

## О ЛАТЕРАЛЬНОЙ КОНКУРЕНЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ

Н. С. Беллюстин

В работе рассматриваются однородные по связям искусственные нейронные сети, использующие принципы обработки изображений в сетчатке глаза и мозге млекопитающих. Отмечается, что возможны два различных механизма торможения активности элемента со стороны соседних — за счет отрицательных связей и за счет убывающей отдачи элемента с ростом уровня активности соседей. В первом случае нейронная сеть характеризуется устойчивой динамикой, обеспечиваемой функционалом Ляпунова, во втором случае такой устойчивости нет, и при достаточно большом шаге интегрирования модельных уравнений по времени наступает двумерный динамический хаос. Проводится подробное исследование нейронных сетей с использованием приближения нейроподобной среды для аналитических оценок в обоих случаях, в результате которого получается разбиение пространства параметров на области с качественно различными динамическими режимами. Отмечается, что сочетание двумерного хаоса с симметриями, задаваемыми начальными и граничными условиями, может приводить к генерации картин, имеющих художественную ценность.

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время стало очевидно, что большинство задач первичной обработки сложных сигналов, таких как визуальные изображения, могут выполняться за приемлемое время только на параллельных системах. Это широко используется в живых организмах, где для предварительной обработки изображений в глазу и мозге животных используются практически однородные нейронные сети из большого числа однотипных элементов. Искусственный нейрон в мелкозернистых (fine-grain) системах осуществляет взвешенное суммирование поступающих сигналов с пороговым преобразованием полученной суммы, краткий обзор состояния этого направления теории искусственных нейронных сетей можно найти, например, в [1]. Для описания сетей из большого числа одинаковых элементов эффективным является приближение непрерывной активной среды, такой подход впервые был предложен В. Г. Яхно [2].

Конкурентные отношения между элементами однородной сети, приводящие к взаимному подавлению активности, необходимы как в нейронных сетях живых организмов [3], так и для искусственных нейронных сетей [4-6]. При этом в однородных сетях, где функция взаимного влияния элементов зависит от расстояния между элементами, латеральное торможение может осуществляться как за счет отрицательных связей между нейронами на определенных дистанциях, так и за счет убывающей реакции элемента при больших значениях входного сигнала. Вторым вариантом торможения достаточно известен для сложных систем, так в экономике он известен как закон убывающей отдачи [7], однако в теории искусственных нейронных сетей ему до последнего времени уделялось меньше внимания. Поскольку в мелкозернистых параллельных вычислительных системах для предварительной обработки сложных сигналов важно использование наиболее простых моделей искусственного нейрона и принципов межнейронных связей, особый интерес представляют бинарные среды, элементы которых могут быть только в двух состояниях (0 и 1). Такой подход тесно связан с геометрическим описанием формы объектов в многомерной среде.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕЙРОННОГО ЭЛЕМЕНТА

В непрерывном времени динамика уровня возбуждения искусственного нейрона  $u(t)$  задается интегральным уравнением

$$u(t) = \int_0^t F_0[u(t')] \varphi(t-t') dt' + u(0), \quad (1.1)$$

где  $F_0[u]$  — нелинейная функция реакции искусственного нейрона,  $\varphi(t)$  характеризует его динамическую память и может обеспечить достаточно сложное поведение отдельного элемента. Если ограничиться наиболее простым вариантом экспоненциального "забывания"  $\varphi(t) = \exp(-t)$ , то (1.1) сводится к дифференциальному уравнению первого порядка

$$du/dt = -u + F_0[u]. \quad (1.2)$$

Поведение  $u(t)$  в этом случае соответствует вязкой динамике — переменная монотонно стремится к ближайшей из точек устойчивого равновесия  $u_0$ , в которой  $u_0 = F[u_0]$  и  $F'_0[u_0] < 1$ .

Принципиально, что реализация искусственного нейрона осуществляется в дискретном времени, т. е. рекурсивной процедурой типа

$$u(t+h) = u(t)(1-h) + hF_0[u(t)], \quad (1.3)$$

где параметр  $h$  играет роль шага интегрирования (1.2). В дискретной схеме (1.3) с ростом  $h$  устойчивая в непрерывном времени точка с  $F'[u_0] < 1$  будет неустойчивой, если

$$h > 2 / \left( 1 - \frac{dF_0[u]}{du} \Big|_{u=u_0} \right); \quad (1.4)$$

наглядно это видно из диаграммы Ламерея, показанной на рис. 1. Несоответствие непрерывной и дискретной моделей связано с невычислимостью функции  $u(t)$  на континуальном интервале, обусловленной неравномерностью счетного и континуального бесконечных множеств; суть проблемы не меняется при использовании вместо (1.3) более изощренных схем интегрирования (1.2). Исторически сложилось заблуждение, будто дифференциальные уравнения с непрерывным временем необходимо считать точными, а дискретные модели рассматривать как приближенные. Логических оснований для такого вывода нет; иногда разумнее, наоборот, считать континуальные модели приближениями реальных вычислительных процессов. Приближение непрерывного времени хотя и полезно во многих приложениях, оно внутренне противоречиво из-за операций с актуальной бесконечностью; это регулярно приводит к псевдопарадоксам, решение которых требует неоправдано больших усилий.

В случае бинарной функции  $F_0[u]$ , принимающей значения 0 и 1, можно ввести бинарную переменную  $out(t) = F_0[u]$ , эволюция которой описывается интегральным уравнением

$$out(t) = F_0 \left[ \int_0^t out(t') \exp(t' - t) dt' \right]. \quad (1.5)$$

В стандартной нейросетевой интерпретации именно переменная " $out(t)$ " является выходной переменной нейрона, тогда как  $u(t)$  рассматривается как вспомогательная внутренняя переменная. Выражение (1.5) отражает, что каждый нейронный элемент суммирует уровни своей активации в предыдущие моменты времени с весами, определяемыми экспоненциальной функцией забывания, а после пороговой обработки с помощью функции  $F_0[u]$  выдает бинарный выходной сигнал  $out(t)$ .

Простейший вариант  $F_0[u]$  обеспечивает пороговое срабатывание элемента по порогу  $T_0$ , см. рис. 2.

$$F_0[u] = 1[u - T_0] \quad (1.6)$$

(здесь  $1[x]$  — единичная функция Хевисайда) можно рассматривать как предельный случай плавной сигмоидальной функции. Для описания же убывающей отдачи в бинарном варианте необходима двухпороговая функция:

$$F_0[u] = 1[u - T_0] - 1[u - T_1]. \quad (1.7)$$

При этом возможны два различных варианта поведения элемента, см. рис. 3, где показаны соответствующие зависимости  $du/dt$  от  $u$ . Если  $T_1 > 1$ , то система имеет две устойчивые точки, в окрестности каждой из которых  $F_0[u]$  непрерывна. При  $T_1 < 1$  в точке  $u = T_1$ , претендующей на устойчивость, функция  $F_0[u]$  имеет скачок, на котором условие неустойчивости (1.4) выполнено при любом значении параметра  $h$ . В этом случае рекурсивная система (1.3) осуществляет хаотические или периодические колебания, амплитуда которых для переменной  $u(t)$  пропорциональна параметру  $h$ , а для переменной  $out(t)$  равна 1. Поскольку свойства динамического поведения переменной  $out(t)$  при малых  $h$  не зависят от величины этого параметра, предел  $h \rightarrow 0$  имеет определенный смысл, не связанный, однако, с классическим представлением о непрерывном времени. Если отношение  $(F_0'(T_1 + 0) - 1)/(F_0'(T_1 - 0) - 1)$  является рациональным числом, решение периодическое, когда иррациональное — решение хаотическое (псевдослучайное). При этом колмогоровская сложность процесса [8], определяемая длиной алгоритма, невелика, но найти алгоритм по генерируемой им последовательности практически невозможно.

