

ДИНАМИКА НЕЙРОННОЙ СЕТИ С ТОПОЛОГИЕЙ ОКРУЖНОСТИ

С. А. Семенов

Изучается детерминистическая динамика нейронной сети хопфилдовского типа с топологией окружности для распознавания последовательности бит [15–17]. Для простых начальных условий получены решения уравнения эволюции в терминах функции перекрытия. Найдены стационарные режимы типа бегущей волны. Обсуждаются переходные процессы в системе, их зависимость от пространственной структуры связности и начальных условий. На основе результатов анализа предлагаются два альтернативных типа ассоциативной обработки информации.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы активно изучаются модели автоассоциативной памяти в аттракторных нейронных сетях [1, 2]. В этих моделях распознаются некоторые запомненные конфигурации сети (образы) или их заданные последовательности. Для сетей типа Хопфилда разработаны эффективные алгоритмы обучения [3–5], изучены вопросы повышения емкости хранения и качества воспроизведения информации [6, 7], предложены методы распознавания коррелированных образов [8, 9].

В ряде недавних работ Ноест [10, 11] и Кулен [12, 13] обобщили стандартную модель Хопфилда на случай квазилокальной структуры связности, когда радиус межнейронного взаимодействия растет с увеличением размера сети как $N^{\alpha/D}$ ($0 < \alpha < 1$), где D — размерность физического пространства сети. Они получили уравнения эволюции для локального перекрытия и нашли их решения в простейших ситуациях. Динамика системы описывается в терминах эволюции доменных стенок и определяется начальными условиями, структурой связности и внешним полем [10].

В моделях Ноеста–Кулена могут воспроизводиться запомненные образы или конфигурации сети, образованные из фрагментов различных образов (композиционные паттерны [11]). Это является общим следствием выбора обучающего правила, при котором информация запоминается как набор отдельных образов. Предположим, однако, что массив информации для запоминания:

а) обладает собственной внутренней структурой (например, последовательность или таблица данных);

- б) имеет размеры, значительно превышающие размеры нейронной сети;
- в) может быть воспроизведен (пофрагментно) как единое целое.

Как реализовать эти требования в нейросетевой модели? Оставаясь в рамках парадигмы Хопфилда (имеются и другие нейросетевые подходы с использованием feedforward сетей, например, РААМ [14]), можно предположить, что топология сети и структура связности согласованы со структурой информации. Так, например, если информационный массив — последовательность или таблица данных, то сеть может иметь, соответственно, одномерную или двумерную топологию и специальную (например, трансляционно инвариантную) структуру связности.

В серии работ [15–17] была предложена модель нейросети с топологией окружности для распознавания одномерного информационного массива — случайной последовательности ± 1 . Для модели с пространственной структурой сетевой связности авторы получили уравнения эволюции в терминах функции перекрытия как в пределе сильной разреженности связей [16], так и для неразрезанной модели [17]. В детерминистическом пределе найдены простейшие решения типа бегущей волны, и изучена их устойчивость к возмущениям. Проведено также численное исследование устойчивости бегущей волны по отношению к статическим (загрузка памяти) и динамическим (температура) шумам [17].

В данной работе на основе полученного в континуальном пределе уравнения эволюции [17] детально анализируется детерминистическая динамика нейронной сети с топологией окружности. Начнем изложение с формулировки модели.

2. МОДЕЛЬ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Сконструируем сеть из N бинарных нейронов, $S_i = \pm 1$, $i = 1, \dots, N$, равномерно расположив их на единичной окружности в точках с координатами $x_i = (2\pi i/N) \bmod 2\pi$.

Информацией для запоминания служит случайная последовательность бит $\xi(1), \dots, \xi(pN)$, элемент $\xi(l)$ принимает значения $+1$ и -1 с равной вероятностью $1/2$. Для простоты длина последовательности pN (p — натуральное число) принята кратной числу нейронов в сети N .

Введем правило соответствия между элементами последовательности и нейронами. Для этого переобозначим элементы $\xi(l)$ согласно

$$\xi_1^1, \dots, \xi_N^1, \xi_1^2, \dots, \xi_N^2, \dots, \xi_1^p, \dots, \xi_N^p.$$

Тогда каждому нейрону i будет соответствовать информационный набор $\{\xi_i^\mu, \mu = 1, \dots, p\}$. При фиксированном μ набор $\{\xi_i^\mu, i = 1, \dots, N\}$ определяет информационную копию сети или “реплику”.

По аналогии с нейронами сети заместим элементы ξ_i^μ на окружности длины $2\pi p$ в точках с координатами $u_{i\mu}^N = 2\pi(i/N + \mu) \bmod 2\pi p$ (индекс N указывает число нейронов в сети), и, таким образом, исключим из рассмотрения граничные эффекты. С учетом правила соответствия, окружность с информационными элементами удобно для наглядности представлять в виде спирали с отождествленными (склеенными) концами, состоящей из p витков, которая расположена над единичной окружностью нейронной сети, так что элементы $\xi_i^\mu = \xi(u_{i\mu}^N)$, $\mu = 1, \dots, p$, проектируются на i -ый нейрон.

Обучение сети осуществляется в результате формирования синаптической матрицы J_{ij} по правилу хеббовского типа

$$J_{ij} = \sum_{\mu, \nu=1}^p \rho^N(u_{i\mu}^N, v_{j\nu}^N) \xi(u_{i\mu}^N) \xi(v_{j\nu}^N). \quad (1)$$

Веса $\rho^N \geq 0$, удовлетворяющие нормировке $2\pi N^{-1} \sum_{\{v_{j\nu}^N\}} \rho^N(u_{i\mu}^N, v_{j\nu}^N) = 1$ (суммирование проводится по всем точкам $v_{j\nu}^N$), определяют пространственную структуру связности.

