НЕЙРОННАЯ СЕТЬ С ФОРМИРУЕМОЙ ДИНАМИКОЙ АКТИВНОСТИ

В.Л.Дунин–Барковский, Н.Б.Осовец

Рассматривается задача создания нейронной сети с заданным паттерном последовательности состояний. Предложена и исследована конструкция нейронной сети и алгоритм формирования ее матрицы связей, приводящие к приближенному, но робастному решению задачи. Исследуются предельные характеристики работоспособности предложенной конструкции. Проведено сравнение разных способов визуализации динамических процессов в нейронной сети. Обсуждаются возможности применения полученных результатов для интерпретации нейрофизиологических данных и в устройствах нейроинформатики.

1. УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ АКТИВНОСТИ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Задача расчета и качественного анализа процессов в нейронных сетях привлекала внимание многих исследователей с конца 1940-х годов. В этой области получено много результатов аналитического характера и большое количество эмпирических наблюдений в многочисленных работах по компьютерному имитационному моделированию. Ряд этих наблюдений безусловно ждет своего математического анализа и объяснения. Компьютерное моделирование динамических процессов в нейронных сетях связано с созданием и совершенствованем специализированных средств отображения и анализа этих процессов. Данная работа посвящена имитационному исследованию динамических процессов в одном частном классе нейронных сетей, потребовавшему совершенствования известных методов визуализации активности нейронной сети. Полученные результаты могут оказаться полезными для других практических и теоретических задач.

Наш анализ ограничивается сетями нейронов с относительно большой длительностью возбуждения и рефрактерностью. Такие сети позволяют заполнить пропасть разделяющую чисто "спиновые" однотактовые модели [1, 2] и сложные физиологически правдоподобные сети [3]. В основу исследованных нами моделей положены следующие уравнение сети [4, 5, 6].

$$U_i(t) = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{G}_{ij}\mathcal{V}_j, \qquad (1)$$

где t — дискретное время, $U_i(t)$ — мембранный потенциал, $\mathcal{V}_j$ — возбуждение j-го нейрона, $\mathcal{V}_j(t) = \mathcal{V}_j(\tau_i(t))$, τ_i — фаза i-го нейрона. Фаза определяется следующим соотношением:

$$\tau_i(t) = \begin{cases} \tau_i(t-1)+1, & \text{если } t \neq t_i^*(t)+1 \\ 1, & \text{если } t = t_i^*(t)+1, \end{cases} \tag{2}$$

где t_i^* — последний, перед моментом t, момент возбуждения нейрона, причем должно выполнятся следующее утверждение: t_i^* является моментом возбуждения, тогда и только тогда, когда

$$U_i(t^*) \geq \pi_i \quad \text{и} \quad \tau_i(t^*) > \mathcal{R}_i, \tag{3}$$

где π_i — это порог, а $\mathcal{R}_i$ — рефрактерность. Возбуждение $\mathcal{V}_i$ определяется из соотношения:

$$\mathcal{V}_i = \begin{cases} 1, & \text{если } \tau \leq \mathcal{W} \\ 0, & \text{если } \tau > \mathcal{W}, \end{cases} \tag{4}$$

где $\mathcal{W}$ — длительность возбуждения. Значительная (по сравнению с длительностью такта времени) длительность возбуждения соответствует тому, что длительность постсинаптических потенциалов реальных нейронов, как правило, значительно превышает длительность потенциалов действия и величин синаптических задержек. $\mathbf{G}_{ij}$ — матрица связей, $i, j = 1 \ \ldots \ n$, определяемая соотношением:

$$\mathbf{G}_{ij} = \sigma_i^+ \mathbf{G}_{ij}^+ + \sigma_i^- \mathbf{G}_{ij}^-, \quad \mathbf{G}_{ij} \ni \{0, 1\}, \tag{5}$$

где σ_i^+, σ_i^- — целочисленные коэффициенты, а $\mathbf{G}_{ij}^+$, $\mathbf{G}_{ij}^-$ — матрицы из нулей и единиц. Тем самым матрица связей определяется $2 \times N^2$ битами информации плюс число бит, которыми кодируются коэффициенты в уравнении (5). Такой выбор представляет разумный компромисс между требованием достаточной сложности сети и скоростью вычислений и объемом занимаемой памяти.

