

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ**

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XXXVIII N 10

Нижний Новгород

1995

Содержание

Гильденбург В. Б., Залезский А. А., Семёнов В. Е. Волна ионизации в продольном высокочастотном поле	991
Акопян А. В. Резонансное излучение при рассеянии электромагнитной волны на быстром электроне во внешнем магнитном поле	1001
Алимов В. А. К теории рефракционного рассеяния радиоволн	1012
Гузев М. А., Попов Г. В. Статистические характеристики поля точечного источника в случайно-стратифицированной среде в отсутствие регулярной рефракции	1023
Чернов Ю. А. Скорректированные угловые спектры локационных радиосигналов, отраженных Луной	1033
Китай Ш. Д., Наумов А. П. О статистической структуре астрономической рефракции радиоволн	1040
Алексеев В. А., Левин Б. Н., Липатов Б. Н., Мельников В. Ф., Сизов А. С., Снегирев С. Д., Тихомиров Ю. В. Возможности РСДБ наблюдений солнечных спайкоподобных событий	1046
Митяков Н. А. Перенос поляризации излучения в средах с периодическими неоднородностями	1057
Белянцев А. Е., Файнштейн С. М. Генерация мощных альвеновских волн в результате развития взрывной неустойчивости в системе поток-плазма	1060

Алимов В. А., Выборнов Ф. И., Рахлин А. В. Об од- ной особенности явления F-spread в среднеширотной ионо- сфере.....	1064
Сабиров Р. Х. Многофонные процессы в релаксации ядер, обусловленной парамагнитной примесью	1071
Вертий А. А., Гудым И. Я., Иванченко И. А., Попенко Н. А. Резонансная ячейка спектрометра ЭПР для исследо- вания свойств полумагнитных полупроводников	1077
Неганов В. А., Советкин В. Ю. Рассеяние электромагнит- ной волны участком импедансной неоднородности на боко- вой стенке прямоугольного волновода.....	1083
Почерняев В. Н. Плоско-поперечные стыки коаксиальных и коаксиально-секторных волноводов	1084

УДК 533.951

ВОЛНА ИОНИЗАЦИИ В ПРОДОЛЬНОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

B. B. Гильденбург, A. A. Залезский, B. E. Семенов

Исследуется стационарная одномерная волна ионизации, созданная в холодном газе переменным электрическим полем частоты ω , параллельным направлению ее распространения. Основное внимание уделяется особенностям, связанным с наличием на переднем фронте волны области перехода через точку плазменного резонанса, где амплитуда электрического поля и определяемая ею скорость ударной ионизации газа при малых частотах соударений электронов $\nu \ll \omega$ имеет резкий максимум. Проведены аналитические и численные расчеты параметров волны, описываемой нелинейным диффузионным уравнением. Показано, что благодаря резонансным эффектам даже при значениях амплитуды внешнего электрического поля, много меньших "пробойной" величины, в газе может установиться режим "сверхбыстрого" распространения разряда, в котором скорость волны ионизации $V \rightarrow \infty$ при $\nu/\omega \rightarrow 0$.

Целью данной работы является исследование стационарной одномерной волны ионизации, созданной в газе переменным электрическим полем, параллельным направлению ее распространения. Такая волна может рассматриваться как один из важных элементарных процессов, характерных для определенных этапов эволюции радиочастотных и микроволновых разрядов различных типов. Величина скорости этой волны определяет, в частности, время развития разряда в квазистатических системах (типа плоского конденсатора) с потенциальным полем, а также локальные параметры одномерных и неодномерных фронтов ионизации, формируемых при определенных условиях в микроволновых разрядах (быстрый высокочастотный стример [1], разряд в плоской E -волне [2], нелинейная стадия мелкомасштабной ионизационно-полевой неустойчивости [3]). С точки зрения общей нелинейной динамики исследуемая волна ионизации в переменном поле может быть отнесена к классу автоволн [4] с весьма специфическим нелинейным источником, способным проявлять сильно выраженные резонансные свойства. Ее главные физические отличия от хорошо исследованного аналогичного процесса в статических полях [5] обусловлены отсутствием в переменном поле постоянной составляющей скорости дрейфа частиц и иным типом зависимости поля от плотности плазмы.

Оставаясь в рамках приближений, обычных для теории неравновесного высокочастотного разряда в холодном газе [6–8] (локальность и без-

инерционность усредненного нагрева электронов и локальность поляризационного отклика плаэмы на частоте поля ω), запишем исходные уравнения для поля и плотности плаэмы в интересующей нас одномерной модельной задаче в виде

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \nu_i N - \nu_a N - \alpha_r N^2. \quad (2)$$

Здесь $E(x, t)$ — медленно меняющаяся (в масштабе периода $2\pi/\omega$) комплексная амплитуда электрического поля $E(x, t) \exp(i\omega t)$, направленного параллельно оси x , $E_0 = \text{const}$ — амплитуда поля в неионизованной области, $N(x, t)$ — средняя по периоду концентрация электронов, $\epsilon = 1 - (N/N_c)(1 + i\nu/\omega)$ — комплексная диэлектрическая проницаемость плаэмы, $N_c = m(\omega^2 + \nu^2)/4\pi e^2$ — критическая концентрация, e и m — заряд и масса электрона. Эффективная частота соударений электронов ν , частота прилипания к нейтральным молекулам ν_a , коэффициенты амбиполярной диффузии D и электрон-ионной рекомбинации α_r предполагаются постоянными. Частота ионизации электронным ударом ν_i рассматривается как заданная (быстро растущая) функция амплитуды поля, для которой в достаточно широкой области значений $|E|$ может быть использована степенная аппроксимация:

$$\nu_i(|E|) = \nu_a(|E|/E_c)^\beta, \quad (3)$$

где E_c — критическое (“пробойное”) значение амплитуды, отвечающее условию однородного пробоя $\nu_i = \nu_a$; коэффициент β зависит от рода газа (для воздуха $\beta \approx 5$ [9]). Решения типа стационарной волны $N = N(x - ut)$, где $u = \text{const}$, в безразмерных переменных $x \rightarrow x/L_a$ ($L_a = \sqrt{D/\nu_a}$ — диффузионная длина прилипания), $t \rightarrow \nu_a t$, $n = N/N_c$ описываются, как следует из (1), (2), следующим уравнением в полных производных

$$n'' + V n' + f(n) = 0, \quad (4)$$

где штрихи обозначают производные по безразмерной переменной $\xi = x - Vt$, $V = u/\sqrt{D\nu_a}$ — безразмерная скорость волны ионизации, $f(n)$ — функция нелинейного источника, определяемая выражениями

$$f(n) = g(n)n - \alpha n^2, \quad (5)$$

$$g(n) = \frac{\nu_i}{\nu_a} - 1 = \left[\frac{U_0^2}{(1-n)^2 + \delta^2 n^2} \right]^{\beta/2} - 1, \quad (6)$$

$$U_0 = E_0/E_c, \delta = \nu/\omega, \alpha = \alpha_r N_c/\nu_a.$$

Корни уравнения $f(n) = 0$ определяют однородные состояния равновесия $n = \text{const}$. Положительное решение $n(\xi)$, отвечающее переходу между

двумя равновесными состояниями $n = n_s > 0$ и $n = 0$ ($f(n_s) = f(0) = 0$), т.е. удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} n \rightarrow n_s &\text{ при } \xi \rightarrow -\infty, \\ n \rightarrow 0 &\text{ при } \xi \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (7)$$

при выполнении неравенств $V > 0$, $f'(n_s) < 0$ ($f'(n) = \frac{df}{dn}$) описывает интересующую нас волну ионизации (при $V < 0$ будем иметь волну погашения разряда, при $f'(n_s) > 0$ состояние равновесия $n = n_s$, как следует из (2), неустойчиво во времени относительно однородных возмущений). Искомые решения и определяемые вместе с ними возможные значения скорости V существенно зависят от параметров δ , U_0 , α . При любых конечных δ и α решения с $V > 0$ существуют, если амплитуда внешнего поля превышает некоторое пороговое значение ($U_0 > U_{th}$). В случае высоких частот соударений электронов ($\delta \gg 1$) это пороговое значение близко к полю однородного пробоя ($U_{th} \approx 1$), а функция источника $f(n)$ в области $U_0 > 1$ удовлетворяет условиям известной задачи Колмогорова [10]: на всем интервале значений $0 < n < n_s$ ее производная $f'(n)$ монотонно убывает. Область возможных значений скорости V в этом случае определяется полученным в [10] общим выражением

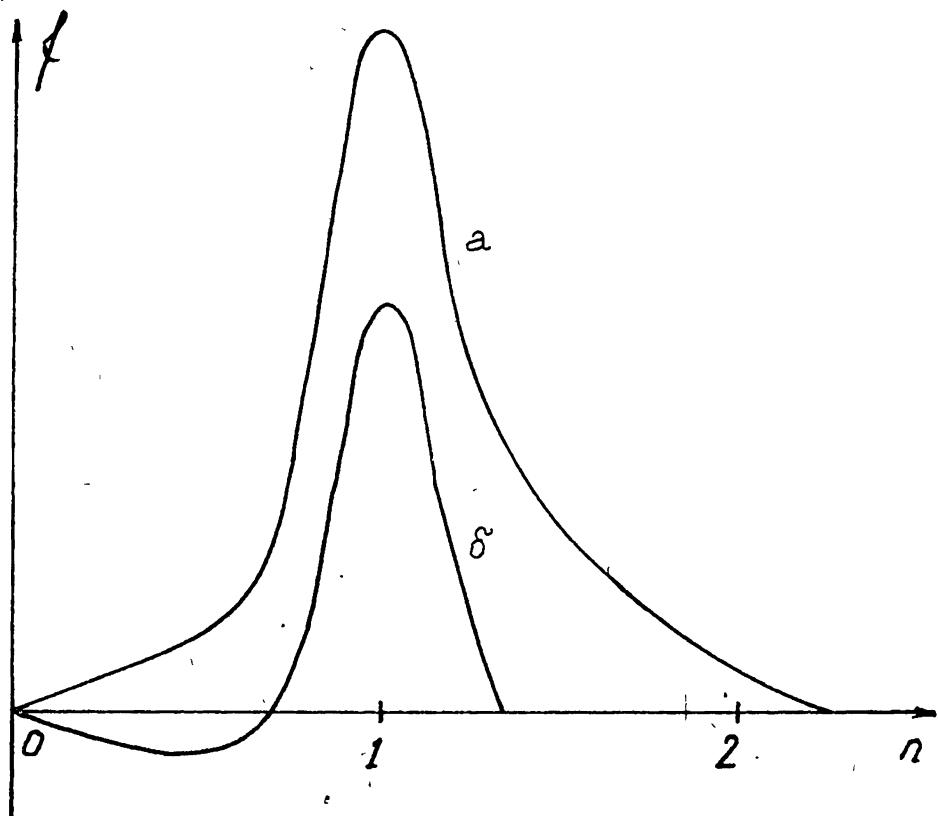
$$V \geq V_0, \quad V_0 = 2\sqrt{f'(0)} = 2\sqrt{(U_0^\beta - 1)}, \quad (8)$$

или в размерных переменных

$$u \geq u_0, \quad u_0 = 2\sqrt{D(\nu_{i0} - \nu_a)}, \quad \nu_{i0} = \nu_i(E_0). \quad (9)$$

Минимальное значение скорости V_0 отвечает стационарной волне ионизации с самым "быстрым" законом убывания плотности при $\xi \rightarrow \infty$; к такой волне эволюционирует любое достаточно сильно локализованное начальное распределение плотности плазмы в неионизованном газе.

Основное внимание далее мы уделим расчету скорости волны ионизации V в противоположном предельном случае малых частот соударений электронов $\delta \ll 1$, когда задача, благодаря эффекту резонансного усиления поля в точке $n = 1$, становится существенно "неколмогоровской". При этом для простоты мы ограничимся случаем слабой рекомбинации, полагая выполненным условие $\alpha_r N_c \ll \nu_a$ и пренебрегая в выражении (4) для $f(n)$ последним слагаемым αn^2 , учет которого не приводит к качественному изменению получаемых ниже результатов. Кривые $f(n)$ для интересующего нас случая изображены при различных U_0 на рис. 1 (а: $U_0 > 1$, б: $U_0 < 1$); точки пересечения ниспадающих ветвей кривых с

Рис. 1. Функция источника $f(n)$: (a) — $U_0 > 1$; (b) — $U_0 < 1$.

осью абсцисс определяют устойчивые однородные состояния равновесия

$$n = n_s = \frac{1 + \sqrt{U_0^2(1 + \delta^2) - \delta^2}}{1 + \delta^2}. \quad (10)$$

Из уравнения (4) и условий (7) стандартным образом (путем умножения на n' и интегрирования по ξ) получаем следующее выражение для скорости V

$$V = -\frac{\int_0^{n_s} f(n) dn}{\int_0^{n_s} n' dn}. \quad (11)$$

Входящие сюда интегралы нетрудно вычислить, учитывая то обстоятельство, что в рассматриваемом приближении малых частот соударений функция источника $f(n)$ имеет узкий резонансный пик, локализованный

в малой окрестности Δn точки плазменного резонанса $n = 1$. Интеграл в числителе при условии $U_0 \gg \delta$ может быть записан в виде

$$I_1 = \int_0^{n_s} f(n) dn = U_0^\beta \varphi(\delta, n_s) - \frac{1}{2} n_s^2 = \frac{1}{2} \left[n_1^2 \left(\frac{U_0}{U_{th}} \right)^\beta - n_s^2 \right], \quad (12)$$

где $\varphi(\delta, n_s) = \int_0^{n_s} n [(1-n)^2 + \delta^2 n^2]^{-\beta/2} dn$. Величины n_1 и $U_{th} = E_{th}/E_c$, зависящие от δ , представляют собой соответственно значения n_s и U_0 при $I_1 = V = 0$, т.е. определяют условия существования стационарного "переходного" решения, описывающего разряд с размытой неподвижной свободной границей [11]. Как нетрудно показать, при малых δ величина U_{th} и равновесные значения плотности $n_s(U_0)$ в области $U_0 \geq U_{th}$ определяются выражениями:

$$U_{th}^\beta = k \delta^{\beta-1}, \quad k = \frac{(\beta-1)\Gamma(\beta/2)}{4\sqrt{\pi}\Gamma[(\beta+1)/2]}, \quad n_s = 1 + U_0 \quad (13)$$

($k(\beta)$ — коэффициент порядка единицы, $k(4) = 1/\pi$, $k(5) = 3/8$), откуда для I_1 с той же точностью получаем

$$I_1 = \frac{1}{2} \left[(U_0/U_{th})^\beta - 1 \right]. \quad (14)$$

Интеграл в знаменателе (11) проще всего найти, используя следующие два свойства решения $n(\xi)$, которыми, как мы убедимся затем прямой проверкой, оно действительно обладает в случае $\delta \ll 1$ при значениях скорости, определяемых (11): 1) главный вклад в искомый интеграл дает область с докритической плотностью $0 < n < 1 - \Delta n$, где величина Δn удовлетворяет неравенствам $\delta \ll \Delta n \ll 1$; 2) всюду в этой области решение $n(\xi)$ близко к своей асимптотике, получаемой в результате линеаризации уравнения (3) вблизи состояния равновесия $n = 0$. На основании этих свойств имеем (с точностью до членов, исчезающих при $\delta \rightarrow 0$):

$$n' = \lambda n, \quad I_2 = \int_0^{n_s} n' dn = \int_0^1 \lambda n dn = \frac{\lambda}{2}, \quad (15)$$

$$\lambda = -\frac{V}{2} - \left(\frac{V^2}{4} - g_0 \right)^{1/2}, \quad g_0 = \frac{\nu_{i0}}{\nu_a} - 1 = U_0^\beta - 1. \quad (16)$$

Величина λ , определяемая выражением (16), представляет собой один из двух корней квадратного характеристического уравнения

$$\lambda^2 + V\lambda + g_0 = 0. \quad (17)$$

В случае “допробойного” внешнего поля ($g_0 < 0$), когда точка $n = 0$ на фазовой плоскости переменных (n, n') представляет собой “седло”, выбирается корень $\lambda < 0$, отвечающий экспоненциально убывающему в направлении $+\xi$ решению $n \sim \exp(\lambda\xi)$. В случае “надпробойного” поля ($g_0 > 0$), когда точка $n = 0$ представляет собой устойчивый “узел” и оба корня уравнения (17) отрицательны, выражение (16) определяет корень, имеющий наибольшую абсолютную величину; отвечающее ему решение, как нетрудно показать, описывает волну с наименьшей возможной скоростью V (при меньших значениях скорости фазовая траектория на плоскости (n, n') не может подойти к “узлу” $n = 0$, минуя область отрицательных n).

На основании формул (11)–(16) получаем выражение для скорости волны

$$V = \frac{2I_1}{\sqrt{2I_1 + 1}}. \quad (18)$$

В подкоренном выражении мы пренебрегли здесь слагаемым U_0^β , которое в силу сопоставлений (12), (13) мало по сравнению с $1 + 2I_1$. В предельных случаях малых или больших превышений величины U_0 над U_{th} (т.е. при $I_1 \ll 1$ или $I_1 \gg 1$) имеем соответственно

$$V = 2I_1 = (U_0/U_{th})^\beta - 1 \ll 1, \quad (19)$$

$$V = \sqrt{2I_1} = \sqrt{(U_0/U_{th})^\beta} = \sqrt{U_0^\beta/(k\delta^{\beta-1})} \gg 1. \quad (20)$$

Последняя формула при $U_0 < 1$ определяет единственную возможную скорость волны ионизации, а при $U_0 > 1$ дает ее наименьшее значение. В размерных переменных эту формулу можно записать в виде

$$u = \sqrt{D\nu_{i0}k^{-1}(\omega/\nu)^{\beta-1}} \gg u_0. \quad (21)$$

При $\nu \rightarrow 0$ величина $u \rightarrow \infty$, что позволяет говорить о “сверхбыстром” распространении разряда в области малых значений параметра ν/ω .

Нетрудно убедиться в том, что решение, соответствующее найденной скорости V , при $\delta \ll 1$ обладает использованными при расчете интеграла I_2 свойствами. Действительно, как следует из приведенных выражений для V , λ , U_{th} , нелинейность в уравнении (4) несущественна всюду на интервале $0 < n < 1 - \Delta n$, если величина Δn удовлетворяет условиям

$$(\Delta n)^\beta \gg \delta^{\beta-1}, \quad \Delta n \ll 1. \quad (22)$$

Это справедливо как при малых амплитудах внешнего поля $U_0 \simeq U_{th}$, когда последнее слагаемое в (4) на указанном интервале близко к линейному ($g(n) - g_0 \ll g_0$), так и при $U_0 \gg U_{th}$, когда нелинейным членом $f(n)$ в (4) вообще можно пренебречь по сравнению с линейным Vn' . При малых δ

оба неравенства (22) совместимы между собой. В частности, если потребовать, чтобы каждое из неравенств означало превышение сравниваемых величин в M раз, то $M = \delta^{-p}$, где $p = \frac{\beta - 1}{\beta + 1}$, и поскольку $p \approx 1$, при $\delta \ll 1$ величина $M \gg 1$.

Оценивая опущенный нами в (15) вклад ΔI_2 в интеграл I_2 от области $n_2 < n < n_s$ ($n_2 = 1 - \Delta n$), заменим функцию n' всюду превышающей ее по модулю функцией ψ' , определяемой из уравнения (4) и первого из условий (7) при $V = 0$:

$$\psi'' + f(\psi) = 0, \quad \psi' = - \left[2 \int_{\psi}^{n_s} f(\psi) d\psi \right]^{1/2} \quad (23)$$

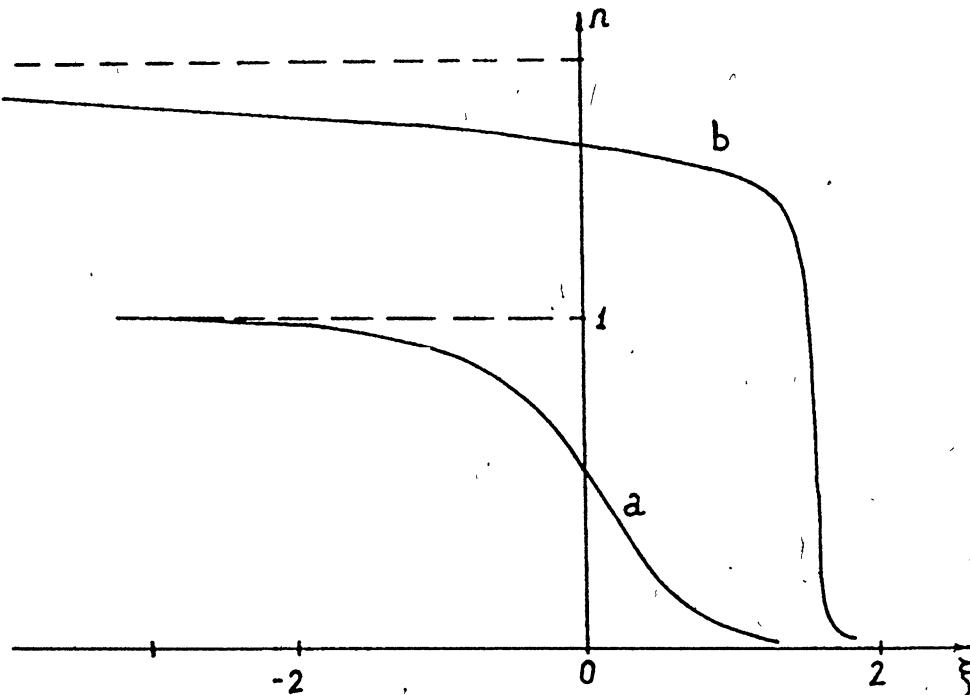


Рис. 2. Профили плотности плазмы в стационарной волне ионизации при $U_0 = 1$, $\beta = 5$ и различных значениях параметра $\delta = \nu/\omega$: (a) — $\delta = 0,33$; (b) — $\delta = 1$; пунктирные прямые соответствуют асимптотическим значениям $n = n_s$.

Учитывая, что мощность источника $f(\psi)$ имеет резонансный максимум $f_{\max} = (U_0/\delta)^\beta$ шириной $\Delta\psi \approx \delta$ в точке $\psi = 1$ и достаточно быстро убывает при $\psi > 1 + \delta$, получаем для ΔI_2 следующую оценку

$$-\Delta I_2 = - \int_{n_2}^{n_s} \psi' d\psi \approx \delta \sqrt{U_0^\beta / \delta^{\beta-1}}. \quad (24)$$

Отсюда следует, что $|\Delta I_2| \ll I_2$, т.е. основной вклад в I_2 , как и предполагалось при записи (15), дает область $0 < n < 1 - \Delta n$.

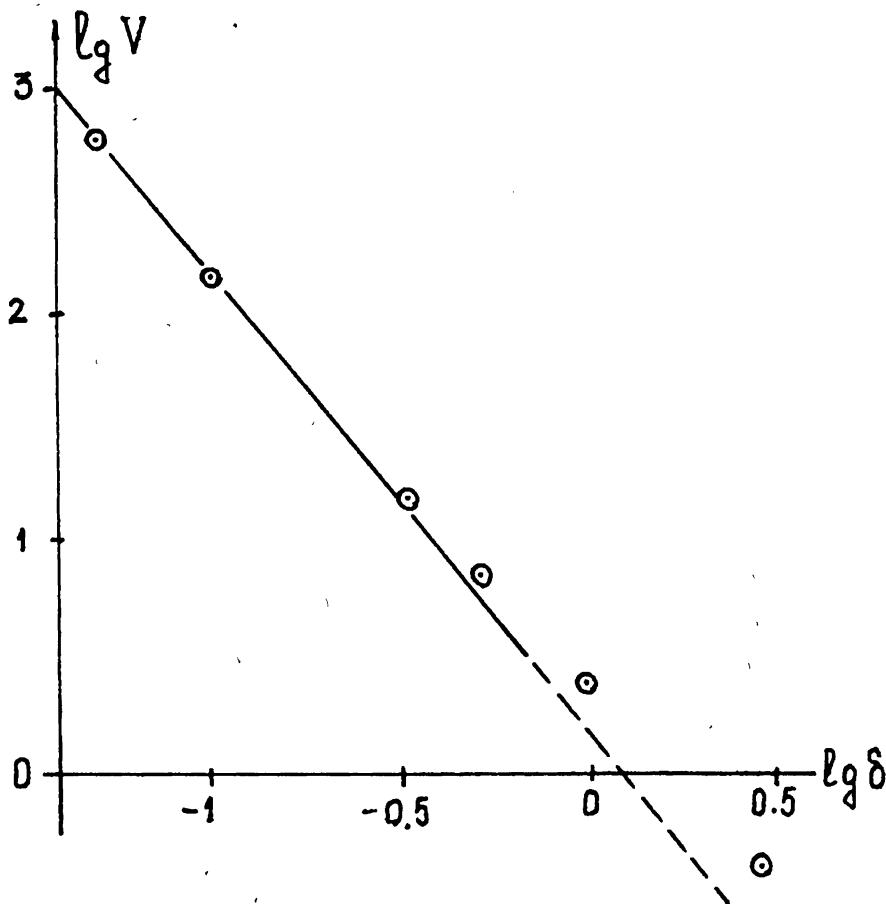


Рис. 3. Зависимость скорости волны ионизации V от параметра $\delta = \nu/\omega$ при $U_0 = 1$, $\beta = 5$ (\odot — численное моделирование; прямая линия — расчет по формуле (20)).

Профили плотности плазмы $n(\xi)$ и значения скорости волны ионизации V для различных значений параметров были рассчитаны на компьютере. Некоторые результаты расчета представлены на рис. 2–4. Как видно из графиков $n(\xi)$, изображенных при различных значениях δ на рис. 2, характерный масштаб переднего участка фронта волны, на котором плотность плазмы нарастает до значения $n \simeq 1$, быстро убывает с уменьшением δ . Напротив, ширина “релаксационной” области профиля волны, где плотность меняется от $n \simeq 1$ до $n = n_s$, с уменьшением δ столь же быстро увеличивается. На рис. 3, 4 изображены зависимости скорости волны V от параметров δ и U_0 . В области малых δ соответствующие значения V близки к рассчитанным по формуле (20) (сплошные

кривые на рисунках), что подтверждает правильность использованных выше расчетных приближений.

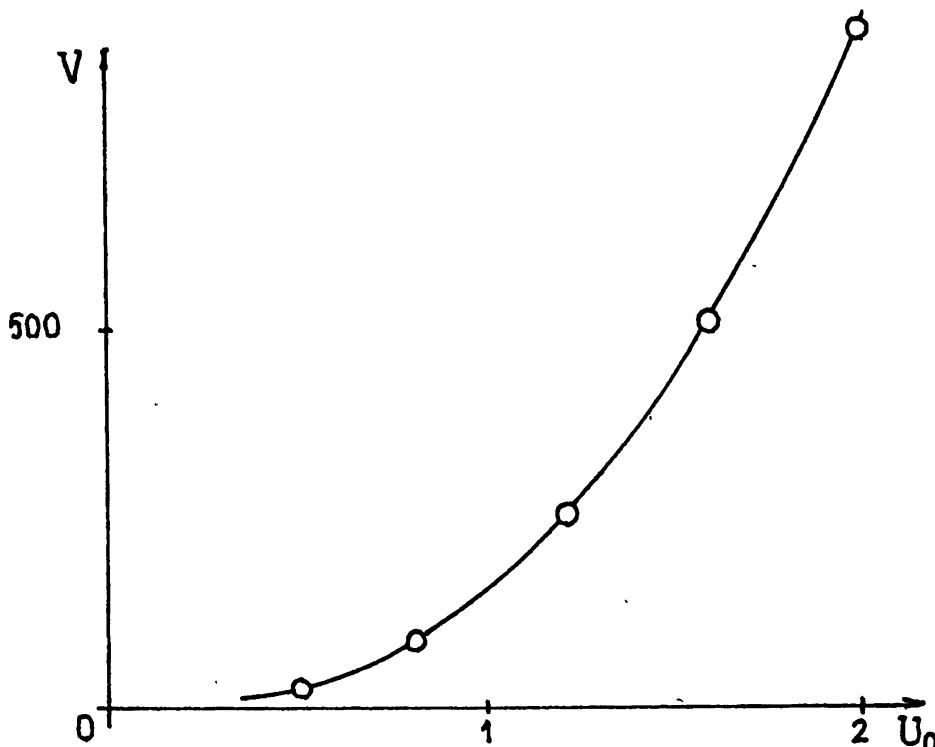


Рис. 4. Зависимость скорости волны ионизации V от амплитуды внешнего поля $U_0 = E_0/E_c$ при $\delta = 0, 1; \beta = 5$ (○ — численное моделирование; сплошная кривая — расчет по формуле (20)).

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-02-843).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гильденбург В. Б., Гущин И. С., Двинин С. А., Ким А. В. //ЖЭТФ, 1990. Т. 97. Вып. 4. С. 1151.
2. Dvinin S. A., Kuzovnikov A. A. //XIX Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers, 1989. V. 4. P. 818.
3. Gildenburg V. B., Shereshevskii I. A., Vdovicheva N. K. //Day on Diffraction 94, Intern. Seminar, Saint Petersburg, Abstracts, 1994. P. 17.
4. Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. Автоворонковые процессы. — М.: Наука, 1987.

5. Лагарьков А. Н., Руткевич И. М. Волны электрического пробоя в ограниченной плаэме. — М.: Наука, 1989.
6. Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. — М.: Мир, 1969.
7. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973.
8. Вихарев А. Л., Гильденбург В. Б., Ким А. В. и др. // В сб.: Высоко-частотный разряд в волновых полях. — Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1988.
9. Mayhan J. T., Fante R. L., O Keef e.a. J.Appl.Phys., 1971. V. 42. N 13. P. 5362.
10. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. // Вопросы кибернетики, 1975. Вып. 12. С. 3.
11. Гильденбург В. Б., Семенов В. Е. // Физика плаэмы, 1980. Т. 6. N 2. С. 445.

Институт прикладной физики
РАН, г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
11 января 1995 г.

IONIZATION WAVE IN A LONGITUDINAL HIGH-FREQUENCY FIELD

V. B. Gildenburg, A. A. Zalezskij, V. E. Semenov

We study one-dimensional ionization wave produced in a cold gas by an alternating electrical field of frequency ω , being parallel to its direction of propagation. The main attention is paid to the peculiarities associated with the presence at the leading wave front of the region of transit over the plasma resonance point where the electric field amplitude and, accordingly, the gas collision ionization rate has a sharp maximum for small electron collision frequencies $\nu \ll \omega$. There have been carried out analytical and numerical calculations of the parameters of the wave described by a nonlinear diffusion equation. It has been shown, that due to resonance effects even at values of an external electric field amplitude much less than the breakdown value the gas may have been set in the mode of "superfast" discharge propagation when the ionization wave rate $V \rightarrow \infty$ at $\nu/\omega \rightarrow 0$.

УДК 533.951

**РЕЗОНАНСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ
НА БЫСТРОМ ЭЛЕКТРОНЕ
ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

A. B. Акопян

С учётом торможения излучением изучается процесс резонансного излучения при комптоновском рассеянии электромагнитной волны на быстром релятивистском электроне, движущемся в заданном магнитном поле. В рамках теории малых возмущений получено общее выражение для электрического поля произвольно поляризованной рассеянной волны. Показано, что значение резонансного пика в сечении обусловлено малым радиационным трением. Изучается зависимость ширины резонансной линии от характерных параметров.

Рассмотрено рассеяние волны с заданной поляризацией, и найдена степень линейной поляризации излученной волны при резонансе.

Среди разнообразных электродинамических явлений по взаимодействию волна-заряд одним из основных является комптоновское рассеяние электромагнитной волны на быстром движущемся электроне. Особое значение данный эффект приобретает при его протекании во внешних магнитных полях разной величины и конфигурации. На зовем, для краткости, данный процесс магнитно-комптоновским рассеянием (МКР). В этом плане можно указать на существование, по крайней мере, следующих крупных категорий проблем, изучение и трактовка которых тесно связаны с МКР.

Одна из тематических проблем касается создания разного рода электронных приборов, предназначенных для преобразования параметров электромагнитной волны. В основе действия таких приборов, помимо других физических эффектов, лежит рассеяние пробной низкочастотной волны на мощных замагниченных электронных потоках, приводящего к испусканию волны в высокочастотном диапазоне [1]. Особенность протекающего внутри прибора процесса заключается в том, что его, в некотором смысле, можно сделать магнитоуправляемым, т.е. меняя в ходе взаимодействия волны с электронами структуру и величину внутреннего магнитного поля, в принципе можно регулировать форму спектральной линии и поляризацию рассеянной волны в нужном диапазоне частот.

Другая, более обширная отрасль применения МКР, относится к проблеме рассеяния волн в радиоастрономии [2, 3]. В космических условиях

разнородные длинноволновые кванты, рассеиваясь при столкновениях с ультрарелятивистскими направленными потоками зарядов, конвертируются в область коротких длин волн, вплоть до диапазона жёсткого рентгена и γ -квантов. Интерес представляет рассеяние в тех объектах и областях, где присутствуют магнитные поля разной конфигурации. Эти поля, могут быть как квантующие, так и неквантующие, в определенных условиях окажут существенное воздействие на характер рассеяния.

Хотя как в лабораторном, так и в космическом условиях взаимодействие волн с замагниченными зарядами, как правило, носит коллективный характер, с вытекающими из этого последствиями, для детального анализа МКР необходимо изучить механизм единичного акта рассеяния. В представленной работе в рамках теории малых возмущений изучается влияние внешнего продольного магнитного поля на элементарный акт рассеяния на быстром электроне. Ниже выводится общее выражение для электрического поля рассеянной волны при произвольных поляризациях волн. Затем с учётом резонанса исследуются сечения отдельных МКР переходов при конкретно заданной поляризации исходной и излученной волн.

Для удобства все расчёты и вытекающие из них выводы даются относительно неподвижной системы отсчёта. Магнитное поле считается неквантующим ($B_0 \ll B_*$, где $B_* \simeq 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс — критическое магнитное поле [11]) и поэтому ограничимся квазиклассической трактовкой задачи.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ РАССЕЯННОЙ ВОЛНЫ

Пусть на пробный электрон, движущийся с релятивистской скоростью \vec{v} вдоль однородного магнитного поля напряжённости $\vec{B}_0(0, 0, B_{0z})$, падает плоская монохроматическая волна α_0 -й поляризации с электрическим и магнитным векторами:

$$\vec{E}^{(\alpha_0)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left\{ \vec{e}^{(\alpha_0)} E_0 \exp \left(i\omega_0 \left(\frac{\vec{n}_0 \vec{r}}{c} - t \right) \right) + \text{к.с.} \right\}, \quad (1)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = [\vec{n}_0 \vec{E}^{(\alpha_0)}(\vec{r}, t)].$$

Здесь E_0 — амплитуда электрического поля; ω_0 , \vec{k}_0 — частота и волновой вектор ($\omega_0 = k_0 c$), $\vec{e}^{(\alpha_0)}$ и $\vec{n}_0 = \vec{k}_0 / k_0$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы поляризации и направления распространения волны.

Под совместным действием электромагнитных полей (1) и внешнего магнитного поля электрон, претерпевая нестационарное дрейфообразное ускорение, испускает кванты вторичной волны. Для трактовки данного процесса воспользуемся методом, разработанным в [4, 5] для тормозного

излучения при кулоновском рассеянии электрона во внешнем магнитном поле.