Конкретная структура коэффициентов $\{\rho^N\}$ зависит от специфики задачи распознавания. Для целей распознавания линейной последовательности данных естественно предполагать: 1) ограниченный радиус взаимодействия (в нашем случае $\rho^N(u, v) \equiv 0$, если $|u - v| > 2\pi$, т.е. взаимодействие ограничено смежными репликами); 2) свойство трансляционной инвариантности, $\rho^N(u, v) = \rho^N(u - v)$.

Распознавание осуществляется в процессе обычной параллельной динамики с дискретным временем $t = 0, 1, 2, \dots$

$$S_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } \mathcal{P} = \left(1 - \exp[-2\beta V_i(t)]\right)^{-1}, \\ -1, & \text{с вероятностью } 1 - \mathcal{P}, \end{cases} \quad (2)$$

где локальное поле на i -ом нейроне

$$V_i(t) = \sum_{j=1}^N J_{ij} S_j(t), \quad (3)$$

а параметр $\beta = T^{-1}$ — обратная температура — задает уровень динамического шума в системе.

В континуальном пределе ($N \rightarrow \infty$) при фиксированном числе реплик p динамика сети описывается уравнением эволюции в терминах кусочно-непрерывной функции перекрытия $m_t(u)$ [17].

$$m_{t+1}(u) = \left\langle \tanh\left(\beta \left\{ \bar{m}_t(u) + \sum_{k \neq 0} \varepsilon_k \bar{m}_t(u + 2\pi k) \right\}\right) \right\rangle_e, \quad (4)$$

$$\bar{m}_t(u) = \int_{\mathcal{U}} \rho(u, v) m_t(v) dv.$$

(В пределе $N \rightarrow \infty$ имеем $u_{i\mu}^N = 2\pi(i/N + \mu) \bmod 2\pi p, \rightarrow u, u \in \mathcal{U} = \{y \bmod 2\pi p, y \in R\}$, по предположению $\rho^N(u_{i\mu}^N, v_{j\nu}^N)$ стремится к кусочно-непрерывной функции связности $\rho(u, v), u, v \in \mathcal{U}, \int_{\mathcal{U}} \rho(u, v) dv = 1$. Тогда усредненное по температуре локальное перекрытие $m_i^N(u_{i\mu}^N) = \langle \xi(u_{i\mu}^N) S_i(t) \rangle_r$ стремится к кусочно-непрерывной функции перекрытия $m_t(u)$, удовлетворяющей (4)). В формуле (4) суммирование выполняется по $k = 1, 2, \dots, p-1; \varepsilon_k = \xi(u)\xi(u + 2\pi k)$ принимают значения ± 1 , а $\langle \dots \rangle_e$ означает усреднение по всем наборам $\{\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, p-1\}$.

3. ДИНАМИКА СЕТИ ПРИ НУЛЕВОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

В детерминистическом пределе $\beta^{-1} \rightarrow 0$ уравнение (4) приобретает вид

$$m_{t+1}(u) = \left\langle \operatorname{sgn} \left(\bar{m}_t(u) + \sum_{k \neq 0} \varepsilon_k \bar{m}_t(u + 2\pi k) \right) \right\rangle_e. \quad (5)$$

Общее решение уравнения эволюции (5) при $t \geq 1$ имеет вид

$$m_t(u) = \sum_k M_k \chi(u;]u_{2k-1}, u_{2k}[), \quad 0 < |M_k| \leq 1, \quad u \in \mathcal{U}, \quad (6)$$

где характеристическая функция

$$\chi(x;]x', x''[) = \begin{cases} 1, & x \in]x', x''[, \\ 0, & \text{в противоположном случае.} \end{cases} \quad (7)$$

В дальнейшем для простоты вычислений мы ограничимся рассмотрением начальных условий того же вида (6).

Определим ступенчатую функцию связности

$$\rho(x) = (l - b + r - a)^{-1} \{ \chi(x;]-l, -b[) + \chi(x;]a, r[) \},$$

где $l > b \geq 0, r > a \geq 0$ и радиус взаимодействия $d = (r + l)/2 < \pi$. Этот выбор функции связности $\rho(x)$ позволяет охватить интересные частные случаи: например, при $\max\{l, r\} \sim 2\pi, 1 - (a + b)/(r + l) \ll 1$ имеем систему с дальнодействием, а в пределе $a, b \rightarrow 0$ приходим к равномерной связности на интервале $] -l, r[$ [16, 17].

Усредняя функцию перекрытия с $\rho(x)$, получаем следующее выражение для $\bar{m}_t(u)$

$$\bar{m}_t(u) = (l - b + r - a)^{-1} \left(\int_{-l}^{-b} + \int_a^r \right) m(u + x) dx. \quad (8)$$

Уравнение эволюции (5,8) с начальными условиями типа (6) может быть решено в явном виде пошаговым интегрированием, т.е. для каждого $t \geq 1$ найден набор $\{M_k, u_{2k-1}, u_{2k}\}$. Ниже мы рассмотрим его частные решения; в одних случаях приведем аналитическую форму решения, в других — проинтегрируем уравнение (5) численно и дадим качественное описание эволюции системы.

Приступая к анализу уравнения эволюции, введем необходимую терминологию.