## 2. ОБЩИЕ СВОЙСТВА РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НЕЙРОПОДОБНОЙ СРЕДЫ

Обобщая (1.1) на непрерывную нейроподобную среду, будем в качестве ее базовой математической модели рассматривать интегральное уравнение

$$u(r, t) = \iint_0^t F_0[u(r', t')] \Phi(r - r') \exp(t' - t) dr' dt' + u(r, 0), \quad (2.1)$$

где  $r$  — вектор в метрическом нейронном пространстве,  $\Phi(r - r')$  — функция пространственной связи нейроподобных элементов. Выходная переменная  $out = F_0[u]$  представляет собой бинарную функцию непрерывных аргументов и описывается уравнением

$$out(r, t) = F_0 \left[ \iint_0^t out(r', t') \Phi(r - r') \exp(t' - t) dr' dt' \right]. \quad (2.2)$$

Оно описывает, что каждый элементарный “нейрон” в объеме (от  $r$  до  $r + dr$ ) нейронного пространства суммирует входные сигналы от других нейронов в настоящем и прошлом с пространственной  $\Phi(r - r')$  и временной  $\exp(t' - t)$  весовыми функциями, а затем осуществляет пороговое нелинейное преобразование  $F_0$ . Если функция пространственной связи симметрична

$$\Phi(r - r') = \Phi(r' - r), \quad (2.3)$$

то в непрерывном времени можно построить функцию Ляпунова, обеспечивающую устойчивость системы. Действительно, для (2.1)

$$\frac{du(r, t)}{dt} = -u(r, t) + \int F_0[u(r', t')] \Phi(r - r') dr' \quad (2.1a)$$

можно построить ляпуновский функционал

$$L = p \int G(u(r, t)) dr = \frac{1}{2} \iint F[u(r, t)] F[u(r', t)] \Phi(r - r') dr dr', \quad (2.4)$$

$$G[u] = \int_0^1 F'[u'] u' du' \geq 0, \quad F'[u] = \frac{dF_0[u]}{du},$$

дифференцируя который по времени, получим неположительную величину

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= - \int F'_0[u(r, t)] \frac{du(r, t)}{dt} \left\{ -pu(r, t) + \int F_0[u(r', t)] \Phi(r - r') dr' \right\} dr = \\ &= - \int \left\{ -\frac{du(r, t)}{dt} \right\}^2 F'_0[u(r, t)] dr, \end{aligned} \quad (2.5)$$

если  $F_0[u] \geq 0$  для всех значений  $u$ . Поскольку  $F_0$  лежит в конечном интервале  $[0, 1]$ , можно сделать также и нижнюю оценку для  $L$  в нейронной среде конечных размеров

$$L > -1/2 \max \{ \Phi(r - r') \} l^{2n}. \quad (2.6)$$

Здесь  $l$  — пространственный размер рассматриваемой области нейронной среды,  $n$  — размерность нейронного пространства.

Существование функции Ляпунова ограничивает непредсказуемость динамического поведения рассматриваемой системы: согласно теории при  $t \rightarrow \infty$  она скатывается к одному из имеющихся стационарных положений и перестает эволюционировать. Это обстоятельство в свое время определило рост интереса к искусственным нейронным сетям типа Хопфилда. Необходимо сделать, однако, несколько замечаний. Во-первых, в сложной многомерной ситуации монотонное убывание функционала Ляпунова не гарантирует монотонного развития событий по всем переменным — достигать предельного равновесного состояния система может очень долго, проходя через сложные динамические режимы. Во-вторых, как видно из приведенного доказательства, для обеспечения ляпуновской устойчивости требуются симметрия функции пространственной связи  $\Phi(r - r')$  (2.3) и монотонность нелинейной функции  $F_0[u]$  (2.7), при нарушении каждого из этих условий приведенное доказательство не гарантирует устойчивости

даже в непрерывном времени. Наконец, устойчивость системы с непрерывным временем не обеспечивает устойчивости для дискретной рекурсивной процедуры.

Тем не менее можно ожидать, что поскольку латеральное торможение за счет отрицательных связей характеризуется ляпуновской устойчивостью в непрерывном времени, этот тип торможения должен характеризоваться большей устойчивостью, чем торможение элементов путем убывающей отдачи. Действительно, вычислительные эксперименты подтверждают такой вывод.

### 3. ЛАТЕРАЛЬНАЯ КОНКУРЕНЦИЯ ЗА СЧЕТ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ

Для описания латерального торможения за счет отрицательных связей будем рассматривать двухпараметрическую функцию пространственной связи

$$\Phi(r - r') = (1 - b(r - r')^2) \exp(-a(r - r')^2). \quad (3.1)$$

При  $b = 0$  положительные связи между элементами монотонно спадают с расстоянием, при  $b > 0$  на достаточно больших дистанциях (3.1) дает отрицательные связи, обеспечивающие латеральное торможение см. рис. 4. Параметр  $b$  определяет при этом силу латерального торможения. Модель бинарной переменной на непрерывном пространстве с функцией связи (3.1) позволяет сделать компактные аналитические оценки. Прежде всего, учитывая, что интеграл от функции связи (3.1) по всему пространству равен  $\pi(a-b)/a^2$ , можно получить условие существования возбужденных областей, существенно превышающих по размерам ширину функции связи

$$1 - \frac{b}{a} > \frac{aT_0}{\pi}, \quad (3.2)$$

при нарушении (3.2) такие области должны исчезать, выделяя контура и узловые элементы фигур.

Из того, что интеграл по полупространству равен  $\pi(a-b)/2a^2$ , получим условие продвижения вперед плоского фронта возбуждения в виде

$$1 - \frac{b}{a} > \frac{2aT_0}{\pi}. \quad (3.3)$$

Оно обеспечивает разрастание области возбуждения нейронной среды и генерации в динамическом процессе новых изображений, определенным образом связанных с исходным. Обратное к (3.3) неравенство соответствует сужению областей возбуждения в активной среде.