Запишем уравнение движения в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}}{dt} = & \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}\vec{\nabla}) \right) \vec{v} = \frac{1}{m\gamma} \left\{ e \left(\vec{E}^{(\alpha_0)} - \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{v}\vec{E}^{(\alpha_0)}) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{c} [\vec{v}[\vec{n}_0 \vec{E}^{(\alpha_0)}]] \right\} + \vec{F} - \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{v}\vec{F}) + \Omega[\vec{v}\vec{n}_B], \end{aligned} \quad (2)$$

где e , m — заряд и масса электрона, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор, $\vec{n}_B = \vec{B}_0/B_0$ — единичный вектор, $\Omega = eB_0/mc\gamma$ — синхротронная частота. В (2) \vec{F} есть сила радиационного трения (торможение излучением) [6, 7]. Учёт данной малой диссипативной силы необходим для анализа резонанса при рассеянии. Из [2, 6], пренебрегая малыми членами высокого порядка, имеем в релятивистском пределе

$$\vec{F} = m\tau \left(\ddot{\vec{v}} + \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{v}\ddot{\vec{v}}) \gamma^2 \right), \quad \tau = \frac{2}{3} \frac{r_e}{c} \gamma, \quad (3)$$

где $r_e = e^2/mc^2$ — радиус электрона, $\ddot{\vec{v}}$ — полная вторая производная скорости.

Решим уравнение (2) в том предположении, что рассеиваемая волна представляет собой малый фактор возмущения движения. Положим при этом

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{v}^{(0)} + \vec{v}^{(1)}(t) + \dots; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}^{(0)} + \int \vec{v}^{(1)}(t) dt + \dots, \quad (4)$$

где $\vec{v}^{(0)}$, $\vec{r}^{(0)}$ — невозмущенные значения скорости и радиус-вектора электрона ($\vec{v}^{(0)} \parallel \vec{B}_0$), $\vec{v}^{(1)}$, $\vec{r}^{(1)}$ — их возмущения, причём

$$\vec{v}^{(1)} \ll v^{(0)}. \quad (5)$$

Из (1)–(5) в первом приближении для Фурье-образа возмущения скорости получим (опуская в дальнейшем индексы “0” у $\vec{v}^{(0)}$ и $\vec{r}^{(0)}$)

$$\begin{aligned} \vec{v}_\omega^{(1)} = & -\frac{ie}{2\pi m\gamma} \frac{E_0 e^{ik_0(\vec{n}_0\vec{r})}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \left\{ \frac{1}{\gamma^2} \vec{n}_B (\vec{n}_B \vec{e}^{(\alpha_0)}) + \right. \\ & + \frac{(\omega - \vec{k}\vec{v})^2}{(\omega - \vec{k}\vec{v})^2 - \Omega^2 - 2i\tau(\omega - \vec{k}\vec{v})^3} \left([\vec{n}_B [\vec{e}^{(\alpha_0)} \vec{n}_B]] \left(1 - \frac{\vec{n}_0 \vec{v}}{c} \right) + \right. \\ & + [\vec{n}_B [\vec{n}_0 \vec{n}_B]] \frac{(\vec{v} \vec{e}^{(\alpha_0)})}{c} - \frac{i\Omega}{\omega - \vec{k}\vec{v}} ([\vec{e}^{(\alpha_0)} \vec{n}_B] \left(1 - \frac{\vec{n}_0 \vec{v}}{c} \right) + \\ & \left. \left. + [\vec{n}_0 \vec{n}_B] \frac{(\vec{v} \vec{e}^{(\alpha_0)})}{c} \right) \right\} \delta(\omega - \omega_0 - (\vec{k} - \vec{k}_0)\vec{v}). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь ω и \vec{k} — частота и волновой вектор излучаемой волны. Первый член в больших скобках, не зависящий от магнитного поля и обратно пропорциональный квадрату энергии, отвечает ускорению в продольном (вдоль \vec{B}_0) направлении. Остальные члены, относящиеся к резонансному знаменателю, описывают возмущение скорости в поперечном направлении.

Содержащееся в (6) под δ -функцией условие резонанса обеих волн с электроном является следствием закона сохранения энергии-импульса в квазиклассическом пределе. Данное выражение следует также из условия релятивистской инвариантности произведения четырёх векторов скорости и волнового вектора [6].

С целью установления условия применимости теории малых возмущений для общего релятивистского случая необходимо вычислить также $\vec{v}_\omega^{(2)}$ — возмущение скорости во втором приближении и сравнить его с $\vec{v}_\omega^{(1)}$. Однако такая процедура связана с громоздкими выкладками и здесь не проводится. В ультрарелятивистском же случае ($v \sim c$; $\gamma \gg 1$) из (5) и (6) условие применимости есть

$$E_0 \ll \frac{2}{3} \frac{cm}{e} \omega_0 \left(\frac{\gamma r_e}{\lambda_0} \right); \quad \lambda_0 \gg 137 \gamma r_e, \quad (7)$$

где λ_0 — длина рассеиваемой волны. Второе неравенство в (7) обеспечивает применимость квазиклассического приближения для максимально высоких частот излучения.

Фурье-образ электрического поля излучаемой волны λ -й поляризации [7]

$$\vec{E}_\omega^{(\alpha)} = -\frac{e}{c^2} \frac{e^{ikR}}{R} \frac{\vec{e}^{(\alpha)}}{(1 - \vec{n}\vec{v}/c)^2} \left[\frac{1}{c} (\vec{e}^{(\alpha)} \vec{v}) (\vec{n} \vec{w}_\omega^{(1)}) + \left(1 - \frac{\vec{n}\vec{v}}{c} \right) (\vec{e}^{(\alpha)} \vec{w}_\omega^{(1)}) \right]. \quad (8)$$

Здесь R есть радиус-вектор точки наблюдения, $\vec{e}^{(\alpha)}$ и $\vec{n} = \vec{k}/k$ — единичные векторы поляризации и направления распространения волны,

$$\vec{w}_\omega^{(1)} = i(\omega - \vec{k}\vec{v}) \vec{v}_\omega^{(1)} \quad (9)$$

— ускорение в первом приближении.

Зададим единичные векторы через характерные углы:

$$\vec{n}_0 = \{\sin \vartheta_0; 0; \cos \vartheta_0\}, \quad \vec{n} = \{\sin \vartheta; 0; \cos \vartheta\},$$

$$\vec{e}^{(\alpha_0)} = \{-\cos \vartheta_0 \cos \varphi_0; \sin \varphi_0; \sin \vartheta_0 \cos \varphi_0\}, \quad (10)$$

$$\vec{e}^{(\alpha)} = \{-\cos \vartheta \cos \varphi; \sin \varphi; \sin \vartheta \cos \varphi\},$$

где ϑ_0 и ϑ — углы падения и излучения, составленные векторами \vec{n}_0 и \vec{n} с \vec{v} (см. рис. 1). φ_0 и φ — поляризационные углы, составленные проекциями

векторов $\vec{e}^{(\alpha_0)}$ и $\vec{e}^{(\alpha)}$ на плоскость $x0y$ с осью x . В (10) учтён тот факт, что в магнитном поле при малом возмущении и согласно закону сохранения продольных импульсов плоскость излучения (\vec{n} , \vec{v}) с большой точностью совпадает с плоскостью рассеяния (\vec{n}_0 , \vec{v}).

Подставляя (6), (9) и (10) в (8), получим электрическое поле излучающей волны:

$$\begin{aligned} \vec{E}_\omega^{(\alpha)} = & -\frac{r_e E_0}{2\pi\gamma} e^{ik_0(\vec{n}_0\vec{r})} \frac{e^{ikR}}{R} \vec{e}^{(\alpha)} \left\{ \frac{\sin \vartheta_0 \sin \vartheta \cos \varphi_0 \cos \varphi}{\gamma^2(1-v \cos \varphi/c)^2} + \right. \\ & + \frac{1}{\left(1-\frac{v}{c} \cos \vartheta^2\right) - (\Omega/\omega)^2 - 2i\omega\tau(1-v \cos \vartheta/c)^3} \left[\cos \varphi \left(\cos \vartheta - \frac{v}{c} \right) \times \right. \\ & \times \left(\cos \varphi_0 \left(\cos \vartheta_0 - \frac{v}{c} \right) + i \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \varphi_0 \right) + \sin \varphi \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta \right) \times \\ & \times \left. \left(\sin \varphi_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta_0 \right) - i \frac{\Omega}{\omega_0} \cos \varphi_0 \frac{\cos \vartheta_0 - v/c}{1-v \cos \vartheta_0/c} \right) \right] \left. \right\} \times \\ & \times \delta \left(\omega \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta \right) - \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta_0 \right) \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Поле излучения отличается от поля исходной волны не только по величине, но и по фазе, причём сдвиг фазы зависит от магнитного поля и достигает максимального значения при резонансе: $\omega \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta \right) \simeq \Omega$.

Формулой (11) определяется поле излучения при произвольных энергиях. Ниже будем интересоваться случаем ультраквантитативистских энергий. Тогда, как следует из (11), частоты излучения лежат в интервале $\frac{1}{4}\gamma^{-2}\omega_0 \leq \omega \leq 4\gamma^2\omega_0$ [2, 8]. Причём, волны наиболее высоких частот $\omega \sim 4\gamma^2\omega_0$ генерируются при лобовом столкновении квантов первичной волны с электроном и сосредотачиваются внутри направленного вдоль \vec{v} , т.е. вдоль линии \vec{B} конуса с узким углом раствора: $\vartheta \leq \gamma^{-1}$.

При этом нетрудно убедиться, что длина когерентности высокочастотного излучения не зависит от энергии и будет порядка λ_0 . Изучение влияния внешнего поля на преобразование волны в высокочастотную область, с резкой направленностью излучения, несомненно представляет наибольший интерес для практики.

Из требования малости диссипативной силы (3) по сравнению с электромагнитными силами следует, что $2\tau\omega\gamma^{-2} \ll 1$. Соответственно этому в (11) член $2i\tau\omega(1-v \cos \vartheta/c)^3$ в знаменателе описывает естественную ширину линии вблизи синхротронного резонанса с частотой

$$\omega \simeq \frac{2\gamma^2\Omega}{1+\gamma^2\vartheta^2}. \quad (12)$$

Из (11) следует, что в области низких частот, $\omega \ll 2\gamma^2\Omega$, соответствующие компоненты поля подвержены релятивистскому и магнитному давлению. В области высоких частот, т.е. при $\omega \gg 2\gamma^2\Omega$, поле излучения практически не зависит от магнитного поля. Наконец, самым важным является испускание волн внутри резонансной полосы узкой ширины $\Delta\omega$, где

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \simeq \left| 1 + \gamma^2 v^2 - 2\gamma^2 \frac{\Omega}{\omega} \right| \leq \frac{1}{\sigma} \frac{r_e}{\lambda \gamma^3} (1 + \gamma^2 v^2). \quad (13)$$

При этом падающее поле резонирует с вызванными им же дрейфообразными смещениями электрона, в результате которого рассеянное поле резко возрастает. Из (12) и (13) следует также, что с ростом энергии резонансная частота смещается в сторону больших частот и, одновременно с этим, резко сужается ширина линии.

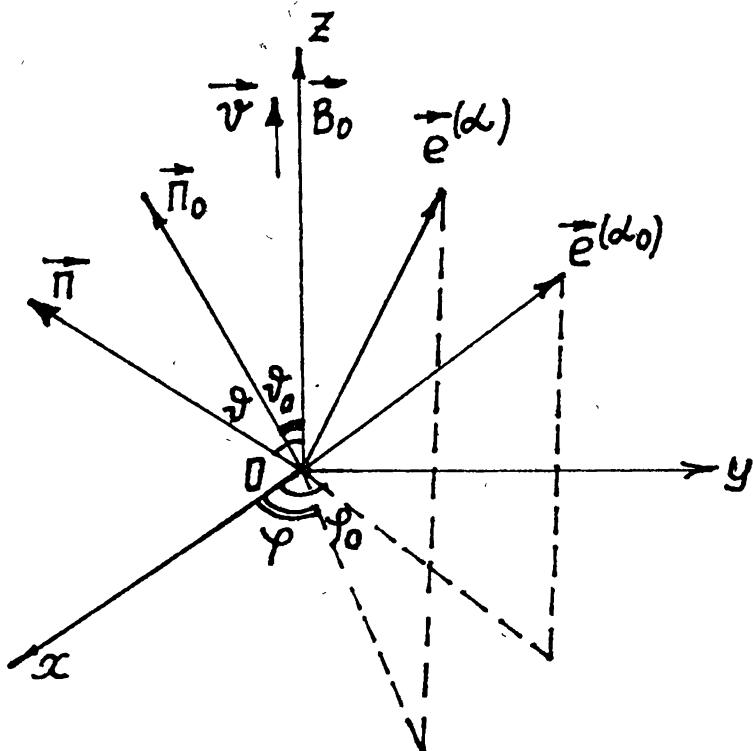


Рис. 1.

Дальнейший анализ выполним посредством расчёта сечения излучения [7]

$$\frac{d\sigma(\alpha_0 \rightarrow \alpha)}{d\Omega} = \frac{R^2 \int |\vec{E}_\omega^{(\alpha)}|^2 d\omega}{|\vec{E}_{\omega_0}^{(\alpha_0)}|^2}, \quad (14)$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла.

Таким образом, основная суть выражений (10), (11), и (14) заключается в том, что они, в принципе, позволяют исследовать характер МКР переходов $\{\vec{n}_0; \vec{e}^{(\alpha_0)}\} \rightarrow \{\vec{n}; \vec{e}^{(\alpha)}\}$ волн с произвольными поляризациями. Напомним, что данные переходы не сопровождаются синхротронным излучением.

РАССЕЯНИЕ ВОЛН ЗАДАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Проводя по стандартным методам необходимые выкладки, можно получить общее выражение для сечения перехода. Однако для случая произвольных поляризаций волн оно имеет громоздкий вид и здесь не приводится. Ввиду этого целесообразно будет задавая предварительно значения поляризационных углов φ_0 и φ , перейти к изучению сечений переходов с участием волн с заданными поляризациями. Таким путём можно проследить за тем, как магнитное поле управляет возмущением движения, по разному влияет на электрическое поле и сечение излучения волны той или иной поляризации.

Для иллюстрации сказанного обсудим случай, когда исходная волна поляризована в плоскости, перпендикулярной плоскости рассеяния: $\varphi_0 = 90^\circ$ (\perp волна). Для компонентов поля рассеянной волны, расположенных соответственно в плоскости излучения: $\varphi = 0.180^\circ$ и перпендикулярно к ней: $\varphi = 90^\circ$ (\parallel и \perp волны) с учётом направленности излучения из (11) имеем

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_\omega^{\parallel} \\ \vec{E}_\omega^{\perp} \end{array} \right\} &= -\frac{r_e E_0}{\pi \gamma} \frac{e^{ikR}}{R} e^{ik_0(\vec{n}_0 \cdot \vec{r})} \times \\ &\times \frac{\delta(\omega - 4\gamma^2 \omega_0 / (1 + \gamma^2 \vartheta^2))}{(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2 - \left(\frac{2\gamma^2 \Omega}{\omega}\right)^2 - i\omega \tau \gamma^{-2} (1 + \gamma^2 \vartheta^2)^3} \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{l} 2i(\gamma^2 \Omega / \omega_0)(1 - \gamma^2 \vartheta^2) \vec{e}^{(\parallel)} \\ (\omega / \omega_0)(1 + \gamma^2 \vartheta^2) \vec{e}^{(\perp)} \end{array} \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где $\vec{e}^{(\parallel)} = \{\pm 1; 0; 0\}$, $\vec{e}^{(\perp)} = \{0; 1; 0\}$. Компоненты поля сдвинуты по фазе как по отношению к полю исходной волны, так и друг к другу. Из (15) вытекает, что именно благодаря внешнему полю наряду с \perp волной испускается также \parallel волна.

При получении (15) принято значение угла падения волны $\vartheta_0 = 180^\circ$. Именно такой случай и реализуется во многих экспериментах по рассеянию волн на направленных потоках быстрых электронов.

Из (14) и (15) для углового распределения сечений волн находим

$$\left\{ \begin{array}{l} d\sigma(\perp \rightarrow \parallel)/\vartheta d\vartheta \\ d\sigma(\perp \rightarrow \parallel)/\vartheta d\vartheta \end{array} \right\} = \frac{r_e^2 \gamma^2}{\pi^2} \frac{1}{(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2} \frac{1}{(1 - (\Omega/2\omega_0)^2)^2 + 16\omega_0^2 \tau^2} \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} 4(\Omega/\omega_0)^2 (1 - \gamma^2 \vartheta^2)/(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2 \\ 1 \end{array} \right\}. \quad (16)$$

Как следует из (16), при резонансной частоте

$$\omega_0 = \frac{\Omega}{2} \quad (17)$$

сечения резко возрастают и достигают максимальных значений

$$\left\{ \begin{array}{l} d\sigma_{\max}(\perp \rightarrow \parallel)/\vartheta d\vartheta \\ d\sigma_{\max}(\perp \rightarrow \parallel)/\vartheta d\vartheta \end{array} \right\} = \frac{9}{4\pi^2} \left(\frac{c}{\Omega} \right)^2 \frac{1}{(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2} \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} (1 - \gamma^2 \vartheta^2)/(1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2 \\ 1 \end{array} \right\}. \quad (18)$$

Таким образом, из (18) приходим к важному заключению о том, что в неквантующем магнитном поле, при выполнении условия $\Omega \ll c/r_e$, резонансные значения сечений намного превосходят сечения комптоновского рассеяния без наличия магнитного поля. Помимо этого, проинтегрированное по всем углам излучения сечение логарифмически растут с энергией.

Ширина линий сечений (18)

$$\Delta\omega \simeq \frac{1}{3} \left(\frac{r_e \Omega}{c} \right) \Omega. \quad (19)$$

Как условия резонансов (12) и (17), так и ширины линий (13) и (19) имеют одинаковые смыслы. Одни из них относятся к исходной, другие — рассеянной высокочастотной волне. Переход от одних к другим осуществляется релятивистскими преобразованиями при условии квазиколлинеарности векторов \vec{v} , \vec{k}_0 и \vec{k} .

Важной характеристикой рассматриваемого процесса является степень линейной поляризации излучения:

$$\xi = \frac{d\sigma(\perp \rightarrow \parallel) - d\sigma(\perp \rightarrow \perp)}{d\sigma(\perp \rightarrow \parallel) + d\sigma(\perp \rightarrow \perp)}. \quad (20)$$

Из (16) и (20)

$$\xi = \frac{\Omega^2 (1 - \gamma^2 \vartheta^2)^2 - 4\omega_0^2 (1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2}{\Omega^2 (1 - \gamma^2 \vartheta^2)^2 + 4\omega_0^2 (1 + \gamma^2 \vartheta^2)^2}. \quad (21)$$

Отсюда, как следует, на поверхности конуса направленности излучение во всём диапазоне частот, в том числе и в резонансной области, линейно поляризовано в плоскости, перпендикулярной плоскости излучения. Для волн, излучаемых вдоль оси конуса, из (21)

$$\xi = \frac{\Omega^2 - 4\omega_0^2}{\Omega^2 + 4\omega_0^2} . \quad (22)$$

Из этой формулы следует, что вдоль магнитного поля излучение на резонансной частоте (17) линейно неполяризовано. Вне области резонанса поляризация в зависимости от величины внешнего поля имеет разные знаки. В области низких частот, $\omega_0 \ll \frac{\Omega}{2}$, волна поляризована в плоскости излучения. Однако при этом, как следует из (16), само излучение подавлено магнитным полем. В интервале же высоких частот, $\omega_0 \gg \frac{\Omega}{2}$, когда можно пренебречь влиянием магнитного поля, электрический вектор излучения почти целиком лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости излучения. Последний результат находится в хорошем соответствии с тем фактом, что, как было показано ещё в ранних работах [8, 9], при отсутствии внешнего поля рассеянное высокочастотное излучение вдоль движения потока электронов линейно поляризовано на 100%.

Аналогично изложенному, можно рассмотреть случаи МКР переходов с участием волн других типов поляризаций. В частности, в (10) и (11) значениям углов φ_0 , $\varphi = \pm 45^\circ$ соответствует рассеяние с участием волн правой и левой циркулярной поляризации. В случае же неполяризованной волны в неполяризованную (н. \rightarrow н. переход) для нахождения сечения можно поступить следующим образом. Мы можем непосредственно подставить поле (11) в (14) и усреднить результат по поляризационным углам. Или же, пользуясь [11], представим

$$\frac{d\sigma(\text{н.} \rightarrow \text{н.})}{\vartheta d\vartheta} = \frac{1}{4} \left[\frac{d\sigma(\perp \rightarrow \parallel)}{\vartheta d\vartheta} + \frac{d\sigma(\perp \rightarrow \perp)}{\vartheta d\vartheta} + \frac{d\sigma(\parallel \rightarrow \parallel)}{\vartheta d\vartheta} + \frac{d\sigma(\parallel \rightarrow \perp)}{\vartheta d\vartheta} \right] .$$

Наконец, если одна из фигурирующих волн в начальном или конечном состоянии поляризована, с индексами поляризации α_0 и α , а другая волна неполяризована, сечения соответствующих переходов

$$\frac{d\sigma(\alpha_0 \rightarrow \text{н.})}{\vartheta d\vartheta} = \frac{1}{2} \left[\frac{d\sigma(\alpha_0 \rightarrow \parallel)}{\vartheta d\vartheta} + \frac{d\sigma(\alpha_0 \rightarrow \perp)}{\vartheta d\vartheta} \right] ,$$

$$\frac{d\sigma(\text{н.} \rightarrow \alpha)}{\vartheta d\vartheta} = \frac{1}{2} \left[\frac{d\sigma(\parallel \rightarrow \alpha)}{\vartheta d\vartheta} + \frac{d\sigma(\perp \rightarrow \alpha)}{\vartheta d\vartheta} \right] .$$

Таким образом, разработанная методика позволяет определить сечения всевозможных МКР переходов,

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Начиная с первоначальных работ [8, 9] теоретически и экспериментально подтверждено, что комптоновское рассеяние интенсивного пучка электромагнитных волн на ультраквазирелятивистских моноэнергетических электронах приводит к образованию квазимонохроматических поляризованных рентгеновских и γ -квантов. Однако большинство работ по данной теме в основном относятся к случаю отсутствия внешних статических электромагнитных полей. Здесь доказывается, что внешнее поле в разных областях частот, углов и энергий заметно меняет характер рассеяния. Существенно, что при этом возникает эффект резонанса, приводящий к образованию резкого пика в сечении. Этот результат находится в соответствии с тем, что при рассеянии на связанных зарядах: на атоме и осцилляторе [7] и на канализированных электронах [10], в сечениях возникают узкие резко выраженные пики. Величины резонансной частоты и естественной ширины линии определяются внешними факторами и внутренними параметрами системы. В нашей задаче эти величины непосредственно подчиняются заданному внешнему полю.

Показано, что поляризация излучения при МКР переходе находится в существенной зависимости от магнитного поля. В этом плане МКР переход существенно отличается от других типов излучения. Это связано с тем, что в рассматриваемом случае внешнее поле управляет возмущением движения электрона, тем самым воздействует на характеристики излучения, в том числе и на поляризацию.

Обнаружено релятивистское и магнитное подавление излучения при рассеянии волн низких частот $\omega_0 \ll \frac{\Omega}{2}$. Рассеяние же волн из спектра высоких частот, $\omega_0 \gg \frac{\Omega}{2}$, практически не подвергнуто воздействию магнитного поля. Уместно отметить также, что при рассеянии на замагниченнем нерелятивистском электроне формула Томсона применима при условии $\omega_0 \gg eB_0/mc$ [12].

Таким образом, при МКР переходе на быстром электроне можно получить высокочастотную резко направленную волну требуемой поляризации. Процесс преобразования волны можно сделать магнитоуправляемым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. / Сб. статей. Пер. с англ. — М.: Мир, 1983.
2. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1987.
3. Пахольчик А. Радиоастрофизика. — М.: Мир, 1973.

4. Сазонов В. Н., Туганов В. Ф. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 2. С. 165.
5. Акопян А. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 8. С. 930.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1967.
7. Джексон Дж. Классическая электродинамика. — М.: Мир, 1965.
8. Арутюнян Ф. Р., Туманян В. А. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. Вып. 6. С. 2100.
9. Куликов О. Ф., Тельнов Ю. Я., Филиппов Е. И., Якименко М. Н. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. Вып. 4. С. 1591.
10. Тулупов А. В. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 8. С. 460.
11. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. — М.: Наука, 1980.
12. Акопян А. В. // Изв. АН Армении. Физика. 1991. Т. 26. Вып. 1. С. 3.

Институт радиофизики и
электроники АН Армении

Поступила в редакцию
17 января 1995 г.

**RESONANCE RADIATION AT ELECTROMAGNETIC
WAVE SCATTERING BY A FAST ELECTRON
IN THE EXTERNAL MAGNETIC FIELD**

A. V. Akopyan

The process of resonance radiation in Compton scattering of an electromagnetic wave by a fast relativistic electron moving in the given magnetic field is investigated taking into account the braking by radiation. The general expression for an arbitrary polarized electromagnetic field of the scattered wave is obtained in the framework of the small perturbation method. The value of a resonant peak in the scattering cross-section is shown to be caused by a small radiation friction. The resonance line width dependence on characteristic parameters of the problem is investigated.

The scattering of the given polarized wave is considered and the linear polarization degree of the radiated wave at the resonance is obtained.

УДК 621.371.25

К ТЕОРИИ РЕФРАКЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ РАДИОВОЛН

B. A. Алимов

В работе детально рассмотрены вопросы частотной корреляции флюктуаций радиоволн при распространении их в одном или нескольких толстых слоях с сильными крупномасштабными неоднородностями турбулентного происхождения. Получены общие выражения для пространственно-частотной корреляции флюктуаций принимаемых радиоволн. Проанализированы различные частные случаи рассеяния радиоволн в турбулентных средах с неоднородностями, описываемыми степенными спектрами с показателями $p \leq 2$ и $p \geq 3$. Показано, в частности, что полоса когерентности сигналов при их распространении в средах с сильными крупномасштабными неоднородностями существенным образом зависит от конкретного вида спектра этих неоднородностей. Появление на пути распространения радиоволн дополнительного сильнорассеивающего слоя с резко отличными свойствами от первого слоя может значительно увеличивать или уменьшать частотную корреляцию принимаемых радиоволн.

В последние годы в теории рефракционного рассеяния радиоволн достигнут значительный прогресс, прежде всего, благодаря работам Букера (см. [1] и цитированную там литературу). В этих работах довольно детально исследованы пространственные характеристики флюктуаций интенсивности сигналов при распространении их в толстом турбулентном слое с сильными (средний квадрат флюктуационного набега фазы волны в слое \bar{s}_0^2 много больше единицы) крупномасштабными (внешний масштаб турбулентности L_0 сравним и больше характерного Френелевского параметра F для данной трассы) неоднородностями диэлектрической проницаемости среды. Вместе с тем, вопрос о частотной корреляции флюктуаций радиоволн рассмотрен в [1] скорее качественно, чем количественно. Ниже мы проанализируем некоторые аспекты частотной корреляции флюктуаций сигналов в теории рефракционного рассеяния радиоволн.

Автор [1] высказал предположение о том, что характерный масштаб частотной корреляции флюктуаций радиоволн (полоса когерентности сигнала) при распространении их в толстом слое с сильными крупномасштабными неоднородностями равен полосе когерентности сигнала при дифракции его в свободном пространстве за фазовым экраном (с эквивалентной величиной \bar{s}_0^2 , равной полному значению этого параметра для данного толстого слоя), расположенным в центре этого слоя. Подтверждение справедливости этой гипотезы имеется в работе [2], где в n -экранном приближении была вычислена частотная корреляция флюктуаций радиоволн при

распространении их в толстом слое со случайными гауссовыми неоднородностями. К этому выводу легко прийти, если сравнить численные значения частотной корреляции радиоволн, полученные в [2] для толстого слоя с сильными крупномасштабными неоднородностями и известными значениями ее же [3, 4] при дифракции в свободном пространстве за фазовым экраном, помещенным в центре этого слоя.* Таким образом, дифракция излучения в свободном пространстве за фазовым экраном может быть успешно использована для исследования частотной корреляции радиоволн при распространении их в эквивалентном (в указанном выше смысле) толстом слое с сильными крупномасштабными неоднородностями.

Мы будем исходить из известного выражения для частотной корреляции флуктуаций комплексного поля принимаемых радиоволн при дифракции их в свободном пространстве за экраном с сильными флуктуациями фазы волны [3, 4]:

$$\begin{aligned} \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_1}^*} &= \frac{i \omega_1 \omega_2}{2 \pi c z (\omega_1 - \omega_2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\overline{s_0^2} (1 - \rho(\xi, \eta)) \right] \times \\ &\times \exp \left[-i \frac{\omega_1 \omega_2}{2 c z (\omega_2 - \omega_1)} (\xi^2 + \eta^2) \right] d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (1)$$

где ω_1, ω_2 — круговые частоты радиоволн, z — расстояние от фазового экрана до точки наблюдения, $\rho(\xi, \eta)$ — коэффициент пространственной корреляции флуктуаций фазы волны на экране, c — скорость света.

В случае гауссовой функции корреляции $\rho(\xi, \eta) = \exp \left[-(\xi^2 + \eta^2)/L_0^2 \right]$ из соотношения (1) получаем известное выражение [3, 4] (при $\overline{s_0^2} \gg 1$):

$$\overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*} = \frac{1}{1 + (\delta D_1)^2} + i \frac{\delta D_1}{1 + (\delta D_1)^2}, \quad (2)$$

где $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2\omega_0$ — относительное разнесение частот ($\delta \ll 1$), $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ — среднее значение частоты, $D_1 = 4cz/\omega_0 \ell_E^2$ — волновой параметр, $\ell_E = \ell/\sqrt{\overline{s_0^2}}$ — характерное значение масштаба пространственной корреляции поля волны при дифракции ее на экране с гауссовыми неоднородностями и сильными флуктуациями фазы [4]. Соответственно, для коэффициента частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемого сигнала в приближении фраунгоферовой дифракции ($D_1 \gg 1$) имеем [3, 4]:

$$\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}} \simeq \left| \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*} \right|^2 \simeq \frac{1}{1 + (\delta D_1)^2}. \quad (3)$$

Эти же соотношения (с соответствующим значением параметра ℓ_E) справедливы и для случая дифракции излучения в свободном пространстве

*Учет частотной дисперсии фазовых флуктуаций в толстом слое со случайными неоднородностями в [2] изложен.

за фазовым экраном с сильными крупномасштабными неоднородностями турбулентного происхождения с показателем спектра $p \geq 3$. Этот вывод непосредственно следует из анализа соотношений (1)–(3) и асимптотического вида функций $\rho(\xi, \eta)$ для случая турбулентных неоднородностей, представленного в [5]. В частности, соотношения (2), (3) справедливы для случая турбулентных неоднородностей диэлектрической проницаемости среды при следующих значениях параметра ℓ_E [5]:

$$\ell_E \simeq \begin{cases} 2/\sqrt{s_0^2 \ln s_0^2} & \text{для случая степенного спектра} \\ \sqrt{2/s_0^2} & \text{с показателем } p = 3 \\ 2/\sqrt{s_0^2} & \text{при } p = 4, \\ & \quad p = 5. \end{cases} \quad (4)$$

Итак, соотношения (2), (3) описывают поведение частотной корреляции флуктуаций радиоволн при распространении их в толстом слое с сильными крупномасштабными неоднородностями турбулентного происхождения с показателем спектра $p \geq 3$.

В случае турбулентных неоднородностей слоя с показателем спектра $p \simeq 2$ подынтегральное выражение в (1) с учетом [5] может быть аппроксимировано соотношением

$$\exp \left[-\overline{s_0^2} (1 - \rho(\xi, \eta)) \right] \simeq \exp \left(-\sqrt{\xi^2 + \eta^2}/\ell_E \right), \quad (5)$$

где $\ell_E = L_0/\overline{s_0^2}$.

Подставляя соотношение (5) в (1) и проводя необходимые интегральные преобразования с помощью [6], находим следующее выражение для частотной корреляции флуктуаций комплексного поля радиоволн в исключимом случае:

$$\begin{aligned} \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*} &= \sqrt{2\pi x} \left\{ \left[\sin x \left(\frac{1}{2} - C(x) \right) - \cos x \left(\frac{1}{2} - S(x) \right) + (2\pi x)^{-1/2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + i \left[\cos x \left(\frac{1}{2} - C(x) \right) + \sin x \left(\frac{1}{2} - S(x) \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $x = \delta D/4$, $C(x)$, $S(x)$ — интегралы Френеля [6]. Соответственно для коэффициента частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемого сигнала находим:

$$\begin{aligned} \rho_{I_{\omega_1 \omega_2}} &= \left| \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*} \right| = 1 + 2\pi x \left\{ \left[\frac{1}{2} - C(x) \right]^2 + \left[\frac{1}{2} - S(x) \right]^2 \right\} + \\ &\quad + 2\sqrt{2\pi x} \left\{ \sin x \left[\frac{1}{2} - C(x) \right] - \cos x \left[\frac{1}{2} - S(x) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношения (6), (7) описывают поведение частотной корреляции флуктуаций радиоволн при распространении их в толстом слое с сильными крупномасштабными неоднородностями с показателем турбулентного спектра $p \approx 2$.

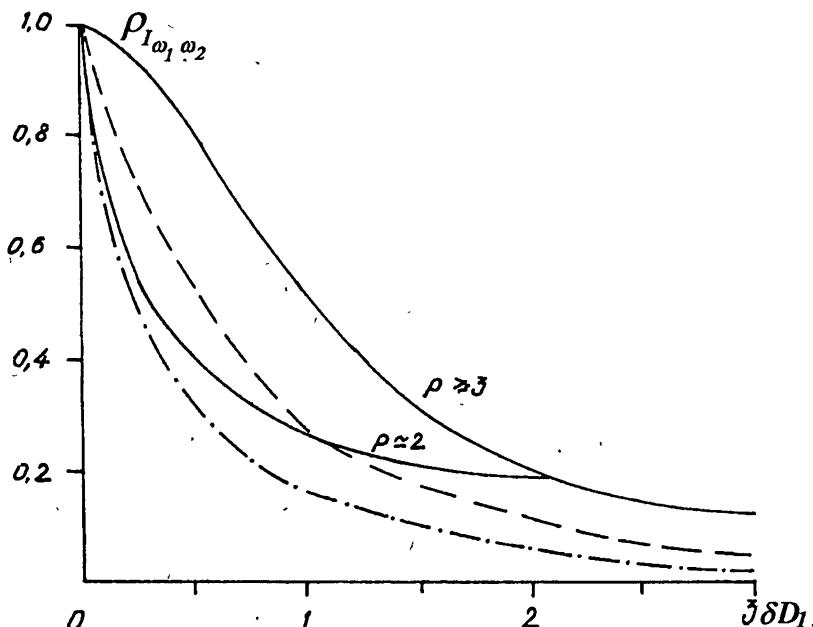


Рис. 1.

На рис. 1 сплошными линиями изображены зависимости функций $\rho_{I_{\omega_1\omega_2}}$ от параметра δD , вычисленные по формулам (3) и (7) для случаев распространения радиоволн в турбулентных слоях с показателями спектра $p = 2$ и $p \geq 3$. Из этого рисунка, в частности, следует, что полоса когерентности принимаемого сигнала (значение разнесения частот $\Delta f_{\text{кор}}$ для коэффициента частотной корреляции $\rho_{I_{\omega_1\omega_2}} = 0,5$) в турбулентном слое с сильными крупномасштабными неоднородностями, при прочих равных условиях, в четыре раза меньше для случая неоднородностей с показателем спектра $p = 2$ по сравнению со случаем неоднородностей с показателем спектра $p \geq 3$.*

Рассмотрим теперь вопрос о частотной корреляции флуктуаций радиоволн при последовательном распространении их в нескольких толстых слоях с сильными крупномасштабными случайными неоднородностями. В этом случае задача дифракции радиоволн, согласно вышеизложенной основной концепции рефракционного рассеяния радиоволн, сводится к со-

* В теории рефракционного рассеяния радиоволн Букера оценочное значение полосы когерентности принимаемого сигнала [1] $\Delta f_{\text{кор}} = 2f_0(\ell/F)^2$ зависит от формы спектра неявно лишь через параметр $\ell = \ell_B/2$.

