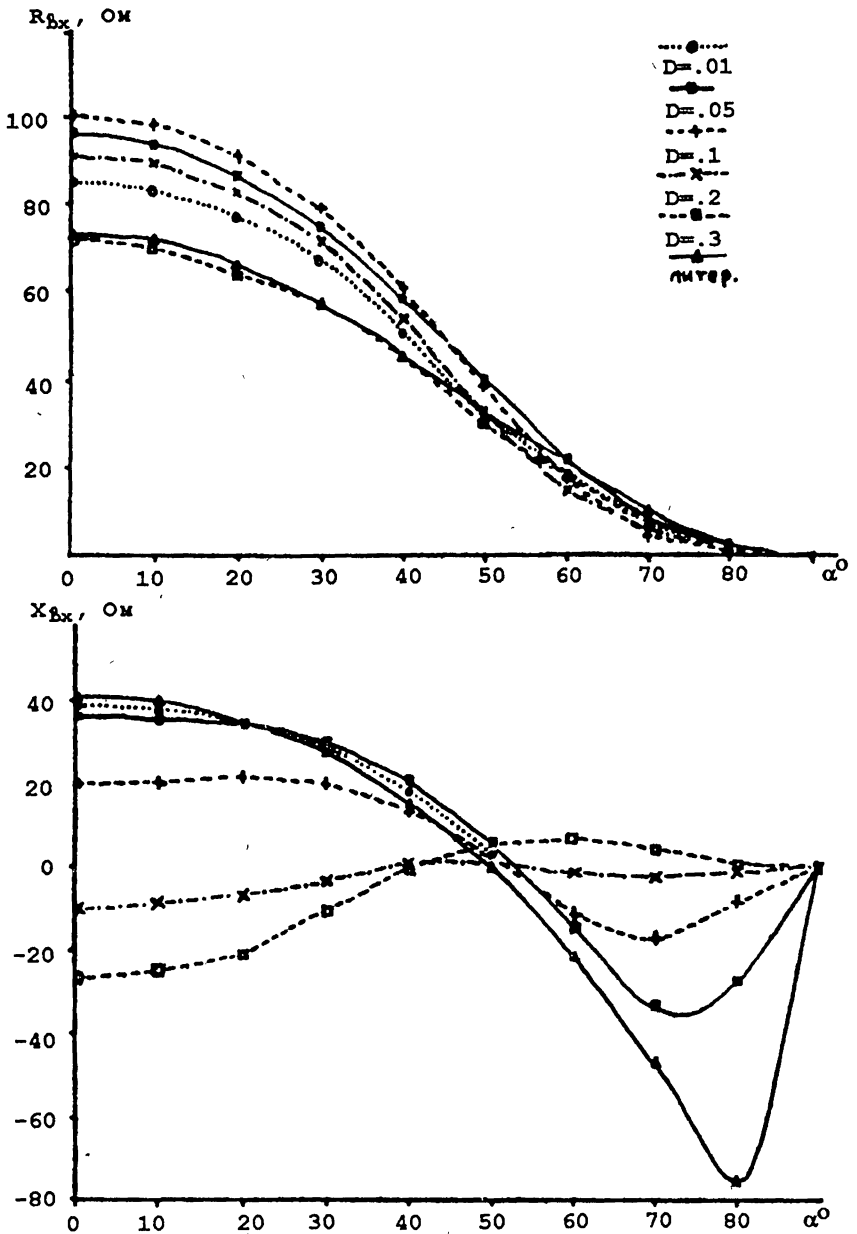


Рис. 5.

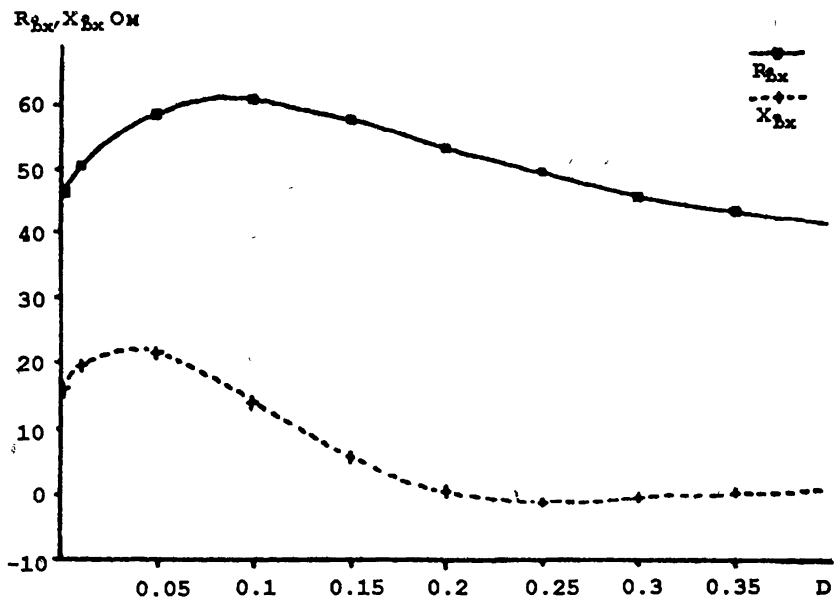


Рис. 6.

ными для тонкопроволочных антенн при малой ширине полосковых проводников и являются новыми для больших значений ширины проводников. Метод может быть использован для разработки эффективных алгоритмов машинного анализа антенных решеток из таких излучателей. Таким образом, он позволяет расширить круг задач, решаемых в спектральном представлении, представленный в монографии [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Коняшенко Е. А., Шмыков В. Н. Спектральные представления в задачах возбуждения плоских взаимодействующих излучателей. — Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1989. 248 с.
2. Миттра З., Ли С. Аналитические методы теории волноводов /Под ред. Г. В. Воскресенского. — М., 1974. 327 с.
3. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Методы теории целых функций в радиофизике, теории связи и оптике. — М., 1962. 220 с.
4. Безкакотова Т. Б., Битков В. А., Михалин В. В. Входное сопротивление V-вибраторов //Радиотехнические системы и устройства: сб. науч. тр. учеб. ин-тов связи. — Л.: Изд-во Ленингр. электротехн. ин-та связи, 1985. С. 70.

Новосибирский государственный
технический университет

Поступила в редакцию
17 сентября 1993 г.

**THE METHOD OF SPECTRAL CHARGE DENSITY IN THE ANALYSIS
OF FLAT RADIATOR SYSTEMS**

E. A. Konyashenko, *V. N. Rudenko, V. N. Shmykov*

On the basis of a spectral approach the method is suggested to analyze flat broadband radiators with wide radiation patterns. To solve the Boundary problem the method uses the spectral charge density as well as the spectral current density at the surfaces of radiators of phased antenna arrays.

УДК 519.213

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СУММЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН СО СЛУЧАЙНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В. И. Есипенко, О. Б. Шуко

Выполнены исследования по отысканию "прямым" методом одномерной плотности распределения вероятности суммы случайных величин со случайными коэффициентами. Рассмотрен наиболее общий случай зависимых множеств случайных величин и коэффициентов суммирования.

В статистической радиофизике и радиотехнике, в теории связи, теориях вероятности, автоматического регулирования и других областях науки и техники часто приходится иметь дело с отысканием статистических характеристик суммы

$$z = \sum_{k=1}^n a_k z_k \quad (1)$$

множества $\{z_1, \dots, z_n\}$ в общем случае зависимых случайных величин z_k , характеризующихся совместной плотностью распределения вероятности $W_{nz}(z_1, \dots, z_n)$. Входящие в (1) величины (a_1, \dots, a_n) — коэффициенты суммирования.

К рассматриваемой сумме (1) мы, в частности, приходим, аппроксимируя интеграл $z(t) = \int_a^b a(t, \tau) \xi(\tau) d\tau$ интегральной суммой $\hat{z}(t) \simeq \sum_{k=1}^n a(t, \tau_k) \xi(\tau_k) \Delta\tau_k$, сходящейся к $z(t)$ в среднеквадратическом при $\Delta\tau_k = (\tau_{k+1} - \tau_k) \rightarrow 0$, где $a(t, \tau)$ — весовая функция, а $\xi(t)$ — заданный случайный процесс; a и b — произвольные константы [1-3].

При постоянных коэффициентах (a_1, \dots, a_n) эта задача, в принципе, разрешима, например, с помощью кумулянтного анализа [1].

В данной работе развивается "прямой" метод отыскания одномерной плотности распределения вероятности суммы (1) применительно к наиболее общим случаям суммирования случайных величин z_k со случайными коэффициентами a_k и зависимых множеств $\{z_1, \dots, z_n\}$ и $\{a_1, \dots, a_n\}$, совместную плотность распределения вероятности которых запишем в форме:

$$W_{2n}(a_1, z_1; a_2, z_2; \dots; a_n, z_n) = W_{2n}(a_1, \dots, a_n; z_1, \dots, z_n). \quad (2)$$

На наш взгляд данный метод нагляден и достаточно прост в реализации с помощью современных средств вычислительной техники. Для

большей наглядности сумму (1) запишем в несколько ином виде:

$$z_n = \sum_{k=1}^n a_{nk} z_{nk}, \quad (3)$$

где индекс "n" указывает на число слагаемых, а индекс "k" — на номер слагаемого в сумме.

