

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XXXVIII N 11

Нижний Новгород

1995

С о д е р ж а н и е

- Гайкович К. П., Снопик Л. М., Троицкий А. В.** Вертолётные радиометрические измерения тонкого озёрного льда и нефтяной плёнки на озёрах и грунте.....1105
- Алимов В. А.** О пределах применимости метода рефракционного рассеяния радиоволн.....1118
- Афанасьев С. А., Семенов Д. И.** Туннельная интерференция в поглощающем слое с дисперсией магнитной проницаемости.....1124
- Ефимов С. П.** Уравнение Шредингера в дрейфовой теории холодной плазмы.....1133
- Иванов В. В., Новиков М. А.** Невзаимные эффекты при отражении света от движущейся среды.....1146
- Дугин Н. А., Ковальчук О. М., Шнырова Е. Ю.** Метод определения интенсивности внеземных радиоисточников при неоднородном окружающем фоне.....1158
- Соловьёв О. В.** К задаче о береговой рефракции в импедансном волноводе.....1168
- Карпов А. В.** Компьютерная модель метеорного радиоканала.....1177
- Кубарев В. А.** Автофазировка и захват электронного пучка в мазере на аномальном эффекте Доплера с распределённым выводом излучения.....1187
- Андрушкевич А. В., Кипчатов А. А., Красичков Л. В., Короновский А. А.** Экспериментальное двухпараметрическое исследование неоднозначных режимов колебаний при разрушении квазипериодических торов.....1195

Юревич В. А. Условия самосинхронизации мод в полупроводниковом инжекционном лазере с внешним резонатором.....	1204
Соколов С. В. О решении задачи синтеза оптимального управления процессом нелинейного стохастического наблюдения.....	1213

УДК 621.371:551.46

ВЕРТОЛЕТНЫЕ РАДИОМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ТОНКОГО ОЗЕРНОГО ЛЬДА И НЕФТЯНОЙ ПЛЕНКИ НА ОЗЕРАХ И ГРУНТЕ

К.П.Гайкович, Л.М.Снопик, А.В.Троицкий

Представлены результаты измерений теплового радиоизлучения нефтяной пленки на озерах и грунте, а также тонкого озерного льда на длинах волн 0,8 и 3 см с борта вертолета МИ-8, выполненных в районе нефтедобычи в Западной Сибири. Разработаны методы определения толщины нефтяной пленки и льда по данным измерений на основе эффекта интерференции теплового излучения в двухслойной среде.

1. ВВЕДЕНИЕ

В ряде работ (см., например, [1-12]) развита теория теплового радиоизлучения и выполнены экспериментальные исследования нефтяной пленки и льда на поверхности воды. Установлено, что сильная зависимость яркостных температур излучения от толщины верхнего слоя в таких двухслойных средах, обусловленная интерференцией переотраженного границей раздела теплового излучения, может быть использована для определения этого параметра из данных радиометрических измерений.

Впервые радиометрический метод контроля и определения толщины нефтяной пленки был применен для самолетных измерений процесса расплывания нефтяных пятен в море [10-11]. Наблюдаемый эффект проявлялся в сильной зависимости (контрасты более 100 К) яркостной температуры восходящего теплового радиоизлучения от толщины нефтяной пленки, что позволяет методом разрезов определять распределение толщины пленки и, следовательно, полную массу разлитой нефти, что невозможно сделать ни радиолокационным методом, ни с помощью измерений в ИК диапазоне.

Проблемами метода в морских условиях являются морское волнение, приводящее к сильной локальной неоднородности распределения нефти по толщине, а также к трудностям интерпретации данных с учетом влияния пены на излучательную способность. Самолетные измерения также имеют определенные недостатки. В первую очередь, это большая скорость полета, при которой масштабы пятна и характерных неоднородностей нефтяной пленки должны составлять не менее нескольких км, чтобы не заглаживались характерные особенности

распределения (время интегрирования радиометров обычно составляет 0,1 - 1 с).

В данной работе представлены результаты исследований нефтяных загрязнений на озерах и грунте в районе г. Нижневартовска по данным вертолетных измерений на длинах волн 0,8 и 3 см, выполненных по заказу НПО "Экология человека" для НГДУ Ласеганнефть, а также результаты выполненных одновременно измерений озерного льда. Частично результаты этих исследований докладывались в [13-14].

При измерениях нефтяных загрязнений в Западной Сибири радиометрическим методом нужно было учесть специфику условий. В этом случае характерные масштабы пятен составляют сотни метров и редко превосходят 1-2 км, что сильно затрудняет самолетные измерения. Именно поэтому был реализован вариант вертолетных измерений. Нефтяные пятна сосредоточены как в озерах, где нефть сосредотачивается во время весенних паводков, так и на грунте. С точки зрения алгоритмов обработки это приводит к необходимости расчетов для поверхностей с другими значениями диэлектрической проницаемости по сравнению с морской водой, а в случае с грунтом к необходимости оценки возможного влияния шероховатости поверхности на излучательную способность. Положительным моментом в рассматриваемом случае является отсутствие влияния волнения.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Радиометрический комплекс состоял из двух радиометров, принимающих тепловое радиоизлучение на длинах волн 0,8 и 3 см, а также системы двухканальной регистрации данных на магнитофон.

Параметры радиометра на 0,8 см:
 чувствительность - 0,08 К
 время интегрирования сигнала - 1 с
 ширина диаграммы направленности
 рупорно-скалярной антенны - 6 град

Параметры радиометра на 3 см:
 чувствительность - 0,1 К
 время интегрирования - 1 с
 ширина диаграммы направленности
 рупорной антенны - 20 град

Система регистрации данных на магнитофон осуществляла кодировку уровня выходного сигнала радиометра в сигнал звуковой частоты, записываемый в два канала стереомагнитофона с каждого из радиометров.

Было проведено два цикла измерений Северо-потокowego месторождения с борта вертолета. Первый цикл проведен в конце мая

1992 г, а второй - в начале октября 1992 г. Выбор времени измерений связан, в частности, с необходимостью по возможности точно учитывать температуру. В выбранные периоды года температура воды и воздуха находится около 0 С, особенно в озерах, частично покрытых льдом, что создает благоприятные условия для используемого метода калибровки.

Радиометры устанавливались в открытом люке на дне таким образом, что жестко закрепленные рупора антенн направлялись вертикально вниз и выступали за край дна вертолета.

Калибровка в ходе радиометрических измерений осуществлялась по естественным объектам, яркостная температура которых известна с хорошей точностью. В качестве таких объектов использовались густой хвойный лес, яркостная температура которого практически совпадает с температурой воздуха, и вода, яркостная температура которой примерно на 150 К ниже и которая может быть точно вычислена при известной температуре воды. Эти объекты определяли два уровня L_v и L_l с известными яркостными температурами T_v и T_l , по которым находилась яркостная температура T_y измеряемой нефтяной пленки с уровнем сигнала :

$$T_y = (T_l - T_v)/(L_l - L_v) (L - L_l) + T_l \quad (1)$$

Следует отметить, что основной вклад в общую погрешность измерений вносит именно погрешность калибровки, связанная с неточностью параметров T_l и T_v . Яркостная температура леса обычно близка к температуре воздуха, и, как показывают измерения, выполненные во время дождя [15], даже в этом случае вариации яркостной температуры леса не превосходят 3 К. Коэффициент отражения леса близок к 0 и подсветка нисходящего теплового радиоизлучения атмосферы практически не оказывает влияния. Яркостная температура восходящего теплового радиоизлучения водной поверхности также заведомо может быть вычислена с точностью лучше 1 К; однако большой коэффициент отражения (около 0,5) приводит к сильному влиянию на яркостную температуру принимаемого излучения переотраженного нисходящего теплового радиоизлучения атмосферы.

Яркостная температура нисходящего теплового радиоизлучения в безоблачную погоду составляет около 5 К на длине волны 3 см и 15 К на 0,8 см. Зная давление, температуру и влажность воздуха, можно с точностью не хуже 0,5 К на 3 см и 1,5 К на 0,8 см определить вклад атмосферной подсветки, что и предполагалось на первом этапе работы. Ситуация в облачную погоду представлялась трудной для анализа, поскольку в этом случае фон нисходящего излучения возрастает в несколько раз и трудно точно оценить его величину. Однако можно показать, что соотношение (1) сохраняет свою справедливость, если под яркостными температурами понимать собственное тепловое излучение подстилающей поверхности (именно оно в данном случае нас и интересует) без учета вклада переотраженного излучения и при условии,

что кинетические температуры воды и воздуха одинаковы. Тогда погрешности, вносимые переотраженным фоном, полностью компенсируются, а если эти температуры различаются, то погрешность составит

$$\delta T_{\text{я}} = T_{\Phi} R (t_{\text{л}} - t_{\text{в}}) / (t_{\text{в}} - T_{\Phi}), \quad (2)$$

где T_{Φ} - яркостная температура фона, R - коэффициент отражения измеряемой поверхности, $t_{\text{л}}$, $t_{\text{в}}$ - кинетическая температура воздуха (леса) и воды соответственно. Из (2) следует, что при величине $T_{\Phi} = 50 \text{ K}$ и разнице температуры воды и воздуха 10 K максимальная погрешность, реализующаяся при $R = 0,5$ составляет $2,5 \text{ K}$. Следует еще раз оговориться, что если ставиться цель измерений яркостной температуры с учетом вклада переотраженного излучения атмосферы, нужно применять метод калибровки с точно известными яркостными температурами двух эталонных калибровочных объектов. В нашем же случае, где измеряемой величиной фактически является коэффициент отражения поверхности, используется пропорциональность искажения калибровочного масштаба, задаваемого (1), при добавлении постоянного фона атмосферного излучения.

Таким образом, разработанные методы анализа являются практически всепогодными. Важно отметить, что необходимым условием применимости (2) является неизменность условий на протяжении калибровки по чистой воде и измерений нефтяных пятен. С учетом всех отмеченных факторов погрешность измерений не превышала 5 K . Учитывая, что влияние нефти проявляется в контрастах в десятки и более 100 градусов, измерения при достигнутом уровне точности вполне информативны.

Измерения выполнялись двумя способами: методом зависания над местом загрязнения (для небольших нефтяных пятен), а также методом разрезов со скоростью 10 км/ч . Несколько параллельных разрезов с интервалом около 50 м в поперечном направлении позволяли получить картину распределения нефтяного загрязнения по поверхности. Скорость выбиралась из условия, чтобы смещение на расстояние, занимаемое пятном диаграммы направленности на земле, происходило за время, много большее времени интегрирования сигнала ($\tau = 1 \text{ с}$). Высота измерений обычно выбиралась как можно ближе к поверхности, чтобы увеличить пространственное разрешение при данной ширине диаграммы направленности, однако при слишком маленькой высоте поток воздуха от винта вертолета начинал разгонять нефтяную пленку. Поэтому измерения чаще всего выполнялись на высоте около 50 м . На этой высоте диаметр пятна диаграммы направленности на земле составлял $10 - 15 \text{ м}$ для радиометра на $0,8 \text{ см}$ и $25 - 30 \text{ м}$ - для 3 -сантиметрового, что обеспечивало необходимое разрешение, поскольку большинство нефтяных пятен имели масштаб $100 - 200 \text{ м}$.

3. МЕТОДИКА АНАЛИЗА

Метод определения толщины нефтяной пленки основан на зависимости от этого параметра яркостной температуры восходящего теплового излучения. В принципе, для определения толщины пленки достаточно измерений на одной длине волны, однако более оптимальным является использование двух или трех длин волн. Это связано с тем, что зависимость от толщины пленки является периодической, и начиная с некоторых ее значений результат интерпретации становится неоднозначным. Можно, конечно, выбрать достаточно большую длину волны, чтобы область неоднозначности начиналась за интервалом возможных значений толщины пленки, но при этом уменьшается точность при малых значениях толщины (зависимость $T_{\text{я}}(d)$ становится более плавной). Поэтому целесообразно использовать измерения на двух длинах волн, используя длинноволновый канал для исключения неоднозначности, а коротковолновый - для точной оценки толщины. Двухчастотные измерения удобно рассматривать в плоскости $T_{\text{я}}(0,8) - T_{\text{я}}(3)$. В этом случае два значения яркостных температур на двух длинах волн представляются точкой, а зависимость положения этой точки на плоскости от толщины пленки представляется кривой. Таким образом, наиболее простой метод определения толщины нефтяной пленки - это нанесение измеренных значений $T_{\text{я}}(0,8)$, $T_{\text{я}}(3)$ на плоскость в виде точки. При этом значение, которому соответствует ближайшая точка кривой, принимается за оценку толщины пленки d . Область однозначной оценки лежит в интервале толщин до 0,6 см; в более широкой области значений возможна неоднозначность оценки. Однако, если наблюдения проводятся методом разрезов и нефтяная пленка имеет плавное распределение по толщине, вместо одной точки на плоскости возникнет отрезок кривой, который будет соответствовать вполне определенному участку кривой на плоскости, что исключает неоднозначность интерпретации.

Опыт измерений показал, что наблюдаемые значения яркостных температур как правило не попадают на кривую, рассчитанную для чистой нефти. Имели место существенные отклонения в сторону увеличения на десятки градусов. Это обстоятельство можно было интерпретировать только с точки зрения наличия в веществе нефтяной пленки включений жидкой воды (и результаты последующего анализа взятых проб подтвердили это предположение), поскольку только вода из всех реально возможных включений имеет достаточно большие значения диэлектрических параметров, которые требуются, чтобы объяснить наблюдаемый эффект. Этот эффект наблюдался и в ходе морских измерений [10-11], где его появление объясняли влиянием морского волнения, взбивающего нефть и воду в водно-нефтяную эмульсию за характерное время порядка суток.

В рассматриваемом случае естественно предположить, что нефть на озерах с течением времени образует водно-нефтяную эмульсию под воздействием дождя, мелкие капли которого не могут просочиться из-за влияния вязкости. Вязкость же возрастает со временем по мере того, как нефть теряет свои легкие фракции. Выполненные исследования показали, что этот эффект характерен для старых разливов и отсутствует в свежих случаях.

Учет влияния влажности, кардинально меняющей диэлектрическую проницаемость пленки, проводился на основе известного соотношения Клаузиуса-Мосотти для диэлектрической проницаемости смеси.

$$\frac{\varepsilon_m - 1}{\varepsilon_m + 2} = \frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H + 2} (1 - f) + \frac{\varepsilon_B - 1}{\varepsilon_B + 2} f, \quad (3)$$

где ε_m , ε_H , ε_B - соответственно диэлектрические проницаемости смеси, нефти и воды, f - относительное объемное содержание воды в смеси. Соотношение (3) проверено экспериментально [10], однако более строгий подход с учетом рассеяния на каплях в водно-нефтяной эмульсии несомненно должен быть применен в дальнейших исследованиях, тем более, что условия формирования пленки на морях, озерах и грунте существенно различны.

Таким образом, возникла необходимость оценки по данным измерений еще одного параметра - относительного содержания жидкой воды в нефти, что возможно реализовать по данным двухчастотных измерений, потому что каждому значению влагосодержания соответствует своя кривая возможных значений точек на плоскости ($T_{\text{я}}(0,8)$, $T_{\text{я}}(3)$). Когда измерения проводятся методом разрезов и пленка нефти имеет вариации толщины, по получающемуся отрезку кривой на плоскости $T_{\text{я}}(0,8)$ - $T_{\text{я}}(3)$ изменением величины влагосодержания f подбирается наиболее близкая в среднеквадратичном смысле теоретическая кривая и определяется как значение влагосодержания, так и распределение пленки по глубине вдоль трассы полета. Удалось установить также, что в случаях, когда толщина пленки не превышает $d = 0,2$ см, значения яркостных температур еще слабо зависят от влагосодержания.

Измерения нефтяных загрязнений на грунте выполнены в данной работе впервые. Методика, использованная для анализа нефтяных разливов на воде пригодна в принципе и в этом случае. Разница заключается главным образом в отличии значений диэлектрической проницаемости воды и грунта, которое приводит к меньшим значениям возможных контрастов яркостных температур в случае грунта, причем в зависимости от соотношения диэлектрических проницаемостей грунта и нефтяного загрязнения, которое также представляет собой водно-

нефтяную эмульсию, наблюдаемый эффект может состоять и в увеличении и в уменьшении яркостных температур.

В [12] рассмотрено влияние на эту зависимость вариаций толщины пленки в пределах пятна диаграммы из-за неровности поверхности грунта. Предполагалось, что неоднородности толщины пленки площади пятна имеют нормальное распределение, характерный размер неоднородностей мал по сравнению с пятном диаграммы направленности, но велик по сравнению с размером 1-й зоны Френеля (в данном случае 0,6 - 1,2 м). Установлено, что с ростом вариаций наблюдается сглаживание интерференционной картины, однако эффект проявляется существенным образом лишь при величинах вариаций порядка 30% от среднего значения и при значениях средней толщины более 0,5 см.

Для случая пленки чистой нефти на грунте с типичными значениями диэлектрической проницаемости влияние пленки приводит к росту яркостных температур теплового радиоизлучения, однако для водно-нефтяной эмульсии может наблюдаться их уменьшение. Определения толщины нефтяной пленки на грунте предполагает предварительное определение диэлектрической проницаемости грунта (по крайней мере реальной части диэлектрической проницаемости), что возможно выполнить при измерениях методом разрезов по наблюдаемым яркостным температурам грунта. Однако, не всегда можно быть уверенным, что параметры грунта вне пятна соответствуют таковым в области пятна. Кроме того, возрастают возможные погрешности, связанные с трудностями оценки роли процесса рассеяния теплового радиоизлучения на шероховатостях грунта. Подобные измерения и попытка их интерпретаций выполнена в данной работе впервые и обнаружены определенные перспективы дальнейшего применения радиометрического метода. Результаты определения толщины пленки на грунте с учетом изложенного следует рассматривать, конечно, как интерпретацию в рамках принятой модели.

В ходе работы по измерению нефтяных загрязнений параллельно были выполнены измерения тонкого озерного льда в весеннем цикле и свежего однодневного льда в осеннем цикле. Задача определения толщины льда полностью эквивалентна задаче определения толщины чистой нефтяной пленки. Разница состоит в небольшом отличии значений диэлектрической проницаемости.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

На рис.1 изложенный выше метод анализа демонстрируется на примере с использованием данных измерений на двух длинах волн в одной точке при зависании вертолета над озером со свежим разлитием нефти.

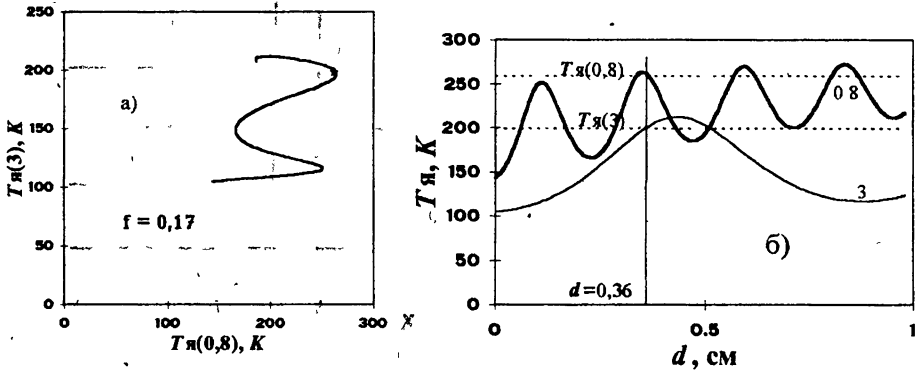


Рис.1. Двухчастотный метод определения толщины нефтяной пленки и влагосодержания в водно-нефтяной эмульсии.

На рис.1а звездочкой выведена точка, соответствующая измеренным значениям $T_{я}(0,8)$, $T_{я}(3)$. Эту точку пересекает при значении влагосодержания $f = 0,17$ кривая возможных значений точек $(T_{я}(0,8), T_{я}(3))$. На рис.1б приведены квазипериодические расчеты зависимости $T_{я}(d)$ для этих двух длин волн. Вертикальной прямой показано решение задачи - значение $d \approx 0,36$ см, а горизонтальными пунктирными - измеренные значения $T_{я}(0,8)$, $T_{я}(3)$, которые при этом значении d пересекают расчетные зависимости.

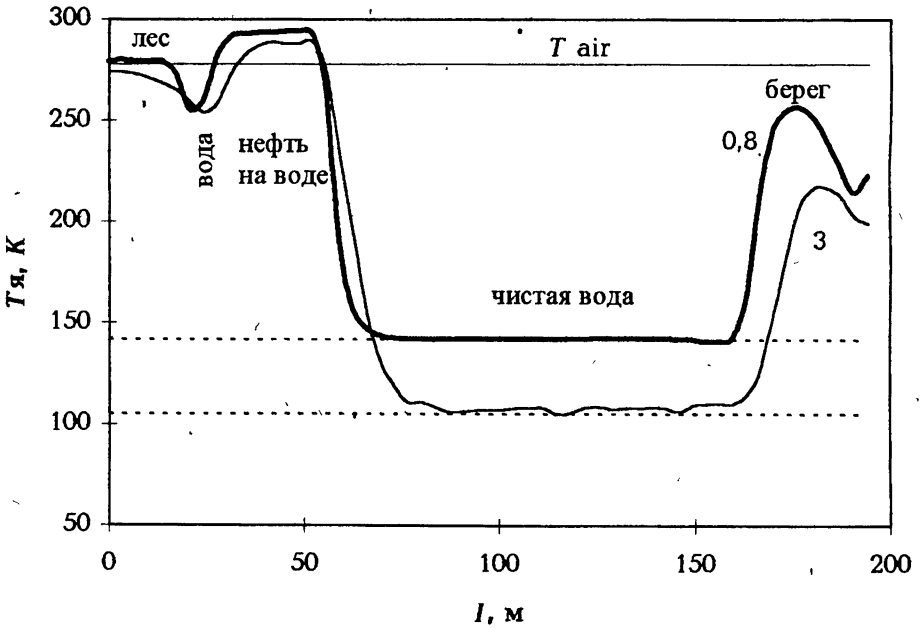


Рис.2. Разрез озера с нефтяным пятном, разогретым солнцем.

В случае, представленном на рис.2, наблюдался "парниковый эффект" разогревания солнечным излучением поверхностного слоя, покрытого нефтью, что можно видеть по превышению яркостной температурой на длине волны 0,8 см калибровочного уровня леса (температуры воздуха T_{air}) на величину около 20 K, которое наблюдалось при температуре воздуха 6 С и воды 2 С. Этот эффект при большом масштабе загрязнений может иметь определенные экологические последствия в смысле изменения температурного режима. Эффект по-видимому связан с тем обстоятельством, что солнечное излучение поглощается в непрозрачном (и достаточно толстом) поверхностном слое старой нефти при одновременном прекращении оттока тепла от водной поверхности, обусловленного испарением.

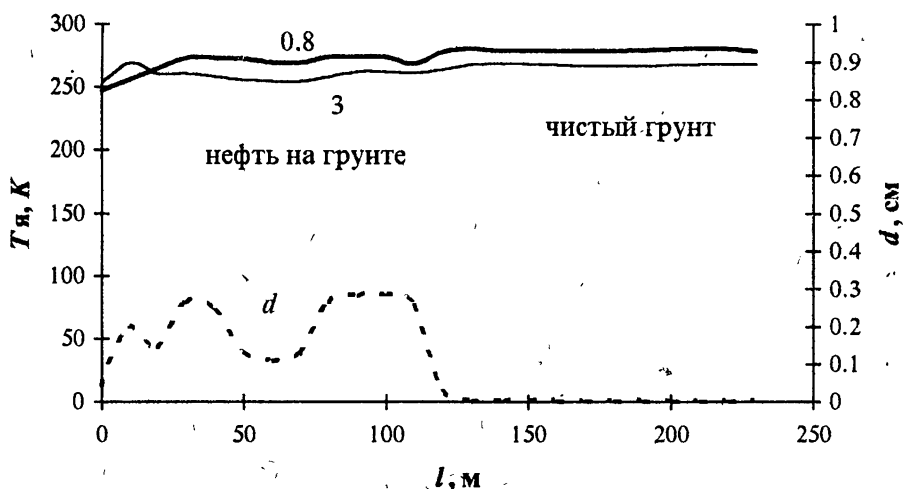


Рис.3. Разрез нефтяного загрязнения на грунте.

На рис.3 представлены результаты для нефтяных загрязнений на сухом грунте. Можно видеть, что переход с загрязненного участка на чистый грунт (песчаный) приводит к заметному скачку яркостных температур. Характерная толщина слоя нефти соответствует данным наземных измерений (в одной точке).

Полную информацию о распределении по тощине и полной массе в нефтяном пятне можно получить только методом множественных разрезов пятна. При этом возможно восстановить распределение пленки по толщине в виде поверхности в трехмерном пространстве. На рис.4-5 представлено 3-мерное распределение яркостных температур на длинах волн 0,8 см и 3 см на озере с нефтяным пятном, которое можно видеть, как возвышенную часть распределений, а на рис.6 - распределение восстановленной по этим данным толщины нефтяной пленки. Более

плавные переходы на границах раздела нефть-вода имеют место на длине волны 3 см, что обусловлено большей шириной диаграммы направленности по сравнению с измерениями на 0,8 см.

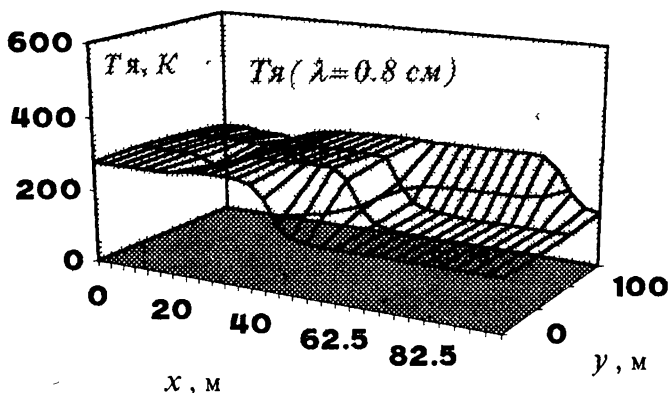


Рис.4. Радиояркое распределение озера с нефтью на 0,8 см.

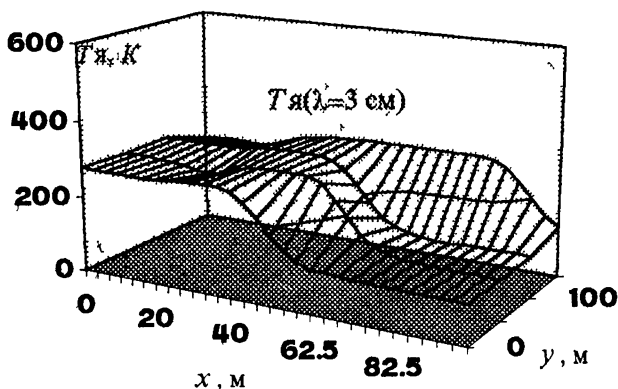


Рис.5. Радиояркое распределение озера с нефтью на 3 см.

Несмотря на небольшое число пролетов, использованных для восстановления распределения толщины нефтяной пленки по поверхности озера на рис.6, можно видеть характерные особенности нефтяного пятна: его резкую границу с чистой водой и его наиболее плотную часть, где сосредоточена основная масса разлитой нефти. На основе этих данных легко вычислить полную массу нефти в озере, которая составила 39 м^3 .

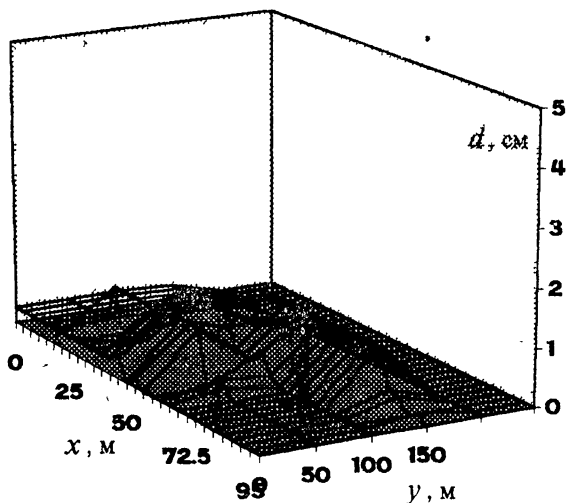


Рис.6. Распределение толщины пленки нефти на озере, определенное по данным радиометрических измерений, представленным на рис.4-5.

На рис.7 представлены результаты радиометрических измерений озера с тонким весенним льдом и восстановления его толщины d по этим данным.

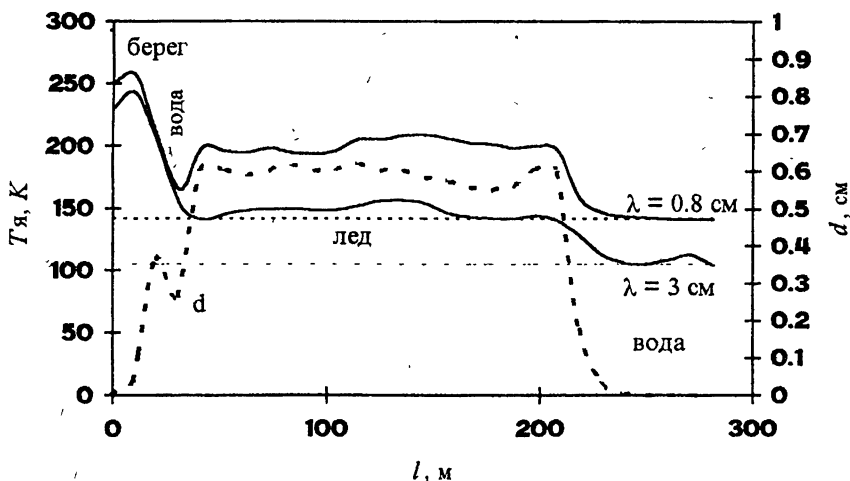


Рис.7. Радиометрическое определение толщины озерного льда (разрез поперек озера, пунктир).

Для этого случая измерения на двух длинах волн согласуются при предположении уровня погрешности не менее 15 К, что, по-видимому, объясняется влиянием рассеяния в коротковолновом канале. При обработке данных осенних измерений однодневного льда, прозрачного даже в оптическом диапазоне, вторая длина волны является излишней. Результаты показали перспективность вертолетных измерений на реках и озерах при малых толщинах льда, например, с целью определения проходимости водоемов, так как при малых толщинах трудности применения радиолокационного метода возрастают.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе впервые выполнены вертолетные радиометрические измерения пятен нефти на пресноводных озерах и грунте, а также тонкого озерного льда. Разработаны методы определения толщины, степени содержания воды и полной массы нефти по радиояркостным температурам восходящего теплового излучения на длинах волн 0,8 и 3 см; получено восстановление 3-мерной структуры пленки нефти. Обнаружен эффект солнечного разогрева нефтяной пленки.

Представляется возможным усовершенствовать развитые методы на основе более широкого использования данных наземных измерений, лабораторных исследований формирования теплового излучения в двухслойных структурах нефть-грунт и нефть-вода. Целесообразно дополнение радиометрической системы радиометрами еще на двух длинах волн: одного на 0,5 см для измерения температуры поверхности (в центре линии кислородного поглощения, где компенсируются отражающие свойства грунта) и второго - в интервале (9 - 13) см для расширения диапазона однозначно определяемой толщины и влагосодержания в нефтяной пленке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К.Я., Меленьтьев В.В., Назаркин В.А. Космическая дистанционная индикация акваторий и водосбросов.- С-Пб.: Гидрометеиздат, 1992.
2. Гурвич А.С., Егоров С.Т.// Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1986. Т.2. N 3. С.305.
3. Нельсон-Смит А. Нефть и экология моря.- М.: Прогресс, 1977.
4. Готов А.А., Матвеев Д.Т., Мирковский В.Г. и др.// Метеорология и гидрология, 1975. N 6. С.90.
5. Богородский В.В., Кондратьев К.Я., Рабинович Ю.И. и др.// Труды ГГО, 1976. Вып. 371.- Ленинград: Гидрометеиздат, С.22.
6. Беспалова Е.А., Меленьтьев В.В., Рабинович Ю.И., Эткин В.С., Ширяева Т.А.// Труды ГГО, 1976. Вып. 371.- Ленинград: Гидрометеиздат, С.37.

7. Беспалова Е.А., Милицкий Ю.А., Покровская И.В. и др.// Метеорология и гидрология, 1973. N 10. С.71.
8. Беспалова Е.А., Веселов Е.М., Воляк К.И. и др.// Водные ресурсы, 1983. N 1. С.154.
9. Митник Л.М.// Водные ресурсы, 1974. N 2. С.180.
10. Skou N.// IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, 1986. V.GE-23. No.3. P.360.
11. Laaperi. A.// IGARSS-83: Remote Sens. Extend. Man's Horiz. (San Francisco, Calif., 31 Aug. - 2 Sept., 1983). V.2. Digest.- New York, N.Y., 1983. FA6. P.6/1.
12. Гайкович К.П.// Тезисы докл. 2-й Научной конф. "Применение дистанционных радиофизических методов в исследованиях природной среды", 7-9 июля 1992 г., г. Муром).- М.: ИПЭ РАН, 1992. С.22.
13. Gaikovich K.P., Troitsky A.V., Snopik L.M.// 24-th General Assambly of URSI, Kioto, Japan, 1993. P.237.
14. Gaikovich K.P., Troitsky A.V., Snopik L.M.//24-th General Assambly of URSI, Kioto, Japan, 1993. P.225.
15. Бирюков А.Г., Гайкович К.П., Дахов В.М., Снопик Л.М., Троицкий А.В.// Тезисы докл. Всесоюзн. школы "Дистанционные радиофизические методы исследования природной среды", 16 - 23 сент., г. Барнаул).- Барнаул: Алтайский госуниверситет, 1991. С. 42.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н.Новгород

Поступила в редакцию
2 февраля 1995

HELICOPTER RADIOMETER MEASUREMENTS OF THIN LAKE ICE AND OIL SPILLS ON LAKES AND SOIL

K.P. Gaikovich, L.M. Snopik, A.V. Troitsky

Results of thermal radioemission measurements of oil spills on lakes and soil and of thin lake ice performed at wavelengths 0,8 and 3 cm from helicopter MI-8 for oil fields in West Siberia are presented. Methods of oil and ice depth determination by measurements data based on the effect of thermal radioemission interference in two-layered medium have been worked out.

УДК 621.371.25

О ПРЕДЕЛАХ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА РЕФРАКЦИОННОГО РАССЕЙНИЯ РАДИОВОЛН

В. А. Алимов

В работе сравниваются вычислительные возможности метода рефракционного рассеяния радиоволн (РРР) и метода параболического уравнения (МПУ) при расчётах статистических характеристик радиоволн в среде с крупномасштабными неоднородностями. Показано, что в целом пределы применимости метода РРР ограничены соответствующими пределами применимости МПУ. Однако в отличие от МПУ метод РРР, в ряде случаев, позволяет реализовывать более простые пути решения задач дифракции радиоволн в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями.

Метод рефракционного рассеяния радиоволн (РРР) заключается в расчётах статистических характеристик распространения радиоволн в толстом слое с сильными (средний квадрат флуктуационного набега фазы волны в слое $\bar{\alpha}_0^2$ много больше единицы) крупномасштабными (внешний масштаб турбулентности L_0 много больше характерного размера зоны Френеля F для данной трассы) флуктуациями показателя преломления с помощью соответствующих расчётов этих характеристик при дифракции излучения в свободном пространстве за эквивалентным фазовым экраном (средний квадрат набега фазы на экране $\bar{\alpha}_0^2$, внешний масштаб неоднородностей на экране L_0). Метод РРР был развит и успешно применен Букером для расчётов пространственных характеристик флуктуаций интенсивности радиоволн (см. [1] и цитированную там литературу). В [2, 3] этот метод был использован для расчётов функций частотной корреляции радиоволн. И хотя в [1-3] затрагивались некоторые аспекты вопроса о пределах применимости метода РРР, в целом этот вопрос не рассматривался.

Поскольку речь идёт о сильных флуктуациях радиоволн в среде с крупномасштабными неоднородностями, целесообразно сравнить вычислительные возможности метода РРР и метода параболического уравнения (МПУ) [4, 5].

1. Среднее поле. Выражение для среднего поля сигнала в МПУ имеет вид [4, 5]:

$$E(z, \vec{\rho}) = E_0(z, \vec{\rho}) \exp(-\alpha_0 z), \quad (1)$$

где $E_0(z, \vec{\rho})$ — поле сигнала в свободном пространстве в точке наблюдения с координатами $(z, \vec{\rho})$, α_0 — коэффициент экстинкции [4, 5]

$$\alpha_0 = 2\pi^2 k_0^2 \int_0^\infty \Phi_n(\alpha) \alpha d\alpha. \quad (2)$$

Здесь $k_0 = \omega_0/c$ — волновое число (ω_0 — круговая частота сигнала, c — скорость света), $\Phi_n(\alpha)$ — спектр неоднородностей показателя преломления в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями.

В методе РРР, соответственно, имеем (с учётом [4, 5]):

$$E(z, \vec{\rho}) = E_0(z, \vec{\rho}) \exp(-\bar{\alpha}_0^2/2), \quad (3)$$

где $\bar{\alpha}_0^2 = 4\pi^2 k_0^2 z \int_0^\infty \alpha \Phi_n(\alpha) d\alpha$. Итак, средние поля, вычисленные МПУ и методом РРР, идентичны.