2. СЕТИ СО СЛУЧАЙНЫМИ СВЯЗЯМИ

Мы рассматриваем сеть с постоянным порогом, постоянной длительностью возбуждения и случайными межнейронными связями. Элементы матрицы межнейронных связей генерировались с помощью датчика случайных чисел независимо друг от друга с фиксированными и одинаковыми для всех элементов вероятностями конкретных значений.

Нейронные сети со случайными связями обладают свойствами, близкими к динамическому хаосу. В буквальном смысле это невозможно: в силу того, что число состояний сети конечно, а ее поведение детерминировано, общий вид траектории нейронной сети в конфигурационном пространстве имеет вид линии, заканчивающейся замкнутой петлей, так как после некоторого переходного процесса активность нейронной сети обязательно выходит на предельный цикл. Мы, однако, будем говорить, что сеть обладает стохастической динамикой, если время выхода нейронной сети на периодический режим или длительность предельного цикла достаточно велики, т.е. соизмеримы с объемом конфигурационного пространства.

Уже в первых работах по моделированию нейронных сетей было показано, что сеть "со случайными связями" обладает "случайной" активностью. Результат был столь естественен, что не вызывал вопросов. Однако строгое понимание этих результатов возникло лишь в последнее время [7]. Мы обнаружили еще одно свойство нейронных сетей со случайной матрицей связей, имеющее, по-видимому, универсальное значение. Представленные ниже результаты имитационного моделирования приводят к гипотезе о свойствах динамики активности "случайной" нейронной сети, которая будет представлена после описания результатов моделирования.

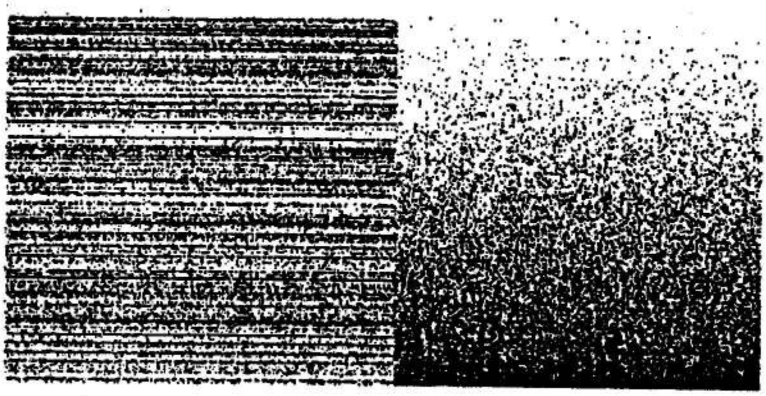

Рис. 1. Работа случайной нейронной сети. По вертикали — работа нейронов, по горизонтали — время. В правой половине рисунка — нейроны упорядочены в соответствии с тем, как часто они активировались с момента начала работы сети до момента упорядочения.

На рис.1 представлены данные имитационного моделирования сети нейронов со случайными связями. Качественный характер результата был одинаков в большом числе вычислений. Суть его в следующем. На рис.1 представлена развертка активности сети во времени. Состояние каждого из нейронов отображается точкой, абсцисса которой соответствует моменту времени, а ордината — номеру нейрона. Легко видеть, что несмотря на видимо случайный характер активности отдельные нейроны имеют склонность большую, а другие — меньшую долю времени пребывать в активном состоянии. Это свойство становится особенно наглядным, если в некоторый момент времени упорядочить нумерацию нейронов в соответствии с тем, какую долю времени (из некоторого достаточно большого интервала T) нейрон возбужден. После этого картина активности нейронной сети напоминает "клубящийся дым". На протяжении большого времени активность не повторяется и часто работавшие нейроны остаются часто работавшими.

Это наблюдение позволяет сформулировать следующую гипотезу о свойствах нейронных сетей со случайными связями.