Существенны также условия устойчивости фронтов по отношению к малым возмущениям формы, амплитуда которых нарастает, если производная по времени  $du/dt$  в выпуклых точках фронта больше, чем в вогнутых. При синусоидальном возмущении плоского фронта эта разность скоростей пропорциональна амплитуде гармоники пространственного спектра от одномерного среза функции пространственной связи  $\Phi(r-r')$  вдоль линии фронта

$$A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} a(1-by^2) \exp(-ay^2) \cos(ky) dy,$$

здесь  $y$  — координата вдоль линии фронта. После несложных аналитических преобразований условие неустойчивости плоской границы  $A(k) > 0$  может быть записано в виде

$$\frac{b}{a} > \frac{2(1 - \exp(-z))}{1 - (1 - 2z)\exp(-z)}, \quad \text{где } z = \frac{k}{4a}. \quad (3.4)$$

Выражение в правой части неравенства (3.4) представляет собой монотонно возрастающую функцию  $z$ , равную  $\frac{2}{3}$  при  $z = 0$  и стремящуюся к 2 при  $z \rightarrow \infty$ . Поэтому по отношению к пологим возмущениям ( $k \rightarrow 0$ ) латеральная конкуренция приводит к неустойчивости, когда  $\frac{b}{a} > \frac{2}{3}$ , а по отношению к мелкомасштабным пространственным возмущениям ( $k \rightarrow \infty$ ) она разваливает плоскую границу при  $\frac{b}{a} > 2$ . Отсюда, в частности, следует вывод, что при  $b > 2a$  должны распадаться любые линии. Отметим, что проведенный анализ начальной стадии неустойчивости линии фронта переброса мало говорит о характере структур, которые возникнут в результате такой неустойчивости на "нелинейной стадии", здесь ответ могут дать только численные расчеты на ЭВМ.

Полезно оценить также характерную ширину линий и зазоров между протяженными областями возбуждения, используя то, что интеграл от функции связи (2.8) вдоль узкой длинной полосы ширины  $L$  ( $L \ll 1/\sqrt{a}$ ,  $L \ll 1/\sqrt{b}$ ) равен  $L \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} \left(1 - \frac{b}{2a}\right)$ . Имеем

$$L = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} \frac{1 - \frac{b}{a} - \frac{aT}{\pi}}{b}.$$

В области сильной латеральной конкуренции  $\frac{b}{a} \gg 1$  можно получить и аналитическое выражение для радиуса малой стационарной области и для

критического значения порога  $T_{cr}$ , при котором такие области исчезают. Из требования стационарности получаем

$$out(r) = 1 \left[ \iint out(r') \Phi(r - r') dr' - T \right]$$

(двукратность интеграла отражает двумерность пространственного вектора  $r$ ). На границе рассматриваемой круглой области должно быть выполнено условие

$$I = \iint_S \Phi(r) dr = T,$$

где площадь  $S$  ограничена требованием  $x^2 + (y - R)^2 \leq R^2$ . Если  $aR^2 \ll 1$ , можно использовать приближенное выражение  $\Phi(r) = 1 - br^2$  и оценить  $I = \pi R^2 - 3\pi bR^4/2$ . При достаточно низком пороге  $T_0$  получим два значения радиуса

$$R = \left[ \frac{1}{3b} \pm \left( \frac{1}{9b^2} - \frac{2T_0}{3\pi b} \right)^{1/2} \right].$$

Меньшее из этих значений соответствует неустойчивому равновесию — области с размером меньше этого полностью исчезают; большее же значение  $R$  устойчиво. С ростом  $T_0$  они сливаются и исчезают при  $\frac{bT_0}{\pi} > \frac{1}{6}$ . Таким образом, модель бинарной переменной на непрерывном пространстве с функцией связи (3.1) позволяет получить компактные аналитические оценки и разбить плоскость независимых параметров нейронной сети  $\frac{b}{a}$  и  $\frac{aT_0}{\pi}$  на области с качественно различными динамическими режимами, см. [9,10]. Такое разбиение дает важные ориентиры для вычислительных экспериментов на ЭВМ. В то же время оно не отражает информации о размерах и форме исходного изображения, от которого конкретная реализация динамической последовательности паттернов может зависеть весьма существенно. Кроме того, существенную роль может сыграть пространственная дискретность сети, особенно вблизи критических значений параметров. Она приводит, в частности, к "rip-эффекту" — прилипанию динамических структур, обуславливающему "жесткое" управление нейросетью и явлениям гистерезиса.

Численные эксперименты проводились на компьютерах типа IBM PC/486, рассматривались сети из  $100 \times 100$  нейронных элементов, граничные условия брались периодическими по ортогональным декартовым координатам. Управление искусственной нейронной сетью осуществлялось тремя параметрами:  $a$ , — определяющим характерный размер функции пространственной связи;  $b$ , — определяющим силу латерального торможения; порогом  $T_0$ .



Эксперименты показали широкие возможности сети такого типа для морфогенетического создания новой формы, которая подчеркивает различные особенности исходного изображения. В ходе этой работы стало ясно, что нейронные сети такого типа могут использоваться живыми системами для определения точек внимания и пути саккадного движения глаз для изображений нового типа, когда такой путь не определен заранее. Заслуживающие внимания точки выделяются в условиях неустойчивости фронтов переброса для нужных масштабов при выполнении условия (3.4). Заметим, что речь идет о геометрической неустойчивости линии фронта, обсуждаемая же в предыдущем разделе ляпуновская устойчивость системы имеет место — в ходе динамического процесса система стремится к устойчивому стационарному положению. В вычислительных экспериментах устойчивость рассматриваемой нейронной сети проявляется в том, что малые изменения параметров и начальных условий вызывают малые изменения в последовательности динамических паттернов.

На рис. 5 и 6 показаны два примера динамических последовательностей паттернов при довольно сильном латеральном торможении ( $b \lesssim a$ ). На рис. 5 показано, как при невысоком значении порога  $T_0$  происходит прорастание линий толщины  $l \approx a^{1/2}$ , которые не сливаются друг с другом при столкновениях, а поворачивают и останавливаются, формируя в пределе стационарную линейчатую структуру, связанную с начальной картиной. В качестве исходного образа была взята невыпуклая фигура, напоминающая букву алфавита "Н". Пример на рис. 6 соответствует более высокому значению порога, когда неустойчивый к искажениям формы фронт переброса бежит назад, область возбуждения сужается и получается компактный стилизованный рисунок, который может рассматриваться как своеобразный код первоначального изображения. Сжатие области возбуждения нейронной сети может достигаться как повышением порога, так и усилением латерального торможения, поэтому регулируя отношение между этими параметрами можно добиться требуемой степени неустойчивости фронта с созданием различных кодовых изображений. Дополнительные возможности при этом может дать управляемая функция связи, когда параметры нейронной сети постепенно меняются в ходе динамического процесса. Например, постепенное усиление латерального торможения на каждом итерационном шаге оказывается полезным для оконтуривания сложной фигуры с последующим анализом контура и выделения точек высокой кривизны, пример обработки показан на рис. 7.