2. Пространственная корреляция радиоволн. Уравнение для функции пространственной корреляции радиоволн $\Gamma_2(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = E(z, \vec{\rho}_1)E^*(z, \vec{\rho}_2)$ в МПУ имеет вид [4, 5]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2k_0} (\nabla_{\rho_1}^2 - \nabla_{\rho_2}^2) + B(\vec{\rho}) \right] \Gamma_2(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = 0, \quad (4)$$

где

$$B(\vec{\rho}) = \frac{1}{4} k_0^2 [A(0) - A(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)] = 4\pi^2 k_0^2 \int_0^\infty [1 - J_0(\alpha \rho)] \Phi_n(\alpha) \alpha d\alpha.$$

Методом РРР, используя результаты работ [4, 5], несложно получить выражения для функции $\Gamma_2(z, \vec{\rho})$ в некоторых частных случаях. Так, например, для случая дифракции плоской волны

$$\Gamma_2(z, \vec{\rho}) = \exp\left[-\frac{1}{2} D_s(\rho)\right], \quad (5)$$

где структурная функция фазы волны на эквивалентном экране равна

$$D_s(\rho) = 8\pi^2 k_0^2 z \int_0^\infty [1 - J_0(\alpha \rho)] \Phi_n(\alpha) \alpha d\alpha. \quad (6)$$

Здесь $J_0(x)$ — функция Бесселя.

Выражение (6) идентично соответствующему выражению для функции $\Gamma_2(z, \vec{\rho})$ в МПУ [4, 5].

Для случая дифракции сферической волны или параосиального пучка на фазовом экране, с использованием [4, 5], находим:

$$\Gamma_2(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = \Gamma_0(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) \exp\left[-\frac{1}{2}D_s(x\rho)\right], \quad (7)$$

где $\Gamma_0(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2)$ — значение функции $\Gamma_2(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2)$ при дифракции излучения в свободном пространстве, x — нормировочный множитель ($x \leq 1$).

Подставляя это выражение в соотношение (4), получаем дифференциальное уравнение для определения параметра x :

$$B(\rho x) - B(\rho) + \rho x B'(\rho x) = 0. \quad (8)$$

В частном случае колмогоровской турбулентности, когда $A(0) - A(\rho) = 5.83 C_n^2 \rho^{5/3}$ (C_n^2 — структурная постоянная) [4, 5], находим $x^{-1} = 1.78$. При этом выражение (7) для функции $\Gamma_2(z, \rho)$ в методе РРР оказывается идентичным соответствующему выражению для этой функции в МПУ [4, 5].

3. Частотная корреляция радиоволн. Уравнение для функции частотной корреляции радиоволн $\Gamma_{2\omega}(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = E_{\omega_1}(z, \vec{\rho}_1) E_{\omega_2}^*(z, \vec{\rho}_2)$ при дифракции плоской волны в толстом слое в методе МПУ имеет вид (относительное разнесение частот $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2\omega_0 \ll 1$) [5, 6]:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i\delta}{k_0} \nabla_\rho^2 + B(\vec{\rho}) \right] \Gamma_{2\omega}(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2) = 0. \quad (9)$$

Соответствующее выражение для функции $\Gamma_{2\omega}(z, \rho)$ в методе РРР можно записать в виде [3]:

$$\Gamma_{2\omega}(z, \rho) = -\frac{i\omega_0^2}{c(\omega_2 - \omega_1)zx} \exp\left(\frac{i\omega_0^2}{2c(\omega_2 - \omega_1)zx} \rho^2\right) \times \quad (10)$$

$$\times \int_0^\infty dy y J_0\left(\frac{\omega_0^2}{2c(\omega_2 - \omega_1)zx} \rho y\right) \exp\left(-\frac{D_s(y)}{2} + \frac{i\omega_0^2 y^2}{2c(\omega_2 - \omega_1)zx}\right).$$

Подставляя это выражение в соотношение (9) и проводя необходимые преобразования, для случая крупномасштабных неоднородностей слоя со спектром $p \geq 3$ (см. [3]) находим, что функция (10) приближенно (при $\delta D_1 = \delta \cdot 4cz\bar{s}_0^2[\omega_0 L_0^2]^{-1} \ll 1$) удовлетворяет уравнению МПУ (9), если параметр $x = 1/2$, т. е. при вычислении функции $\Gamma_{2\omega}(z, 0)$ в методе РРР толстый слой может быть заменён эквивалентным фазовым экраном, расположенным в центре слоя (ср. [3]).

Последнее утверждение становится более весомым, если мы будем интересоваться поведением модуля функции частотной корреляции

$|\Gamma_{2\omega}(z, 0)|$. Действительно, при вычислениях величины $|\Gamma_{2\omega}(z, 0)|$ можно воспользоваться методом РРР и, следовательно, соотношением (для случая неоднородностей слоя со спектром $p \geq 3$) [3]:

$$|\Gamma_{2\omega}(z, 0)|^2 \simeq \left[1 + \left(\frac{\delta D_1}{2}\right)^2\right]^{-1}, \quad (11)$$

а можно, с учётом соответствующего точного (для случая неоднородностей с гауссовым спектром) решения уравнения (9) [5], соотношением

$$|\Gamma_{2\omega}(z, 0)|^2 = 2[\operatorname{ch}(\sqrt{2\delta D_1}) + \cos(\sqrt{2\delta D_1})]^{-1}. \quad (12)$$

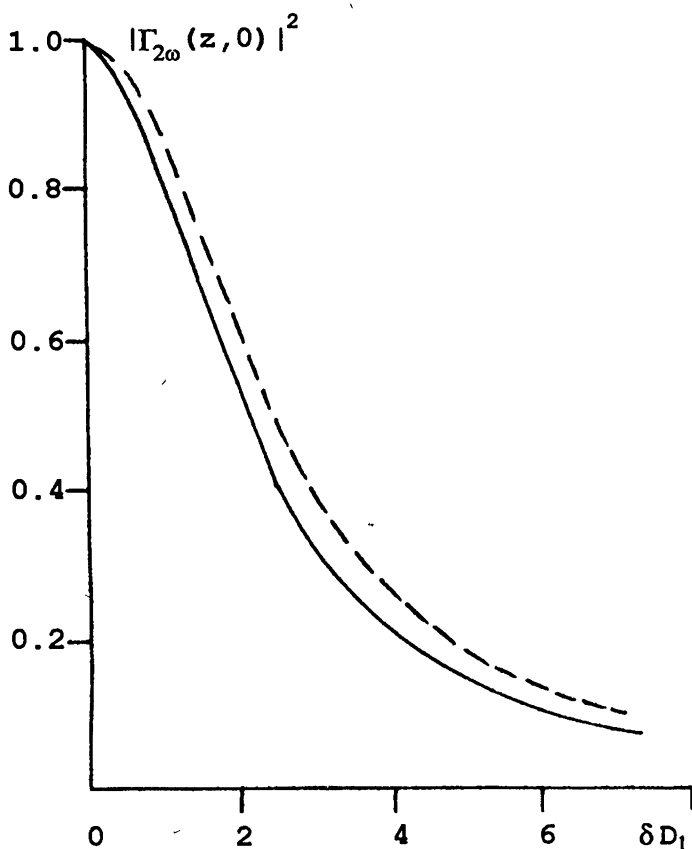


Рис. 1

На рис. 1 представлены результаты расчётов функции $|\Gamma_{2\omega}(z, 0)|^2$ от параметра δD_1 , выполненные по формулам (11) (сплошная кривая) и (12) (штриховая линия). Из рисунка видно, что модуль частотной корреляции флуктуаций радиоволн, вычисленный с использованием эквивалентного

фазового экрана, расположенного в центре толстого слоя с крупномасштабными неоднородностями, является довольно хорошей аппроксимацией точного решения практически во всей области значений параметра δD_1 . Другими словами, замена толстого слоя с крупномасштабными неоднородностями на эквивалентный фазовый экран, расположенный в центре слоя, при вычислениях модуля функции частотной корреляции методом РРР более корректна, нежели при вычислениях собственно функции $\Gamma_{2\omega}(z, 0)$ (см. выше).

Для случая неоднородностей с более пологим спектром ($p \simeq 2$, см. [3]) простого решения уравнения МПУ методом РРР уже не существует.

4. Пространственная корреляция флуктуаций интенсивности радиоволн. Прямая подстановка известного выражения для четвертого статистического момента за фазовым экраном в случае дифракции на нем плоской волны [4, 5] в соответствующее дифференциальное уравнение для функции $\Gamma_4(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2)$ [4, 5] показывает, что в случае произвольного спектра неоднородностей слоя уравнение МПУ не может быть удовлетворено выбором параметра z . Другими словами, не существует идентичного соответствия при вычислениях момента четвертого порядка методами РРР и МПУ. Однако численный расчёт функций $\Gamma_4(z, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2)$ методами РРР и МПУ в работе [1] показывает их удовлетворительное совпадение, если фазовый экран занимает центральное положение в слое.

Итак, в целом пределы применимости метода РРР ограничены соответствующими пределами применимости МПУ (см. [4, 5]). Однако в отличие от МПУ метод РРР, в ряде случаев, позволяет получить аналитические выражения для статистических характеристик радиоволн при дифракции их в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями (см., например, [2, 3]). Кроме того, методом РРР некоторые статистические характеристики находятся с помощью более простых, чем при МПУ, вычислительных процедур (см. [1]).

Работа выполнена в рамках проекта 95-02-03716 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Booker H. G. // *Indian J. Radio Space Phys.* 1986. V. 15. № 5-6. P. 197.
2. Алимов В. А. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика". 1995. Т. 38. № 9. С. 893.
3. Алимов В. А. // Изв. ВУЗов. "Радиофизика". 1995. Т. 38. № 10. С. 1012.
4. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Т.2. — М.: Наука, 1978.
5. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т.2. — М.: Наука, 1981.

6. Ginzburg V.L., Erukhimov L.M. // *Astroph. and Space Science*. 1971. V. 11. № 2. P. 362.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
9 сентября 1994 г.

**ON APPLICATION LIMITS OF THE METHOD OF RADIO WAVE
REFRACTION SCATTERING**

V. A. Alimov

The calculating possibilities are compared of the radio wave refraction scattering (RWRS) method and the parabolic equation method (PEM) in the calculation of statistical characteristics of waves in the medium with large-scale inhomogeneities. It has been shown, that as a whole the application limits of the RWRS method are limited by corresponding limits of PEM. However, as distinct from PEM, the RWRS method in a number of cases makes it possible to realize simpler ways of the solution of radio wave refraction problems in a thick layer with large-scale inhomogeneities.

ТУННЕЛЬНАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В ПОГЛОЩАЮЩЕМ СЛОЕ С ДИСПЕРСИЕЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

С. А. Афанасьев, Д. И. Семенцов

Показано, что при распространении в поперечно намагниченном поглощающем слое встречных волн СВЧ диапазона формируется особый — интерференционный поток энергии, величина которого определяется мнимой частью константы распространения. Меняя внешним магнитным полем высокочастотную магнитную проницаемость слоя в области ферромагнитного резонанса, можно эффективно управлять величиной и направлением как интерференционного, так и полного потоков. В частности, имеется область полей, где величина суммарного энергетического потока встречных волн превышает величину прошедшего потока одной волны.

В В Е Д Е Н И Е

В [1] установлена возможность наблюдения в поглощающей пластинке интерференции двух встречных волн, которая в силу наличия мнимой части у констант распространения волн, проникающих в пластинку, была названа туннельной. Характерной особенностью туннельной интерференции (ТИ) является возникновение особого — интерференционного потока энергии, величина которого определяется мнимой частью константы распространения, а направление зависит от разности фаз падающих на пластинку волн [2, 3]. ТИ имеет многообразные проявления в различных физических системах [4] и уже находит практическое применение. Так, в [5] разработана методика определения параметров поглощающих тонких пленок в видимом и ИК диапазонах, основанная на интерференции встречных волн. Расширение возможностей управления интерференционным потоком связано с реализацией интерференции встречных волн в средах с дисперсией диэлектрической, и магнитной проницаемостей [6].

В настоящей работе исследуются особенности ТИ в магнитогиротропной среде. Рассматривается интерференция встречных электромагнитных волн СВЧ диапазона в поперечно намагниченном поглощающем слое, высокочастотная магнитная проницаемость которого в области ферромагнитного резонанса меняется в достаточно широких пределах с помощью внешнего магнитного поля.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЙ ВНЕ И ВНУТРИ СЛОЯ

Пусть плоский слой толщиной d , характеризующийся скалярными диэлектрической проницаемостью ϵ , проводимостью σ и тензорной магнитной проницаемостью $\hat{\mu}$, ограничен параллельными плоскостями $y = 0$ и $y = d$. Области $y < 0$ и $y > d$ представляют собой вакуум. Слой намагничен до насыщения постоянным магнитным полем H , приложенным в плоскости пленки вдоль оси z . На слой с противоположных сторон нормально падают две плоские волны, одинаково линейно поляризованные (ориентация электрического поля в них совпадает с ориентацией намагниченности). Компоненты электрического и магнитного полей волны, падающих на слой из областей $y < 0$ (волна A), и $y > d$ (волна B) запишем в виде

$$\begin{aligned} E_{az}^{(0)} &= H_{ax}^{(0)} = A \exp [i(\omega t - k_0 y + \varphi_a)], & y < 0; \\ E_{bz}^{(0)} &= -H_{bx}^{(0)} = B \exp [i(\omega t + k_0 y + \varphi_b)], & y > d. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь A и B — действительные амплитуды падающих волн, φ_a и φ_b — их начальные фазы, $k_0 = \omega/c$, где ω — циклическая частота, c — скорость света в вакууме.

Вне слоя будут существовать также волны, образованные отраженными от слоя и прошедшими через него волнами. Их поля представим в виде

$$\begin{aligned} E'_{az} &= -H'_{ax} = A' \exp [i(\omega t + k_0 y)], & y < 0; \\ E'_{bz} &= H'_{bx} = B' \exp [i(\omega t - k_0 y)], & y > d. \end{aligned} \quad (2)$$

Поле в области $0 \leq y \leq d$ также будем представлять в виде суперпозиции волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Решение задачи о распространении плоской электромагнитной волны в поперечно намагниченной среде приводит к следующим выражениям для поля:

$$\begin{aligned} E_{fz} &= \alpha [F_+ \exp(-iky) + F_- \exp(iky)] \exp(i\omega t), \\ H_{fz} &= [F_+ \exp(-iky) - F_- \exp(iky)] \exp(i\omega t), \quad H_{fy} = i \frac{\mu_a}{\mu} H_{fz} \end{aligned} \quad (3)$$

с константой распространения $k = k_0(\mu_{\perp}\epsilon^*)^{1/2}$ и волновым сопротивлением $\alpha = (\mu_{\perp}/\epsilon^*)^{1/2}$. Здесь $\epsilon^* = \epsilon - i(4\pi\sigma/\omega)$ — комплексная диэлектрическая проницаемость среды, а $\mu_{\perp} = \mu - \mu_a^2/\mu$, где μ и $\pm\mu_a$ — диагональная и недиагональная компоненты тензора $\hat{\mu}$, определяемые на основе решения уравнения Ландау-Лифшица следующим образом [7]:

$$\mu = 1 + \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - (\omega - i\omega_{\xi})^2}{\omega_H^2 - (\omega - i\omega_{\xi})^2}, \quad \mu_a = \frac{\omega_H(\omega - i\omega_{\xi})}{\omega_H^2 - (\omega - i\omega_{\xi})^2}. \quad (4)$$

С учетом выбранной ориентации подмагничивающего поля относительно поверхности пленки и отсутствия магнитной анизотропии введенные в (4) параметры определяются выражениями: $\omega_H = \gamma H$, $\omega_M = 4\pi\gamma M$, $\omega_\xi = \xi\omega_H$, где гиромангнитное отношение $\gamma = 1,76 \cdot 10^7$ (Э · с)⁻¹, M — намагниченность насыщения и ξ — параметр релаксации, определяющий в уравнении движения намагниченности затухание процессии магнитного момента. При наличии затухания в магнитной подсистеме магнитная проницаемость становится комплексной и $\mu_\perp = \mu_1 - i\mu_2$. При этом действительная и мнимая части константы распространения $k = k_1 - ik_2$ внутри слоя определяются соотношениями

$$k_{1,2} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\left(\mu_1 \varepsilon - \mu_2 \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^2 + \left(\mu_2 \varepsilon + \mu_1 \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \pm \left(\mu_1 \varepsilon - \mu_2 \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

где верхний знак в фигурных скобках соответствует k_1 , нижний — k_2 .

Величины A' , B' , F_\pm в выражениях (2), (3), представляющие собой комплексные амплитуды соответствующих волн, определяются из решения граничной задачи:

$$\begin{aligned} A' &= rA \exp(i\varphi_a) + tB \exp[i(\varphi_b) + k_0 d], \\ B' &= \left\{ rB \exp[i(\varphi_b + k_0 d)] + tA \exp(i\varphi_a) \right\} \exp(ik_0 d), \\ F_\pm &= \left\{ A(1 \pm \alpha) \exp[i(\varphi_a \pm kd)] + B(1 \mp \alpha) \exp[i(\varphi_b + k_0 d)] \right\} G^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где введены амплитудные коэффициенты прохождения и отражения

$$t = 2\alpha \cdot G^{-1}, \quad r = i(\alpha^2 - 1) \sin kd \cdot G^{-1}; \quad G = 2\alpha \cos kd + i(\alpha^2 - 1) \sin kd.$$

Из (6) видно, что каждая из волн с указанными комплексными амплитудами является суперпозицией двух однонаправленных волн, одна из которых порождается волной A , а другая — волной B . Наличие однонаправленных волн во всех трех областях приводит к возникновению особого — интерференционного потока энергии. Однако, если вне слоя ($y < 0$ и $y > d$) интерференционные потоки формируются только однонаправленными волнами, то внутри поглощающего слоя свой вклад в интерференционный поток дает взаимодействие встречных волн.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОТОКОВ

Получим выражения для усредненной по периоду плотности потока энергии вне слоя (в проекции на ось y). В области $y > d$ по определению потока имеем:

$$S_1 = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_z H_x^*) = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}[(E_{bz}^{(0)} + E'_{bz})(H_{bx}^{(0)} + H'_{bx})^*]. \quad (7)$$

Подставляя в (7) выражения (1), (2) и (6), получаем:

$$S_1 = S_b^{(0)} + S_b^{(r)} + S_a^{(t)} + S_1^{int}, \quad (8)$$

где

$$S_b^{(0)} = -\frac{c}{8\pi} B^2; \quad S_b^{(r)} = \frac{c}{8\pi} |r|^2 B^2; \quad S_a^{(t)} = \frac{c}{8\pi} |t|^2 B^2;$$

$$S_1^{int} = \frac{c}{4\pi} AB [(r_1 t_1 + r_2 t_2) \cos \delta - (r_1 t_2 - r_2 t_1) \sin \delta].$$

Здесь величина $\delta = \varphi_a - \varphi_b - k_0 d$ имеет смысл разности фаз, которые имеют падающие на слой волны на границах раздела сред. Таким образом, полные энергетические потоки вне слоя складываются из потоков падающей, отраженной и прошедшей волн и интерференционного потока, определяемого амплитудами и начальными фазами волн A и B и зависящего также от параметров слоя. Выделяя действительные и мнимые части коэффициентов отражения $r = r_1 + ir_2$, прохождения $t = t_1 + it_2$ и волнового сопротивления $\alpha = \alpha_1 + i\alpha_2$, получаем следующее выражение для интерференционного потока:

$$S_1^{int} = \frac{c}{4\pi} \frac{AB}{|G|^2} \times \\ \times \left\{ \alpha_1 (1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2) [\exp(-k_2 d) \cos(\delta + k_1 d) - \exp(k_2 d) \cos(\delta - k_1 d)] - \right. \\ \left. - \alpha_2 (1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2) [\exp(-k_2 d) \sin(\delta + k_1 d) - \exp(k_2 d) \sin(\delta - k_1 d)] \right\}. \quad (9)$$

Аналогичные выражения получаются для потоков в области $y < 0$.

Внутри слоя ($0 \leq y \leq d$) полный энергетический поток в направлении оси y S_2 можно представить в виде: $S_2 = S_2^{(a)} + S_2^{(b)} + S_2^{int}$, где первые два потока порождаются волнами A и B и пропорциональны A^2 и B^2 соответственно. Ввиду громоздкости выражений для потоков внутри слоя

приведем только третий — интерференционный поток:

$$S_2^{int} = \frac{c}{4\pi} \frac{AB}{|G|^2} \left\{ \alpha_1 \left[(1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2) \cos(\delta + k_1 d) - 2\alpha_2 \sin(\delta + k_1 d) \right] \times \right. \\ \times \exp(k_2(d - 2y)) - \alpha_1 \left[(1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2) \cos(\delta - k_1 d) + 2\alpha_2 \sin(\delta - k_1 d) \right] \times \\ \times \exp(-k_2(d - 2y)) + \alpha_2 \left[(1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1) \exp(k_2 d) \sin(\delta + k_1(d - 2y)) - \right. \\ \left. - (1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - 2\alpha_1) \exp(-k_2 d) \sin(\delta - k_1(d - 2y)) \right] \left. \right\}. \quad (10)$$

Составляющая потока S_2^{int} , пропорциональная α_2 , возникает в результате интерференции встречных волн, что характерно только для поглощающих сред. Эта составляющая не содержит зависящих от y экспоненциальных множителей, то есть является незатухающей.

Магнитная гиротропия среды приводит к появлению продольной составляющей магнитного поля H_{fy} . В связи с этим внутри слоя возникает поперечная компонента потока энергии. В области справедливости линейного решения уравнения Ландау-Лифшица, т.е. при малых амплитудах СВЧ намагниченности ($m_{x,y} \ll M$), продольная компонента магнитного поля в среде H_{fy} намного меньше поперечной H_{fx} , поэтому поперечная компонента потока энергии S_2 намного меньше продольной, и здесь мы не останавливаемся на ее рассмотрении.

3. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим теперь особенности переноса энергии встречных волн через намагниченный слой в области ферромагнитного резонанса. Анализ показывает, что зависимость $\mu_{\perp}(\omega, H)$ является резонансной с максимумом на резонансной частоте ω_r (при фиксированном поле) или при резонансном поле H (на фиксированной частоте), где

$$\omega_r = \omega_H(\omega_H + \omega_M), \quad H_r = \left[4\pi^2 M^2 + (\omega/\gamma)^2 \right]^{1/2} - 2\pi M. \quad (11)$$

Вблизи указанных значений частоты (поля) должны иметь место особенности в частотных (полевых) зависимостях потоков энергии. Ниже приведены результаты численного анализа полевых зависимостей энергетических потоков для слоя с параметрами монокристаллической феррошпинели $MnFe_2O_4$; $\epsilon = 10$, $\sigma = 1,4 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $4\pi M = 4,4 \cdot 10^3 \text{ Гс}$. Для данного значения намагниченности и параметра затухания $\xi = 5,5 \cdot 10^{-2}$ резонансное поле $H_r = 72 \text{ Э}$ и ширина линии ферромагнитного резонанса $\Delta H = \xi H_r = 4 \text{ Э}$ на частоте $\omega = 10^{10} \text{ с}^{-1}$ [8, 9]. Ввиду симметрии исследуемой структуры и выражений для потоков энергии анализ проводился только для областей $y > d$ и $0 \leq y \leq d$.

На рис. 1 представлены полевые зависимости полного и интерференционного (кривые 1, 2) потоков вне слоя ($y > d$) для фиксированной толщины слоя $d = 135$ мкм при $A = B$ и $\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_b = \pi/2$.

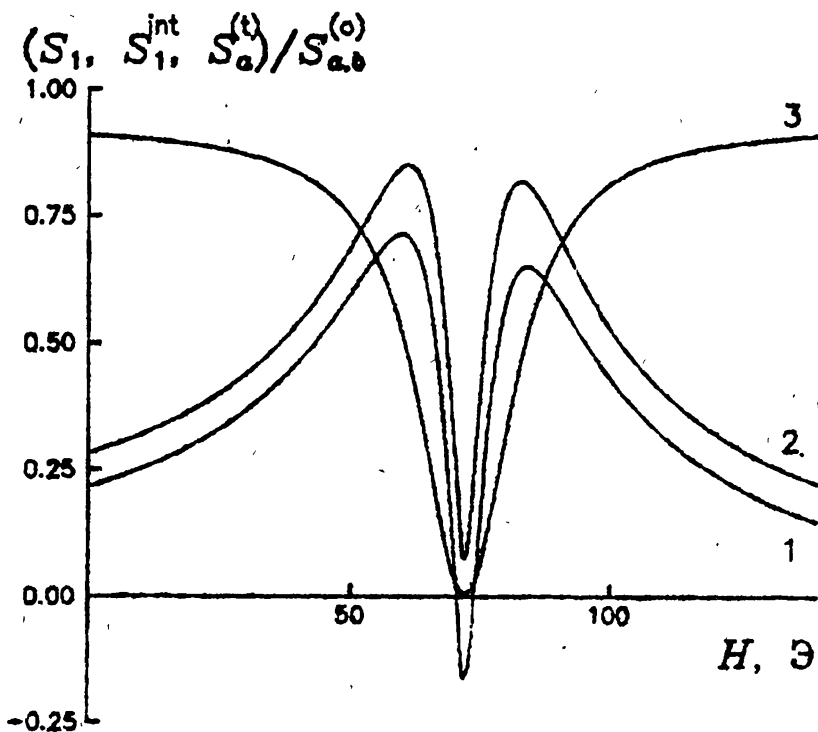


Рис. 1.

Видно, что в достаточно узкой области полей ($50 \div 100$ Э) величина интерференционного и полного потоков меняется в достаточно широких пределах. За исключением небольшой области вблизи резонансного значения поля H_r , поток S_1 при указанном значении $\Delta\varphi$ положителен, несмотря на наличие в рассматриваемой области встречной волны. Кривая 3 отображает зависимость прошедшего потока $S_a^{(t)}$ в области $y > d$ при наличии только одной волны с амплитудой A , падающей из области $y < 0$. Вследствие сильного поглощения вблизи резонанса наблюдаются минимальные значения всех трех потоков. При удалении от резонанса в некотором интервале значений поля H потоки S_1 и S_1^{int} растут быстрее, чем $S_a^{(t)}$. Таким образом, величина интерференционного потока (а в более узкой области полей — и полного) может значительно превышать величину прошедшего потока одной волны. Другими словами, подача на слой другой волны, падающей с противоположной стороны и когерентной с первой, может привести к “просветлению” поглощающего слоя. Это явление наблюдалось ранее экспериментально в СВЧ диапазоне для немагнитных металличе-

ских пленок, а также в оптическом диапазоне [1]. Используя резонансную полевую зависимость полного и интерференционного потоков, легко выходить на режим просветления поглощающего намагниченного слоя.

Каждому значению поля соответствует определенная область толщин слоя, в которой наблюдается просветление.

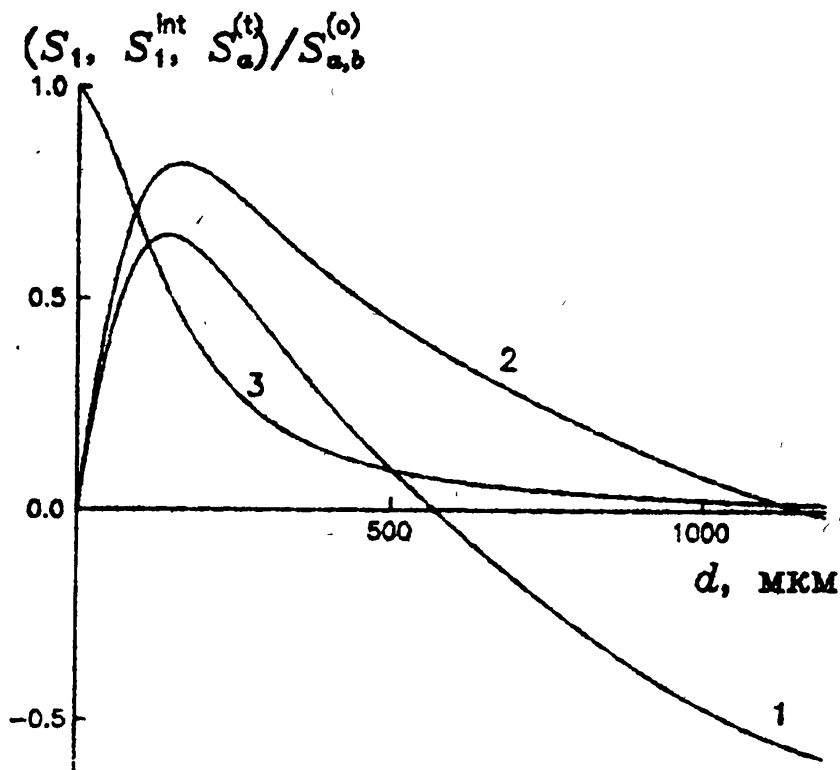


Рис. 2.

На рис. 2 представлены зависимости потоков S_1 , S_1^{int} и $S_a^{(t)}$ (кривые 1-3, соответственно) от толщины слоя d для значения поля $H = 85 \text{ Э}$ при $A = B$, $\Delta\varphi = \pi/2$. При данных значениях H и $\Delta\varphi$ имеется просветление как по интерференционному (при $100 < d < 1100 \text{ мкм}$), так и по полному (в более узкой области толщин) потоку. При дальнейшем увеличении поля растет коэффициент прохождения СВЧ волны через слой, а максимальные значения потоков S_1 и S_1^{int} уменьшаются и смещаются в область больших толщин. Вследствие этого уменьшается область толщин, в которой наблюдается просветление, оно становится менее эффективным и в полях, превышающих примерно 200 Э , исчезает.

Отмеченные особенности потоков вне слоя во многом определяются процессами переноса энергии внутри поглощающего слоя. Для слоя с при-

веденными выше параметрами определяющую роль играет незатухающая составляющая интерференционного потока.

На рис. 3 представлено распределение по координате y внутри слоя продольных составляющих полного (а) и интерференционного (б) потоков при $H = 85$ Э, $A = B$ и $\Delta\varphi = \pi/2$ (кривые 1–5: $d = 250, 500, 1000, 1500, 2000$ мкм). Для малых толщин ($d \lesssim d_s$, где d_s — толщина скин-слоя) при указанном значении разности начальных фаз волн величина потока S_2^{int} всюду внутри слоя положительна, что и приводит к повышенным значениям потоков вне слоя. С ростом толщины внутри слоя появляются области с противоположным направлением как интерференционного, так и полного потоков. Помимо потока электромагнитной энергии, внутри слоя существует, как того требует закон сохранения энергии, поток тепла. Этот поток формируется за счет джоулева тепла и диссипации энергии в магнитной подсистеме.

Полученные результаты показывают, что ТИ может найти практические применения в СВЧ устройствах, в которых необходимо управлять потоками энергии электромагнитного поля — таких, как переключатели, изоляторы, модуляторы. Представляют интерес и другие случаи ТИ в магнитных средах, в частности, ситуация, когда намагниченность коллинеарна направлению распространения волн. Такая конфигурация характерна для многочисленных устройств, в которых используется эффект Фарадея.

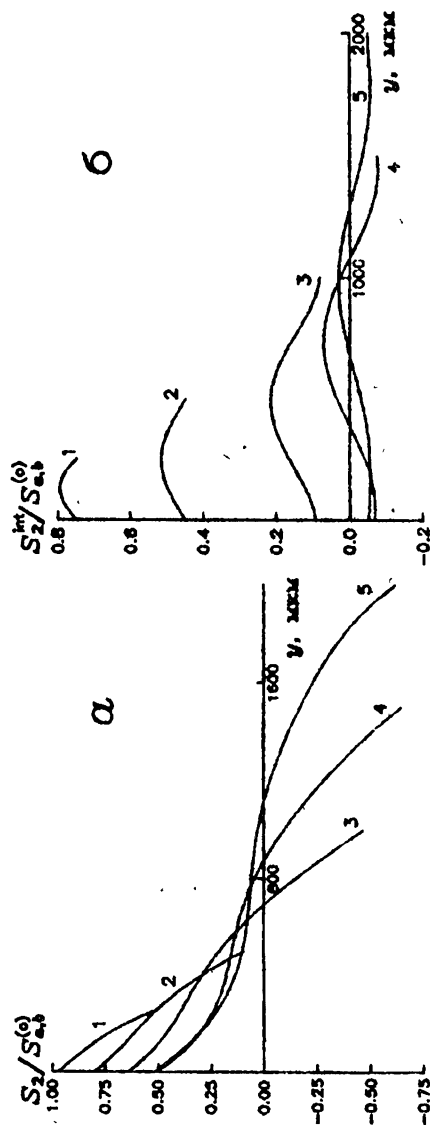


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сидоренков В.В., Толмачев В.В. // Письма в ЖТФ, 1989. Т.15. Вып. 21. С.34; 1990. Т.16. Вып.3. С.20.
2. Толмачев В.В., Савичев В.В., Сидоренков В.В. // Вестник МГТУ. Приборостроение, 1990. № 17. С.125.
3. Афанасьев С.А., Ефимов В.В., Семенцов Д.И. // Письма в ЖТФ, 1993. Т.19. Вып.22. С.84.
4. Колоколов А.А., Скродцкий Г.В. // УФН, 1992. Т.162. № 12. С.154.
5. Apter D., Shamir J. // Applied Optics, 1982. V.21. № 8. P.1512.
6. Семенцов Д.И., Ефимов В.В., Афанасьев С.А. // Письма в ЖТФ, 1993. Вып.11. С.6.
7. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. — М.: Наука, 1973. 592 с.
8. Крупичка С. Физика ферритов. Т.2. — М.: Мир, 1976. С.414.
9. Яковлев Ю.М., Генделев С.Ш. Монокристаллы ферритов в радиотехнике. — М.: Сов.радио, 1975. С.232.

Филиал МГУ, г. Ульяновск

Поступила в редакцию
28 июня 1994 г.

**TUNNEL INTERFERENCE IN AN ABSORBING LAYER WITH
DISPERSION OF MAGNETIC PERMEABILITY**

S. A. Afanas'ev, D. I. Sementsov

It has been shown that while propagating opposite waves of the microwave band in a transverse magnetized absorbing layer there has been formed a special interference energy flow which value is determined by an imaginary part of the propagation constant. Changing HF magnetic permeability of the layer in the ferromagnetic resonance region by an external magnetic field one can control effectively the value and direction both interference and full flows. In particular, there exists the region of fields where the value of opposite wave total flow exceeds that of the passed one of one wave.

УДК 538.4, 530.146

УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА В ДРЕЙФОВОЙ ТЕОРИИ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

С. П. Ефимов

Рассматривается двумерное движение идеальной нейтральной плазмы поперек магнитного поля B . Магнитное поле заморожено в плазму и пропорционально ее плотности n : $B \propto n$. Предполагается, что все ионы имеют один и тот же магнитный момент μ и, соответственно, механический момент l . Показано, что магнитный момент эффективно удваивается за счет дрейфового движения. В рамках дрейфовой теории изучаются уравнения гидродинамики плазмы, в которые добавлены слагаемые, пропорциональные l^2 , где l — механический момент иона. Силы возникают за счет дополнительного давления, обеспеченного дрейфовыми скоростями, и пропорциональны потенциалу Бома $V_q \propto -\frac{\Delta\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$.

Выведенные уравнения с помощью преобразования Маделунга (переход к Ψ -функции: $\Psi = \sqrt{n} \exp(iS/l)$), сводятся к кубическому уравнению Шредингера, что дает новый тип динамики. В оплавленной плазме возможны солитоны — нерасплывающиеся волновые пакеты, соответствующие магнито-звуковым волнам в линейной теории, и стационарные состояния.

1. ВВЕДЕНИЕ

Двумерное течение холодной плазмы поперек магнитного поля, когда столкновений нет, хорошо изучено в рамках дрейфовой теории и считается классической моделью спокойного поведения плазмы (см., например, [1]). В модели предполагается, что плазма квазинейтральна и обладает высокой проводимостью. Плазма считается идеальной, когда проводимость сколь угодно велика, что обычно соответствует пренебрежению инерциальности электронов: $m_e \ll m_i$. В этом случае плотности электронов и ионов равны практически друг другу в каждой точке: $n_e = n_i = n$, а движение среды связывается с ионами, скорость которых есть скорость \vec{u} .

При идеальной проводимости, когда электроны следуют за ионами, в системе отсчета, связанной со средой, электрическое поле равно нулю, а в лабораторной есть

$$\vec{E} = -\frac{\vec{u} \times \vec{B}}{c}. \quad (1.1)$$

Для двумерного потока магнитное поле направлено вдоль оси z , а векторы \vec{u} и \vec{E} лежат в поперечной плоскости вектора \vec{z} . Зависимости величин от

продольной координаты z , естественно, нет. Магнитный и механический моменты вращающегося иона

$$\mu = \frac{K_{\perp}}{B} = \frac{mv^2}{2B} = \frac{ql}{2mc} \quad (1.2)$$

направлены против магнитного поля \vec{B} и являются адиабатическими инвариантами с точностью до порядков a^2 , где a — радиус окружности (Ларморовский радиус) [2]. Значения μ могут меняться от иона к иону в плазме, т.е. зависеть от \vec{x} . В данной работе рассматривается плазма, в которой μ и l одинаковы для всех ионов.