Гипотеза 1. Пусть матрица межнейронных связей выбрана в соответствии с указанными выше правилами. Тогда существует такое значение порога нейронов, что при почти любых начальных условиях активность сети на больших интервалах времени является активностью типа "клубящегося дыма". То-есть, для почти всех последовательных моментов времени t_1, t_2 и t_3, таких что

$$|t_2 - t_1|, \ |t_3 - t_2| \geq C(N) * N, \tag{6}$$

где $C(N) \to \infty$ при $N \to \infty$, для почти всех пар i, j (i, $j = 1 \ldots N$) имеет место

$$\frac{1}{t_2 - t_1}\Big|\sum_{t_1<t<t_2} \mathcal{V}_i(t) - \sum_{t_1<t<t_2} \mathcal{V}_j(t)\Big| >$$
$$> \Big|\frac{1}{t_2 - t_1}\sum_{t_1<t<t_2} \mathcal{V}_i(t) - \frac{1}{t_3 - t_2}\sum_{t_2<t<t_3} \mathcal{V}_i(t)\Big|. \tag{7}$$

Доказательство гипотезы, по-видимому, можно получить путем сравнения дисперсии активности отдельного нейрона на разных интервалах времени с дисперсией активности разных нейронов на одном и том же интервале времени.

Следует отметить, что факт, аналогичный представленному *Гипотезой 1* имеет место и для сетей с симметричными связями. Их в последние годы называют сетями Хопфилда.

Теория Хопфилда относится к сетям с симметричными связями, в которых для любой пары нейронов действие нейронов друг на друга одинаково. В этом случае для системы уравнений, описывающих динамику активности в нейронной сети, существует функция Ляпунова, значения которой вдоль траекторий системы не возрастают. Вследствие этого из любых начальных условий нейронная сеть быстро приходит в стационарное состояние [1]. На самом деле данная формулировка относится к несколько усложненной и фактически нефизичной модели нейрона. В случае сети, описываемой уравнениями (1) — (5) можно показать, что сеть с симметричными связями из любого начального состояния выходит на некоторый предельный цикл длины $\mathcal{W}+1$ (вообще говоря, разные предельные циклы для разных начальных состояний). В том случае, когда матрица межнейронных связей случайна, т.е. случайно выбрана из ансамбля матриц, в котором функция распределения значений силы связей для всех пар нейронов одинакова, количество возможных предельных циклов длины $\mathcal{W}+1$, в которые может "скатиться" активность сети экспоненциально (по числу нейронов сети, N) велико.

Факт, аналогичный *Гипотезе 1* для сети с симметричными связями состоит в следующем.

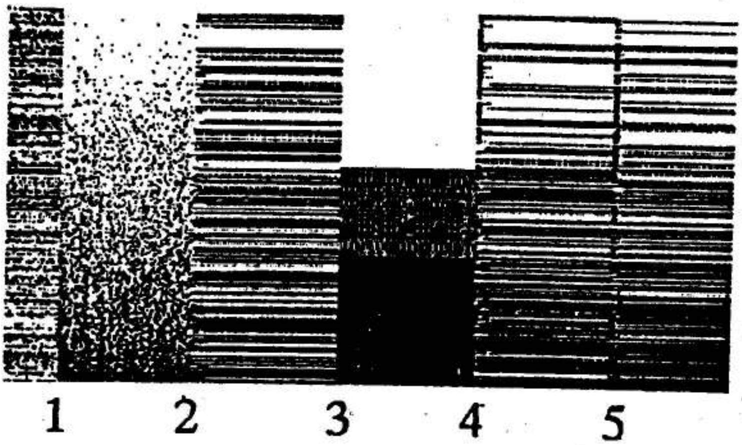

Рис. 2. Демонстрация работы нейронной сети со случайными симметричными связями. Цифрами обозначены: *1* — упорядочивание, *2* — симметризация межнейронных связей, *3* — упорядочивание, *4* — внешнее случайное возмущение (ВСВ), *5* — ВСВ.

На рис.2 представлена активность нейронной сети со случайными связями, причем в момент, соответствующий цифре *2* на оси абсцисс, связи в сети сделаны симметричными. Характер активности сети резко изменяется. Если теперь на фоне новых условий опять провести упорядочение нейронов по доле времени, в течении которого они активны, то картину активности, продолжая аналогию "клубящегося дыма" можно было бы назвать "конденсированной жидкостью". Если изменить начальные условия, то, в основном, остаются активными те же нейроны, которые были активны и при других начальных условиях.