ответствующей задаче дифракции излучения на нескольких фазовых экранах, помещенных в центрах этих толстых неоднородных слоев. При этом исходное соотношение для пространственно-частотной корреляции флуктуаций комплексного поля принимаемых радиоволн после дифракции их на n фазовых экранах можно записать в следующем виде (ср. [2]):

$$\begin{aligned} \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*}(\xi_0, \eta_0) = & \left(\frac{i\omega_0^2}{2\pi c(\omega_2 - \omega_1)} \right)^n \times \\ & \times \prod_{k=1}^n \frac{1}{z_k} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \dots d\xi_n d\eta_1 \dots d\eta_n \exp \left\{ - \sum_{k=1}^n \overline{s_{k\omega_0}^2} (1 - \rho(\xi_k, \eta_k)) \right\} \times \\ & \times \exp \left[\frac{i\omega_0^2}{2c(\omega_2 - \omega_1)} \sum_{k=1}^n \frac{(\xi_k - \xi_{k-1})^2 + (\eta_k - \eta_{k-1})^2}{z_k} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\overline{s_{k\omega_0}^2}$ — средний квадрат флуктуационного набега фазы волны на частоте ω_0 в k -м толстом слое, $\omega_2 - \omega_1$ — разнесение частот ($\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2\omega_0 \ll 1$), z_k — расстояние от центра k -го слоя до начала $(k+1)$ -го слоя (см. рис. 2), $\rho(\xi_k, \eta_k)$ — коэффициент пространственной корреляции флуктуаций фазы волны на частоте ω_0 в k -м слое, ξ_0, η_0 — пространственные координаты разнесения точек наблюдения по осям x, y соответственно.

В случае, когда сильные крупномасштабные турбулентные неоднородности толстых слоев имеют показатели спектра $p \geq 3$, справедливо следующее приближенное равенство (см. выше):

$$\overline{s_{k\omega_0}^2} (1 - \rho(\xi_k, \eta_k)) \simeq (\xi_k^2 + \eta_k^2)/\ell_{E_k}^2, \quad (9)$$

где ℓ_{E_k} — характерный масштаб пространственной корреляции флуктуаций комплексного поля волны при дифракции в k -м слое.

Подставляя соотношение (9) в выражение (8) и проводя необходимые интегральные преобразования, с помощью [6] получаем (ср. [2]):

$$\begin{aligned} \overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*}(\xi_0, \eta_0) = & \prod_{k=1}^n \frac{A_n + i(\delta D_n^{\Phi})}{A_n^2 + (\delta D_n^{\Phi})^2} \times \\ & \times \exp \left\{ - \frac{\xi_0^2 + \eta_0^2}{\ell_{E_{\Phi n}}^2} \frac{1}{A_n^2 + (\delta D_n^{\Phi})^2} \left[1 + i(\delta D_n^{\Phi}) \left(1 + \frac{A_n^2 - A_n}{(\delta D_n^{\Phi})^2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$A_1 = 1, \quad A_n = 1 + \frac{z_n}{z_{n-1}} \frac{A_{n-1}^2 - A_{n-1} + (\delta D_{n-1}^{\Phi})^2}{A_{n-1}^2 + (\delta D_{n-1}^{\Phi})^2},$$

$$D_n^{\Phi} = 4cz_n/\omega_0 \ell_{E_{\Phi n}}^2, \quad \ell_{E_{\Phi n}}^{-2} = \ell_{E_n}^{-2} + \ell_{E_{\Phi n-1}}^{-2} [A_{n-1}^2 + (\delta D_{n-1}^{\Phi})^2]^{-1}.$$

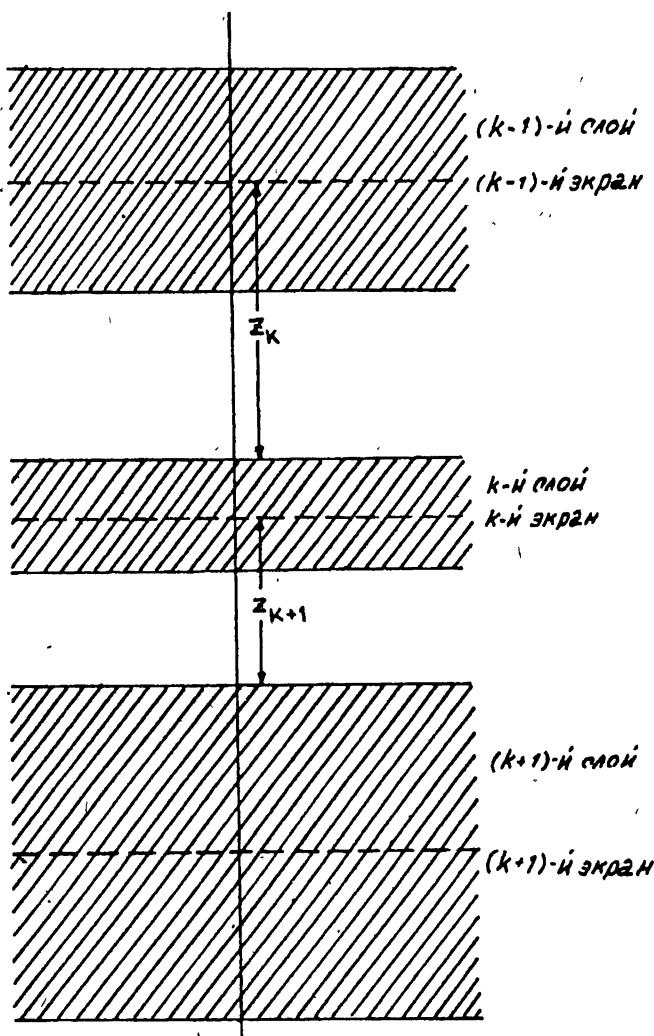


Рис. 2.

Из соотношения (10) непосредственно следует выражение для частотной корреляции флуктуаций комплексного поля радиоволны, прошедших n толстых слоев:

$$\overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*}(0, 0) = \prod_{k=1}^n \frac{A_n + i(\delta D_n^{\phi\Phi})}{A_n^2 + (\delta D_n^{\phi\Phi})^2}.$$

Соответственно для коэффициента частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемого сигнала имеем (в приближении Фраунгоферовой дифракции излучения в любом k -м толстом слое, $D_k = 4cz_k/\omega_0 l_{E_k}^2 \gg 1$):

$$\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}} = \prod_{k=1}^n \frac{1}{A_n^2 + (\delta D_n^{\phi\Phi})^2}.$$

Из этого соотношения, в случае дифракции излучения в двух толстых слоях, имеем:

$$\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}}^{(2)} = \frac{1}{1 + (\delta D_1)^2} \frac{1}{A_2^2 + (\delta D_2^{\Phi})^2}, \quad (11)$$

где

$$D_2^{\Phi} = 2cz_2/\omega_0 \ell_{E_{\Phi} 2}^2, \quad A_2 = 1 + (z_2/z_1)(\delta D_1)^2/(1 + (\delta D_1)^2),$$

$$\ell_{E_{\Phi} 2}^{-2} = \ell_{E_2}^{-2} + \ell_{E_1}^{-2} [1 + (\delta D_1)^2]^{-1}.$$

Из соотношения (11) легко получить уравнение для определения полосы когерентности по частоте принимаемого сигнала (значение $\Delta f_{\text{кор}}$ при $\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}} = 0,5$): $D^2 x^2 + [1 + 2z + (z + D)^2]x - 1 = 0$. Здесь введены обозначения: $z = z_2/z_1$, $D = D_2/D_1 = (z_2/z_1)(\ell_{E_1}^2/\ell_{E_2}^2)$, $x = \Delta f_{\text{кор}}/\Delta f_{\text{кор}1}$, $\Delta f_{\text{кор}1} = 2f_0/D_1$ — полоса когерентности при дифракции в первом толстом слое.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\frac{\Delta f_{\text{кор}}}{\Delta f_{\text{кор}1}} = \sqrt{\frac{1 + 2z + (z + D)^2}{2D^2}} \left[\sqrt{1 + \frac{4D^2}{(1 + 2z + (z + D)^2)^2}} - 1 \right]. \quad (12)$$

На рис. 3 приведена зависимость относительной полосы частотной когерентности флюктуаций интенсивности принимаемого сигнала $\frac{\Delta f_{\text{кор}}}{\Delta f_{\text{кор}1}}$, вычисленная по формуле (12), от относительного пространственного разнесения слоев z для различных значений относительного волнового параметра D , характеризующего эффективность рефракционного рассеяния радиоволн в исследуемых толстых слоях. На рис. 3 штриховой линией приведена зависимость относительной полосы частотной когерентности сигнала в точке наблюдения на выходе второго слоя при отсутствии самого этого слоя. На рис. 3 видно, что появление второго сильнорассеивающего слоя с крупномасштабными неоднородностями, идентичными с неоднородностями первого слоя (случай $D = z$), лишь незначительно увеличивает частотную корреляцию принимаемых радиоволн (см. также [2]). В то же время, появление второго слоя с резко отличными статистическими свойствами от первого (случаи $D \ll 1$ и $D = 20$) может значительно увеличить или уменьшить частотную корреляцию радиоволн.

Соотношения (11), (12) описывают частотную корреляцию флюктуаций радиоволн при их последовательном распространении в двух толстых слоях с сильными крупномасштабными неоднородностями с показателями

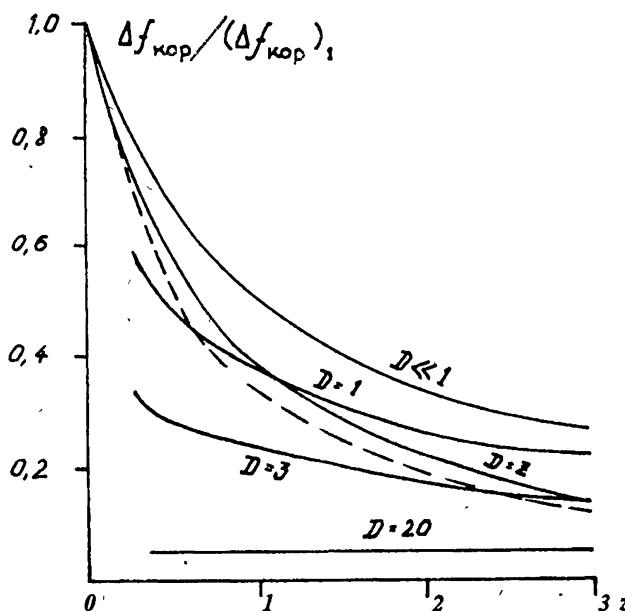


Рис. 3.

спектра в обоих слоях $p \geq 3$. Используя соотношения (5), (8) и проводя необходимые интегральные преобразования с помощью [6], несложно получить следующие выражения для функций частотной корреляции сильных флуктуаций комплексного поля принимаемых радиоволн после последовательной их дифракции в двух неоднородных толстых слоях с существенно различными спектральными характеристиками (показатель спектра неоднородностей в одном слое $p \approx 2$, в другом $p \geq 3$):

$$\overline{E_{\omega_1} E_{\omega_2}^*}(0,0) = \frac{i}{b_{1,2}} \left\{ 1 - \frac{q_{1,2}\sqrt{\pi}}{2\sqrt{b_{1,2}}} \exp\left(\frac{q_{1,2}^2}{4b_{1,2}}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{q_{1,2}}{2\sqrt{b_{1,2}}}\right) \right] \right\} \times \\ \times \begin{cases} \frac{1 + i\delta D_1}{1 + (\delta D_1)^2} \\ \frac{z'}{z_2} \frac{1 + i\delta D'_2}{1 + (\delta D'_2)^2} \end{cases} \quad (13)$$

Здесь первое, верхнее, соотношение описывает частотную корреляцию радиоволн для случая, когда первый слой содержит неоднородности с показателем спектра $p \geq 3$, а второй — с показателем $p \approx 2$; второе, нижнее, соотношение соответствует обратному порядку следования неоднородных слоев. В формулах (13) введены некоторые специфические обозначения: $\Phi(x)$ — интеграл вероятностей от комплексного аргумента [6], $z' = z_1 z_2 / (z_1 + z_2)$ — приведенное расстояние от первого слоя до точки

наблюдения, $D'_2 = 4cz'/\omega_0 \ell_E^2$ — эффективное значение волнового параметра, $b_{1,2} = a_{1,2} + ic_{1,2}$,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{z_2}{z_1} \frac{\delta D_1}{1 + (\delta D_1)^2}, \quad q_1 = \sqrt{\delta D_2}, \quad c_1 = 1 + \frac{z_2}{z_1} \frac{(\delta D_1)^2}{1 + (\delta D_1)^2}, \\ a_2 &= \frac{z'}{z_1} \frac{\delta D'_2}{1 + (\delta D'_2)^2}, \quad q_2 = \sqrt{\delta D_1}, \quad c_2 = 1 - \frac{z'}{z_1} \frac{1}{1 + (\delta D'_2)^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

С помощью несложных преобразований из соотношений (13), (14) легко получить соответствующие выражения для коэффициентов частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемых радиоволн $\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}}$ (в приближении фраунгоферовой дифракции излучения в неоднородных слоях). Ввиду их громоздкости, мы не будем их приводить, а представим лишь результаты расчетов по этим соотношениям для одного частного случая двухслойной модели ($z_2 = z_1 = z$, $\ell_E^2 = \ell_{E_2}^2 = \ell_E^2$). На рис. 1 штриховой линией изображена зависимость коэффициента частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемых радиоволн $\rho_{I_{\omega_1 \omega_2}}$ от параметра $\delta D'_1$ для случая, когда первый слой содержит неоднородности с показателем спектра $p \geq 3$, а второй — с показателем $p \approx 2$; штрих-пунктирная линия соответствует случаю с обратным порядком следования неоднородных слоев; $D'_1 = 8cz/\omega_0 \ell_E^2$ — волновой параметр, соответствующий случаю дифракции излучения лишь на одном фазовом экране (второй слой отсутствует) с точкой наблюдения, расположенной на расстоянии $z_1 + z_2 = 2z$ (на рис. 1 $D_1 \equiv D'_1$).

Из рис. 1 видно, что появление второго сильнорассеивающего слоя с другой, отличной от первого, формой спектра приводит к уменьшению частотной корреляции флуктуаций интенсивности принимаемых радиоволн. При этом следует отметить, что порядок следования отдельных толстых слоев с различными спектральными характеристиками неоднородностей четко проявляется в величине частотной корреляции принимаемого излучения: частотная корреляция радиоволн меньше, когда первый слой содержит крупномасштабные сильные неоднородности с показателем спектра $p \approx 2$.

В заключение кратко рассмотрим вопрос о пространственной корреляции флуктуаций излучения в теории рефракционного рассеяния радиоволн. Общее выражение для функции пространственной корреляции флуктуаций радиоволн при их последовательном распространении в толстых слоях можно получить из соотношения (8) с помощью предельного перехода к нулевому частотному разнесению принимаемых сигналов ($\omega_1 \rightarrow \omega_2$) (ср. [2]).

$$\overline{EE^*}(\xi_0, \eta_0) = \exp \left\{ - \sum_{k=1}^n s_{k\omega_0}^2 [1 - \rho(\xi_0, \eta_0)] \right\}. \quad (15)$$

Это соотношение является следствием известного закона сохранения пространственной корреляции флуктуаций комплексного поля радиоволн при дифракции в свободном пространстве за экраном с крупномасштабными неоднородностями фазы волны [7].

Используя соотношение (9), для случая n толстых слоев с сильными крупномасштабными неоднородностями с показателями спектров $p \gtrsim 3$ имеем:

$$\overline{EE^*}(\xi_0, \eta_0) \simeq \exp\left(-\sum_{k=1}^n \frac{\xi_0^2 + \eta_0^2}{\ell_{E_k}^2}\right). \quad (16)$$

Если же в ряде толстых слоев имеются турбулентные неоднородности с показателем спектра $p \simeq 2$ (например, для слоев с номерами $k > n_1$), то, согласно (5) и (16), находим:

$$\overline{EE^*}(\xi_0, \eta_0) \simeq \exp\left(-\sum_{k=1}^{n_1} \frac{\xi_0^2 + \eta_0^2}{\ell_{E_k}^2} - \sum_{k=n_1+1}^n \frac{\sqrt{\xi_0^2 + \eta_0^2}}{\ell_{E_k}}\right). \quad (17)$$

Из соотношений (16), (17) следует, что появление дополнительных сильно-рассеивающих слоев со случайными крупномасштабными неоднородностями не только уменьшает пространственную корреляцию принимаемых сигналов, но и, вообще говоря, может заметно изменять форму соответствующей корреляционной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Booker H. G., Indian J. // J. Radio Space Phys., 1986. V. 15. N 5–6. P. 197.
2. Ерухимов Л. М., Урядов В. П. // Изв. вузов. Радиофизика, 1968. Т. 11. N 12. С. 1852.
3. Ерухимов Л. М. // Геомагн. и аэрономия, 1964. Т. 4. N 1. С. 62.
4. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1967. Т. 10. N 5. С. 620.
5. Booker H. G., Majidiah G. // J. Atm. Terr. Phys., 1981. V. 43. N 11. P. 1199.
6. Прудников А. П. и др. Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.
7. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Т. 2. — М.: Наука, 1978.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н.Новгород

Поступила в редакцию
18 июля 1994 г.

TO THE THEORY OF REFRACTION WAVE SCATTERING

V. A. Alimov

There has been considered in detail the frequency correlation of radio wave fluctuations when propagating in one or several thick layers with strong large-scale inhomogeneities of turbulent origin. The general expressions have been obtained for the space-frequency fluctuation correlation of the radio waves received. We have analyzed different particular cases of radio wave scattering in turbulent media with the inhomogeneities described by power spectra with indices $p \approx 2$ and $p \gtrsim 3$. It has been shown, in particular, that the coherence band of signals at their propagation in media with strong large-scale inhomogeneities depends essentially on the particular spectrum type of these inhomogeneities. An occurrence along the radio wave propagation path of an additional strong-scattering layer with the characteristics sharply differed from those of the first layer may significantly increase or decrease the frequency correlation of the radio waves received.

УДК 537.86:519.2

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ
ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА
В СЛУЧАЙНО-СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ
В ОТСУТСТВИЕ РЕГУЛЯРНОЙ РЕФРАКЦИИ**

M. A. Гузев, Г. В. Попов

Рассматривается задача о поле, точечного источника в многомерной слоистой флюктуирующей среде. Неоднородности среды описываются гауссовым дельта-коррелированным процессом с нулевым средним. При заданных флюктуациях среды анализируется поведение средней интенсивности поля на границе как функции расстояния вдоль границы. Сопоставляются аналитические результаты с результатами статистического моделирования.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование статистических закономерностей распространения волн в многомерной слоистой флюктуирующей среде является одной из центральных проблем общей теории волновых процессов. Во многих случаях эти процессы описываются стационарным уравнением Гельмгольца с заданными краевыми условиями, при этом флюктуации среды происходят в каком-либо одном направлении и характеризуются функцией с заданными статистическими свойствами. Выполнив преобразование Фурье по ортогональным к заданному направлению координатам, получим краевую задачу для одномерного стохастического уравнения Гельмгольца. Анализируя корреляции волн при различных значениях спектрального параметра, мы можем изучить поведение волнового поля и его моментов.

Корреляция волн одномерной задачи анализировалась в работах [1–4]. Существенным, с точки зрения физики, ограничением применимости использованного в них метода является предположение о малости диффузионных эффектов на длине волны, которое позволяет усреднить по осцилляциям коэффициента отражения, при этом распределение фазы коэффициента отражения является равномерным. Из результатов статьи [5] следует, что для спектрального параметра, сопоставимого с волновым числом, это распределение является неравномерным. Насколько нам известно, влияние неравномерности распределения фазы коэффициента отражения на статистические характеристики волнового поля в многомерной случайно-стратифицированной среде не анализировалось ни для од-

ной конкретной задачи, хотя важность ее решения очевидна из общих соображений расширения области применимости методов статистической теории волн.

В данной работе анализ статистических характеристик волнового поля с учетом неравномерного распределения фазы предлагается для задачи о точечном источнике. Результаты статьи кратко изложены в [6].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим слоистую флюктуирующую среду, занимающую часть однородного пространства $L_0 \leq x \leq L$, внутри которой в точке (x_0, \vec{p}_0) , помещен точечный источник, волновое поле $G(x, x_0, \vec{p} - \vec{p}_0)$ которого описывается уравнением Гельмгольца (см., например, [7, с. 7]):

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Delta_{\perp} + k^2 [1 + \varepsilon_1(x) + i\gamma] \right\} G(x, x_0, \vec{p} - \vec{p}_0) = \delta(x - x_0) \delta(\vec{p} - \vec{p}_0),$$

где $\vec{p} = (y, z)$, $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, k — волновое число, функция $\varepsilon_1(x)$ описывает малые отклонения показателя преломления от единицы внутри слоя, вне слоя $\varepsilon_1(x) = 0$, параметр γ характеризует диссипативные свойства среды. Выполнив в этом уравнении преобразование Фурье по координатам $\vec{p} - \vec{p}_0$, получим для спектральных компонент $G(x, x_0, \vec{q})$ одномерное уравнение Гельмгольца, описывающее распространение плоских волн в случайной среде:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + p^2 \left[1 + \frac{k^2}{p^2} (\varepsilon_1(x) + i\gamma) \right] \right] G(x, x_0, \vec{q}) = 2ip \delta(x - x_0),$$

$$G(x, x_0, \vec{p} - \vec{p}_0) = (2\pi)^{-2} \int d\vec{q} \exp \left\{ -i\vec{q}(\vec{p} - \vec{p}_0) \right\} G(x, x_0, \vec{q}) / 2ip,$$

где $p = \sqrt{k^2 - q^2}$. Решение этого уравнения не зависит от направления вектора \vec{q} , поэтому в квадратуре для функции $G(x, x_0, \vec{p} - \vec{p}_0)$ можно проинтегрировать по полярному углу и получить для нее следующее представление через функцию Бесселя нулевого порядка $J_0(q)$:

$$G(x, x_0, \vec{p} - \vec{p}_0) = \frac{1}{4\pi i} \int_0^\infty \frac{q J_0(q |\vec{p} - \vec{p}_0|)}{p} G(x, x_0, q) dq,$$

в котором функция $G(x, x_0, q)$ удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + p^2 \left(1 + \frac{k^2}{p^2} (\varepsilon_1(x) + i\gamma) \right) \right] G(x, x_0, q) = 2ip \delta(x - x_0). \quad (1)$$

Краевые условия к (1) следуют из требования непрерывности поля и его производной на границах случайной среды [7, с. 10]:

$$\left[\frac{i}{p} \frac{d}{dx} - 1 \right] G(x, x_0, q) \Big|_{x=L_0} = 0, \quad \left[\frac{i}{p} \frac{d}{dx} + 1 \right] G(x, x_0, q) \Big|_{x=L} = 0. \quad (2)$$

Если источник помещен на границе раздела между флюктуирующей и однородной средами $x_0 = L - 0$, тогда уравнение (1) станет однородным, и условие при $x = L_0$ сохранится, а условие при $x = L$ примет вид [7, с. 11]:

$$\left[\frac{i}{p} \frac{d}{dx} + 1 \right] G(x, L, q) \Big|_{x=L} = 2. \quad (3)$$

Предполагается, что функция $\varepsilon_1(x)$ является гауссовым дельта-коррелированным процессом с параметрами: $\langle \varepsilon_1(x) \rangle = 0$, $\langle \varepsilon_1(x) \varepsilon_1(x') \rangle = 2\sigma^2 l_0 \delta(x - x')$, где σ^2 определяет интенсивность флюктуаций, а l_0 — их радиус корреляции (условия применимости дельта-коррелированного приближения обсуждаются, например, в [8]).

С точки зрения физики спектральные компоненты $G(x, x_0, q)$ с вещественными значениями p ($q \leq k$) характеризуют распространяющиеся (propagating) волны, а спектральные компоненты с комплексными p ($q > k$) соответствуют так называемым неоднородным (evanescent) волнам. Задача ставится следующим образом: пусть источник помещен в точке $x_0 = L - 0$ и среда занимает полупространство ($L_0 \rightarrow -\infty$). Необходимо проанализировать вклад однородных волн в среднюю интенсивность $\langle G(x, L, \rho) G^*(x, L, \rho) \rangle$ волнового поля, где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю реализаций $\varepsilon_1(x)$ и $\rho = |\vec{\rho} - \vec{\rho}_0|$. В случае полупространства интересующая нас функция зависит от $\xi = L - x$ и выражается через двухчастотный коррелятор $\langle I_\xi(q_1, q_2) \rangle = \langle G(\xi, q_1) G^*(\xi, q_2) \rangle$ следующим образом:

$$\langle I(\xi, \rho) \rangle = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^k \int_0^k \frac{q_1 q_2 J_0(q_1 \rho) J_0(q_2 \rho)}{\sqrt{k^2 - q_1^2} \sqrt{k^2 - q_2^2}} \langle I_\xi(q_1, q_2) \rangle dq_1 dq_2, \quad (4)$$

где $G(\xi, q)$ — решение задачи (1), (3). Краевой характер задачи не позволяет применить аппарат теории марковских процессов [9] для анализа коррелятора, так как задача (1), (3) не обладает свойством динамической причинности. В связи с этим в дальнейшем мы воспользуемся методом погружения для формулировки вспомогательной задачи, к которой марковское приближение применимо непосредственно. Однако хорошо известно [7, гл. 3], что в этом случае статистический анализ волнового поля приходится выполнить в два этапа. Сначала исследовать статистику поля

на границе среды $x = L$, а затем анализировать статистические характеристики внутри среды. В этой работе мы получим аналитическое выражение для функции $\langle I(0, \rho) \rangle$, описывающей вклад однородных волн в среднюю интенсивность поля источника на границе.

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Функция $\langle I(0, \rho) \rangle$ определяется через двухчастотный коррелятор $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle = \langle G(0, q_1) G^*(0, q_2) \rangle$ с помощью квадратуры (4). Представим спектральную компоненту волнового поля $G(0, q_j)$ через коэффициент отражения $R_j = R_j(L, q_j)$ в виде $G(0, q_j) = 1 + R_j(L, q_j)$. Тогда коррелятор $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ записывается следующим образом:

$$\langle I_0(q_1, q_2) \rangle = 1 + \langle R_1 R_2^* \rangle + \langle R_1 + R_2^* \rangle. \quad (5)$$

Выше было отмечено, что для вычисления статистических средних в (5) нельзя сразу воспользоваться аппаратом теории марковских процессов. Предварительно мы переформулируем краевую задачу для определения коэффициента отражения в задачу с начальными данными. Согласно методу погружения [7, с. 55] коэффициент отражения $R_j(L, q_j)$ как функция параметра L удовлетворяет уравнению Риккатти

$$\frac{d}{dL} R_j = 2ip_j R_j + \frac{ik^2}{2p_j} (\varepsilon_1(L) + i\gamma)(1 + R_j)^2, \quad R_j \Big|_{L \rightarrow L_0} = 0. \quad (6)$$

Поскольку мы рассматриваем случайную среду, занимающую полупространство ($L_0 \rightarrow -\infty$), то известно [7, гл. 3, § 1], что при бесконечно малом поглощении $|R_j| = 1$. В этом случае $R_j = \exp[i\varphi_j]$, $\varphi_j = \varphi_j(L, q_j)$, $j = 1, 2$, и статистические характеристики для фазы φ_j определяют коррелятор $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ в (5). Предварительный анализ показал, что наиболее существенный вклад в среднюю интенсивность поля $\langle I(0, \rho) \rangle$ дают те значения $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ в (4), для которых q_1, q_2 удовлетворяют соотношению $|q_1 - q_2| \ll k$. Это означает, что при вычислении интеграла (4) коррелятор достаточно знать в окрестности диагонали $q_1 = q_2$. Оценивая величину коррелятора $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ при разных значениях параметров q_1, q_2 , выделим вблизи диагонали отдельно окрестность волнового числа $q_1 \sim q_2 \sim k$, что соответствует $p_j = \sqrt{k^2 - q_j^2} \sim 0$. Поскольку спектральные компоненты поля $G(0, q_j) \sim p_j$ (см. (1)), то коррелятор $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle \sim p_j^2$ дает несущественный вклад в среднюю интенсивность при интегрировании в окрестности волнового числа.

При вычислении $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ для остальных значений q_1, q_2 технически удобно перейти от фазовых переменных φ_1, φ_2 к $\varphi_- = (\varphi_1 - \varphi_2)/2, \varphi_+ = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$. Уравнение для φ_j следует из (6) после подстановки $R_j = \exp[i\varphi_j]$ при $\gamma \rightarrow 0$:

$$\frac{d}{dL} \varphi_j = 2p_j + \alpha_j \varepsilon_1(L)(2 + R_j + R_j^*)/2,$$

где $\alpha_j = k^2/p_j$. Отсюда сразу получаем систему уравнений для определения φ_-, φ_+ :

$$\frac{d}{dL} \varphi_+ = 2p_+ + \alpha_+ \varepsilon_1(L) + \frac{\varepsilon_1(L)}{4} [\alpha_1(R_1 + R_1^*) + \alpha_2(R_2 + R_2^*)], \quad (7)$$

$$\frac{d}{dL} \varphi_- = 2p_- + \alpha_- \varepsilon_1(L) + \frac{\varepsilon_1(L)}{4} [\alpha_1(R_1 + R_1^*) - \alpha_2(R_2 + R_2^*)],$$

в которой параметры $p_{\pm} = (p_1 \pm p_2)/2, \alpha_{\pm} = (\alpha_1 \pm \alpha_2)/2$. Решение системы (7) — двумерный марковский процесс, описываемый соответствующим уравнением Эйнштейна–Фоккера. В общем случае оно является слишком сложным для анализа и возможный способ его упрощения состоит в использовании усреднения по быстрым осцилляциям [7, с. 27–29]. Вблизи диагонали, но вне окрестности волнового числа k параметры $|\alpha_-| \sim |p_-| \ll k, |\alpha_+| \sim |p_+| \sim k$, следовательно, для достаточно малых по интенсивности флуктуаций фаза φ_+ является быстрой переменной и при нахождении медленных изменений статистических характеристик можно усреднить по φ_+ . В результате [7, с. 116] величина φ_+ равномерно распределена на $[0, 2\pi]$, является марковским процессом и статистически не зависит от φ_- . Тогда представление (5) для коррелятора записывается в виде: $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle = 1 + \langle \exp[2i\varphi_-] \rangle$. Так как при замене $q_1 \rightarrow q_2$ переменная $\varphi_- \rightarrow -\varphi_-$, мнимая часть коррелятора $\langle I_0(q_1, q_2) \rangle$ дает нулевой вклад при интегрировании по q_1, q_2 в (4). Тогда неизвестной функцией, которую надо вычислять в дальнейшем, является:

$$\operatorname{Re} \langle I_0(q_1, q_2) \rangle = 1 + \langle \cos[2\varphi_-] \rangle. \quad (8)$$

Фаза φ_- удовлетворяет второму уравнению системы (7). Поскольку параметры $|\alpha_-|, |p_-|$ малы по сравнению с k и малы флуктуации, можно пренебречь членами $\sim \alpha_- \varepsilon_1$ и записать это уравнение в укороченном виде

$$\frac{d}{dL} \varphi_- = 2p_- - \alpha_+ \varepsilon_1(L) \sin(\varphi_-) \sin(\varphi_+). \quad (9)$$

4. ФОРМУЛИРОВКА РЕШЕНИЯ

Статистический анализ уравнения, аналогичного (9), проводился в работе [10]. Введем $z_L = \operatorname{tg}(\varphi_-)$ вместо φ_- и запишем динамическое уравнение для z_L :

$$\frac{d}{dL} z_L = 2p_-(1 + z_L^2) - \varepsilon_1(L) \alpha_+ \sin(\varphi_+) z_L \sqrt{1 + z_L^2}.$$

Соответствующее уравнение Эйнштейна–Фоккера для плотности вероятности $P_L(z) = \langle \delta(z_L - z) \rangle$, определенное на всей оси z ($-\infty < z < \infty$), имеет форму

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial L} P_L(z) = & -2p_- \frac{\partial}{\partial z} ((1 + z^2) P_L(z)) + \\ & + D_+ \frac{\partial}{\partial z} \left(z \sqrt{1 + z^2} \frac{\partial}{\partial z} (z \sqrt{1 + z^2} P_L(z)) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где $D_+ = \alpha_+^2 D$, $D = k^2 \sigma^2 l_0 / 2$ — коэффициент диффузии плоской волны, нормально падающей на флюктуирующую среду (единственное отличие в технике получения (10) от ранее использованной в [10] состоит в проведении дополнительного усреднения по равномерному распределению фазы φ_+ после расщепления корреляций $\langle \varepsilon_1 \delta(z_L - z) \rangle$). Обезразмерим величины p_- , k , p_+ , L на коэффициент диффузии D , тогда вблизи диагонали, но вне окрестности волнового числа, параметры $|p_-| \ll 1$, $\alpha_+^2 \sim 1$. При таких значениях p_- , α_+^2 решение $P_L(z)$ сосредоточено в окрестности точки $z = 0$, а в диффузационном операторе, стоящем в правой части (10), можно заменить $\sqrt{1 + z^2} \rightarrow 1$, в результате имеем:

$$\frac{\partial}{\partial L} P_L(z) = -2p_- \frac{\partial}{\partial z} ((1 + z^2) P_L(z)) + \alpha_+^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(z \frac{\partial}{\partial z} (z P_L(z)) \right). \quad (11)$$

Для вычислений $\langle \cos[2\varphi_-] \rangle$ в (8) необходимо знать стационарное (не зависящее от L) решение $P(z)$ уравнения (11). Сравнение (11) с результатами статьи [10] показывает, что $P(z)$ совпадает (с точностью до обозначения параметров) со стационарной плотностью вероятности распределения фазы коэффициента отражения в случае согласованной границы. Функция $P(z)$ имеет вид:

$$P(z) = \Theta(z) P_+(z) + \Theta(-z) P_-(z),$$

$$P_+(z) = \frac{C(\infty)}{z} \int_0^{+\infty} \frac{ds}{1+s} \exp \left[-\infty s \left(z + \frac{1}{z(1+s)} \right) \right], \quad z > 0,$$

$$P_-(z) = -\frac{C(\infty)}{z} \int_0^1 \frac{ds}{1-s} \exp \left[\infty s \left(z + \frac{1}{z(1-s)} \right) \right], \quad z < 0.$$

где $\alpha = 2p_-/\alpha_+^2$, $\Theta(z)$ — функция Хэвисайда. Постоянная $C(\alpha)$ вычисляется через функцию Бесселя нулевого порядка $J_0(z)$ и функцию Неймана $N_0(z)$:

$$[C(\alpha)]^{-1} = \pi^2 [J_0^2(2\alpha) + N_0^2(2\alpha)].$$

Стационарное распределение плотности вероятности $P(\varphi_-)$ на интервале $(-\pi, \pi)$ определяется формулой: $P(\varphi_-) = (1+z^2)P(z)|_{z=\operatorname{tg} \varphi_-}$. вещественная часть коррелятора

$$\operatorname{Re} \langle I_0(q_1, q_2) \rangle = 1 + \langle \cos[2\varphi_-] \rangle = 2 \langle \cos^2(\varphi_-) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{1+z^2} P(z). \quad (12)$$

При стремлении интенсивности флуктуаций к нулю ($\sigma^2 \rightarrow 0$) мы имеем решение $P(z) \rightarrow 1/2\pi(1+z^2)$, которое соответствует равномерному распределению фазы φ_- . В этом случае $\operatorname{Re} \langle I_0(q_1, q_2) \rangle \rightarrow 1$, и вклад однородных волн в среднюю интенсивность поля источника:

$$\langle I(0, \rho) \rangle \rightarrow I(0, \rho)|_{\epsilon_1=0} = \frac{1}{16\pi^2\rho^2} \cos^2(k\rho).$$

Если учесть вклад неоднородных волн, то $I(0, \rho)|_{\epsilon_1=0} = \frac{1}{16\pi^2\rho^2}$.