Для определенности полагаем, что случайные величины $a_{n1}, \dots, a_{nn}, z_{n1}, \dots, z_{nn}$ принимают любые действительные значения от $-\infty$ до $+\infty$.

Рассмотрим сначала тривиальный случай $n = 1$. При этом $z_1 = a_{11} z_{11}$. Согласно общему правилу функционального преобразования случайных величин имеем [2]

$$W_1(z_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_2\left(a_{11}, \frac{z_1}{a_{11}}\right) \frac{da_{11}}{|a_{11}|}. \quad (4)$$

Пусть теперь $n = 2$. Тогда

$$z_2 = a_{21} z_{21} + a_{22} z_{22} = x_{21} + x_{22}. \quad (5)$$

Полагаем предварительно a_{21} и a_{22} постоянными. Из (5) следует, что функциональному преобразованию

$$\begin{aligned} x_{21} &= f_1(a_{21}, z_{21}) = a_{21} z_{21}, \\ x_{22} &= f_2(a_{22}, z_{22}) = a_{22} z_{22} \end{aligned}$$

соответствуют однозначные обратные функции

$$\begin{aligned} z_{21} &= g_1(x_{21}, x_{22}) = \frac{x_{21}}{a_{21}}, \\ z_{22} &= g_2(x_{21}, x_{22}) = \frac{x_{22}}{a_{22}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Якобиан преобразования от переменных z_{21} и z_{22} к переменным x_{21} и x_{22} имеет вид:

$$D_2 = \frac{\partial(z_{21}, z_{22})}{\partial(x_{21}, x_{22})} = \frac{1}{a_{21} a_{22}}. \quad (7)$$

С учетом сделанного допущения и выполненного функционального преобразования совместная плотность распределения вероятности случайных величин $a_{21}, a_{22}, x_{21}, x_{22}$ принимает вид

$$\begin{aligned} \omega_4^*(a_{21}, a_{22}; z_{21}, z_{22}) &= W_4 \left[a_{21}, a_{22}; g_1(x_{21}, x_{22}), g_2(x_{21}, x_{22}) \right] |D_2| = \\ &= W_4 \left(a_{21}, a_{22}; \frac{x_{21}}{a_{21}}, \frac{x_{22}}{a_{22}} \right) \left| \frac{1}{a_{21} a_{22}} \right| = \\ &= \prod_{k=1}^2 \delta(a_k - a_{nk}) W_2 \left(\frac{x_{21}}{a_{21}}, \frac{x_{22}}{a_{22}} \right) \left| \frac{1}{a_{21} a_{22}} \right|. \end{aligned} \quad (8)$$

Усредняя (8) по a_{21} и a_{22} , получим окончательно

$$\omega_2(x_{21}, x_{22}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(a_{21}, a_{22}; \frac{x_{21}}{a_{21}}, \frac{x_{22}}{a_{22}} \right) \left| \frac{1}{a_{21} a_{22}} \right| da_{21} da_{22}. \quad (9)$$

Можно предварительно зафиксировать величины z_{21} и z_{22} , выполнить необходимые функциональные преобразования, а затем полученный результат усреднить по z_{21} и z_{22} :

$$\omega_2(x_{21}, x_{22}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(\frac{x_{21}}{z_{21}}, \frac{x_{22}}{z_{22}}; z_{21}, z_{22} \right) \left| \frac{1}{z_{21} z_{22}} \right| dz_{21} dz_{22}. \quad (10)$$

С точки зрения получения окончательных результатов (9) и (10) множества случайных величин $\{a_{21}, a_{22}\}$ и $\{z_{21}, z_{22}\}$ эквивалентны. Следовательно, справедливо равенство

$$\begin{aligned} \omega_2(x_{21}, x_{22}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(a_{21}, a_{22}; \frac{x_{21}}{a_{21}}, \frac{x_{22}}{a_{22}} \right) \left| \frac{1}{a_{21} a_{22}} \right| da_{21} da_{22} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(\frac{x_{21}}{z_{21}}, \frac{x_{22}}{z_{22}}; z_{21}, z_{22} \right) \left| \frac{1}{z_{21} z_{22}} \right| dz_{21} dz_{22}. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с известным правилом отыскания плотности распределения вероятности суммы (5) будем иметь [2, 3]

$$\begin{aligned} W_1(z_2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} w_2(x_{21}, z_2 - x_{21}) dx_{21} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(a_{21}, a_{22}; \frac{x_{21}}{a_{21}}, \frac{z_2 - x_{21}}{a_{22}} \right) \left| \frac{1}{a_{21} a_{22}} \right| da_{21} da_{22} \right\} dx_{21} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_4 \left(\frac{x_{21}}{z_{21}}, \frac{z_2 - x_{21}}{z_{22}}; z_{21}, z_{22} \right) \left| \frac{1}{z_{21} z_{22}} \right| dz_{21} dz_{22} \right\} dx_{21}. \end{aligned} \quad (12)$$

Выполняя аналогичные функциональные преобразования случайных величин для $n = 3$:

$$z_3 = a_{31} z_{31} + a_{32} z_{32} + a_{33} z_{33} = x_{31} + x_{32} + x_{33} \quad (13)$$

и опуская промежуточные вычисления, выражение для совместной плотности распределения вероятности случайных величин x_{31} , x_{32} и x_{33} запишем в форме:

$$\begin{aligned} \omega_3(x_{31}, x_{32}, x_{33}) &= \quad (14) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_6 \left(a_{31}, a_{32}, a_{33}; \frac{x_{31}}{a_{31}}, \frac{x_{32}}{a_{32}}, \frac{x_{33}}{a_{33}} \right) \left| \frac{1}{a_{31} a_{32} a_{33}} \right| da_{31} da_{32} da_{33} = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_6 \left(\frac{x_{31}}{z_{31}}, \frac{x_{32}}{z_{32}}, \frac{x_{33}}{z_{33}}; z_{31}, z_{32}, z_{33} \right) \left| \frac{1}{z_{31} z_{32} z_{33}} \right| dz_{31} dz_{32} dz_{33}. \end{aligned}$$

Выражение же для одномерной плотности распределения вероятности суммы (13) принимает вид:

$$\begin{aligned} W_1(z_3) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{31} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_6 \left(a_{31}, a_{32}, a_{33}; \frac{x_{31}}{a_{31}}, \frac{x_{32}}{a_{32}}, \frac{z_3 - x_{31} - x_{32}}{a_{33}} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left| \frac{1}{a_{31} a_{32} a_{33}} \right| da_{31} da_{32} da_{33} \right] dx_{32} = \quad (15) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{31} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_6 \left(\frac{x_{31}}{z_{31}}, \frac{x_{32}}{z_{32}}, \frac{z_3 - x_{31} - x_{32}}{z_{33}}; z_{31}, z_{32}, z_{33} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left. \left| \frac{1}{z_{31} z_{32} z_{33}} \right| dz_{31} dz_{32} dz_{33} \right] dx_{32}. \end{aligned}$$

Для произвольного числа n слагаемых в сумме (3) методом математической индукции получаем окончательные выражения для совместной плотности распределения вероятности слагаемых в (3) и одномерной плотности распределения вероятности их суммы соответственно:

$$\begin{aligned} \omega_n(x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nn}) &= \quad (16) \\ &= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty}}_n W_{2n} \left(a_{n1}, \dots, a_{nn}; \frac{x_{n1}}{a_{n1}}, \dots, \frac{x_{nn}}{a_{nn}} \right) \left| \frac{1}{a_{n1} \dots a_{nn}} \right| da_{n1} da_{n2} \dots da_{nn} = \\ &= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty}}_n W_{2n} \left(\frac{x_{n1}}{z_{n1}}, \dots, \frac{x_{nn}}{z_{nn}}; z_{n1}, \dots, z_{nn} \right) \left| \frac{1}{z_{n1} \dots z_{nn}} \right| dz_{n1} dz_{n2} \dots dz_{nn}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_1(z_n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n2} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} W_{2n} \left(a_{n1}, \dots \right. \right.}_{n} \\
 &\quad \left. \left. \dots, a_{nn}; \frac{x_{n1}}{a_{n1}}, \dots, \frac{x_{n,n-1}}{a_{n,n-1}}, \frac{z_n - x_{n1} - \dots - x_{n,n-1}}{a_{nn}} \right) \right]} \times \\
 &\quad \times \left| \frac{1}{a_{n1} a_{n2} \dots a_{nn}} \right| da_{n1} da_{n2} \dots da_{nn} \Big] dx_{n,n-1} = \quad (17) \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n2} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} W_{2n} \left(\frac{x_{n1}}{z_{n1}}, \dots \right. \right.}_{n} \\
 &\quad \left. \left. \dots, \frac{x_{n,n-1}}{z_{n,n-1}}, \frac{z_n - x_{n1} - \dots - x_{n,n-1}}{z_{nn}} \right) \right]} \times \\
 &\quad \times \left| \frac{1}{z_{n1} z_{n2} \dots z_{nn}} \right| dz_{n1} dz_{n2} \dots dz_{nn} \Big] dx_{n,n-1}.
 \end{aligned}$$

Тождества (12), (15)–(17) позволяют выбирать наименее сложный путь интегрирования, исходя из вида связи входящих в (2) переменных $a_1, \dots, a_n; z_1, \dots, z_n$ и их одномерных плотностей распределения вероятности.