Поскольку существует целый раздел физики плазмы, посвященный двумерным течениям (нелинейные волны, учет конечности ларморовского радиуса и пр., см. обзоры [3, 4]), подчеркнем, что именно условие $\mu = \text{const}$ — отличие данной работы от известных.

На первом этапе уравнения идеальной плазмы переписаны при условиях $\mu = \text{const}$, $B \propto n$ (случай, описываемый уравнениями идеально проводящей жидкости с непроявляемым явно дрейфом). Затем учитываются дрейф ионов и связанные с ним кинетическая энергия и токи. Кинетическая энергия дрейфа вводится в динамику. При этом, как оказывается, уравнения с помощью нетривиального преобразования — перехода к Ψ -функции: $\sqrt{n} e^{i\varphi}$, дают нелинейное уравнение Шредингера (Ур. Шр.). По существу, найден новый тип нелинейной динамики (порождаемый условием $\mu = \text{const}$), который дает стационарные состояния, солитоны, аналоги магнитозвуковых волн (в ограниченных рамках настоящей работы обсудить их не представляется возможным).

На втором этапе, для выяснения физического смысла слагаемого $(-\Delta n)$ и для придания ему наглядного истолкования используется конечность Ларморовского радиуса a . При этом используется максимальная упрощенность изложения второй части работы, поскольку формальный результат уже получен в первой части.

2. УРАВНЕНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ УСЛОВИЯХ $\mu = \text{const}$, $B \propto n$

При условии (1.1) магнитное поле заморожено в среду из массивных ионов. При этом величина $B(\mathbf{x}, t)$ пропорциональна плотности ионов $n(\mathbf{x}, t)$:

$$B(\mathbf{x}, t)/n(\mathbf{x}, t) = \text{const} = 8\pi\mu\beta, \quad (2.1)$$

где β — число (безразмерный параметр), если все ионы имеют одинаковые моменты μ .

Уравнение двумерной динамики ионной жидкости в дрейфовом приближении общеизвестно [1]:

$$mn \left\{ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} \right\} = -\vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{8\pi} + n \frac{mv_{\perp}^2}{2} \right), \quad (2.2)$$

где векторы двумерные, а $K_{\perp} = mv_{\perp}^2/2$ — внутренняя энергия волчка (вращающегося иона).

К уравнению (2.2), естественно, необходимо добавить уравнение непрерывности для плотности ионов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n\vec{u}) = 0. \quad (2.3)$$

Сократим уравнение (2.2) на плотность n , что удобно для дальнейшего. Из (2.1) следует, что отношение плотностей энергий вращения ионов и магнитной, равно β :

$$\frac{B^2}{8\pi} / nK_{\perp} = \beta, \quad (2.4)$$

и есть адиабатический инвариант (пока радиус a гораздо меньше характерных масштабов: $a \ll L$) вместе с потоком поля B через Ларморовский кружок

$$Ba^2 = lc/q. \quad (2.5)$$

Поперечные к магнитному полю малые линейные колебания (магнито-звуковые), как известно [5], распространяются со скоростью c_i , квадрат которой есть

$$c_i^2 = c_A^2 + c_S^2 = \frac{B^2}{4\pi} + nmv_{\perp}^2. \quad (2.6)$$

Подставляя (2.6) в (2.2) и сокращая на n уравнение, получим:

$$mn \left\{ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} \right\} = -\vec{\nabla}(mc_i^2). \quad (2.7)$$

Справа в (2.8) под производной стоит квадрат скорости звука, умноженный на массу иона. Уравнение коллективного движения перешло в одночастичное с эффективным потенциалом mc_i^2 .

3. УДВОЕНИЕ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ПРИ УСЛОВИИ $\mu = \text{const}$

Вращающиеся вокруг магнитного поля ионы порождают вихревые токи намагничивания:

$$\vec{j}_m = c \text{rot} n \vec{\mu}, \quad (3.1)$$

где $\vec{\mu}$ — постоянный для данного иона момент, направленный против магнитного поля B , а токи текут в плоскости вектора \vec{x} . Предположим, что дрейфующие ионы имеют одинаковые магнитные моменты: $\mu = \text{const}$. Тогда в выражении (3.1) μ можно вынести из под знака производной и ток намагничивания определяется только градиентами плотности.

Перейдем к градиентному току или току дрейфа:

$$\vec{j}_g = \frac{cnK_{\perp}}{B^3} [\vec{B} \times \vec{\nabla}|B|]. \quad (3.2)$$

Для преобразования (3.2) используем два свойства: магнитное поле пропорционально плотности n и отношение K_{\perp} к полю B есть постоянная (во времени и пространстве). Тогда ток дрейфа \vec{j}_g можно переписать в другой форме, внося $\mu = K_{\perp}/B$ под знак производной:

$$\vec{j}_g = -c [\vec{\mu} \times \vec{\nabla}n] = c \text{rot } n \vec{\mu}. \quad (3.3)$$

что совпадает с током \vec{j}_m . Подчеркнем еще раз, что токи равны, только если все ионы имеют одинаковые магнитные моменты. Последнее предположение используется иногда неявно (т. е., строго говоря, неправильно, т. к. μ в общем случае зависит от x, t) при изучении магнитогидродинамических волн [6].

Хотя указанные движения ионов имеют разный характер (в одном случае движение центров, в другом — движение вокруг центров) суммарные токи совпадают. Таким образом, в отношении магнитных свойств и в отношении силовых воздействий на элемент среды магнитный момент эффективно удваивается:

$$\mu_{eff} = 2\mu = \frac{ql}{mc}. \quad (3.4)$$

Поскольку масса электронов мала, то их дрейфовый ток не существен. Условие (3.4) есть следствие двухжидкостной модели, когда $\mu = \text{const}$ и $B \propto n$.

4. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ДРЕЙФУЮЩИХ ВОЛЧКОВ И ФУНКЦИЯ ЛАГРАНЖА ПРИ УСЛОВИЯХ $\mu = \text{const}$, $q/m = \text{const}$

Подсчитаем кинетическую энергию волчков, возникающую из-за градиентного дрейфа. Скорость дрейфа, как следует из (3.3), равна

$$\vec{v}_g = \text{rot } n \vec{l}/2, \quad (4.1)$$

если отношение q/m всех ионов одинаково. Кинетическая энергия волчков, дрейфующих в магнитном поле есть

$$K_g = \frac{mv_g^2}{2} = \frac{l^2}{4m} \frac{(\vec{\nabla}n)^2}{2n^2}. \quad (4.2)$$

Формула значительно упростилась для случая $\mu = \text{const}$.

В уравнении (2.2) при его выводе предполагалось, что радиус a мал, а фокусирующее магнитное поле достаточно велико. При этом энергия дрейфа K_g мала (медленные движения) и незначительна в динамике.

Рассмотрим теперь динамику, когда K_g дает заметный вклад. При ее учете (чему и посвящена работа) уравнения существенно изменяют свою форму. При выводе нелинейных уравнений, связанных с усреднением по высокой частоте, часто удобен метод усреднения функции Лагранжа, который приводит непосредственно к уравнениям для усредненных величин. В физических приложениях он весьма эффективен [7, гл. II]. Используем его для учета энергии дрейфа.

Сначала рассмотрим функцию Лагранжа для уравнения (2.2). Не приводя части плотности, связанной с инерцией (в переменных Эйлера см. [8]), которая даст левую часть уравнения, нетрудно видеть, что вариация функции Лагранжа

$$\mathcal{L} = \int \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{nmv_{\perp}^2}{2} \right) d\vec{x} \quad (4.3)$$

с плотностью, пропорциональной n^2 , даст величину

$$\mathcal{L} = \int \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{nmv_{\perp}^2}{2} \right) \frac{2\delta n}{n} d\vec{x}, \quad (4.4)$$

где $d\vec{x}$ — элемент объема. Далее, умножая уравнение непрерывности на ∇t , когда частицы смещаются на малое расстояние $\vec{\xi} = \vec{u}\nabla t$, получим изменение плотности δn :

$$\delta n = -\vec{\nabla}(n\vec{\xi}) \quad (4.5)$$

(что есть уравнение для вектора поляризации $4\pi n\vec{\xi}$).

Подставляя (4.5) в (4.4) и интегрируя по частям, найдем

$$\mathcal{L} = \int \vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{4\pi n} + mv_{\perp}^2 \right) \vec{\xi} n d\vec{x}. \quad (4.6)$$

В силу произвольности смещений $\vec{\xi}$ к инерционной части добавится слагаемое (или вычтется из правой части):

$$\vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{4\pi n} + mv_{\perp}^2 \right) n = \vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{nmv_{\perp}^2}{2} \right), \quad (4.7)$$

т. е. функция (4.3) правильно соответствует уравнению (2.2), когда $B \propto n$, и энергия $K_g \propto n$.

При выводе (4.3)–(4.7) нигде не использовался дрейфовый характер движения (усреднение по высокой частоте вращения). В силу этого, для

учета K_g исходим из точной функции Лагранжа, которую усредняем по высокой частоте вращения в соответствии с методом работы [7]:

$$\mathcal{L} = \int \left(\frac{B^2}{8\pi} + \left\langle \frac{nm\vec{v}^2}{2} \right\rangle \right) d\vec{x}, \quad (4.8)$$

где скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение, \vec{v} — полная скорость. Результат прост. Поскольку энергия в среднем складывается из энергии движения волчка как целого $mv_g^2/2$ (энергии дрейфа) и энергии вращения $nmv_{\perp}^2/2$, получим

$$\mathcal{L} = \int \left(\frac{B^2}{8\pi} + \frac{nmv_{\perp}^2}{2} + \frac{mv_g^2}{2} \right) d\vec{x}. \quad (4.9)$$

Отметим, что в уравнениях нигде не используется конечность радиуса a .

Для вывода уравнений движения повторим вывод φ новой функцией Лагранжа (4.9). Вариация последнего слагаемого равна

$$\delta \int \frac{l^2}{8m} \frac{(\vec{\nabla}n)^2}{n} d\vec{x} = \int \frac{l^2}{4m} \left\{ \frac{(\vec{\nabla}n)^2}{2n} - \frac{\nabla n}{n} \right\} \delta n d\vec{x} = \int V_q \delta n d\vec{x}.$$

Подставляя $\delta n = -\vec{\nabla}(n\xi)$, получим дополнительную силу в правой части уравнений:

$$\vec{f} = -n \vec{\nabla} V_q, \quad (4.10)$$

где коллективный потенциал есть

$$V_q = \frac{l^2}{4m} \left[\frac{(\vec{\nabla}n)^2}{2n^2} - \frac{\Delta n}{n} \right]. \quad (4.11)$$

Подчеркнем, что коллективный потенциал V_q , приводящий к одночастичному описанию, выведен из коллективной (многочастичной) теории (точнее, из двухжидкостной модели). Эта величина пропорциональна потенциалу Бома, возникающему при использовании гидродинамического языка в квантовой механике [9]:

$$V_q = \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{(\vec{\nabla}n)^2}{2n^2} - \frac{\Delta n}{n} \right] = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{n}}{\sqrt{n}}. \quad (4.12)$$

При замене

$$l \rightarrow \hbar$$

формула (4.11) перейдет в (4.12). Напомним основные моменты гидродинамического подхода к уравнению Шредингера (Ур. Шр.), который все чаще используется в физике (см. обзор [10]).

5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАДЕЛУНГА

Маделунг свел уравнение Шредингера к уравнениям гидродинамики в работе [11], которая стала известна благодаря работам Бома. Потенциал V_q носит имя Бома. Структуру коллективного потенциала легко угадать из стационарного уравнения, разделив его на \sqrt{n} :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{n}}{\sqrt{n}} + U = V_q + U = W, \quad (5.1)$$

где первое слагаемое и есть потенциал Бома. Уравнение (5.1) в гидродинамической интерпретации есть условие равновесия между внешними силами (потенциал U) и внутренними (потенциал V_q).

В нестационарном случае фазу Ψ -функции можно интерпретировать как действие. Производная фазы Φ по \vec{x} есть гидродинамическая скорость

$$\vec{u} = \hbar \frac{\vec{\nabla} \Phi}{m}, \quad (5.2)$$

что есть ее определение, а производная по времени — энергия W :

$$-\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{mu^2}{2} + U + V_q = W, \quad (5.3)$$

включающая в себя потенциал V_q . Соотношение (5.3) получается отделением действительной части Ур. Шр.

Как следует из (5.2), поток — локально безвихревой:

$$\text{rot} \vec{u} = 0. \quad (5.4)$$

Скорость (5.2) и энергия (5.3) связаны соотношением

$$\frac{\partial m \vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla} W, \quad \text{или} \quad \frac{\partial m \vec{u}}{\partial t} + m(\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} = -\vec{\nabla}(U + V_q), \quad (5.5)$$

поскольку смешанная производная фазы стоит справа и слева: $\frac{\partial \vec{\nabla} \Phi}{\partial t}$.

Таким образом, условие разрешимости уравнений (5.2) и (5.3) относительно фазы Φ эквивалентно уравнению Эйлера (5.5), когда динамика частицы определяется внешним потенциалом $U(\vec{x})$ и коллективным потенциалом V_q из (4.12), зависящим от плотности частиц $n(\vec{x})$. В результате отделения мнимой части Ур. Шр., дополнительно к уравнениям (5.4), (5.5) необходимо добавить уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n \vec{u}) = 0, \quad (5.6)$$

которое совпадает с уравнением сохранения потока $\hbar \text{Im}(\Psi^* \nabla \Psi)/m$.

Если в другой области физики возникает потенциальное течение с коллективным потенциалом, пропорциональным V_q ; то можно перейти к аналогу Ур. Шр. с помощью преобразования Маделунга.

6. КУБИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА В ДИНАМИКЕ ПЛАЗМЫ С $\mu = \text{const}$

Вернемся к динамике плазмы, т.е. к силе (4.10). Рассмотрим безвихревое течение со скоростью \vec{u} , для которой

$$\text{rot} \vec{u} = 0. \quad (6.1)$$

Добавим слагаемое (4.10) и сократим на n , переходя от коллективного к одночастичному эффективному потенциалу. В результате получим уравнение

$$\frac{\partial m\vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla}W = -\vec{\nabla} \left\{ \frac{m\vec{u}^2}{2} + \frac{l^2}{4m} \left[\frac{(\vec{\nabla}n)^2}{2n^2} - \frac{\Delta n}{n} \right] + mc_i^2 \right\}. \quad (6.2)$$

Уравнение усложнилось по форме, но к нему можно применить преобразование Маделунга при замене \hbar на l . Введем Ψ -функцию $\sqrt{n} \exp(i\Phi/l)$, которая здесь выступает как чисто математическое преобразование. Ее фаза есть классическое действие (в отличие от квантовой механики, где фаза есть приблизительно классическое действие):

$$\Phi = S/l = \frac{1}{l} \int (m\vec{u} d\vec{x} - W) dt, \quad (6.3)$$

где W — полная энергия:

$$W = mu^2/2 + V_q + mc_i^2. \quad (6.4)$$

Условия (6.2) и (6.3) дают уравнение Гамильтона-Якоби для действия S , которое для рассматриваемой модели плазмы имеет вид:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\vec{\nabla}S)^2}{2m} + V_q + mc_i^2 = 0, \quad (6.5)$$

где V_q — аналог потенциала Боба (4.11). Фаза Ψ -функции $\Phi = S/l$ однозначна, когда справедливы уравнения (6.1) и (6.2).

В результате перехода к Ψ -функции с помощью преобразования Маделунга получим аналог двумерного кубического Ур. Шр.:

$$il \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{l^2}{2m} \Delta \Psi + \frac{l^2}{m} r_i |\Psi|^2 \Psi = -\frac{l^2}{2m} \Delta \Psi + mc_i^2 \Psi, \quad (6.6)$$

где c_i^2 — квадрат скорости магнитного звука, пропорциональный плотности ионов n , величина $r_i = 4\pi(\beta^2 + \beta)q^2/(mc^2)$ — “классический радиус” иона.

Это уравнение обладает простым, но важным свойством. При замере $\Psi \rightarrow \Psi \exp(-iEt/l)$ потенциал изменяется на постоянную: $mc_i^2 \rightarrow mc_i^2 - E$, т.е. можно считать, что постоянная на бесконечности плотность n соответствует потенциалу с нулевыми “хвостами”. Этим уравнением завершается формальная теория, однако продолжим качественную интерпретацию слагаемого $(-\Delta n)$, для выяснения его физического смысла.

7. КИНЕМАТИКА ДРЕЙФА И ЭНЕРГИЯ ВРАЩЕНИЯ

Скорость дрейфа, как следует из (4.1), равна

$$\vec{v}_g = \text{rot} n \vec{l} / (2mn) = \vec{\nabla} \ln(n) \times \vec{l} / (2m). \quad (7.1)$$

Полю скоростей, имеющему соленоидальный характер, соответствует вихрь:

$$\vec{\omega} = \frac{\text{rot} \vec{v}_g}{2} = -\frac{\Delta \ln(n)}{4m} \vec{l}. \quad (7.2)$$

Таким образом, ион приобретает дополнительную скорость вращения, учтенную в v_{\perp} из формулы (2.2). Поскольку в системе, связанной с кружком, волчок покоится, то можно считать, что эта система инерциальная. Перейдем в лабораторную систему, которая с этой точки зрения уже не инерциальная. Полная скорость вращения иона равна

$$\vec{v}_{\perp} + \vec{\omega} \times \vec{a} = \vec{v}_{\perp} - \vec{l} \times \vec{a} \frac{\Delta \ln(n)}{4m}. \quad (7.3)$$

Отсюда кинетическая энергия иона есть

$$\frac{m(\vec{v}_{\perp} + \vec{\omega} \times \vec{a})^2}{2} = \frac{mv_{\perp}^2}{2} - \frac{l^2 \Delta \ln(n)}{4m} = K_{\perp} + K_g + V_g, \quad (7.4)$$

где слагаемые порядка a^2 отброшены.

Пренебрежем зависимостью ω от координаты вдоль траектории для качественного понимания. Тогда $\vec{v}_g = \vec{\omega} \times \vec{r}$, где r — радиус траектории дрейфа. В равномерно вращающейся системе волчок имеет центробежную энергию $-m\omega^2 r^2/2$, равную с обратным знаком энергии дрейфа K_g . Сумма кинетической и потенциальной энергий равна $K_{\perp} + V_g$, что можно назвать энергией вращения. Второе слагаемое в (7.4) равно добавке к энергии, которая возникает при переходе к равномерно вращающейся системе координат [12]:

$$(\vec{l}\vec{\omega}) = \frac{l^2}{4m} \Delta \ln(n). \quad (7.5)$$

8. ДРЕЙФОВАЯ СКОРОСТЬ В АДИАБАТИЧЕСКОМ ИНВАРИАНТЕ

При расчете поправок порядка l^2 необходимо учесть, что ион движется не по кругу, а по более сложной, незамкнутой траектории. Математически строгим инвариантом является интеграл по замкнутому жидкому контуру (т.е. не для одной частицы, а для помеченных на произвольном контуре):

$$\frac{1}{2\pi} \oint (m\vec{v}_\perp + m\vec{v}_g) d\vec{x} = l. \quad (8.1)$$

Это интеграл от полного импульса вдоль выбранного контура. Возьмем исходный контур в виде Ларморовского кружка. Этот контур начнет менять свою форму, оставаясь замкнутым. В нулевом приближении скорость v_g можно отбросить и скорость v_\perp пропорциональна \sqrt{n} . Величина (8.1) отличается от механического момента иона ($mv_\perp a$) на величину порядка a^2 .

Полная энергия иона при движении в магнитном поле сохраняется: $v^2 = v_\perp^2 + v_g^2 = \text{const}$. Отсюда скорость есть

$$v_\perp = v[1 - v_g^2/(2v^2)] \quad (8.2)$$

с точностью до малых величин порядка a^2 . Ее нужно проинтегрировать по ларморовской окружности.

Во второй части интеграла (8.1) можно перейти по теореме Стокса к интегралу по площади. Заменяя площадь значением πa^2 , получим

$$\frac{1}{2\pi} \oint m\vec{v}_g d\vec{x} = \frac{1}{2\pi} \int \text{rot} m\vec{v}_g d\vec{\sigma} \approx -\frac{la^2}{4} \Delta \ln(n). \quad (8.3)$$

Подставим (8.2) и (8.3) в интеграл (8.1). В результате имеем

$$mv a[1 + V_q/(mv^2)] = l, \quad (8.4)$$

где V_q — аналог потенциала Бома.

Если магнитное поле постоянно в пространстве, но меняется во времени, то инвариантом является момент

$$mva = l. \quad (8.5)$$

Для того, чтобы сохранить формально соотношение (8.5) в теории, исходящей из адиабатических инвариантов μ и l , необходимо заменить скорость в соответствии с правилом (8.4), т.е. умножить ее на поправочный множитель $[1 + V_q/(mv^2)]$.

В частности, энергию волчка $mv^2/2$ заменить на величину:

$$mv^2/2 \rightarrow mv^2/2 + V_q, \quad (8.6)$$

что отражено в переходе от уравнений (2.2) к уравнениям (6.2).

9. ДРЕЙФ В ПОЛЕ ЛИНЕЙНОГО ТОКА

Такая задача решается точно и используется для сравнения с приближенной теорией дрейфа [1, 2]. Поскольку $B \sim 1/r$, то $\nabla \ln(r) = 0$. Радиус вращения a пропорционален r : $a = \alpha r$. При фиксированном l скорость дрейфа есть $v_g = l/(2\pi m)$, а дополнительная энергия вращения дрейфа равна

$$V_g = -l^2/(8\pi r^2). \quad (9.1)$$

Обсудим этот результат более подробно. Момент волчка относительно начала координат равен $l/2$. Рассмотрим движение некоторой частицы, когда ее момент относительно начала координат фиксирован. Пусть он равен $l/2$. Это означает, что вводятся внутренние силы, которые производят работу. Именно так происходит при адиабатических изменениях частоты вращения иона, когда работает вихревое электрическое поле.

Изменение энергии частицы, имеющей момент $l/2$ при некотором приращении радиуса r , равно

$$\delta W = \delta[l^2/(8\pi r^2)]. \quad (9.2)$$

Пусть теперь на частицу действуют внешние силы. Приращение кинетической энергии равно работе сил внутренних и внешних, т.е. работа внешних сил равна приращению величины

$$mv^2/2 - l^2/(8\pi r^2),$$

которая, очевидно, есть свободная энергия. Она отличается от кинетической на величину (9.1), т.е. V_g .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе учтены поправки порядка l^2 в уравнениях динамики двухжидкостной идеальной холодной плазмы при $\mu = \text{const}$. При этом условию энергия дрейфа $\pi m v_g^2/2$ добавлена к энергии магнитного поля и энергии вращения в функции Лагранжа, что приводит к потенциалу Бома, а затем к нелинейному уравнению Шредингера. Дополнительные слагаемые, появляющиеся в уравнении, есть сумма энергии дрейфа (при условии $\mu = \text{const}$) и выражения, пропорционального $(-\Delta n)$. Последнее возникает в кинематике движения волчка, который вращаясь, имеет дополнительную угловую скорость за счет замкнутости траектории дрейфа.

Работа содержит формальную часть, связанную с аппаратом уравнений плазмы и аппаратом квантовой механики, а также вторую часть, где выясняется физическая сущность результатов.

Полученное кубическое уравнение Шредингера хорошо исследовано в теории нелинейных волн [7, гл.17]. Если коэффициент при $|\Psi|^2$ в (6.6) отрицателен (а для плазмы он противоположного знака), то возможны солитоны — пакеты волн, огибающая которых не расплывается.

Математически задача расчета волн в физике плазмы отлична от задач нелинейной оптики тем, что на бесконечности плотность $n = n_0$ есть постоянная, отличная от нуля. Так что локализованному пакету соответствует решение, хвосты которого переходят в константу. Естественно, возможны малые колебания — аналог магнитоэвковых — хорошо исследованных при линеаризации уравнения (2.2) в отличие от найденного (6.6). В результате, в нелинейной области, хотя коэффициент $l^2 r; m$ положителен, допустимы нерасплывающиеся волны. Заметим, что переход к Ур. Шр. упрощает вариационный принцип в данной теории, который не очевиден в переменных Эйлера [8].

По существу, рассмотрено взаимодействие магнитных диполей (мультипольное взаимодействие см. в [13]). Таким образом, дипольное коллективное взаимодействие при идеализации дает Ур. Шр. как в магнитоэвковой статике, что показано в настоящей работе, так и в электростатике (см. [14]).

Автор глубоко признателен проф. М.Л.Левину и член-корр. РАН С.М.Рытову за создание творческой атмосферы работы.

Работа поддержана Международным Научным Фондом (грант N MS8000).

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. — М.: Атомиздат, 1964. 282 с.
2. Сивухин Д. В. — В сб.: Вопросы теории плазмы. — М., 1963. С. 7.
3. Михайловский А. Б., Смоляков А. И. //ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 189.
4. Montgomery D. — In: Plasma Physics: Les Houches, 1972; /Edited by DeWitt and J. Peyraud (Gordon and Beach). — N.Y., 1975.
5. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1988. 303 с.
6. Лонгмайер Л. Физика плазмы. — М., 1966. 282 с.
7. Уизем Дж. Линеинные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977. 622 с.
8. Ефимов С. П., Калчинский М. И., Юдин Л. А. //Изв.вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 9. С. 1090.
9. Bohm D. //Phys. Rev. 1952. V. 85. N 2. P. 186.
10. Ghosh S. K., Deb B. M. //Phys. Rept. 1982. V. 92. N 1. P. 44.
11. Madelung E. Z. //Zeitschrift fur Physik. H. 1-2. 1926. V. 40. P. 322.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.: Наука, 1965. С. 203.

13. Ефимов С. П. // Теорет. и математ. физика. 1979. Т. 39. N 2. С. 219.
14. Efimov S. P. — In: Il Nuovo Cimento, Sect. B. 1995 (to be published).

Московский государственный
технический университет
им. Баумана Н. Э.

Поступила в редакцию
30 ноября 1994 г.

THE SCHRÖDINGER EQUATION IN THE DRIFT THEORY OF COLD PLASMA

S. P. Efimov

A two dimensional flow of an ideal neutral plasma across the magnetic field B is considered. The magnetic field frozen in the plasma is proportional to its density n : $B \propto n$. All ions are supposed to have the same magnetic moment μ and, accordingly, mechanical moment l . The magnetic moment is shown to be doubled due to the drift motion. Items proportional to l^2 are added into the equations of plasma hydrodynamics which are studied in the frame of the drift theory. The forces arise due to the drift velocity extra pressure and they are proportional to the Bohm potential $V_g \propto \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$. The equations derived with a help of the Madelung transformation (the transition to Ψ -function: $\Psi = \sqrt{n} \exp(iS/l)$) are reduced to the Schrödinger cubic equation, that gives a new type of dynamics. In the plasma described there exist solitons corresponding to magneto-sound waves in the linear theory and stationary states.

НЕВЗАИМНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЫ

В. В. Иванов, М. А. Новиков

В слаборелятивистском приближении рассмотрены не взаимные эффекты при отражении света от среды, движущейся вдоль поверхности раздела. Найдено, что при углах падения, близких к углу Брюстера и углу полного внутреннего отражения (ПВО), не взаимные эффекты при отражении от прозрачных движущихся сред аномально велики: они существенно (на несколько порядков) превосходят отношение скорости отражающей среды к скорости света β и при определенных условиях могут быть пропорциональными не β , а $\sqrt{\beta}$. Показана принципиальная возможность создания метода исследования структуры неоднородных потоков с очень малыми пространственными масштабами (менее миллиметра), основанного на измерении амплитудной и фазовой не взаимности при отражении от этих потоков.

Известно, что движущиеся среды являются оптически не взаимными. Известно также, что не взаимность среды в общем случае приводит к нарушению соотношений взаимности при отражении от этой среды. Отражение от движущихся сред неоднократно рассматривалось в литературе [1], однако специального исследования эффектов, возникающих вследствие нарушения соотношений взаимности при отражении от движущихся сред, насколько нам известно, до сих пор не было предпринято. В настоящей работе рассмотрены не взаимные эффекты при отражении света от среды, движущейся вдоль поверхности раздела со скоростью, много меньшей скорости света.

Принято считать, что при скоростях, малых по сравнению со скоростью света, выражение для любого эффекта, связанного с движением, имеет вид $A_n \beta^n$, где $\beta = u/c$, u — скорость объекта, c — скорость света, A_n — коэффициент, не зависящий от β , n — натуральное число. Для всех рассматривавшихся ранее эффектов 1-го порядка по скорости ($n = 1$) $A_1 \approx 1$. В настоящей работе показано, что для не взаимных эффектов при отражении от прозрачных сред в окрестности угла Брюстера и угла полного внутреннего отражения (ПВО) $A_1 \approx 10^3 - 10^4$; более того, при достаточно малом поглощении в движущейся среде амплитудная и фазовая не взаимности в окрестности угла ПВО пропорциональна не β , а $\sqrt{\beta}$.

Насколько нам известно, единственным эффектом медленного по сравнению со скоростью света движения, который удалось наблюдать в отраженном или рассеянном свете, является эффект Доплера [1]. В настоящей

работе показано, что чувствительность современных оптических гироскопов достаточна для того, чтобы обнаружить фазовую невязанность при отражении от среды, движущейся со скоростью порядка десятых долей миллиметра в секунду.

Экспериментальное исследование потоков с пространственными масштабами менее миллиметра представляет немалый интерес, особенно для гидродинамики сверхтекучих жидкостей (протекание жидкости по узким трубкам и каналам). Существующие экспериментальные методы не позволяют исследовать структуру потоков со столь малыми масштабами. В настоящей работе показано, что из измерений амплитудной и фазовой невязанностей в окрестности угла ПВО, может быть найдено распределение скорости в отражающем потоке, если масштаб потока порядка максимального масштаба поля в движущейся среде $\max \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_2''}$, где λ_0 — длина волны падающего излучения, ϵ_2'' — мнимая часть диэлектрической проницаемости движущейся среды. Поскольку $\max \lambda$ можно сделать весьма малым (доли миллиметра и менее), методом, основанным на измерении амплитудной и фазовой невязанностей, могут быть исследованы течения с очень малыми пространственными масштабами.

Рассмотрим трансформацию световых волн в системе, геометрия которой показана на рис. 1. Будем предполагать, что: 1) среда 1, заполняющая верхнее полупространство, представляет собой неподвижный диэлектрик с действительными проницаемостями ϵ_1, μ_1 ; 2) среда 2, заполняющая нижнее полупространство, представляет собой жидкость с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_2(\omega) = \epsilon_2'(\omega) + i\epsilon_2''(\omega)$ и действительной магнитной проницаемостью μ_2 , текущую вдоль поверхности раздела со скоростью

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \vec{u}(z) = (\vec{x}^0 \cos(\psi) + \vec{y}^0 \sin(\psi)) u(z), \quad (1)$$

$$u(0) = 0, \quad (2)$$

$$u(\infty) = u_\infty, \quad (3)$$

где \vec{x}^0, \vec{y}^0 — орты соответствующих координатных осей; 3) переход от нулевой скорости на границе к невозмущенной скорости потока u_∞ осуществляется на масштабе L (рис. 2); 4) оптическая неоднородность среды 2 обусловлена только неоднородностью распределения скорости (1); и 5)

$$\beta(z) \equiv u(z)/c \ll 1, \quad (4)$$

где c — скорость света в вакууме.

Пусть из среды 1 на поверхность раздела падает монохроматическая плоская волна с частотой ω^i и волновым вектором

$$\vec{k}^i = k_x^i \vec{x}^0 + k_z^i \vec{z}^0 = k_0 n_1 (\vec{x}^0 \sin(\theta) + \vec{z}^0 \cos(\theta)), \quad (5)$$

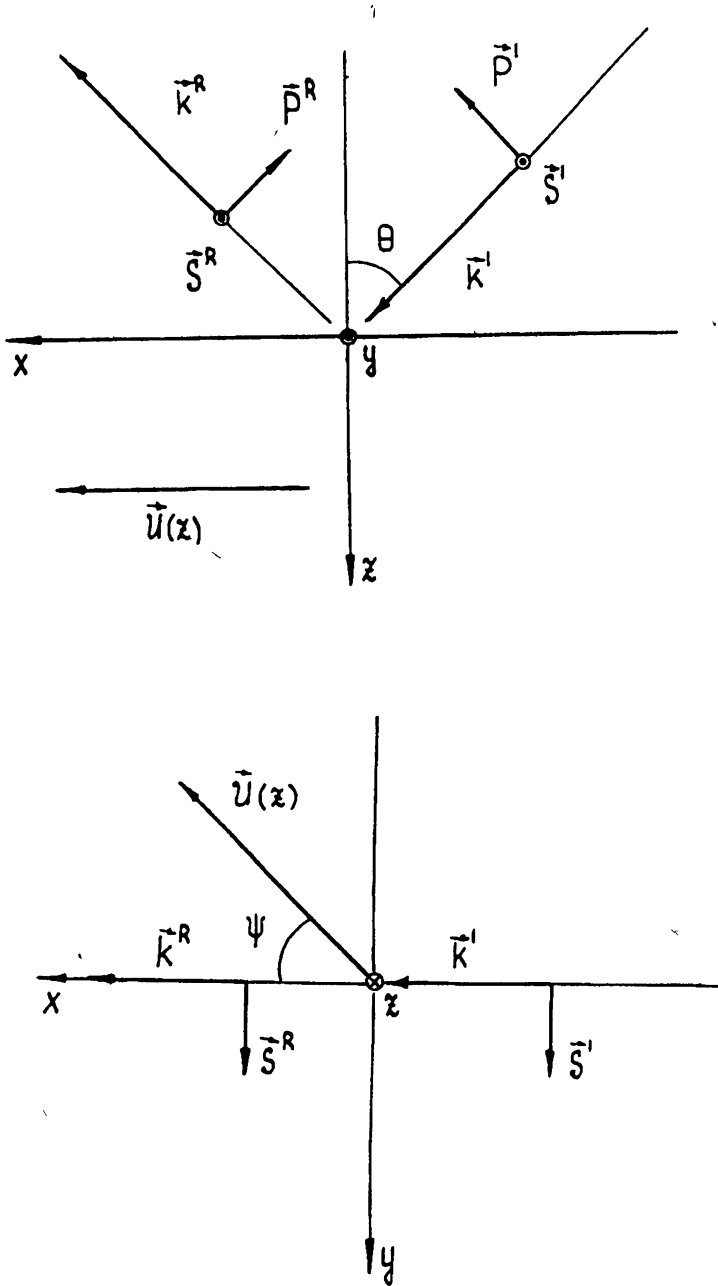


Рис. 1

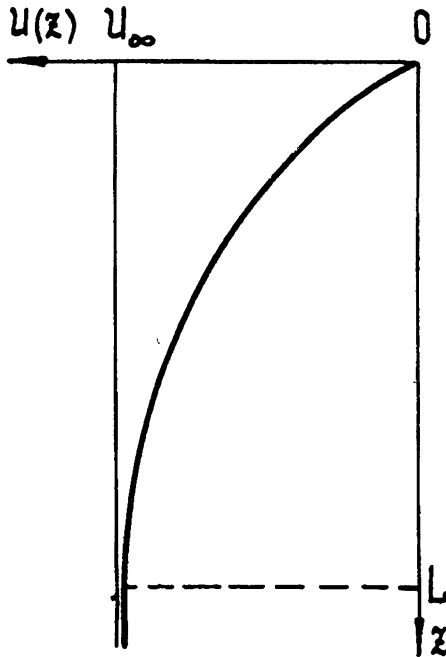


Рис 2

$k_0 = \omega^i/c$, $n_1 = (\epsilon_1\mu_1)^{1/2}$ — показатель преломления среды 1, θ — угол падения. Падающая волна возбуждает в среде 2 поле вида

$$\vec{E}^{(2)}(x, y, z, t) = \vec{E}^t(z) \exp(-i\omega^t t + ik_x^t x). \quad (6)$$

В отсутствие компоненты скорости, нормальной к поверхности раздела, граничные условия принимают вид [1, 2]:

$$E_{x,y}^{(1)}(z=0) = E_{x,y}^{(2)}(z=0), \quad H_{x,y}^{(1)}(z=0) = H_{x,y}^{(2)}(z=0). \quad (7)$$

В силу условий (7)

$$\omega^i = \omega^r = \omega^t = \omega, \quad k_x^i = k_x^r = k_x^t = k_0 n_1 \sin(\theta) \quad (8)$$

(i, r, t соответствуют падающей, отраженной и прошедшей волнам). Материальные уравнения для среды 2 в 1-м приближении по $\vec{\beta}$ имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_2(\omega') \vec{E} + (\epsilon_2(\omega)\mu_2 - 1) [\vec{\beta}(z), \vec{H}], \\ \vec{B} &= \mu_2 \vec{H} - (\epsilon_2(\omega)\mu_2 - 1) [\vec{\beta}(z), \vec{E}], \end{aligned} \quad (9)$$

где $\omega' = \omega - k_x u(z) \cos(\psi) = \omega(1 - n_1 \sin(\theta) \beta(z) \cos(\psi))$ — частота поля в сопровождающей системе отсчета. При выводе уравнений (9) не делалось

никаких предположений относительно характера дисперсии ε_2 . Мы будем считать, что: 1) поглощение в среде 2 мало, $\varepsilon_2''(\omega) \ll \varepsilon_2'(\omega)$; 2) дисперсия ε_2 достаточно слаба для того, чтобы пользоваться разложением

$$\varepsilon_2(\omega') \cong \varepsilon_2(\omega) - \omega(d\varepsilon_2'/d\omega)n_1 \sin(\theta) \beta(z) \cos(\psi). \quad (10)$$

Уравнения Максвелла, материальные уравнения (9) и граничные условия (7) позволяют найти матрицу Джонса \hat{R} , связывающую амплитуды падающей и отраженной волн $\vec{E}^i \equiv \begin{bmatrix} E_p^i \\ E_s^i \end{bmatrix}$ и $\vec{E}^r \equiv \begin{bmatrix} E_p^r \\ E_s^r \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} E_p^r \\ E_s^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{pp} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_p^i \\ E_s^i \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где $\vec{s}^{i,r} \equiv \vec{s} \equiv \vec{y}^0$, $\vec{p}^{i,r} \equiv \left[\begin{pmatrix} \vec{k}^{i,r} \\ k^{i,r} \end{pmatrix}, \vec{s} \right]$ (рис. 1). С точностью до членов порядка $(\varepsilon_2'')^2$ и $\beta\varepsilon_2''$

$$r_{pp} = \frac{\varepsilon_1^{-1} k_0 n_1 \cos(\theta) - \varepsilon_2^{-1} \varkappa(0)}{\varepsilon_1^{-1} k_0 n_1 \cos(\theta) + \varepsilon_2^{-1} \varkappa(0)}, \quad (12)$$

$$r_{ps} = (1 - n_2^2) n_1 \sin(\theta) \sin(\psi) (r_p^0 - 1) (1 + r_s^0) i \varkappa_0 B(-2i\varkappa_0), \quad (13)$$

$$r_{sp} = -r_{ps}, \quad (14)$$

$$r_{ss} = \frac{\mu_1^{-1} k_0 n_1 \cos(\theta) - \mu_2^{-1} \varkappa(0)}{\mu_1^{-1} k_0 n_1 \cos(\theta) + \mu_2^{-1} \varkappa(0)}, \quad (15)$$

где

$$B(\nu) = \int_0^\infty \beta(z) \exp(-\nu z) dz, \quad (16)$$

$r_{p,s}^0$ — коэффициенты отражения в нулевом приближении по скорости; $\varkappa(0)$ — решение в точке $z = 0$ уравнения Риккати

$$i \frac{d\varkappa}{dz} - \varkappa^2 = \varkappa_0^2 + k_0^2 \zeta(\omega) n_1 \sin(\theta) \cos(\psi) \beta(z) \quad (17)$$

с граничным условием

$$\varkappa(\infty) = k_0 (\varepsilon_2' \mu_2 + i \varepsilon_2'' \mu_2 - n_1^2 \sin^2 \theta - \zeta(\omega) n_1 \sin(\theta) \cos(\psi) \beta_\infty)^{1/2}; \quad (18)$$

$$\varkappa_0 = k_0 (\varepsilon_2' \mu_2 + i \varepsilon_2'' \mu_2 - n_1^2 \sin^2 \theta)^{1/2} — \quad (19)$$

z -компонента волнового вектора прошедшей волны в 0-м приближении по скорости,

$$\zeta(\omega) = \frac{d(\omega n_2^2)}{d\omega} + n_2^2 - 2, \quad (20)$$

$n_2 = (\varepsilon'_2 \mu_2)^{1/2}$ — показатель преломления жидкости.