Комбинирование (4), (12) дает

$$\langle I(0, \rho) \rangle = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^k \int_0^k \frac{q_1 q_2 J_0(q_1 \rho) J_0(q_2 \rho)}{\sqrt{k^2 - q_1^2} \sqrt{k^2 - q_2^2}} dq_1 dq_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P(z)}{1+z^2} dz. \quad (13)$$

Это есть окончательное выражение для вклада однородных волн в среднюю интенсивность поля точечного источника, расположенного на границе слоя случайно-стратифицированной среды, как функции расстояния ρ вдоль границы. Следует отметить, что в (13) параметры ρ, k, q_j нормированы на коэффициент диффузии D , а функция $\langle I(0, \rho) \rangle$ на D^2 .

Для вычисления интеграла (13) была использована квадратурная формула Ньютона–Котеса восьмого порядка [11]. Численные результаты представлены графически (рис. 1 кривая 2) в логарифмическом масштабе. На рис. 1 представлен также график функции $\ln \langle I(0, \rho) \rangle$, значения которой (кривая 1) получены на основе метода статистического моделирования [12], и (кривая 3) в предположении, что фаза коэффициента отражения распределена равномерно. Следует отметить, что процессорное время ЭВМ, требуемое для вычисления квадратуры (13), на два порядка меньше, чем при решении задачи методом статистического моделирования (методом Монте-Карло), а отличие результатов не превышает 5%.

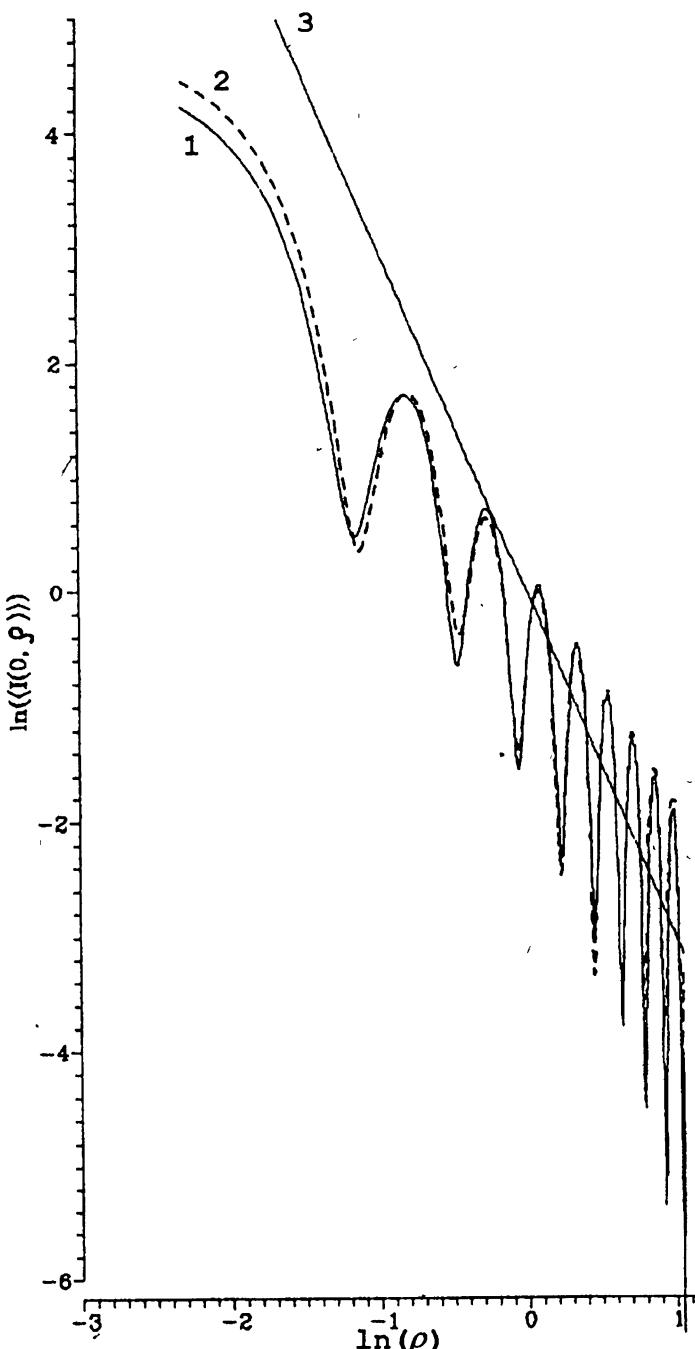


Рис. 1.

Предложенный способ анализа статистических характеристик волнового поля с учетом неравномерности фазы мы предполагаем использовать для изучения статистических характеристик волнового поля внутри среды.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов: 93-013-16524, 95-02-04850-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1981. Т. 24. С. 1351.
2. Тараков Ю. В., Фрейлихер В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. № 11. С. 1387.
3. Тараков Ю. В., Фрейлихер В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика, 1989. Т. 32. № 12. С. 1494.
4. Guzev M. A., Klyatskin V. I. // Waves in Random Media, 1991. V. 1. P. 275.
5. Guzev M. A., Klyatskin V. I., Popov G. V. // Waves in Random Media, 1992. V. 2. P. 117.
6. Guzev M. A., Popov G. V. // EOS Proceedings. Rome, 1994. V. 2312.
7. Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. — М.: Наука, 1986. С. 256.
8. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980. С. 336.
9. Рытов С. М., Кравцов Ю. А.; Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. С. 464.
10. Guzev M. A., Klyatskin V. I. // Waves in Random Media, 1993. V. 3. P. 307.
11. Форсайт Дж. Машины методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980. С. 113.
12. Попов Г. В., Ярошук И. О. Исследование возможности образования флуктуационного волновода в слоистой случайно-неоднородной среде при отсутствии регулярной рефракции. Препринт ТОИ ДВО РАН. — Владивосток, 1993. С. 25.

Ин-т автоматики и процессов
управления РАН,
Дальневосточное отделение

Поступила в редакцию
20 июня 1995 г.

**STATISTICAL CHARACTERISTICS OF A POINT SOURCE FIELD
IN RANDOM-STRATIFIED MEDIUM IN THE ABSENCE
OF REGULAR REFRACTION**

M. A. Guzev, G. V. Popov

The problem on a point-source field in a multidimensional random-stratified medium is considered. Inhomogeneities are supposed to be the Gaussian white noise with the zero mean value. Under the given fluctuations of the medium, the behaviour of the wavefield intensity at the boundary of the half-space is analysed. The analytical results are compared with the results of statistical simulation.

УДК 523.4-77

СКОРРЕКТИРОВАННЫЕ УГЛОВЫЕ СПЕКТРЫ ЛОКАЦИОННЫХ РАДИОСИГНАЛОВ, ОТРАЖЁННЫХ ЛУНОЙ

Ю. А. Чернов

В настоящее время интерес к рассеянию волн неровной поверхностью непрерывно возрастает в силу его большого влияния на работу радиолиний различных систем связи, требования к которым предъявляются всё более жёсткие. Это относится как к акустическим и гидроакустическим системам, так и к радиосистемам практических всех диапазонов волн.

Для проверки точности и сравнительной оценки методов расчёта характеристик рассеянного поля, а также использующихся в этих методах моделей рассеивающей поверхности, необходим широкий набор экспериментальных данных, полученных в одинаковых условиях в различных диапазонах волн. Одним из таких подходящих практических результатов является семейство угловых спектров рассеянной мощности, полученных при радиолокации Луны в диапазоне от миллиметровых до декаметровых волн (см. [1, 2] и библ. там же). Эти данные получили широкое распространение как в монографической литературе, так и в различных журналах. Они используются как эталонные экспериментальные спектры рассеяния от поверхности с максимально возможным усреднением по ансамблю реализаций, в частности, для изучения структуры самой поверхности и процессов, участвовавших при её образовании.

Однако, отмеченное выше семейство спектров, если его рассматривать как единый ансамбль и привлекать для анализа характеристики поверхности, требует существенной корректировки.

Ниже анализируются причины систематических погрешностей экспериментальных кривых, полученных при радиолокации Луны, и приводятся скорректированные экспериментальные угловые спектры.

При импульсной локации Луны, если импульс широк или представляет собой единичный скачок, огибающая отражённого сигнала $V_1(t)$ имеет такой же вид, как если бы импульс прошёл через узкополосный фильтр низких частот (рис. 1, кривая 1).

Если импульс с длительностью τ_i относительно короткий, то обратный сигнал $V_2(t)$ принимает вид, показанный кривой 2 на рис. 1. Он состоит из двух частей — фронт нарастает по кривой 1 до точки a_0 , затем спадает по кривой 2 (везде далее имеются в виду только мощностные характеристики сигнала):

$$V_2(t) = V_1(t) - V_1(t - \tau_i).$$

Ю. А. Чернов

1033

В работах по локации Луны исследуется только кривая 2, которая фиксируется при приёме и считается угловым спектром мощности $P(\Theta)$, где $\Theta = \arccos(1 - ct/2r)$ — угол между нормалью к средней поверхности и направлением на радиолокатор, c и r — скорость света и радиус планеты соответственно. Именно таким путём получены кривые, приведенные в [1, 2] или других оригинальных работах.

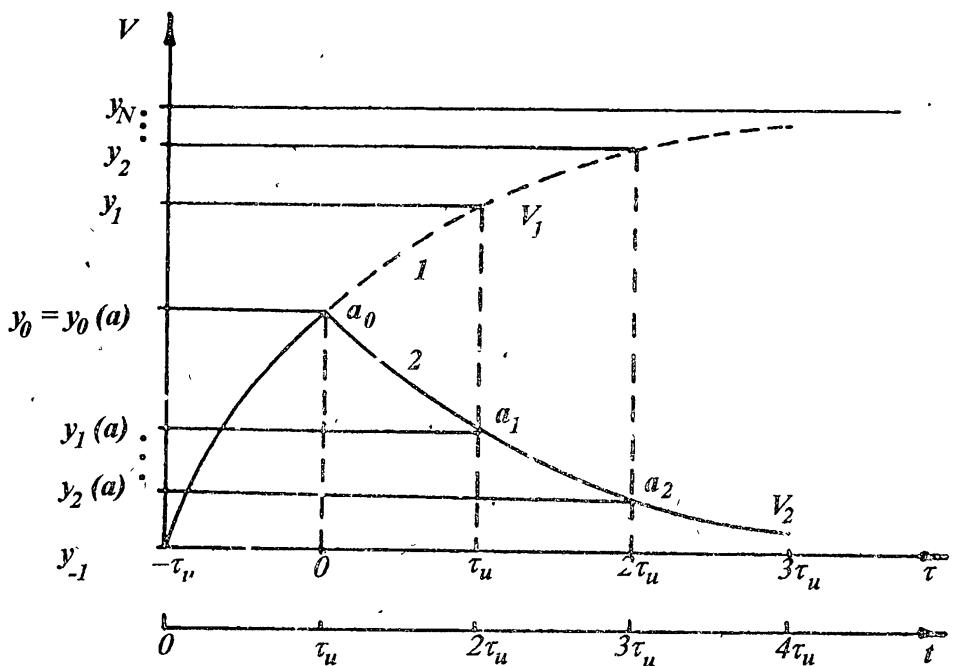


Рис. 1.

При использовании импульса конечной длительности для локации искривленных в среднем поверхностей всегда будет происходить интегрирование в пределах углового сектора, соответствующего полуширине импульса. Чтобы получить угловой спектр рассеяния с наибольшей точностью, необходимо использовать максимально короткий импульс, в пределе δ -функцию. Ограничением здесь является только невозможность технической реализации. Но δ -функция есть производная от функции единичного скачка, поэтому в идеальном случае, учитывая линейность процесса обратного рассеяния, точным выражением для $V_2(t)$ будет производная огибающей обратного сигнала от излучённого единичного скачка, $V_2(t) = V'_1(t)$. Практически необходимо использовать такую длительность импульса, на протяжении которой производная огибающей отклика от единичного скачка будет меняться лишь в небольших заданных пределах.

Во многих случаях этого достичь не удаётся. Однако реальная зависимость интенсивности рассеянного сигнала от времени, а затем и углового спектр, могут быть с достаточной степенью точности восстановлены следующим путём.

Исходя из рис. 1, можно составить системы равенств для огибающих и ее производной:

$$\left. \begin{array}{l} y_0(a) = y_0 - y_{-1}(t=0), \quad y'_0(a) = y'_0 - y'(t=0), \\ y_1(a) = y_1 - y_0, \quad y'_1(a) = y'_1 - y'_0, \\ y_2(a) = y_2 - y_1, \quad y'_2(a) = y'_2 - y'_1, \\ \vdots \quad \vdots \\ y_N(a) = y_N - y_{N-1}, \quad y'_N(a) = y'_N - y'_{N-1}. \end{array} \right\} \quad (1)$$

Здесь отсчёты y на шкале V соответствуют точкам τ_i , $2\tau_i$... на шкале t ; аргумент a введен только для указания на кривую 2 в отличие от кривой 1, для которой y без аргумента.

Если теперь просуммировать все строчки в каждой системе (учитывая, как следует из рис. 1, что $y_0 = y_0(a)$ и $y_{-1}(t=0) = 0$), то получим

$$\sum_1^N y_n(a) = y_N - y_0, \quad \sum_0^N y'_n(a) = y'_N - y'(t=0). \quad (2)$$

Здесь y_N — неизвестное максимальное значение огибающей, соответствующее непрерывному облучению, $y'(t=0)$ — производная огибающей в начале пришедшего импульса, y'_N — производная огибающей в установившемся режиме, обычно $y'_N = 0$, y_0 — максимальное значение принимаемого обратного сигнала, соответствующее $t = \tau_i$. Это значение принимается за единицу, и относительно него строится убывающая часть сигнала $V_2(\Theta)$ или t для $t \geq \tau_i$.

Сумма, стоящая в левой части (2), легко получается из экспериментальной кривой 2 (рис. 1) как отсчёты уровней сигнала или его производной в точках, равномерно расположенных на оси времени с шагом τ_i . Чтобы восстановить отклик на единичный скачок, надо, как следует из (1), сначала получить y_1 , для чего к значению y_0 (начальное значение кривой 2) прибавить $y_1(a)$, затем получить y_2 , для чего вычислить сумму $y_1(a) + y_2(a)$, и так далее. Таким образом, восстановление может быть осуществлено дискретно только в точках через интервал τ_i . Аналогично, в тех же точках может быть восстановлена зависимость производной огибающей от t . Чтобы определить начальное значение производной $y'(t=0)$, необходимо, как следует из (2), получить сумму производных в точках, отстоящих одна от другой на τ_i по всей кривой 2, начиная с её начальной точки (максимума) $t = \tau_i$. Производные в последующих точках определяются в соответствии с итерационной системой (1).

Нормированную кривую $V_2(t)$ получим, если производные во всех точках кривой 1 через шаг τ_{ii} поделим с учётом (2) на начальное значение производной при $t = 0$.

$$V_2(t=0) = 1, \quad V_2(\tau_{ii}) = \frac{y'_0}{y'(t=0)} = 1 + \frac{y'_0(a)}{y'(t=0)},$$

$$V_2(2\tau_{ii}) = 1 + \frac{y'_0(a) + y'_1(a)}{y'(t=0)}, \dots, V_2(n\tau_{ii}) = 1 + \left(\sum_0^n y'_i(a) \right) / y'(t=0).$$

Производные $y'_i(a)$ отрицательны, поэтому последовательность $V_2(n\tau_{ii})$ при монотонном уменьшении кривой 2 будет также монотонно убывающей.

Таблица 1.

$\lambda, \text{ см}$	$\tau_{ii}, \text{ мс}$	R	k	источник
0.86		3	4	[2]
3.6	0.03	21	3.6	[1]
23		55	2	[4, 5]
68	0.012	85	0.95	[1]
600	0.1	165	0.03	[3]
1130	0.25	200	0.03	[6]

Из рассмотренного следует, что кривые радиолокационного рассеяния планет, полученные импульсным методом, являются лишь промежуточными вспомогательными кривыми, с помощью которых с некоторым приближением могут быть восстановлены истинные угловые спектры $V_2(\Theta)$, где Θ связано с t как указано выше.

Отметим, что если импульс настолько широк, что при его окончании уровень отклика приближается к предельному, то кривая 2 практически повторит перевернутом виде кривую 1 рис. 1, начинающуюся с $t = 0$. Это означает, что $V_2(t) \approx V_1(\infty) - V_1(t - \tau_{ii})$, $t \geq \tau_{ii}$.

В этом случае $V_2[t(\Theta)]$ не представляет собой угловой спектр $V_1'[t(\Theta)]$, а является интегралом от искомой кривой. Рассмотрим с этих позиций результаты радиолокации Луны [1, 2].

На рис. 2 представлены нормированные зависимости величины обратного рассеяния $P(\Theta)$ от угла падения на среднюю поверхность Θ , [1–4]. Здесь $\theta = 0$ соответствует $t = 0$, то есть началу кривой 2 рис. 1. Для каждой экспериментальной зависимости получена весьма точная аппроксимация Бекмана [2], выражаящаяся формулой

$$P(\Theta) = (\cos^4 \Theta + R \sin^2 \Theta)^{-3/2} \exp \left[-\frac{1}{4} (\operatorname{tg} \Theta) \operatorname{erfc}(k \cdot \operatorname{ctg} \Theta) \right], \quad (3)$$

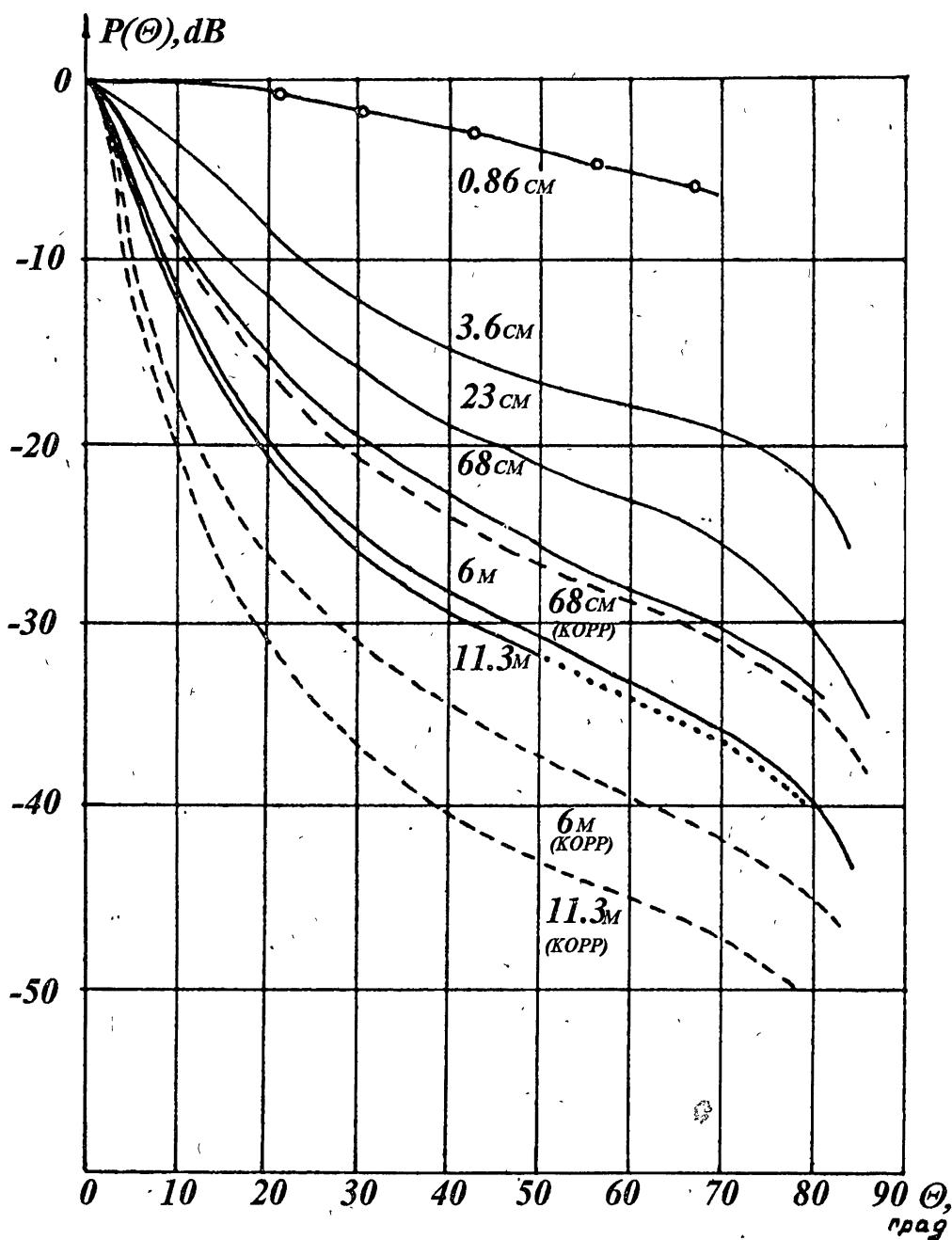


Рис. 2.

$$\operatorname{erfc}(k \cdot \operatorname{ctg} \theta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{k \operatorname{ctg} \Theta}^{\infty} e^{-t^2} dt, \quad \Theta = \arccos \left(1 - \frac{ct}{2r}\right).$$

Эта аппроксимация позволяет получить необходимые значения y_n и y'_n для восстановления $V_1(t)$ и $V'_1(t)$. Производная от $P(\Theta)$ по t может быть получена в виде:

$$\begin{aligned} P'_t(t) &= -P(\Theta) \left\{ \frac{3}{2} (\cos^4 \Theta + R \sin^2 \Theta)^{-1} (R - 2 \cos^2 \Theta) \sin 2\Theta + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{\sqrt{\pi} \sin 2\Theta} e^{-(k \operatorname{ctg} \Theta)^2} + \frac{\operatorname{erfc}(k \cdot \operatorname{ctg} \Theta)}{4 \cos^2 \Theta} \right\} \frac{c}{2r \sqrt{\frac{ct}{r} - \left(\frac{ct}{2r}\right)^2}}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$t \leq 11,6 \text{ мсек.}$$

Основные характеристики сигналов и аппроксимирующих функций приведены в таблице 1. Для всех приведённых спектров проведены расчёты по (1)–(2), для которых необходимые значения $y_n(a)$ и $y'_n(a)$ через соответствующие интервалы τ_i вычислялись из (3) и (4). Учитывалось, что в данном случае $y_0 = 1$, так как экспериментальные кривые нормированы на максимальное значение функции рассеяния. При этом y_N выражалось в разах относительно y_0 . Результаты расчётов приведены на рис. 2 штриховыми кривыми. Сопоставляя между собой исходные и скорректированные кривые, можно отметить, что в тех случаях, где использовался короткий импульс ($\lambda = 3,6 \text{ см}; 10 \text{ см}; 23 \text{ см}$) кривые практически не изменились. Для $\lambda = 68 \text{ см}$ изменения составили $\approx 1 \text{ дБ}$. Наибольшие изменения претерпели кривые для $\lambda = 6 \text{ м}$ и $11,3 \text{ м}$. В последнем случае различие в области углов $40^\circ - 50^\circ$ превысило 11 дБ . Такие изменения связаны с тем, что длительность импульсов в двух последних случаях (для $\lambda = 6 \text{ м}$ и $11,3 \text{ м}$) составляет 100 мкс и 250 мкс , то есть намного больше, чем начальный линейный участок переднего фронта сигнала, не превышающий, примерно, 10 мкс . В этих условиях кривые для $\lambda = 6 \text{ м}$ и $11,3 \text{ м}$, приведенные в [2], являются по существу интегралами от искомых функций.

В приведенных на рис. 2 двухштриховых кривых учтена также небольшая поправка, связанная с тем, что накопление на приёме происходит в пределах некоторого временного интервала, не меньшего длительности импульса, в силу чего острый пик отклика, то есть само максимальное значение (точка a_0 на рис. 1), не достигается. Усреднение приводит к его снижению на $1-3 \text{ дБ}$, и для определённости кривые для $\lambda = 6 \text{ м}$ и $11,3 \text{ м}$ опущены дополнительно на 2 дБ .

Если располагать более точными кривыми роста эхо-сигнала во времени, начиная с $\tau = 0$, и более полными техническими характеристиками приёмников, а также формой излучённых импульсов, можно добиться более точной коррекции семейства кривых. Но, по-видимому, дополнительное уточнение приведёт к поправкам, не превышающим 1 дБ.

Из полученного семейства кривых следует, что действительный уровень сигнала в основном секторе диффузной части двух последних кривых значительно ниже, чем в исходных кривых. Это может оказаться важным для многих приложений, так как с учётом сделанных уточнений реальная частотная зависимость уровня диффузной составляющей в области больших длин волн существенно отличается от первоначальной, непосредственно полученной в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

- Evans J. V., Pettengill G. H. The scattering behavior of the Moon at wavelengths of 3.6, 68 and 784 centimeters // J. Geoph. Res., 1963. P. 423.
- Beckmann P., Klemperer W. K. Interpretation of the angular dependence of backscattering from the Moon and Venus // Rad. Science, 1965. № 12. 1669.
- Klemperer W. K. Angular scattering law for the Moon at 6-meter wavelength // J. Geoph. Res., 1965. № 15. P. 3798.
- Evans J. V., Hagfors T. Study of radio echoes from the Moon at 23 centimeters wavelengths // J. Geoph. Res., 1966. P. 4871.
- Hagfors T. Backscattering from an undulating surface with applications to radar returns from the Moon // J. Geoph. Res., 1964. P. 3779.
- Davis J. R., Rohlfs D. C. // Lunar radio-reflection properties at decameter wavelengths // J. Geoph. Res., 1964. № 15. P. 3257.

Научно-исследовательский
институт радио, г. Москва

Поступила в редакцию
1 сентября 1994 г.

CORRECTED ANGULAR SPECTRA OF RADAR RADIO SIGNALS REFLECTED BY THE MOON

Yu. A. Chernov

УДК 621.371.333

О СТАТИСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ РАДИОВОЛН

Ш. Д. Китай, А. П. Наумов

Рассмотрены статистические данные по регулярной части астрономической рефракции радиоволн для сферически-слоистой атмосферы. Особое внимание уделено анализу оптимальных систем ортонормированных векторов корреляционных матриц рефракционных характеристик.

Основные характеристики распространения микрорадиоволн связаны с их поглощением и преломлением в атмосфере. Ослаблению сантиметровых, миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн посвящена обширная литература. Преломляющие свойства атмосферы в указанных диапазонах волн исследуются периодически [1, 2]. Возрастание интереса к соответствующим исследованиям отмечалось в 80-х годах [3–5]. Основной подход к изучению подобных характеристик в последнее время связан с исследованиями их статистической структуры. Знание статистической структуры позволяет оптимизировать схемы прогноза исследуемых параметров.

В данной работе выполнено рассмотрение и обобщение ряда статистических данных по регулярной части астрономической рефракции R радиоволн. В статье рассмотрены средние климатические и сезонные значения R , их среднеквадратичные отклонения, авто- и взаимно-корреляционные матрицы астрономической рефракции и приведенного показателя преломления N тропосферы. Выполнено также рассмотрение собственных векторов соответствующих автокорреляционных матриц.

Приведенный показатель преломления вычислялся по известной формуле

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 = k_1 P/T + k_3 e/T^2, \quad (1)$$

в которой атмосферное давление P и парциальное давление водяного пара e выражены в мбар, абсолютная температура T — в градусах К, коэффициенты $k_1 = 77.607 \text{ К/мбар}$, $k_3 = 3.747 \cdot 10^5 \text{ К}^2/\text{мбар}$. При расчетах астрономической рефракции использовались формулы, приведенные, например, в монографии [2].

Для статистического анализа показателя преломления можно использовать статистически экстраполированный по приземным значениям $N(h_0)$ профиль $N^3(h)$. Астрономическую рефракцию $R^3(\theta)$ можно оценивать также по формуле статистической экстраполяции, используя

значения $R(\theta_i)$ на некоторых опорных зенитных углах θ_i (например, на тех углах, где выполняется теорема Лапласа). Формула статистической экстраполяции имеет вид:

$$f^\circ(x) = \bar{f}(x) + r_{ff}(x, x_i) \cdot \frac{\sigma_f(x)}{\sigma_f(x_i)} \cdot [f(x_i) - \bar{f}(x_i)]. \quad (2)$$

В (2) вектор $f(x)$ принимает значения либо $N(h)$, либо $R(\theta)$; черта сверху обозначает использование средних значений. Среднеквадратичная ошибка σ_f° оптимальной статистической экстраполяции (2) связана со среднеквадратичными климатическими вариациями $\sigma_f(x)$ и соответствующими коэффициентами корреляции соотношением:

$$\sigma_f^\circ(x) = \sigma_f(x) \cdot \sqrt{1 - [r_{ff}(x, x_i)]^2}. \quad (3)$$

Оптимальную аппроксимацию случайной функции $f(x)$, определенной на отрезке $[a, b]$, обеспечивает ортонормированная система собственных функций $\varphi_k(x)$ интегрального оператора:

$$\mu \varphi(x) = \int_a^b B_{ff}(x, x') \varphi(x') dx', \quad (4)$$

причем

$$f_m(x) = \sum_{k=1}^m C_k \varphi_k(x), \quad C_k = \int_a^b f(x) \varphi_k(x) dx. \quad (5)$$

В дискретном случае аналогом собственных функций служат собственные векторы соответствующей автокорреляционной матрицы $B_{ff}(x_i, x_j)$. Ошибка аппроксимации σ_m^2 искомой функции равна остаточной сумме собственных значений:

$$\sigma_m^2 = \sum_{k=m+1}^{\infty} \mu_k. \quad (6)$$

Для оценок точности аппроксимации исследуемой величины выбранным количеством k собственных векторов часто используется относительная суммарная дисперсия

$$\sigma_{\mu k} = \sum_1^k \mu_k / \sum_{k=1}^{\infty} \mu_k. \quad (7)$$

Расчеты рефракционных характеристик в данной работе выполнялись в приближении сферически-слоистой атмосферы с привлечением широтных моделей [6] и результатов аэрологического зондирования в центральной части Европейской территории России (ЕТР).

Широтные и сезонные закономерности распределения астрономической радиорефракции отражены в табл. 1. В таблице приведены данные для больших зенитных углов $\theta > 80^\circ$, при которых в радиодиапазоне уже не выполняется теорема Лапласа [2]. Климатические среднеквадратичные отклонения астрономической рефракции σ_R в центральной части ЕТР указаны в табл. 2.

Таблица 1

Значения астрономической рефракции радиоволн
(в угловых секундах) на зенитных углах $\theta = 80^\circ\text{--}89^\circ$
для широтных и сезонных моделей атмосферы [6]

θ , град.	80		85		87		89	
	зима	лето	зима	лето	зима	лето	зима	лето
Широта								
30° с.ш.	401	508	753	968	1119	1477	1998	2950
45° с.ш.	362	439	677	830	1000	1245	1757	2305
60° с.ш.	358	398	670	749	990	1117	1747	2032
75° с.ш.	360	370	680	692	1009	1022	1803	1818

Таблица 2

Среднеквадратичные вариации астрономической рефракции радиоволн (в угловых секундах в центральной части ЕТР)

θ , град.	σ_R	
	зима	лето
85	17	33
86	21	40
87	27	53
88	39	76
89	68	125

В рамках сферически-слоистой атмосферы коэффициенты корреляции $r_{RR}(\theta_i, \theta_j)$ между значениями астрономической рефракции радиоволн на различных зенитных углах достаточно высоки и в центральной части ЕТР достигают величин $r_{RR}(80^\circ, 89^\circ) \approx 0.83$ зимой и ≈ 0.98 летом. Однако даже такие коэффициенты корреляции оказываются недостаточными для статистической экстраполяции (2), (3) значений R на больших зенитных углах в тех ситуациях, когда погрешности определения рефракции не должны превышать 10–15''. Именно поэтому в схемы прогноза астрономической рефракции включаются данные о метеопараметрах и характеристики радиоизлучения атмосферы [7].

На рис. 1 приведен пример высотной зависимости коэффициента корреляции $r_{NR}(h_i, \theta = 89^\circ)$, из которого видно, что для прогноза рефракции целесообразно использовать приземные значения N , т.к. вблизи поверхности Земли реализуются максимальные значения $r_{NR}(h_i, \theta_j)$. Следует отметить, что на раннем этапе исследований рефракционных характеристик использовались регрессионные соотношения между значениями N_0 и разницей приведенного показателя преломления вблизи поверхности Земли и на высоте $h = 1$ км [1]. Соотношение (2) позволяет вводить в рефракционную модель атмосферы статистическую связь между значениями N на различных уровнях.

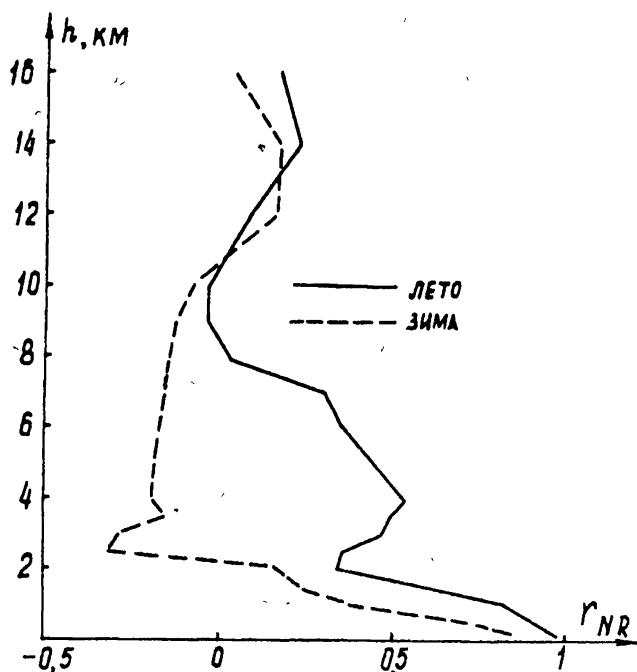


Рис. 1.

В расчетах рефракции часто используется экспоненциальная высотная зависимость $N(h)$. Такая аппроксимация неплохо описывает средние распределения $\bar{N}(h)$, однако при ее использовании для описания текущих зависимостей $N(h)$ возникают определенные трудности. Соотношения (2), (3) оптимальной статистической экстраполяции в большей степени приближены к реальным ситуациям.

Особый интерес представляют результаты расчетов собственных векторов и собственных значений автокорреляционных матриц приведенного показателя преломления и астрономической рефракции. Соответствующие статистические характеристики для показателя преломления рассмотрены в [8]. На рис. 2 представлены три первых собственных вектора φ^R

матрицы астрономической рефракции радиоволн для летних условий года в центральной части ЕТР. На рисунке использованы следующие обозначения: сплошная кривая — первый собственный вектор φ_1^R , пунктир — φ_2^R , кружки — φ_3^R . Первый вектор $\varphi_1^R(\theta)$ возрастает с увеличением θ аналогично соответствующей зависимости средней величины $\bar{R}(\theta)$. При $k > 1$ векторы $\varphi_k^R(\theta)$ учитывают детали зависимости $R(\theta)$ более высоких порядков. Однако с ростом k увеличиваются случайные ошибки в собственных векторах, связанные с ограниченностью выборки, по которой они построены. В результате погрешности в определении векторов φ_k при достаточно больших k могут стать преобладающими по сравнению с реальной информацией о деталях исследуемого вектора $R(\theta)$.