#### 4. СРЕДА С УБЫВАЮЩЕЙ ОТДАЧЕЙ НЕЙРОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В случае торможения за счет убывающей отдачи элементов динамика изолированного нейронного элемента периодическая или хаотическая, а

межнейронные связи могут синхронизовать нейронные элементы в различных областях пространства искусственной нейронной сети, создавая довольно сложную пространственно-временную динамику уровня возбуждения. Поэтому прежде чем исследовать двумерный случай, наиболее интересный с точки зрения обработки визуальных изображений, имеет смысл начать с рассмотрения одномерного нейронного пространства, как более простого варианта.

Функцию пространственной связи (3.1) будем полагать теперь монотонно убывающей и нормированной на единицу

$$\Phi(r - r') = (a/\pi)^{n/2} \exp(-a(r - r')^2), \quad (4.1)$$

где  $n$  — размерность пространства, а функцию реакции нейрона  $F[u]$  — двухпороговой (1.7).

Основными параметрами системы в этом случае являются  $T_0$  и  $T_1$ . Когда верхний порог  $T_1 > 1$ , то поведение системы от его величины не зависит, поскольку интеграл в (2.1) не может достигнуть  $T_1$ . Кроме того, границы на плоскости параметров дают условия продвижения вперед переднего  $T_0 < 1/2$ , и заднего  $T_1 < 1/2$  плоских фронтов возбуждения. Это позволяет провести разбиение плоскости параметров  $(T_0, T_1)$  на шесть областей с различным поведением динамических структур, инвариантное как к размерности пространства, так и к размерам и форме исходного изображения, см. рис. 8.

“Разбегающиеся” динамические режимы возникают при малых значениях порогов, на рис. 9 показаны два примера последовательности итерационных шагов при  $T_0 \ll 1$  для непрерывной  $u(r, t)$  и бинарной  $out(r, t)$  переменных в одномерном пространстве, когда начальное возбуждение сосредоточено в локализованной области. Вариант а) соответствует высокому значению верхнего порога  $T \approx 1$ , вариант б) — низкому  $T_1 \ll 1$ . Видно, что для прогнозирования следующего шага процесса по предыдущему, непрерывная переменная  $u(r, t)$  более информативна, в то время как последовательность реализаций бинарной переменной смотрится псевдослучайной — по ней очень трудно разгадать генерирующий алгоритм.

В рассмотренных примерах видна также тенденция к синхронизации нейронных элементов по переменной  $u(r, t)$  путем установления волнообразного профиля с длиной волны, определяемой пространственным масштабом функции связи  $\Phi(r - r')$ . Эта тенденция вступает в противоречие с несогласованностью формы начального возбуждения с функцией пространственной связи и с несогласованностью получаемой волновой структуры с граничными условиями. В случае полного согласования возникнет строго периодическая пространственная структура. Когда такого согласования нет, квазипериодические волны будут генерировать псевдослучайную последовательность отрезков на бинарной переменной — алго-

ритм генерирует псевдослучайные отрезки. В двумерном же случае возникнет последовательность черно-белых фигур, определяемая переменной  $out(r, t)$ . На рис. 10 приведены такие динамические последовательности паттернов при тех же значениях параметров для не слишком сложной геометрической формы начального изображения. Видно, что двумерный случай качественно намного богаче числом возможных вариантов. В частности, когда фронты возбуждения продвигаются вперед в обоих направлениях и расходятся на достаточное расстояние, происходит образование "партизанских областей в тылу", имеющих плохо предсказуемую геометрическую форму. Для обработки изображений наибольший интерес представляет граница области IV с областью V, где происходит медленное движение границ возбужденной и невозбужденной областей нейронной сети. Результат обработки изображения может дополнительно стабилизироваться за счет пространственной дискретности. Пример оконтуривания изображения и обработки контура в этих условиях показан на рис. 11.

Численные эксперименты показали, что при уменьшении временного шага интегрирования  $h$  хаотическая динамика не исчезает полностью, а меняются лишь характерные пространственные масштабы хаотических областей. Стоит отметить, что когда хаотические элементы динамического рисунка сочетаются с условиями симметрии, определяемыми начальными и граничными условиями, происходит создание узоров, привлекающих внимание человека и обладающих определенной художественной ценностью. Впервые это было показано игрой Конвея "Жизнь" [11], алгоритм которой представляет собой один из простейших вариантов реализации принципа убывающей отдачи в среде с сильной пространственной дискретностью.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Проведенное исследование позволяет составить представление о характере динамических режимов возбуждения в нейронных средах при двух типах латеральной конкуренции между элементами искусственной нейронной сети: за счет отрицательных коэффициентов связи между элементами и за счет внутриэлементного спада возбуждения при чрезмерном влиянии возбужденных соседей.

Исследования подтверждают, что при соответствующей настройке параметров конкуренция за счет отрицательных связей является эффективным средством выделения узловых элементов изображения при предварительной обработке изображений. При этом динамический процесс характеризуется ляпуновской устойчивостью в непрерывном времени и вполне устойчив в вычислительных экспериментах. Эти эксперименты подтвердили также, что приближение нейронной сети такого типа к стационар-

ному образу может сопровождаться достаточно сложным поведением с геометрической неустойчивостью фронтов.

Второй тип латерального торможения, обусловленный спадающей реакцией элементов на приходящий сигнал, характеризуется меньшей устойчивостью динамического поведения искусственной нейронной сети. При обработке визуальных изображений он может иметь определенные преимущества, поскольку меньше искажает форму мелких деталей изображения, при этом устойчивость процесса динамической обработки изображений может быть обеспечена за счет пространственной дискретности нейронной сети.

В некоторых областях пространства параметров нейронная сеть такого типа будет представлять собой генератор псевдослучайных отрезков в одномерном случае и генератор псевдослучайных фигур в двумерном. Такое поведение динамических структур обусловлено не столько характером связей между элементами искусственной нейронной сети, сколько хаотической динамикой каждого отдельного элемента в дискретном времени. При оптимальном сочетании регулярных признаков генерируемых рисунков (симметрии, наличие центра и т.п.) с хаотическими квазислучайными свойствами происходит генерация причудливых пространственных узоров, привлекающих внимание человека. Автор признателен В. Г. Яхню, стимулировавшему развитие изложенных в настоящей работе идей, а также Дж. Соросу за финансовую поддержку исследований в рамках гранта R8Z000 Международного научного фонда.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