Информационный фрагмент $]u_1, u_2[\subset \mathcal{U}$ будем называть распознанным (воспроизведенным), если $0 < m(u) \leq 1, u \in]u_1, u_2[$.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ распознан фрагмент $]u_1, u_2[$:

$$m_{t=0}(u) = M \chi(u;]u_1, u_2[), \quad 0 < M \leq 1. \quad (9)$$

Состояние системы называется чистым, если справедливо условие

$$m_t(u)m_t(u + 2\pi k) = 0, \quad u \in \mathcal{U}, \quad k = 1, \dots, p-1.$$

В противном случае состояние называется смешанным; в этом случае один и тот же участок сети воспроизводит одновременно несколько фрагментов различных реплик. Следовательно, начальное состояние (9) отвечает чистому состоянию, если $0 < u_2 - u_1 \leq 2\pi$ и смешанному, если $2\pi < u_2 - u_1 \leq 2\pi p$.

Картина динамики системы определяется соотношением размеров системы $2\pi, 2\pi p$, начального фрагмента $u_2 - u_1$ и параметров связности l, r, a, b .

Рассмотрим вначале эволюцию чистого состояния (9). Пусть $a + b < u_2 - u_1$, тогда решение уравнения эволюции (5) имеет вид:

$$m_t(u) = \chi(u;]u_1(t), u_2(t)[), \quad (10)$$

$$\begin{cases} u_1(t) = u_1 - rt, & u_2(t) = u_2 + lt, & t < \tau, \\ u_1(t) = u_1(\tau) + w \cdot (t - \tau), & u_2(t) = u_2(\tau) + w \cdot (t - \tau), & t > \tau. \end{cases}$$

Здесь время распространения сигнала на всю сеть размера 2π

$$\tau = \left[(2\pi + u_1 - u_2) / (l + r) \right] + 1$$

($[x]$ обозначает целую часть x), скорость $w = (l - r \pm (a + b)) / 2$, знак “+” берется в случае $l - b > r - a$ и знак “-” — в противоположном случае.

Положение левой $u_1(\tau)$ и правой $u_2(\tau)$ границ распознанного фрагмента зависит от параметров связности и величины $\Delta = 2\pi + u_1(\tau - 1) - u_2(\tau - 1)$. Положим для определенности $r - a > l - b$. Тогда имеем

$$u_1(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} - \pi + \frac{(l - r)}{2} \tau, \quad u_2(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \pi + \frac{(l - r)}{2} \tau,$$

если $\Delta > r - l + 2b$. В других возможных ситуациях:

$$u_1(\tau) = u_1 + l - b - r\tau, \quad u_2(\tau) = u_1 + 2\pi + l - b - r\tau,$$

если $r - a - (l - b) < \Delta < r - l + 2b$, и

$$u_1(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} - \pi - \frac{a + b}{2} + \frac{(l - r)}{2} \tau, \quad u_2(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \pi - \frac{a + b}{2} + \frac{(l - r)}{2} \tau,$$

если $\Delta < r - a - (l - b)$. При $r - a < l - b$ полученные формулы сохраняют тот же вид с точностью до переобозначения $r \leftrightarrow l$, $a \leftrightarrow b$.

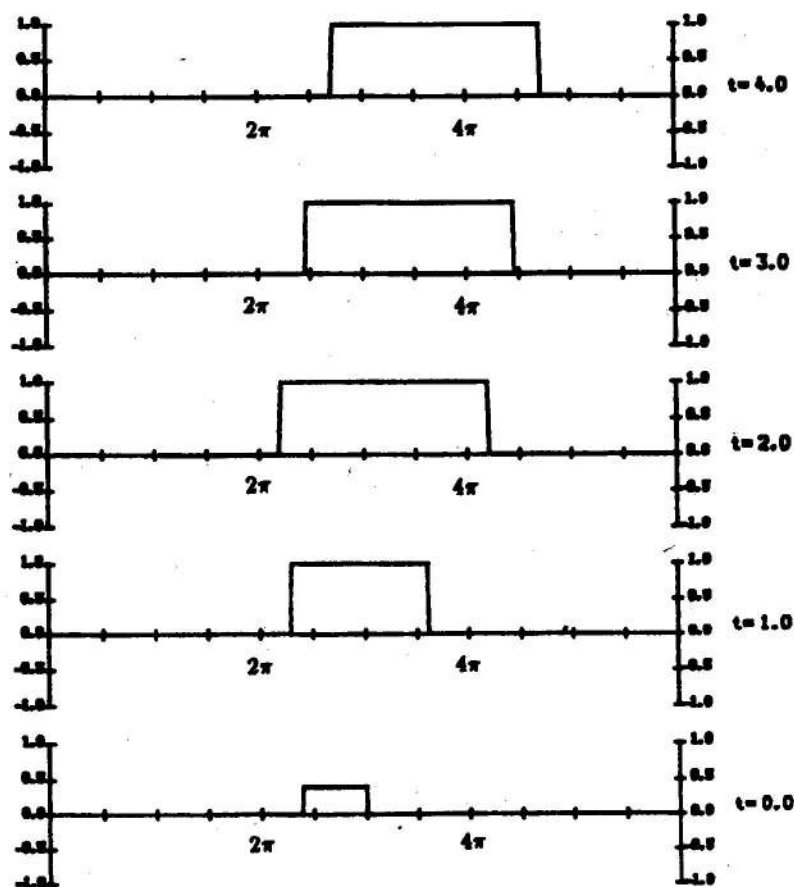


Рис. 1.