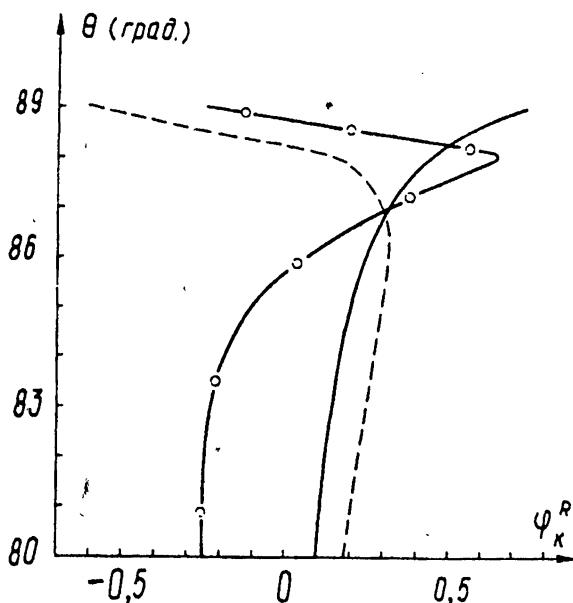


Рис. 2.

Общий ход собственных векторов $\varphi_k^R(\theta)$ подобен для различных сезонов, что согласуется с поведением собственных векторов основных метеоэлементов (температуры, влажности) [9] и свидетельствует об определенной универсальности построенной системы. Для астрономической рефракции относительная суммарная дисперсия $\sigma_{\mu k}$ достигает достаточно больших значений ($\approx 99\%$) уже при $k = 2-3$. Полученные системы ортогональных векторов рефракционных характеристик атмосферы позволяют представлять большие массивы эмпирической информации в виде нескольких коэффициентов разложения соответствующей величины по базисным векторам.

Рассмотренные в работе характеристики являются основными элемен-

тами статистической структуры атмосферной рефракции. Использование таких элементов отражает тенденции развития современных рефракционных моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бин Б. Р., Даттон Е. Дж. Радиометеорология. — Л.: Гидрометеоиздат, 1971. — 363 с.
2. Колесов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. — М.: Советское радио, 1976. — 220 с.
3. Всесоюзное совещание по рефракции электромагнитных волн в атмосфере. Тезисы докладов. — Томск: ТФ СО АН СССР, 1983. — 294 с.
4. Proc. of the Workshop on Refraction Determination on the Optical and Radio Astrometry. Leningrad, USSR, 1985. — Publ. de l'Observatoire Astronomique de Belgrade, 1987. N 35. — 350 р.
5. Всесоюзное научно-практическое совещание по проблемам совершенствования аппаратурных средств и таблиц для определения рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере. Тезисы докладов. — Иркутск, 1984. — 116 с.
6. U.S. Standard Atmosphere, Supplements. 1966.
7. Гайкович К. П. //Изв. вузов. Радиофизика, 1980. Т. 13. N 7. С. 782.
8. Дробышевич В. И., Наумов А. П. //Изв.вузов. Радиофизика, 1978. Т. 21. N 12. С. 1742.
9. Малкевич М. С. Оптические исследования атмосферы со спутников. — М.: Наука, 1973. — 304 с.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н.Новгород

Поступила в редакцию
22 июля 1995 г.

ON THE STATISTICAL STRUCTURE OF THE ASTRONOMICAL RADIO WAVE REFRACTION

Sh. D. Kitaj, A. P. Naumov

The statistical data are considered of the regular part of astronomical radio wave refraction for the spherical stratified atmosphere. A special attention has been paid to the analysis of orthonormalized vectors of refraction correlation matrices.

УДК 523.985.7-77

ВОЗМОЖНОСТИ РСДБ НАБЛЮДЕНИЙ СОЛНЕЧНЫХ СПАЙКОПОДОБНЫХ СОБЫТИЙ

Алексеев В. А., Левин Б. Н., Липатов Б. Н., Мельников В. Ф.,
Сизов А. С., Снегирев С. Д., Тихомиров Ю. В.

Современные теоретические и экспериментальные исследования фрагментации энерговыделения в солнечных вспышках указывают на необходимость наблюдений с высоким пространственным и временным разрешением. В данной работе анализируются проведённые ранее интерферометрические наблюдения солнечных радиоспайков, обсуждаются первые результаты усилий НИРФИ в решении этой задачи. Описан разработанный в НИРФИ макет приёмно-анализирующей аппаратуры, являющейся частью создаваемого измерительного комплекса для исследования солнечных вспышек с высоким пространственным и временным разрешением, позволяющий анализировать вид интерференционного сигнала и его амплитудный спектр с временным и частотным разрешением соответственно до 16.7 мкс и 100 Гц. Обсуждены перспективы РСДБ наблюдений солнечных вспышек с высоким пространственным разрешением.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших, и до сих пор не решенных, проблем физики солнечной активности является вопрос о механизмах энерговыделения и ускорения частиц в солнечных вспышках. Решение этой проблемы тесно связано с исследованием "элементарных" процессов во вспышечных областях.

В последние годы проведены наблюдения микроволновых всплесков с миллисекундным временным разрешением. В результате обнаружена тонкая временная и спектральная структуры всплесков в дециметровом и сантиметровом диапазонах ($t = 0.01 - 0.1$ с, $\Delta f/f < 0.05$), указывающие на то, что радиоисточник сильно фрагментирован. Ожидаемые размеры элементарных источников при этом составляют 0.1 – 0.001 угл. сек [1–4].

Вместе с тем, такие размеры оказываются далеко за пределами разрешающей способности инструментов, используемых в настоящее время в солнечной радиоастрономии (VLA, WRST, CCPT). Реализовать такое разрешение можно только с помощью интерферометров со сверхдлинной базой (РСДБ). К настоящему времени имеющиеся экспериментальные данные [5] явно недостаточны, чтобы сделать определённые выводы о размерах, пространственной структуре и яркостной температуре источников микроволновых спайков.

Данная работа посвящена анализу возможностей применения радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой к исследованию с высоким временным разрешением солнечных микроволновых всплесков, а также описанию созданной в НИРФИ аппаратуры для таких исследований. Во втором разделе этой работы обсуждаются предыдущие РСДБ эксперименты и некоторые проблемы РСДБ наблюдений спайкоподобных солнечных событий. В третьем разделе сообщается о результатах работы нашей группы по созданию аппаратуры с высоким временным разрешением, которая открывает новые возможности для наблюдений солнечных вспышек. Даные возможности рассматриваются в разделе четыре. В пятом разделе обсуждаются наши планы и конкретные задачи будущей работы по РСДБ исследованиям солнечных вспышек.

2. АНАЛИЗ ПРЕДЫДУЩИХ РСДБ НАБЛЮДЕНИЙ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК

К настоящему времени опубликованы результаты только одного РСДБ исследования солнечных вспышек [5]. В 1981 г. были проведены наблюдения на длине волны 18 см с угловым разрешением $0.^{\circ}07$. Система Марк-2 обеспечивала временное разрешение 0.2 с и спектральное разрешение 250 кГц. Наблюдения проводились в течение 60 часов. Из трёх зарегистрированных вспышек только для одной получено свидетельство наличия источника с угловыми размерами, меньшими размера лепестка диаграммы направленности. Следует отметить, что в действительности из-за низкого временного разрешения был зарегистрирован источник не отдельного спайка, а группы спайков. Интенсивность спайков была низкой, превышение интерференционного сигнала над шумом составляло лишь 2σ , где σ — стандартное отклонение.

В [6] отмечено, что теми же авторами в 1984 г. были проведены наблюдения нескольких вспышек на длине волны 6 см с использованием системы Марк-3, однако результаты анализа данных до сих пор не опубликованы.

Существуют, по крайней мере, три причины уменьшающих вероятность обнаружения интерференционных сигналов от компактных радиоисточников:

1. Выбор частотного диапазона.

Отметим, что наблюдения [5, 6] были проведены в сантиметровом и коротковолновой части дециметрового диапазона длин волн. В этих диапазонах спайкоподобные события довольно редки и поэтому для их обнаружения требуется много времени. Более того, их интенсивность обычно мала или сравнима с потоком излучения от протяжённых источников континуального излучения вспышки [2]. Это

приводит к заметному уменьшению отношения сигнал/шум и, следовательно, к уменьшению вероятности надёжной регистрации компактных источников.

2. Низкое временное разрешение ($t_{\text{инт}} = 0.2$ с) стандартной РСДБ системы типа Марк-2.

а) Такое большое время интегрирования приводит к сильному уменьшению отношения сигнал/шум, поскольку длительность спайка обычно более, чем на порядок меньше 0.2 с.

б) Известно, что спайки часто появляются группами с интервалами следования порядка 10 – 100 мс. Поэтому за время интегрирования возможно появление нескольких спайков в местах, отстоящих друг от друга на расстояниях больших ширины лепестка диаграммы направленности РСДБ системы. В результате интерференционный сигнал будет существенно ослаблен.

в) Из-за возможного собственного поперечного движения радиоисточника частота интерференции может измениться так, что выйдет за полосу частот, в которой происходит анализ спектра ($\Delta f > f = 1/2t_{\text{инт}}$). При $t = 0.2$ с, $f = 2.5$ Гц это соответствует скорости источника $V > 200$ км/с для базы интерферометра, используемого в эксперименте [5]. Скорости этого порядка вполне вероятны, так как они близки к обычной в условиях солнечной короны скорости МГД движений ($V \sim 1000$ км/с).

3. Рефракция и рассеяние излучения в солнечной короне.

а) Многолучёвое распространение из-за отражений от двух и более дискретных плотных арочных структур. При большом времени интегрирования этот эффект может быть аналогичен появлению одновременно двух и более источников, разнесённых на расстояния, большие ширины лепестка диаграммы направленности φ_a . Результатом будет значительное ослабление сигнала интерференции.

б) Видимое уширение источника спайка до размеров $\varphi > \varphi_a$ из-за рассеяния радиоволн на неоднородностях среды. Косвенные свидетельства в пользу реальной возможности этой причины служат наблюдения всплесков I и III типа, выполненные в последние годы на VLA с временным разрешением 1.67 с. Эти наблюдения показывают, что измеренные на частоте 333 МГц размеры источников всплесков оказываются существенно больше ожидаемых из теории и из размеров горячих рентгеновских петель [9, 10]. Вполне вероятно, что рассеяние на неоднородностях будет главным препятствием при РСДБ исследованиях источников спайкоподобных радиовсплесков [11].

3. АППАРАТУРА НИРФИ ДЛЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК

К настоящему времени статистическая выборка чрезвычайно мала, чтобы делать достоверные выводы о невозможности определения размеров радиоисточников таких всплесков. Поэтому мы считаем необходимым продолжать РСДБ наблюдения спайкоподобных событий, накапливая новые экспериментальные данные и совершенствуя аппаратуру и методику наблюдений.

В НИРФИ имеется определенный опыт проведения РСДБ наблюдений астрофизических объектов и космических аппаратов [7-8]. Для увеличения вероятности регистрации солнечных радиоспайков мы готовим эксперименты на уже имеющейся, а также вновь разрабатываемой аппаратуре для РСДБ наблюдений, которая отличается от использовавшейся в [5, 6] следующим:

1. Имеющаяся приёмная аппаратура работает в дециметровом диапазоне ($\lambda = 50 \text{ cm}$), где максимальна вероятность появления всплесков с тонкой временной и спектральной структурой [3] (т.е. всплесков, источники которых должны быть очень компактными). Интенсивность быстропеременных всплесков обычно существенно превышает интенсивность континуальной подложки в этом диапазоне. Это обеспечивает большее отношение сигнал/шум, чем в РСДБ наблюдениях в сантиметровом диапазоне.
2. Разработанный в НИРФИ к настоящему времени РСДБ коррелятор даёт возможность анализировать выходной сигнал со значительно более высоким временным разрешением. Цифровая техника, которую мы имеем в настоящее время для обработки данных, обеспечивает максимальное временное разрешение 0.256 мс. Это значение почти на три порядка величины меньше, чем используемое в [5], и достаточно для исследования временной структуры спайков с миллисекундными длительностями. Такое временное разрешение позволяет анализировать амплитудный спектр интерферометрических сигналов в полосе частот интерференции 2 кГц. Предусмотрена также возможность выбора различных интервалов усреднения с помощью системы интеграторов.

На рис. 1 изображена структурная схема приёмного тракта РСДБ пункта НИРФИ. В настоящее время имеется два комплекта этой аппаратуры на частоту 610 МГц для оборудования двух приёмных пунктов однобазового интерферометра.

На рис. 2 показана структура процессора для обработки РСДБ данных. Базовый блок коррелятора имеет 256 каналов по временной задержке с шагом 0.25 мкс и может принимать параллельно до четырёх по-

токов данных с магнитных лент. Время интегрирования в базовом блоке 16 мкс. Выходные интерференционные сигналы передаются от коррелятора для дальнейшей обработки в ОЗУ центральной ЭВМ (IBM PC/AT-486). Её быстродействие позволяет принимать данные с временем дискретизации 0.256 мс по 32 каналам временной задержки параллельно. Этого вполне достаточно для исследования импульсных солнечных вспышек миллисекундной длительности. Данные, передаваемые с базового блока коррелятора к центральной ЭВМ, дополнительно интегрируются в блоке интеграторов. Процессы синхронного чтения данных и корреляционной обработки находятся под контролем управляющей ЭВМ IBM PC/AT-286. Она же принимает со звуковых дорожек магнитных лент данные об интенсивности информативных сигналов и передаёт их в центральную ЭВМ после завершения процесса корреляционной обработки.

К сожалению, из-за отсутствия видеомагнитофонов, работа по созданию системы сбора и обработки данных до сих пор не завершена.

4. ВОЗМОЖНОСТИ РСДБ НАБЛЮДЕНИЙ С ВЫСОКИМ ВРЕМЕННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ

Высокое временное разрешение, реализуемое в описанной выше аппаратуре, обеспечивает следующие преимущества:

- реализация максимального отношения сигнал/шум путём выбора оптимального времени интегрирования $t_{\text{инт}}$;
- возможность наблюдать компактные источники с более быстрыми собственными движениями: $V_{\text{кр}} = 4000 \text{ км/с}$ при $t_{\text{инт}} = 1 \text{ мс}$ и тех же условиях, что и в эксперименте [5];
- резкое уменьшение вероятности одновременной регистрации в течение времени интегрирования излучения от нескольких компактных источников, разнесённых в пространстве на расстояние, большее ширины лепестка диаграммы направленности интерферометра;
- увеличение вероятности регистрации интерференционного сигнала даже в случае, если излучение компактного источника отражается от соседних плотных арок¹;
- уменьшение эффекта видимого уширения источника из-за рассеяния сигнала на корональной турбулентности. Это уменьшение происходит в случае очень коротких всплесков, для которых неоднородности с большими масштабами являются неподвижными экранами.

¹При расстояниях $l = 10^8 - 10^9 \text{ см}$ запаздывание отражённого сигнала составит $t = 3 - 30 \text{ мс}$. Поэтому при $t_{\text{инт}} = 1 \text{ мс}$ и длительности спайка $t_{\text{спайк}} = 3 \text{ мс}$ от каждого из источников (прямого и отражённого) будет зарегистрирован свой интерференционный сигнал

Кроме этого, высокое временное разрешение ($t_{\text{инт}} < 1 \text{ мс}$) обеспечивает дополнительные возможности, например:

- возможность определения динамики размера $D(t)$ однокомпонентного радиоисточника

$$D(t) \propto \sqrt{-\ln|V(t)|} \quad (1)$$

по измеренной величине коэффициента когерентности $V(t)$. Это становится осуществимым, если длительность всплеска в несколько раз превышает $t_{\text{инт}}$;

- возможность слежения за смещением фазового центра радиояркости многокомпонентного источника по измерениям скачков фазы и амплитуды интерференционного отклика с погрешностью

$$\sigma(\phi) \approx (\lambda/L) \quad (\text{шум/сигнал}) . \quad (2)$$

При длине волны $\lambda = 50 \text{ см}$, длине базы $L = 400 \text{ км}$, отношении шум/сигнал = 0.1 можно определить смещение центра радиояркости с точностью 0.01 угл. сек.

Выше мы не рассматривали эффект рассеяния радиоволн на турбулентности околосолнечной плазмы. Вместе с тем этот эффект может оказаться принципиально важным при РСДБ наблюдениях с шириной лепестка диаграммы направленности 0.1 – 1 угл. сек. Если турбулентность имеет такие же характеристики, как предполагается в теоретической работе [11], то следует ожидать сильного рассеяния радиоволн и уширения видимых размеров источников спайков до 10 – 50 угл. сек. В этом случае получить интерференционный сигнал от источников спайков обычным путём будет невозможно. Оценить реальные размеры источника можно только при резком повышении временного и спектрального разрешения РСДБ аппаратуры (метод спекл-интерферометрии). При этом во время короткого спайка турбулентный экран оказывается практически неподвижным (“замороженным”) и интерферометр регистрирует от одного точечного источника целую группу его изображений, распределённых по полю рассеяния (которое создается турбулентностью).

В настоящее время неизвестен реальный уровень и характерный масштаб турбулентности в солнечной короне на пути распространения излучения от компактного источника. Определенную информацию о состоянии среды на пути распространения сигнала могут дать РСДБ эксперименты. Задача изучения характеристик неоднородностей в солнечной короне является относительно самостоятельной. Знание масштабов и уровня турбулентности (неоднородностей электронной концентрации) над активной областью необходимо не только для РСДБ исследований

вспышек, но и для других задач: при исследованиях природы турбулентности в короне и динамики частиц в корональных магнитных петлях, при интерпретации спектра наблюдаемого радиоизлучения активных областей и т. д.

5. ПЕРСПЕКТИВЫ

Для отработки методики наблюдений с высоким временным разрешением и испытания созданной аппаратуры были проведены наблюдения солнечных всплесков на двухэлементном (2 РТ-7, $f = 540$ МГц) интерферометре с базой ~ 400 м (РАС НИРФИ "Старая Пустынь", октябрь–ноябрь 1993 г., сентябрь–октябрь 1994 г.). Результаты этих экспериментов готовятся к публикации [12].

Опыт наблюдений с высоким временным разрешением, полученный в экспериментах с короткобазовым интерферометром, был использован при РСДБ наблюдениях солнечных вспышек. В конце октября 1994 г. мы провели комплексный эксперимент по обнаружению и оценке параметров коротких солнечных всплесков, включающий одновременные радиоинтерферометрические наблюдения на базе Пущино–Уссурийск (327 МГц) и на малобазовом интерферометре в Старой Пустыни (540 МГц). Зафиксировано несколько коротких (~ 100 мс) всплесков солнечного радиоизлучения, совпадающих по времени на интерферометрах с разными базами. В настоящее время ведется обработка полученного экспериментального материала (из-за незавершенности собственной системы обработки РСДБ данные обрабатываются в Калифорнийском Технологическом Институте, США).

Полученный опыт будет использован в планируемых РСДБ наблюдениях с пространственным разрешением 0."2 на радиотелескопах РТ-64 (Калязин), РТ-22 (Пущино) и РТ-14 (Старая Пустынь). Указанные три места образуют треугольник с примерно одинаковыми сторонами (~ 400 км). Если будет возможность создать третью приёмную систему, мы попытаемся наблюдать солнечные вспышки с тремя базами для получения двумерного разрешения. В состав длиннобазового комплекса (см. рис. 3) целесообразно включить также действующий короткобазовый интерферометр со следующими задачами:

- обнаружение солнечных радиовсплесков, определение в реальном времени местоположения и угловых размеров активной области, оперативная выдача этой информации для корректировки наведения больших антенн, входящих в большебазовую систему;
- обнаружение и фиксация моментов появления спайков, оценка их параметров, использование этой информации в качестве целеуказания при обработке данных длиннобазового интерферометра.

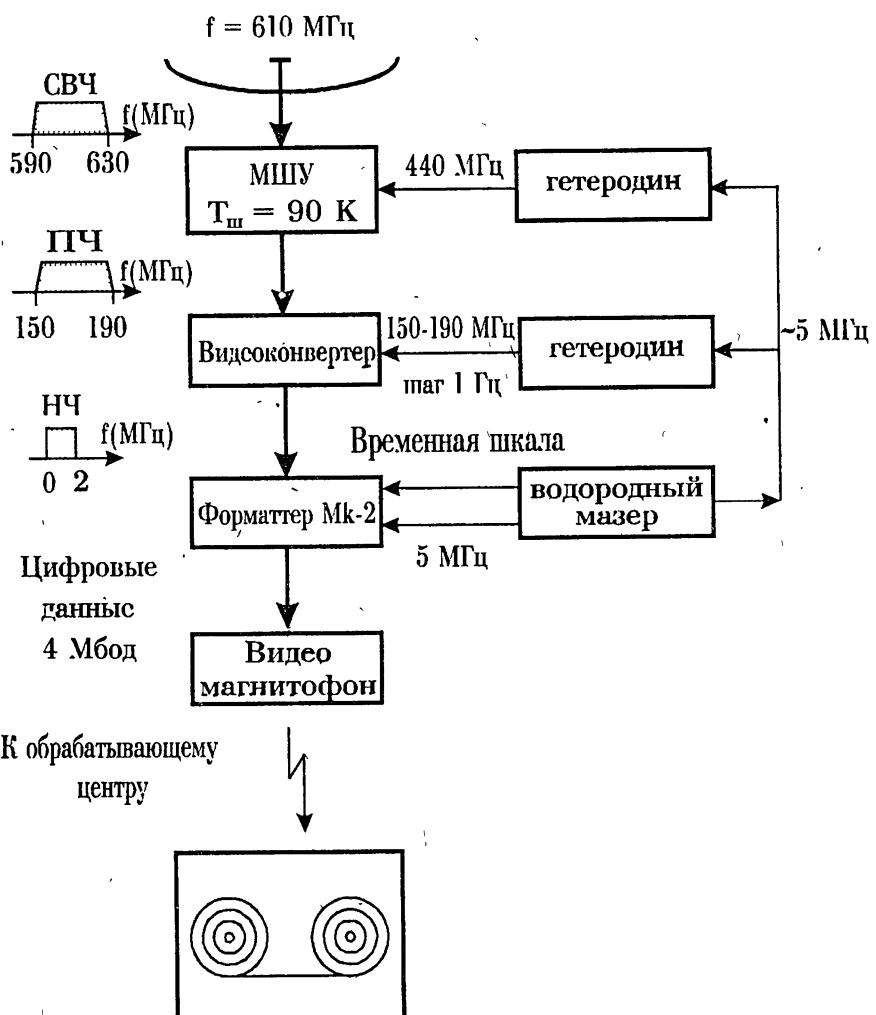


Рис. 1

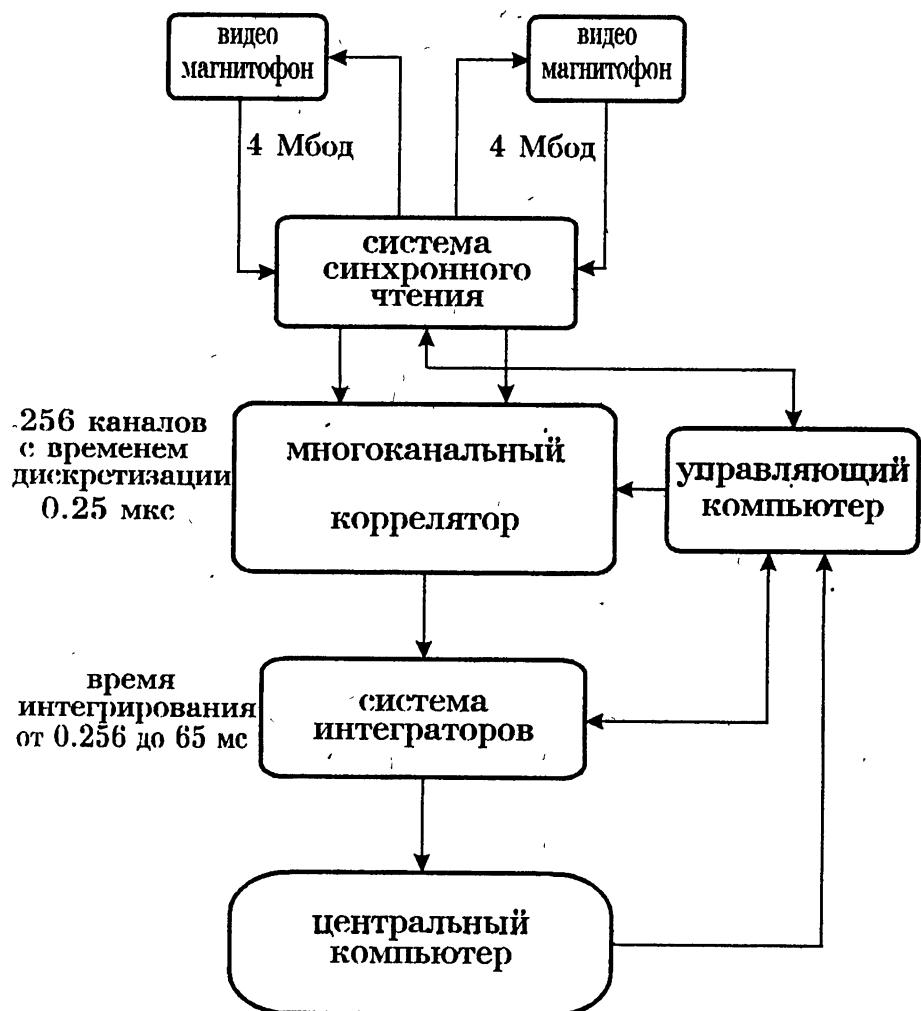
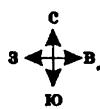


Рис. 2



Калазин РТ-64

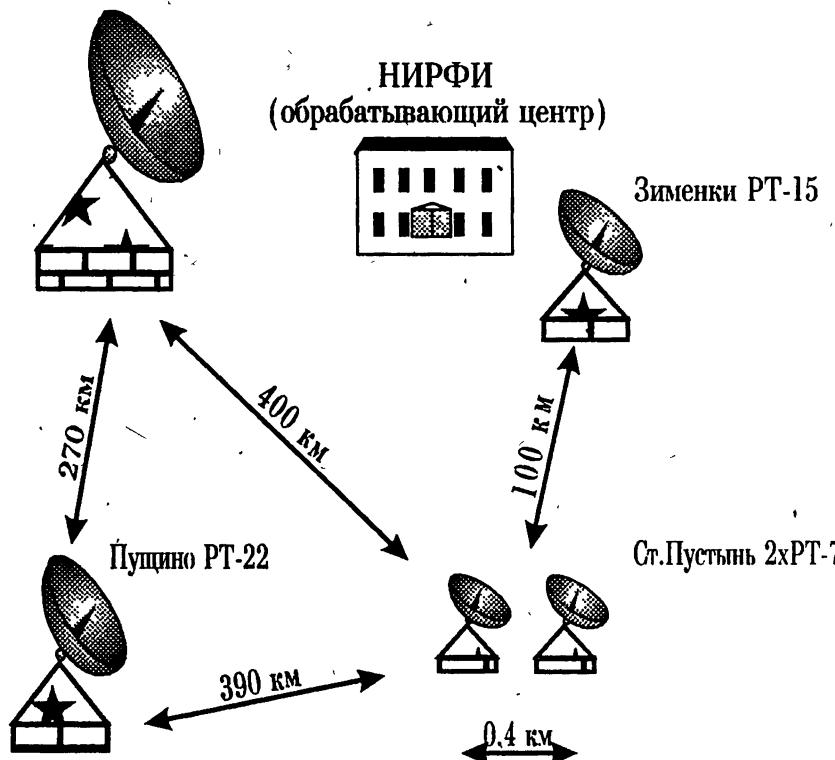


Рис. 3

Авторы благодарны Российскому Фонду Фундаментальных Исследований (грант № 93-02-17076) и Европейской Южной Обсерватории (грант № А-02-83) за поддержку, которая была оказана при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Benz A. O. // Solar Physics. 1985. V. 96. P. 357.
2. Stahli M. and Magun A. // Solar Physics. 1986. V. 104. P. 117.
3. Benz A. O. et al. // Astroph. J. 1983. V. 271. P. 355.
4. Levin B. N., Melnikov V. F. // Solar Physics. 1993. V. 148. P. 325.
5. Tapping K. F. et al. // Astron. Astrophys. 1983. V. 122. P. 177.
6. Tapping K. F. // Solar Physics. 1986. V. 104. P. 199.
7. Алексеев В. А. и др. // Косм. исслед. 1989. Т. 27. С. 447, 765.
8. Алексеев В. А. и др. // Письма в Астрон ж. 1986. Т. 12. С. 486.
9. Zlobec P. et al. // Solar Physics. 1992. V. 141. P. 165.
10. Aschwanden M. J. et al. // Ap. J. 1993. V. 417. P. 790.
11. Bastian T. S. Angular scattering of solar radio emission by coronal turbulence. // Preprint NRAO, 1993.
12. Алексеев В. А. и др. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1995 (в печати).

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
27 января 1995 г.

THE POSSIBILITIES OF VLBI OBSERVATIONS OF SOLAR SPIKE-LIKE EVENTS

V. A. Alekseev, B. N. Levin, B. N. Lipatov, V. F. Melnikov,
A. S. Sizov, S. D. Snegirev, Yu. V. Tikhomirov

Modern theoretical and experimental solar studies show the necessity of radio spike observations using VLBI with the millisecond time resolution. In this paper the previous interferometric spike observations are discussed and some characteristics of the NIRFI interferometry system along with preliminary results of NIRFI efforts to adapt it for solar studies are described. The perspectives of the NIRFI VLBI solar flare research are discussed as well.

УДК 621.3.095

ПЕРЕНОС ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДАХ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

H. A. Митяков

Изменение поляризации излучения в магнитоактивной плазме определяется уравнениями переноса для параметров Стокса [1], которые, как это было показано в [2], содержат эффекты взаимодействия нормальных волн. В частности, для $u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \ll 1$, $v = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \ll 1$ (ω_p и ω_H — плазменная и гирочастота электронов) уравнения переноса имеют вид [3]:

$$\frac{dV}{dz} = -\kappa_{\perp} U, \quad \frac{dQ}{dz} = -\kappa_{\parallel} U, \quad \frac{dU}{dz} = \kappa_{\parallel} Q + \kappa_{\perp} V, \quad \frac{dI}{dz} = 0. \quad (1)$$

Здесь $\kappa = (\kappa_{\perp}^2 + \kappa_{\parallel}^2)^{1/2} = k_0(n_2 - n_1)$, $k_0 = \frac{\omega}{c}$, $\kappa_{\perp} = \frac{1}{2}k_0uv\sin^2\alpha$, $\kappa_{\parallel} = k_0\sqrt{u}v\cos\alpha$, α — угол между \vec{k} и \vec{H}_0 , $\vec{k} \parallel \vec{z}$, $I = (V^2 + Q^2 + U^2)^{1/2}$.

Не нарушая общности, будем полагать далее, что интенсивность излучения $I = 1$. Тогда степень круговой и линейной поляризации определяется параметрами V и $\sqrt{1 - V^2}$ соответственно, а угол поворота оси эллипса поляризации $\chi = \frac{1}{2}\arctg\frac{U}{Q}$. В однородной среде $\kappa = \kappa_0$ решения уравнений (1) имеют вид:

$$U^o = U_0 \sin \psi_0, \quad V^o = V_0 + U_0 \frac{\kappa_{\perp 0}}{\kappa_0} \cos \psi_0, \quad (2)$$

$$Q^o = -\frac{\kappa_{\perp 0}}{\kappa_{\parallel 0}} V_0 + U_0 \frac{\kappa_{\parallel 0}}{\kappa_0} \cos \psi_0, \quad U_0^2 + V_0^2 \frac{\kappa_0^2}{\kappa_{\parallel 0}^2} = 1, \quad \psi_0 = \kappa_0 z + \varphi_0.$$

Если среда неоднородна (например, изменяется ориентация магнитного поля α), то решение (2) справедливо, когда

$$G = \frac{k_0 v u^{3/2}}{|d\alpha/dz|} \gg 1. \quad (3)$$

Нарушение неравенства (3) приводит к линейному взаимодействию нормальных волн [1], которое может радикально изменить поляризацию излучения. Однако, даже слабые неоднородности среды, удовлетворяющие неравенству (3), могут приводить к заметным изменениям параметров Стокса, если такие неоднородности многократно повторяются на пути радиоволн. Эффект “накопления” на N локальных неоднородностях среды

впервые проиллюстрирован в [3] численным счетом уравнений переноса (1).

Покажем, что периодические изменения среды вдоль оси z могут приводить к линейному по z нарастанию параметров Стокса. Пусть

$$\kappa_{\perp} = \kappa_{\perp 0} + \delta_{\perp} \sin \psi_1, \quad \kappa_{\parallel} = \kappa_{\parallel 0} + \delta_{\parallel} \sin \psi_1, \quad (4)$$

$$\kappa = \kappa_0 + \delta \sin \psi_1, \quad \psi_1 = \kappa_1 z + \varphi_1, \quad \vec{\kappa}_1 \parallel \vec{z}.$$

Возмущения плаэмы могут быть неподвижными ($\varphi_1 = \text{const}$) или волновыми ($\varphi_1 = -\Omega t$). Разумеется, скорость волны должна быть существенно меньше скорости света (например, МГД или альвеновская волна). Для параметра U в случае слабых неоднородностей ($\delta \ll \kappa_0$) можно получить уравнение осциллятора с внешней силой:

$$\frac{d^2 U}{dz^2} + \kappa_0^2 U = (Q^o \delta_{\parallel} + V^o \delta_{\perp}) \kappa_0 \cos \psi_1 - 2U_0 \kappa_0 \delta \sin \psi_0 \sin \psi_1. \quad (5)$$

Пренебрегая членами с удвоенной пространственной частотой, получаем

$$U = U^o + U_1, \quad U_1 = \frac{V_0}{2} \kappa_{\perp 0} \beta z \sin \psi_1 - \frac{U_0}{2} \frac{\delta}{\kappa_0} \cos \varphi, \quad (6)$$

где $\varphi = \varphi_0 - \varphi_1$, $\beta = \frac{\delta_{\perp}}{\kappa_{\perp 0}} - \frac{\delta_{\parallel}}{\kappa_{\parallel 0}}$, $\kappa_1 = \kappa_0$. Поправка U_1 к решению для неоднородной среды содержит слагаемое, пропорциональное z , и член, не зависящий от z . Второе слагаемое имеет принципиальное значение при вычислении $Q = -\int \kappa_{\parallel} U dz$ и $V = -\int \kappa_{\perp} U dz$. Удерживая члены, пропорциональные z , для параметров Q и V получаем

$$V = V^o + V_1, \quad Q = Q^o + Q_1,$$

$$V_1 = -\kappa_{\perp 0} \beta z \left(\frac{U_0}{2} \frac{\kappa_{\parallel 0}^2}{\kappa_0^2} \cos \varphi - \frac{V_0}{2} \frac{\kappa_{\perp 0}}{\kappa_0} \cos \psi_1 \right), \quad (7)$$

$$Q_1 = \kappa_{\perp 0} \beta z \left(\frac{U_0}{2} \frac{\kappa_{\parallel 0} \kappa_{\perp 0}}{\kappa_0^2} \cos \varphi + \frac{V_0}{2} \frac{\kappa_{\parallel 0}}{\kappa_0} \cos \psi_1 \right).$$

Поправки к решению для однородной среды определяются нарастающим по z множителем

$$\kappa_{\perp 0} \beta z = \kappa_{\perp 0} z (\operatorname{tg} \alpha_0 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0) \delta \alpha, \quad (8)$$

который не зависит от вариаций концентрации электронов $\frac{\delta v}{v}$ и определяется амплитудой пульсаций направления магнитного поля $\delta \alpha$. В качестве

параметра взаимодействия нормальных волн G_1 можно использовать отношение V^o/V_1 . В частности, для $V_0 = 0$, $\cos \varphi = 1$, $\kappa_{\perp} = \kappa_{\parallel}$ получаем

$$G_1 = \frac{k_0 v u^{3/2}}{|d\alpha/dz|_{\text{эфф}}}, \quad (9)$$

где $|d\alpha/dz|_{\text{эфф}} = \kappa_0 z |d\alpha/dz|$, $|d\alpha/dz| = \kappa_0 \delta \alpha$. Если сравнить (9) и (3), то можно видеть, что параметр G отличается от G_1 множителем $\kappa_0 z \gg 1$. Напомним, что G характеризует взаимодействие волн на единичной неоднородности магнитного поля [1]. В случае периодических неоднородностей можно ввести (9) эффективный градиент $|d\alpha/dz|_{\text{эфф}}$, превышающий в $\kappa_0 z$ раз локальное значение $|d\alpha/dz|$. Взаимодействие нормальных волн в периодической среде может быть сильным ($G_1 \leq 1$) даже тогда, когда "классический" параметр G указывает на слабое взаимодействие на одном периоде возмущений среды ($G \gg 1$). Величина и характер эффекта "накопления" определяются начальными значениями параметров Стокса U_0 , V_0 . Для слагаемого, пропорционального U_0 , эффект максимален при $|\cos \varphi| = 1$ и периодически меняется во времени в случае волновых возмущений среды $\varphi = \varphi_0 + \Omega t$. Последнее обстоятельство открывает принципиальную возможность диагностики альвеновских волн путем измерения периодических пульсаций параметров Стокса. Такие измерения позволяют определить частоту Ω , волновое число κ_1 и амплитуду $H_{\perp} = H_0 \delta \alpha$ альвеновской волны.