Из (12)–(20) следует, что при $\psi \neq 90^\circ$, $\theta \neq 0$

$$\Delta r_j \equiv r_{jj}(\theta) - r_{jj}(-\theta) \equiv r_{jj}^+ - r_{jj}^- \neq 0, \quad j = (p, s). \quad (21)$$

Амплитудная и фазовая невязности

$$\Delta \alpha_j = \left| r_{jj}^+ \right| - \left| r_{jj}^- \right| = \operatorname{Re}(r_j^0) \operatorname{Re}(\Delta r_j) + \operatorname{Im}(r_j^0) \operatorname{Im}(\Delta r_j), \quad (22)$$

$$\Delta \varphi_j \equiv \arg(r_{jj}^+) - \arg(r_{jj}^-) = \frac{\operatorname{Re}(r_j^0) \operatorname{Im}(\Delta r_j) - \operatorname{Im}(r_j^0) \operatorname{Re}(\Delta r_j)}{\left| r_j^0 \right|^2}. \quad (23)$$

Согласно (12), (15)

$$\Delta r_j = \xi_j (1 + r_j^0)^2 \Delta, \quad (24)$$

где $\xi_p = \varepsilon_1 / \varepsilon'_2$, $\xi_s = \mu_1 / \mu_2$,

$$\Delta \equiv -\frac{\varkappa^+(0) - \varkappa^-(0)}{k_0 n_1 \cos(\theta)}. \quad (25)$$

При масштабе течения L , много меньшем масштаба поля в среде 2

$$\lambda = 2\pi / \varkappa(0)$$

можно считать, что жидкость движется как целое со скоростью $\beta_\infty \equiv \beta$. Решение (17) при $\beta(z) = \beta = \text{const}$ имеет следующий вид:

$$\varkappa(z) = k_0 \left(\varepsilon'_2 \mu_2 + i \varepsilon''_2 \mu_2 - n_1^2 \sin^2 \theta - \zeta(\omega) n_1 \sin(\theta) \cos(\psi) \beta \right)^{1/2}. \quad (26)$$

Раскладывая (26) в ряд по β , найдем

$$\Delta = -\zeta(\omega) \operatorname{tg}(\theta) \cos(\psi) \frac{\beta}{(\varepsilon'_2 \mu_2 - n_1^2 \sin^2 \theta + i \varepsilon''_2 \mu_2)^{1/2}}. \quad (27)$$

Согласно (23) и (27), при углах падения, меньших угла ПВО θ_c ,

$$\Delta \varphi_j(\theta) = \xi_j \Delta(\theta) \sin(\varphi_j^0) / |r_j^0|, \quad (28)$$

где $\varphi_j^0 = \arg(r_j^0)$. В области $\theta < \theta_c$ почти везде $\sin(\varphi_j^0) = 0$, за исключением интервала $(\theta_{Bj} - (\Delta\theta)_\varphi/2, \theta_{Bj} + (\Delta\theta)_\varphi/2)$, где θ_{Bj} — угол Брюстера для j -й поляризации, $j = (p, s)$. Т.к. $\varphi_j^0(\theta_{Bj}) = \pi/2$, $\min |r_j^0| = |r_j^0(\theta_{Bj})| \ll 1$,

$$\left(\max \Delta \varphi_j(\theta) \right)_B = \Delta \varphi_j(\theta_{Bj}) = \xi_j \Delta(\theta_{Bj}) / |r_j^0(\theta_{Bj})| \approx \zeta(\omega) \beta / |r_j^0(\theta_{Bj})|, \quad (29)$$

$|r_j^0(\theta_{Bj})|$ и $(\Delta\theta)_\varphi$ определяются в общем случае поглощением в среде 2 и поверхностными эффектами, причем роль последних возрастает с уменьшением длины волны [4].

Т.к. $\lambda(\theta_{Bj}) = 2\pi/\alpha_0(\theta_{Bj}) \approx 2\pi/k_0 = \lambda_0$, (28) и (29) могут описывать отражение волн микроволнового диапазона от макроскопических потоков вязких жидкостей, а также отражение света от сверхтекучих жидкостей, для которых не имеет места (2).

Из (27) следует, что при θ , стремящимся к углу ПВО θ_c , $\Delta\alpha$ и $\Delta\varphi$ возрастают как $(\epsilon_2''\mu_2 - n_1^2 \sin^2 \theta + i\epsilon_2''\mu_2)^{-1/2}$. Согласно (22), (23) и (26), $\Delta\alpha$ достигает максимума при θ_c^+ , $\Delta\varphi$ — при θ_c^- , где

$$\theta_c^\pm = \theta_c \mp 0,5 \zeta(\omega) n_1 \cos(\psi) \beta (1 - n^2)^{-1/2} \quad (30)$$

углы ПВО для волн с $k_x \cos(\psi) > 0$ ("+" волна) и $k_x \cos(\psi) < 0$ ("—" волна); $\Delta\alpha$ и $\Delta\varphi$ велики в интервалах $(\theta_c^\pm - (\Delta\theta)_c, \theta_c^\pm + (\Delta\theta)_c)$, где

$$(\Delta\theta)_c \approx \left((\zeta(\omega) n_2 \cos(\psi) \beta)^2 + (\epsilon_2''\mu_2)^2 \right)^{1/2} \text{ [рад.];} \quad (31)$$

$$\max(\Delta\alpha_j) = -\max(\Delta\varphi_j) = \xi_j \max \Delta, \quad (32)$$

$$\max \Delta = \sqrt{2} \frac{\sqrt{\sqrt{(\epsilon_2''\mu_2)^2 + [2\zeta(\omega) n_2 \cos(\psi) \beta]^2} + 2\zeta(\omega) n_2 \cos(\psi) \beta} - \sqrt{\epsilon_2''\mu_2}}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (33)$$

При достаточно сильном поглощении в движущейся среде:

$$\epsilon_2''\mu_2 \gg n_2 |\zeta(\omega) \cos(\psi)| \beta, \quad (34)$$

$$\max \Delta = \frac{\sqrt{2} \zeta(\omega) \cos(\psi)}{\sqrt{n^{-2} - 1}} \beta \approx \frac{\beta}{(\epsilon_2''\mu_2)^{1/2}}. \quad (35)$$

Если поглощение в движущейся среде пренебрежимо мало:

$$\epsilon_2''\mu_2 \ll n_2 |\zeta(\omega) \cos(\psi)| \beta_\infty, \quad (36)$$

$$\max \Delta = 2 \frac{\sqrt{\zeta(\omega) n_2 \cos(\psi) \beta}}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \approx \sqrt{\beta}. \quad (37)$$

Поскольку $\max \lambda(\theta) = \lambda(\theta_c) = \lambda_0 / (\epsilon_2''\mu_2)^{1/2}$, (30)–(37) описывают отражение волн видимого и ближнего ИК-диапазонов от сверхтекучих жидкостей, а также от потоков вязких жидкостей с малыми L , в частности, от тонких жидкостных пленок. Согласно (34), при $\epsilon_2''\mu_2 = 10^{-6}$, $\zeta(\omega) = 1$ и чувствительности по $\Delta\varphi$ порядка 10^{-9} рад. в принципе может быть получена чувствительность по скорости порядка десятых долей миллиметра в секунду.

Других максимумов $\Delta\alpha$ и $\Delta\varphi$, кроме отмеченных выше, не существует. Это утверждение иллюстрируется рис. 3, на котором изображены зависимости $\Delta\alpha_p$ и $\Delta\varphi_p$ от угла падения θ при $\epsilon_1 = 2.5$, $\epsilon_2' = 2$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$,

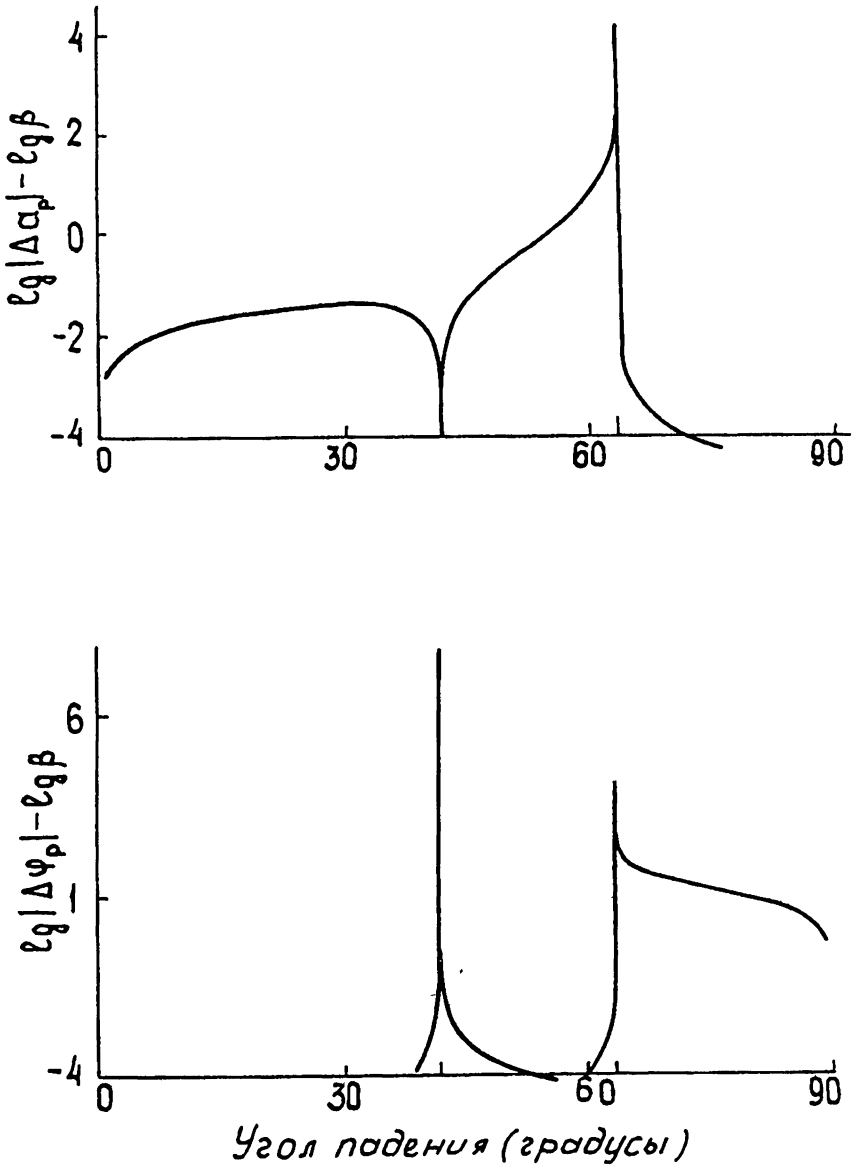


Рис. 3.

$$\varepsilon_2'' = 10^{-6}, \beta = 10^{-8}, \theta_B = 41^\circ 49', \theta_c = 63^\circ 24', \left| r_p^0(\theta_B) \right| = 3 \cdot 10^{-7},$$

$$(\Delta\theta)_\varphi = 10^{-6} \text{ рад.}$$

Предположим теперь, что масштаб течения L порядка или больше масштаба поля в движущейся среде λ . Решение уравнения Риккати (17) с неоднородной правой частью может быть найдено методами теории возмущений при любых углах падения, если поглощение в движущейся среде достаточно велико:

$$\varepsilon_2'' \mu_2 \gg n_2 \left| \zeta(\omega) \cos(\psi) \right| \beta_\infty. \quad (38)$$

В первом порядке теории возмущений

$$\alpha(0) = \alpha_0 + ik_0^2 \zeta(\omega) n_1 \sin(\theta) \cos(\psi) B(-2i\alpha_0), \quad (39)$$

где

$$B(-2i\alpha_0) = \int_0^\infty \beta(z) \exp(2i\alpha_0 z) dz,$$

следовательно,

$$\Delta = -ik_0 \zeta(\omega) \operatorname{tg}(\theta) \cos(\psi) B(-2i\alpha_0). \quad (40)$$

При θ , стремящемся к углу ПВО θ_c , Δ возрастает не медленнее, чем $[2n(1-n^2)^{1/2}(\theta_c - \theta) - i\varepsilon_2'' \mu_2]^{-1/2}$; Δa и $\Delta \varphi$ велики в интервале $(\theta_c - (\Delta\theta)_c, \theta_c + (\Delta\theta)_c)$, где

$$(\Delta\theta)_c \approx \varepsilon_2'' \mu_2 \text{ [рад.]}. \quad (41)$$

Согласно (22), (23) и (29), в этом интервале

$$\Delta a_j = \xi_j \operatorname{Re} \Delta, \quad \Delta \varphi_j = \xi_j \operatorname{Im} \Delta, \quad (42)$$

$$\Delta = -4i \zeta(\omega) (n^{-2} - 1)^{-1/2} k_0 B(-2i\alpha_0(\omega, \theta)). \quad (43)$$

Отсюда следует, что, измеряя Δa и $\Delta \varphi$ в окрестности угла ПВО, можно найти распределение скорости $\beta(z)$, если масштаб поля λ порядка L . При использовании излучения видимого или ближнего ИК-диапазонов $\lambda \approx \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon_2'' \mu_2} \approx (0.1 \div 1)$ мм. Ни один из существующих в настоящее время экспериментальных методов гидродинамики не позволяет находить распределение скорости в потоках со столь малыми пространственными масштабами.

При всех $\psi \neq 0$, т.е. при наличии компоненты скорости, нормальной к плоскости падения, недиагональные элементы матрицы Джонса (11) отличны от нуля. Согласно (13), (14), эллиптичность отраженной волны

$$\eta_j = |r_{ij}| \left| \sin(\arg(r_{ij}) - \varphi_j^0) \right| / |r_j^0| \quad (44)$$

($j = (p, s)$ соответствует поляризации падающей волны); азимут большой оси эллипса поляризации отраженной волны

$$\chi_{p,s} = |r_{ij}| \cos(\arg(r_{ij}) - \varphi_j^0) / |r_j^0|, \quad (45)$$

направление вращения вектора электрического поля отраженной волны определяется знаком $\sin(\arg(r_{ij}) - \varphi_j^0)$: знак "+" отвечает правой, знак "-" — левой поляризации. Согласно (13), (14),

$$r_{ij}^+ \equiv r_{ij}(\theta) = -r_{ij}(-\theta) \equiv r_{ij}^- \quad (i \neq j), \quad (46)$$

следовательно,

$$\Delta\chi_j \equiv \chi_j^+ - \chi_j^- = 2\chi_j^+ \neq 0 \quad (47)$$

эффект поворота плоскости поляризации при отражении является взаимным. Из (51) следует также, что отраженные встречные волны поляризованы в противоположных направлениях.

Согласно (44), (45), (13), (14), при $L \ll \lambda$ в области $\theta < \theta_c$

$$\Delta\chi_j \approx \beta(1 - n_2^{-2}) \sin(\psi) \cos(\varphi_j^0) / |r_j^0(\theta)|, \quad (48)$$

$$\eta_j \approx \beta(1 - n_2^{-2}) \sin(\psi) |\sin(\varphi_j^0)| / |r_j^0(\theta)|. \quad (49)$$

В интервале $(\theta_{Bj} - (\Delta\theta)_\varphi/2, \theta_{Bj} + (\Delta\theta)_\varphi/2)$ поляризация отраженной волны является эллиптической. Максимумы $|\Delta\chi(\theta)|$ расположены симметрично относительно θ_B внутри интервала $(\theta_B - (\Delta\theta)_\varphi/2, \theta_B + (\Delta\theta)_\varphi/2)$;

$$\max |\Delta\chi_j| \approx (1 - n_2^{-2})\beta / |r_j^0(\theta_{Bj})|. \quad (50)$$

Эллиптичность достигает максимума при θ_B ;

$$\max \eta_j \approx \max |\Delta\chi_j|. \quad (51)$$

Других максимумов $\Delta\chi$ и η при $L \ll \lambda$ нет. Это видно из рис. 4, на котором изображены зависимости $\Delta\chi_p$ и η_p от θ при $\epsilon_1 = 2.5$, $\epsilon_2' = 2$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\beta = 10^{-8}$, $\theta_B = 41^\circ 49'$, $|r_p^0(\theta_B)| = 10^{-3}$.

В заключение отметим, что приведенные в данной работе теоретические результаты исследования особенностей взаимных оптических эффектов при отражении от границы движущейся среды могут представить практический интерес для целого ряда приложений.

Данная работа была выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант № 94-02-03916, 95-02-05653), Международного Научного Фонда (N:R8NOOO).

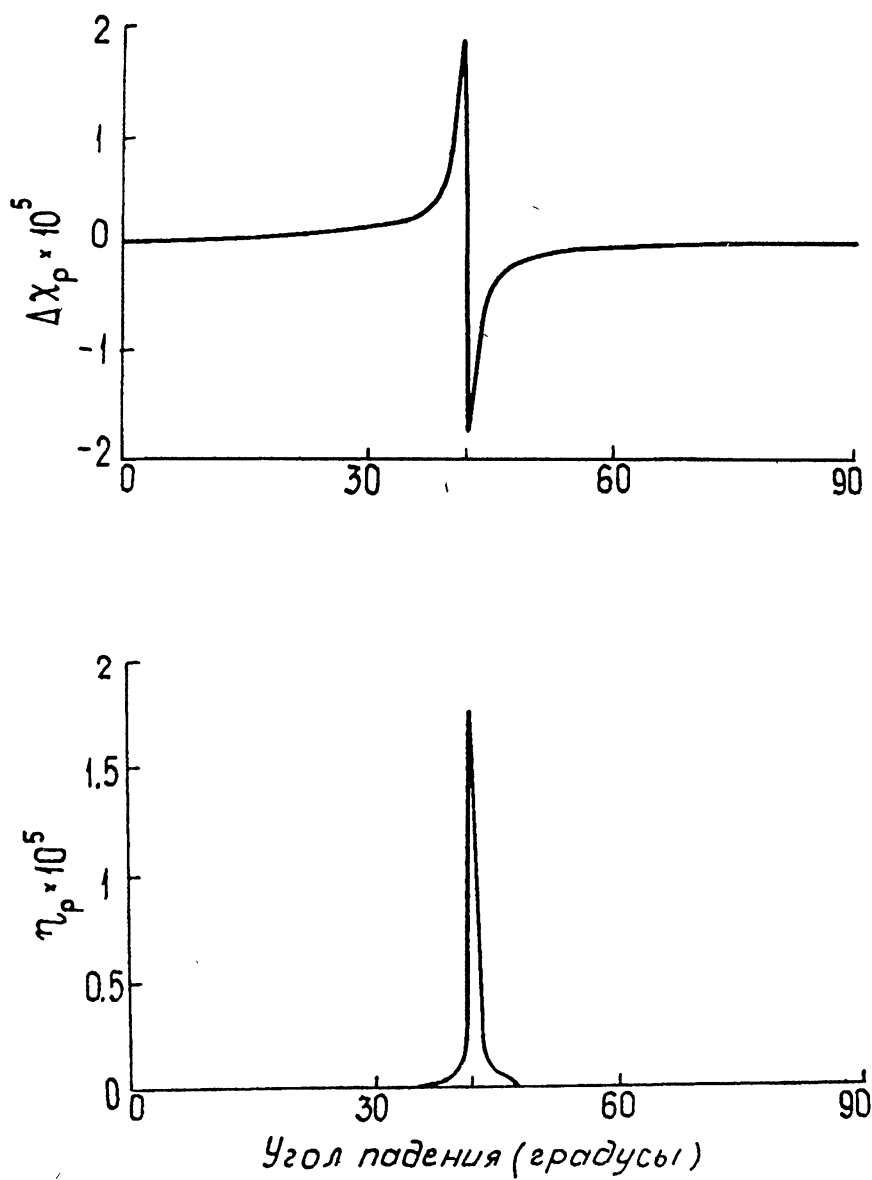


Рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Отражение света от движущегося зеркала и родственные задачи // УФН, 1989. Т. 159. Вып. 1. С. 155–180.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. 362 с.
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Современное состояние электродинамики движущихся сред // УФН, 1974. Т. 114. Вып. 4. С. 569–608.
4. Кизель В. А. Отражение света. — М.: Наука, 1973. С. 77–79.

Институт прикладной физики
РАН, г. Н.Новгород

Поступила в редакцию
6 июля 1993 г.

**NONRECIPROCAL EFFECTS IN LIGHT REFLECTION FROM A
MOVING MEDIUM**

V. V. Ivanov, M. A. Novikov

Nonreciprocal effects in light reflection by a medium moving along the interface are considered in the weakly — relativistic approximation. It has been found that nonreciprocal effects in the vicinity of Brewster angle and the angle of total reflection are abnormally large. New possibilities in the diagnostics of hydrodynamics streams with spatial scales less than a millimeter based on measurements of amplitude and phase nonreciprocities in light reflection are shown.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ВНЕЗЕМНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ ОКРУЖАЮЩЕМ ФОНЕ

Н. А. Дугин, О. М. Ковальчук, Е. Ю. Шнырова

Рассмотрен метод учёта неравномерности распределённого космического излучения при измерении приращения антенной температуры при последовательном наведении антенны на источник и в опорную область. Описаны методика и алгоритмы обработки результатов наблюдений, позволяющие повысить точность и стандартизировать процедуру измерений. Приводятся результаты экспериментальной проверки предложенного метода на частоте 575 МГц при использовании четырёх наиболее мощных дискретных радиоисточников.

Специфической особенностью измерений интегральной интенсивности радиоизлучения дискретных радиоисточников является определение приращения антенной температуры при последовательном наведении диаграммы направленности (ДН) антенны на источник и в опорную область, распределение радиояркости космического излучения в которой предполагается идентичным распределению фона вокруг источника. Очевидно, что невыполнение этого условия приводит к значительным ошибкам определяемой интенсивности космических радиоисточников. Особенно существенным является вопрос о выборе опорных областей при измерениях с антеннами, имеющими широкие ДН, и в дециметровом-метровом диапазонах длин волн, где распределённое космическое излучение крайне неравномерно. Методам измерений интенсивности излучения радиоисточников и выбору опорных областей посвящено значительное количество работ (см., например, [1–5]), из которых следует, что ошибки измерений могут быть сведены к минимуму только при наличии точных радиокарт неба для определения опорных областей и при возможности отведения антенны от источника только по азимуту для сведения к минимуму перераспределения излучения Земли и атмосферы в боковые и задние лепестки ДН. Выполнение всех этих условий практически нереально, учёт же необходимых поправок является достаточно сложной задачей, решаемой в основном для конкретного инструмента.

В данной работе предлагается метод измерения интенсивности радиоизлучения дискретного источника и обработки результатов, позволяющий свести к минимуму погрешности определения величин радиоконтрастов за счёт корректного учёта окружающего источника фонового излучения, а также стандартизировать процедуру измерений и обработки

данных. Методика измерений выбрана наиболее простой — ДН антенны отводится от источника в опорные области только по азимуту на минимальное угловое расстояние, такое чтобы источник находился в первом “нуле” ДН, побочные эффекты, связанные с перераспределением излучения Земли и атмосферы в полной ДН антенны в этом случае минимальны. Из-за вращения Земли при каждом новом отведении от источника антенна оказывается направленной в новую опорную область. При наблюдениях, длительностью порядка полусуток, траектории смещения центров опорных областей на радиокarte неба имеют вид дуг эллипсов, эксцентриситет и длина которых зависит от склонения источника.

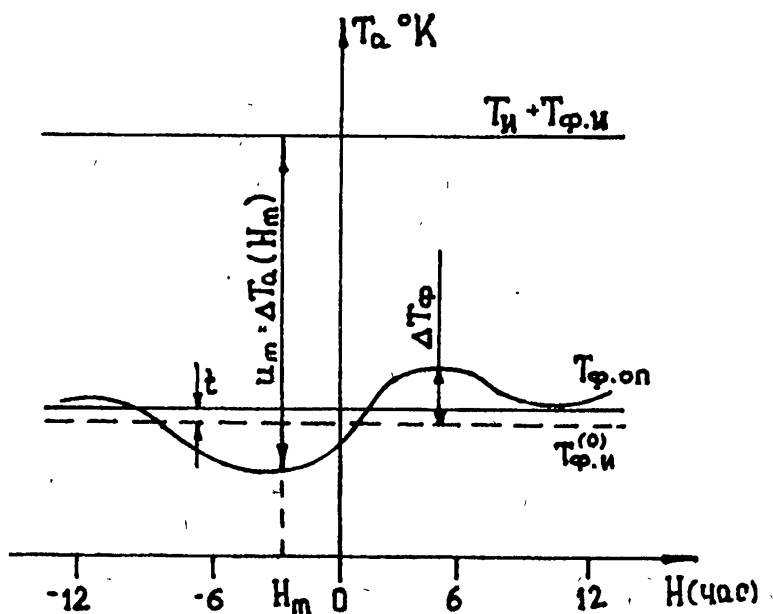


Рис. 1. Изменение приращения антенной температуры U_m для гипотетического источника в зависимости от его часового угла при неоднородном окружающем фоне.

На рис. 1 показана идеализированная картина зависимости приращения антенной температуры T_a от часового угла источника; считаем сигнал от источника и окружающего его фона ($T_и + T_ф.и$) постоянным, сигнал от опорных областей $T_ф.оп$ меняющимся в соответствии с характером распределения фонового излучения, а сигнал от фона вокруг источника, известным с определённой погрешностью

$$T_{ф.и} = T_{ф.и}^{(0)} + t,$$

где $T_{ф.и}^{(0)}$ — расчётное значение, t — поправка.

Суть предлагаемого метода заключается в нахождении поправочных коэффициентов k , при умножении на которые значений измеренных приращений антенной температуры $\Delta T_a = (T_n + T_{ф.н} - T_{ф.оп})$ получим искомое значение T_n :

$$(T_n + T_{ф.н} - T_{ф.оп})k = T_n. \quad (1)$$

Обозначив $\Delta T_{ф} = T_{ф.оп} - T_{ф.н}^{(0)}$, из соотношения (1) получим

$$k = \frac{1}{1 - \frac{\Delta T_{ф} - t}{T_n}}. \quad (2)$$

Значение T_n определяется грубо из первых экспериментальных данных, величина $T_{ф.оп}$, а соответственно и $\Delta T_{ф}$, рассчитывается для каждого источника либо по радиокартам неба, либо из результатов наблюдений после их окончания интерполяцией массива измеренных данных гладкой функцией методом наименьших квадратов (см. ниже).

В простейшем виде обработка сводится к расчёту среднего значения:

$$\overline{\Delta T_a} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N U_m k_m (\Delta T_{ф}, t, T_n), \quad (3)$$

где U_m — приращение антенной температуры ΔT_a , измеренное при часовом угле источника H_m . Искомый результат определяется варьированием неизвестных T_n и t при поиске минимума дисперсии

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (k_m U_m)^2 - \overline{\Delta T_a}^2}, \quad (4)$$

пределы изменения T_n могут достигать 30–50% от предполагаемой величины T_n , t меняется незначительно — на единицы градусов. Предполагается, что при правильном определении $T_{ф.н}$ и $k(H)$ значения $(k_m U_m)$ будут одинаковы в пределах случайных ошибок измерений, а дисперсия σ_u будет минимальной. При обработке экспериментальных данных было получено, что зависимость $\sigma_u(T_n)$ имеет хорошо выраженный минимум, однако по параметру t минимум отсутствует. Зависимость $\overline{\Delta T_a}(T_n)$ в большинстве случаев также имеет минимум, хотя и слабо выраженный. Поэтому окончательный результат определяется при совпадении минимумов функций $\sigma_u(T_n)$ и $\overline{\Delta T_a}(T_n)$ при определённых T_n и t .

Более строгое решение системы условных уравнений методом наименьших квадратов при допущении малости t относительно $(T_n - \Delta T_{ф})$ приводит к следующим соотношениям для нахождения неизвестных:

$$at^2 + bt + c = 0, \quad (5)$$

где

$$a = \frac{2}{NT_{\text{н}}^3} \left(\sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m^2} \sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m^3} \right),$$

$$b = \frac{1}{T_{\text{н}}^2} \left\{ 3 \sum_{m=1}^N \frac{U_m^2}{T_m^4} - \frac{1}{N} \left[\sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m^3} 2 \sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m} + \left(\sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m^2} \right)^2 \right] \right\},$$

$$c = \frac{1}{T_{\text{н}}} \left(\sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m^2} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{U_m}{T_m} - \sum_{m=1}^N \frac{U_m^2}{T_m^3} \right),$$

где

$$T_m = 1 - \frac{\Delta T_m}{T_{\text{н}}},$$

и

$$\overline{\Delta T_{\text{а}}} = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{T_{\text{н}} U_m}{T_{\text{н}} - \Delta T_m + t}. \quad (6)$$

Решая уравнение (5) и далее находя $\overline{\Delta T_{\text{а}}}$ из соотношения (6) при различных $T_{\text{н}}$, получим искомые параметры по минимуму дисперсии, оцениваемой как $\sigma \sim \sqrt{S/N}$, где

$$S = \sum_{m=1}^N \left(\frac{T_{\text{н}} U_m}{T_{\text{н}} - \Delta T_m + t} - \overline{\Delta T_{\text{а}}} \right)^2. \quad (7)$$

Результаты, полученные двумя описанными способами в пределах ошибок измерений совпадают, однако оба способа обработки взаимно дополняют друг друга, исключая присущие каждому недостатки.

Рассмотрим процедуру расчёта величины $\Delta T_{\text{ф}}(H)$, которая определяет общую точность метода.

В работе [6] подробно исследованы способы обработки данных при предварительном расчёте $\Delta T_{\text{ф}}$ по радиокартам неба для заданных ДН антенн. Использовался обзор неба на 408 МГц [7]; данные о яркостной температуре фона оцифровывались, пересчитывались на рабочую частоту и усреднялись по главному лепестку ДН. Измерения интенсивности ряда внеземных радиоисточников, данные которых были обработаны по предлагаемым здесь алгоритмам, проводились на семи и 12-метровых радиотелескопах на частоте 575 МГц (полуширина ДН $\Delta \vartheta_{0.5}$ соответственно $5^{\circ}2$ и $2^{\circ}9$), использовались наиболее мощные дискретные радиоисточники Кассиопея А, Лебедь А, Телец А и Дева А. Характер распределения фонового радиоизлучения вокруг них существенно различен; плотности потоков разнятся примерно на порядок. Это позволило оценить эффективность предлагаемой методики обработки для различных условий эксперимента.

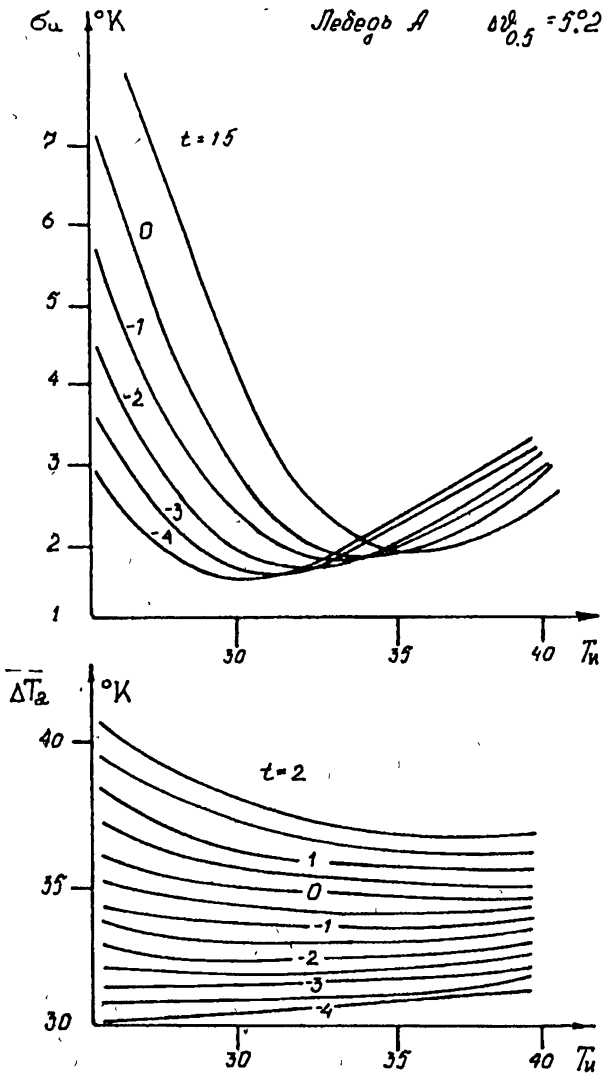


Рис. 2. Изменение среднего приращения антенной температуры и её дисперсии в зависимости от параметров T_n и t по соотношениям (3), (4).

В качестве примера на рис. 2 показаны графики $\sigma_u(T_H)$ и $\overline{\Delta T_a}(T_H)$ по соотношениям (3), (4) для источника Лебедь А при $\Delta\vartheta_{0.5} = 5^\circ 2'$; соответствующие зависимости для Кассиопеи А и Тельца А имеют аналогичный характер. Для Девы А минимумы отсутствуют в обеих расчётных зависимостях, что вынуждает определять t только по постоянству $\overline{\Delta T_a}(T_H)$, результаты тем не менее достаточно точны, но величина T_H остаётся неопределённой. Предполагается, что этот эффект вызван неточностью исходной радиокарты. Кроме этого, для ДН $2^\circ 9'$ не удалось получить зависимость $T_{\text{ф.оп}}(H)$ для Кассиопеи А из-за отсутствия изофот фона ближе 4° от источника. Таким образом, кроме громоздкости, процедура получения $\Delta T_{\text{ф}}(H)$ из радиокарт обладает ещё рядом недостатков, основным из которых является существенная погрешность конечного результата, складывающаяся из погрешностей как самой радиокарты, так и всех последующих действий с ней. Поэтому пределом возможности предлагаемого алгоритма обработки является получение зависимости $T_{\text{ф.оп}}(H)$ интерполяцией массива экспериментальных данных гладкой функцией методом наименьших квадратов и, соответственно, отказ от использования радиокарт.