Таким образом, после заполнения всей сети в момент $t = \tau$ распознанный фрагмент длины 2π движется вдоль информационной оси u со скоростью ω (рис. 1) (режим бегущей волны).

Отметим, однако, особое поведение системы в случае $l - b = r - a$. После распространения распознанного фрагмента на всю сеть, при $t \geq \tau$,

в системе реализуется сложный динамический режим, состоящий из бегущей волны плюс колебание с периодом 2 (рис. 2).

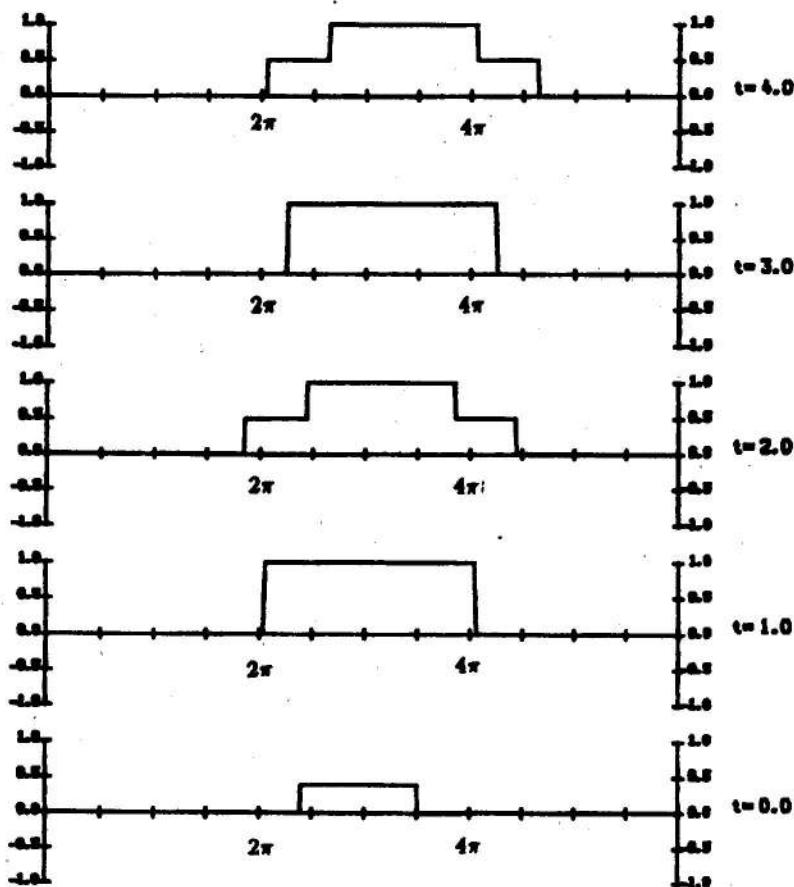


Рис. 2.

Детали динамического поведения системы определяются соотношением Δ и $a + b$. При $\Delta > a + b$ имеем в момент $t = \tau$

$$m_t(u) = \chi(u;]u_1(t), u_2(t)[), \quad t = \tau,$$

$$u_1(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} - \pi + \frac{(l - r)}{2} \tau, \quad u_2(\tau) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \pi + \frac{(l - r)}{2} \tau.$$

Для $t > \tau$ находим:

$$m_t(u) = \chi(u;]u_1(t), u_2(t)[), \quad t = \tau + 2(k + 1),$$

$$u_{1,2}(\tau + 2(k+1)) = u_{1,2}(\tau + 2k) + b - a,$$

$$m_t(u) = \frac{1}{2}\chi(u; |u_1(t), u_2(t)|) + \chi(u; |u_2(t), u_3(t)|) + \frac{1}{2}\chi(u; |u_3(t), u_4(t)|), \\ t = \tau + 2k + 1,$$

$$u_{1,3}(\tau + 2k + 1) = u_{1,2}(\tau + 2k) - a, \quad u_{2,4}(\tau + 2k + 1) = u_{1,2}(\tau + 2k) + b,$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$

Если $\Delta < a + b$ на шаге $t = \tau$ получаем

$$m_t(u) = \frac{1}{2}\chi(u; |u_1(t), u_2(t)|) + \chi(u; |u_2(t), u_3(t)|) + \frac{1}{2}\chi(u; |u_3(t), u_4(t)|), \quad (11)$$

здесь

$$u_1(\tau) = u_1 - r(\tau - 1) - a, \quad u_3(\tau) = u_2 + l(\tau - 1) + b - \Delta,$$

$$u_2(\tau) = u_1 - r(\tau - 1) - a + \Delta, \quad u_4(\tau) = u_2 + l(\tau - 1) + b.$$

В следующие моменты времени $t > \tau$ функция перекрытия будет иметь тот же вид (11), при этом

$$u_{1,3}(\tau + 2k + 1) = u_{1,3}(\tau + 2k) - a + \Delta, \quad u_{2,4}(\tau + 2k + 1) = u_{2,4}(\tau + 2k) + b - \Delta,$$

$$u_{1-4}(\tau + 2(k+1)) = u_{1-4}(\tau + 2k) + b - a,$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно, в этом особом случае $m_t(u) = m_{t+2}(u + 2w)$, $w = (b - a)/2$. Для симметричной связности, $a = b$, имеем $w = 0$.