Для независимых множеств $\{z_1, \dots, z_n\}$ и $\{a_1, \dots, a_n\}$ из (16) и (17) следуют соответствующие выражения

$$\begin{aligned}
 \omega_n(x_{n1}, \dots, x_{nn}) &= \\
 &= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} W_{nz} \left(\frac{x_{n1}}{a_{n1}}, \dots, \frac{x_{nn}}{a_{nn}} \right)}_n \times \\
 &\quad \times \left| \frac{1}{a_{n1} \dots a_{nn}} \right| \omega_{na}(a_{n1}, \dots, a_{nn}) da_{n1} da_{n2} \dots da_{nn} = \quad (18) \\
 &= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} W_{nz}(z_{n1}, \dots, z_{nn})}_n \omega_{na} \left(\frac{x_{n1}}{z_{n1}}, \dots, \frac{x_{nn}}{z_{nn}} \right) \times \\
 &\quad \times \left| \frac{1}{z_{n1} \dots z_{nn}} \right| dz_{n1} dz_{n2} \dots dz_{nn};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_1(z_n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n2} \dots \\
&\dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty}}_n W_{nz} \left(\frac{x_{n1}}{a_{n1}}, \dots, \frac{z_n - x_{n1} - \dots - x_{n,n-1}}{a_{nn}} \right) \omega_{na}(a_{n1}, \dots, a_{nn}) \times \right. \\
&\times \left. \left| \frac{1}{a_{n1} \dots a_{nn}} \right| da_{n1} da_{n2} \dots da_{nn} \right] dx_{n,n-1} = \quad (19) \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n2} \dots \\
&\dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty}}_n W_{nz}(z_{n1}, \dots, z_{nn}) \omega_{na} \left(\frac{x_{n1}}{z_{n1}}, \dots, \frac{z_n - x_{n1} - \dots - x_{n,n-1}}{z_{nn}} \right) \times \right. \\
&\times \left. \left| \frac{1}{z_{n1} \dots z_{nn}} \right| dz_{n1} dz_{n2} \dots dz_{nn} \right] dx_{n,n-1},
\end{aligned}$$

где $W_{nz}(z_{n1}, \dots, z_{nn})$ и $\omega_{na}(a_{n1}, \dots, a_{nn})$ — n -мерные совместные плотности распределения вероятности независимых множеств $\{z_{n1}, \dots, z_{nn}\}$ и $\{a_{n1}, \dots, a_{nn}\}$ соответственно.

Полагая в (16)–(19) величины a_{n1}, \dots, a_{nn} постоянными и равными единице, для их совместной плотности распределения вероятности будем иметь

$$\omega_{na}(a_{n1}, \dots, a_{nn}) = \prod_{k=1}^n \delta(a_{nk} - 1). \quad (20)$$

Подставляя (20) в (17) или (19), получим выражение, приведенное в [4]

$$\begin{aligned}
W_1(z_n) &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{n2} \dots \\
&\dots \int_{-\infty}^{+\infty} W_{nz}(x_{n1}, \dots, x_{n,n-1}, z_n - x_{n1} - \dots - x_{n,n-1}) dx_{n,n-1}.
\end{aligned}$$

Используя результаты работы [4], нетрудно записать выражения, соответствующие (16) и (17), для случаев, когда области существования случайных величин $a_{n1}, \dots, a_{nn}, z_{n1}, \dots, z_{nn}$ либо части из них отличны от принятых в данной работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные исследования дают возможность "прямым" методом найти одномерную плотность распределения вероятности суммы произвольного числа n заданных случайных величин с произвольными заданными статистическими характеристиками коэффициентов суммирования и тем самым охватывает всевозможные случаи.

Полученные выражения (16) и (17) справедливы для любых видов входящих в них совместных плотностей распределения вероятности $W_{2n}(a_1, \dots, a_n; z_1, \dots, z_n)$ множеств $\{z_1, \dots, z_n\}$ и $\{a_1, \dots, a_n\}$ и статистических связей между ними.

Рассмотренный метод нагляден, достаточно прост и хорошо согласуется с широкими возможностями современных средств вычислительной техники, постоянное совершенствование которых сопровождается значительными темпами роста их производительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. — М.: Сов. радио, 1978. 376 с.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966. 678 с.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 1. — М.: Сов. радио, 1969. 751 с.
4. Есипенко В. И., Щуко О. Б. Одномерная плотность распределения вероятности суммы случайных величин / Препринт N 345. — Нижний Новгород: НИРФИ, 1992. 14 с.

Нижегородский
научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
25 июня 1993 г.

PROBABILITY DENSITY OF THE SUM OF RANDOM VARIABLES
WITH RANDOM COEFFICIENTS

V. I. Esipenko, O. B. Shchuko

A "direct" method is applied to find out the probability density of the sum of random variables with random coefficients. A general case is considered of dependent sets of random variables and sum coefficients.

ПОТОК ДРАЙДЕНА В СЛАБО НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. А. Солуянова

Описана методика учета неоднородности магнитного поля при синтезе осесимметричных магнетронно-инжекторных пушек, формирующих поток Драйдена. Приведены системы самосогласованных уравнений в T - и ρ -режимах эмиссии с катода. Результаты численного решения внутренней и внешней задач синтеза сравниваются с полученными ранее решениями для однородного магнитного поля.

В известном решении Драйдена [1] самосогласованных уравнений электронного потока, эмиттируемого с конического катода, фигурируют следующие радиальные зависимости основных параметров пучка:

скорость	$V \sim R^n,$	
потенциал	$U \sim R^{2n},$	
электрическое поле	$E \sim R^{2n-1},$	(1)
магнитное поле	$B \sim R^{n-1},$	
плотность объемного заряда	$\rho \sim R^{2n-2},$	
плотность тока	$j \sim R^{3n-2}.$	

Здесь R — текущий радиус в сферической системе координат; n — константа, устанавливающая характер распределения магнитного поля. Основное применение поток Драйдена (см., например, [2, 3]) получил в магнетронно-инжекторных пушках (МИП), формирующих полые электронные пучки в однородном магнитном поле, когда $n = 1$.

Самосогласованные уравнения потока включают скалярный магнитный потенциал вида $A = R^n P_n(\cos \theta)$, где P_n — функция Лежандра первого рода, n -ного порядка, θ — азимутальная сферическая координата. Используемый далее метод Харкера [4] решения внешней задачи базируется на аналитическом продолжении уравнений внутренней задачи. Магнитное поле должно быть задано аналитически или удовлетворять адекватным обыкновенным дифференциальным уравнениям (см., например, [5]). Отметим, что A_n при целых n выражаются через многочлены Лежандра и имеют простое аналитическое представление. Распределение магнитного поля в окрестности катода для ряда реальных систем является слабо неоднородным. К ним относятся, например, МИП, формирующие винтовые электронные пучки (ВЭП) в гиротронах [6]. В связи с этим имеет

смысл рассмотрение варианта потока, для которого $n = 1 + s$, где $s \ll 1$ характеризует степень неоднородности магнитного поля. При этом A_n выражаются через функции Лежандра первого рода порядка $1 + s$:

$$A_n = R^{1+s} P_{1+s}(\cos \theta) = R^{1+s} \left\{ \cos \theta + s \left[\cos \theta - 1 + \cos \theta \ln \left(\frac{\cos \theta + 1}{2} \right) \right] \right\}. \quad (2)$$

В цилиндрической системе координат составляющие магнитной индукции с точностью до членов первого порядка по параметру s равны

$$\begin{aligned} B_z &= 1 + s \left\{ 1 + \ln \left[\left(z + (r^2 + z^2)^{1/2} \right) / 2 \right] \right\}, \\ B_r &= -s r / \left[z + (r^2 + z^2)^{1/2} \right], \\ B_\theta &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно условию Драйдена (1) полная индукция:

$$B \sim (r^2 + z^2)^{s/2}. \quad (4)$$

Для перехода от стандартных уравнений Драйдена (случай однородного магнитного поля) к системе уравнений, описывающей поток в слабо неоднородном магнитном поле, достаточно добавить два уравнения для компонент магнитного поля и переписать уравнения для компонент скорости с учетом $B_r \neq 0$. Малый параметр s легко связать с углом наклона магнитной силовой линии к поверхности эмиттера.