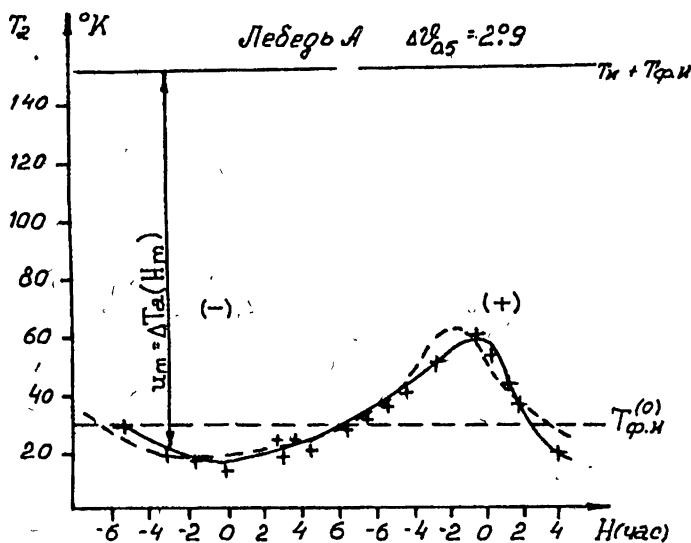


Рис. 3. Измеренные величины приращений антенной температуры U_m , отсчитанные от среднего значения $(T_H + T_{\text{ф.и}})$ (крестики отмечены соответствующие значения $T_{\text{ф.оп}}$), и зависимости изменения $T_{\text{ф.оп}}(H)$ при расчёте по радиокартам (пунктир) и интерполированные из экспериментальных данных (сплошная линия).

На рис. 3–6 показаны графики $T_{\text{ф.оп}}(H)$, полученные двумя способами, а в таблице 1 приведены результаты расчётов соответствующих параметров (дана реальная антенная температура только для иллюстрации

разброса величин, рассчитанных для различных $\Delta T_{\Phi}(H)$). Экспериментальные точки, отмеченные на графиках крестами, получены усреднением трёх-пяти значений радиоконтрастов при общем времени измерений порядка 10 минут, когда изменением координат опорной области можно пренебречь; отсчёт величины радиоконтраста ведётся от среднего значения ($T_{\text{н}} + T_{\Phi, \text{н}}$). Символами (+) и (-) обозначены опорные области при отведении антенны вправо и влево от источника.

Т а б л и ц а 1

Источник	N		$\overline{\Delta T_{\Phi}}$ °К	$\sigma_{\text{н}}$ °К	t °К	$T_{\text{н}}$ °К
Лебедь А $\Delta \vartheta_{0.5} = 5^{\circ}2$	23	I	33.6	2.7	1.24	32.7
		II	33.3	2.6	1.24	34.5
Лебедь А $2^{\circ}9$	18	I	119.5	4.1	2.77	122.1
		II	124.6	2.3	-1.29	123.2
Кассиопея А $5^{\circ}2$	62	I	47.9	2.1	1.38	50.0
		II	46.2	1.8	1.06	47.2
Телец А $5^{\circ}2$	15	I	19.5	1.5	-0.42	17.1
		II	19.4	1.3	0.37	16.9
Дева А $5^{\circ}2$	17	I	7-7.5	1.7	-1.3	-
		II	7.31	0.6	0.2	7.7

I — расчёт ΔT_{Φ} по радиокартам.

II — интерполяция экспериментальных данных.

Анализ полученных результатов показал, что погрешность результатов при интерполировании функции $\Delta T_{\Phi}(H)$ всегда меньше, чем при получении зависимости $\Delta T_{\Phi}(H)$ из радиокарт, хотя ясно, что она будет тем меньше, чем больше измеренных значений и чем равномернее по H они распределены. Малые дисперсии результатов для источников Телец А и Дева А обусловлены практически точным совпадением интерполирующей функции с экспериментальными точками при малом числе измерений, т.е. в этом случае целесообразно применение радиокарт. Расчёт t по соотношению (5) даёт два значения для разных знаков квадратного корня; в нашем случае для источника Телец А были получены две равнозначные группы конечных данных для каждого из значений t , выбор истинного решения был сделан только при сравнении с расчётами по соотношениям (3), (4), т.е. “графическое” решение можно использовать как контрольное. Получение поправки t как результата эксперимента позволяет определить величину $T_{\Phi, \text{н}}$ и найти на данной частоте опорные области для инструмента с данной ДН, которые можно использовать при традиционной методике измерений. Обычно их две, для источника Дева А такие области в нашем случае отсутствуют. Параметр $T_{\text{н}}$ должен совпадать с

величиной $\overline{\Delta T_a}$, но как было отмечено выше, в ряде случаев $T_{и}$ не определяется; отсюда можно заключить, что равенство величин $T_{и}$ и $\overline{\Delta T_a}$ является характеристикой "чистоты" эксперимента.

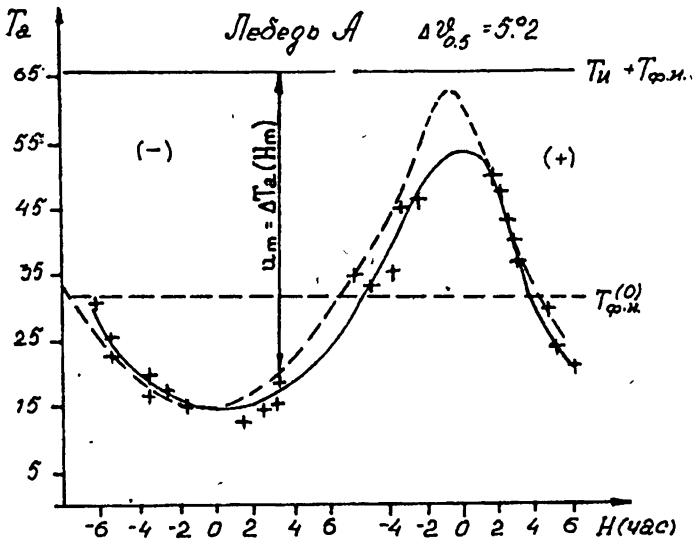


Рис. 4. Измеренные величины приращений антенной температуры U_m , отсчитанные от среднего значения ($T_{и} + T_{ф.и}$) (крестиками отмечены соответствующие значения $T_{ф.оп}$), и зависимости изменения $T_{ф.оп}(H)$ при расчёте по радиокартам (пунктир) и интерполированные из экспериментальных данных (сплошная линия).

Несмотря на то, что неравномерность распределения космического радиоизлучения на частоте 575 МГц сравнительно невелика, для широкой ДН изменения уровня фона составили 10–30% от величины радиоконтраста ΔT_a , а для источника Лебедь А, находящегося вблизи галактической плоскости и рядом с протяжённым источником Лебедь X, эти изменения достигали 70–80% ΔT_a . Тем не менее, результаты, полученные при коррекции всех экспериментальных данных описанным выше способом, не противоречат результатам, полученным традиционным методом [4], имеют существенно меньшую погрешность и практически свободны от методических ошибок за счёт простой процедуры измерений. Таким образом, для инструментов с ДН $\geq 5^\circ$ и в диапазоне низких частот можно рекомендовать применять предложенную методику измерений и обработки данных при определении интенсивности излучения радиоисточника как стандартную и наиболее эффективную.

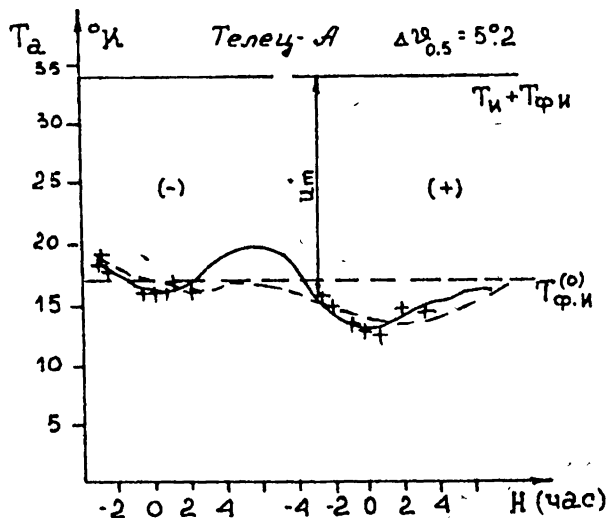
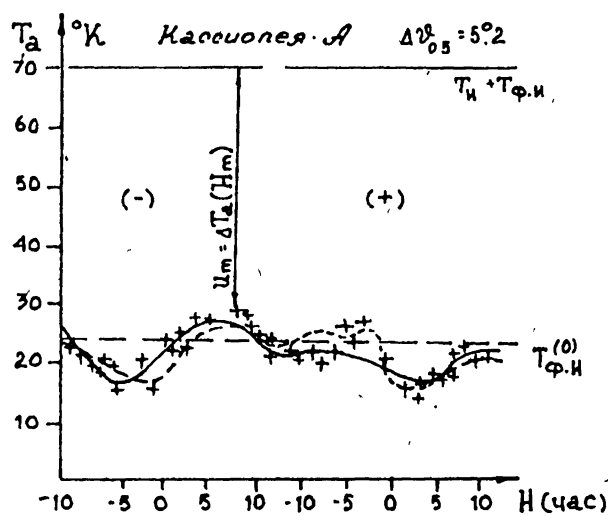


Рис. 5, 6. Измеренные величины приращений антенной температуры U_m , отсчитанные от среднего значения ($T_m + T_{\text{ф.и}}$) (крестиками отмечены соответствующие значения $T_{\text{ф.оп}}$), и зависимости изменения $T_{\text{ф.оп}}(H)$ при расчёте по радиокартам (пунктир) и интерполированные из экспериментальных данных (сплошная линия).

ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий В. С., Станкевич К. С., Цейтлин Н. М. и др. // Астрон. ж. 1971. Т. 48. № 6. С. 1150.
2. Цейтлин Н. М., Дмитренко Д. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 8. С. 1106.
3. Виняйкин Е. Н., Разин В. А., Фёдоров В. Т. // Письма в АЖ. 1979. Т. 5. № 9. С. 450.
4. Востоков А. В., Дугин Н. А., Миллер М. Е., Сырейщиков В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 7. С. 917.
5. Бубукина В. Н., Федянец Б. К., Хрулёв В. В. // Препринт № 152. — Горький: НИРФИ, 1981.
6. Дугин Н. А., Каткина Е. Ю., Миллер М. Е., Бубукина В. Н. // Препринт № 239. — Горький: НИРФИ, 1987.
7. Haslam C. C. T., Salter C. J., Stoffel H., Wilson W. E. // Astron. Astroph. Suppl. 1982. V. 47. № 1. P. 1.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Нижний Новгород

Поступила в редакцию
10 марта 1994 г.

**THE METHOD TO DETERMINE THE INTENSITY OF COSMIC RADIO
SOURCES SURROUNDED BY IRREGULAR BACKGROUND**

N. A. Dugin, O. M. Koval'chuk, E. Yu. Shnyrova

We consider a method to account the irregularities of distributed cosmic radiation in the measurement of the antenna temperature increment at successive antenna pointing on the source and reference area. There have been given a procedure and processing algorithms of observational results which make it possible to improve the accuracy and standardize the measurement procedure. The results have been given of the test of the method proposed at a frequency of 575 MHz using four most powerful discrete radio sources.

К ЗАДАЧЕ О БЕРЕГОВОЙ РЕФРАКЦИИ В ИМПЕДАНСНОМ ВОЛНОВОДЕ

О. В. Соловьёв

Рассмотрена задача о распространении волн в нерегулярном плоском импедансном волноводе, аналогичная классической задаче о береговой рефракции. Геометрия береговой линии — произвольна. Двумерное интегральное уравнение задачи асимптотически по большому параметру $kr \gg 1$ сведено к одномерному, которое кроме известных членов содержит также криволинейный интеграл по границе раздела сред (береговой линии). Получена удобная для расчетов формула в случае прямолинейной границы. Приведены результаты численных расчетов.

Данная работа является непосредственным продолжением [1], где классическая задача о двухкусочной трассе была использована для иллюстрации, предложенного в [2] метода исследования трехмерно нерегулярных волноводных задач. Полученные в последнее время результаты позволяют упростить уже известные формулы, на этой основе получить удобные для использования выражение функции ослабления в неописанной ранее области изменения параметров, а также на физическом уровне строгости получить подтверждение предположений, лежащих в основе метода [2], суть которого состоит в асимптотическом преобразовании исходного двумерного интегрального уравнения задачи.

Как выяснилось, интерес к теории береговой рефракции электромагнитных волн не пропадает, о чем свидетельствует появившаяся в последнее время работа [3], и связано это, по-видимому, с разнообразными практическими приложениями данной задачи.

В отличие от классической работы В.А. Фока [4] и работы [3], мы рассматриваем не набегание на берег плоской волны, а источником поля у нас служит точечный электрический диполь с полным моментом P_0 , ориентированный вдоль вертикальной оси \vec{e}_z . Мы не ограничиваемся исследованием поля над импедансной плоскостью, а рассматриваем поле в волноводной области D (которая обладает свойствами вакуума), ограниченной поверхностями S_0 и S_H . В декартовой системе координат (x, y, z) (или цилиндрической (r, Φ, z) , связанной с источником) поверхность S_0 задается уравнением $z = 0$, поверхность S_H — уравнением $z = h$. Все рассуждения, для наглядности, мы проведем в рамках плоской модели импедансного волновода. Все необходимые изменения в формулах при переходе к исследованию сферической модели неоднородного импедансного волновода подробно описаны в [1].

Поместим источник в точку $(-r/2, 0, z)$ и будем считать, что точка наблюдения есть $\vec{R} = (r/2, 0, z)$. В скалярном приближении решение задачи будет определяться однокомпонентным вектором Герца $\vec{\Pi} = \Pi(x, y, z) \vec{e}_z$, амплитуда которого $\Pi(x, y, z)$ должна удовлетворять уравнению Гельмгольца внутри D и импедансным граничным условиям

$$\frac{\partial \Pi}{\partial n} = ik \delta(M) \Pi \Big|_{M \in S_0, S_H},$$

где $k = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ — волновое число в вакууме, \vec{n} — внешняя нормаль к области D , $\delta(M)$ — неоднородный поверхностный импеданс в точке M , принадлежащей рассматриваемой поверхности. Зависимость от времени принята в виде: $\exp(-i\omega t)$.

Будем считать, что свойства поверхности S_H определяются постоянным импедансом δ_H , а поверхность S_0 состоит из двух частей S_0 и S_1 с импедансами δ_0 и δ_1 — соответственно, границу между которыми обозначим через γ . В частном случае прямолинейной границы γ , рассмотренном в [1], ее уравнение можно записать в виде:

$$Y = \alpha(x - x_0). \quad (1)$$

Поставленная таким образом задача сводится к двумерному интегральному уравнению по поверхности S_1 с помощью функции Грина $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')$, которая определяется выражением для вектора Герца задачи о поле исходного источника в регулярном волноводе толщины h с однородными импедансами стенок δ_H и δ_0 . Здесь \vec{R}' — радиус-вектор точки интегрирования.

Отметим, что для классической задачи о поле над неоднородной импедансной плоскостью в качестве функции Грина необходимо использовать выражение для вектора Герца задачи о поле исходного источника над однородной плоскостью с импедансом δ_0 . В обоих случаях задача сводится к аналогичным уравнениям по поверхности S_1 .

Выделяя из искомой функции быстроосциллирующий множитель, описывающий поле диполя над идеально проводящей плоскостью, переходим к уравнению для функции ослабления $V(\vec{R}) = \Pi(\vec{R}) [P_0/2\pi\epsilon_0 \exp(ikr)/r]^{-1}$. Если стоящий в правой части уравнения интеграл записать в эллиптических координатах (u, v) : $2x = r \operatorname{ch}(u) \cos(v)$, $2y = r \operatorname{sh}(u) \sin(v)$, $-\infty < u < \infty$, $0 \leq v \leq \pi$, то уравнение примет окончательный вид:

$$V(\vec{R}) = V_0(\vec{R}) + \frac{ikr(\delta_1 - \delta_0)}{2\pi} \iint_{S_1} V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}') \exp(ikr(\operatorname{ch}(u) - 1)) du dv, \quad (2)$$

где $V_0(\vec{R})$ — функция ослабления поля вертикального электрического диполя в регулярном импедансном волноводе.

Основной идеей нашего подхода является физическое предположение о том, что функция ослабления поля точечного источника изменяется в направлении поперечном трассе распространения радиоволн значительно медленнее, чем $\exp(ikr)$ для $kr \gg 1$. В этом состоит смысл введения эллиптической системы координат с полюсами в точках расположения источника и точки наблюдения. В этом случае координата u оказывается координатой поперечной трассе распространения, и, считая функцию $f(u, v) = V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}')$ медленно меняющейся на фоне $\exp(ikr(\operatorname{ch}(u) - 1))$, мы производим приближенное интегрирование по du в правой части (2) асимптотически по большому параметру kr . В отличие от известных в литературе работ [5], мы учитываем в результате не только члены порядка $O(1/\sqrt{kr})$, но и члены порядка $O(1/kr)$, отбрасывая члены следующего порядка малости $O((kr)^{-3/2})$.

Тогда, как показано в [1], двумерное интегральное соотношение (2) можно преобразовать к одномерному следующему вида:

$$V(\vec{R}) = V_0(\vec{R}) + \frac{\sqrt{kr}}{2\pi} (\delta_1 - \delta_0) \left\{ \sqrt{2\pi} \exp(i3\pi/4) \int_0^{v_1} f(0, v) dv + \int_{v_1}^{v_2} I(v) dv \right\}, \quad (3)$$

$$I(v) = \exp(ikr(\operatorname{ch} u - 1)) \times \\ \times \left\{ f(0, v) \sqrt{\pi/2} \exp(i3\pi/4) W \left\{ \exp(i\pi/4) \sqrt{2kr} \operatorname{sh}(u(v)/2) \right\} + \right. \\ \left. + (1/2\sqrt{kr}) \left[\frac{f(0, v)}{\operatorname{sh}(u(v)/2)} - \frac{2f(u(v), v)}{\operatorname{sh}(u(v))} \right] \right\}.$$

В формуле (3) $u(v)$ для $v \in [v_1, v_2]$ — есть функция, описывающая в эллиптических координатах границу раздела γ , при этом v_1 может быть определена как касательная к γ гипербола $v = \operatorname{const}$ с наименьшим v , в то время как v_2 — это касательная к γ гипербола, но с наибольшим v . В случае прямолинейной границы вида (1) значения v_1 и v_2 определяются формулами:

$$v = \arccos \left[\frac{1 + (2\alpha x_0/r)^2}{1 + \alpha^2} \right]^{1/2}, \quad v_2 = \pi - \operatorname{arctg} \alpha.$$

Входящую в (3) функцию $W(p)$ называют обычно интегралом вероятностей комплексного аргумента:

$$W(p) = \exp(-p^2) \left\{ 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^p \exp(t^2) dt \right\} =$$

$$= \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{p-t} dt \quad (\text{Im } p > 0).$$

Для аргумента $\text{Im } p < 0$ необходимо использовать соотношение симметрии: $W(-p) = 2 \exp(-p^2) - W(p)$.

Как показывают исследования, для численной реализации интегрального представления (3) удобнее рассматривать второй интеграл в фигурной скобке как криволинейный интеграл 2-го типа по плоской кривой γ , т.е.

$$\int_{v_1}^{v_2} I(v) dv = \int_{\gamma} I(v) dv. \quad (4)$$

Таким образом, с точностью до членов порядка $O(1/kr)$, поле в точке наблюдения \vec{R} определяется через значения функции ослабления на двух линиях (а не на всей полуплоскости S_1): на границе раздела сред ($f(u(v), v) = V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}')|_{\vec{R}' \in \gamma}$) и на части линии, соединяющей источник и приемник ($f(0, v) = V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}')|_{\vec{R}' \in u=0, 0 \leq v < v_2}$). Функция $W(p)$ в формуле (3) выделяет часть границы непосредственно прилегающую к линии трассы ($u = 0$). Она описывает взаимодействие седловой точки в интеграле по du ($u = 0$) и конечных точек промежутка интегрирования ($u = u(v)$).

Как видно из (4), в случае, когда граница раздела γ между полуплоскостями S_0 и S_1 совпадает с какой-либо координатной линией $v = \text{const}$, она не оказывает влияния на поле в точке наблюдения (с точностью $O(1/kr)$).

Поскольку мы ограничиваемся в наших преобразованиях членами порядка $O(1/kr)$, то для некоторых $u(v)$ имеет смысл упростить подынтегральное выражение в (3), используя асимптотики $W(p)$. Так для $|u(v)| > u^{(1)}$, где $u^{(1)}$ определяется из соотношения $\text{ch}(u^{(1)}) = 1 + 1/2 \sqrt{kr}$ можно использовать следующее выражение для $I(v)$:

$$I(v) = \begin{cases} \frac{-\exp\left\{ikr\left(\text{ch}(u(v)) - 1\right)\right\} f(u(v), v)}{\sqrt{kr} \text{sh}(u(v))}, & \text{при } u(v) > 0, \\ \sqrt{2\pi} \exp\left(\frac{i3\pi}{4}\right) f(0, v) + \\ + \frac{\exp\left(ikr\left(\text{ch}(u(v)) - 1\right)\right) f(u(v), v)}{\sqrt{kr} |\text{sh}(u(v))|}, & \text{при } u(v) \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Интеграл от функции $f(0, v)$ можно преобразовать в интеграл по dr вдоль линии трассы ($u = 0$) — эта часть интегрального оператора (3) оказывается оператором Вольтерра. В остающемся интеграле от функции $f(u(v), v)$ совершенно не обязательно проводить интегрирование вдоль всей бесконечной кривой γ , а достаточно ограничиться областью $|u| < u^{(2)}$, где $u^{(2)}$ определяется из соотношения $\text{sh}(u^{(2)}) = 1$, т. к. для $|u| > u^{(2)}$ подынтегральная функция в (4) по порядку величины будет меньше $0(1/kr)$. Если вспомнить, что линии $u_m = \text{const}$ совпадают с границами зон Френеля, когда u_m определяются из соотношения: $\text{ch}(u_m) = 1 + m\pi/kr$, то окажется, что не учитываемые для $|u| > u^{(2)}$ части γ , попадают в область зон Френеля, номера которых больше $m = (\sqrt{2} - 1) kr/\pi \sim 0,13 kr$. Например, для $kr = 100$ речь должна идти за следующими за тринадцатой зоной Френеля, учет которых действительно уже не обязателен.

Интегральное соотношение (3) с учетом (4) и (5) может служить базой для создания численной процедуры определения функции ослабления поля вертикального электрического диполя в любой точке (отстоящей от источника на расстоянии $kr \gg 1$) импедансной плоскости, состоящей из двух частей. Никаких ограничений на форму границы раздела (береговой линии) нами не выявлено. Чтобы получить решение на границе γ необходимо, чтобы она находилась в волновой зоне источника.

От задачи с произвольной формой границы γ обратимся к случаю прямолинейной границы (1). Остановимся более подробно на ситуации не освещенной в [1], когда коэффициент α принимает значения отличные от нуля и бесконечности, что соответствует случаю, когда трасса пересекает береговую линию под углом, отличным от нуля или $\pi/2$. В случае $x_0 > r/2$, что соответствует границе раздела сред, находящейся за точкой наблюдения, в выражении (3) исчезнет первый интеграл в фигурной скобке правой части, т. к. эта ситуация требует положить $v_1 = 0$. Достаточно ясно из физических соображений, что в данном случае можно воспользоваться методом последовательных приближений и оценить $V(\vec{R})$, подставив на место искомой функции под интеграл вдоль границы раздела сред, соответствующее значение невозмущенного поля $V_0(\vec{R})$. Возникающий интеграл по dv можно оценить асимптотически, аналогично тому, как это было сделано в [1]. В результате для предельного случая, когда точка наблюдения приближается к границе раздела сред ($x_0 \rightarrow r/2$), можно для

$$\left| \frac{\delta_1 - \delta_0}{2} \right| \frac{(1 + \alpha^2)^{1/2}}{|\alpha|} < 1 \quad (6)$$

аналитически сосчитать сумму ряда последовательных приближений и получить следующее выражение для функции ослабления в точках гра-

ницы (1), удаленных от источника на расстояние kr :

$$V(kr) = V_0(kr) / \left[1 + \frac{\delta_1 - \delta_0}{2} \frac{(1 + \alpha^2)^{1/2}}{|\alpha|} \right]. \quad (7)$$

Условие (6) показывает, что формулой (7) можно пользоваться только в том случае, если угол между линией трассы и береговой линией не стремится к нулю. Случай $\alpha \rightarrow 0$, соответствующий трассе, идущей вдоль границы раздела сред был подробно описан в [1].

Если полученное выражение (7) подставить в функцию $f(u(v), v)$ в интегральном соотношении (3), то остающийся интегральный оператор для функции $f(0, v)$ будет интегральным оператором Вольтерра, обращать который можно с помощью пошаговой численной процедуры, описанной, например, в [6]. Предыдущие рассуждения касались прямолинейного берега, однако, и в случае, когда граница описывается достаточно произвольной кривой, формулу (7) можно использовать в качестве первого приближения для значений функции ослабления в подынтегральном выражении (4). Это будет равносильно предположению, высказанному в [3], что локально в каждом сечении — структура поля близка к описываемой решением для прямолинейного берега.

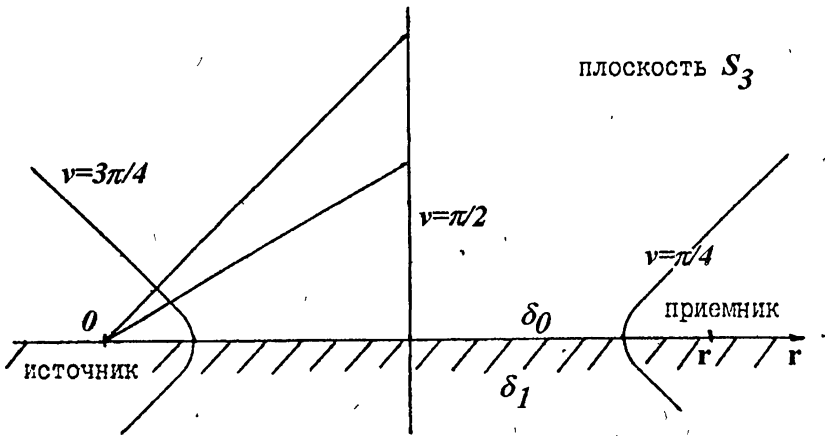


Рис. 1.

Мы же используем (7) для оценки правомочности основного предположения нашей работы о медленности изменения функции $f(u, v) = V(\vec{R}') V_0(\vec{R}, \vec{R}')$ в направлении поперечном трассе распространения радиоволн на фоне $\exp(ikr(\operatorname{ch}(u) - 1))$, что позволило асимптотически преобразовать двумерное интегральное уравнение в одномерное. Для этого обратимся к задаче о трассе, идущей вдоль границы раздела сред (рис. 1),

подробно рассмотренной в [1], и рассчитаем поле на линии $v = \text{const}$. Расчеты были проведены для $v = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$. Результаты расчетов для $v = \pi/2$ приведены на рис. 2 и 3. Для $v = \pi/4$ и $v = 3\pi/4$ картина получается аналогичной.

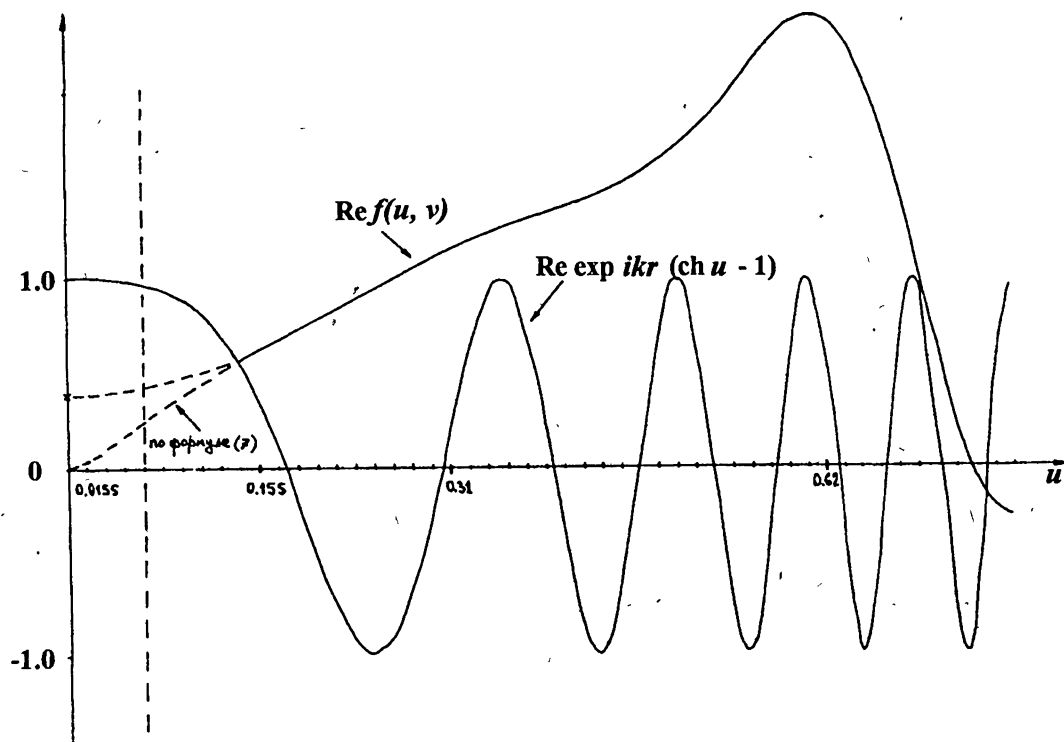


Рис. 2.

На рис. 2 приведены зависимости от u реальных частей, а на рис. 3 — мнимых частей $f(u, v)$ и $\exp \{ikr(\text{ch}(u) - 1)\}$ для следующих параметров трассы распространения: $kr = 100$, $\delta_0 = (0,3773 - 0,3773i) \cdot 10^{-3}$, $\delta_1 = (0,0774 - 0,0734i)$. Импедансы определялись по значениям проводимости $\sigma_0 = 4S/m$, $\sigma_1 = 10^{-4}S/m$ для частоты $F = 20,5$ кГц. В качестве $V_0(kr)$ использовались значения функции ослабления в регулярном импедансном волноводе: $h = 58,9$ км, $\delta_n = (0,2968 + 0,1454i)$, $\delta_0 = \delta_0$. Высота h и импеданс δ_n рассчитывались с использованием спокойных дневных профилей электронной концентрации и эффективной частоты соударений электронов. На графиках 2 и 3 заштрихована область в окрестности $u = 0$, в которой формула (7) не работает. Значение же $f(u, v)$ при $u = 0$ получено из численного решения задачи о трассе, проходящей вдоль границы

раздела сред с импедансами δ_0 и δ_1 . Приведенные рисунки, на наш взгляд, подтверждают в данной ситуации правомочность сделанного предположения о медленности изменения функции ослабления на фоне экспоненциальной функции $\exp \left\{ ikr (\operatorname{ch}(u) - 1) \right\}$.

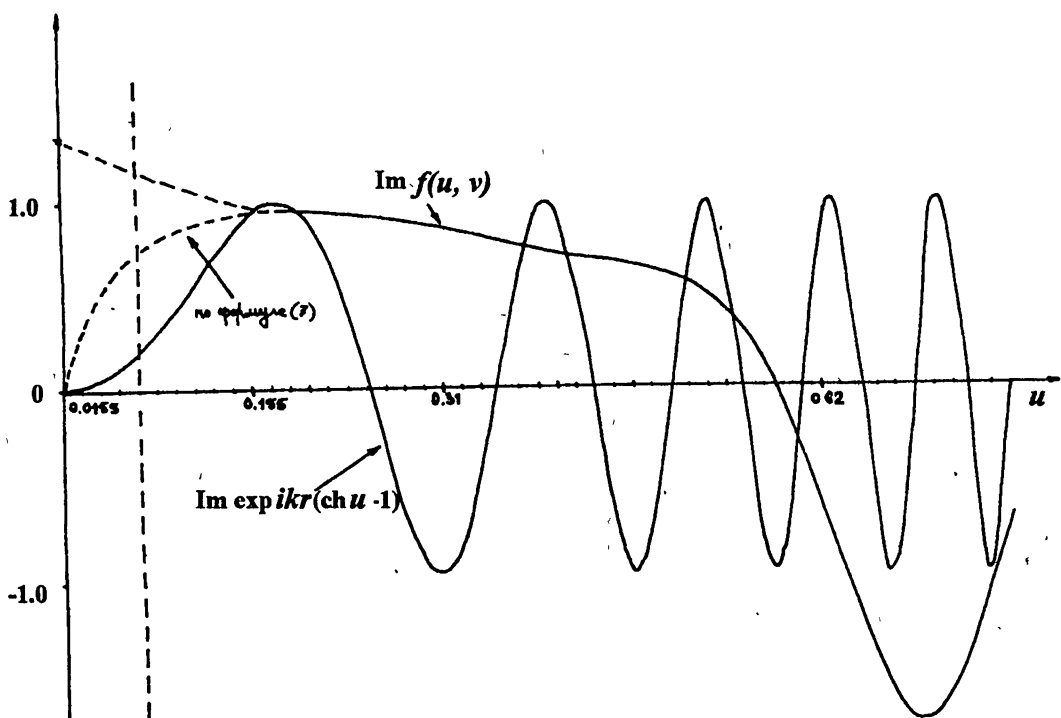


Рис. 3.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (93-02-17048).

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьёв О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 1. С. 37.
2. Соловьёв О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 9. С. 1078.
3. Басс Ф. Г., Слепян Г. Я., Слепян А. Я. // ДАН СССР, 1991. Т. 317. № 1. С. 82.
4. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970.

5. Пылаев А. А., Тихомиров Н. П. — В кн: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 18. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т, 1981. С. 155.
6. Wagner C. // J. Math. Phys., 1953. V. 32. P. 289.

Санкт-Петербургский
государственный университет

Поступила в редакцию
18 ноября 1993 г.

**TO THE PROBLEM OF COASTAL REFRACTION
IN THE IMPEDANCE WAVEGUIDE**

O. V. Solov'ev

The problem to be considered is the wave propagation in the presence of a coastline in an irregular impedance plane waveguide. This research is in the wake of classical coastal refraction problem. Provided that $kr \gg 1$ we convert the two-dimensional integral equation into the asymptotic one-dimensional equation which includes, apart from conventional terms, the counter integral along the interface (coastline). For the case of a straight coastline a simple computational formula is obtained. Some numerical results are presented and discussed.

УДК 621.391.818.8

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ МЕТЕОРНОГО РАДИОКАНАЛА

А. В. Карпов

Представлена компьютерная модель метеорного радиоканала. Модель реализована с использованием метода "Монте-Карло". Обоснована возможность эффективного выбора параметров модели. Достигнуто удовлетворительное совпадение результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными на радиолиниях метеорного распространения радиоволн длиной 240 км, 700 км и 1100 км.

При моделировании условий метеорного распространения радиоволн определяются основные характеристики метеорного радиоканала (МРК): амплитудно-временная и фазо-временная характеристики, максимальная амплитуда U_m , длительность τ_i конкретного метеорного радиосигнала, а также характеристики, полученные на всем ансамбле метеорных радиоотражений за фиксированный интервал наблюдений T : N — число зарегистрированных метеорных радиоотражений, суммарная длительность τ , коэффициент заполнения $\eta = \tau/T \times 100\%$, распределение длительностей и амплитуд сигналов и т. д.

В зависимости от метода расчета числа радиоотражений компьютерные модели МРК можно разделить на два основных класса. В работах [1-3] реализован детерминированный подход, в котором число метеоров определяется путем численного интегрирования функции объемной плотности радиантов с учетом выполнения условий геометрической и энергетической селекции. Детерминированность метода решения задачи, вступая в противоречие со стохастической природой метеорного радиоотражения, значительно сужает функциональные возможности модели. При имитационном подходе более точно определена геометрическая часть расчетов. Такой подход значительно гибче и позволяет учитывать статистические факторы, учет которых в методе "объемной плотности" приводит к неразрешимым вычислительным сложностям.

Настоящая модель МРК является идейным продолжением работ [5, 6], основанных на методе "Монте-Карло". В этом случае не возникает технических сложностей при моделировании стохастических характеристик. Метод "Монте-Карло" хорошо развит в имитационном моделировании.

ИМИТАЦИОННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МРК

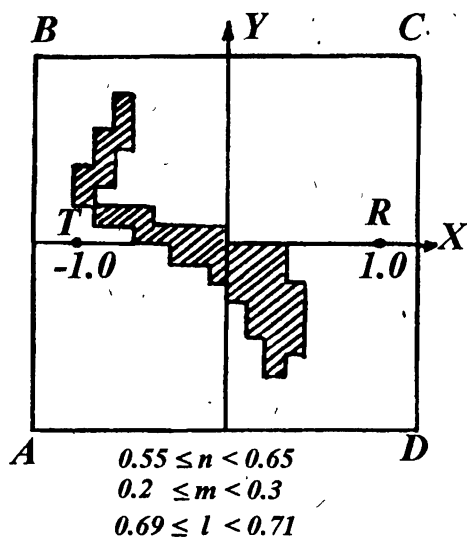


Рис. 1.

в 1 км^2 . Детально астрономическая часть модели описана в [15]. Там же показаны преимущества моделей МРК, основанных на эмпирических астрономических моделях [4, 7–8]. Эти преимущества определяются точностью прогноза, возможностью прогнозировать сезонные изменения, корректностью определения угловых размеров “горячей зоны” (в объеме, в котором концентрируются отражающие центры).