В общем случае, как показывает численное интегрирование уравнения эволюции, после переходного процесса, в системе устанавливается некоторый режим бегущей волны ($m_t(u) = m_{t+1}(u + w)$) или комбинация бегущей волны с колебанием периода 2 ($m_t(u) = m_{t+2}(u + 2w)$).

Если длина начального фрагмента достаточно мала, $a + b \geq u_2 - u_1$, в системе может возникнуть процесс "размножения" распознанных фрагментов, изображенный на рисунке 3. Условия поддержания этого процесса мы обсудим ниже. В предположении, что эти условия выполнены, общее количество фрагментов на шаге t равняется $n = t + 1$. Занумеруем их слева направо $k = 1, \dots, t + 1$.

Пусть в момент времени $t = 0$ имеется начальный фрагмент длины $L_{t=0}(k = 1) = u_2 - u_1$. В следующий момент времени $t = 1$, при выполнении условия $a + b \geq L_{t=0}(k = 1)$, взамен одного появятся два фрагмента, слева и справа от начального. Далее, на шаге $t = 2$, если выполнены неравенства $a + b \geq L_{t=1}(k = 1, 2)$, образуются три фрагмента — левый, правый и по центру, и т.д. (см. рис. 3). Этот процесс можно охарактеризовать

следующими рекуррентными соотношениями для длины k -го фрагмента в момент $t \geq 1$

$$L_t(k) = L_{t-1}(k) + r - a, \quad k = 1, \dots, t,$$

$$L_t(k = t + 1) = L_{t-1}(k = t) + l - b.$$

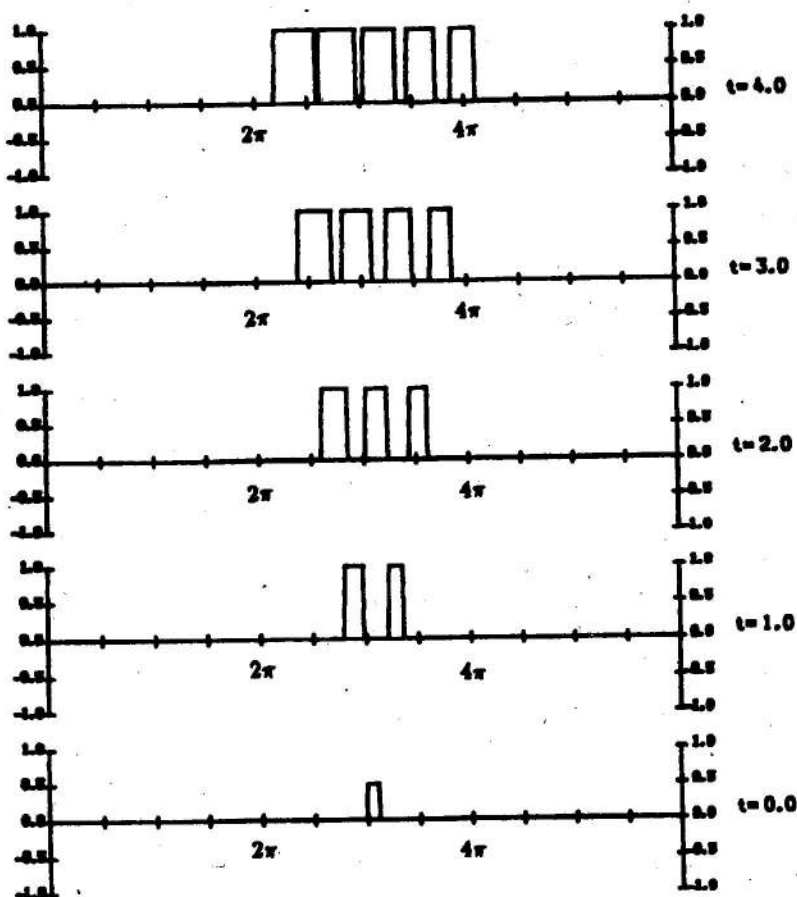


Рис. 3.

Процесс “размножения” прервется на шаге

$$t_r = \left[(a + b + u_1 - u_2) / (r - a) \right] + 1$$

(если принять $r - a > l - b$). На этом шаге для фрагмента $k = 1$ выполняется условие $a + b < L_{t_r}(k = 1)$. В дальнейшем условие $a + b < L_t(k)$ будет выполняться и для других фрагментов с номерами $k = 2, 3, \dots$. Процесс “размножения” полностью завершится на шаге

$$t_l = \left[(a + b + u_1 - u_2) / (l - b) \right] + 1.$$

Очевидно, это упрощенное рассмотрение справедливо, если t_1 не превышает характерного времени распространения сигнала на всю сеть τ . При $t > \tau$ состояние сети в общем случае является смешанным, возникает неизбежная интерференция между различными репликами, которая в конечном итоге и определяет самоорганизацию системы (см. рис. 4).