В теории, развитой Хопфилдом, особый интерес с точки зрения теоретической физики (теории спиновых систем) представляют нейронные сети, матрица связей которых является матрицей Хебба.

Определение 1. Матрица $\mathbf{A}_{ij}$ является матрицей Хебба, если существует набор векторов V_k, $k = 1 \ldots n$, т.ч.

$$\mathbf{A}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} V_{ik} V_{jk}. \tag{8}$$

Набор $\{V_k\}$ называется опорным или базовым для матрицы $\mathbf{A}_{ij}$. Эти определения мотивированы физиологическими представлениями высказанными Д.Хеббом [8] и сформулированы Дж. Хопфилдом [1, 2]. С точки зрения теории спиновых стекол сети с матрицей Хебба замечательны тем, что в них возможно наличие большого числа изолированных устойчивых спиновых состояний.

Собственно теория и технология нейроподобных систем, использующих те или иные варианты "синапсов Хебба", одним из примеров которых являются матрицы Хебба, и составляет основную компоненту современного "бума" в данной области. Следует отметить, что основные идеи здесь по существу восходят к условным рефлексам И.П. Павлова [9]. Синапс Хебба [8] — это по существу элементарнейший условный рефлекс. Павлов фактически предугадал, что из огромного числа элементарных условных рефлексов может фактически строиться все поведение. Уже ранние имитационные и технологические работы [10, 12] показали, что он был недалек от истины. Массовое внимание физиков — теоретиков и технологов к нейросетевым системам было привлечено, начиная с 1982 г. благодаря работам Хопфилда [1, 2].

Правило формирования связей, подобное (8), мы будем использовать ниже для решения одной из важных в теоретическом и прикладном отношении задач анализа и синтеза нейросетевых конструкций.

3. СЕТИ С ФОРМИРУЕМОЙ ДИНАМИКОЙ

Сети с формируемой динамикой — это сети, которые должны воспроизводить заданный набор паттернов. Этой задаче, одна из первых постановок которой содержится в [4], уделяется в последнее время много внимания [13, 21].

Общая постановка задачи проста. Требуется построить нейронную сеть, состояния которой последовательно во времени принимают заданные значения. Иными словами, имеется набор, содержащий n векторов размерности N. Требуется построить нейронную сеть, состояния которой во времени пробегают данное множество значений. Мы решали эту задачу с учетом физических ограничений, сформулированных в [4]. А именно, там отмечалось, что практически активность нейронной сети всегда ординарна, т.е. в каждый момент времени может возбудиться только один нейрон. Если длительность возбуждения конечна, то аналогичное правило справедливо и для прекращения возбуждения нейронов.

Мы ограничились случаем однородных нейронных сетей, не имеющих четко определенных слоев или иерархических структур. При таких ограничениях естественно рассмотреть также, каким ограничениям должны удовлетворять запоминаемые последовательности для того, чтобы сеть могла их удовлетворительно воспроизводить. Мы рассматривали в качестве запоминаемых последовательностей коды типа "змея в ящике", то есть наборы векторов, удовлетворяющие следующим условиям:

Определение 2. "Змея в ящике" — это набор векторов $E_1 \dots E_n$, удовлетворяющий следующим условиям:

$$\rho_{ij} = \begin{cases} |i-j|, & \text{если } |i-j| \leq \delta, \\ \geq \delta, & \text{если } |i-j| > \delta, \end{cases} \tag{9}$$

где ρ_{ij} — расстояние по Хеммингу между i-ым и j-ым векторами; $\delta > 0$ — целое число, "толщина" змеи. Замкнутая змея, "голова" которой смыкается с "хвостом", т.ч. все разности в (9) следует понимать как разности по модулю n, называется кольцом. Мы будем рассматривать полные кольца — это кольца, на протяжении которых каждый из нейронов сети возбуждается в точности один раз (и остается возбужденным в течение $\mathcal{W}$ тактов) и гиперкольца — кольца, на протяжении которых нейроны могут возбуждаться более одного раза. Таким образом гиперкольцо — это замкнутая, "непрерывная" кривая в конфигурационном пространстве, несмежные точки которой достаточно удалены друг от друга.