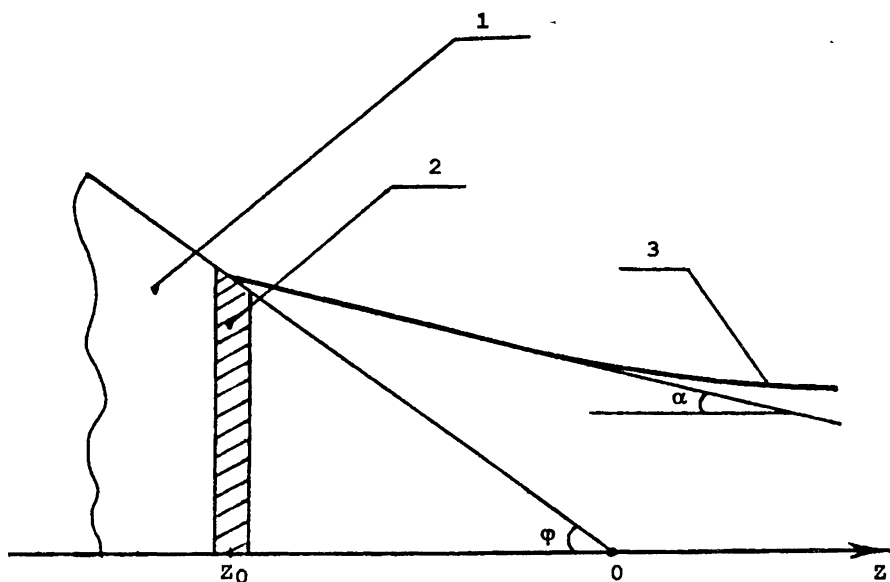


Рис. 1. Модель прикатодной области МИП; 1 — катод, 2 — эмиттер, 3 — магнитная силовая линия.

Рис. 1 поясняет используемые обозначения. Здесь φ — угол наклона образующей эмиттера к оси z , α — угол, который силовая линия в месте

выхода электрона из эмиттера ($z = z_0$) составляет с осью z . Согласно рис. 1 $dr/dz = B_r/B_z = -\operatorname{tg}\alpha$ в точке $z = z_0 = -\operatorname{ctg}\varphi$, $r = 1$ (это соответствует нормировке координат на радиус катода)

$$s \simeq \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}(\varphi/2). \quad (5)$$

Упомянутый переход был произведен для потоков Драйдена в T - и ρ -режимах ([2] и [3]) соответственно. Результирующая система уравнений для T -режима принимает вид:

$$\dot{z} = V_z,$$

$$\dot{r} = V_r,$$

$$\dot{E}_z = \left[(2E_r V_r + E_z V_z)z + (E_z V_r - 2E_r V_z)r - \frac{\gamma}{\sin\varphi} \right] \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{E}_r = \left\{ \left[E_r V_r \left(1 - \frac{z^2}{r^2} \right) + E_z V_z \right] r - (E_z V_r - 2E_r V_z)z + \frac{\gamma z}{r \sin\varphi} \right\} \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{U} = -2\mu(E_r V_r + E_z V_z),$$

$$\dot{V}_z = \beta V_\theta B_r - \mu E_z, \quad (6)$$

$$\dot{V}_r = \frac{V_\theta^2}{r} - \mu E_r - \beta V_\theta B_z,$$

$$\dot{V}_\theta = -\frac{V_\theta V_r}{r} + \beta(V_r B_z - V_z B_r),$$

$$\dot{\theta} = \frac{V_\theta}{r},$$

$$\dot{B}_z = [(V_z z + V_r r)s B_z - (V_z r - V_r z)B_r] \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{B}_r = (V_z r - V_r z) \left(s B_z + \frac{B_r z}{r} \right) \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

где V_z , V_r , V_θ — компоненты скорости в цилиндрических координатах, E_z , E_r — компоненты напряженности электрического поля, U — потенциал. Точки обозначают производные по времени t . Уравнения записаны в безразмерных переменных:

$$t = t' \eta' B', \quad \vec{E} = \vec{E}' / E'_k, \quad \vec{V} = \vec{V}' / \eta' B' r'_k, \quad r = r' / r'_k, \quad (7)$$

$$z = z' / r'_k, \quad U = 2U' / \eta' B_k'^2 r_k'^2, \quad \vec{B} = \vec{B}' / B'_k.$$

Здесь штрихованные величины размерны: η' — удельный заряд электрона, B'_k — магнитная индукция на катоде, E'_k — напряженность электрического поля на катоде, r'_k — радиус катода.

В качестве параметров потока в уравнения помимо z входит угол катода φ , параметр цилиндричности

$$\mu = E'_k / \eta' B_k'^2 r_k' \quad (8)$$

и параметр тока

$$\gamma = j'_0 / \varepsilon_0 \eta' E'_k B'_k, \quad (9)$$

где j'_0 — плотность эмиссионного тока. Коэффициент

$$\beta = 1 / \cos \alpha + 2s(\cos^2 \varphi + \cos \varphi + \ln[\sin(\varphi/2)]), \quad (10)$$

равен отношению B'_k к магнитной индукции в точке 0 (см. рис.1). Начальные условия ($t = 0$) в указанных безразмерных переменных имеют вид:

$$r = 1, \quad z = -\text{ctg} \varphi, \quad E_z = -\sin \varphi, \quad E_r = -\cos \varphi, \quad B_z = \cos \alpha, \quad (11)$$

$$B_r = -\sin \alpha, \quad \theta = V_r = V_z = V_\theta = U = 0.$$

Уравнения потока для режима ограничения тока пространственным зарядом [3]:

$$\dot{z} = V_z,$$

$$\dot{r} = V_r,$$

$$\dot{E}_z = \left[(2E_r V_r + E_z V_z) z + (E_z V_r - 2E_r V_z) r - \frac{\nu}{\sin \varphi} \right] \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{E}_r = \left\{ \left[E_r V_r \left(1 - \frac{z^2}{r^2} \right) + E_z V_z \right] r - (E_z V_r - 2E_r V_z) z + \frac{\nu z}{r \sin \varphi} \right\} \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{U} = -2(E_r V_r + E_z V_z),$$

$$\dot{V}_z = \beta V_\theta B_r - E_z, \quad (12)$$

$$\dot{V}_r = \frac{V_\theta^2}{r} - E_r - \beta V_\theta B_z,$$

$$\dot{V}_\theta = -\frac{V_\theta V_r}{r} + \beta(V_r B_z - V_z B_r),$$

$$\dot{\theta} = \frac{V_\theta}{r},$$

$$\dot{B}_z = [(V_z z + V_r r) s B_z - (V_z r - V_r z) B_r] \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

$$\dot{B}_r = [(V_z r - V_r z) \left(s B_z + \frac{z B_r}{r} \right)] \left[\frac{1}{r^2 + z^2} \right],$$

где параметр цилиндричности

$$\nu = j'_0 / \epsilon_0 \eta'^2 r'_k B'_k{}^3. \quad (13)$$

Нормировка:

$$t = t' \eta' B'_k, \quad \vec{E} = \vec{E}' / r'_k \eta' B'_k{}^2, \quad \vec{V} = \vec{V}' / \eta' B'_k r'_k, \quad (14)$$

$$U = 2U' / \eta' B'_k{}^2 r'_k{}^2, \quad r = r' / r'_k, \quad z = z' / r'_k, \quad \vec{B} = \vec{B}' / B'_k.$$

Начальные условия:

$$r = 1, \quad z = -\text{ctg} \varphi, \quad B_z = \cos \alpha, \quad B_r = -\sin \alpha, \quad (15)$$

$$\theta = V_r = V_z = V_\theta = E_r = E_z = U = 0.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае слабо неоднородного магнитного поля первоначальные системы девяти уравнений для исходного потока Драйдена (однородное магнитное поле [2, 3]) заменяются системой из 11 уравнений. Отличие этой системы связано с включением двух дополнительных переменных B_z , B_r . Новой характеристикой потока является параметр неоднородности s . При $s = 0$, $\beta = 1$, $B_z(t = 0) = 1$, $B_r(t = 0) = 0$ система переходит к традиционному варианту потока Драйдена.

Методика синтеза систем формирования ВЭП практически не отличается от описанной ранее в работах [2, 5, 7]. Задача синтеза подразделяется на внутреннюю и внешнюю. Первая сводится к интегрированию систем дифференциальных уравнений (6) или (12) с начальными условиями (11) или (15). При решении внешней задачи синтеза используется метод

Харкера решения задачи Коши для уравнения Лапласа вне осесимметричного электронного пучка. Метод (см., например, [4]) включает конформное преобразование плоскости $(z; r)$ на плоскость, в которой траектория переходит в ось абсцисс, решение аналитически продолженных дифференциальных уравнений внутренней задачи и решение уравнений внешней задачи гиперболического типа методом сеток. Алгоритм численного решения данной задачи и его программная реализация [5] универсальны для произвольных систем самосогласованных уравнений.