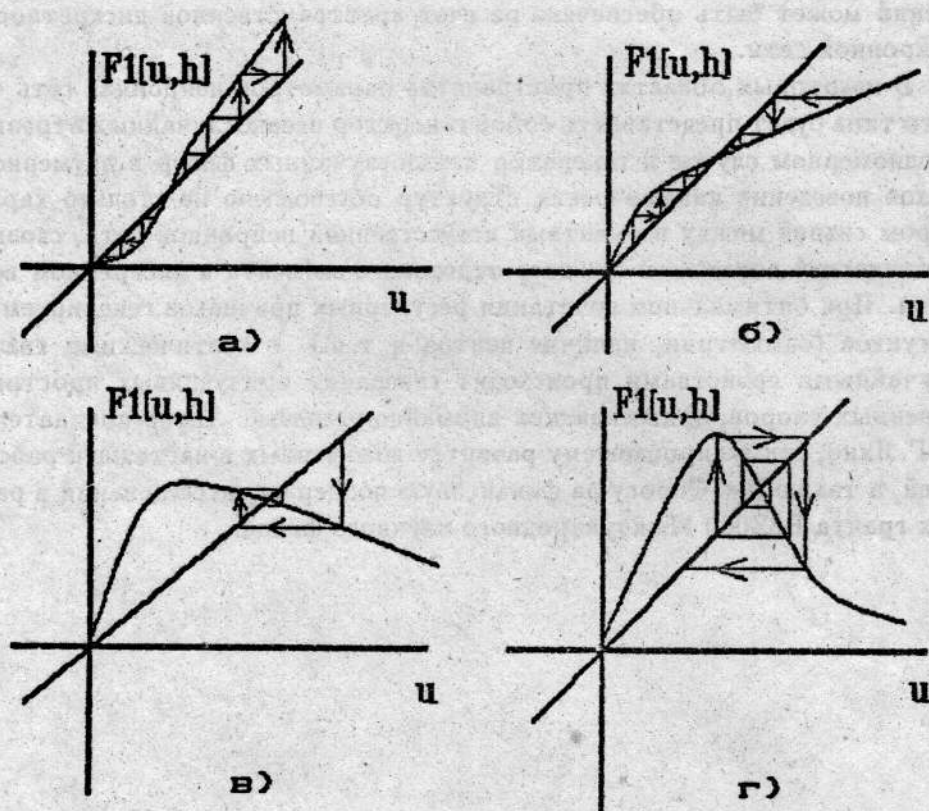


Рис. 1.

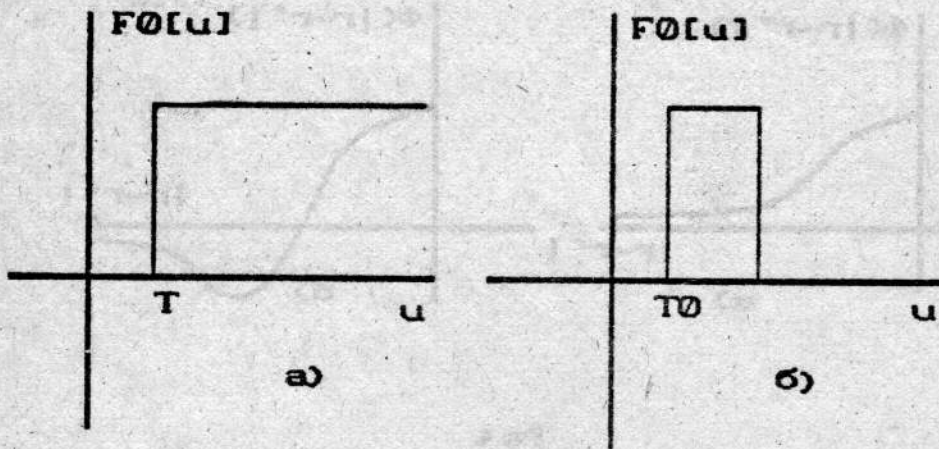


Рис. 2.

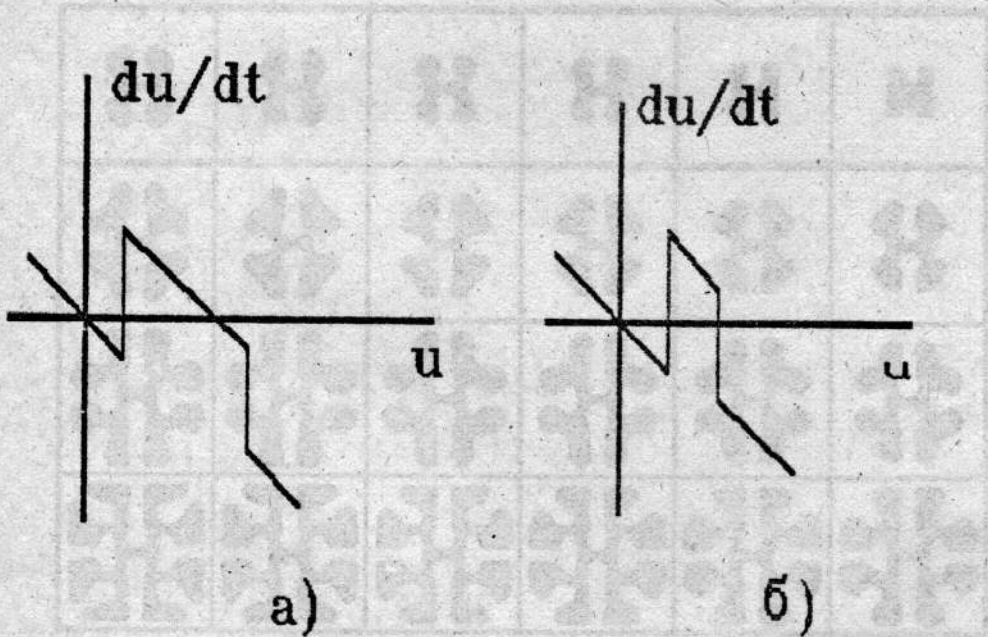


Рис. 3.

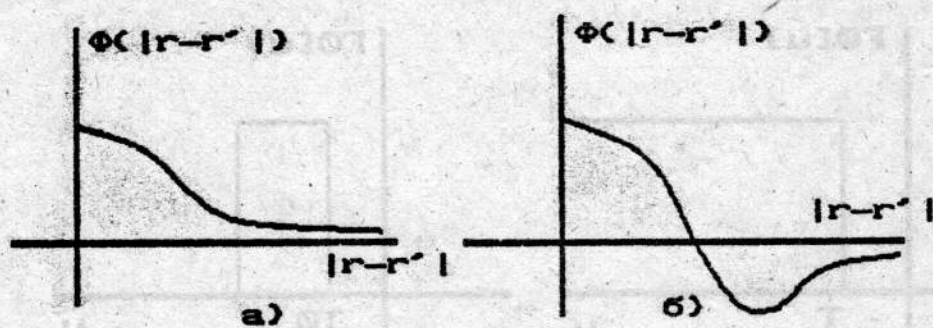


Рис. 4.