Мы рассматривали кольца и гиперкольца с переменным и постоянным уровнем активности. При переменой активности на i-ом шаге отработавший нейрон выключается и активность уменьшается на единицу, а $i+1$ шаге новый нейрон включается и активность увеличивается на единицу. При постоянной активности на каждом шаге выключается отработавший нейрон и включается новый нейрон, при этом условие (9) принимает следующий вид

$$\rho_{ij} = \begin{cases} |i-j| * 2, & \text{если } |i-j| * 2 \leq \delta, \\ \geq \delta, & \text{если } |i-j| * 2 > \delta. \end{cases} \tag{10}$$

Длина полного кольца совпадает с размерностью вектора возбуждения ($N = 256$) при постоянной активности и равна удвоенной размерности вектора возбуждения ($N = 512$) при переменной активности.

Задача построения сети с формируемой динамикой сводится к следующему:

а) построению кольца(гиперкольца);

б) построению матрицы межнейронных связей, такой чтобы при начальных условиях, удовлетворяющих исходному кольцу, работа сети напоминала участок "змеи" при $0 < t < T$, где T — период змеи.

Было использовано правило формирования межнейронных связей, предложенное в [1]. Использованный алгоритм состоит в следующем. В исходном (начальном) состоянии межнейронной матрицы все нейроны связаны тормозными связями, т.е. $\mathbf{G}^{-}_{ij} = 1$ для всех i и j, в то время как $\mathbf{G}^{+}_{ij} = 0$. Далее на сеть подается та активность, которую желательно выучить. Механизмы активации нейронов (уравнения (1) — (6)) при этом не действуют. На каждом такте представления информации в сети идет формирование матричных элементов межнейронных связей. Те элементы $\mathbf{G}^{+}_{ij}$, которые соответствуют синапсам на нейронах, включившихся в данный такт времени от нейронов, продолжающих оставаться возбужденными в данный такт времени, переводятся в состояние 1. Одновременно одноименные элементы матрицы $\mathbf{G}^{-}_{ij}$ переводятся в состояние 0. После "прокручивания" таким образом кольца оно считается "записанным" в матрице межнейронных связей. Разумеется, указанная в данном разделе процедура записи возможна и в том случае, когда исходная матрица уже содержит какую-либо записанную информацию. Нетрудно видеть, что данная процедура записи фактически является модификацией правила (9), которое не позволяет воспроизводить последовательность состояний активности.

Считывание записанной информации проводилось одним из двух несколько различающихся способов. В первом случае на сеть в качестве внешнего сигнала подавалась последовательность сигналов, соответствующих записанным. Во втором случае в соответствии с уравнением (2) у нейронов "занулялось" значение фазы в соответствии с моментами включения нейронов в записанной последовательности.

На рис.3 представлена активность сети, в которой были записаны 5 разных полных колец. Эти кольца были получены путем выбора нескольких разных случайных порядков перечисления нейронов. Для небольшого числа полных колец такой выбор обеспечивает большое расстояние между разными полными кольцами. После "запуска" в нейронной сети активности с помощью одного из полных колец активность в сети повторяет записанную последовательность, впрочем, с некоторыми отклонениями. Меняя порог нейронов можно увеличивать и уменьшать скорость распространения активности по кольцу. Если активность сети воспроизводит одно из записанных полных колец, то подав на нее активность, соответствующую другому кольцу, можно добиться переключения сети на воспроизведение его активности. Иногда в сетях наблюдается и самопроизвольный переход активности с одного кольца на другое.

Одним из принципиальных вопросов является определение сходства активности сети с записанным паттерном. Эта задача легко решается в случае полных колец. Если после достаточно продолжительной работы сети упорядочить отображение нейронов на экране в соответствии со значениями их фазы в некоторый момент времени, то в том случае, когда сеть воспроизводит одно из записанных полных колец, нумерация нейронов соответствует воспроизводимому кольцу. Характерно, что при такой нумерации матрица межнейронных связей выглядит как линейчатая матрица с полосой ненулевых элементов вблизи главной диагонали и низкой плотностью других ненулевых элементов.