Ниже приведены результаты применения указанной методики для синтеза МИЦ в ρ -режиме, $\nu = 0.162$, $s = 0.02$ ($\alpha = 4^\circ.5$), $\varphi = 30^\circ$. На рис. 2 изображены электронные траектории, форма эквипотенциалей,

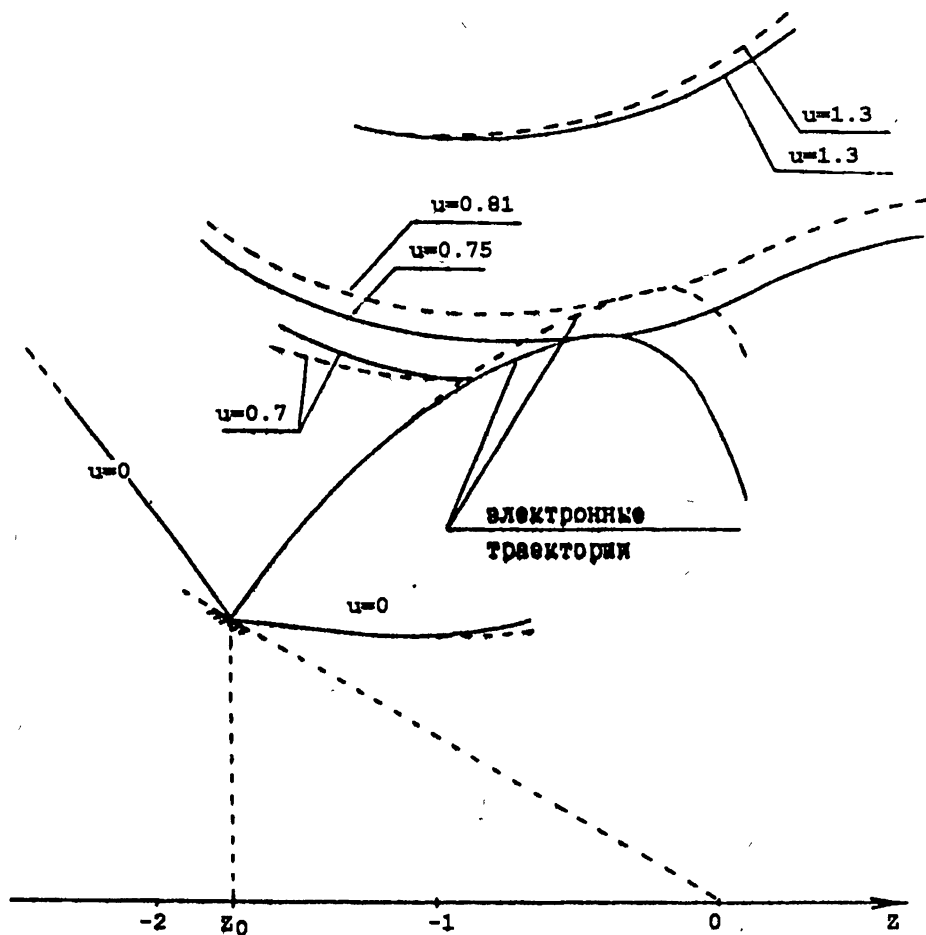


Рис. 2. Электронные траектории и форма эквипотенциалей МИЦ в ρ -режиме; сплошные линии — $s = 0.02$, пунктирные — $s = 0$.

на рис. 3 — зависимость нормированного потенциала на траектории от

продольной координаты $U(z)$ в сравнении с аналогичными данными для случая однородного магнитного поля ($s = 0$). Видно, что отличие траекторий и эквипотенциалей на достаточном их удалении от катода становится существенным. Траектории при $s = 0.02$ имеют меньшую высоту первого максимума; максимальный потенциал на траектории ниже на 5% соответствующего значения при однородном магнитном поле; заметно отличаются по крутизне высшие эквипотенциали (с потенциалом значительно большим 0): Нулевые эквипотенциали для случаев $s = 0$ и $s = 0.02$ практически совпадают.

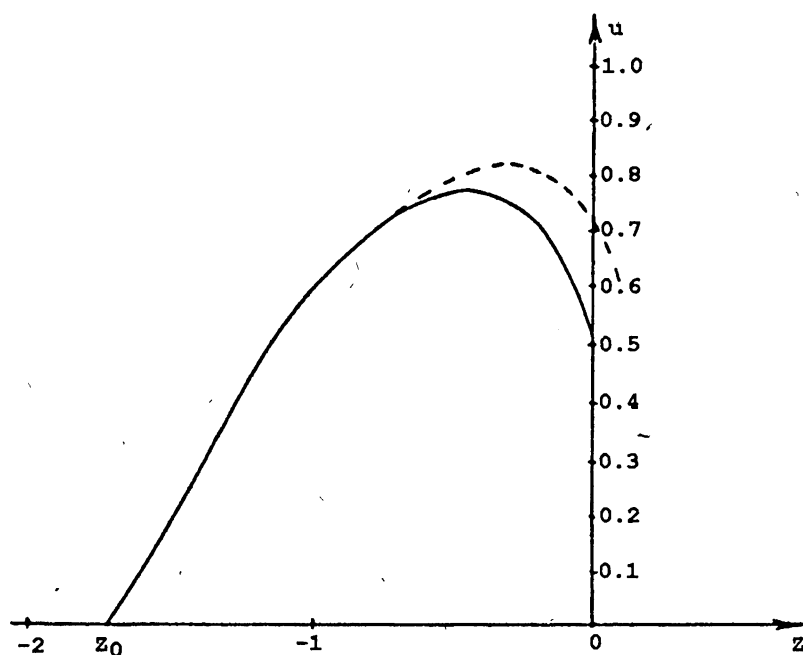


Рис.3. Зависимость потенциала на траектории от продольной координаты; сплошная линия — $s = 0.02$, пунктирная — $s = 0$.

В заключение отметим, что описанный способ не позволяет аппроксимировать распределение магнитного поля во всей области формирования и транспортировки электронного пучка, хотя в принципе не исключено построение соответствующей методики малого параметра.

Автор выражает благодарность Цимрингу Ш. Е. за руководство работой и помощь при подготовке рукописи статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dryden V. W. //J. Appl. Phys. 1962. V. 33. N 10. P. 3118.
2. Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. //Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. N 7. С. 1486.
3. Запевалов В. Е., Лыгин В. К., Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. //В сб.: Гиротроны. — Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 5.
4. Harker K. J. //J. Appl. Phys. 1960. V. 31. N 12. P. 2165.
5. Вашковский А. В., Солюянова Е. А., Сыровой В. А., Цимринг Ш. Е. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. N 4. С. 783.
6. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. N 1. С. 191.
7. Кирштейн П. Т., Кайно Г. С., Уотерс У. Е. Формирование электронных пучков. — М.: Мир, 1970.

НПП "Салют", Н. Новгород

Поступила в редакцию
4 октября 1993 г.

DRIDEN FLOW IN A WEAKLY NONUNIFORM MAGNETIC FIELD

E. A. Soluyanova

A procedure of accounting magnetic field inhomogeneity in the synthesis of axisymmetric magnetron-injector guns is described. The systems of self-consistent equations in T - and ρ -regimes of emission from cathode are given. The results of the numerical solution of inside and outside synthesis problems are compared with earlier obtained solutions for a uniform magnetic field.

ПОДАВЛЕНИЕ СВЯЗИ ОРТОГОНАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МОД В СЛАБОУНИЗОТРОПНЫХ СВЕТОВОДАХ ПРИ НАМОТКЕ ВОЛОКНА

Г. Б. Малыкин

Целью настоящей работы является демонстрация возможности уменьшения связи ортогонально-поляризованных мод в слабоанизотропном одномодовом волоконном световоде (ОВС), которая характеризуется h -параметром [1], при намотке волокна. Величина h -параметра, согласно [1], определяется величиной спектральной компоненты спектра пространственных неоднородностей в ОВС на пространственной частоте поляризационных биений [1]. Поскольку пространственный спектр неоднородностей в ОВС носит фликкерный характер [1], а длина поляризационных биений $L_b = \lambda/\Delta n$, (где λ — длина волны излучения, Δn — разность показателей преломления для взаимно-ортогональных мод в ОВС) для слабоанизотропных световодов довольно велика — порядка единиц — десятков метров, то они характеризуются довольно большим h -параметром ($h = 10^{-2} \div 10^{-1} \text{ м}^{-1}$) [2, 3]. Однако, при намотке слабоанизотропного ОВС на катушку в нем появляется наведенное изгибом двулучепреломление, которое обратно пропорционально диаметру намотки D [1], и при $D \approx 5 \div 10$ см может сравниться с собственным. При меньших диаметрах намотки величина L_b должна существенно уменьшиться, и, следовательно, величина h -параметра также должна понизиться. Отметим, что малая величина h в анизотропных ОВС является следствием малой длины поляризационных биений [1].