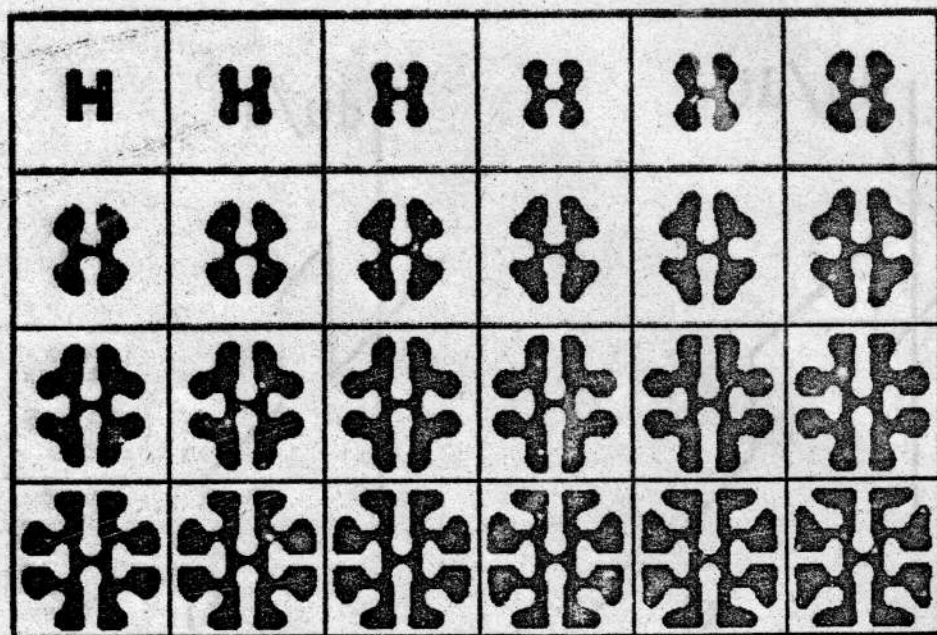


Рис. 5.

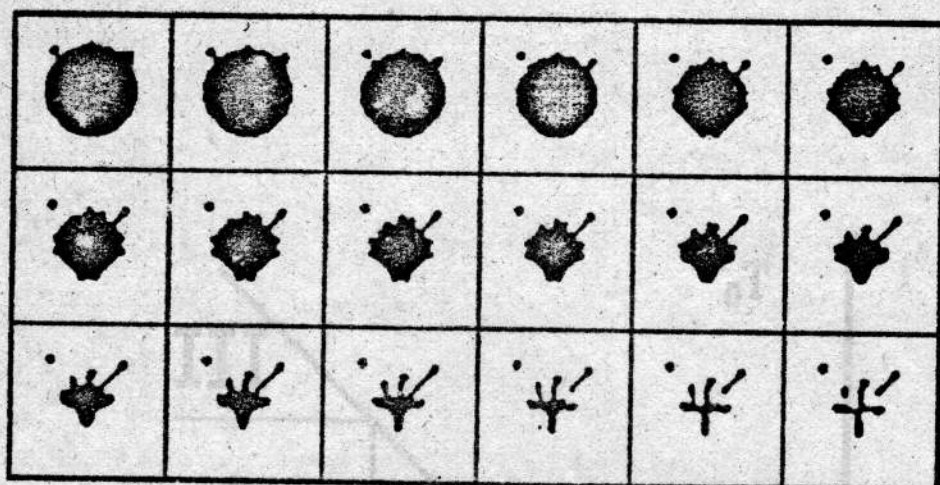


Рис. 6.

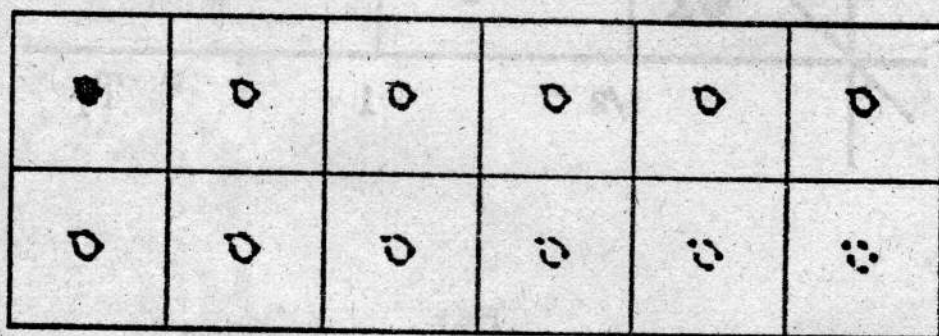


Рис. 7.



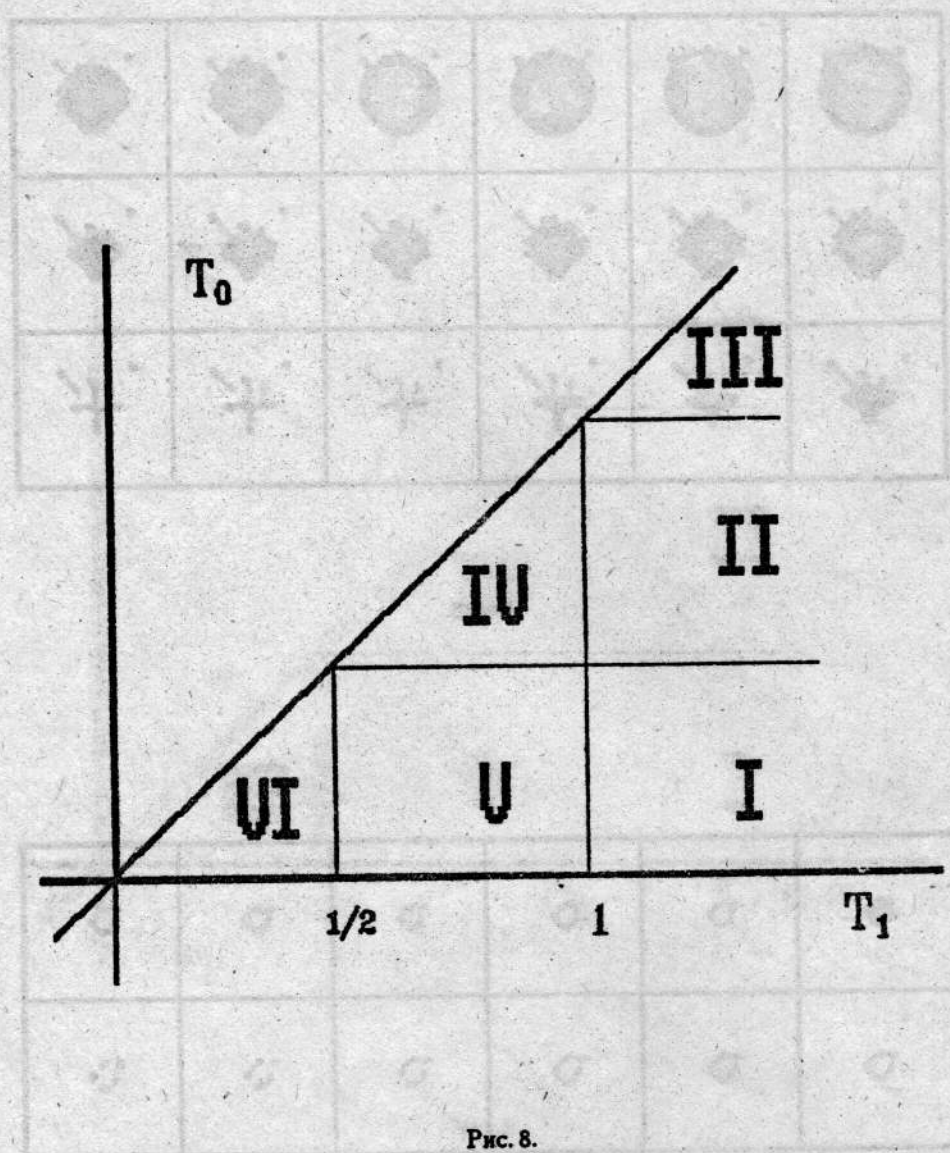


Рис. 8.