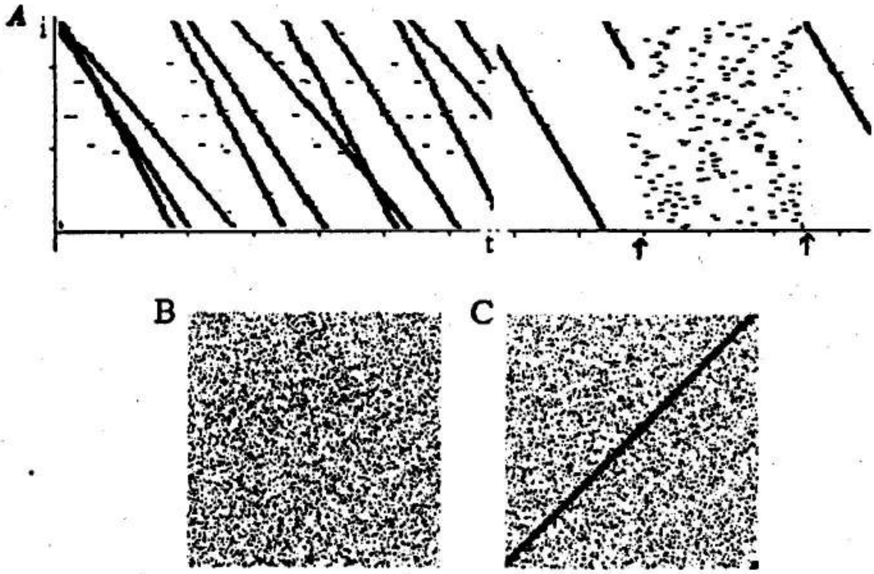

Рис. 3. Работа сети в которой записано 5 независимо случайно выбранных полных колец.
A) левая половина — наложение нескольких циклов прохождения активности по кольцу при разных значениях порога (0, 3, 6); правая половина — в первый момент разрывности записи(помеченный стрелкой на оси абсцисс) на сеть, активность которой распространяется по кольцу № 1 в течение 10 тактов времени подаются сигналы, соответствующие кольцу № 5, во второй момент разрывности активность нейронов упорядочена по фазе, демонстрируя, что активность распространяется опять по полному кольцу. Можно убедиться (на рис. не показано), что это кольцо № 5.
B) матрица межнейронных связей, нумерация нейронов рандомизирована.
C) та же матрица межнейронных связей, нейроны упорядочены по значениям фазы в то время, когда активность в сети соответствует распространению по кольцу № 5.

В случае гиперколец большой длины упорядочение по фазам также позволяет диагностировать совпадение (или, скорее, сходство) активности сети с записанным паттерном. Вблизи той фазы активности сети, где проводилось упорядочение нейронов по фазам, активность нейронов линейно разворачивается во времени (рис.4). Если при данной нумерации такое же линейное развертывание активности наблюдается при представлении записанного гиперкольца, то имеет место значительное сходство записанной и воспроизведенной информации. По данному критерию нам удавалось записать при удовлетворительном качестве воспроизведения в сети из 256 нейронов гиперкольца длиной до 1800 тактов времени.