Описание экспериментальной установки и метода измерения h -параметра приводится в нашей работе [4]. Измерения проводились с отрезком из слабоанизотропного ОВС длиной 20 м ($L_b \approx 0,8$ м, $\Delta n = 9 \cdot 10^{-7}$, собственное двулучепреломление $\beta = 2\pi \Delta n/\lambda = 8$ рад./м). Средняя длина волны источника излучения λ составляла 0,7 мкм, его ширина на полувысоте $\Delta\lambda = 2000 \text{ \AA}$. На рис. 1 представлена зависимость величины h -параметра исследуемого ОВС при его намотке на катушки диаметром 200, 34, 25, 18 и 14 мм (при меньших диаметрах намотки потери излучения сильно возрастали, и это не позволяло проводить измерения) при возбуждении на входе одной или другой линейно-поляризованной собственной моды. Видно, что при уменьшении диаметра намотки величина h -параметра вначале остается постоянной, затем, при $D = 25$ мм для одной

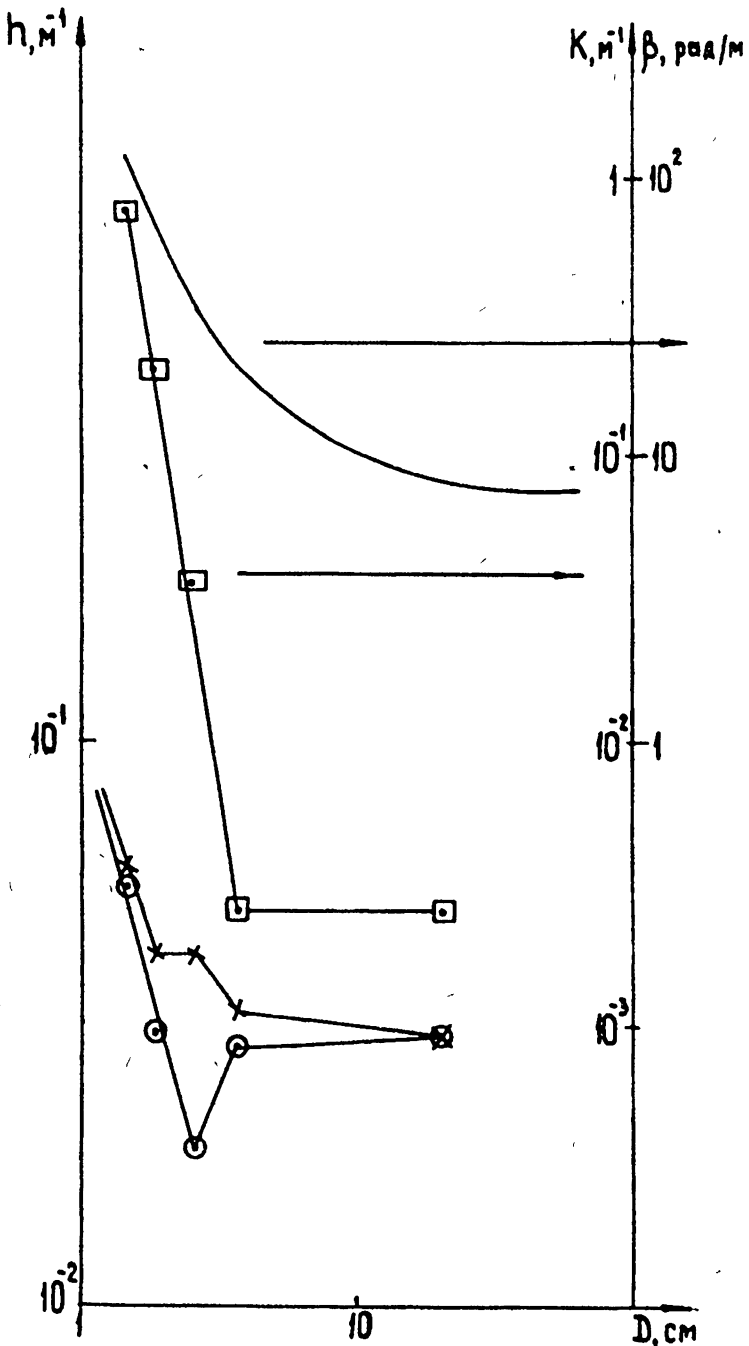


Рис. 1. x, o — экспериментальные точки значения h -параметра, при запитке на входе двух взаимно-ортогональных мод.
 □ — коэффициент изгибных потерь излучения; верхняя кривая — зависимость двулучепреломления от диаметра катушки в случае сложения собственного и наведенного двулучепреломления.

из ортогональных мод (экспериментальные точки обозначены \odot) уменьшается почти в 2 раза, а для другой (точки обозначены \times) убывания нет, но рост h -параметра несколько замедляется. При дальнейшем уменьшении D сильно возрастают потери излучения в ОВС (на рис. 1 приводится зависимость потерь K [м^{-1}] от D , экспериментальные точки обозначены \square), возрастает рассеяние света, а, следовательно, увеличивается спектральная плотность пространственных неоднородностей, что, несмотря на увеличение двулучепреломления β (на рис. 1 приводится зависимость суммы наведенного и собственного двулучепреломления β от диаметра катушки D) и, следовательно, уменьшение длины поляризационных биений L_6 , приводит к росту h . Отметим, что увеличение h при уменьшении D наблюдалось для сильноанизотропных волокон в работах [2, 4, 5]. Причиной различия h для ортогонально-поляризованных мод может быть, в частности, дихроизм, вызванный изгибом ОВС [6, 7]. Однако, в пределах точности эксперимента, которая составляла $5 \div 10\%$, обнаружить дихроизм не удалось. Отметим, что, если при намотке на катушку анизотропного ОВС оси собственного двулучепреломления в общем случае не совпадают с направлением катушки, что приводит к росту величины h [2, 4, 5], то при намотке слабоанизотропного ОВС практически все двулучепреломление является наведенным, и его оси автоматически совпадают с направлением катушки.

Таким образом, продемонстрирована принципиальная возможность уменьшения величины h -параметра слабоанизотропного ОВС за счет возрастания наведенного изгибом двулучепреломления. В настоящее время разработаны многомодовые световоды на основе силиконовой резины [8], допускающие существенно большие, по сравнению с кварцевыми волокнами, изгибы без заметных потерь излучения. В случае создания ОВС на основе силиконовой резины появится возможность существенного уменьшения величины h при намотке волокна на катушки достаточно малого диаметра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rashleigh S. C. // J. of Lightwave Techn., 1983. V. LT-1. N 2. P. 312-331.
2. Ulrich R., Rashleigh S. // IEEE J. of Quantum Electr., 1982. V. QE-18. N 12. P. 2032-2039.
3. Малыкин Г. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. N 11-12 (принято к печати).
4. Малыкин Г. Б. // Изв. вузов. Радиофизика, 1992. Т. 35. N 1. С. 98-100.
5. Rashleigh S. C., Marone M. J. // Epl. lett., 1983. V. 19. N 20. P. 850-851.
6. Sakai J. // JOSA. A, 1984. V. 1. P. 1007-1018.

7. Okamoto K., Hosaka T., Noda J. // J. of Lightwave Techn., 1985. V. LT-3. N 4. P. 758-762.
8. Ishiharda M., Kaneda H., Chiharaishi T., Tomita S., Tanuma I., Naito K. // Fiber Optics Magazine, 1992. V. 14. N 9. P. 30-34.

Институт прикладной физики
РАН, Н. Новгород

Поступила в редакцию
29 июня 1993 г.

**SUPPRESSION OF COUPLING OF ORTHOGONALLY POLARIZED
MODES IN WEAKLY-ANISOTROPIC LIGHT GUIDES WHEN WINDING
FIBER**

G. B. Malykin

УДК 621.396.62:621.59

КОМПЕНСАЦИОННЫЙ СПЕКТРОРАДИОМЕТР 3-ММ ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН

А. А. Красильников

Приведено описание компенсационного спектрорадиометра 3-мм диапазона длин волн. Рассмотрен вопрос нестабильности выходного сигнала в спектральных каналах. Представлена зависимость чувствительности спектрорадиометра от времени интегрирования.

Улучшение чувствительности спектрорадиометров в миллиметровом диапазоне еще долго будет являться актуальной задачей. С одной стороны это обусловлено тем, что постоянно повышаются требования к достоверности результатов при измерениях в радиоастрономических исследованиях межзвездной среды, при измерениях малых газовых составляющих земной атмосферы и пр. Кроме того, улучшение чувствительности позволяет сократить время измерений при наблюдениях. С другой стороны, при использовании серийно выпускаемых образцов СВЧ-приборов (гетеродинов, смесителей, усилителей), шумовая температура радиометров далека до квантового предела. Даже охлаждением спектрорадиометр [1], в котором применены опытные образцы смесителя и УПЧ, имеет шумовую температуру 400 К в двухполосном режиме. Поэтому всякие шаги, ведущие к повышению чувствительности радиометров, должны заслуживать особого внимания.