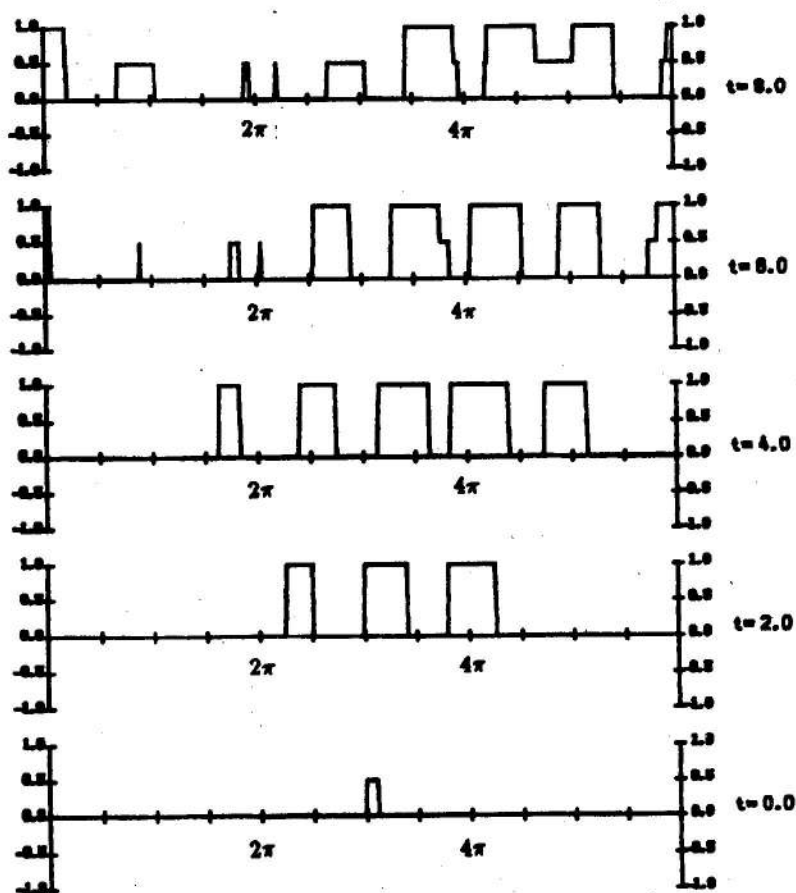


Рис. 4.

Существуют, однако, ситуации, когда чистое состояние сохраняется (не возникает явления интерференции) на временах $t \gg \tau$. Например, в случае дальнего действия $\max\{l, r\} \sim 2\pi$, $1 - (a + b)/(l + r) \gg 1$, если длина начального фрагмента мала, $u_2 - u_1 \ll 2\pi$, и до момента времени $t = T$ выполняются неравенства

$$|lt_1 - rt_2 - 2\pi k| > u_2 - u_1 + (r - a)T,$$

для всех $t_1, t_2 = 0, \dots, T$ и целочисленных k , сеть воспроизводит мозаику из $n = T + 1$ фрагментов $\left[2\pi/(l + r)\right] + 1$ реплик (рис. 5).

Пусть теперь начальное состояние описывается функцией перекрытия

$$m_{t=0} = M \left\{ \chi(u;]0, u_1[) + \chi(u;]u_1 + 2\pi k, u_2 + 2\pi k[) + \chi(u;]u_2, 2\pi[) \right\}, \quad (12)$$

$0 < M \leq 1$, $k \neq 0, \pm 1$. Состояние (12) представляет композитное чистое состояние, т. е. чистое состояние из фрагментов различных реплик.

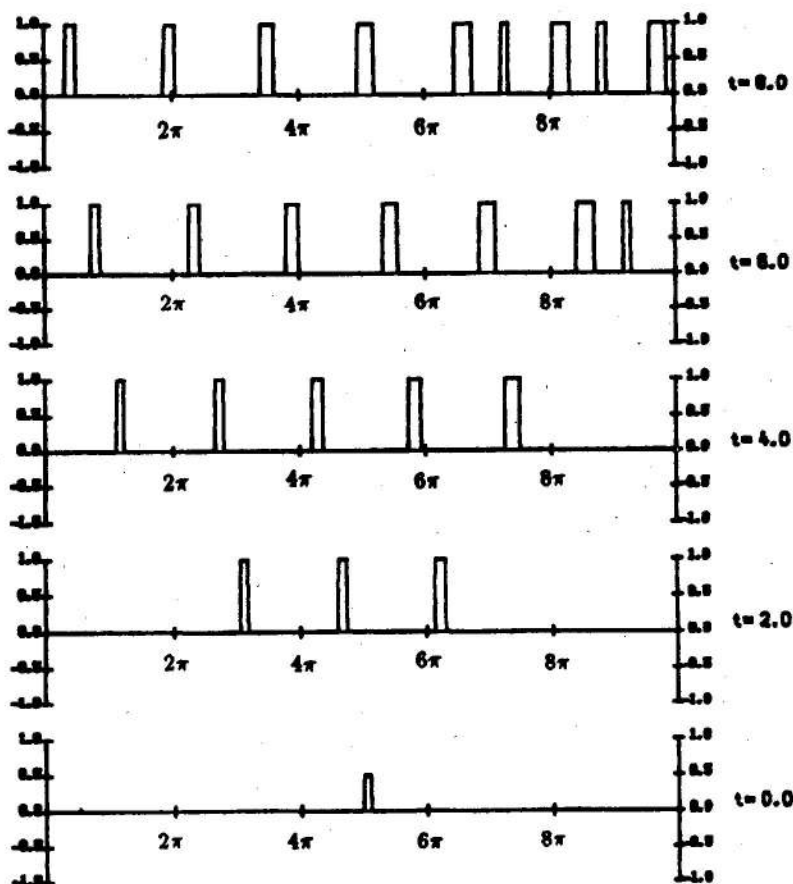


Рис. 5.