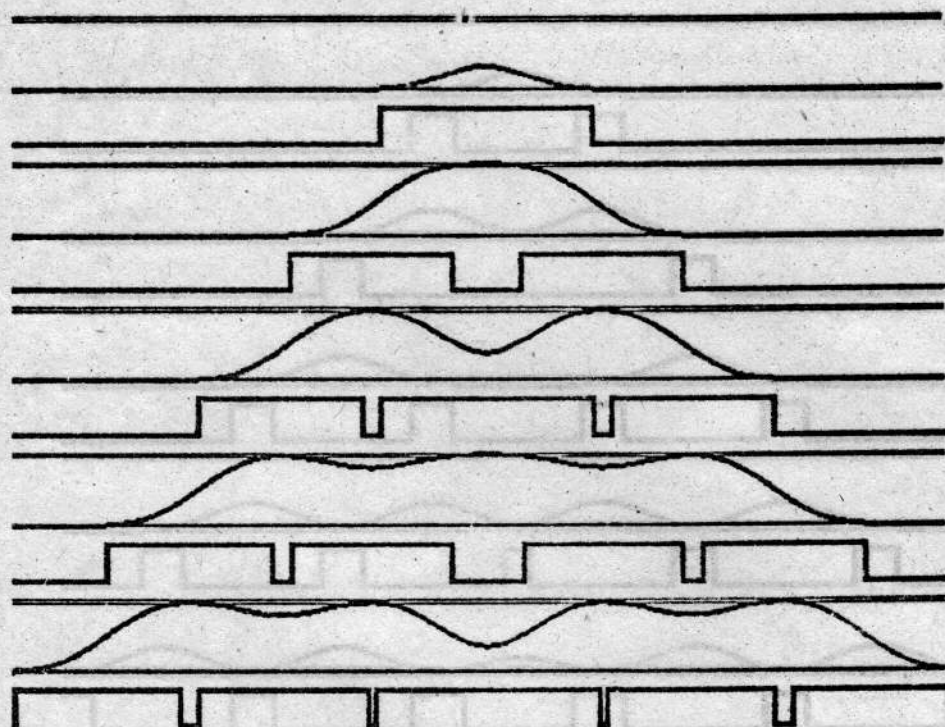


Рис. 9а.

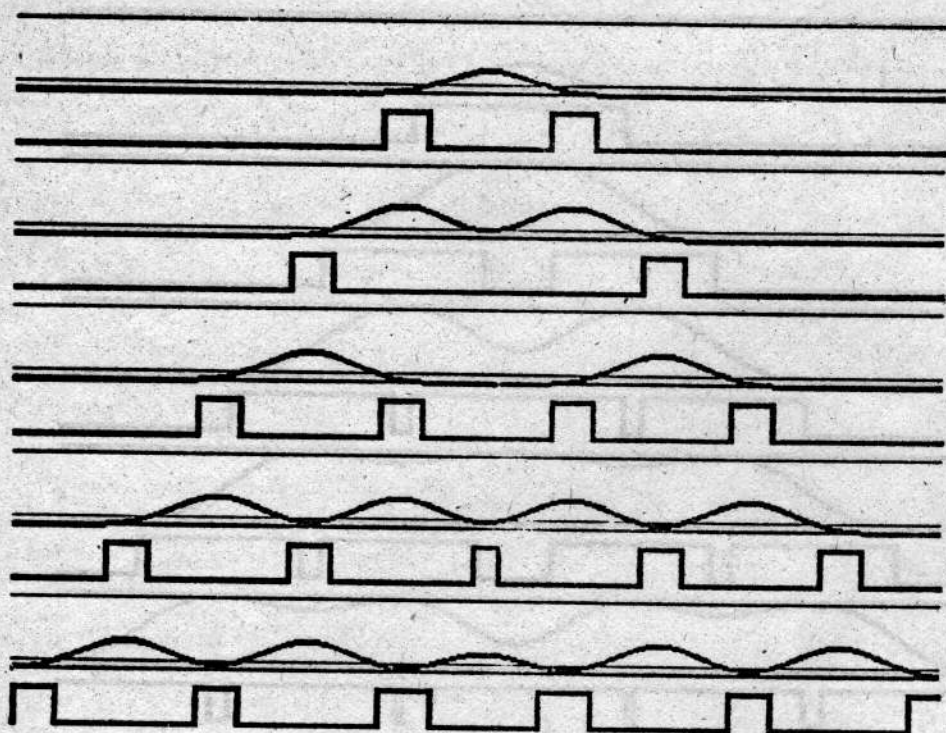


Рис. 96.

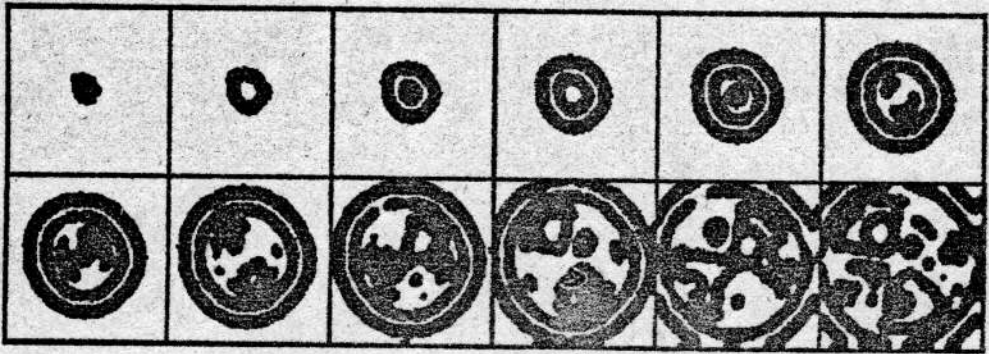


Рис. 10а.