Возможностью повысить чувствительность радиометра привлекателен переход от традиционной модуляционной схемы к компенсационной. Практическая попытка построения компенсационного радиометра была предпринята автором в 1987 году [2]. Радиометр, описанный в указанной работе, был использован при разработке многоканального спектро-радиометра, блок-схема которого представлена на рис. 1. Спектро-радиометр разрабатывался для задач, связанных с наблюдениями в миллиметровом диапазоне стратосферного озона. Под воздействием соударительного уширения в стратосфере Земли характерные значения полуширин линий излучения озона в зависимости от высоты меняются от единиц до сотен мегагерц [3, 4]. Это учитывалось при выборе полосы анализа и частотного разрешения приемника.

Радиометр построен по супергетеродинной схеме с селекцией зеркального канала. В качестве преселектора на входе радиометра использован интерферометр Маха-Цендера — I_1 с разностью хода $d = c/4f$ [5], где

c — скорость света, f — среднее значение первой промежуточной частоты, равное 750 МГц. В интерферометре I_1 часть сигнала гетеродина — Γ_1 (половина мощности) и принимаемый сигнал сводятся в плечо основного канала, к которому подключен смеситель — $СМ_1$. Другая половина мощности гетеродина поступает в плечо зеркального канала — ЗК, где тоже может быть организован прием (на блок-схеме показано штриховой линией).

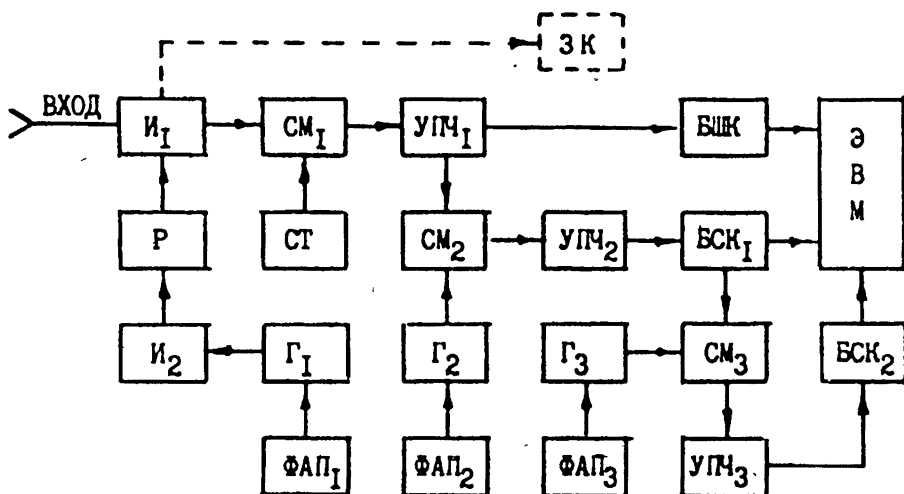


Рис. 1.

В смесителе $СМ_1$ используется диод с барьером Шоттки, рабочий ток которого 2–3 мА задается стабилизатором постоянного тока — СТ. Снижение шумов гетеродина — Γ_1 обеспечивается с помощью объемного резонатора — Р и интерферометра Маха–Цендера — I_2 с разностью хода $d = c/2f$. В качестве гетеродина — Γ_1 используется лампа обратной волны, частота сигнала которой стабилизирована системой фазовой автоподстройки — ФАП₁ по кварцевому опорному сигналу [6].

Для измерений в континууме в радиометре используется вся полоса усилителя промежуточной частоты — УПЧ₁, шириной около 500 МГц. Выход УПЧ₁, шумовая температура которого около 250 К, подключен к блоку широкого канала — БШК, содержащего квадратичный детектор с усилителем постоянного тока.

Второй смеситель — $СМ_2$ изготовлен по балансной схеме с использованием симметрирующего трансформатора на ферритовом сердечнике. Частота сигнала второго гетеродина — Γ_2 , равная 600 МГц, фиксируется по кварцевому опорному сигналу системой ФАП₂.

Спектральные каналы расположены на второй и третьей промежу-

точных частотах, соответствующих УПЧ₂ (187–300 МГц) и УПЧ₃ (77–83 МГц). Конструктивно блоки спектральных каналов — БСК₁ и БСК₂ состоят из ряда модулей, в каждом из которых размещены по 4 канала. Модули соединены между собой коаксиальным кабелем. БСК₁ содержит 3 канала шириной по 9 МГц и 11 каналов — по 3 МГц. БСК₂ содержит 7 каналов шириной по 1 МГц. Для реализации 1 МГц-каналов потребовалось использование третьей промежуточной частоты в диапазоне 77–83 МГц. Это было сделано с помощью гетеродина Г₃, смесителя СМ₃ и УПЧ₃.

Частота сигнала Г₃, равная 110 МГц, фиксируется системой ФАПЗ по кварцевому опорному сигналу. Каждый канал состоит из индуктивно связанного с общей линией передачи двухконтурного фильтра, нагруженного на квадратичный детектор с усилителем постоянного тока. Полоса частот после квадратичного детектора формируется РС-фильтром с постоянной времени 0,1 сек. Во всех усилителях постоянного тока в БШК и БСК предусмотрена компенсация постоянной составляющей сигнала, обусловленной входным и собственным шумом радиометра. Для этого в одной из ячеек БСК расположен источник образцового напряжения (ИОН), который соединен с регулируемыми делителями напряжения, входящими в состав каждого усилителя. ИОН представляет собой низкоомный стабилизатор напряжения на 1,3 В, температурная нестабильность которого практически определяется используемым в нем стабилизатором КС 191Ф.

Спектральные каналы размещены таким образом, чтобы охватить всю полосу анализа. Ширина полосы анализа, определяемая УПЧ₂, составляет 113 МГц. Этого оказывается недостаточно для восприятия всего контура радиолинии исследуемого стратосферного озона в миллиметровом диапазоне. Поэтому спектрометрический радиометр настраивается таким образом, что принимается или левый, или правый склон линии. Причем, резонансной исследуемой линии соответствуют 1 МГц-каналы, следующие друг за другом через 1 МГц. Затем, через постепенно увеличивающиеся интервалы, располагаются 3 МГц- и 9 МГц-каналы. Интервалы между центрами соседних каналов заданы выражением:

$$\Delta_{k,k+1} = \begin{cases} 1 \text{ МГц,} & \text{при } k = 1, 2, \dots, 5 \\ (k - 5) \text{ МГц,} & \text{при } k = 6, 7, 8 \\ (k - 6) \text{ МГц,} & \text{при } k = 9, 10, \dots, 20, \end{cases}$$

где k — номер канала.

На входе спектрометрического радиометра установлена рупорная антенна, как в [4], с диаграммой направленности около 3°. Шумовая температура радиометра в однополосном режиме составила ≈ 3200 К (частота первого гетеродина — 111,6 ГГц).

Обычно, как следует из литературы [7, 8], основной помехой (хотя упоминаются и другие), препятствующей реализации компенсационного

радиометра, считается нестабильность его коэффициента усиления — КУ. Однако, как показал опыт предыдущей [2] и настоящей работ, флуктуации КУ можно снизить настолько, что работа с компенсационным радиометром становится вполне реальной. К основным мероприятиям, снижающим флуктуации КУ, следует отнести использование высокостабильных и помехозащищенных источников питания усилительно-преобразовательных узлов радиометра и их температурной стабилизации. В работе [2] термостабилизация применялась только для УПЧ, а температура волноводного тракта радиометра активно не стабилизировалась. При всем этом для компенсационного радиометра с УПЧ, имеющим полосу пропускания 500 МГц, была получена чувствительность, близкая к предельной. В узком канале радиометра, имеющим полосу, например, 3 МГц, реализовать чувствительность казалось бы значительно легче.

Однако, при построении спектро радиометра, оказалось, что уровень выходного шума в спектральных каналах подвержен значительной нестабильности, происхождение которой не объясняется вариациями КУ приемника. При устранении возможных источников такой нестабильности было установлено, что основным из них являются шумы первого гетеродина — лампы обратной волны. Дело в том, что реальный гетеродинный тракт (волноводы, резонатор, интерферометры), в котором происходит подавление шумов гетеродина, имеет неравномерную частотную характеристику с максимумом коэффициента передачи на частоте гетеродина. Уменьшение этого коэффициента передачи вне частоты гетеродина определяет степень подавления вышеуказанных шумов. Как показал опыт, при использовании сверхразмерных элементов, возможна дополнительная изрезанность частотной характеристики гетеродинного тракта за счет побочных резонансов. Применяемые здесь средства не обеспечивают равномерного подавления шумов гетеродина, поэтому в полосе анализа спектро радиометра присутствует дополнительный шум, уровень которого, по причине вышесказанного, зависит от частоты. По существу это означает, что радиометр в спектральных каналах имеет различную шумовую температуру. Если частотная характеристика гетеродинного тракта зависит от его физической температуры, то это приведет к соответствующим вариациям величины шумовой температуры радиометра в отдельном спектральном канале.