Предположим далее для простоты, что $u_2 - u_1 \ll l + r$, и найдем минимальную длину L_{\min} фрагмента $]u_1 + 2\pi k, u_2 + 2\pi k[$, при которой возможно сосуществование трех фрагментов. Анализ эволюции системы дает, что состояние (12) (с точностью до сдвига вдоль оси u) устойчиво: в случае $r - a > l - b$, если длина фрагмента L_{\min} превышает $(l + r + a + b)/2$, и в случае $l - b = r - a$, если

$$\begin{cases} L_{\min} > r + b = l + a, \\ L_{\max} > 2(a + b). \end{cases}$$

В пределе $a, b \rightarrow 0$ приходим к известному результату, что фрагменты сосуществуют, если их длины больше радиуса взаимодействия d [16].

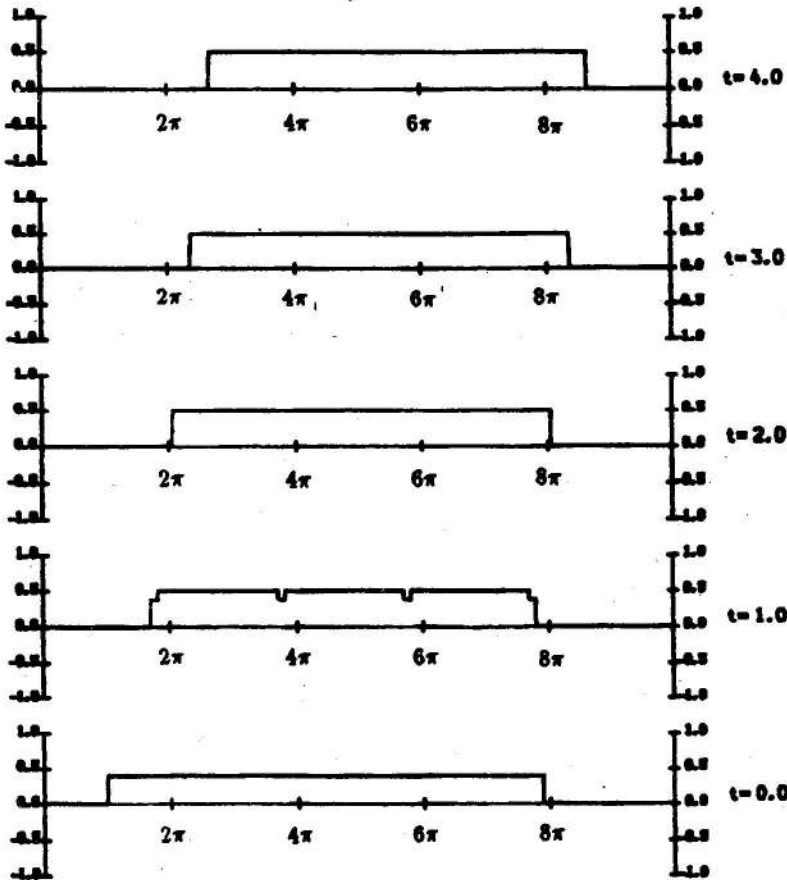


Рис. 6.

Пусть длина начального фрагмента $u_2 - u_1$ в (9) превышает размер сети 2π , и, таким образом, система находится в смешанном состоянии. В случае $a, b = 0$ система релаксирует к ближайшему смешанному состоянию

$$m_t(u) = M_n \chi(u; |u', u' + 2\pi n|),$$

где $n = 2 \left[(s+1)/2 \right] - 1$. Если начальный фрагмент захватывает $s = \left[(u_2 - u_1)/(2\pi) \right] + 1$ смежных реплик, то за время порядка $\left[|u_2 - u_1 - 2\pi n| / (l+r) \right]$ система стабилизируется, воспроизводя фрагмент длины $2\pi n$. На рисунке 6 изображена эволюция смешанного состояния с $s = 4$. С другой стороны, если начальный фрагмент и связность таковы, что $a + b \geq u_2 - u_1 - 2\pi(s-1)$, $r - a \sim l - b$, в системе быстро возникают

пространственные неоднородности, которые затем организуются в глобальную регулярную структуру — чистое состояние, состоящее из фрагментов длины $\sim r - a + l - b$, расположенных с интервалами $\sim a + b$.