Автор благодарит Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку (грант N 93-02-3360).

ЛИТЕРАТУРА

1. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. — М.: Наука, 1977.
2. Ерухимов Л. М., Кирш П. И. //Изв. вузов. Радиофизика, 1973. N 12. С. 1783.
3. Ерухимов Л. М., Митякова О. И., Шпиро П. И. //Препринт N 203. — Горький: НИРФИ, 1985.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Новгород

Поступила в редакцию
25 ноября 1994 г.

RADIATION POLARIZATION TRANSFER IN MEDIA WITH PERIODICAL INHOMOGENEITIES

N. A. Mityakov

Н. А. Митяков

1059

УДК 533.951

ГЕНЕРАЦИЯ МОЩНЫХ АЛЬФЕНОВСКИХ ВОЛН В РЕЗУЛЬТАТЕ РАЗВИТИЯ ВЗРЫВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМЕ ПОТОК-ПЛАЗМА

A. E. Белянцев, С. М. Файнштейн

Проанализирована возможность возникновения и стабилизации взрывной неустойчивости альфеновских и звуковых волн в системе поток-пазма. Определены условия синхронизма энергии мод. Показано, что при определенных условиях в системе генерируются мощные импульсы магнитного поля.

Известно, что в системе поток-пазма возможно возникновение взрывной неустойчивости [1], когда волна высшей частоты, имеющая отрицательную энергию, участвует в резонансном трехволновом взаимодействии с модами с положительной энергией. Указанная неустойчивость стабилизируется либо за счет нелинейного сдвига частоты [1], либо нелинейного поглощения [2]. В данной заметке рассматривается возможность возникновения и стабилизации "взрыва" альфеновских и звуковых волн в системе, состоящей из холодной пазмы, пронизываемой полностью ионизованным потоком заряженных частиц с учетом конечности давления в пучке. Предполагается, что поток движется вдоль постоянного магнитного поля \vec{H}_0 . Показано, что при определенных условиях возникает взрывная неустойчивость, в результате развития которой генерируются мощные всплески альфеновских волн. Полученные результаты представляют несомненный интерес для интерпретации мощного электромагнитного (ЭМ) излучения в течение вспышечных явлений в астрофизических условиях, а также для объяснения ряда явлений в инерционном УТС. Кроме того, полученные теоретические выводы могут быть полезны в твердотельной [4] и лабораторной пазме в целях создания генераторов (усилителей) НЧ излучения. Нам известна лишь одна работа [3], где изучена линейная задача о генерации альфеновских волн потоком заряженных частиц, причем плотность пучка предполагается достаточно высокой. В данной работе анализируется случай слабого пучка, когда, в отличие от [3], моды возбуждаются взрывным, а не экспоненциальным образом.

Исходная система уравнений идеальной магнитной гидродинамики для частиц пазмы и пучка имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \text{rot} [\vec{v} + \vec{V}_0 + \vec{v}_s, \vec{H}_0 + \vec{H}] ; \\
 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} &= -\frac{1}{4\pi(\rho_0 + \rho)} [\vec{H}_0 + \vec{H}, \text{rot} \vec{H}] ; \\
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho_0 + \rho, \vec{v}) &= 0; \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \text{div} (\rho_{0s} + \rho_s, \vec{V}_0 + \vec{v}_s) = 0; \\
 \frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{V}_0 \nabla) \vec{v}_s + (\vec{v}_s \nabla) \vec{v}_s &= -\frac{1}{4\pi(\rho_{0s} + \rho_s)} [\vec{H}_0 + \vec{H}, \text{rot} \vec{H}] - \frac{c_s^2 \nabla \rho_s}{\rho_{0s} + \rho_s},
 \end{aligned} \tag{1}$$

здесь \vec{H} , \vec{v} , \vec{v}_s , ρ , ρ_s — отклонения магнитного поля, скорости частиц плазмы и пучка, плотности плазмы и потока от равновесных значений H_0 , 0, V_0 , 0, ρ_{0s} ; c_s — скорость звука.

В линейном приближении, когда волны распространяются вдоль $\vec{H}_0 \parallel \vec{V}_0 \parallel 0x$, для процессов $\sim \exp(i\omega t - ikx)$ получим два дисперсионных уравнения:

$$D_1(\omega, k) = \omega^3 - 2\omega^2 k V_0 - \omega k^2 (c_A^2 - V_0^2 - c_{As}^2) + k^3 V_0 c_A^2 = 0, \tag{2}$$

$$D_2(\omega, k) = (\omega - k V_0)^2 - k^2 c_s^2 = 0. \tag{3}$$

Уравнение (2) описывает альфеновские моды с поляризацией H_y , v_y , v_{sy} (такое же уравнение характеризует также независимую моду с H_z , v_z , v_{sz}). Энергия этих волн положительна. Уравнение (3) описывает звуковые волны, сносимые потоком, и, при условии $V_0 > c_s$, их энергия отрицательна.

В отличие от [3], рассмотрим случай $\rho_{0s} < \rho_{0s_{kp}}$ ($\rho_{0s_{kp}}$ — приведено в [3]). В этом варианте корни (2) все действительны и представляют собой прямые, проходящие через начало координат:

$$\omega_1 = \alpha_1 k; \quad \omega_2 = \alpha_2 k; \quad \omega_3 = \alpha_3 k, \tag{4}$$

где

$$\alpha_1 \simeq \frac{2}{3} + \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{3} + \beta_1^2 + \beta_2^2 \right)^{1/2} \cos \frac{\varphi}{3} \right]; \quad \beta_{1,2} = \frac{c_{A,A_s}}{V_0}; \quad \beta_1 < \beta_2;$$

$$\alpha_2 \simeq \frac{2}{3} + \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{3} + \beta_1^2 + \beta_2^2 \right)^{1/2} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3} \right) \right];$$

$$\alpha_3 \simeq \frac{2}{3} + \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{3} + \beta_1^2 + \beta_2^2 \right)^{1/2} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

$$\cos \varphi = \sqrt{3} \left(\beta_1^2 - \frac{\beta_2^2}{2} - \frac{1}{9} \right) \left(\frac{1}{3} + \beta_1^2 + \beta_2^2 \right)^{-3/2}.$$

Легко выяснить, что две альфеновские моды (ω_1 и ω_2) и одна звуковая (ω_3, k_3) с отрицательной энергией удовлетворяют условиям синхронизма:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3; \quad -k_1 + k_2 = k_3. \quad (5)$$

Из (5), задав k_1 , легко найти $\omega_{2,3}(k_1)$. Учитывая квадратичные и кубичные члены разложения нелинейных членов (1), следуя [1], получим укороченные пространственно-неоднородные уравнения для комплексных амплитуд волн:

$$H_y = \sum_{1,2} a_j \exp(i\omega_j t - ik_j x) + \text{к. с.}; \quad \rho_s = a_3 \exp(i\omega_3 t - ik_3 x) + \text{к. с.}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial t} = -i\sigma_3 a_1 a_2 + i|a_3|^2 a_3 \gamma; \quad \frac{\partial a_{1,2}}{\partial t} = i\sigma_{1,2} a_3 a_{2,1}^*.$$

Здесь

$$\sigma_{1,2} = (\omega_{1,2} - k_{1,2} V_0)^2 \omega_{1,2} \left[-3\omega_{1,2}^2 + 4V_0 k_{1,2} \omega_{1,2} - k_{1,2}^2 (V_0^2 - c_A^2 - c_{A_s}^2) \right]^{-1};$$

$$\sigma_3 = k_3^2 \left[|\omega_3 - k_3 V_0| 4\pi \right]^{-1};$$

$$\gamma = 3|\omega_3 - k_3 V_0|^2 (V_0 k_3 \rho_{0s})^{-1}; \quad (c_A^2 = H_0^2 (4\pi \rho_0)^{-1}; \quad c_{A_s}^2 = H_0^2 (4\pi \rho_{0s})^{-1}).$$

Перейдем к новым переменным $u_k = a_k \sqrt{\sigma_m \sigma_n}$ ($m \neq n \neq k$; $m, n, k = 1, 2, 3$), тогда (6) примет вид:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -iu_2 u_1 + i\gamma u_3 |u_3|^2, \quad \frac{\partial u_{1,2}}{\partial t} = iu_3 u_{2,1}^*. \quad (7)$$

При одинаковых начальных условиях (7) легко интегрируется [1], при этом решение имеет вид уединенной волны:

$$u(t) = \left(\frac{\gamma^2}{16} + (t - t^*) \right)^{-1/2}; \quad t^* = \left(1 - \frac{\gamma^2}{16} u(0) \right) u^{-1}(0),$$

принимающей максимальное значение $u_m = \frac{4}{\gamma}$ при $t = t^*$.

Таким образом, при определенных условиях в низкочастотном диапазоне длин волн (альфеновские волны, звук) возможна эффективная генерация указанных мод. Полученные результаты представляют практический интерес для лабораторной и космической плазмы, поскольку при вспышечных явлениях в астрофизике наблюдается усиление и мощная генерация магнитных полей. Кроме того, подобные задачи весьма полезны при нагреве плазмы в проблеме инерционного УТС.

Работа выполнена по гранту МНФ № 88000, частично результаты заметки доложены на Международной конференции EUROEM (Франция, Бордо, июнь 1994 г.).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вильхельмссон Х, Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. — М.: Энергоиздат, 1981.
2. Файнштейн С.М. // ЖЭТФ, 1976. Т. 71. С. 1021–1024.
3. Докучаев В. П. // ЖЭТФ, 1960. Т. 39. С. 413–415.
4. Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. — М.: Атомиздат, 1973.

Нижегородский технический
университет

Поступила в редакцию
10 января 1995 г.

GENERATION OF POWERFUL ALFVEN WAVES AS A RESULT OF THE DEVELOPMENT OF AN EXPLOSIVE INSTABILITY IN A FLOW-PLASMA SYSTEM

A.E.Belyantsev, S.M.Fajnshtein

We have analyzed a possibility to arise and stabilize an explosive instability of Alfvén and sound waves in a flow-plasma system. The conditions of synchronism and mode energies have been determined. It has been shown that under definite conditions the system generates powerful pulses of the magnetic field.

УДК 523.4-853

ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ ЯВЛЕНИЯ F-SPREAD В СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЕ

B. A. Алимов, Ф. И. Выборнов, А. В. Рахлин

Приведены результаты наблюдений за отраженными КВ сигналами при вертикальном зондировании ионосферы в Зименках, Нижегородской области летом 1994 и летом 1995 годов. Обнаружено аномальное явление увеличения многолучевости принимаемых КВ сигналов во время ионосферного F-spread: при использовании остронаправленной антенны длительность отраженного многолучевого сигнала значительно возрастала по сравнению с приемом излучения на слабонаправленную антенну. При этом индекс быстрых амплитудных флуктуаций увеличивался с ростом задержки отраженных КВ сигналов. Наблюдаемые явления интерпретируются в рамках стохастической модели среднеширотного F-spread как явления многократного (многолучевого) рассеяния (отражения) коротких радиоволн от крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации в условиях сильно развитой неоднородной структуры ионосферы.

Многочисленные исследования явления F-spread в среднеширотной ионосфере указывают на рост многолучевости отраженных КВ сигналов при увеличении (в довольно широких пределах) ширины диаграммы направленности приемной антенны (см. [1] и цитированную там литературу). Эта закономерность подтвердилась и во время недавнего специального эксперимента [3], в котором уменьшение числа отраженных КВ импульсов происходило лишь в отдельных сеансах, когда использовалась остронаправленная приемная антenna. Однако в одном из последних экспериментов, о котором речь пойдет ниже, указанная закономерность была нарушена: при уменьшении ширины диаграммы направленности приемной антенны многолучевость отраженного КВ сигнала во время явления F-spread в ионосфере значительно возросла.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

На полигоне НИРФИ в Зименках Нижегородской области летом 1994 года в дневное время суток проводились наблюдения за состоянием верхней ионосферы. Передатчик станции В3 работал в дежурном режиме импульсными посылками длительностью $T = 100$ мксек с частотой повторения 50 Гц на частоте $f_0 \approx 5$ МГц. Прием отраженных сигналов велся на крестообразную антенну с круговой обыкновенной поляризацией и шириной диаграммы направленности в вертикальной плоскости $\theta_0 \approx 60^\circ$.

Полоса пропускания приемника составляла $\delta f \simeq 20$ кГц. Контроль за принимаемыми сигналами осуществлялся на развертке типа А выходного осциллографа станции В3 визуально и при регистрации их фотокамерой с частотой съема 10 Гц. Наблюдалась группа отраженных сигналов из $(6 \div 10)$ импульсов с общей длительностью $\sim (0.6 \div 1)$ мсек. Но при переключении на приемопередающую антенну нагревного стенда с шириной диаграммы направленности $\theta_0 \simeq 10^\circ$ (см. [3]) число принимаемых импульсов возросло до $(12 \div 20)$ с общей длительностью $\sim (1.2 \div 2)$ мсек!

Эксперимент по В3 ионосферы КВ сигналами на полигоне НИРФИ в Зименках был повторен летом 1995 года в дневное и вечернее время суток. Схема этого эксперимента, в целом, была идентична схеме эксперимента 1994 года. Отличие заключалось лишь в том, что в эксперименте 1995 года параллельно с регистрацией принимаемых КВ многолучевых сигналов на фотокамере осуществлялась запись стробированных (с длительностью строба $\tau_{\text{стр}} \simeq 20$ мксек) сигналов для различных, прежде всего, аномально больших, фиксированных задержек относительно зондирующего импульса с последующей регистрацией стробированных сигналов на многоканальном самописце с постоянной времени $\tau \simeq 0.01$ сек.

Обработка полученных записей заключалась в вычислении индекса амплитудных флуктуаций $S_4 = \frac{\overline{A^4} - \overline{A^2}^2}{\overline{A^2}^2}$ на интервале стационарности быстрых замираний принимаемых сигналов длительностью $(1 \div 2)$ минуты в зависимости от относительных задержек τ_3 стробируемых импульсов.

Указанной обработке подвергались, в основном, записи флуктуаций КВ сигналов при приеме их остронаправленной антенной, когда длительность отраженного многолучевого сигнала значительно возрастала по сравнению с приемом излучения на слабонаправленную антенну. Величина S_4 варьировалась в довольно широких пределах. Но была выявлена некоторая общая закономерность в поведении функции $S_4(\tau_3)$: индекс амплитудных флуктуаций, как правило, заметно увеличивался с ростом задержек отраженных КВ сигналов (для аномально больших значений задержек).

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На первый взгляд увеличение многолучевости отраженных КВ сигналов при значительном уменьшении ширины диаграммы направленности приемной антенны (при reception сигналов с большими боковыми запаздываниями) кажется парадоксальным. Однако, на самом деле, наблюдавшийся эффект может быть описан в рамках стохастической модели явления F-spread в среднеширотной ионосфере [2]. Действительно, согласно [2, 3] поле многолучевого сигнала, отраженного от среднеширотной ионо-

сферы во время F-spread, может быть описано следующим соотношением

$$E(t) \simeq \sum_{n=0}^N \mu_n E_i(t - \tau_{\zeta_n}), \quad (1)$$

где N — число лучей; μ_n — их комплексные (весовые) коэффициенты отражения; E_i — значения полей излучаемых сигналов с временными задержками τ_{ζ_n} .

В случае аномальных условий развития среднеширотного F-spread возможно появление сильно развитой крупномасштабной структуры электронной концентрации в ионосфере с заметным расслоением ее как по широте (долготе), так и по высоте. Последнее обстоятельство при определенных условиях (см., например, [4]) может привести к специфической многолучевости отраженных КВ сигналов типа (1), когда отдельные лучи принимаемого составного КВ сигнала суть сигналы многократных переотражений от отдельных крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации ионосферы.

В целом, с учётом широкого спектра неоднородностей электронной концентрации ионосферы, многократное рассеяние радиоволн весьма сложное явление, которое не нашло еще своего описания до настоящего времени. Однако в некоторых частных случаях подобное описание возможно. Так, например, многократное рассеяние радиоволн, обусловленное переотражением сигналов от двух крупномасштабных неоднородностей с размерами много большими соответствующих зон Френеля, может быть удовлетворительно описано многолучевой схемой [5]. Если предположить, что коэффициенты отражений от этих квазирегулярных неоднородностей равны V_1 и V_2 соответственно и, кроме того, учесть сильные флуктуации фаз переотраженных сигналов из-за влияния сравнительно интенсивных крупномасштабных неоднородностей ионосферы, несложно получить следующее соотношение для средней формы огибающей отраженного многолучевого сигнала в этом простейшем модельном случае

$$\bar{I}(t) = |V_1|^2 I_i(t - \tau_{\zeta_1}) + (1 - |V_1|^2) |V_2|^2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} |V_2 V_1|^{2n} \cdot I_i(t - \tau_{\zeta_{n+2}}), \quad (2)$$

где $I_i(t)$ — интенсивность излучаемого сигнала (см. также [2]).

В реальных условиях число крупномасштабных отражающих поверхностей в ионосфере может быть различным, так же как и их пространственное распределение. Поэтому зависимость $\bar{I}(t)$, описывающая среднюю форму огибающей отраженного сигнала, будет конечно более сложной, нежели это следует из соотношения (2). Но при этом одна особенность соотношения (2) должна сохраниться. А именно, в сигнале многократного рассеяния с ростом относительного запаздывания отдельных лучей интенсивность их должна уменьшаться.

Характер зависимости $\bar{I}(t)$ существенным образом зависит от коэффициентов отражения радиоволн от квазирегулярных неоднородностей. В целом общая длительность отраженного многолучевого сигнала может быть достаточно большой. Причем число N многократно рассеянных сигналов (лучей), регистрируемых приемным устройством, в реальных условиях будет лимитироваться уровнем помех (ср. (2)). При использовании в нашем эксперименте остронаправленной (вертикального излучения) антенны нагревного стенда увеличение отношения сигнал/помеха на входе приемного устройства могло достигать $(15 \div 20)$ дБ по сравнению со случаем применения слабонаправленной крестообразной антенны. Поэтому и число регистрируемых сигналов многократного рассеяния с относительно большими временными задержками могло быть значительно большим при использовании остронаправленной антенны. Однако для того, чтобы эта ситуация была практически реализована, необходимо было существование развитой крупномасштабной структуры электронной концентрации с заметным расслоением ионосферы (см. выше). Во время нашего эксперимента летом 1994 года, в отличие от эксперимента [3], такие условия, по-видимому, были выполнены, что и послужило причиной наблюдавшегося аномального явления среднеширотного F-spread.

Итак, эффект аномального увеличения многолучности КВ сигналов при приеме на остронаправленную антенну во время среднеширотного F-spread может быть описан в рамках стохастической модели явления F-spread [2]. В рамках этой же модели может быть объяснено и обнаружено в настоящем эксперименте увеличение индекса амплитудных флюктуаций с ростом задержек отраженных КВ сигналов.

Действительно, согласно [2] для комплексного поля многолучевого сигнала, отраженного от среднеширотной ионосферы во время F-spread, на интервале стационарности быстрых флюктуаций может быть записано следующее выражение:

$$E = \sum_{n=0}^N E_{O_n} \left[f_n + \exp \left(-\frac{\overline{s_n^2}}{2} \right) \right], \quad (3)$$

где E_{O_n} — поле n -го сигнала, отраженного от регулярной, неоднородной ионосферы; $f_n = \frac{E_n - \overline{E_n}}{E_{O_n}}$ — нормированное флюктуационное поле КВ сигнала для n -го луча [2]; $\overline{E_n} = E_{O_n} \exp \left(-\frac{\overline{s_n^2}}{2} \right)$ — среднее значение поля n -го сигнала; $\overline{s_n^2}$ — средний квадрат флюктуаций фазы волны для данного n -го луча на выходе ионосферного слоя.

Невозмущенное поле n -го сигнала в аномальных условиях развития среднеширотного F-spread, когда возможно появление сильноразвитой крупномасштабной структуры электронной концентрации в ионосфере с

заметным расслоением ее как по горизонтали, так и по вертикали и, как следствие этого, появление многократных переотражений КВ сигналов от отдельных крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации ионосферы, в простейшем модельном случае (см. выше) с учетом [5] может быть записано в следующем виде (при $n \geq 1$):

$$\begin{aligned} E_{O_0} &= E_O V_1, \\ E_{O_n} &= E_O (1 - V_1^2) V_2 \exp(i\varphi) (V_1 V_2 \exp(i\varphi))^{n-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где E_{O_0} , E_{O_n} — компоненты комплексного поля сигнала, соответствующие отражению от первой (E_{O_0}) и второй (E_{O_1}) крупномасштабных квазирегулярных неоднородностей ионосферы, а также соответствующие многократным переотражениям сигнала от системы обоих неоднородностей (E_{O_n} при $n \geq 2$); φ — полный квазирегулярный (на интервале стационарности быстрых флюктуаций) набег фазы сигнала при распространении его между двумя отражающими крупномасштабными поверхностями.

Особенностью рассеяния коротких радиоволн на мелкомасштабных неоднородностях ионосферы внутри области между двумя переотражающими крупномасштабными неоднородностями в условиях многократных переотражений радиоволны от этих неоднородностей (см. (4)) является ко-герентность фазовых флюктуаций, так что должно выполняться равенство (ср. [6]):

$$\overline{s_n^2} \simeq n^2 \overline{s_1^2}. \quad (5)$$

Если еще учесть, что, как правило, быстрые флюктуации фазы однократно отраженных КВ сигналов в условиях среднеширотного F-spread малы ($\overline{s_1^2} \ll 1$) [3], а точка наблюдения при вертикальном зондировании ионосферы расположена в зоне Фраунгофера относительно мелкомасштабных неоднородностей ионосферы, то с учетом [2] и (5) для индекса амплитудных флюктуаций n -го луча в многолучевом принимаемом КВ сигнале можно записать следующее рекуррентное соотношение:

$$S_{4_n} = 1 - \exp(-n^2 S_{4_1}), \quad (6)$$

где S_{4_1} — индекс амплитудных флюктуаций однократно отраженного от ионосферы КВ сигнала (первого луча $n = 1$ в нашей модели, см. также [2]).

Зависимость величины S_{4_n} от параметра n , рассчитанная по формуле (6), приведена на рис. 1. Из рисунка видно, что с увеличением параметра n (с ростом задержек отдельного луча в принимаемом многолучевом сигнале) индекс амплитудных флюктуаций увеличивается и стремится к единице (случай релеевских флюктуаций принимаемого излучения).

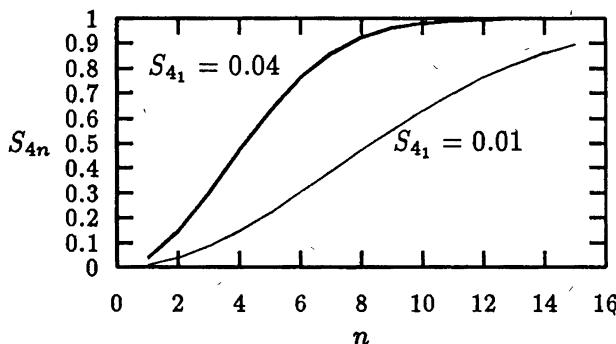


Рис. 1.

Итак, несмотря на некоторую условность принятой модели (см. выше) теоретическая зависимость $S_4(n)$ в целом удовлетворительно описывает экспериментально наблюдавшийся в условиях F-spread эффект заметного увеличения индекса быстрых флюктуаций принимаемых КВ сигналов с ростом их задержек. Таким образом, обнаруженная закономерность в увеличении индекса быстрых амплитудных флюктуаций с ростом задержки отраженных КВ сигналов может быть обусловлена многократным рассеянием коротких радиоволн в условиях сильноразвитой неоднородной структуры среднеширотной ионосферы во время F-spread.

Работа выполнена в рамках проекта 95-02-03716 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

- Гершман Б. Н. и др. Явление F-рассеяния в ионосфере. — М.: Наука, 1984.
- Алимов В. А., Ерухимов Л. М. Стохастическая модель явления F-spread в ионосфере. //Изв. вузов. Радиофизика, 1995 (в печати).
- Алимов В. А., Выборнов Ф. И., Ерухимов Л. М., Митяков Н. А., Рахлин А. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 11. С.1447.
- Алимов В. А., Рахлин А. В. Изв. вузов. Радиофизика, 1995. Т.38. № 9. С.926.
- Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд. АН СССР, 1957.
- Денисов Н. Г., Ерухимов Л. М. //Геомагнетизм и аэрономия, 1966. Т. 6. № 4. С. 695.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород

Поступила в редакцию
1 июня 1995 г.

**ON ONE PECULIARITY OF F-SPREAD PHENOMENON IN THE
MIDDLE-LATITUDE IONOSPHERE***V. A. Alimov, F. I. Vybornov, A. V. Rakhlin*

There have been given the results of observation of reflected SW signals at vertical ionosphere sounding in Zimenki, Nizhny Novgorod district in summer 1994 and 1995. We have found an abnormal increase of multipath propagation of the received SW signals during ionospheric F-spread: the duration of multipath reflected signal increased greatly when we used a highly directive antenna as compared with the reception on a weakly directive antenna. In this case the index of fast amplitude fluctuations increased with the growth of the delay of reflected SW signals. The observations are interpreted in the frames of a stochastic model of the middle-latitude F-spread as a phenomenon of multipath (multiray) radio wave scattering (reflection) from large-scale inhomogeneities of the electron density under conditions of a strongly developed inhomogeneous structure of the ionosphere.

УДК 538.113

**МНОГОФОНОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
В РЕЛАКСАЦИИ ЯДЕР,
ОБУСЛОВЛЕННОЙ ПАРАМАГНИТНОЙ ПРИМЕСЬЮ**

P. X. Сабиров

Исследован вопрос о роли многофононных резонансных ступенчатых процессов типа Орбаха-Аминова в многоуровневой системе электронного и ядерного спинов во внешнем магнитном поле при релаксации ядер через парамагнитные ионы.

Как известно [1, 2], непосредственная связь ядерного спина с колебаниями решётки в диамагнитных кристаллах очень слаба. Поэтому спин-решёточная релаксация ядер, не обладающих квадрупольным моментом, обусловлена, как правило, диполь-дипольным взаимодействием ядерных моментов с электронными моментами парамагнитных ионов, присутствующих в кристалле в качестве незначительной примеси [1-4].

Выражение для скорости непосредственной релаксации ядра через магнитный ион получено во многих работах [1-5]. При этом обычно принимается, что коррелятор продольной составляющей спина магнитного иона зависит экспоненциально от времени. Время же корреляции, в свою очередь, при пренебрежении взаимодействием между ионами, отождествляется с временем электронной спин-решёточной релаксации. Хотя данное предположение и находится в хорошем согласии с экспериментом оно не учитывает всего многообразия возможных процессов, обуславливающих ядерную релаксацию. Так, поскольку в случае ядерной релаксации, стимулированной магнитными ионами, отсутствуют ограничения на возможные начальные и конечные состояния иона, то он в процессе релаксации ядра может перейти с основного, например, на возбужденный уровень. В частности, при преобладании в электронной релаксации процессов Орбаха-Аминова заметный вклад в ядерную релаксацию могут дать [6] однофононные процессы с переходом с одного из дублетных уровней основного состояния на возбужденный, представляющие собой лишь первую часть двухступенчатого резонансного перехода Орбаха-Аминова. Естественно, что такие процессы не учитываются в вышеуказанной схеме. При высоких температурах, в релаксации ядер через магнитные ионы, существенными, в определенных условиях, могут стать суммарные двухфононные процессы с переходом иона в возбужденное состояние [7]. Эти процессы также выпадают из рассмотрения при

отождествлении времени корреляции продольной составляющей электронного спина со временем электронной спин-решёточной релаксации.

Однако возникает один принципиальный вопрос: учитываются ли в вышеуказанном подходе резонансные процессы типа Орбаха-Аминова, при которых конечное состояние электронного спина совпадает с начальным. Причём речь здесь идет о процессах в многоуровневой системе электронного и ядерного спинов в приближении, при котором не учитываются возбуждённые электронные состояния. Поясним это на примере рассмотрения системы электронного $S = 1/2$ и ядерного $I = 1/2$ спинов во внешнем магнитном поле, энергетический спектр которых представлен на рисунке. Уровни энергии E_i с $i = 1, 2, 3, 4$ соответствуют состояниям $| -1/2, -1/2 \rangle$, $| -1/2, 1/2 \rangle$, $| 1/2, -1/2 \rangle$ и $| 1/2, 1/2 \rangle$, где первое число является магнитным квантовым числом электронного, а второе — ядерного спина. Переход ядра из состояния $| -1/2 \rangle$ в состояние $| 1/2 \rangle$ возможен как благодаря однофононным процессам, так и благодаря двухфононным процессам резонансного типа Орбаха-Аминова, схематично показанным на рисунке, где ω , ω_0 — ларморовы частоты ядерного и электронного спинов.

Если мы имеем дело с магнитным ионом, спин которого $S > 1/2$, то здесь, наряду с двухступенчатыми процессами, возможны и многофононные ступенчатые процессы, в частности трёх и четырёхступенчатые. Все эти процессы имеют место в многоуровневой электронно-ядерной спиновой системе без учёта возбуждённых электронных состояний. Вопрос о том, являются ли указанные процессы типа Орбаха-Аминова в релаксации ядер самостоятельными, а не просто двойным учётом обычных однофононных процессов (вторая часть резонансного перехода, показанного на рисунке) в ядерной релаксации через магнитные ионы, представляется нам лишённым интереса. Обсудим этот вопрос подробнее.

Пусть N_i — заселённость i -го уровня, A_{ij} — вероятность однофононного перехода с уровня i на уровень j , а p_{ij} — соответствующая вероятность под действием переменного РЧ поля ($p_{ij} = p_{ji}$, $p_{ij} = 0$, если нет поля частоты ω_{ij}). Населённости N_i могут быть определены из следующей системы уравнений

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_{j(\neq i)} \left\{ N_j (A_{ji} + p_{ji}) - N_i (A_{ij} + p_{ij}) \right\}. \quad (1)$$

Особенностью задачи является то, что насыщение ядерных уровней на частоте ω обуславливает переходы одновременно между уровнями E_1 , E_2 и E_3 , E_4 , иначе говоря, переменное РЧ поле насыщает одновременно две пары уровней. Далее будем считать, что вероятность непосредственного перехода между чисто ядерными состояниями равна нулю, т.е. $A_{12} = A_{21} + A_{34} + A_{43} = 0$. Для простоты рассмотрим режим непрерывного

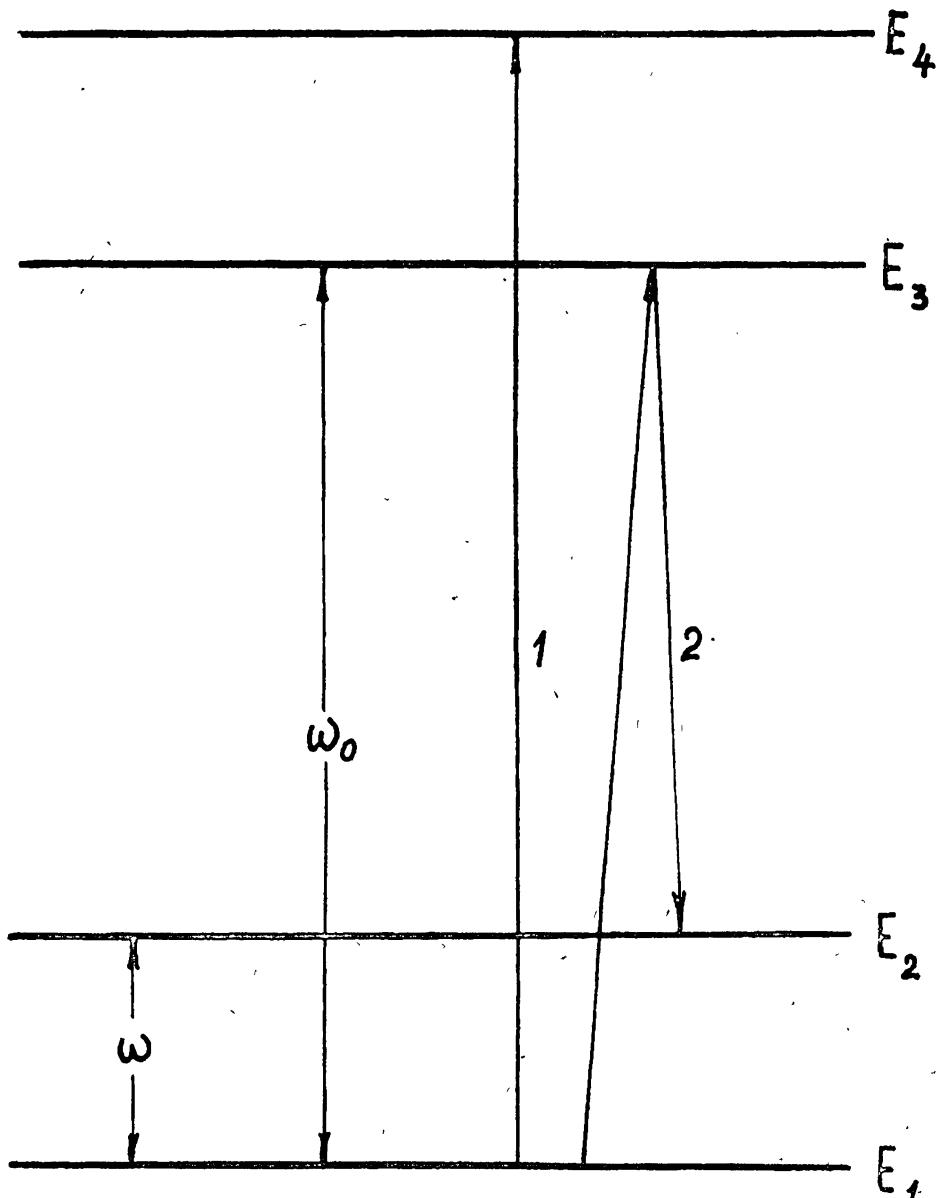


Рис. 1.