Задав координаты приемного и передающего пунктов (определив систему координат) и местное время m^h проведения эксперимента, можно перейти от эллиптических координат центра i -й зоны к направляющим косинусам траектории l_i , m_i , n_i в горизонтальной системе координат. Для зоны, радиант которой расположен над плоскостью горизонта ($n_i > 0$), определяется число траекторий, проходящих через контур “генерации” (квадрат ABCD на рис. 1) площадью S_0 :

$$N_{gi} = N_{0i} \left(\frac{m_{0T}}{m_{0g}} \right)^{s-1} S_0 n_i, \quad (1)$$

где s — параметр распределения частиц по массам ($p(m) \sim m^{-s}$), в соответствии с [7] $s = 2.5$, m_{0g} — минимальная генерируемая масса.

Для каждой из N_{gi} траекторий случайным образом генерируется точка $P_0(x_0, y_0, z_0)$ пересечения с контуром “генерации”. В блоке геометрической селекции определяется высота h зеркальной точки $P(x, y, z)$ — точки,

лежащей в плоскости, касательной поверхности эллипсоида вращения с фокусами в точках приема R и передачи T . Если $P(x, y, z)$ находится в пределах метеорной зоны $80 \text{ км} < h < 110 \text{ км}$, то считается, что данная траектория удовлетворяет условиям геометрической селекции и попадает в физический блок. В общем случае из N_{gi} траекторий в физический блок поступает N_{gi}^* ($N_{gi}^* < N_{gi}$).

В физическом блоке в соответствии с экспериментальными данными [9] для данной зоны генерируется скорость частицы V . Масса метеорной частицы генерируется на основе метода нелинейного преобразования, обратной функции распределения случайной величины, в соответствии с обратностепенным видом закона распределения $p(m) \sim m^{-s}$:

$$m = m_{0g} \Theta^{-1/(s-1)}, \quad (2)$$

где Θ — псевдослучайное число, равномерно распределенное на интервале $(0, 1)$.

Метеорная частица массой m , вторгаясь в атмосферу Земли со скоростью V , создает ионизированный след с линейной электронной плотностью в точке максимума ионизации α_m :

$$\alpha_m = \alpha_{m0} m V_i^p n_i. \quad (3)$$

Показатель степени p , по мнению ряда авторов, имеет разброс от 2 до 5. Наиболее убедительные теоретические и экспериментальные исследования дают величину $p = 3 \div 3.5$ [10]. Давление в точке максимума ионизации определяется массой и скоростью частицы [11]:

$$P_m = P_{m0} \frac{m^{1/3} n_i}{V_i}. \quad (4)$$

Зная давление в точке максимума ионизации P_m и в заданной точке $P(h)$, находим α в зеркальной точке [11]:

$$\alpha = \frac{9}{4} \alpha_m \frac{P(h)}{P_m} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{P(h)}{P_m} \right)^2. \quad (5)$$

В зависимости от величины линейной электронной плотности рассмотрено два качественно различных механизма рассеивания радиоволн. Если $\alpha < 10^{14} \text{ м}^{-1}$, то рассеивание считается когерентным, и мощность отраженного сигнала определяется с учетом ослабляющего действия начального радиуса r_0 [11]:

$$P_H = \frac{r_e^2 P_T G_1 G_2 \lambda^3 \alpha^2 \cos^2(\mu)}{16 \pi^2 R_1 R_2 (R_1 + R_2) [1 - \cos^2(\beta) \sin^2(\phi)]} \times \exp\left(-\frac{8 \pi^2 r_0^2}{\lambda^2 \sec^2(\phi)}\right). \quad (6)$$

Для следов переуплотненного типа принята модель некогерентного рассеивания

$$P_{\Pi} = \frac{P_T r_e^{1/2} G_1 G_2 \lambda^3 \alpha^{1/2} \cos^2(\mu)}{32 \pi^2 e^{1/2} R_1 R_2 (R_1 + R_2) [1 - \cos^2(\beta) \sin^2(\phi)]} \quad (7)$$

Параметры, входящие в (6)–(7), представляют три группы: 1) постоянные: e — основание натурального логарифма, r_e — классический радиус электрона ($r_e = 2.8 \cdot 10^{-15}$ м); 2) постоянные при моделировании конкретной радиолинии: P_T — излучаемая мощность, λ — длина волны; 3) параметры, величина которых вычисляется в зеркальной точке: G — коэффициент направленного действия антенны, μ — угол между векторами поляризации падающей и отраженной волны, $R_{1,2}$ — расстояние от зеркальной точки до точки приема (передачи), β — угол между осью следа и плоскостью связи (T — зеркальная точка R), ϕ — половина угла рассеивания, r_0 — начальный радиус.

Если максимальная амплитуда сигнала $U = \sqrt{2PR_{\text{вх}}}$ ($R_{\text{вх}}$ — входное сопротивление приемника) превосходит пороговую чувствительность приемной аппаратуры U_0 , то считается, что данное метеорное отражение зарегистрировано и определяется длительность отражения с учетом амбиполярной и турбулентной диффузии. Одновременно вычисляются АВХ и ФВХ каждого радиоотражения. Число отражений, удовлетворяющих условиям физической селекции, будет равно N_{gi}^{**} ($N_{gi}^{**} < N_{gi}^* < N_{gi}$). В течение часа по всей небесной сфере будет зарегистрировано N отражений:

$$N = \sum_{i=1}^{150} N_{gi}^{**} \quad (8)$$

Основные эксплуатационные характеристики модели МРК: точность и быстродействие существенно зависят от выбора значения m_{0g} . В работе [6] величина m_{0g} определялась интуитивно на основе пробных прогонов модели. Это приводило к неоправданному росту времени счета, а в отдельных ситуациях к ошибке (занижение результата) в прогнозе. Более перспективным является гибридный метод, в котором сочетаются элементы детерминированного и статистического подходов. Использование гибридного подхода позволяет значительно увеличить быстродействие алгоритма при сохранении всех преимуществ имитационного подхода.

ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ МРК

В оптимизации модели МРК можно выделить 2 главных момента: определение “контуров зеркальности” и выбор минимальной генерируемой массы. Разобьем контур генерации на n^2 элементов (квадратов размером $\Delta x = \Delta y$). Будем считать, что все траектории, проходящие через

j -й элемент, проходят через его центр. Для всех возможных траекторий и длин линии связи от 100 км до 1800 км были рассчитаны так называемые контура зеркальности (заштрихованная часть рис. 1 представляет контура зеркальности для $l = 0.69 \div 0.71$, $m = 0.2 \div 0.3$, $n = 0.55 \div 0.65$). Генерация траекторий производится только внутри контуров зеркальности. Генерация траекторий вне контура нецелесообразна, так как для этих траекторий зеркальные точки не попадут по высоте в метеорную зону [80 ÷ 110 км]. Общее число траекторий для i -й зоны будет определяться числом элементов в контуре зеркальности k . Например, для рис. 1 контур зеркальности состоит из 156 элементов.

Процедуру определения минимальной генерируемой массы m_{0gij} (i — номер зоны и j — номер элемента) проводим с учетом того факта, что для произвольной массы m точка максимума ионизации в общем случае не совпадает с зеркальной точкой. Положим, что давление на высотах (80 ÷ 110) км подчиняется барометрической формуле:

$$P = P_0 \exp\left(\frac{h_0 - h}{H^*}\right), \quad (9)$$

где H^* — высота приведенной атмосферы ($H^* = 7$ км).

Приравняв (4) и (9), находим m_1 — массу частицы, для которой максимум ионизации будет на высоте зеркальной точки:

$$m_1 = \left(\frac{P_0}{P_{m0}}\right)^3 \frac{V_i^6}{n_i^3} \exp\left(3\left(\frac{h_0 - h}{H^*}\right)\right). \quad (10)$$

Давление в точке максимума ионизации для произвольной массы m выразим через m_1 и подставим в (5):

$$\alpha = \frac{9}{4} V_i^3 n_i m \left(\frac{m_1}{m}\right)^{1/3} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{m_1}{m}\right)^{1/3}\right)^2. \quad (11)$$

Согласно (6), максимальная амплитуда радиоотражения от недоуплотненного следа пропорциональна массе частицы m . Коэффициент пропорциональности U_{01} полностью определяется энергетическими и геометрическими параметрами, вычисленными в зеркальной точке:

$$U_H = m U_{01}(x, y, z). \quad (12)$$

Для радиоотражения от переуплотненного следа зависимость от m будет иная:

$$U_{II} = m^{1/4} U_{02}(x, y, z). \quad (13)$$

Введем понятие минимальной регистрируемой массы m_2 , которая определяется из соотношения $U_H = U_0$ или $U_{II} = U_0$:

$$m_2 = \frac{U_0}{U_{01}}, \quad \text{если } \alpha(m_2) < 10^{14} \text{ м}^{-1}, \quad (14)$$

$$m_2 = \frac{U_0}{U_{02}}, \quad \text{если } \alpha(m_2) > 10^{14} \text{ м}^{-1}.$$

Подставив в (3) m_2 и приравняв к (11), находим m_{0gij} :

$$m_{0gij} = \frac{m_1}{27} (3a + 1)^3, \quad (15)$$

где $a^2 = \frac{m_2}{m_1}$.

Индексы i, j показывают, что величина минимальной генерируемой массы зависит от ориентации радианта и координаты элемента генерации. Число метеоров, зарегистрированных на j -м элементе, будет пропорционально его площади S_{0j} :

$$N_{ij} = N_{0i} \left(\frac{m_{0g}}{m_{0gi}} \right)^{s-1} S_{0j} n_i. \quad (16)$$

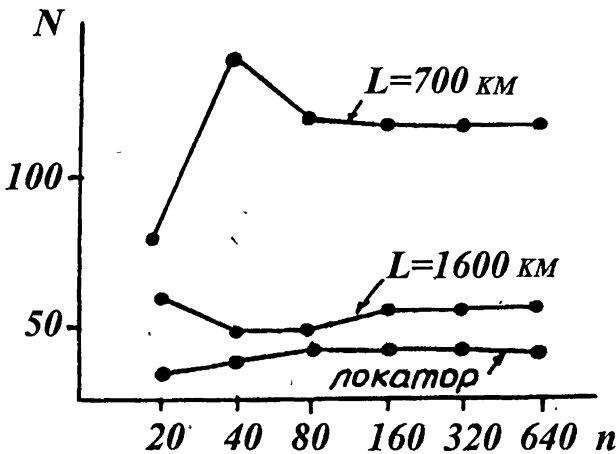


Рис. 2.

Часовое число зарегистрированных метеоров определяется путем суммирования по всем элементам контура генерации для всех зон небесной сферы:

$$N = \sum_{i=1}^{150} \sum_{j=1}^k N_{ij}. \quad (17)$$

Точность результатов моделирования зависит от величины дискрета $\Delta x = \Delta y$. Выбор оптимальной величины дискрета проведен на основе результатов моделирования. На рис. 2 представлены результаты моделирования радиолиний различной длины в зависимости от числа элементов (n^2), на которые разбит контур генерации. При $\Delta x < 20$ км наблюдается устойчивая сходимость результатов моделирования. В дальнейших расчетах величина n выбиралась исходя из результатов, представленных на рис. 2.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МРК

Компьютерная модель была проверена путем сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными на радиоприемниках различной длины.

На рис. 3 приведено сравнение модельных и экспериментальных результатов одного из вариантов азимутальных наблюдений, на основе которых получены таблицы распределения плотности радиантов [7]. Экспериментальный материал получен на метеорной радиолокационной установке, имеющей следующие основные технические данные: $f = 38.3$ МГц, $P_T = 110$ кВт, $U_0 = 5.5$ мкВ, антенна — «волновой канал», поднятая на высоту $\lambda/2$, месяц наблюдения — март. По горизонтальной оси отложено местное время наблюдения m^h , по вертикальной — среднечасовое число метеорных отражений.

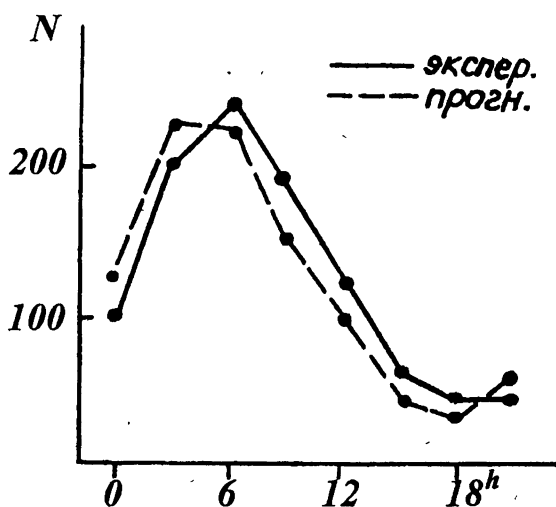


Рис. 3.

По вертикальной — среднечасовое число метеорных отражений. Наблюдается незначительное смещение максимума численности. В среднем за сутки отклонение N_0 от N_M составляет 0.2 дБ, при максимальном отклонении в вечерние часы — 2.2 дБ.

В 1960–1964 гг. был проведен цикл наблюдений на радиоприемнике Москва—Одесса, длиной 1100 км и ориентированной под углом 28° относительно меридиана. Основные технические данные: $f = 40$ МГц, $P_T = 2$ кВт, $U_0 = 1$ мкВ (рис. 4). В среднем за сутки отклонение N_0 от N_M составило 0.04 дБ. В пяти из восьми случаев результаты прогноза отличаются от экспериментальных данных менее чем на 1 дБ. В двух случаях отклонение составляет $(1 \div 2)$ дБ, и лишь в одной точке (21^h) отклонение составило 2.55 дБ.

В 1983–1984 гг. на радиоприемнике длиной 240 км были проведены экспериментальные исследования [12–13] условий метеорного распространения радиоволн при отвороте антенн в сторону от линии, соединяющей пункты приема и передачи (боковое распространение радиоволн). В табл. 1 приведены экспериментальные и модельные результаты при различной ориентации антенных систем относительно линии связи. В первом столбце

приведена ориентация антенн ($\zeta_1 = \zeta_2$) обоих пунктов, во втором и третьем — среднечасовое число метеорных отражений N при усреднении за сутки, в четвертом и пятом — \bar{N} для утренне-дневных наблюдений ($2^h \div 14^h$), в шестом и седьмом — \bar{N} для вечерне-ночных ($14^h \div 24^h$, $0^h \div 2^h$). Отклонение модельных результатов от экспериментальных составило $(0.4 \div 1.29)$ дБ.

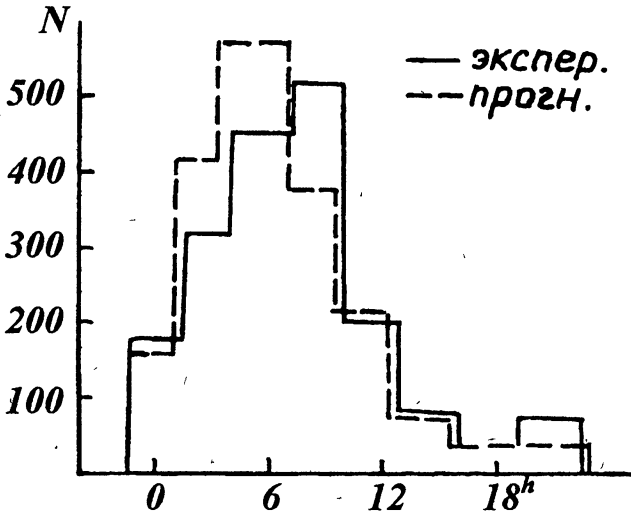


Рис. 4.

M-K

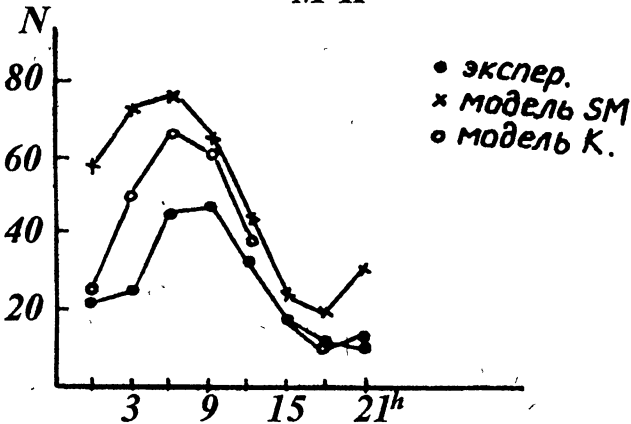


Рис. 5.

В первой половине 1992 года на радиолинии Казань—Москва (длина радиолинии около 700 км; антенны — пятиэлементный “волновой канал”; $P_T = (500 \div 700)$ Вт, $U_0 = (0.4 \div 0.8)$ мкВ) был проведен цикл экспериментов [14]. Модельные расчеты проводились также на модели “SAIC METEORLINK” [3]. Результаты этого цикла были использованы для сравнения моделей. На рис. 5 представлены результаты эксперимента (1), модельные данные SAIC (2) и модельные данные “КАМЕТ” (3). Для модели “КАМЕТ” отличие от эксперимента в шести часовых точках не превышает 1 дБ, в одной точке превышение составляет 1.8 дБ, а еще в одной 3 дБ. Для модели “SAIC METEORLINK” в одной точке различие составляет менее 1 дБ, в двух точках различие составляет от 1 дБ до 2 дБ,

в трех точках — от 2 дБ до 3 дБ и еще в двух точках разница превышает 3 дБ. По коэффициенту заполнения η наблюдается примерно такое же различие, так как средняя длительность отражений в эксперименте равна 0.33 с, а в расчете — $(0.35 \div 0.39)$ с.

Таблица 1

$\zeta_1 = \zeta_2$	\bar{N}_0	\bar{N}_M	\bar{N}_{01}	\bar{N}_{M1}	\bar{N}_{02}	\bar{N}_{M2}
0°	-	34	49	40	-	30
23°	30	25	29	29	17	22
43°	-	21	28	28	-	13
70°	45	50	75	75	17	20

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель МРК реализована в виде программного комплекса "КАМЕТ" на IBM PC-AT. Программа предназначена для расчета основных характеристик метеорного распространения радиоволн, а также характеристик системы метеорной радиосвязи. Расчеты можно проводить для метеорных радиолиний длиной от 0 до 2200 км, ориентированных произвольным образом, для любого месяца и часа наблюдений. Ввод данных осуществляется в диалоговом режиме. Входные данные разделяются на две основные группы. Первую группу представляют астрономические и географические параметры (дата, местное время проведения эксперимента, географические координаты обоих пунктов). Вторую группу составляют параметры аппаратуры (частота излучения, мощность излучения, эффективная полоса, вид модуляции, характеристики антенных систем).

Использование экспериментальной астрономической базы позволяет осуществить точный прогноз сезонных и суточных вариаций характеристик метеорных радиолиний, развернутых в Северном полушарии.

Другой основной функцией модели МРК является определение оптимальных характеристик системы метеорной радиосвязи. Компьютерная модель дает возможность реализовать несколько стратегий функционирования системы метеорной радиосвязи, что практически невозможно в натурном эксперименте, и наблюдать за ее работой при варьировании параметров в достаточно широком диапазоне. Проиллюстрируем сказанное на одном из многочисленных приложений компьютерной модели. Для радиолиний длиной от 0 до 2000 км рассчитаны угловые размеры отражающей области. Результаты моделирования позволяют определить диаграммы антенн, согласованные с размерами отражающей области метеорного радиоканала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Weitzen I. A. //Radio Science. 1986. V. 21. N 6. P. 1009.
2. Brown D. W. //MILCOM'85: IEEE Mil. Comm. Conf. 1985., P. 564.

3. Desourdis R. I. et al. //MILCOM'88: IEEE Mil. Comm. Conf. 1988. P. 257.
4. Davies J. G. //Electronics and Electron Physics. 1957. V. 9. P. 95.
5. Костылев К. В., Светашкова Н. Т. //Астрон. вестник. 1977. Т. 11. С. 53.
6. Карпов А. В., Сидоров В. В. //Метеорное распространение радиоволн. 1981. Вып. 17. С. 14.
7. Пупышев Ю. А. //Метеорное распространение радиоволн. 1966. Вып. 3-4. С. 5.
8. Белькович О. И., Сидоров В. В., Филимонова Т. К. //Астрон. вестник. 1991. Т. 25. С. 225.
9. Андрианов Н. С., Пупышев Ю. А. //Метеорное распространение радиоволн. 1970. Вып. 7. С. 3.
10. Бронштэн В. А. Физика метеорных явлений. — М.: Наука, 1981. 461 с.
11. Кашеев Б. Л., Лебединец В. Н., Лагутин М. Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. — М.: Наука, 1967. 260 с.
12. Карпов А. В. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. N 3. С. 343.
13. Асири Т. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. N 7. С. 912.
14. Desourdis R. I. et al. //MILCOM'92: IEEE Mil. Comm. Conf. 1992. P. 32.
15. Карпов А. В., Сидоров В. В., Терешин С. Н. //Астрон. вестник. 1995. Т. 29. N 6. С. 33.

Казанский государственный
университет

Поступила в редакцию
26 января 1995 г.

THE COMPUTER MODEL OF METEOR RADIO CHANNEL

A. V. Karpov

A computer model of the meteor radio channel has been presented. The model is realized on the basis of the "Monte-Karlo" method. The possibility of an effective choice of model parameters has been grounded. It has been obtained a satisfactory coincidence of the modeling results with the experimental data, received on radio links with 240 km, 700 km, 1100 km lengths used the meteor propagation of radiowaves.

АВТОФАЗИРОВКА И ЗАХВАТ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В МАЗЕРЕ НА АНОМАЛЬНОМ ЭФФЕКТЕ ДОПЛЕРА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЫВОДОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

В. А. Кубарев

Распределенный вывод излучения качественно изменяет характер взаимодействия электронного пучка с электромагнитной волной. В результате захвата электронов в мазере на аномальном эффекте Доплера возможно асимптотически полное преобразование кинетической энергии пучка в излучение.

Ограничение эффективности мазеров на аномальном эффекте Доплера с однородными замедляющими структурами и ведущим магнитным полем связано прежде всего с выходом пучка из синхронизма с волной из-за одновременного повышения релятивистской циклотронной частоты и уменьшения продольной скорости электронов при их излучении [1, 2]. Один из способов поддержания синхронизма и повышения КПД состоит в использовании неоднородных или нелинейных структур, в которых одновременно с усилением волны происходит ее замедление [3].

Оказывается, что ситуация может качественно измениться и при обеспечении распределенного вывода излучения из замедляющей структуры, что эквивалентно введению потерь. Обнаружено, что при этом возможен захват пучка волной, длительная автофазировка частиц в тормозящей фазе и в результате асимптотически полный отбор кинетической энергии. Вывод энергии может быть осуществлен либо через отверстия связи аналогично ответвителям, либо в многоволновом режиме путем излучения объемных волн [4]. Примером структуры такого типа может служить рассмотренная в работе [5].

Качественно наличие потерь и затухания волны эквивалентно определенному перекосу потенциальной ямы, когда равновесная фаза становится тормозящей. В этом смысле рассматриваемый режим сходен с известным способом отбора энергии при захвате путем постепенного замедления волны [6, 7], но такого замедления не требует. Кроме того, диссипативность системы приводит к затуханию синхротронных колебаний частиц в яме и позволяет полностью устранить их дезахват. Существенная особенность аномального эффекта Доплера состоит также в возможности полного захвата пучка.

Важна устойчивость взаимодействия при захвате к наличию конечных поперечных импульсов электронов, поэтому этот вопрос рассмотрен особо. Показано, что при достаточно малых их значениях на начальном участке происходит силовая фазировка частиц и далее их излучение идентично, поэтому можно рассматривать один электрон, как это делается в случае первоначально прямолинейных пучков [1-3].

В работе построена асимптотическая теория излучения электронного пучка в области захвата на больших длинах взаимодействия. Показано, что при оптимальных условиях эффективность излучения может стремиться к 100%. Эти выводы подтверждаются численным моделированием лазера.

1. Взаимодействие релятивистского электронного пучка с обыкновенной циркулярно поляризованной волной Н-типа описывается следующей системой уравнений движения и уравнения возбуждения волны:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\xi} &= -\frac{\alpha}{p_z}(\gamma - np_z) \cos \theta, \\ \frac{d\gamma}{d\xi} &= -\frac{\alpha p}{p_z} \cos \theta, \\ \frac{dp_z}{d\xi} &= -\frac{\alpha p n}{p_z} \cos \theta, \\ \frac{d\theta}{d\xi} &= \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \frac{\alpha}{pp_z}(\gamma - np_z) \sin \theta - \left\langle \frac{Ip}{\alpha p_z} \sin \theta \right\rangle, \\ \frac{d\alpha}{d\xi} &= \left\langle \frac{Ip}{p_z} \cos \theta \right\rangle - \nu \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\xi = (\omega/c)z = 2\pi z/\lambda$ — безразмерная продольная координата; p , p_z , γ — соответственно модуль поперечного импульса, продольный импульс частиц, релятивистский фактор; $\alpha = eE_\omega/(mc\omega)$, θ — амплитуда и фаза волны; e , m — заряд и масса электрона соответственно; $\mu = \omega_B/\omega$, $\omega_B = eB/m$, ω , λ — параметр магнитного поля, нерелятивистская циклотронная частота, частота и длина волны излучения соответственно; $I = \omega_b^2 \beta_0 / (2\omega^2 n)$, ω_b , β_0 — параметр тока пучка, его плазменная частота и нормированная на скорость света начальная продольная скорость соответственно; $n > 1$ — замедление волны; ν — коэффициент затухания, связанный с распределенным выводом излучения; $\langle f \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f d\theta_0$ — усреднение по начальным фазам.

Граничные условия для лазера — усилителя в случае первоначально вин-

тового моноэнергетичного пучка зададим в виде:

$$\xi = 0, \quad p = p_t, \quad \gamma = \gamma_0, \quad p_z = p_0 = \sqrt{\gamma_0^2 - 1 - p_t^2}, \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha_0, \quad \theta = \theta_0 \in [-\pi, \pi].$$

Наличие потерь не изменяет известного интеграла движения $\kappa = \gamma - p_z/n = \gamma_0 - p_0/n$ [1, 2], отражающего сохранение энергии и импульса в актах излучения фотонов. Из него следует выражение для поперечного импульса электронов

$$p^2 - p_t^2 = (n^2 - 1)(\gamma_0 - 1)^2 \eta(\eta_L - \eta), \quad (3)$$

где $\eta = (\gamma_0 - \gamma)/(\gamma_0 - 1) \rightarrow$ эффективность взаимодействия, а $\eta_L = 2\gamma_0(n\beta_0 - 1)/[(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)]$ — так называемый предельный КПД [1]. Этот КПД положителен при $n > n_G = 1/\beta_0$ и достигает максимума $\eta_L = 1$ при $\kappa = 1$ или $n = n_L = p_0/(\gamma_0 - 1) \equiv (\gamma_0 + 1)/p_0$. Отметим, что в последнем оптимальном случае при точном синхронизме $\mu = 1$, то есть частота излучения равна нерелятивистской циклотронной частоте: $\omega = \omega_B$. В однородных структурах без потерь максимальный КПД значительно ниже предельного (10÷20%), соответствующие оценки приведены в работах [1–3].

Результаты моделирования мазера с распределенным выводом излучения представлены на рис. 1 для энергии электронов 0.1 МэВ, $I = 0.01$, $n = n_L = 3.35$, $\nu = 0.1$, $\mu = 1$, $p_t = 10^{-3}$, $\alpha_0 = 10^{-4}$; 1 — эффективность взаимодействия (η), 2 — амплитуда волны в структуре ($|\alpha| \times 10$), 3 — отношение продольной скорости электронов к фазовой скорости волны ($p_z n/\gamma$), 4 — поперечный импульс (p) и 5 — фазы частиц (θ/π) в зависимости от длины взаимодействия z/λ . На начальном участке происходит фазировка электронов, затем их захват волной и устойчивое торможение. Отбор энергии осуществляется в основном из продольного движения при мало меняющемся поперечном импульсе. Эффективность излучения монотонно возрастает и на достаточно больших длинах стремится к предельной. Отметим, что максимальный КПД мазера с теми же параметрами без потерь ($\nu = 0$) составляет 18%.

2. Рассмотрим фазировку электронов при точном синхронизме с волной: $\Delta = (\mu - np_0 + \gamma_0)/p_0 = 0$, Δ — расстройка. При малых поперечных импульсах инерционной группировкой (с характерной длиной $\xi_i = p_0/[(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)p_t\alpha_0]$) можно пренебречь и учитывать только силовую группировку. Считая на начальном участке продольный импульс и энергию частиц постоянными, решение системы уравнений (1) можно искать в виде: $p = p_t + p_1 \cos \theta_0$, $\theta = \theta_0 - \theta_1 \sin \theta_0$. Линеаризация (1) по

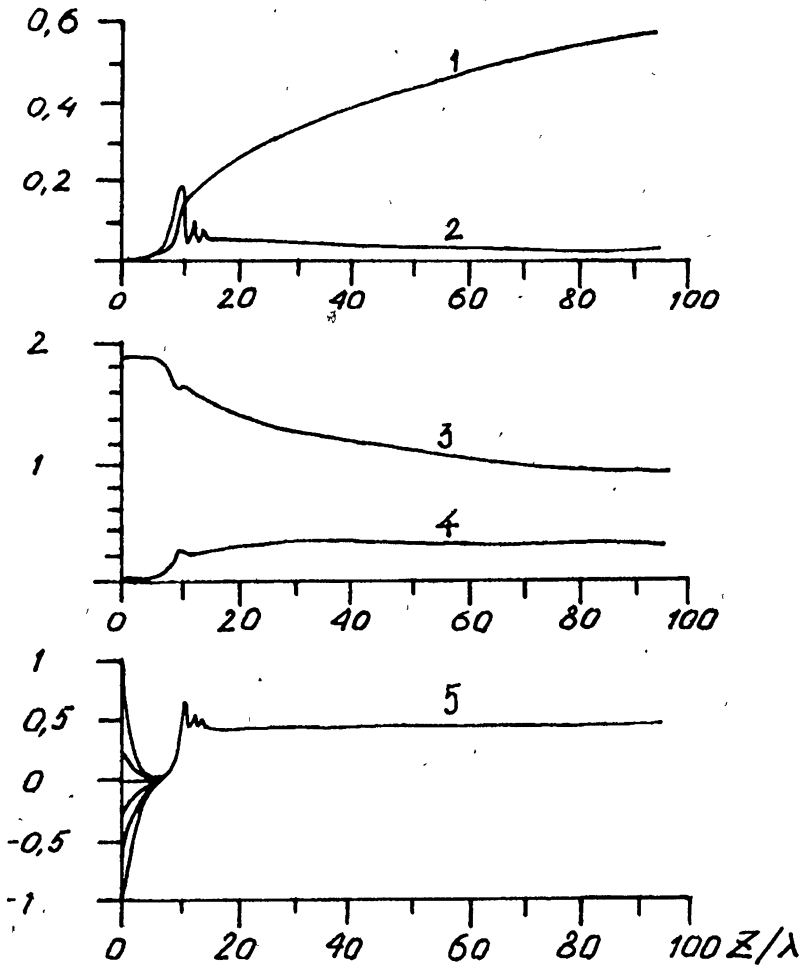


Рис. 1.

переменным p_1 , θ_1 , α позволяет найти следующие инкременты неустойчивости:

$$\Gamma_{1,2} = \pm \sqrt{\Gamma_0^2 + \nu^2/4} - \nu/2, \quad \Gamma_0^2 = I(n\rho_0 - \gamma_0)/\rho_0^2. \quad (4)$$

При аномальном эффекте Доплера $\Gamma_0^2 > 0$ (Γ_0 — инкремент в отсутствие потерь) и $\Gamma_1 > 0$ при любых потерях ν . Соотношения (4) позволяют определить длину силовой фазировки:

$$\xi_f = (1/\Gamma_1) \ln [2\rho_1\rho_0(\Gamma_1 - \Gamma_2)/[\alpha_0(n\rho_0 - \gamma_0)]]. \quad (5)$$

При ненулевых расстройках синхронизма можно получить:

$$\Gamma_1 = \frac{(s_1 - \nu) - i(\Delta + s_2)}{2}, \quad \Gamma_2 = \frac{(-s_1 - \nu) - i(\Delta - s_2)}{2}, \quad (6)$$

$$s_{1,2} = \sqrt{\frac{\sqrt{A^2 + B^2} \pm A}{2}}, \quad A = 4\Gamma_0^2 + \nu^2 - \Delta^2, \quad B = 2\nu\Delta.$$

Действительная часть Γ_1 всегда положительна; при $\Delta = 0$ она максимальна и соответствует выражению (4).

После фазировки электронов рост их поперечного импульса и амплитуды волны продолжается с инкрементами (4, 6) до захвата, причем его длину можно оценить аналогичным (5) соотношением:

$$\xi_s = (1/\Gamma_1) \ln [p_s p_0 (\Gamma_1 - \Gamma_2) / [\alpha_0 (n p_0 - \gamma_0)]], \quad (7)$$

где p_s — максимальный поперечный импульс. Таким образом, частицы успеют сфазироваться, если их начальный поперечный импульс не превышает некоторого значения: $p_t < p_s/2$; для параметров численного примера рис. 1 $p_s \approx 0.1$ и соответственно $p_t < 0.05$. Оценки (4)–(7) хорошо согласуются с результатами численного моделирования.

3. Анализ взаимодействия в режиме захвата электронов проведем сначала для первоначально прямолинейного пучка ($p_t = 0$), когда в уравнениях (1) можно снять усреднение по начальным фазам и рассматривать одну частицу. Такое рассмотрение справедливо и для малых начальных поперечных импульсов, если пучок до захвата сфазирован.

Отметим, что закон сохранения энергии в соответствии с системой уравнений (1) можно записать в виде:

$$\alpha^2 - \alpha_0^2 = 2I(\gamma_0 - 1) \left[\eta - 2\nu \exp(-2\nu\xi) \int_0^\xi \eta \exp(2\nu\xi) d\xi \right],$$

где первое слагаемое в правой части соответствует энергии пучка, идущей на излучение, а второе — выводу излучения из структуры.

Для получения асимптотической оценки эффективности полагаем, что амплитуда волны на достаточно больших длинах затухает экспоненциально ($\alpha = \alpha_L \exp(-\nu_L \xi)$), а фаза меняется медленно вследствие захвата частиц. Последнее оказывается возможным благодаря реактивной электронной нагрузке, соответствующей эффекту Фарадея в пучке [8]. Тогда получим соотношения:

$$\alpha = \frac{Ip \cos \theta}{(\nu - \nu_L) p_z} \approx \frac{Ip \sin \theta}{(1 + \mu)}, \quad \frac{\cos \theta}{p_z} \approx \frac{(\nu - \nu_L) \sin \theta}{(1 + \mu)},$$

с помощью которых (и используя (3)) уравнение для энергии электронов можно представить в виде:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = A(\eta_L - \eta), \quad A = \frac{I(\nu - \nu_L) \sin^2 \theta}{(1 + \mu)^2} (n^2 - 1)(\gamma_0 - 1)\eta_L. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) очевидно: $\eta = \eta_L [1 - \exp(-A\xi)]$ и согласуется со сделанным предположением о затухании волны при условии $A = 2\nu_L$, откуда следует

$$\nu_L = \frac{B\nu}{1+B}, \quad B = \frac{I \sin^2 \theta}{2(1+\mu)^2} (n^2 - 1)(\gamma_0 - 1)\eta_L. \quad (9)$$

При оптимальных условиях ($n = n_L$, $\eta_L = 1$, $\mu = 1$, $\theta = \pi/2$) параметр $B = I/4$ и для реальных электронных потоков мал ($I \ll 1$). Тогда из (9) получим оценки:

$$A \approx I\nu/2, \quad \nu_L = A/2 \approx I\nu/4. \quad (10)$$

В этом случае эффективность мазера при больших длинах взаимодействия асимптотически стремится к 100%.

На рис. 2 приведены зависимости КПД мазера при длине взаимодействия $z/\lambda = 100$ (кривая 1) и инкрементов на начальной стадии $2 \times \Gamma_1$ (кривая 2) и на стадии захвата $A \times 100$ (кривая 3) от коэффициента затухания ν при указанных для рис. 1 параметрах. Захват пучка становится определяющим при $\nu > 0.01$, что соответствует затуханию примерно $0.6/\lambda$ в дБ ($\nu = 1$ соответствует $40\pi/\ln 10 = 54.64/\lambda$ в дБ). С ростом потерь в соответствии с (10) увеличивается "инкремент" на стадии захвата и соответственно КПД. Несмотря на низкий темп отбора энергии пучка из-за малой амплитуды волны КПД может быть высоким за счет большой длины взаимодействия. Этот эффект можно рассматривать как пример самоорганизации нелинейной диссипативной системы.

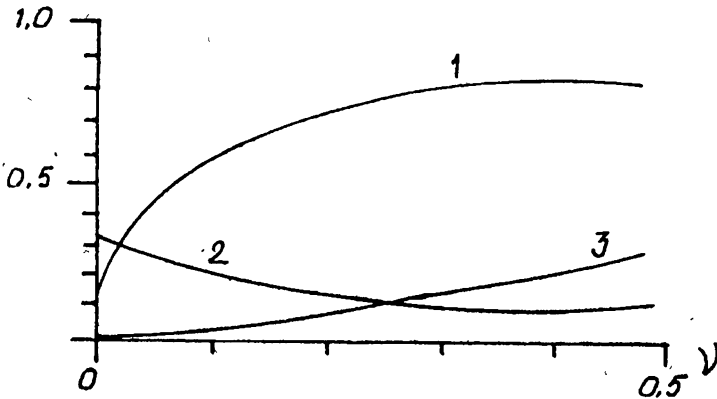


Рис. 2.