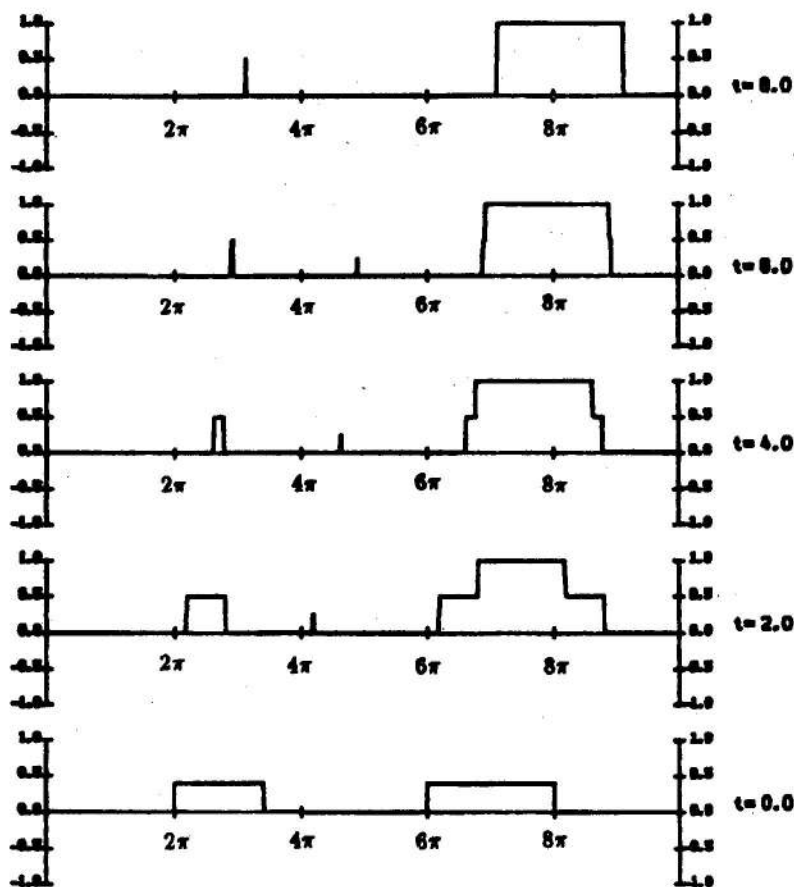


Рис. 7.

Представляет интерес эффект конкуренции зародыша чистого состояния, вкрапленного в однородное смешанное состояние [10]. Проведем краткое рассмотрение для случая $a, b = 0$. Если размер фрагмента превышает d , то он всегда побеждает в этой конкуренции и заполняет собой все пространство сети. Анализ дает приближенное выражение для критического размера зародыша x_c , который зависит от числа s реплик в смеси:

$$x_c \approx \left(1 + \sqrt{(s+1)/3}\right)^{-1}, \quad s \text{ — нечетное, и } x_c \approx \left(1 + 2\sqrt{s/3}\right)^{-1}, \quad s \text{ — четное.}$$

В завершении раздела обратимся к общему случаю начальных условий типа (6). При этом эволюция системы может быть описана на эвристическом уровне. Так, в случае дальнего действия однородные по пространству

состояния во многих ситуациях не устойчивы и эволюционируют в композитные чистые состояния. В случае равномерной связности на интервале $]-1, \pi[$ картина динамики системы в значительной степени зависит от деталей начальных условий. При этом асимптотическое состояние системы (чистое или смешанное) определяется в результате конкуренции начальных фрагментов, в которой имеют значение длина и расположение фрагментов, а также величина перекрытия (см. рис. 7). Эти две предельные ситуации представляют две альтернативные тенденции в ассоциативной обработке информации: в первом случае информация воспроизводится целиком в виде мозаики из малых фрагментов, во втором происходит квазилокальное узнавание и доминирование наиболее "похожих" вариантов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье изучалась динамика нейронной сети с топологией окружности в отсутствие шумов. Для простых начальных условий получены решения уравнения эволюции. Проведенный анализ позволяет сделать общий вывод о том, что после переходного процесса система стабилизируется в некотором режиме типа бегущей волны и/или колебательном режиме с периодом 2, при этом тип динамического поведения системы определяется начальными условиями и пространственной структурой связности. В этой связи интересным и важным представляется изучение свойств асимптотических режимов, что потребует привлечения методов статистической физики критических явлений.

Автор выражает благодарность А. Ю. Плахову за многочисленные полезные обсуждения и И. Б. Шуваловой за помощь при подготовке рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hopfield J. J. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1982. V. 79. N 8. P. 2554.
2. Amit D. J. Modeling Brain Function. — Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
3. Personnaz L., Guyon I., Dreyfus G. // J. Phys. (France) Lett. 1985. V. 46. N 8. P. 359.
4. Diederich S., Oppen M. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 9. P. 949.
5. Krauth W., Mezard M. // J. Phys. A. 1987. V. 20. N 11. P. 745.
6. Gardner E., Derrida B. // J. Phys. A. 1988. V. 21. N 1. P. 271.
7. Hemmen J. L. van, Ioffe L. B., Kühn R., Vaas M. // Physica A. 1990. V. 163. N 1. P. 386.
8. Gardner E., Stroud N., Wallace D. J. // J. Phys. A. 1989. V. 22. N 12. P. 2019.

9. Monasson R. // J. Phys. A. 1992. V. 25. N 13. P. 3701.
10. Noest A. J. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. N 16. P. 1739.
11. Noest A. J. Semi-local signal processing in the visual system // Statistical Mechanics of Neural Networks / L. Garrido ed. — Berlin: Springer-Verlag, 1990. P. 303.
12. Coolen A. C. C. // Future Generation Computer Systems. 1990. V. 6. N 2. P. 121.
13. Coolen A. C. C., Lenders L. G. V. M. // J. Phys. A. 1992. V. 25. N 9. P. 2577.
14. Pollack J. B. // Artificial Intelligence. 1990. V. 46. N 1. P. 77.
15. Plakhov A. Yu., Semenov S. A., Fisun O. I. // Proceedings of the 1st International Conference on ITIAPR, October 1990, Lviv, USSR. V. 2. P. 207.
16. Plakhov A. Yu., Semenov S. A. // Europhys. Lett. 1992. V. 18. N 3. P. 201.
17. Семенов С. А., Шувалова И. Б. // Матем. моделирование. 1993. Т. 5. N 10.

Институт физико-технических
проблем

Поступила в редакцию
11 декабря 1993 г.

THE DYNAMICS OF THE CIRCULAR NEURAL NETWORK

S. A. Semenov

The deterministic dynamics of the circular neural network of Hopfield type [15-17] is studied. For simple initial conditions, the solutions to the evolution equation in terms of an overlap function are obtained. The stationary regimes of travelling wave type are found. The transient processes in the system are discussed, as well as their dependence upon the spatial structure of connectivity and the initial conditions. Basing on analysis, two alternative types of associative processing of information are proposed.