насыщения. Тогда в стационарном случае из (1) можно получить

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_2 & \left[\frac{\mathcal{A}_{23}\mathcal{A}_{31}}{\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32}} + \frac{\mathcal{A}_{24}\mathcal{A}_{41}}{\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}} - p_{34}\alpha(\mathcal{A}_{32}\mathcal{A}_{41} - \mathcal{A}_{42}\mathcal{A}_{31}) \times \right. \\ & \times \left. \left(\frac{\mathcal{A}_{24}}{\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}} - \frac{\mathcal{A}_{23}}{\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32}} \right) \right] - \mathcal{N}_1 \left[\frac{\mathcal{A}_{13}\mathcal{A}_{32}}{\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32}} + \frac{\mathcal{A}_{14}\mathcal{A}_{42}}{\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}} - \right. \\ & \left. - p_{34}\alpha(\mathcal{A}_{32}\mathcal{A}_{41} - \mathcal{A}_{42}\mathcal{A}_{31}) \left(\frac{\mathcal{A}_{13}}{\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32}} - \frac{\mathcal{A}_{14}}{\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}} \right) \right] = p_{12}\mathcal{N}_{12}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_4 & \left\{ \frac{\mathcal{A}_{41}\mathcal{A}_{13}}{\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14}} + \frac{\mathcal{A}_{42}\mathcal{A}_{23}}{\mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}} - p_{12}\beta(\mathcal{A}_{24}\mathcal{A}_{13} - \mathcal{A}_{14}\mathcal{A}_{23}) \times \right. \\ & \times \left. \left(\frac{\mathcal{A}_{41}}{\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14}} - \frac{\mathcal{A}_{42}}{\mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}} \right) \right] - \mathcal{N}_3 \left[\frac{\mathcal{A}_{31}\mathcal{A}_{14}}{\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14}} + \frac{\mathcal{A}_{32}\mathcal{A}_{24}}{\mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}} - \right. \\ & \left. - p_{12}\beta(\mathcal{A}_{24}\mathcal{A}_{13} - \mathcal{A}_{14}\mathcal{A}_{23}) \left(\frac{\mathcal{A}_{32}}{\mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}} - \frac{\mathcal{A}_{31}}{\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14}} \right) \right] = p_{34}\mathcal{N}_{34}, \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$\alpha = \left[(\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32})(\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}) + p_{34}(\mathcal{A}_{31} + \mathcal{A}_{32} + \mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{42}) \right]^{-1}, \quad (4)$$

$$\beta = \left[(\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14})(\mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}) + p_{12}(\mathcal{A}_{13} + \mathcal{A}_{14} + \mathcal{A}_{23} + \mathcal{A}_{24}) \right]^{-1} \quad (5)$$

и $\mathcal{N}_{ij} = \mathcal{N}_i - \mathcal{N}_j$. Ясно, что $p_{12} = p_{34} = p$.

Принимая во внимание, что

$$\mathcal{A}_{13} = \mathcal{A}_{24}, \quad \mathcal{A}_{31} = \mathcal{A}_{42}, \quad \mathcal{A}_{ij} = \mathcal{A}_{ji} e^{-\frac{\omega_{ji}}{kT}}, \quad (6)$$

где k — постоянная Больцмана, T — температура, а также учитывая очевидные соотношения $\mathcal{A}_{13}, \mathcal{A}_{24} \gg \mathcal{A}_{23}, \mathcal{A}_{14}, \mathcal{A}_{31}, \mathcal{A}_{42} \gg \mathcal{A}_{32}, \mathcal{A}_{41}$, из (2)–(5) имеем

$$(\mathcal{N}_{21} - \mathcal{N}_{21}^o)\tau_{21}^{-1} = -2p\mathcal{N}_{21} \left(1 + \frac{\mathcal{A}_{13}}{\mathcal{A}_{31} + 2p} \right), \quad (7)$$

$$(\mathcal{N}_{43} - \mathcal{N}_{43}^o)\tau_{43}^{-1} = -2p\mathcal{N}_{43} \left(1 + \frac{\mathcal{A}_{31}}{\mathcal{A}_{13} + 2p} \right), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}\tau_{21}^{-1} &= \mathcal{A}_{14} + \mathcal{A}_{23} + \frac{\mathcal{A}_{13}\mathcal{A}_{32}}{\mathcal{A}_{31}} + \frac{\mathcal{A}_{24}\mathcal{A}_{41}}{\mathcal{A}_{42}} = \\ &= \mathcal{A}_{14}(1 + e^{\frac{\omega}{kT}}) + \mathcal{A}_{23}(1 + e^{-\frac{\omega}{kT}}),\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}\tau_{43}^{-1} &= \mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{32} + \frac{\mathcal{A}_{31}\mathcal{A}_{14}}{\mathcal{A}_{13}} + \frac{\mathcal{A}_{42}\mathcal{A}_{23}}{\mathcal{A}_{24}} = \\ &= \mathcal{A}_{41}(1 + e^{-\frac{\omega}{kT}}) + \mathcal{A}_{32}(1 + e^{\frac{\omega}{kT}}).\end{aligned}\quad (10)$$

С учётом (6) легко показать, что

$$\tau_{43}^{-1} = \exp(\omega_0/kT)\tau_{21}^{-1}. \quad (11)$$

В (7) и (8) \mathcal{N}_{ij}^o — равновесная разность населённостей между уровнями i и j в отсутствие РЧ насыщения. Отметим, что вторые слагаемые, в круглых скобках правых частей выражений (7) и (8), своим происхождением обязаны тому факту, что при насыщении перехода 1–2 одновременно насыщается переход 3–4 и наоборот.

При $\mathcal{A}_{13}, \mathcal{A}_{31} \gg p$, представляющем для нас интерес, из (7) и (8) с учётом соотношений (6) и (11) легко получить

$$(\mathcal{N}_{21} + \mathcal{N}_{43} - \mathcal{N}_{21}^o - \mathcal{N}_{43}^o)T_{\text{неп}}^{-1} = -2p(\mathcal{N}_{21} + \mathcal{N}_{43}), \quad (12)$$

где

$$T_{\text{неп}}^{-1} = \frac{\frac{\omega_0}{e^{\frac{\omega_0}{kT}}}}{\frac{\omega_0}{e^{\frac{\omega_0}{kT}}} + 1} \tau_{21}^{-1}. \quad (13)$$

Ясно, что сумма $\mathcal{N}_{21} + \mathcal{N}_{43}$ характеризует лишь разность населённостей между ядерными состояниями $|1/2\rangle$ и $| -1/2\rangle$. Из (12) следует, что фактор насыщения соответствующий насыщению ядерных уровней равен

$$q = \frac{\mathcal{N}_{21} + \mathcal{N}_{43}}{\mathcal{N}_{21}^o + \mathcal{N}_{43}^o} = (1 + 2pT_{\text{неп}})^{-1}, \quad (14)$$

что даёт нам основание отождествить $T_{\text{неп}}$ со временем непосредственной ядерной релаксации через магнитные ионы. Принимая во внимание (9), выражение (13) можно переписать в виде

$$T_{\text{неп}}^{-1} = \frac{e^{\frac{\omega_0}{2kT}}}{e^{\frac{\omega_0}{2kT}} + e^{-\frac{\omega_0}{2kT}}} (\mathcal{A}_{14} + \mathcal{A}_{23}) + \frac{e^{-\frac{\omega_0}{2kT}}}{e^{-\frac{\omega_0}{2kT}} + e^{\frac{\omega_0}{2kT}}} (\mathcal{A}_{41} + \mathcal{A}_{32}). \quad (15)$$

Это выражение представляет собой сумму вероятностей перехода ядра из состояния $|1/2\rangle$ в состояние $| - 1/2\rangle$ и наоборот с учётом усреднения по возможным начальным состояниям электронного спина и суммирования по конечным.

Из полученного результата можно заключить, что самостоятельный и дополнительный учёт ступенчатых двухфононных процессов указанного типа являлось бы ошибкой. Это просто привело бы к дополнительному учёту традиционных однофононных процессов. Этот вывод относится и к многоступенчатым резонансным процессам при $S > 1/2$.

В заключение подчеркнем, что в работе [8], относительно роли исследованных процессов, сделаны ошибочные выводы ввиду ошибочности расчёта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрагам А. Ядерный магнетизм. — М.: ИЛ, 1963.
2. Александров И. В. Теория магнитной релаксации. Релаксация в жидких и твёрдых неметаллических парамагнетиках. — М.: Наука, 1975.
3. Bloembergen N. // Physica. 1949. V. 15. № 5. P. 386.
4. Хуцишвили Г. Р. // УФН. 1965. Т. 87. № 2. С. 211.
5. Сабиров Р. Х. Парамагнитный резонанс. — Казань, 1976. Вып. 11. С. 49.
6. Сабиров Р. Х. // Изв. ВУЗов. Физика. 1977, № 7. С. 144.
7. Sabirov R. Kh. // Acta Phys. Pol. 1985. V. A67. № 6. P. 977.
8. Сабиров Р. Х. // Изв. ВУЗов. Физика. 1976. № 6. С. 83.

Московский педагогический
государственный университет
им. Ленина, г. Москва

Поступила в редакцию
17 июля 1994 г.

MULTI-PHONON PROCESSES IN THE NUCLEAR RELAXATION VIA PARAMAGNETIC CENTERS

R. Kh. Sabirov

The role of Orbakh-Aminov multistage phonon processes in the nuclear spin-lattice relaxation via paramagnetic centers for the ions with spin $1/2$ in the absence of splitting by the crystal field is investigated.

УДК 621.317.37

РЕЗОНАНСНАЯ ЯЧЕЙКА СПЕКТРОМЕТРА ЭПР ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ПОЛУМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

А. А. Вертий, И. Я. Гудым, И. В. Иванченко, Н. А. Попенко

Представлены результаты экспериментального исследования характеристик квазиоптического открытого резонатора (ОР) с полупроводниковым образцом $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$. Приводятся спектры и распределения полей в таком резонаторе на частоте 130 ГГц для трех характерных положений образца в резонансном объеме. Даны рекомендации по выбору оптимальной конструкции резонансной ячейки и установлен рабочий интервал расстояний между зеркалами ОР с точки зрения обеспечения максимальной чувствительности спектрометра ЭПР.

При исследовании характеристик полумагнитных полупроводников (ПМП) наряду с информацией, получаемой гальваномагнитными методами, научный и практический интерес представляют данные о распределении в них парамагнитных центров, релаксационных процессах в электронной спиновой системе вещества, фазовых переходах из парамагнитной фазы в фазу спинового стекла. Проведение таких измерений предполагается на спектрометре электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) миллиметрового диапазона, описанном в [1].

В работе представлены результаты экспериментального исследования характеристик открытого резонатора (ОР) с полупроводниковым образцом с целью применения его в качестве резонансной ячейки спектрометра ЭПР.

Резонансная ячейка спектрометра представляет собой двухзеркальный полусимметричный ОР, на плоском зеркале которого расположен полупроводниковый образец. Связь волноводного тракта с ОР обеспечивается с помощью сосредоточенных элементов связи в центре зеркал ОР. Настройка ОР на рабочий тип колебаний осуществляется соосным перемещением сферического зеркала.

Основным требованием, предъявляемым к резонансной ячейке спектрометра, является обеспечение высокой чувствительности. Согласно [2] чувствительность спектрометра определяется как минимальное число обнаруживаемых спинов в исследуемом образце.

Из общего соотношения выделим ту часть, которая описывается параметрами резонансной ячейки спектрометра [3]:

$$A = \frac{V_s}{Q \eta},$$

где V_s — объем образца, Q — добротность резонатора, η — коэффициент заполнения.

В данном случае величина V_s задается размерами исследуемого полупроводникового образца, а значения величин Q и η для получения максимальной чувствительности должны быть максимальны.

Рассмотрим наиболее сложный с точки зрения получения оптимальных электродинамических характеристик ОР случай, когда размеры образца сравнимы с поперечными размерами каустической поверхности рабочего типа колебания ОР. В данном случае полупроводниковый образец представляет собой шайбу диаметром 12 мм и толщиной 0,7 мм из $Hg_{1-x}Mn_xTe$. Измерения проводились по известным методикам [4] на частоте $\nu_0 = 130$ ГГц.

Измерим спектральные характеристики ОР при различных вариантах расположения полупроводникового образца относительно плоского зеркала.

При расположении образца на плоском зеркале спектр колебаний ОР состоит из 6 колебаний (рис. 1, а). Колебание с максимальным коэффициентом передачи имеет сложное распределение поля, которое, по-видимому, можно описать суперпозицией функций Эрмита-Гаусса (рис. 2, а). Зависимость добротности данного колебания от расстояния между зеркалами представлена на рис. 3 (кривая 1). По мере увеличения расстояния между зеркалами добротность увеличивается, достигая максимума при $d/R = 0,244$. При дальнейшем увеличении расстояния между зеркалами добротность колебания несколько уменьшается. При измерениях мы ограничились интервалом расстояний между зеркалами $d/R = (0,16 \div 0,32)$, поскольку значительное превышение объема резонатора над объемом полупроводникового образца может привести к уменьшению коэффициента заполнения η .

При малых расстояниях между полупроводниковым образцом и плоским зеркалом ($\delta \approx 0,23$ мм) наблюдается резкое увеличение коэффициента передачи ОР на данном типе колебания: на порядок по сравнению с предыдущим случаем. При этом происходит трансформация пространственного распределения поля колебания (рис. 2, б): колебание по своей структуре близко к основному типу колебания TEM_{00q} полусимметричного резонатора. Его добротность в зависимости от расстояния между зеркалами и достигает максимального значения при $d/R = 0,275$ (рис. 3, кривая 2). Спектр колебаний такого резонатора состоит из четырех типов колебаний (рис. 1, б). Описанное выше поведение характеристик ОР может быть обусловлено резонансом на "поршневой" волне [5, 6].

С точки зрения применения ОР в радиоспектрометре ЭПР имеет смысл рассмотреть еще одну ситуацию, а именно: полупроводниковый образец расположен в максимуме сверхвысокочастотного магнитного поля $H_{СВЧ}$ — в первой полуволне от плоского зеркала. Спектр такого

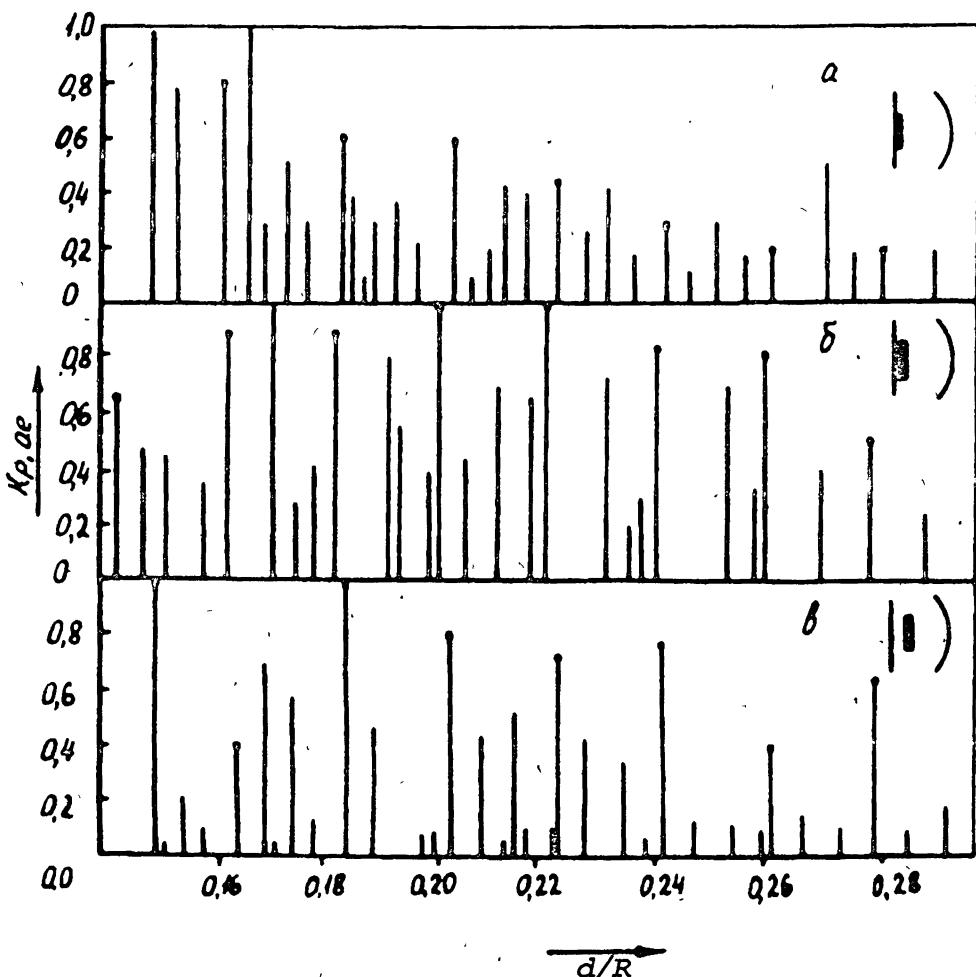


Рис. 1.

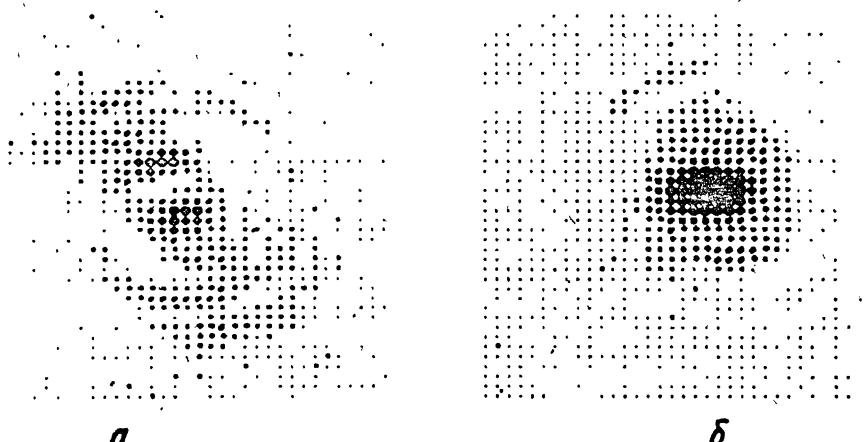


Рис. 2.

ОР приведен на рис. 1, в. Как и в случае расположения образца на плоском зеркале он состоит из 6 типов колебаний. Амплитудные распределения полей, возбуждаемых в таком ОР, приближенно можно описать функциями Эрмита-Гаусса (рис. 4). Добротность колебания с максимальным коэффициентом передачи при минимальных расстояниях между зеркалами в два раза выше, чем в предыдущих вариантах и незначительно увеличивается при увеличении расстояния между зеркалами, достигая максимального значения при $d/R = 0,282$.

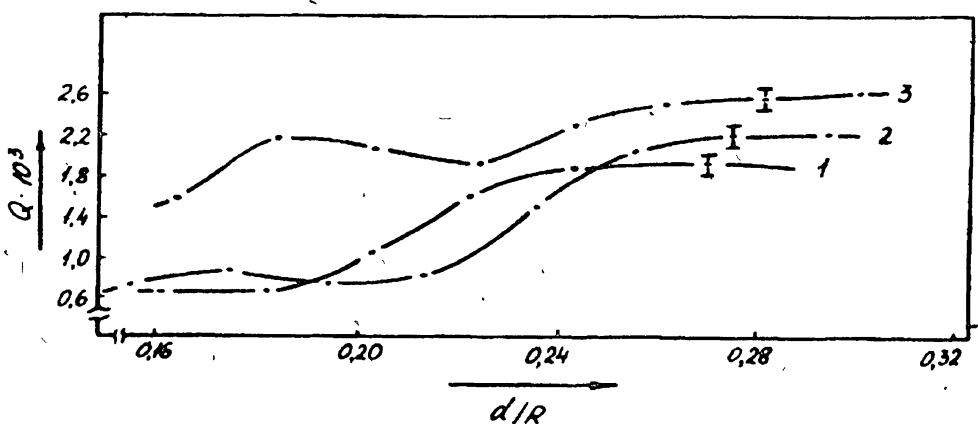


Рис. 3.

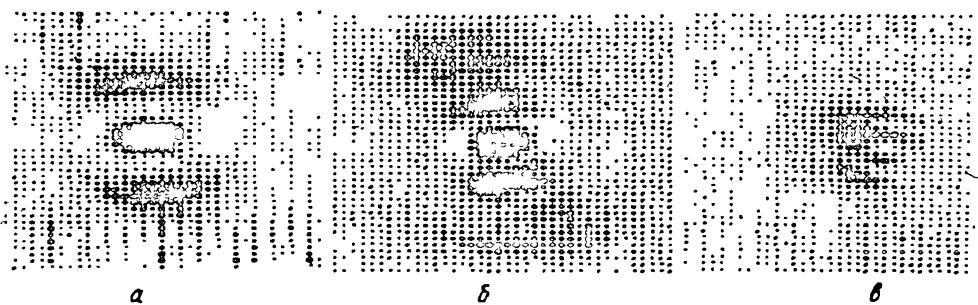


Рис. 4.

Отметим, что во всех трех рассмотренных случаях в интервале расстояний между зеркалами $d/R = (0,242 \div 0,282)$ ОР имеют максимальную добротность. При расположении образца в первой полуволне интервал рабочих расстояний может быть расширен до $d/R = 0,182$.

Таким образом, на основании полученных результатов мы определили оптимальную, в смысле получения максимальной чувствительности, гео-

метрию резонансной ячейки спектрометра по параметру добротности резонансных типов колебаний.

Проанализируем рассмотренные выше три варианта с точки зрения коэффициента заполнения η . В работе [3] рассмотрено поведение η в ОР для колебаний, описываемых функциями Лагерра–Гаусса. Поскольку в представленных ОР амплитудные распределения имеют сложную пространственную структуру, то мы не можем воспользоваться полученными результатами для численных оценок η . Однако отметим общие закономерности, имеющие место для ОР: 1) по мере увеличения расстояния между зеркалами η уменьшается, а чувствительность возрастает. Последнее связано с увеличением энергии, запасенной в ОР; 2) энергия, запасенная в ОР, уменьшается с ростом индекса колебания. Для представленных ОР в случае расположения образца на плоском зеркале и в первой полуволне в ОР возбуждаются высшие типы колебаний. Поэтому величина η будет меньше, чем для ОР с полупроводниковым образцом, расположенным на расстоянии $\delta = 0,23$ мм от плоского зеркала, где амплитудное распределение близко к ТЕМ_{00q}. Отметим следующий момент. В последнем случае может наблюдаться увеличение запасаемой в объеме образца энергии электромагнитного поля, что приведет к дополнительному росту η . Косвенным подтверждением высказанного предположения являются результаты относительных измерений степени возмущения, вносимого полупроводниковым образцом в ОР, при перемещении образца на малую величину ($\delta = 0,03$ мм) относительно рабочих положений. Так сдвиг образца на величину δ от положения, соответствующего условию “поршневого” резонанса, приводит к изменению резонансного расстояния на $\Delta d = (0,033 \pm 0,0005)$ мм, а при сдвигах образца относительно его положений в максимумах H и E компонент это изменение составляет величины $\Delta d = (0,025 \pm 0,0005)$ мм и $(0,030 \pm 0,0005)$ мм соответственно.

На основании полученных результатов, сформулируем краткие выводы:

1. Полупроводниковый образец, размеры которого сравнимы с поперечными размерами каустической поверхности рабочего типа колебаний ОР, приводит к существенному изменению вида спектров и пространственных распределений полей ОР в зависимости от его положения относительно зеркал ОР.

2. При расположении образца на малых расстояниях относительно плоского зеркала, в случае так называемого “поршневого” резонанса, наблюдается селекция типов колебаний.

3. С точки зрения получения максимальной чувствительности радиоспектрометра ЭПР предпочтительной является конструкция резонансной ячейки с образцом, расположенным на расстоянии δ , соответствующем “поршневому” резонансу, с рабочим интервалом расстояний между зеркалами $d/R = (0,26 \div 0,28)$. Здесь достигается высокая добротность коле-

баний и максимальный коэффициент заполнения η за счет возбуждения в ОР колебания, близкого к TEM_{00q} .

ЛИТЕРАТУРА

- Vertiy A. A., Ivanchenko I. V., and Popenko N. A. — In: 18 th International Conference on Infrared and Millimeter Waves. — UK: University of Essex, 1993.
- Пул Ч. Техника ЭПР/спектроскопии. — М.: Мир, 1970. С. 175.
- Вертий А. А., Попков Ю. П., Шестопалов В. П. //Препринт N 208. — Харьков: ИРЭ АН УССР, 1983. — 47 с.
- Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. — Киев: Наукова думка, 1985. Т. 1. С. 56.
- Борзенков А. В., Сологуб В. Г. //Радиотехника и электроника, 1975. Т. 20. Вып. 5. С. 925.
- Вертий А. А., Попенко Н. А., Шестопалов В. П. //Доклады АН УССР. Сер.“А”, 1981. N 4. С. 53.

ИРЭ АН Украины

Поступила в редакцию
20 июля 1993 г.

THE RESONANCE CELL OF THE EPR SPECTROMETER FOR THE STUDY OF SEMIMAGNETIC SEMICONDUCTOR CHARACTERISTICS

A. A. Vertiy, I. Ya. Gudym, I. V. Ivanchenko, N. A. Popenko

The results of experimental investigations of the quasi-optical open resonator with semiconductor $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ sample are presented. The spectra and field distributions in such a resonator at 130 GHz for the three characteristic sample positions in the resonance volume are given. The recommendations for the optimum design of the resonance cell are given and the working interval between the resonator mirrors is determined to provide the maximum ESR spectrometer sensitivity.

УДК 537.874.601

**РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ
УЧАСТКОМ ИМПЕДАНСНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ
НА БОКОВОЙ СТЕНКЕ
ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА**

B. A. Неганов, B. Ю. Советкин

В статье описан метод расчета импедансных неоднородностей в двумерных волноведущих структурах, позволяющий получать аналитические выражения для элементов матрицы рассеяния в виде функциональных рядов. В качестве примера приведены простые аналитические выражения для коэффициента прохождения основной волны в первом и втором приближениях.

В настоящее время работы, связанные с алгоритмизацией расчета неоднородностей в волноведущих структурах СВЧ, можно условно разбить на две группы. К первой группе относятся работы, ориентированные на численные методы анализа с использованием быстродействующих ПЭВМ [1, 2]. Гораздо меньшее число работ посвящено развитию приближенных аналитических методов расчета неоднородностей. В частности, в [3] методом сингулярных интегральных уравнений рассмотрены поперечные металлические неоднородности в прямоугольном волноводе: диафрагмы и токопроводящие полоски. В [4] металлические поперечные неоднородности рассмотрены вариационным методом. В [5–7] развит аналитический метод расчета регулярных полосково-щелевых структур СВЧ, основанный на математической теории сингулярных интегральных представлений полей получены аналитические выражения для коэффициента передачи в случае тонкой продольной металлической полоски в прямоугольном волноводе. Данная работа является обобщением этой теории на широкий класс задач, связанных с неоднородными импедансными участками боковых стенок. Развитая теория позволяет вычислить поле в любой точке поперечного сечения линии передачи и получить аналитические выражения для коэффициента передачи в виде функциональных рядов.

1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ. ОБЩИЙ ВИД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим случай электромагнитной системы, представляющей собой прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками, в котором распространяется бегущая электромагнитная волна. Для простоты

далее изложения и без ущерба для общности будем считать, что в волноводе распространяется только волна H_{10} , а остальные, высшие, моды затухают.

На узкой стенке волновода ($y = a$) в интервале z от $-L$ до L (см. рис. 1) имеется участок некоторой неоднородности, вклад которой в поле можно учесть введением "поверхностного импеданса" η [9]:

$$E_z = \eta \cdot H_z. \quad (1)$$

(Примером такой неоднородности может служить участок гофрированной поверхности с продольной гофрой. В этом случае параметр η имеет мнимый характер с абсолютной величиной порядка $0.01 \div 0.1$ [10].)

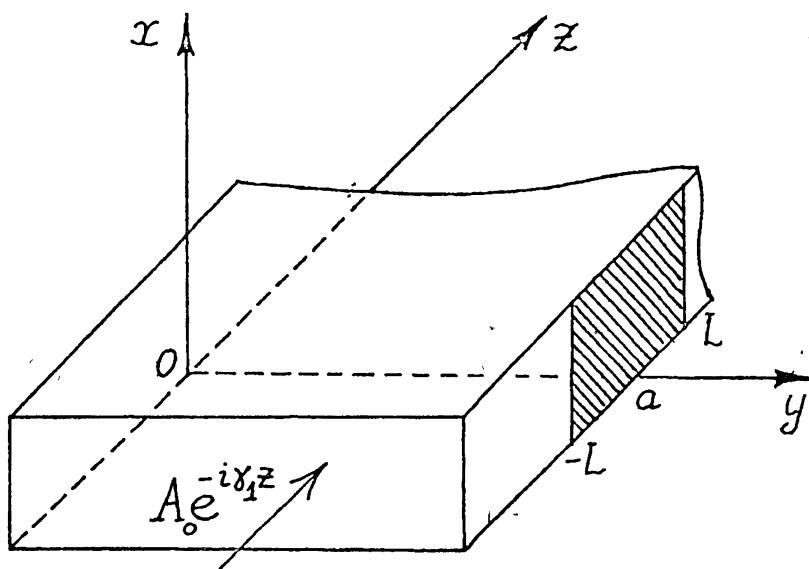


Рис. 1.

Рассмотрим задачу дифракции основной моды на такой неоднородности.

Представим электрическое поле в волноводе в виде суперпозиции поля основной моды и поля, созданного токами на неоднородности. Разложение Фурье для такого поля имеет вид:

$$E_z = A_0 \sin(\pi y/a) e^{-i\gamma_1 z} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\gamma) \sin(\gamma y) e^{-i\gamma z} d\gamma, \quad (2)$$

где $r = \sqrt{k^2 - \gamma^2}$, $k = \frac{\omega}{c}$.

Вводя функцию

$$e(z) = E_z(y, z)|_{y=a}, \quad (3)$$

и подставляя ее в граничное условие (1), получим интегральное уравнение:

$$\int_{-L}^L e'(z') \mathbb{K}(z - z') dz' = f(z), \quad (4)$$

где $e'(z)$ есть производная от функции $e(z)$, и

$$\mathbb{K}(z - z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{i\eta}{k\mu} r \operatorname{ctg}(ra) \right) \frac{e^{-i\gamma(z-z')}}{\gamma} d\gamma, \quad (5)$$

$$f(z) = \frac{A_0 \pi \eta}{k \mu a} e^{-i\gamma_1 z}.$$

Используя известное соотношение [11]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sgn}(\gamma) e^{i\gamma x} d\gamma = 2ix^{-1}$$

и производя замену переменных

$$z = Lt,$$

в ядре интегрального уравнения (4) можно выделить особенность типа Коши. После применения формулы обращения интеграла Коши [11] вместо (4) имеем

$$e'(t) = \frac{-1}{\sqrt{1-t^2}} \left[\frac{A_0 \pi}{a} I(\gamma_1, t) + \frac{k\mu L}{\eta} \int_{-1}^1 S(t', t) e'(t') dt' + C \right], \quad (6)$$

где

$$I(\gamma, t) = \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-v^2}}{v-t} e^{-i\gamma Lv} dv = -2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n J_{n+1}(\gamma L) T_{n+1}(t),$$

$$S(t', t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{\gamma} + \Delta(\gamma) \right] e^{i\gamma Lt'} I(\gamma, t) d\gamma = \\ = - \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n T_{n+1}(t) \left[\frac{2}{n+1} (i)^n \sqrt{1-t'^2} U_n(t') + M_{n+1}(t') \right],$$

$$M_{n+1}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(\gamma) J_{n+1}(\gamma L) e^{i\gamma Lt'} d\gamma,$$

$$\Delta(\gamma) = \frac{i\eta}{k\mu} \left[\frac{r \operatorname{ctg}(ra)}{\gamma} - \operatorname{sgn}(\gamma) \right],$$

$T_n(t)$ — полиномы Чебышева первого рода, $J_n(t)$ — функции Бесселя.

Таким образом, правая часть уравнения (6) может быть представлена в виде разложения по полиномам Чебышева, что дает основание искать решение этого уравнения в виде соответствующего ряда с неизвестными постоянными коэффициентами a_k :

$$e'(t) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \sum_{k=0}^{\infty} a_k T_k(t). \quad (7)$$

В силу равенства нулю поля $e(z)$ при $z = 0$, L следует положить $a_0 = 0$.

Нахождение коэффициентов разложения в (7) при ограничении числа членов ряда величиной N сводится к решению системы N алгебраических линейных уравнений относительно a_k , $k = 1, \dots, N$, получаемой при подстановке (7) в (6).

Зная величины a_k , легко определить электрическое поле:

$$E_x = A_0 \sin(\pi y/a) e^{-i\gamma_1 z} + \frac{iL}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(ry)}{\gamma \sin(ra)} P_k(\gamma L) e^{-i\gamma z} d\gamma, \quad (8)$$

где

$$P_k(\xi) = \int_{-1}^1 \frac{T_k(t) e^{i\xi t}}{\sqrt{1-t^2}} dt.$$

Из соотношения (8) следует (см. Приложение) выражение для коэффициента прохождения (при $A_0 = 1$):

$$T = 1 + \frac{\pi L}{a^2 \gamma_1^2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k P_k(\gamma_1 L). \quad (9)$$

2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ В ПЕРВОМ И ВТОРОМ ПРИБЛИЖЕНИЯХ

Для исследования конкретного N -го приближения, как было указано выше, необходимо решить соответствующую систему N линейных уравнений:

$$\begin{aligned} a_m &= (-i)^{m-1} \left[\frac{2A_0\pi^2}{a} J_m(\gamma_1 L) + \frac{2k\mu L}{\eta} \frac{(i)^{m-1}}{m} \sum_{n=1}^N a_n \mathcal{D}_{n,m-1} + \right. \\ &\quad \left. + \pi \frac{k\mu L}{\eta} \sum_{n=1}^N a_n (i)^n \mathcal{K}_{nm} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\mathbb{D}_{n,m} = \int_{-1}^1 T_n(t) U_m(t) dt = \begin{cases} \frac{2(m+1)}{(m+1)^2 - n^2}, & \text{если } m+1 \neq n \text{ и } \\ & m+n+1 \text{ нечетно,} \\ 0, & \text{если } m+1 = n \text{ или} \\ & m+n+1 \text{ четно,} \end{cases}$$

$$\mathbb{K}_{nm} = \mathbb{K}_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(\gamma) J_n(\gamma L) J_m(\gamma L) d\gamma.$$

Вычисление \mathbb{K}_{mn} производится при помощи теории вычетов и подробно рассмотрено в Приложении, где показано, что

$$\mathbb{K}_{mn} = -\frac{\eta(i)^{m+n}}{\pi \mu \pi L} \left\{ \frac{\pi L}{a} - \ln \left| \operatorname{sh} \frac{\pi L}{a} \right| - e^{-2\pi L/a} \right\} - \frac{2\pi^3 \eta}{k \mu \gamma_1^2 a^3} J_m(\gamma_1 L) J_n(\gamma_1 L),$$

а также рассмотрена асимптотика данного выражения для случая малых значений L/A .