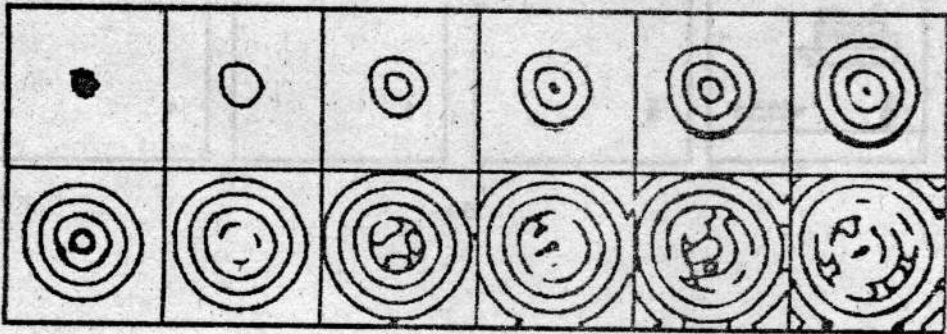


Рис. 10б.

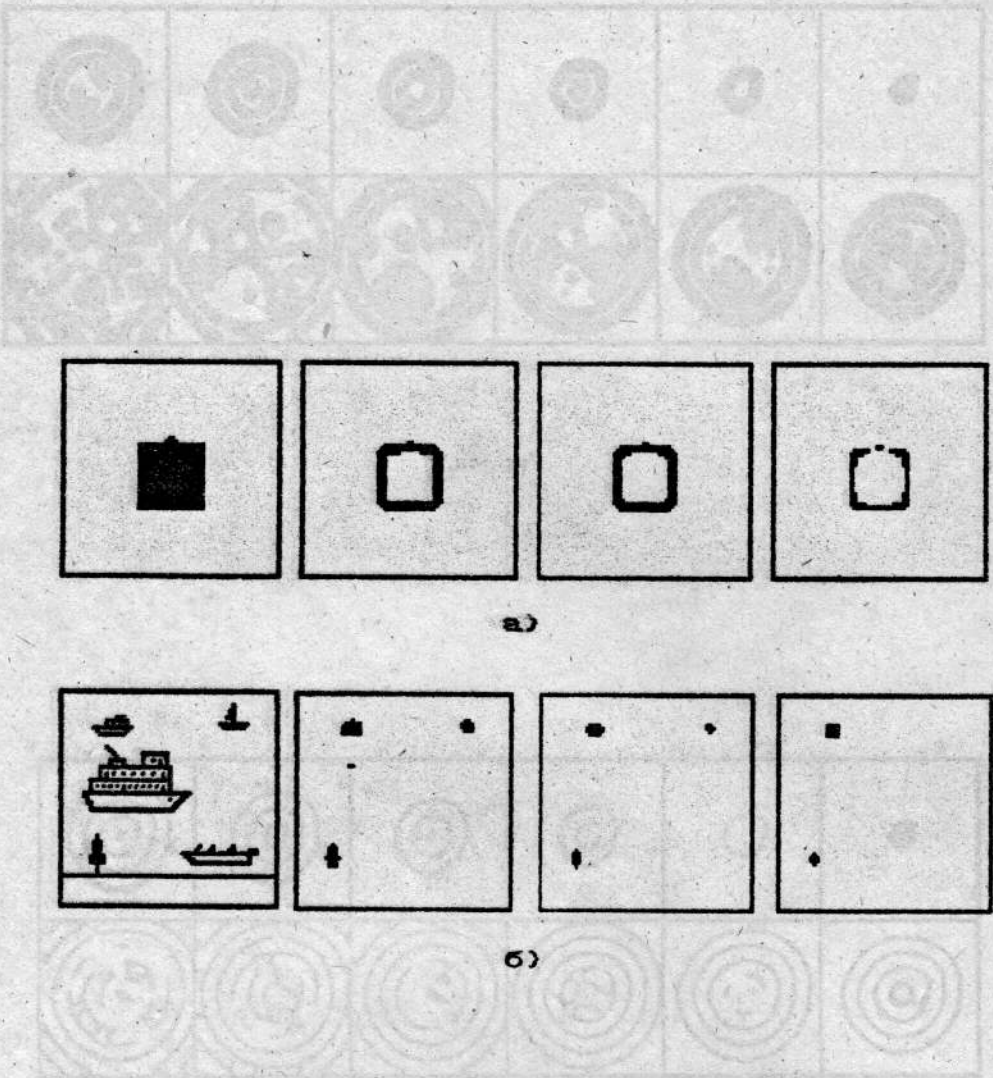


Рис. 11.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Wasserman Ph.P. Neural computing, Theory and Practice. — van Nostrand Reinold, New York, 1990.
2. Мастеров А. В., Рабинович М. И., Толков В. Н., Яхно В. Г. Исследование режимов взаимодействия автоволн и автоструктур в нейроподобных средах / Коллективная динамика возбуждений и структурообразование в биологических тканях. — Горький: ИПФ АН СССР, 1988. С. 89–192.
3. Hubel D. H. Eye, Brain and Vision // Scientific American Library, New York, 1989.
4. Kohonen T. Self-Organization and Associative Memory. Springer-Verlag Press, Berlin, 1984.
5. Hecht-Nielsen R. // Counterpropagation Networks, Applied Optics, 1987. V. 26. P. 4979–4985.
6. Fukushima K. Neocognitron: A Hierarchical Neural Network Capable of Visual Pattern recognition // Neural Networks, 1988. V. 1. P. 119–130.
7. Pindyck R. S., Rubinfeld P. L. Micro-economics. — Macmilan Publishing Company, New York, 1989.
8. Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия “количество информации” // Проблемы передачи информации, 1965. Т. 1. N1.
9. Belliustin N. S. Homogeneous ANN Using Image Processing and Picture Generation / The RNNS/IEEE Symposium on Neuroinformatics and Neurocomputers. — Postov-on-Don, Russia, 1992. P. 1221–1226.
10. Беллюстин Н. С., Красильникова И. Г., Кузнецов С. О., Нуйдель И. В., Панфилов А. И., Перминов А. О., Шадриц А. В., Шевырев А. А., Яхно В. Г. Исследовательская система принятия решений по фрагментам сложного изображения, использующая нейроподобные алгоритмы // Изв. вузов, Радиофизика, 1994. Т. 37. N8. С. 961.
11. Тиффоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. — М.: Мир, 1991.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
24 января 1994 г.  
После переработки  
30 июля 1994 г.

## ON THE LATERAL COMPETITION IN DYNAMIC NEURAL NETS

*N. S. Belliustin*

The artificial neural nets with homogeneous connections are considered, which use retina image processing methods. There is noted that two differ-

ent types of lateral inhibition for each of neural elements by neighbor ones, by means of negative connection coefficients between elements and by means of decreasing neuron response to too large impute signal. The first case is characterized by stable dynamics provided by Lyapunov function, the second one stableness is absent and if time step is large enough a dynamical chaos occurred. The continuous neural medium approach is used for analytical estimations in both cases, in result of which a division the parameter space into region with different dynamic modes is made. Computer simulations confirms such estimation validity and show that joining two-dimension chaos with symmetries provided by initially and boundary conditions can lead to creation a pictures, which have an art values.