Экспериментальная оценка показала, что величина изменения шумовой температуры радиометра в некоторых спектральных каналах может достигать ~ 100 К/град. Соответствующие изменения шумовой температуры радиометра во все полосе УПЧ₁ существенно меньше, так как большая часть неоднородностей частотной характеристики гетеродинного тракта усредняется по широкой полосе УПЧ₁. К средствам борьбы со спектральными вариациями шумовой температуры радиометра можно отнести применение гетеродинов с малым уровнем шума, использование

более эффективной системы подавления гетеродинных шумов и температурную стабилизацию волноводного тракта радиометра. В описываемом спектрометрическом волноводном тракте вместе со смесителями $СМ_1$ и $СМ_2$, УПЧ₁ и УПЧ₂ находится в термостате с температурной нестабильностью $< 0,2$ градуса за 1 час.

В работе [2] рассматривался вопрос о зависимости чувствительности компенсационного радиометра от времени наблюдения. Были сопоставлены расчетные данные с измеренным значением среднеквадратичного отклонения выходных шумов радиометра в зависимости от времени наблюдения (длины "шумовой дорожки"). Однако, при наблюдениях обычно используют на выходе радиометра различного рода усреднители. Поэтому практически наиболее интересна чувствительность радиометра в зависимости от времени интегрирования. Такая зависимость для данного радиометра показана на рис. 2.

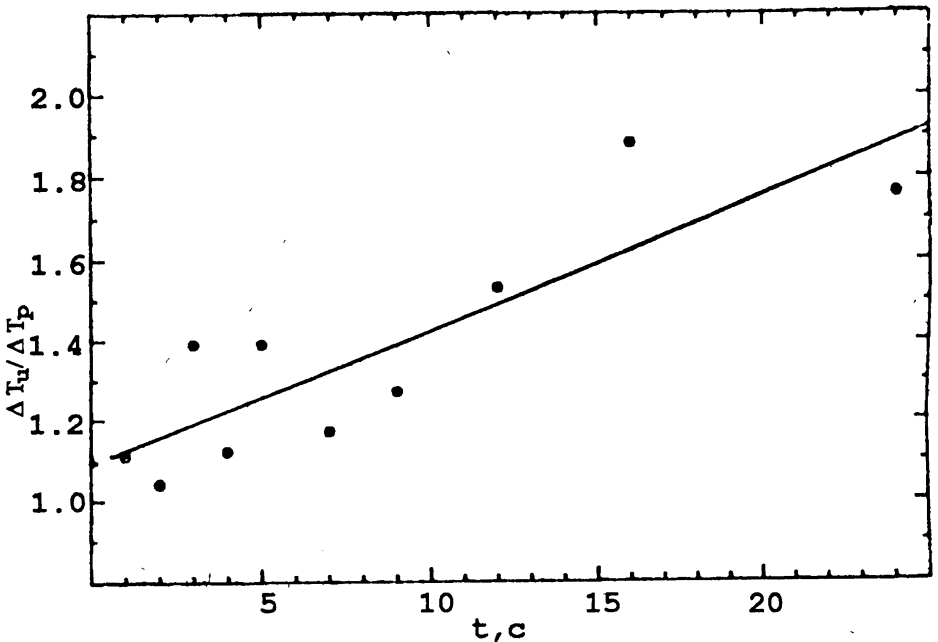


Рис. 2.

Измерения производились для канала шириной 3 МГц. Чувствительность определялась как среднеквадратичное отклонение от проинтегрированного значения выходного шума радиометра за время t . На графике по оси ординат отложена величина отношения измеренного значения чувствительности — ΔT_n к расчетному — ΔT_p , по оси абсцисс — время интегрирования в секундах. Расчетная чувствительность определялась по известной формуле $\Delta T_p = T / \sqrt{t \Delta f}$, где T — шумовая температура ра-

диометра с входной нагрузкой при окружающей температуре, t — время интегрирования, Δf — полоса пропускания спектрального канала. Как и следовало ожидать, отличие измеренной чувствительности от расчетной увеличивается с ростом времени интегрирования. Для наглядности на графике сплошной линией показана линейная аппроксимация экспериментальных значений. Из полученной зависимости следует, что ухудшение реальной чувствительности в 2 раза по сравнению с расчетной наступает при времени интегрирования более 25 с. А при 5–6 с отличие чувствительности от расчетной незначительное — около 20%. Еще раз отметим, что эти утверждения относятся к полосе приема 3 МГц. Конкретное значение чувствительности в этой полосе, полученной, например, за время интегрирования 2 с равно 1,5 К. Калибровка и измерение чувствительности производились с использованием двух входных нагрузок. Одна нагрузка находилась при температуре окружающего воздуха, другая — при температуре кипящего азота. Используемая методика не позволила к сожалению, получить аналогичную зависимость чувствительности при всей полосе радиометра. Одна из причин этого заключалась в том, что полевые условия, в которых находился спектрометрический прибор, не позволяли достаточно стабильно поддерживать температуру находящейся на открытом воздухе входной нагрузки. Отметим, что ее температурная стабильность должна быть лучше 0,1 градуса, так как расчетная чувствительность радиометра в полосе 500 МГц, например, при времени интегрирования 2 с равна 0,1 К. Другая причина была связана с недостаточностью динамического диапазона выходного регистрирующего устройства.

Отметим, что полученная зависимость чувствительности от времени интегрирования, характеризует качество реального радиометра, поэтому ее полезно представлять и для других типов радиометров.

В заключение можно сказать, что переход к компенсационной схеме является реальным шагом, ведущим к повышению чувствительности спектрометрического прибора в миллиметровом диапазоне, и дополняет традиционные шаги, связанные с улучшением шумовых характеристик составных элементов радиометра. Полученное значение чувствительности в спектральном канале при временах интегрирования до 5–6 с близко к предельному, определяемому шумовой температурой спектрометрического прибора.

Описанный прибор успешно использовался во время годового цикла наблюдений стратосферного озона, где измерялся его вращательный спектр вблизи резонансной частоты 110,8 ГГц [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Зинченко И. И., Буров А. Б., Вдовин В. Ф., Воронов В. Н., Демкин В. М., Кисляков А. Г., Красильников А. А., Лалинов А. В., Пиро-

- гов Л. Е., Шанин В. Н., Юрков В. М. // Письма в астрономический журнал, 1987. Т. 13. N 7. С. 582.
2. Красильников А. А. // Изв. вузов. Радиофизика, 1987. Т. 30. N 12. С. 1429.
 3. Воронов В. Н., Демкин В. М., Куликов Ю. Ю., Рыскин В. Г., Юрков В. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1986. Т. 29. N 12. С. 1403.
 4. Борисов О. Н., Демкин В. М., Куликов Ю. Ю., Рыскин В. Г., Шанин В. Н., Юрков В. М. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1989. Т. 25. N 10. С. 1033.
 5. Федосеев Л. И., Куликов Ю. Ю. // Радиотехника и электроника, 1971. Т. 16. N 4. С. 554.
 6. Буров А. Б., Воронов В. Н., Красильников А. А. / Труды XVII Всесоюзной конференции. — Ереван: АН Арм. ССР, 1985. С. 129.
 7. Бункин Ф. В., Карлов Н. В. // ЖТФ, 1955. Т. 25. Вып. 3. С. 430.
 8. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1973.
 9. Krasil'nikov A. A., Kulikov Yu. Yu., Fedoseev L. I. / Conf. Digest. The 18th international conference on infrared and millimeter waves. — Colchester. Essex. U.K., 1993.

Институт прикладной физики
РАН, Н. Новгород

Поступила в редакцию
22 июня 1993 г.

**TOTAL POWER SPECTRAL RADIOMETER
OF 3-MM WAVELENGTH RANGE**

A. A. Krasil'nikov

The 3-mm total power spectral radiometer is described. The problem of nonstability of the spectral channel outputs is considered. The sensitivity dependence on the integration time is presented.

О П Е Ч А Т К И

В статье Е. Н. Виняйкина, М. Б. Зиничевой, А. П. Наумова "Ослабление и изменение фазы миллиметровых и сантиметровых радиоволн в среде, состоящей из сухих и обводненных частиц", опубликованной в № 11, том 37 за 1994 год (стр. 1412-1427) следует читать:

формулу (2) на стр. 1415 в виде

$$\frac{d\Phi}{dl} \text{ (рад/км)} = \frac{3\rho_{\Pi}}{40\pi\rho_{\text{eff}}} \frac{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} P(a, \lambda) f(a) da}{\int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a^3 f(a) da}, \quad (2)$$

выражение для коэффициента d_2 в формуле (16) на стр. 1420 в виде

$$d_2 = (1/15) \left\{ 18 \frac{d_4}{[(\epsilon_{\text{eff}1} + 2)^2 + \epsilon_{\text{eff}2}^2]^2} + \right. \\ \left. + 5 \frac{(\epsilon_{\text{eff}1} - 1)(2\epsilon_{\text{eff}1} + 3) + 2\epsilon_{\text{eff}2}^2}{(2\epsilon_{\text{eff}1} + 3)^2 + 4\epsilon_{\text{eff}2}^2} + (\epsilon_{\text{eff}1} - 1) \right\}.$$