Если в формуле (9) удержать только первое слагаемое с a_1 , то в результате решения системы (10) получим формулу для коэффициента прохождения в первом приближении (считая $A_0 = 1$):

$$T^{(1)} = 1 + i \frac{\pi^2 L}{\gamma_1^2 a^2} J_1(\gamma_1 L) \cdot a_1, \quad (11)$$

где

$$a_1 = \frac{\frac{2\pi^2}{a} J_1(\gamma_1 L)}{1 - i \frac{\pi k \mu L}{\eta} \mathbb{K}_{11}}.$$

В области малых $\gamma_1 L$ аналитическая зависимость

$$\operatorname{Re} T^{(1)} \cong 1 + \frac{2\pi^4 L}{\gamma_1^2 a^3} J_1^2(\gamma_1 L) \ln^{-1}[\pi L/a],$$

$$\operatorname{Im} T^{(1)} \cong \frac{2\pi^4 L}{\gamma_1^2 a^3} J_1^2(\gamma_1 L) \ln^{-2}[\pi L/a]$$

аналогична полученной в работе [8].

В втором приближении коэффициент прохождения имеет вид

$$T^{(2)} = 1 + \frac{\pi^2 L}{\gamma_1^2 a^2} \left\{ i a_1 J_1(\gamma_1 L) + a_2 \left(\frac{2}{\gamma_1 L} J_1(\gamma_1 L) - 2 J_2(\gamma_1 L) - J_0(\gamma_1 L) \right) \right\},$$

где

$$a_2 = \frac{2\pi^2}{a} \frac{J_1(\gamma_1 L)(1 - i E \mathbb{K}_{22}) + i J_2(\gamma_1 L)(E \mathbb{K}_{21} + D)}{(1 - i E \mathbb{K}_{11})(1 - i E \mathbb{K}_{22}) + (E \mathbb{K}_{21} + D)^2},$$

$$a_2 = \frac{2\pi^2}{a} \frac{J_1(\gamma_1 L)(EIK_{21} + D) - iJ_2(\gamma_1 L)(1 - iEK_{11})}{(1 - iEK_{11})(1 - iEK_{22}) + (EIK_{21} + D)^2}.$$

$$D = \frac{4k\mu L}{3\eta}, \quad E = \frac{\pi k\mu L}{\eta}.$$

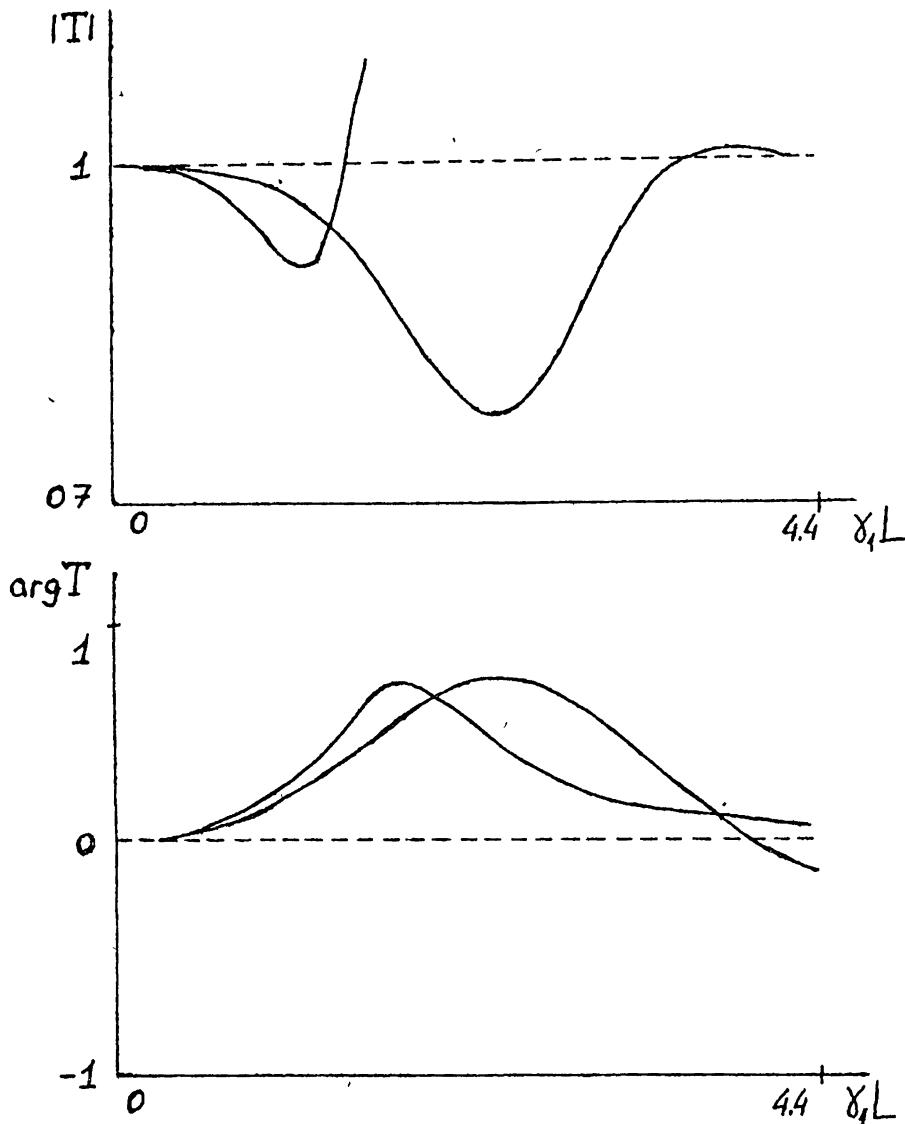


Рис. 2.

На рис. 2 проведено сравнение 1-го и 2-го приближений на примере неоднородности со следующими параметрами: $\mu = 1$, $a = 0.72$ см, $f = 25$ ГГц, $\eta = 0.15i$. Из рис. 2 следует, что 1-е приближение может быть

использовано при $\gamma_1 L < 0.45$, при дальнейшем увеличении параметра $\gamma_1 L$ формула (11) не имеет физического смысла. На рис. 3 приведены зависимости $|T|$ и $\arg(T)$ от $\gamma_1 L$ при различных значениях параметра η : кривая 1 соответствует $\eta = 0.05i$, кривая 2 — $\eta = 0.1i$, кривая 3 — $\eta = 0.15i$. Зависимости имеют явно выраженный резонансный характер, причем минимальному значению $|T|$ соответствуют максимальные значения $\arg(T)$.

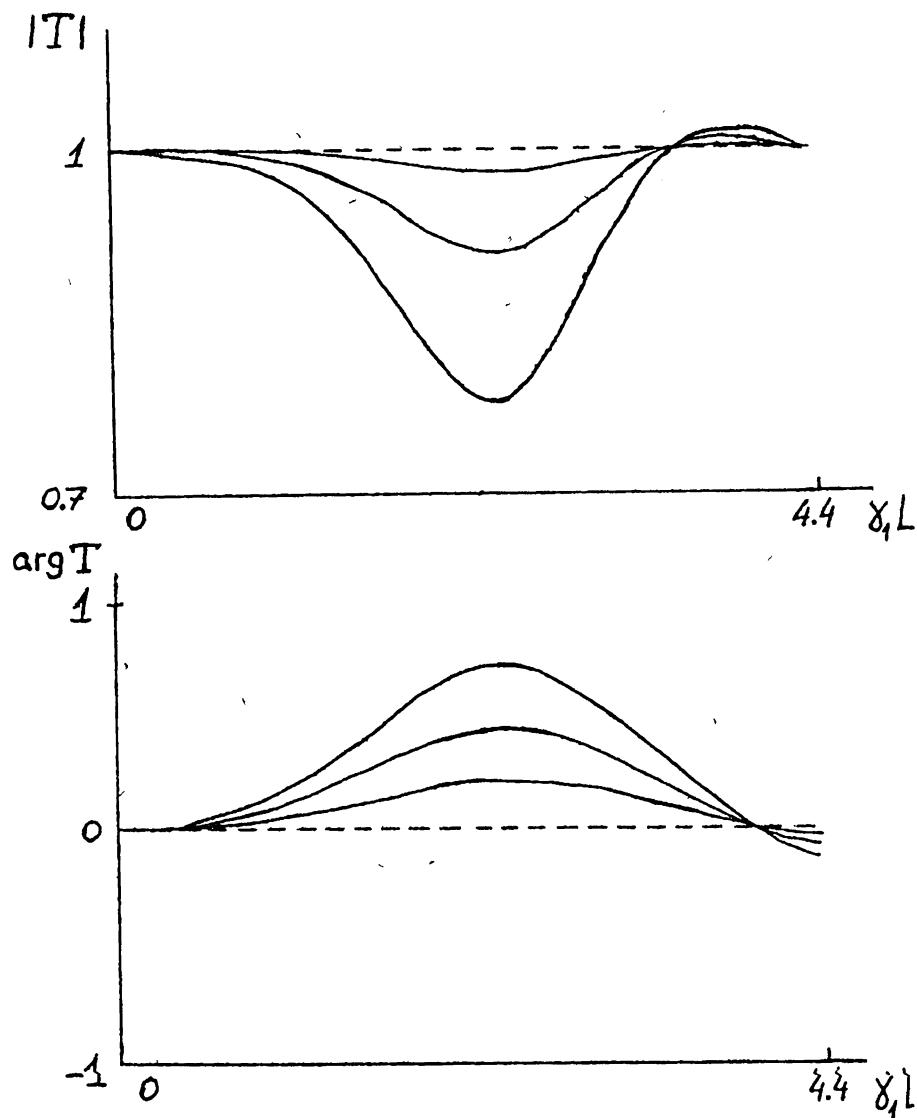


Рис. 3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе было построено аналитическое решение задачи рассеяния основной моды прямоугольного волновода на продольной неоднородности в виде участка импедансной неоднородности на боковой стенке волновода. Получен общий вид разложения поля в функциональный ряд по полиномам Чебышева. В первом и втором приближениях исследованы зависимости коэффициента передачи от параметров неоднородности. Развитый метод допускает обобщение на широкий класс волноводных задач с нелинейными и активными слоями и пленками, для которых возможна импедансная трактовка полей на поверхности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Данная часть работы посвящена анализу процедуры взятия интегралов, встречающихся в формуле (8) и в определении K_{mn} .

В первом случае мы имеем дело с интегралом вида

$$I_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(ry)}{\gamma \sin(ra)} P_k(\gamma L) e^{-i\gamma z} d\gamma,$$

причем в силу асимптотики подынтегрального выражения оно удовлетворяет требованиям леммы Жордана, а значит допускает взятие интеграла по теореме вычетов [11]. Полюса находятся из условия

$$ra = m\pi, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots,$$

что соответствует

$$\gamma_m = [k^2 - (m\pi/a)^2]^{1/2}.$$

Поскольку распространяющейся является только мода с $m = 1$, следовательно при $m > 1$ γ_m является чисто мнимой величиной.

Рассматриваем прошедшую волну и учтем только полюс $\gamma = \gamma_1$ на действительной оси. Тогда в пределе при $z \rightarrow +\infty$ затухающие экспоненты обращаются в ноль, имеем в результате

$$\begin{aligned} I_k &= -2\pi i \operatorname{Res}_{\gamma=\gamma_1} \left\{ \frac{\sin(ry)}{\gamma \sin(ra)} P_k(\gamma L) e^{-i\gamma z} \right\} = \\ &= -i \frac{2\pi^2}{\gamma_1^2 a^2} P_k(\gamma_1 L) \cdot \sin(\pi y/a) e^{-i\gamma_1 z}. \end{aligned}$$

(Контур интегрирования для вычисления I_k , получаемый в пределе при $R \rightarrow \infty$, представлен на рис. 4.)

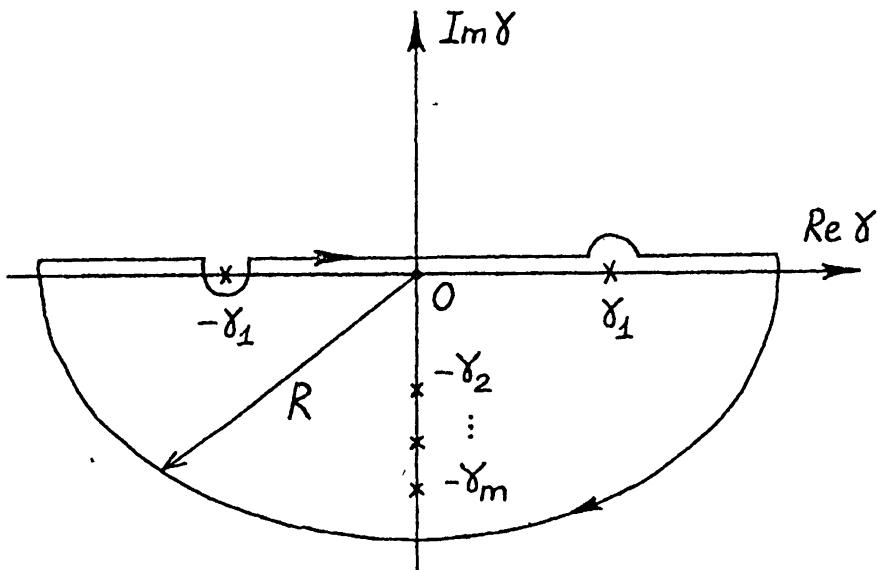


Рис. 4.

Перейдем теперь к вычислению постоянных

$$K_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta(\gamma) J_m(\gamma L) J_n(\gamma L) d\gamma.$$

Учитывая асимптотики при больших γ функций $\Delta(\gamma)$ и $J_k(\gamma L)$

$$\Delta(\gamma L) \underset{\gamma \rightarrow \infty}{\propto} -\frac{2i\eta k}{\mu\gamma^2} \operatorname{sgn}(\gamma), \quad J_k(\gamma L) \underset{\gamma \rightarrow \infty}{\propto} \sqrt{\frac{2}{\pi\gamma L}} \cos(\gamma L - k\pi/2 - \pi/4),$$

можно также применить лемму Жордана. Расположение полюсов в комплексной плоскости и контур интегрирования аналогичны предыдущему случаю. При этом в силу особенностей поведения функции Бесселя от комплексного переменного следует замыкать контур интегрирования в нижней полуплоскости.

В общем виде

$$\begin{aligned} K_{mn} = & -2\pi i \left\{ -\frac{i\eta\pi^2}{k\mu\gamma_1^2 a^3} J_m(\gamma_1 L) J_n(\gamma_1 L) - \right. \\ & \left. - \frac{i\eta}{k\mu a} \sum_{s=2}^{\infty} \left[\frac{r_s}{\gamma_s} \right]^2 J_m(-\gamma_s L) J_n(-\gamma_s L) \right\}. \end{aligned}$$

Применяя асимптотическую оценку функций Бесселя для квазистатического приближения для γ_s ,

$$I_n(x) \propto \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}},$$

и суммируя получившийся ряд, окончательно получаем

$$\begin{aligned} \mathbb{K}_{mn} = & -\frac{2\eta\pi^3}{k\mu\gamma_1^2 a^3} J_m(\gamma_1 L) J_n(\gamma_1 L) - \\ & - \frac{\eta}{k\mu\pi L} (i)^{m+n} \cdot \left\{ \frac{\pi L}{a} \ln \left[\operatorname{sh} \left(\frac{\pi L}{a} \right) \right] - e^{-2\pi L/a} \right\}. \end{aligned}$$

При малых значениях L/a

$$\mathbb{K}_{mn} \cong \frac{\eta(i)^{m+n}}{k\mu\pi L} \cdot \ln[\pi L/a].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ. /Под ред. Никольского В. В. — М.: Радио и связь, 1982.
2. Лерер А.М. //Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1986. Т. 31. № 11. С. 2129.
3. Левин Л. Теория волноводов. — М.: Радио и связь, 1981.
4. Фельд Я. М., Бененсон Л. С. //Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1991. Т. 36. № 2. С. 2257.
5. Неганов В. А. //Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1986. Т. 31. № 3. С. 479.
6. Неганов В. А. //Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1989. Т. 34. № 11. С. 2251.
7. Неганов В. А. Электродинамическая теория полосково-щелевых структур СВЧ. — Самара: Изд-во Саратовского университета, сармарский филиал, 1991.
8. Неганов В. А., Советкин В. Ю. Метод сингулярных интегральных представлений полей в двумерных задачах дифракции электромагнитных волн на тонких продольных металлических неоднородностях в волноведущих структурах СВЧ. //Изв.вузов. Радиоэлектроника (в печати).
9. Курушин Е. П., Нефедов Е. И. Электродинамика анизотропных волноведущих структур. — М.: Наука, 1983.
10. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. Электродинамика периодических структур. — М.: Наука, 1977.
11. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. — М.: Наука, 1977.
12. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. — М.: Наука, 1967.

Поволжский институт
информатики, радиотехники и
связи, г. Самара

Поступила в редакцию
31 мая 1995 г.

**SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A WALL SECTION
IMPEDANCE DISCONTINUITY IN THE RECTANGULAR WAVEGUIDE**

V. A. Neganov, V. Yu. Sovetkin

The article deals with a new method to account the impedance discontinuities in two-dimensional waveguide structures, that yields scattering matrix elements expanded in functional rows. As an example, the simple analytical expressions have been given to calculate the transmission coefficient of the main wave in the first and second approximations.

ПЛОСКО-ПОПЕРЕЧНЫЕ СТЫКИ КОАКСИАЛЬНЫХ И КОАКСИАЛЬНО-СЕКТОРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

B.H. Почерняев

Получено аналитическое решение задачи о плоско-поперечных стыках коаксиальных и коаксиально-секторных волноводов. Интегралы с конечными пределами интегрирования от произведений функций Бесселя первого и второго родов выражены через гипергеометрическую функцию и функцию Мейера. Приведены результаты численных расчетов.

Основную трудность при расчете внешних параметров волноводных устройств на коаксиальных и коаксиально-секторных волноводах составляет определение реактивных проводимостей местных полей, возникающих на плоско-поперечных стыках. Их расчет возможен с использованием эффективных численных алгоритмов, изложенных в [1, 2]. Применение аналитических методов для получения решения в замкнутом виде сдерживается сложностью вычисления коэффициентов трансформации указанных проводимостей, представляющих определенный интеграл по площади отверстия связи от произведения собственных векторных функций, выраженных через функции Бесселя первого и второго рода разного порядка и различного аргумента. Целью работы является применение G -функций Мейера для вычисления интегралов с конечными пределами интегрирования от произведений функций Бесселя первого и второго рода при решении внутренних задач электродинамики.

Собственные векторные функции волноводов определяются через собственные скалярные функции [3], которые для рассматриваемых волноводов имеют следующий вид:

для коаксиального волновода

$$\Psi_T = \frac{\ln r}{\sqrt{2\pi \ln R_2/R_1}},$$

$$\Psi_h = C_h \left[\frac{J_m(\alpha_h r)}{J'_m(\alpha_h R_1)} - \frac{Y_m(\alpha_h r)}{Y'_m(\alpha_h R_1)} \right] \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$C_h = \frac{\sqrt{2/\pi(1 + \delta_{0m})}}{\sqrt{(r^2 - m^2/\alpha_h^2)[J_m(\alpha_h r)/J'_m(\alpha_h R_1) - Y_m(\alpha_h r)/Y'_m(\alpha_h R_1)]^2}}$$

$$\text{при } r = \begin{Bmatrix} R_2 \\ R_1 \end{Bmatrix},$$

$$\Psi_e = C_e \left[\frac{J_m(\alpha_e r)}{J_m(\alpha_e R_1)} - \frac{Y_m(\alpha_e r)}{Y_m(\alpha_e R_1)} \right] \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix},$$

$$C_e = \frac{\sqrt{2/\pi(1 + \delta_{0m})}}{\sqrt{r^2 [J_{m+1}(\alpha_e r)/J_m(\alpha_e R_1) - Y_{m+1}(\alpha_e r)/Y_m(\alpha_e R_1)]^2}}$$

$$\text{при } r = \begin{Bmatrix} R_2 \\ R_1 \end{Bmatrix},$$

для коаксиально-секторного волновода

$$\Psi_h = C'_h \left[\frac{J_\nu(\tilde{\alpha}_h r)}{J'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} - \frac{Y_\nu(\tilde{\alpha}_h r)}{Y'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} \right] \cos \nu\varphi,$$

$$C'_h = \sqrt{\frac{2(2 - \delta_{0\nu})}{\Theta}} \left\{ \left(R_2^2 - \frac{\nu^2}{\tilde{\alpha}_h^2} \right) \left[\frac{J_\nu(\tilde{\alpha}_h R_2)}{J'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} - \frac{Y_\nu(\tilde{\alpha}_h R_2)}{Y'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} \right]^2 - \left(R_1^2 - \frac{\nu^2}{\tilde{\alpha}_h^2} \right) \left[\frac{J_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)}{J'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} - \frac{Y_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)}{Y'_\nu(\tilde{\alpha}_h R_1)} \right]^2 \right\}^{-1/2},$$

$$\Psi_e = C'_e \left[\frac{J_\nu(\tilde{\alpha}_e r)}{J_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} - \frac{Y_\nu(\tilde{\alpha}_e r)}{Y_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} \right] \sin \nu\varphi, \quad \nu = p\pi/\Theta,$$

$$C'_e = \sqrt{\frac{2(2 - \delta_{0\nu})}{\Theta}} \left\{ R_2^2 \left[\frac{J_{\nu+1}(\tilde{\alpha}_e R_2)}{J_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} - \frac{Y_{\nu+1}(\tilde{\alpha}_e R_2)}{Y_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} \right]^2 - R_1^2 \left[\frac{J_{\nu+1}(\tilde{\alpha}_e R_1)}{J_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} - \frac{Y_{\nu+1}(\tilde{\alpha}_e R_1)}{Y_\nu(\tilde{\alpha}_e R_1)} \right]^2 \right\}^{-1/2},$$

где α_h , α_e , $\tilde{\alpha}_h$, $\tilde{\alpha}_e$ — поперечные волновые числа H- и E-волн коаксиального и коаксиально-секторного волноводов; J_m , J_ν , Y_m , Y_ν — функции Бесселя первого и второго рода; J'_m , J'_ν , Y'_m , Y'_ν — производные функций Бесселя первого и второго рода; δ_{0m} , $\delta_{0\nu}$ — символы Кронекера; Θ — центральный угол сектора поперечного сечения коаксиально-секторного

волновода. Искомые реактивные проводимости в общем случае содержат интегралы типа:

$$I_1 = \int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) J_\eta(\alpha_j r) r dr, \quad (1)$$

$$I_2 = \int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) r dr, \quad (2)$$

$$I_3 = \int_{R_1}^{R_2} Y_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) r dr, \quad (3)$$

Интеграл I_1 определен через гипергеометрический ряд Гаусса в работе [4]. Рассмотрим интеграл I_2 . Функцию Бесселя первого рода представим в виде бесконечного ряда, после чего получим:

$$I_2 = \int_{R_1}^{R_2} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k (\alpha_i r/2)^{\xi+2k}}{k! \Gamma(\xi + k + 1)} \right] Y_\eta(\alpha_j r) r dr, \quad (4)$$

где $\Gamma(\xi + k + 1)$ — гамма-функция.

Доказательство абсолютной и равномерной сходимости бесконечного ряда в (4) содержится в работе [5]. Представляя произведение степенной функции и функции Бесселя второго рода через G -функцию Мейера [6], используя свойство интегралов и осуществляя замену переменной, имеем:

$$I_2 = \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2} \right] \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k (\alpha_i / \alpha_j)^{\xi+2k}}{k! \Gamma(\xi + k + 1)} \right] G_{24}^{21} \left(\left[\frac{\alpha_j (R_2 - R_1)}{2} \right]^2 \middle| \begin{array}{c} \frac{1}{2}, \frac{\xi+2k}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{\xi+2k}{2} - \frac{\eta}{2}, \frac{\xi+2k}{2} + \frac{\eta}{2}, \frac{\xi+2k}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \end{array} \right). \quad (5)$$

Полученный после интегрирования бесконечный ряд в выражении (5) является сходящимся при $(\alpha_i / \alpha_j) < 1$, $\xi + 2k > 0$ на замкнутом интервале $[R_1, R_2]$. Условие сходимости выполняется и для G -функции Мейера вида G_{24}^{21} , так как $\alpha_j (R_2 - R_1)/2 < 1$.

Перейдем к рассмотрению интеграла I_3 . Представляя функции Бесселя второго рода для целых индексов через функции Бесселя первого рода [5, 6] и используя гипергеометрический ряд Гаусса ${}_2F_1$ и G -функцию Мейера, запишем:

$$I_3 = I_{31} - I_{32} - I_{33}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 I_{31} = & 4(R_2^2 - R_1^2) \left[\frac{[\alpha_i(R_2 - R_1)/2]^\xi}{\pi^2 \Gamma(\xi + 1)} \right] \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k}{k! \Gamma(\eta + k + 1)} \right] \cdot \\
 & \cdot {}_2F_1(-k, -\eta - k; \xi + 1; \alpha_i^2 / \alpha_j^2) \left[\frac{\alpha_j(R_2 - R_1)}{2} \right]^{\eta+2k} \cdot \\
 & \cdot \left[\ln \left(\frac{c \alpha_i(R_2 - R_1)}{2} \right) \cdot \ln \left(\frac{c \alpha_j(R_2 - R_1)}{2} \right) (\xi + \eta + 2k + 2)^2 - \right. \\
 & - \left. \ln \left(\frac{c^2 \alpha_i \alpha_j (R_2 - R_1)^2}{4} \right) \cdot (\xi + \eta + 2k + 2) + 2 \right] / (\xi + \eta + 2k + 2)^3 - \\
 & - \left[\frac{R_2 - R_1}{\pi} \right] J_\xi(\alpha_i(R_2 - R_1)) \cdot \ln \left(\frac{c \alpha_i(R_2 - R_1)}{2} \right) \cdot \\
 & \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k [\alpha_j(R_2 - R_1)/2]^{\eta+2k}}{k!(\eta+k)!(\xi+\eta+4k+2)} \right] \cdot \left[\sum_{s=1}^{\eta+k} \frac{1}{s} + \sum_{s=1}^k \frac{1}{s} \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{32} = & \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2\pi} \right] \sum_{k=0}^{\xi-1} \left[\frac{(\xi - k - 1)! (\alpha_i / \alpha_j)^{2k-\xi}}{k!} \right] \cdot \\
 & \cdot G_{24}^{21} \left(\left[\frac{\alpha_j(R_2 - R_1)}{2} \right]^2 \middle| \begin{array}{l} \frac{1}{2}, \frac{2k-\xi}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{2k-\xi}{2} - \frac{\eta}{2}, \frac{2k-\xi}{2} + \frac{\eta}{2}, \frac{2k-\xi}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \end{array} \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{33} = & \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{2\pi} \right] \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^k (\alpha_i / \alpha_j)^{2k+\xi}}{k!(\xi+k)!} \right] \left[\sum_{s=1}^{\xi+k} \frac{1}{s} + \sum_{s=1}^k \frac{1}{s} \right] \cdot \\
 & \cdot G_{24}^{21} \left(\left[\frac{\alpha_j(R_2 - R_1)}{2} \right]^2 \middle| \begin{array}{l} \frac{1}{2}, \frac{2k+\xi}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{2k+\xi}{2} - \frac{\eta}{2}, \frac{2k+\xi}{2} + \frac{\eta}{2}, \frac{2k+\xi}{2} - \frac{\eta}{2} - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \end{array} \right).
 \end{aligned}$$

Следует отметить, что выражения (5), (6) проверяются на частные случаи для известных интегралов от произведений функций Бесселя одного порядка или одного аргумента с использованием формул [6] и приводятся к виду [7, § 5.5].

При решении задач о плоско-поперечных стыках коаксиальных и коаксиально-секторных волноводов использовались следующие разновидности

интегралов I_1, I_2, I_3 :

$$\int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) J_\eta(\alpha_j r) dr, \quad (7)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) J_\eta(\alpha_j r) (1/r) dr, \quad (8)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) dr, \quad (9)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} J_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) (1/r) dr, \quad (10)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} Y_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) dr, \quad (11)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} Y_\xi(\alpha_i r) Y_\eta(\alpha_j r) (1/r) dr, \quad (12)$$

Интегралы выражений (7), (8) определены в [4]. Интеграл выражения (9) определяется выражением (5), в котором множитель $(R_2^2 - R_1^2)/2$ заменен множителем $(R_2 - R_1)/2$, а интеграл (10) — тем же выражением, но с множителем 1/2. Интегралы выражений (11), (12) определяются выражением (6), в котором вместо $(R_2^2 - R_1^2)/2$ и $\xi + \eta + 2k + 2$ следует записать $(R_2 - R_1)/2$, $\xi + \eta + 2k + 1$ и 1/2, $\xi + \eta + 2k$ соответственно.

Результаты расчетов иллюстрируются графиками, которые получены при удержании в разложении G -функции Мейера и гипергеометрическом ряде Гаусса первых пяти членов. На рис. 1 показана зависимость модуля коэффициента отражения $|S_{11}|$ от величины λ/R_2 при $R_2/R_1 = 1,8$ для плоско-поперечного стыка 90° коаксиально-секторного волновода с распространяющейся основной волной H_{21} и коаксиального волновода того же радиуса с распространяющимися волнами T, H_{11}, H_{21} (кривая 1) и для плоско-поперечного стыка двух одномодовых коаксиально-секторных волноводов с отношением внешних радиусов $R_2/R_2' = 0,85$ (кривая 2).

На рис. 2 показана зависимость $|S_{11}|$ от величины λ/R_2 для опорной шайбы в коаксиальном волноводе при $R_2/R_1 = 3,5$. Кривая 1 построена для $L/R_2 = 0,6$, кривая 2 — для $L/R_2 = 1,8$, кривая 3 — для $L/R_2 = 3$. Увеличение отношения L/R_2 , как видно из графиков, приводит к появлению резонанса (L — толщина опорной шайбы).

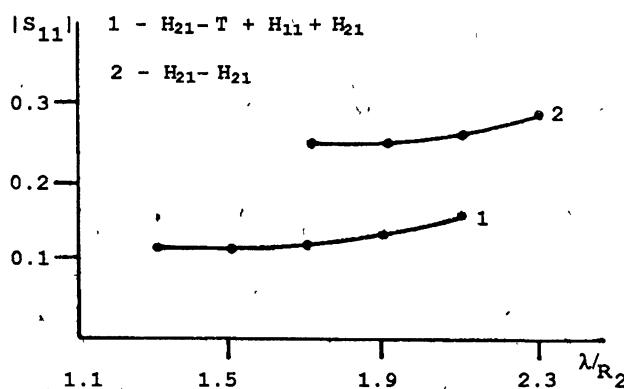


Рис. 1.

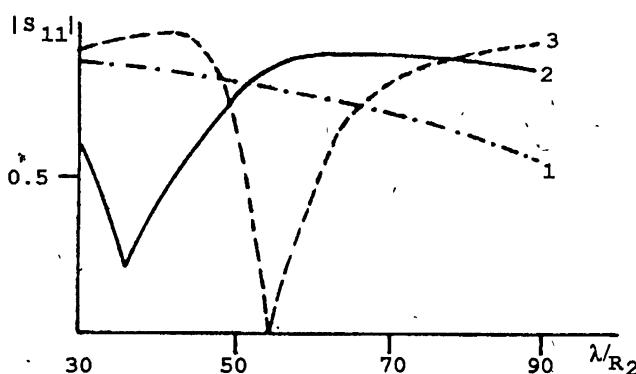


Рис. 2.

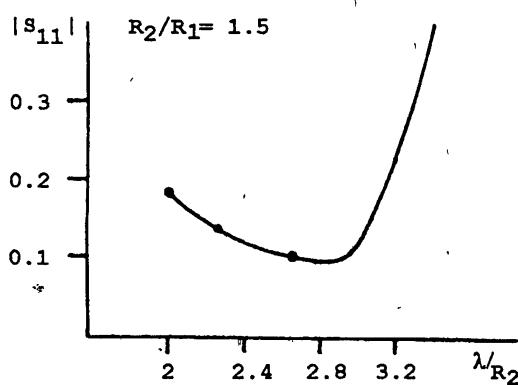


Рис. 3.

На рис. 3 показана зависимость $|S_{11}|$ от стыка круглого и коаксиального волноводов при $R_2/R_1 = 1,5$. Точками показан результат

из [2, § 3.4], полученный численным методом. С графической точностью оба результата имеют хорошее совпадение.

Метод опробован и при определении внешних параметров двойного скачка коаксиального волновода. На рис. 4 показаны зависимости $|S_{11}|$ от величины λ/R_1 : кривая 1 построена при $L/R'_2 = 0,25$, а кривая 2 — при $L/R'_2 = 0,2$ (L — расстояние между скачками).

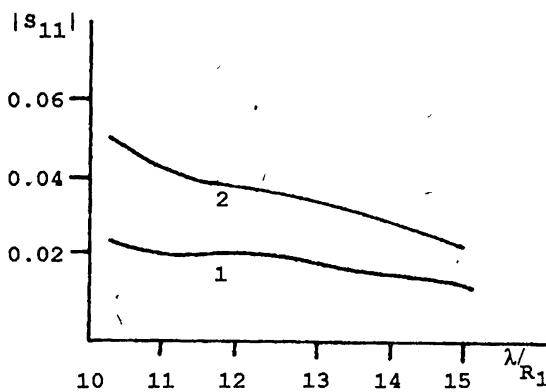


Рис. 4.

В заключение отметим, что полученные выражения могут быть применены при решении задач о коаксиальных резонаторах для циклических ускорителей [8] или в других практических случаях [9], например, в электронике СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ / Под ред. В. В. Никольского. — М.: Радио и связь, 1981.
2. Никольский В. В., Никольская Т. И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. — М.: Наука, 1983.
3. Кисунько В. Г. Электродинамика полых систем. — Л.: ВАС, 1949.
4. Почекняев В. Н., Скрыпник Л. В. //Изв. вузов. Радиофизика, 1994. Т. 37. № 2. С. 254.
5. Ватсон Г. Н. Теория Бесселевых функций. — М.: ГИФМА, 1949.
6. Бейтмен Г., Эрдэйи А. Высшие трансцендентные функции. — М.: Наука, 1973. Тт. 1–3.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: ГИФМА, 1963.
8. Радиотехнические системы циклотронов /Ворогушин М. Ф., Мудролюбов В. Г., Степанов А. В., Финкельштейн И. И. — М.: Энергоатомиздат, 1989.

9. Найденко В. И., Дубровка Ф. Ф. Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы. — Киев: Вища школа, 1985.

Украина, Киев

Поступила в редакцию
23 марта 1995 г.

**THE PLANE-DIAMETRICAL JOINTS OF COAXIAL AND
COAXIAL-SECTOR WAVEGUIDES**

V. N. Pochernyaev

The problem of plane-diametrical joints of coaxial and coaxial-sector waveguides is analytically solved. Integrals of product Bessel's functions of the first and second kinds of different compound argument and different order are expressed via a hypergeometrical function and Meijer's function. Numerical calculation results are presented.

О П Е Ч А Т К И

В статье О. А. Шаровой “Новая шкала расстояний до планетарных туманностей”, опубликованной в № 6, том 38 за 1995 год (стр. 522–542):

1. на стр. 534 6 строку выше заголовка следует читать: “... энергетического баланса в [22], и радиопотока туманности на частоте 5 ГГц из [15, 16].”;
2. на стр. 535 в таблице 3 следует читать: “плотность радиопотока туманности IC 4642”, в 3 столбце — “0.050 ян” (вместо “0.311 ян”);
3. на стр. 537–539 в таблице 4 заголовок 4 столбца следует читать: “ N_H [10^3 cm^{-3}]”.