Зависимость КПД от магнитного поля (рис. 3, $\nu = 0.1$) имеет резонансный характер. Эффективность (кривая 1) максимальна при расстройке $\Delta \approx -\Gamma_0$ ($\mu \approx 1 - \Gamma_0 p_0$), соответствующей левой границе полосы усиления и убывает с увеличением магнитного поля до ее правой границы

($\mu \approx 1 + \Gamma_{0p_0}$), хотя инкремент на начальном участке $2 \times \Gamma_1$ (кривая 2) максимален при точном синхронизме.

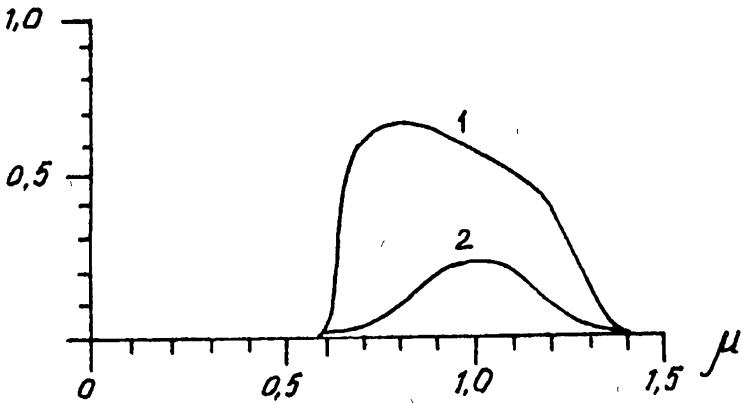


Рис. 3.

Изучена зависимость КПД от начального поперечного импульса p_t (рис. 4): 1 — при $\nu = 0.1$, $\Delta = 0$, 2 — при $\nu = 0$, $\Delta = 0$. С его ростом увеличивается длина силовой группировки ξ_f (см. (5)), что ухудшает фазировку пучка в момент захвата, повышает амплитуду колебаний частиц в яме и в результате приводит к снижению КПД. Отметим, что с повышением тока пучка КПД и допустимый разброс поперечных импульсов возрастают.

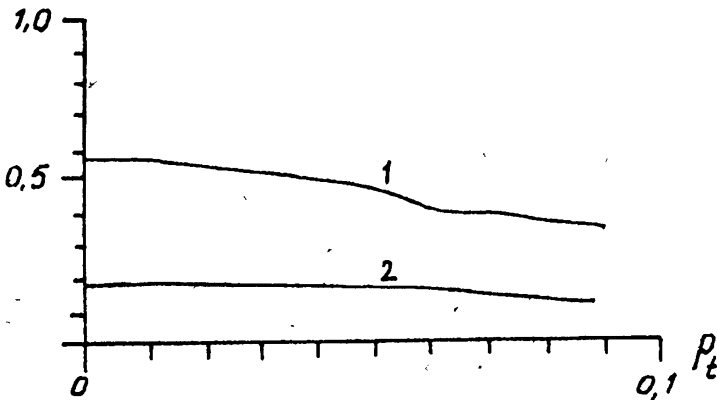


Рис. 4.

Таким образом, распределенный вывод излучения в лазере на аномальном эффекте Доплера качественно изменяет характер взаимодействия электронного пучка с волной и позволяет обеспечить их длительный синхронизм в результате захвата частиц в тормозящую фазу поля, что дает возможность достижения высокой эффективности, близкой к предельной.

В отличие от известных режимов захвата дополнительного замедления волны не требуется.

Рассмотренный режим может представлять интерес при разработке мощных микроволновых устройств усилительного типа, причем наличие распределенных потерь в принципе позволяет устранить возможность самовозбуждения.

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда, грант № M4D000.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург Н. С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. N 4. С. 470; 1986. Т. 29. N 6. С. 728.
2. Жураховский В. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. N 4. С. 485.
3. Кубарев В. А., Черепенин В. А. //Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. N 4. С. 634.
4. Корженевский А. В., Черепенин В. А. //ЖТФ. 1989. Т. 59. N 11. С. 48.
5. Пчельников Ю. Н. //Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. N 4. С. 532.
6. Sprangle P. A., Tang C. M., Manheimer W. M. //Phys. Rev. A. 1980. V. 21. N 1. P. 302.
7. Гинзбург Н. С., Манькин И. А., Поляк В. Е. и др. //В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький, 1988. Вып. 5. С. 37.
8. Кубарев В. А., Черепенин В. А. //Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. N 2. С. 309.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
10 июля 1995 г.

ELECTRON BEAM AUTOPHASING AND TRAPPING IN ANOMALOUS DOPPLER MASER WITH DISTRIBUTED RADIATION EXTRACTION

V. A. Kubarev

Distributed radiation extraction changes qualitatively the electron beam interaction with an electromagnetic wave. Asymptotically complete beam energy transformation to radiation is possible in anomalous Doppler maser as a result of electron trapping.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ДВУПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОДНОЗНАЧНЫХ РЕЖИМОВ КОЛЕБАНИЙ

*А. В. Андрушкевич, А. А. Кипчатов, Л. В. Красичков,
А. А. Короновский*

Приведены результаты натурального и численного экспериментов по исследованию неоднозначности поведения двухчастотного генератора с кусочно-линейной характеристикой, демонстрирующего переход к хаосу через разрушение квазипериодических колебаний. Построены подробные многолистные двухпараметрические карты режимов на плоскости управляющих параметров. Особое внимание уделено исследованию неоднозначного поведения вблизи линии бифуркации Хопфа.

Переход к хаосу через разрушение квазипериодических колебаний давно и тщательно исследуется. Для двухчастотных систем стала общепринятой картина возникновения хаотических колебаний через последовательность удвоений периода резонансных траекторий на двумерном торе [1]. Такое поведение отлично иллюстрируется двухпараметрической бифуркационной диаграммой отображения окружности на себя [2]. В реальных потоковых системах такая картина может значительно трансформироваться и часто становится неузнаваемой за счет неоднозначности колебательных режимов, т.е. сосуществования нескольких аттракторов при одинаковых значениях управляющих параметров. Возможный путь трансформации карты режимов при изменении свойств двухчастотных систем связан со значительным расширением простых ключевых синхронизации, для которых соотношение собственных частот системы может быть записано как $1/n$, и подавлением более сложных резонансов вида m/n . В предельном случае остаются только простые синхронные режимы, а квазипериодические колебания полностью исчезают. Такое поведение уже не связывается с двухчастотной динамикой и диагностируется как явление добавления периода [1, 3].

В реальных часто встречающихся двухчастотных системах имеют место все вышеперечисленные явления. Настоящая работа направлена на экспериментальное исследование колебаний именно такого двухчастотного генератора, демонстрирующего сложное неоднозначное поведение, и имеет своей целью построение двухпараметрических многолистных бифуркационных диаграмм, характеризующих сложную картину разрушения квазипериодических колебаний в реальном эксперименте.

В качестве исследуемого объекта выбран простейший радиотехнический генератор с кусочно-линейной характеристикой [4]. Такой выбор объясняется наличием для схем с кусочно-линейными характеристиками адекватных математических моделей, дающих не только качественное совпадение результатов натурального и численного моделирования, но и точное количественное соответствие бифуркационных значений управляющих параметров [1, 5, 6].

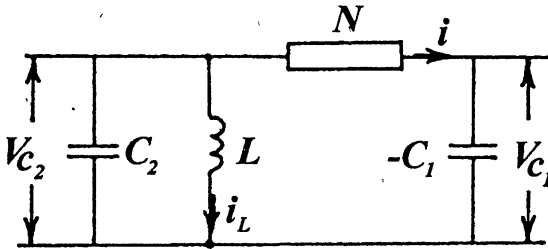


Рис. 1. Эквивалентная схема генератора типа "свернутого тора".

Генератор представляет собой радиотехническую схему третьего порядка (рис. 1), состоящую из индуктивности L , ёмкостей C_1 и C_2 и нелинейного элемента N , который имеет трёх-сегментную кусочно-линейную вольт-амперную характеристику (ВАХ). Данная схема описывается дифференциальными уравнениями, полученными на основе законов Кирхгофа:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} &= -g(V_{C2} - V_{C1}), \\ C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} &= \\ &= -g(V_{C2} - V_{C1}) - i_L, \end{aligned} \quad (1)$$

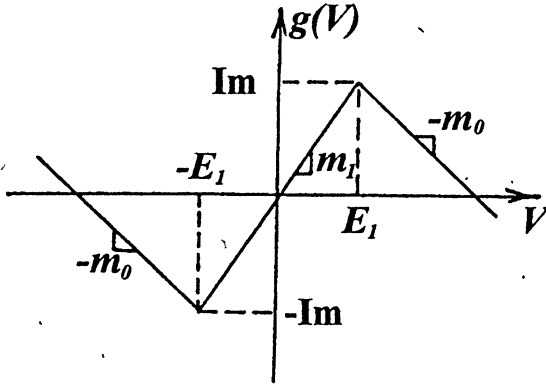


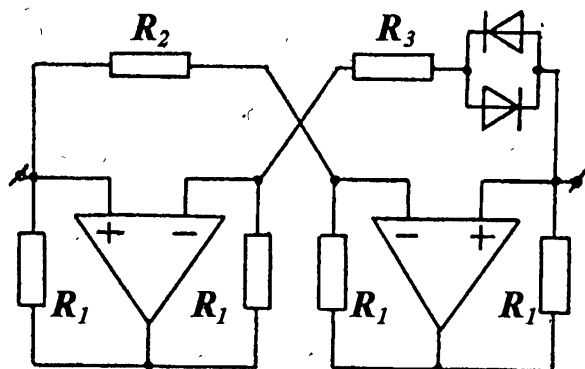
Рис. 2. ВАХ кусочно-линейного элемента N .

где V_{C1} , V_{C2} , i_L — напряжения на емкостях C_1 и C_2 и ток через индуктивность L , соответственно, $g(V)$ — кусочно-линейная функция, которая описывает ВАХ нелинейного элемента и имеет вид:

$$g(V) = -m_0 V + \frac{1}{2} (m_0 + m_1) [|V + E_1| - |V - E_1|].$$

Смысл параметров ВАХ ясен из рисунка 2. Нелинейный элемент может быть практически реализован с помощью двух операционных усилителей и шести линейных резисторов (рис. 3).

$$L \frac{di_L}{dt} = V_{C2},$$

Рис. 3. Принципиальная схема кусочно-линейного элемента N .

Исходная система дифференциальных уравнений (1) может быть приведена к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= -\frac{\alpha}{\gamma} f(y-x), \\ \frac{dy}{d\tau} &= -\frac{1}{\gamma} [f(y-x) + z], \\ \frac{dz}{d\tau} &= \gamma y, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} x &= \frac{VC_1}{E_1}, \quad y = \frac{VC_2}{E_1}, \quad z = \frac{i_L}{I_m}, \\ \tau &= \frac{t}{(LC_2)^{1/2}}, \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \gamma = \frac{1}{m_1} \frac{\sqrt{C_2}}{\sqrt{L}}, \\ f(\xi) &= -\frac{m_0}{m_1} \xi + \frac{1}{2} \left(\frac{m_0}{m_1} + 1 \right) [|\xi + 1| - |\xi - 1|], \quad \frac{m_0}{m_1} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Как следует из [4], в фазовом пространстве поведению системы соответствует двумерный тор и предельный цикл, лежащий внутри данного тора. При $\alpha < 1$ предельный цикл является устойчивым, а тор — неустойчивым. При пересечении линии $\alpha = 1$, характер устойчивости меняется на противоположный, и имеет место субкритическая бифуркация Хопфа. Поскольку система обладает двумя собственными частотами, одна из которых обусловлена колебательным контуром LC_2 , а вторая — подцепочкой NLC_1 , то наблюдаемые режимы удобно классифицировать исходя из чисел вращения, как это сделано в работах [4, 7, 8]: если n — число оборотов фазовой траектории на двумерном торе вокруг его оси симметрии, а m — число оборотов фазовой траектории вокруг линии, проходящей через центры всех поперечных сечений тора (фактически, вокруг неустойчивого предельного цикла), то $\rho = m/n$ — будет числом вращения. Как

показано в [4], система способна демонстрировать квазипериодические (ρ — иррационально), сложнопериодические (ρ — рационально) и хаотические колебания.

Карта режимов, построенная на плоскости управляющих параметров, дает наиболее полную и целостную информацию о поведении динамической системы. Поэтому, с целью дальнейшего исследования данной динамической системы, нами был практически реализован генератор типа “свернутого тора” по приведенной выше схеме (рис. 1). При выбранных элементах схемы: $C_1 = 0,05 - 1$ нФ, $C_2 = 1$ нФ, $L = 2,5 - 30,0$ мГн, $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 7$ кОм, $R_3 = 4,9$ кОм, основная частота составила $f = 180 - 630$ кГц. По аналогии с работами [6, 9], экспериментально снята карта режимов колебаний на плоскости управляющих параметров α и γ (рис. 4).

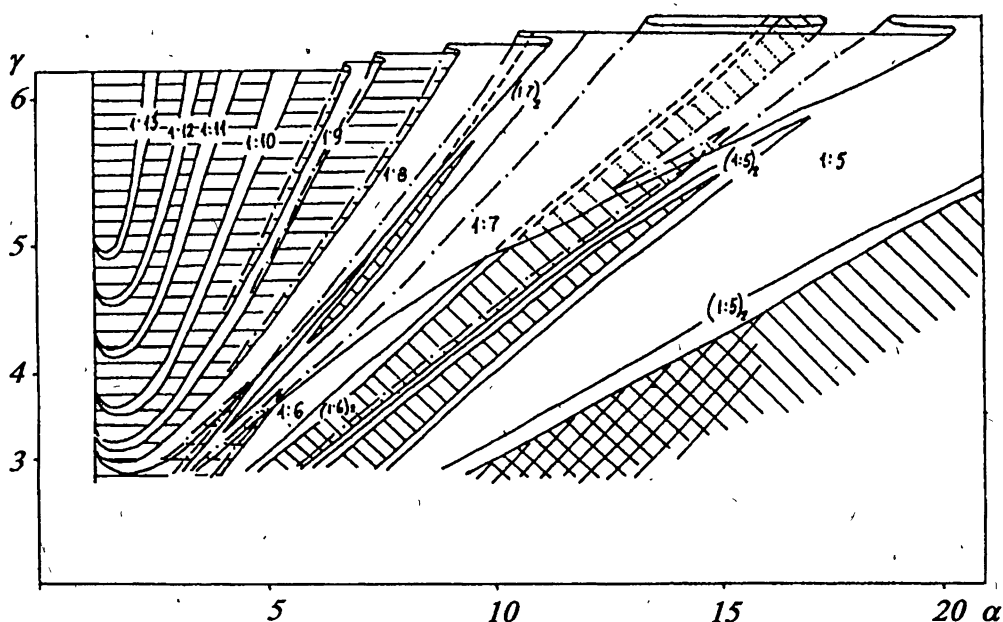


Рис. 4. Плоскость управляющих параметров α и γ (натурный эксперимент).

В натурном эксперименте варьировалась емкость $C_1 \sim 1/\alpha$ и индуктивность $L \sim 1/\gamma^2$. Для идентификации режимов колебаний использовались спектр-анализатор и осциллограф, на экране которого наблюдались проекции фазовых портретов на плоскость $V_{C_1} - V_{C_2}$ (напряжения на емкостях C_1 и C_2 , соответственно).

На карте режимов горизонтальной штриховкой показаны области квазипериодических, наклонной штриховкой — хаотических колебаний, а двойной штриховкой — область параметров, поведение системы в которой остается до конца невыясненным из-за сгущения бифуркационных линий.

Также на карте показаны области сложнопериодических колебаний, которые классифицируются с помощью чисел вращения.

Для данной системы характерна неоднозначность поведения (мультистабильность) на плоскости управляющих параметров. В точке с фиксированными параметрами α и γ система может демонстрировать не один, а несколько режимов колебаний, в зависимости от начальных условий. Эта особенность динамики на плоскости управляющих параметров отражается гистерезисными складками и наличием нескольких листов, наложенных друг на друга, на каждом из которых реализуется свой колебательный режим. Как видно из рис. 4, на языках Арнольда низких порядков, с увеличением параметра α , происходит переход от сложнопериодических колебаний к хаотическим. На карте режимов, для сохранения наглядности, показано лишь одно удвоение периода (например, $(1:6) \rightarrow (1:6)_2 \rightarrow (1:6)_x$), хотя в действительности нам удавалось наблюдать до трех удвоений, что позволяет с уверенностью говорить о переходе к хаосу по сценарию Фейгенбаума, через каскад бифуркаций удвоения периода.

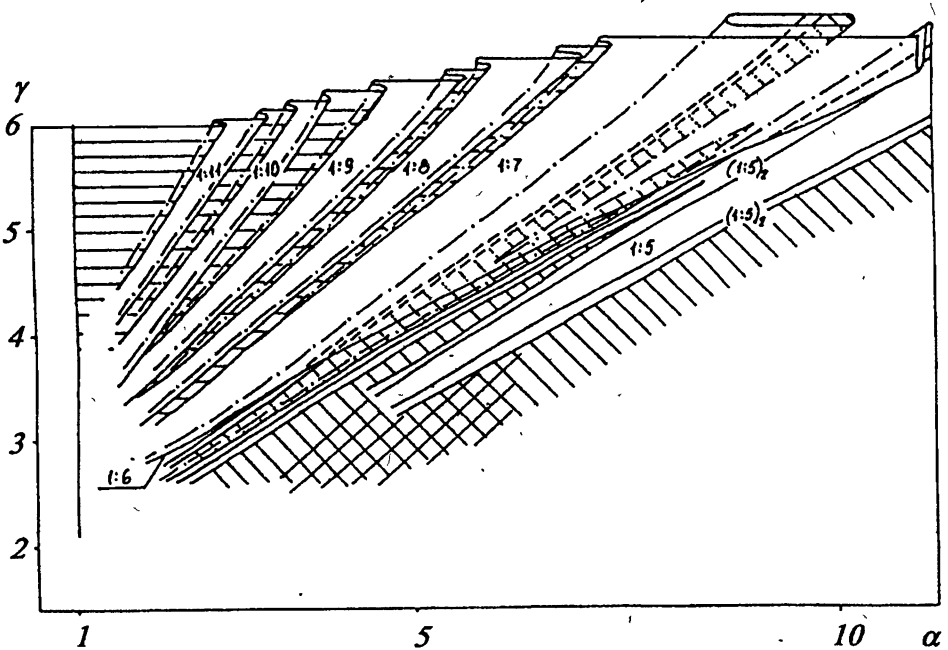


Рис. 5. Плоскость управляющих параметров α и γ (численный эксперимент).

Языки Арнольда “стягиваются” к линии бифуркации Хопфа. Однако, после проведения натурального эксперимента, полной уверенности, что они ведут себя именно так, как показано на рисунке 4, не было. Проблема заключалась в том, что для детального исследования поведения языков Ар-

нольда при α , близких к $\alpha = 1$, где наблюдаемые режимы очень "тонкие", необходимо было варьировать параметр $\gamma \sim 1/\sqrt{L}$ в широком диапазоне, что сопряжено с трудностями технического характера.

Для решения этой задачи, а также для подтверждения результатов натурального эксперимента, было проведено численное моделирование системы уравнений (2) методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом $h = 0,04$. Компьютерная карта режимов, аналогичная карте, снятой в ходе натурального эксперимента, строилась по семейству однопараметрических бифуркационных диаграмм, полученных при адиабатически медленном изменении параметра q , связанного с управляющими параметрами системы (2) соотношениями $\alpha = a + bq$, $\gamma = c + dq$. Величины a, b, c, d определяли прямую на плоскости α, γ , вдоль которой строились бифуркационные диаграммы. Каждая бифуркационная диаграмма строилась дважды: в первом случае управляющий параметр увеличивался, а во втором — уменьшался. Значения параметра, при которых происходил переход от одного режима колебаний к другому, для обеих бифуркационных диаграмм сравнивались между собой. Если эти два значения различались, то это свидетельствовало о неоднозначности поведения системы в данной области изменения управляющего параметра, а на карте режимов это обстоятельство изображалось гистерезисной складкой.

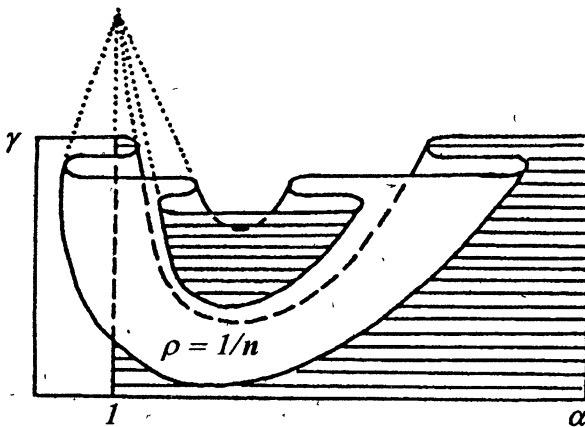


Рис. 6. Поведение листа синхронизации вблизи линии бифуркации Хопфа.

осуществляется через последовательность бифуркаций удвоения периода. К сожалению, из-за сгущения бифуркационных линий, осталось неясным, что происходит за листом синхронизации периода 5 (область, показанная двойной штриховкой на рисунках 4 и 5). Ни натуральный эксперимент, ни численное моделирование уравнений (2) не позволили установить, как ведут себя листы, на которых реализуются колебания, имеющие период меньше 5. По-видимому, здесь необходим иной подход к исследованию

Сопоставление рисунков 4 и 5 позволяет говорить о хорошем качественном соответствии результатов натурального и численного экспериментов. Действительно, обе карты почти полностью повторяют друг друга: видны одни и те же режимы колебаний, переход от сложнопериодических колебаний к хаотическим осу-

данной динамической системы.

В ходе численного эксперимента выяснено, как расположены листы синхронизации вблизи линии бифуркации Хопфа. Каждый лист (рис. 6) как бы "экранируется" листами квазипериодических колебаний. Границы складок стягиваются в точку, лежащую на линии бифуркации Хопфа. Характерно "нависание" языка Арнольда над областью карты, где реализуется устойчивый предельный цикл ($\alpha < 1$) (следует отметить, что эта особенность наблюдалась и в натурном эксперименте для листов синхронизации низких порядков). С увеличением α и γ , языки Арнольда расширяются, складки "разбегаются" к границам листов. На листах низких порядков рождается хаос через каскад бифуркаций удвоения периода. Однако, это явление не наблюдается для листов высоких порядков. Кроме того, различные листы синхронизации перерываются, образуя складки и "рукава". Так, при больших значениях параметра γ , лист периода 7, расширяясь, полностью "заслоняет" лист периода 6 (рис. 4, 5). Сложнопериодический режим $(1 : 6)$ и режимы, рожденные на его базе $((1 : 6)_2, (1 : 6)_4, (1 : 6)_x)$, оказываются в "рукаве", попасть в который можно лишь при одновременном увеличении параметров α и γ , начиная "движение" по плоскости управляющих параметров из области малых значений α и γ .

На рисунке 7 приведен фрагмент карты режимов, где показано поведение трех языков Арнольда вблизи линии бифуркации Хопфа. Сечения соответствуют плоскостям $\gamma = \text{const}$ и $\alpha = 1$ (плоскость бифуркации Хопфа). Каждый лист синхронизации ведет себя так, как это было описано выше. Точка "крепления" листа к линии бифуркации Хопфа лежит тем выше по γ , чем больше период n . Ясно, что остальные листы ведут себя аналогично. Следует, однако, отметить, что приведенная картина в достаточной степени условна: между листами синхронизации $1/n$ и $1/(n-1)$ лежат листы более высоких порядков (в частности, $1/(2n-1)$), которые ведут себя подобным образом. На рисунке эти листы не показаны, чтобы не загромождать картину.

Из приведенных результатов видно, что поведение системы в пространстве управляющих параметров достаточно сложно: языки Арнольда и квазипериодические области нависают друг над другом, образуя "слоенный пирог". Это существенно затрудняет понимание поведения системы. Кроме этого, листы синхронизации не полностью подобны друг другу. Так, на листе $(1 : 7)$ хаос рождается в виде "островка" у левого края листа, на листе $(1 : 6)$ — у правого края листа, а на листе $(1 : 5)$ — в двух отдельных областях, что нетипично для более простых моделей, описывающих возникновение хаоса при разрушении квазипериодических колебаний [10]. А далее (листы $(1 : 4)$ и меньше); по-видимому, происходит перекрытие бассейнов притяжений сосуществующих аттракторов, что рождает еще более сложную картину бифуркационных линий и хаотических режимов.

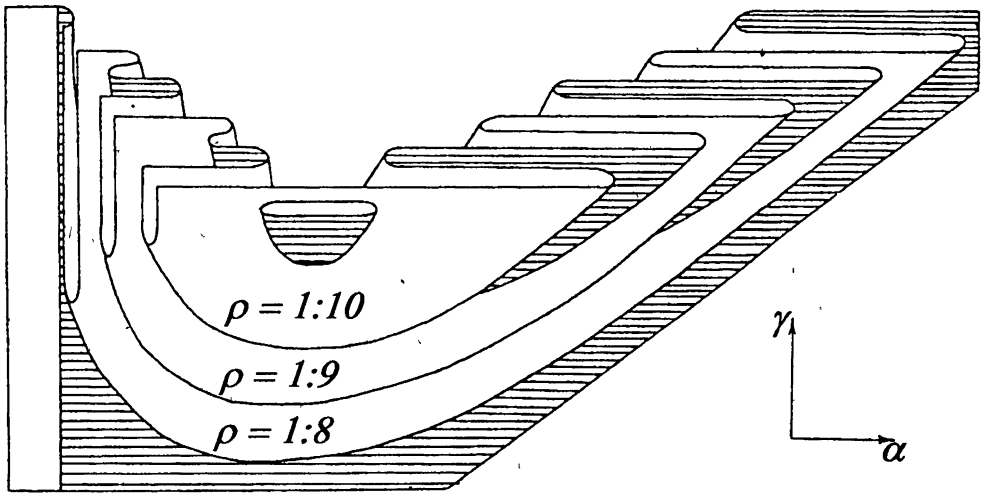


Рис. 7. Поведение трех листов синхронизации вблизи линии бифуркации Хопфа.

В заключение мы хотим выразить благодарность и огромную признательность профессору Д. И. Трубецкову за постоянное внимание, всестороннюю помощь и поддержку, без которой данная работа просто не могла бы быть выполнена.

Работа выполнена при частичной поддержке программой "Университеты России".

ЛИТЕРАТУРА

1. Kaneko K. // Progress of Theoretical Physics, May 1983. V. 69. №5. P. 1427.
2. Rand D., Ostland S., Sethua J., Siggia E. D. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. №2. P. 132.
3. Perez J. // Phys. Rev. A. 1985. V. 32. №4. P. 2513.
4. Matsumoto T., Chua L. O., Tokunaga R. // IEEE Trans. Circuits and Syst. 1987. V. 34. №3. P. 240.
5. Matsumoto T., Chua L. O., Tokunaga R. // IEEE Trans. Circuits and Syst. 1985. V. CAS-32. №8. P. 797.
6. Андрушкевич А. В., Кипчатов А. А., Красичков Л. В., Короновский А. А. // Изв. ВУЗов. ПНД, 1993. Т. 1. №1, 2. С. 93.
7. Eriksson A. B., Einarsson N., Ostlund S. // Physica D. 1992. V. 57. P. 58.
8. Parlitz U., Lanterborn W. // Phys. Rev. A. 1987. V. 36. №3. P. 1482.
9. Андрушкевич А. В., Кипчатов А. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1990. Т. 33. №4. С. 431.

10. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Сатаев И. Р. // Изв. ВУЗов. ПНД. 1993. Т. 1. № 3, 4. С. 17.

Гос. университет,
учебно-научный центр
"Колледж", г. Саратов

Поступила в редакцию
11 ноября 1994 г.

**EXPERIMENTAL TWO-PARAMETER STUDY OF CO-EXISTING
OSCILLATION REGIMES IN TORUS BREAKDOWN**

A. V. Andrushkevich, A. A. Kipchatov, L. V. Krasichkov, A. A. Koronovskiy

The quasiperiodic breakdown routes to chaos in the piecewise linear two-frequency oscillator are studied on the basis of radiotechnical experiments and numerical computations. The fine structure of the multistable behavior of phase-locking regions of Arnold's tongues near the line of Hopf bifurcation on the two-parameter bifurcation diagram is plotted.

УСЛОВИЯ САМОСИНХРОНИЗАЦИИ МОД В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ИНЖЕКЦИОННОМ ЛАЗЕРЕ С ВНЕШНИМ РЕЗОНАТОРОМ

В. А. Юревич

Представлены результаты расчетно-аналитического изучения особенностей временной структуры инжекционных лазеров с постоянной накачкой с учетом рефракционной нелинейности, регистрируемой в оптических полупроводниках на основе *GaAs*. Качественный анализ системы динамических уравнений для светового поля и инверсной заселенности лазерного диода, оптически согласованного с внешним резонатором, указывает на возможность реализации режима синхронизации мод без использования дополнительных модулирующих устройств только за счет автомодуляционного эффекта, связанного с нелинейностью активного слоя лазерного диода.

В работах [1, 2] сообщалось о том, что синхронизация мод в полупроводниковом лазере может достигаться за счет внешнего резонатора, содержащего нелинейный элемент. Известно однако, что в инжекционных лазерах на основе *GaAs* довольно существенна зависимость показателя преломления от заселенности возбужденного состояния [3], что значительно повышает уровень фазовой модуляции излучения. Колебания числа фотонов в резонаторе ведут к изменению скорости излучательных переходов и, следовательно, к колебаниям концентрации носителей. Обусловленные этим вариации показателя преломления помимо деформации и дополнительного уширения спектральной полосы лазера способны вызвать эффективную автоперестройку излучения в ходе генерации. В сочетании с внешним резонатором нелинейный лазерный полупроводниковый диод (ППД) образует оптическую колебательную систему, где могут быть реализованы режимы излучения, параметрами которых можно управлять без использования внешних модулирующих устройств.

Результаты многих работ посвящены изучению причин существования и наблюдения автоколебательных режимов генерации лазеров [4–6], включая полупроводниковые, когда временная структура излучения представлена регулярной последовательностью незатухающих всплесков интенсивности светового поля. Было показано, в частности, что такие автоколебания интенсивности наблюдаются в реальных лазерных системах с внешним резонатором и постоянной накачкой [7]. Расчетный анализ по-

зволил связать причину их возникновения с мультистабильными и гистерезисными свойствами связи характеристик излучения с добротностью системы, образованной активной и пассивной частями резонатора. Измерения, проведенные для полосковых ППД типа ИЛПН-102, оптически согласованных с внешним резонатором, показали, что временная развертка интенсивности включает автоколебательную составляющую с длительностью и периодом, определяемыми соотношением параметра накачки и релаксационных характеристик среды, в субнано- и наносекундном диапазоне. Наряду с этим отчетливо наблюдается контрастная субструктура импульсов с периодами, соответствующими как времени обхода светом внешнего резонатора, так и времени обхода светом длины ППД.

Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений в частных производных для напряженности светового поля с частотой ω , совпадающей с одной из мод лазера, и концентрации носителей с граничными условиями, соответствующими отражению и интерференции световых потоков на торцах диода и внешнем отражателе (рис. 1), в пространственно-временном аспекте рассмотрения задачи подтверждает возможность существования таких режимов [8]. Изменение показателя преломления активного слоя считалось пропорциональным изменению концентрации свободных носителей заряда с коэффициентом связи σ , значение которого измерялось для различных оптических полупроводников на основе $GaAs$ [3]; в расчетах, приводимых ниже, принимается, что его величина может лежать в пределах $-(3 \dots 7) \cdot 10^{-21} \text{ см}^{-3}$.

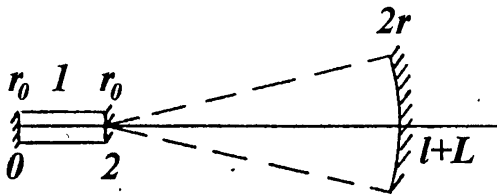


Рис. 1. 1 — лазерный диод, 2 — внешний отражатель.

Усреднение переменных за период однократного прохода света вдоль активного слоя, проведенное аналогично [6], в уравнениях для безразмерных амплитуд светового поля встречных волн в резонаторе с учетом граничных условий позволяет перейти к системе интегро-дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию излучения лазерного диода. В предположении относительно слабого изменения концентрации носителей по длине активного слоя ППД такая система, согласно [6], допускает дальнейшее упрощение и включает уравнение для относительной инверсной заселенности $n(t)$, решаемое совместно с рекуррентными соотношениями для напряженностей световых полей $\mathcal{E}(t)$, $\mathcal{E}_R(t)$ в среде и резонаторе, учитывающими пространственную разнесенность элементов резонатора:

$$\mathcal{E}(t) = \sqrt{r_0} \mathcal{E}(t - \tau) G(t) - (1 + \sqrt{r_0}) \sqrt{r} \mathcal{E}_R(t - T);$$

$$\mathcal{E}_R(t) = -(1 - \sqrt{r_0}) \mathcal{E}(t) G(t) - \sqrt{r_0 r} \mathcal{E}_R(t - T), \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{\tau_1} (\alpha - n - 2n \mathcal{E}^* \mathcal{E}).$$

Здесь $G(t) = \sqrt{r_0} e^{Y [n(t) + n(t - \tau)] / 2 - i\beta \left\{ [n(t) + n(t - \tau)] / 2 - 1 \right\}}$; $T = 2 \frac{L}{c}$, $\tau = \frac{2\eta l}{c}$; $\beta = \frac{4\pi \omega \sigma}{cY} \mathcal{N} l$; \mathcal{N} — концентрация активных частиц в единице объема, r_0, r — коэффициенты отражения торца ППД и внешнего зеркала, α — параметр тока накачки (по отношению к пороговому уровню усиления Y), η — показатель преломления активного слоя в отсутствие генерации, l — его длина, L — расстояние от торца лазерного диода до внешнего отражателя, τ_1 — время спонтанной рекомбинации свободных носителей. Влияние автомодуляционного эффекта, создаваемого нелинейной рефракцией среды ППД на частоте генерации, учитывается присутствием динамической фазовой компоненты в переменном параметре $G(t)$, характеризующем эффективное усиление диода.

Расчеты генерации на основе модели (1) проводились для начальных условий, соответствующих пороговому уровню усиления $n(t_0) > 1$ при $Y = \ln \frac{1 + \sqrt{r_0 r}}{r + \sqrt{r_0 r}}$ и относительно небольших значениях инициирующего поля с несущей частотой $\omega - \mathcal{E}(t = 0) \ll \mathcal{E}_0$ (\mathcal{E}_0 — величина поля, определяемая стационарным решением (1)). Распределение интенсивности начального поля на интервале $[t_0 - T, t_0]$ принималось однородным. При $\beta = 0$ для таких условий рассчитываемая картина излучения лазерного диода представляет последовательность нескольких релаксационных пульсаций интенсивности, после которых режим генерации переходит к стационарному независимо от значений расчетных параметров лазера. При учете возможности фазовой автомодуляции излучения рассчитанная временная структура интенсивности генерации $I(t) = 2|\mathcal{E}(t)|^2$ для различных значений длины внешнего резонатора и накачки (рис. 2) воспроизводит переход от релаксационных пульсаций к автоколебательному режиму с длительностью и периодом следования импульсов в наносекундном диапазоне. Высокочастотная автомодуляция с периодом τ , соответствующая модуляции с частотой межмодовых биений и свидетельствующая о формировании режима синхронизации мод, начинает проявляться на фазе перехода к режиму автоколебаний (на основных графиках такая модуляция выделена схематически, справа воспроизведена ее структура на периоде T после

стабилизации режима). По мере формирования регулярных низкочастотных пульсаций глубина этой модуляции приближается к 100%; определяя режим самосинхронизации мод. Для величин T , соответствующих 6τ , 8τ , 10τ , 12τ , 14τ , в определенной области значений уровня тока накачки и внешнего отражения решения системы (1) могут описывать интересный с точки зрения практического применения в устройствах оптической электроники режим контрастных осцилляций интенсивности, амплитуда огибающей которых меняется в пределах нескольких процентов от некоторого среднего значения интенсивности.

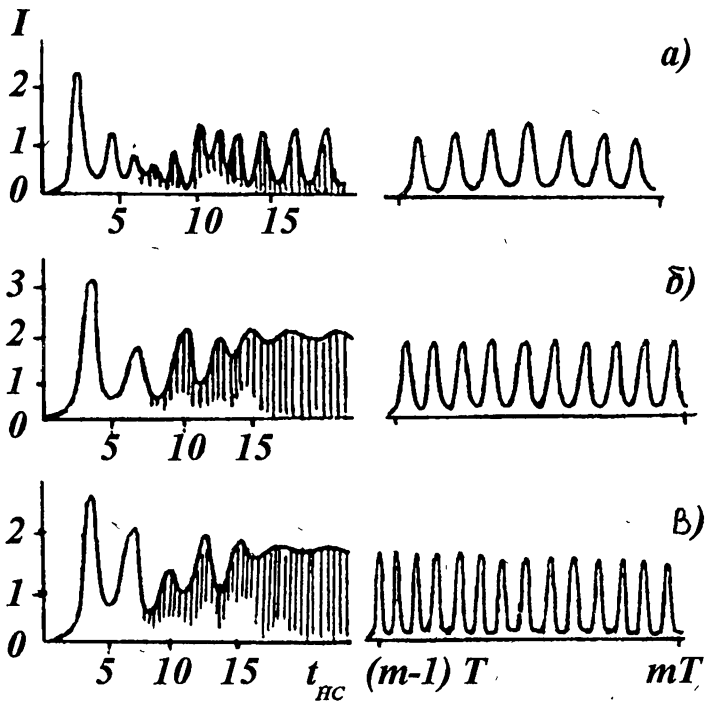


Рис. 2. $L/\eta l = 7$ (а), 10 (б), 14 (в); $\alpha = 1,32$ (а), $1,56$ (б, в); $r = 0,64$ (а, б), $0,72$ (в).