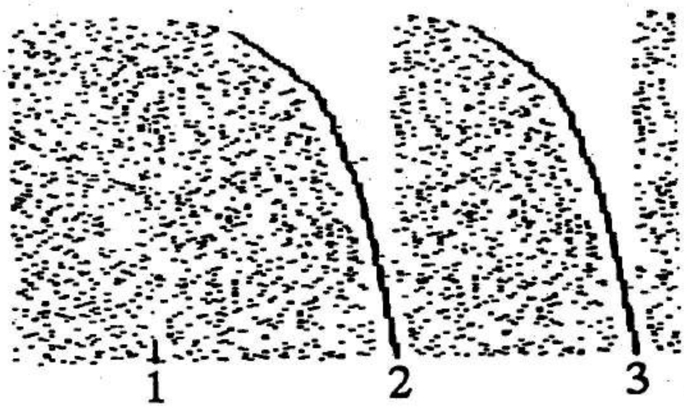

Рис. 4. Работа нейросети, в которой записано гиперкольцо. Отметки под рисунком: *1* — нейроны упорядочены по фазе; *2*, *3* — моменты завершения полного цикла активности.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в настоящей работе имитационное моделирование некоторых классов "случайных" и подобных "случайным" нейронных сетей позволило обнаружить ряд важных для практики качественно своеобразных режимов работы таких сетей. Сам факт качественно своеобразных режимов и оценка параметров, в которых они возможны нуждается в осмыслении с точки зрения теории нелинейных динамических сетей. Представленный материал с этой точки зрения представляет собой конкретный набор "информации к размышлению". Основным аргументом в пользу дальнейшего теоретического анализа данного экспериментального материала является бесспорная важность описанных режимов для практических приложений нейронных сетей.

Работа поддержана программой Госкомвуза "Университеты России" (проект НДС–25) и грантом РФФИ (N 94–04–11126).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hopfield J.J. // Proc.Nal.Acad.Sci. 1982. V.79. P.2554.
2. Hopfield J.J. // Proc.Nat.Acad.Sci. 1984. V.81. P.3088.
3. Foster W.R., Hopfield J.J., Ungar L.H. Schwaber J.A. // Neural Network for Computing Conference, Snowbird, Utah, April 13–16, 1993. P.25.

4. Дунин–Барковский В.Л. и др. // Биофизика. 1984. Т.29. Вып.5. С.899.
5. Дунина–Барковская Е.В. Имитационная модель обучения. / Дипломная работа. — М.: МГУ, Ф–т психологии, 1985.
6. Dunina–Barkowska E.W., Dunin–Barkowski W.L. // J. Analog/digital controversies in neural computations. — Neural Network World. 1993. V.3. N 4. P.361.
7. Amit D.J., Gutfreund H., Sampolinsky H. // Phys.Rov.A. 1985. V.B2. P.1007.
8. Hebb D. The organization of behavior. — Wiley: N.Y., 1949.
9. Павлов И.П. Двадцатилетний опыт объективного изучения высшей нервной деятельности животных. / Полн.собр.соч. — М.: Изд–во АН СССР, 1961.
10. Kornhber A.B., Die Learnmatrix. // Kybenetik. 1959. V.1. P.101.
11. Гутенмахер Л.И. Электронные информационно–логические машины. — М.: Изд–во АН СССР, 1962.
12. Marr D. // Phil.Trans.Roy.Soc. 1971. V.B-262. P.23.
13. Sompolinski H., Kantor. // Phys.Rev.Lett. 1986. V.57. P.2861.
14. Kleinfield D. // Proc.Natl.Acad.Sci.USA. 1986. V.83. P.9469.
15. Aoyagi T. Temporal Association Realised by a Network of Bursting Neurons. // IJCNN'93. P.2359.
16. Reiss M., Taylor J.G. // Neural Network. 1991. V.4. P.773.
17. Privitera C.M., Morasso P. // A new approach to storing temporal sequences IJCNN'93. P.2745.
18. Gas B., Natowicz R. Eretending discrete Hopfild networks for unsprevised learning of temporal sequences. // Proc. IJCNN'93 Nagoya. P.2714.
19. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. // Радиотехника и электроника. 1991. Т.36. С.101.
20. Hiroke A., Omori T. The phase transition by randomly asimetrie bonds. // Proc. IJCNN'93 Nagoya. 1993. V.3. P.2311.

НИИ нейрокибернетики
им.А.Б.Когана Ростовского
госуниверситета,
Ростов–на–Дону

Поступила в редакцию
30 июля 1994 г.

NEURON NETWORK WITH THE SHAPING DYNAMICS OF ACTIVITY

V.L.Dunin–Barkovsky, N.B.Osovets

A problem is considered for creation of a neuron network with the given pattern of the state succession. We suggest and investigate the construction of the neuron network and the algorithm of its connection matrix formation which lead to the approximate but robust solution of the problem. The limiting characteristics are investigated for the efficiency of the construction suggested. A comparison is made between different methods of visualization of dynamic processes in the neuron network. The applicability opportunities are discussed for the results obtained in interpretation of neuro- physiological data in devices of neuroinformation.