Поведение решений системы уравнений (1) можно исследовать в окрестности особой точки $I_0 = \alpha - 1$, $n_0 = 1$ на фазовой плоскости методами качественной теории. На основе линеаризации системы (1) сформулировано характеристическое уравнение, описывающее спектр гармонических решений для малого отклонения $\Delta I = \sum_j a_j e^{-p_j t}$ вблизи I_0 . В предположении, что $\text{Re } p_j < \frac{1}{T} \ln \frac{1}{\sqrt{r_0 r}}$, это уравнение может быть записано в виде:

$$\frac{r_0 + (r - 2r_0 r) e^{pT}}{1 - r_0 r e^{pT}} \left[\alpha + p\tau_1 - (\alpha - 1)Y \right] + r_0(1 - r_0) \sqrt{r_0 r} \times$$

$$\times \left[\frac{2(\alpha + p\tau_1)}{e^{-pT/2} + r_0 r} - (\alpha - 1)Y \left(\frac{1}{1 + \sqrt{r_0 r}} - \frac{e^{pT}}{1 + \sqrt{r_0 r} e^{pT}} \right) \right] \frac{1 - r e^{pT}}{1 - r_0 r e^{pT}} =$$

$$= (\alpha + p\tau_1) \mathcal{R} e^{pT}, \quad (2)$$

где $\mathcal{R} = \frac{\sqrt{r_0} + \sqrt{r}}{1 + \sqrt{r_0 r}}$, a_j определяются начальными условиями. Полученное соотношение связывает параметры среды, резонатора и уровня накачки со скоростью изменения амплитуды и частотой гармонических решений, характеризуемых соответственно действительной и мнимой составляющими корней уравнения p_j (индекс j в записи (2) опущен). Условие существования незатухающих решений с частотой $\text{Im} p = \frac{2\pi}{\tau}$ позволяет с известным приближением определить область лазерных параметров, в которой возможен режим самосинхронизации мод.

Расчетный анализ характеристического уравнения показал, что в диапазоне значений p , α , τ_1 , соответствующих параметрам обычно используемых лазерных диодов, решения (2) удовлетворяют условию $\frac{2\pi}{\tau} T \approx \approx 4\pi, 8\pi, 12\pi, \dots$. Именно в этой области возможно приближенное решение трансцендентного уравнения (1). В результате решения формулируются аналитические соотношения, связывающие параметры накачки и лазерного резонатора, при которых существуют незатухающие колебания интенсивности с периодом τ в окрестности I_0 :

$$T = 2k\tau - \frac{\tau}{\tau_1} \left[\left(\alpha + \frac{\varkappa \tau_1}{2k\tau} \right) \mathcal{R}_2 - (\alpha - 1)\mathcal{R}_1 \right] \left(4\pi^2 \mathcal{R}_4 + \frac{\varkappa}{4k^2} \mathcal{R}_2 \right)^{-1},$$

$$\alpha = 1 + \frac{\mathcal{R}_2}{\mathcal{R}_1 Y - \mathcal{R}_2} \left(1 + \frac{\varkappa \tau_1}{2k\tau} \right) +$$

$$+ \frac{16k^2 \pi^2 \mathcal{R}_4 + \varkappa \mathcal{R}_2}{\varkappa (\mathcal{R}_1 Y - \mathcal{R}_2) \mathcal{R}_4 + (\mathcal{R}_3 Y - \mathcal{R}_4) (16k^2 \pi^2 \mathcal{R}_4 + \varkappa \mathcal{R}_2)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_4 - \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_1 Y - \mathcal{R}_2} \left(1 + \frac{\varkappa \tau_1}{2k\tau} \right) Y - \left[\left(\frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_4 - \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_1 Y - \mathcal{R}_2} \left(1 + \frac{\varkappa \tau_1}{2k\tau} \right) Y \right)^2 + \right. \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\mathcal{R}_3 Y - \mathcal{R}_4}{\mathcal{R}_1 Y - \mathcal{R}_2} \left(4\pi^2 \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_2 \frac{\varkappa}{4k^2} \right) + \mathcal{R}_4 \frac{\varkappa}{4k^2} \right) \frac{\tau_1^2}{\tau^2} \right]^{1/2} \right\}, \quad (3)$$

$$\mathcal{R}_1 = r_0 \mathcal{F} + (1 - 2r_0)r + 2(1 - r_0) \sqrt{r_0 r} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{r_0 r}} + \frac{1}{\mathcal{F} + \sqrt{r_0 r}} \right) (\mathcal{F} - r),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_2 &= r_0 \mathcal{F} + (1 - 2r_0)r + 2(1 - r_0)\sqrt{r_0 r} \frac{\mathcal{F} - r}{\sqrt{\mathcal{F}} + \sqrt{r_0 r}} - \mathcal{R}(\mathcal{F} - r) e^{\alpha/2k}, \\ \mathcal{R}_3 &= \left\{ r_0 + (1 - r_0)\sqrt{r_0 r} \left[\frac{1}{1 + \sqrt{r_0 r}} + \frac{1 + \sqrt{r_0 r}}{(\mathcal{F} + \sqrt{r_0 r})^2} \right] \right\} \mathcal{F}, \\ \mathcal{R}_4 &= \left\{ r_0 + (1 - r_0)\sqrt{r_0 r} \left[\frac{1}{1 + \sqrt{r_0 r}} - \frac{\mathcal{F} - r}{(\sqrt{\mathcal{F}} + \sqrt{r_0 r})^2} \right] - \mathcal{R} e^{\alpha/2k} \right\} \mathcal{F}, \\ \mathcal{F} &= e^{\alpha}, \quad 0 < \alpha < \ln \frac{1}{\sqrt{r_0 r}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Рис. 3 демонстрирует результаты расчетов связи характеристик лазера для различных значений кратности L оптической длине ППД ηl . Привязываясь к величине параметра накачки α , физически обоснованные значения которого лежат в пределах примерно $1 \dots 3$ (для инжекционных лазеров с постоянной накачкой), можно сделать оценку критичности режима по отношению к величине внешнего отражения r . Можно проанализировать при этом также характер связи α и r от точности подстройки ΔL длины внешнего резонатора L по отношению к величинам $2k\eta l$. Отклонение ΔL определялось величиной слагаемого, суммируемого с $2k\tau$, в выражении для T в (3) и рассчитывалось для различных величин параметра α в зоне его допустимых значений, и аналоги бифуркационных кривых (линии 1 и 3 рис. 3) определяют, в сущности, область в плоскости переменных α , r , в которой возможно существование решений (1), описывающих режим самопроизвольной синхронизации мод. Зависимости, приведенные на рис. 3, свидетельствуют о том, что оптимальные значения коэффициенты отражения внешнего зеркала, соответствующие величинам $\eta \approx 3.6$, $\tau_1 \approx 1.5 \cdot 10^{-9}$ с, $l \approx 3 \cdot 10^{-4}$ м, должны лежать в пределах $0.6 \dots 0.7$. В зоне таких значений может незначительно меняться параметр α , поэтому при настройке остальных параметров лазера для перехода к режиму синхронизации мод этот диапазон величин r оказывается предпочтительным. Критичность режима по отношению к ΔL несколько снижается по мере увеличения значений кратности k .

На рис. 2, где приведены типичные решения (1), заметно, что в излучении должна обязательно присутствовать и относительно низкочастотная периодическая составляющая временной структуры интенсивности. В окрестности особой точки связь значений циклической частоты Ω такой огибающей с параметрами α , T , характеризуемыми (3), может быть охарактеризована соотношением, также полученным из (2):

$$\Omega = \left[\left(\frac{\alpha}{\tau_1} + \frac{\alpha}{T} \right)^2 - \frac{\alpha - 1}{\tau_1} \left(\frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{R}_2} + \frac{\mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_4} \right) \left(\frac{\alpha}{\tau_1} + \frac{\alpha}{T} \right) + (\alpha - 1) \left(\frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_3 Y}{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_4 \tau_1} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Уравнение (2), описывающее характеристики осцилляций интенсивности в ограниченной области фазового пространства, позволило, тем не менее, достаточно верно аналитически предсказать диапазон параметров, при которых решение более сложных исходных уравнений способно описать динамику поведения оптической системы, образованной нелинейным лазерным диодом и внешним отражателем, в случае самосинхронизации мод.

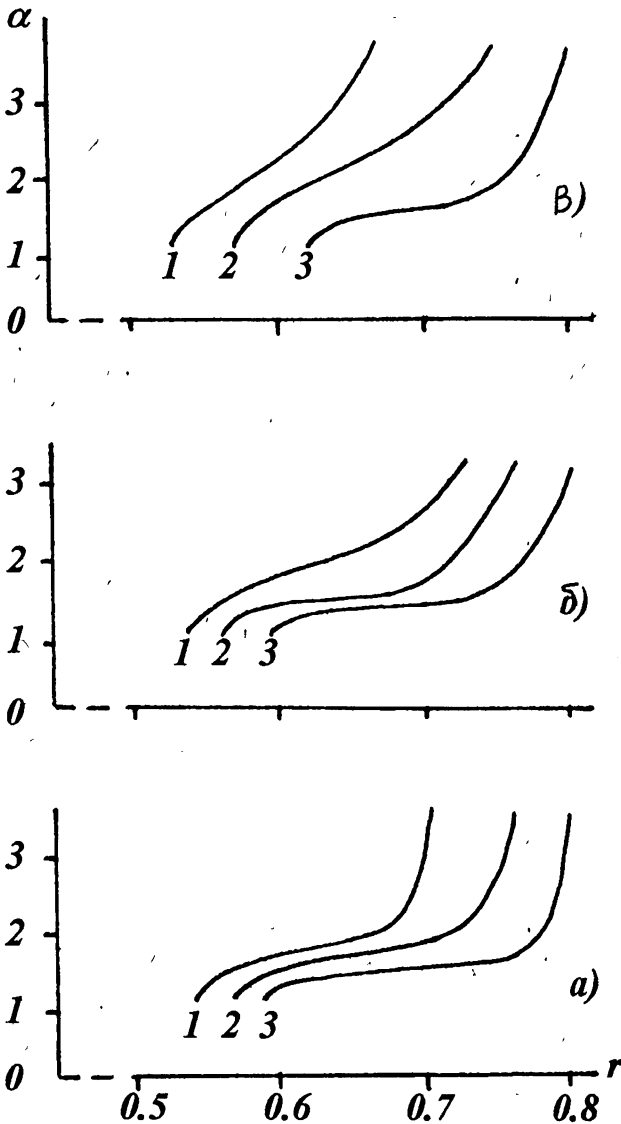


Рис. 3. а) $k = 5$; б) $k = 10$; в) $k = 16$.

Физический механизм формирования такого режима в полупроводниковом лазере с внешним резонатором в целом сходен с описываемыми в [6,

9]. Существование скачка интенсивности на начальном этапе генерации на промежутке T или τ в силу временной корреляции излучения с теми же периодами способно привести к тому, что излучение лазера оказывается промодулированным с частотой межмодовых биений, что и отражено использованной расчетной моделью. Возникновение такого всплеска в распределении интенсивности по периоду резонатора в рассмотренном случае связано с динамическим интерференционным характером взаимодействия встречных потоков излучения, модулированных по фазе из-за рефракционной нелинейности усиливающего слоя. Последующее воздействие на излучение таких факторов, как усиление и насыщение активного слоя с корреляцией в периоды T и τ , создает картину генерации, характерную для режима синхронизации мод.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ippen E. P., Haus H. A., Liu L. Y. // J. Opt. Soc. Amer. 1989. V. B6, № 9. P. 1736.
2. Kong M. N., Chee J. K., Liu J. M. // Opt. Lett. 1991. V. 16. № 2. P. 73.
3. Елисеев П. Г., Богатов А. П. // Труды ФИАН. 1986. Т. 166. С. 15.
4. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Сов. радио, 1975. 496 с.
5. Ривлин Л. А., Семенов А. Т., Якубович С. Д. Динамика и спектры излучения полупроводниковых лазеров. — М.: Наука, 1983. 324 с.
6. Самсон А. М., Котомцева Л. А., Лойко Н. А. Автоколебания в лазерах. — Минск: Наука і тэхніка, 1990. 280 с.
7. Борисов В. И., Лебедев В. И., Юревич В. А. // Журн. прикл. спектр. 1989. Т. 51. № 2. С. 207.
8. Красовская С. Н., Жестков С. В., Лебедев В. И., Юревич В. А. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. № 3. С. 24.
9. Кононенко В. К., Милинкевич А. А., Силиневич И. И. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. № 4. С. 799.

Институт прикладной оптики
АН Беларуси, г. Могилёв

Поступила в редакцию
3 марта 1994 г.

**THE CONDITIONS OF MODE SELF-LOCKING IN SEMICONDUCTOR
INJECTION LASER WITH EXTERNAL CAVITY***V. A. Yurevich*

The results of computing and analytical study of temporal structure characteristics of DC pumping injection lasers taking into account the refraction nonlinearity registered in optical semiconductors on the basis of *GaAs* are presented. The qualitative analysis of kinetic equation set for the light radiation field and inverse population of laser diode optically conjugated with an external cavity has shown possibility to realize the mode self-locking regime without a use of any additional modulating devices only due to the self-modulation effect connected with the nonlinearity of a laser diode active layer.

УДК 621.37: 621.391

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ НЕЛИНЕЙНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

С. В. Соколов

Задача синтеза оптимального нелинейного наблюдателя стохастического процесса сформулирована и решена как задача формирования вектора коэффициентов разложения нелинейной функции наблюдения в степенной ряд, обеспечивающего минимум заданного функционала от апостериорной плотности наблюдаемого процесса.

Приведен пример практического синтеза вектора оптимального управления процессом нелинейного стохастического наблюдения

Проблема синтеза оптимального управления процессом наблюдения до настоящего времени рассматривалась и удовлетворительно решалась в основном для линейных стохастических объектов и наблюдателей при оптимизации квадратичного критерия качества, выражаемого, как правило, через апостериорную дисперсионную матрицу [1]. Вместе с тем, постановка задачи синтеза оптимального управления наблюдениями в более общем случае предполагает, во-первых, нелинейный характер объекта и наблюдателя, а, во-вторых, применение неквадратичных критериев качества, которые, в принципе, могут обеспечить потенциально большую точность оценивания.

В связи с тем, что решение данной задачи в такой общей постановке представляет очевидный интерес, сформулируем ее более конкретно следующим образом.

Пусть марковский процесс x_t , описываемый в общем случае нелинейным стохастическим дифференциальным уравнением в симметризованной форме:

$$\dot{x}_t = f(x, t) + f_0(x, t)V_t, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где f , f_0 — известные нелинейные функции, V_t — белый гауссовский нормированный шум, наблюдается с помощью нелинейного наблюдателя вида:

$$z = h(x, t) + W_t, \quad (2)$$

где z — выходной сигнал наблюдателя, W_t — гауссовский белый шум с нулевым средним и известной интенсивностью $D_W(t) \delta(t - \tau)$, $h(x, t)$ — нелинейная функция наблюдения.

Функция апостериорной плотности вероятности процесса x_t

$$\rho(x, t/z_\tau, \tau \in [t_0, t]) = \rho(x, t)$$

описывается известным интегро-дифференциальным уравнением в частных производных [1, 5], правая часть которого зависит от функции h явно. Т.к. главной задачей апостериорного анализа наблюдаемого процесса x_t является получение максимально достоверной информации о нем, то задачу синтеза оптимального наблюдателя естественно было бы сформулировать как определение вида функциональной зависимости $h(x, t)$, обеспечивающей максимум апостериорной вероятности (МАН) сигнала x_t на заданном интервале существования значений $x \in X = [X_{\min}, X_{\max}]$ в течение требуемого интервала времени $T = [t_0, t_k]$, т.е. с учетом положительной определенности

$$\rho(x, t) = \max \left\{ J = \int_T \int_X \rho(x, t) dx dt \right\} \text{ или } \min \left\{ - \int_T \int_X \rho(x, t) dx dt \right\}.$$

В общем случае вместо критерия МАН можно использовать, например, критерий минимума апостериорной энтропии на интервале X или критерий минимума интегрального отклонения апостериорной плотности от плотности заданной формы и т.д., что приводит к необходимости записать критерия оптимальности J в более обобщенном виде:

$$J = \int_T \int_X \psi[\rho(x, t)] dx dt,$$

где ψ — заданная нелинейная функция.

При окончательном формировании структуры критерия оптимальности J необходимо также учитывать ограниченные возможности практической реализации функции наблюдения $h(x, t)$, что приводит, в свою очередь, к дополнительному ограничению на выбор функциональной зависимости $h(x, t)$. Формализация данного ограничения, например, в виде требования минимизации интегрального отклонения функции h от заданной формы H на интервале X в течение временного интервала T позволяет записать аналитически форму минимизируемого критерия J следующим образом:

$$J = \int_T \int_X \psi[\rho(x, t)] dx dt + \int_T \int_X [h(x, t) - H(x, t)]^2 dx dt. \quad (3)$$

Таким образом, окончательная формулировка задачи синтеза оптимального наблюдателя с учетом приведенных выше рассуждений состоит в определении функции $h(x, t)$, доставляющей минимум функционалу (3),

входящая в который функция АПВ $\rho(x, t)$ описывается интегро-дифференциальным уравнением с правой частью, зависящей от $h(x, t)$ явно. Анализ опыта приборной реализации измерителей показывает, что их синтез состоит, по существу, в определении параметров некоторого функционального ряда, аппроксимирующего с заданной степенью точности выходную характеристику проектируемого прибора. В качестве такого ряда используют, как правило, степенной ряд

$$h(x, t) = \sum_{i=1}^N h_i(t)x^i = \vec{h}^T \vec{X}, \quad \vec{h}^T = |h_1 \dots h_N|, \quad \vec{X} = |x \dots x^N|^T, \quad (4)$$

коэффициенты которого определяют конкретные технические характеристики прибора.

Для последующего осуществления аналитического синтеза оптимальной функции $h(x, t)$ в виде (4) следует также учесть, что в общем случае аналитического решения уравнения, описывающего АПВ $\rho(x, t)$, не существует. Подобное обстоятельство приводит к необходимости использования аппроксимирующего представления АПВ, например, параметрического.

Несмотря на многочисленность различных способов параметрического описания АПВ (моментный, семиинвариантный, эллипсоидальный и т. д.), методика решения уравнения АПВ на их основе остается, по существу, единой и состоит в формировании системы дифференциальных уравнений вектора параметров, полностью определяющих искомую плотность. В связи с этим особо следует выделить класс решений, построенных на основе аппроксимации АПВ плотностью распределения, класс которой априорно известен. К таким видам аппроксимации относятся, например, нормальная аппроксимация [2], обобщающая ее аппроксимация распределениями Пирсона [3] и некоторые другие типы аппроксимаций [3, 4], общим преимуществом которых является заранее известная и конечная размерность системы уравнений параметров АПВ. Более того, подобный подход, развитый в работе [4], в рассматриваемом случае открывает возможность построения (несмотря на параметрическое описание АПВ) оптимальной с точки зрения минимакса функции наблюдения (применение которой особенно актуально в системах с априорной неопределенностью эволюции их параметров, характеристик возмущений и т. д.). Действительно, описание АПВ $\rho(x, t)$ одним из распределений, доставляющих минимум информационному функционалу [4], при минимизации критерия J позволяет решить поставленную задачу в условиях наихудшей информации об АПВ — т. е. при минимуме информации о процессе x ; обеспечить максимальную в смысле (3) достоверность его наблюдения.

Использование подобного описания АПВ предполагает формирование из бесконечномерной системы уравнений апостериорных моментов m_j ,

вытекающей из уравнения АПВ [2] при аппроксимации нелинейных функций $f(x, t)$, $f_0(x, t)$ в (1) аналогично (4) конечным степенным рядом и имеющей для системы (1), (2) вид [3]:

$$\begin{aligned} \dot{m}_j &= \sum_{i=0}^{2N} \left[f_i + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^i f_{0k} f_{0(i-k)} (i+1-k) \right] j m_{i+j-1} + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{2N} j(j-1) \left(\sum_{k=0}^i f_{0k} f_{0(i-k)} \right) m_{i+j-2} + \\ &+ D_W^{-1} \sum_{i=1}^{2N} \left(z h_i - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^i h_k h_{(i-k)} \right) (m_{i+j} - m_i m_j), \\ &j = 1, 2, \dots; \quad m_0 = 1; \end{aligned}$$

f_i , f_{0j} — коэффициенты соответствующих рядов, аппроксимирующих функции f , f_0 , замкнутой (конечномерной) системы уравнений вектора моментов $\vec{M} = |m_1 \dots m_L|^T$ на основании известной для выбранного типа аппроксимирующей плотности распределения функциональной зависимости высших моментов m_j от L низших $m_1 \div m_L$: $m_j = \varphi(m_1, \dots, m_L; j)$, замыкающей приведенную систему уравнений [4]. В этом случае система уравнений апостериорных моментов для упрощения последующего решения задачи может быть представлена в векторной форме следующим образом:

$$\dot{\vec{M}} = \vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f}(\vec{h}), \quad \vec{M}(t_0) = \vec{M}_0, \quad (5)$$

где $\vec{P}(\vec{M}, t)$, $N(\vec{M}) = [m_{i+j} - m_i m_j]_{(j=\overline{1, L}; i=\overline{1, 2N})}$ — известные векторная и матричная функции

$$\begin{aligned} \vec{f}(\vec{h}) &= |f_1 \dots f_{2N}|^T, \\ f_{j \leq N} &= \left(h_j 2z - \sum_{i=1}^j h_i h_{j-i} \right) \frac{D_W^{-1}}{2}, \quad f_{j > N} = -\frac{D_W^{-1}}{2} \sum_{i=j-N}^N h_i h_{j-i}. \end{aligned}$$

В итоге поставленная задача сводится к классической задаче поиска оптимального управления \vec{h} вектором \vec{M} , доставляющего минимум функционалу

$$J = \int_T \int_X \psi[\rho(x, \vec{M}, t)] dx dt + \int_T \int_X (\vec{h}^T \vec{X} - \vec{H}^T X)^2 dx dt,$$

где учтено представление известной функции $H(x, t)$ в виде, аналогичном (4).

$$\vec{\lambda} = - \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \int_X \psi [\rho(x, \vec{M}, t)] dx \right]^T - \left[\frac{\partial \vec{P}(\vec{M}, t)}{\partial \vec{M}} + \frac{\partial N(\vec{M})}{\partial \vec{M}} \vec{f}(z, \vec{h}[\vec{M}, \vec{\lambda}]) \right]^T \vec{\lambda},$$

$$\vec{M}(t_0) = \vec{M}_0, \quad \vec{\lambda}(T) = 0,$$
(8)

и решение поставленной проблемы сводится к решению обычной двухточечной краевой задачи (8). Несмотря на то, что, в принципе, решение рассматриваемой краевой задачи можно осуществить в настоящее время с помощью известных численных методов со сколь угодно высокой точностью, целесообразность такого прямого подхода оказывается весьма сомнительной по следующим причинам.

Во-первых, оказывается велик объем необходимых временных и вычислительных затрат, во-вторых, исключается возможность настройки вектора коэффициентов \vec{h} в реальном времени поступления сигнала измерения z — необходимым оказывается априорное моделирование реализаций z , а, в-третьих; в процессе приборной реализации, как правило, все равно не удастся выдержать точно заданные значения h_i . Таким образом, в данном случае вполне обосновано использование приближенных методов решения задачи (8), в качестве одного из которых рассмотрим далее метод инвариантного погружения [5], обеспечивающий искомое приближенное решение в реальном масштабе времени.

Суть данного метода состоит в последовательном выполнении следующих операций:

— аппроксимации искомого вектора решения краевой задачи разложением в ряд по сопряженному вектору с точностью до малых второго порядка — при этом матричный коэффициент D при линейном члене разложения определяет степень отклонения полученного таким образом приближенного решения от истинного;

— подстановке данной аппроксимации в уравнение, определяющее точное решение, с последующим приравнованием коэффициентов при одинаковых степенях сопряженных переменных, приводящим к окончательному выводу уравнений инвариантного погружения. При формировании приближенного решения системы (8) использование такого подхода позволяет получить систему уравнений, интегрирование которой не вызывает никаких принципиальных затруднений:

$$\vec{M} = \vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f}(z, \vec{H}) - D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \int_X \psi [\rho(x, \vec{M}, t)] dx \right]^T, \quad \vec{h}[\vec{M}, 0] = \vec{H},$$

$$\begin{aligned}
 \dot{D} = & 2 \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial \vec{M}} (\vec{M}, t) + \frac{\partial N}{\partial \vec{M}} (\vec{M}) \vec{f}[z, \vec{H}] \right) D + \\
 & + D \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial \vec{M}} (\vec{M}, t) + \frac{\partial N}{\partial \vec{M}} (\vec{M}) \vec{f}[z, \vec{H}] \right)^T - \\
 & - N(\vec{M}) \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{h}} (z, \vec{H}) \left(\frac{\partial}{\partial \vec{\lambda}} (S^T - Q)^{-1} \Big|_{\vec{\lambda}=0} S^T \vec{H} - S^{-T} N_{(\leq N)}^T z D \vec{w}^{-1} \right) - \\
 & - 2D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left(\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \int_X \psi[\rho(x, \vec{M}, t)] dx \right)^T \right] D,
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $N_{(\leq N)}^T$ — матрица, образованная N верхними строками матрицы N^T .

Так как матрица D в методе инвариантного погружения играет роль весовой матрицы при отклонении вектора оптимальной траектории от его аппроксимации, то в данном случае для переменных m_i соответствующие компоненты D характеризуют степень их отклонения от параметров истинной АПВ (компоненты D_0 , соответственно, — отклонение параметров в начальный момент). Окончательно осуществить приближенный синтез вектора \vec{h} можно путем сравнения правых частей уравнений (5), (9) и решения системы уравнений; образованной N произвольными компонентами вектора \vec{f} , позволяющими наиболее просто после определения \vec{f} найти все компоненты \vec{h} :

$$\begin{aligned}
 N(\vec{M})_{(1, \dots, k, \dots)} \begin{vmatrix} f_1(z, \vec{h}) \\ \vdots \\ f_k(z, \vec{h}) \\ \vdots \end{vmatrix} &= N(\vec{M})_{(1, \dots, k, \dots)} \begin{vmatrix} f_1(z, \vec{H}) \\ \vdots \\ f_k(z, \vec{H}) \\ \vdots \end{vmatrix} - \\
 &- D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \int_X \psi[\rho(x, \vec{M}, t)] dx \right]^T,
 \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{vmatrix} f_1(z, \vec{h}) \\ \vdots \\ f_k(z, \vec{h}) \\ \vdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_1(z, \vec{H}) \\ \vdots \\ f_k(z, \vec{H}) \\ \vdots \end{vmatrix} - [N(\vec{M})_{(1, \dots, k, \dots)}]^{-1} D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \int_X \psi[\rho(x, \vec{M}, t)] dx \right]^T,$$

и элементы вектора \vec{h} определяются последовательным пересчетом найденных значений $f_1(z, \vec{h}), \dots, f_k(z, \vec{h})$, например, при $N=2$: $h_1 = z^{-1} f_1 D w$, $h_2 = -f_3 z f_1^{-1}$. Немаловажным достоинством такого подхода является

возможность определения вектора \vec{h} в реальном времени, т.е. в процессе поступления измерительной информации.

Для иллюстрации особенностей его практического использования рассмотрим следующий пример.

Пример. Рассмотрим синтез оптимального наблюдателя для случая, когда в процессе предварительного анализа характера АПВ можно сделать предположение лишь о ее невырожденности — подобная ситуация возникает при оценке состояния систем со статистически неопределенными возмущениями, случайными параметрами, начальными условиями функционирования и т.д. Для последующего синтеза такого оптимального минимаксного наблюдателя используем аппроксимацию АПВ плотностью распределения Лапласа при $N = 2$. Система уравнений (5), полученная в [4], для рассматриваемой аппроксимации с учетом принятых обозначений имеет вид:

$$\dot{\vec{M}} = \vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f},$$

где

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix}^T,$$

$$N(\vec{M}) = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_1^2 + m_2 & \vdots & 3!m_1^3 - m_1m_2 & \vdots & -5m_1^4 + \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3!m_1^3 - m_1m_2 & \vdots & m_1^4 + 5m_2^2 - 6m_1^2m_2 & \vdots & 5!m_1^5 - \vdots \\ +6m_2^2 - 6m_1^2m_2 & \vdots & 5!m_1^5 - m_1m_2(m_2 - m_1^2)6 - m_1^5 & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -3!m_1^3m_2 & \vdots & m_1^6 - (15m_1^2 - 14m_2)(m_2(m_2 - m_1^2)6 + m_1^4) & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Выбрав в качестве функции ψ в подынтегральном выражении критерия (3) линейную функцию, запишем гамильтониан данной системы следующим образом:

$$G(\vec{M}, \vec{\lambda}, \vec{f}) = -[2(m_2 - m_1^2)]^{-1/2} \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{m_2 - m_1^2} \right)^{1/2} |x - m_1| \right] dx + \\ + \int_X \left(\sum_{i=1}^2 h_i x^i - \sum_{i=1}^2 H_i x^i \right)^2 dx + \vec{\lambda}^T [\vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f}],$$

$$R_1 = -D_W^{-1} \begin{vmatrix} s_{11}n_{14} + s_{22}n_{12} - (s_{21} + s_{12})n_{13} \\ s_{11}n_{24} + s_{22}n_{22} - (s_{21} + s_{12})n_{23} \end{vmatrix}^T,$$

$$R_2 = D_W^{-2} \begin{vmatrix} n_{12} n_{14} - n_{13}^2 & \vdots & \frac{1}{2}(n_{12} n_{24} + n_{22} n_{14} - 2n_{13} n_{23}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{2}(n_{12} n_{24} + n_{22} n_{14} - 2n_{13} n_{23}) & \vdots & n_{22} n_{24} - n_{23}^2 \end{vmatrix}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае поставленная задача сводится к решению следующей системы уравнений при заданных краевых условиях: $\vec{M} = \vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f}(z, \vec{h}[\vec{M}, \vec{\lambda}])$,

$$\vec{\lambda} = \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left([2(m_2 - m_1^2)]^{-\frac{1}{2}} \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{m_2 - m_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} |x - m_1| \right] dx \right) \right]^T -$$

$$- \left[\frac{\partial \vec{P}(\vec{M}, t)}{\partial \vec{M}} + \frac{\partial N}{\partial \vec{M}} \vec{f}(z, \vec{h}[\vec{M}, \vec{\lambda}]) \right]^T \vec{\lambda},$$

$$m_{10} = M(x_0), \quad m_{20} = M(x_0^2), \quad \vec{\lambda}(T) = 0,$$

где вектор-функция \vec{f} выражается через \vec{h} как:

$$\vec{f} = \frac{D_W^{-1}}{2} \begin{vmatrix} h_1 2z \\ h_2 2z - h_1^2 \\ -2h_1 h_2 \\ -h_2^2 \end{vmatrix}^T,$$

\vec{h} описывается выражением (10)..

Применение метода инвариантного погружения с целью формирования вектора \vec{h} в реальном масштабе времени приводит к решению системы

$$\vec{M} = \vec{P}(\vec{M}, t) + N(\vec{M}) \vec{f}(z, \vec{H}) +$$

$$+ D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left([2(\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2)]^{-1/2} \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2} \right)^{1/2} |x - \hat{m}_1| \right] dx \right) \right]^T,$$

$$\dot{D} = 2 \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial \vec{M}} + \frac{\partial N}{\partial \vec{M}} \vec{f}(z, \vec{H}) \right) D + D \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial \vec{M}} + \frac{\partial N}{\partial \vec{M}} \vec{f}(z, \vec{H}) \right)^T - \quad (11)$$

$$- N(\vec{M}) \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{h}}(z, \vec{H}) \times$$

$$\times \begin{vmatrix} -R_0^{-2} R_{11} S^{-T} + R_0^{-1} D_W^{-1} & \begin{vmatrix} -n_{14} n_{13} \\ n_{13} - n_{12} \end{vmatrix} \\ -R_0^{-2} R_{12} S^{-T} + R_0^{-1} D_W^{-1} & \begin{vmatrix} -n_{24} n_{23} \\ n_{23} - n_{22} \end{vmatrix} \end{vmatrix} S^T \vec{H} -$$

$$-S^{-T}N_{(1,2)}^T z D_W^{-1} + 2D \left\{ \frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left([2(\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2)]^{-\frac{1}{2}} \right) \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} |x - \hat{m}_1| \right] dx \right]^T \right\} D,$$

откуда формирование искомого вектора \vec{h} производится после предварительного определения соответствующих компонент вектора \vec{f} путем сравнения правых частей (5) и (11). В данном случае удобно рассмотреть нечетные компоненты f_1, f_3 , так как тогда определение h_1, h_2 происходит особенно просто:

$$h_1 = \frac{f_1 D_W}{z}, \quad h_2 = -\frac{f_3 z}{f_1}. \quad (12)$$

Компоненты же f_1, f_3 являются решением уравнения

$$\begin{vmatrix} n_{11} & n_{13} \\ n_{21} & n_{23} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} f_1 \\ f_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} n_{11} & n_{13} \\ n_{21} & n_{23} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_1 z \\ -H_1 H_2 \end{vmatrix} D_W^{-1} + D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left([2(\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2)]^{-\frac{1}{2}} \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} |x - \hat{m}_1| \right] dx \right) \right]^T,$$

т. е.

$$\begin{vmatrix} f_1 \\ f_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_1 z \\ -H_1 H_2 \end{vmatrix} D_W^{-1} + (n_{11}n_{23} - n_{13}n_{21})^{-1} \begin{vmatrix} n_{23} & -n_{13} \\ -n_{21} & n_{11} \end{vmatrix} \times \\ \times D \left[\frac{\partial}{\partial \vec{M}} \left([2(\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2)]^{-\frac{1}{2}} \int_X \exp \left[- \left(\frac{2}{\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2} \right)^{\frac{1}{2}} |x - \hat{m}_1| \right] dx \right) \right]^T. \quad (13)$$

Таким образом, последовательное вычисление (11), (13), (12) позволяет синтезировать в реальном времени искомый вектор коэффициентов \vec{h} функции наблюдения.

Было проведено численное моделирование процесса формирования вектора \vec{h} размерности 2 для объекта, описанного в [2, с. 446, пример 1], с последующим сравнением ошибок оценивания, полученных в результате использования как уравнений лапласовской оценки [4] для линейного наблюдателя, так и рассмотренных в данном примере уравнений (11). Моделирование состояния объекта и его оценок было осуществлено на временном интервале [0, 600] с при нормированных гауссовских белых шумах объекта и измерителя $\vec{H} = [0,95 : 0,3]^T$, $X = [X_{\min} = -2,5; X_{\max} = 2,2]$ и одинаковых начальных условиях оценивания $m_{10} = 0$, $m_{20} = 10^{-2}$ для обеих систем уравнений. Вычисление ошибок оценивания производилось путем

сравнения текущих значений оценок с координатой объекта и последующим определением средних значений ошибок на интервале [500, 600] с.

Полученное таким образом значение средней ошибки для уравнений оценки [4], использующих линейный наблюдатель, превысило по окончании интервала моделирования среднюю ошибку для уравнений, использующих информацию с оптимального наблюдателя, в $\sim 1,4$ раза. Данные результаты позволяют в целом сделать вывод о возможности практического использования предложенного подхода в реальных нелинейных системах наблюдения стохастических сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев В. Н., Колмановский В. В., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. — М.: ВШ, 1989. 447 с.
2. Пугачев В. С., Синицын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. — М.: Наука, 1985. 560 с.
3. Соколов С. В. Использование негауссовских распределений при синтезе субоптимальных алгоритмов фильтрации // Радиоэлектроника. 1991. № 5. С. 8–11.
4. Соколов С. В. Использование максиминного подхода при решении задач оптимальной и нелинейной фильтрации // Радиоэлектроника. 1991. № 9. С. 28–33.
5. Первачев С. В., Перов А. И. Адаптивная фильтрация сообщений — М.: Радио и связь, 1991. 160 с.

г. Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию
3 марта 1994 г.

ON SOLVING THE SYNTHESIS PROBLEM FOR THE OPTIMAL CONTROL OF NONLINEAR STOCHASTIC OBSERVATIONS PROCESS

S. V. Sokolov

The synthesis problem of the optimal nonlinear observer of the stochastic process is formulated and solved as a problem of a vector formation of the series expansion coefficients for the nonlinear observation function that provides the minimum of the defined functional from the a posteriors density of the observed process.

There presented on example of the practical synthesis of a vector for the optimal control of the nonlinear stochastic observation process.