

ХАОТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ И НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

В.И.Востоков

В статье предлагается способ построения хаотически синхронизируемых систем в случае, когда структура системы, генерирующей управляющий сигнал, неизвестна. Он основан на аппроксимации структуры управляющей системы нейронными сетями, входящими в состав управляемой системы.

Это отличает его от предложенных ранее способов, которые опираются на анализ полагающихся известными уравнений движения управляющей системы.

Метод иллюстрируется на примере построения синхронизируемых систем для динамической системы Лоренца.

1. ВВЕДЕНИЕ

Последнее десятилетие характеризуется растущим пониманием того, какую роль играют сложные динамические процессы в обработке информации. С одной стороны, появились экспериментальные свидетельства фундаментальной роли колебаний в нервной системе [1, 2, 3, 4]. В мозге выделены и достаточно детально описаны взаимосвязанные системы, обладающие нетривиальной динамикой ("фазотон" в двигательной системе [3], хаотически взаимодействующие отделы обонятельной системы [1, 2]). Авторы этих исследований интерпретируют свои результаты с использованием терминов автоколебания, аттракторы, управляемый хаос, синхронизация, динамическая логика. Особое внимание уделяется возможной роли хаоса в процессе обработки информации и передаче информации между различными структурами. С другой стороны, в исследованиях по моделированию динамики систем связанных активных элементов появляются нетривиальные режимы, которые могут интерпретироваться как распознавание образов и вызывают определенные аналогии с экспериментальными данными о функционировании нервной системы [4].

Явление хаотической синхронизации динамических систем [7, 8, 9] привлекает к себе внимание как один из возможных механизмов передачи информации в биологических системах. Хаотическая синхронизация проявляется в сильной корреляции между состояниями связанных общим хаотическим сигналом динамических систем, структуры которых определенным образом согласованы. Однако если рассматривать это явление

как способ синхронизации биологических осцилляторов, возникают трудности, связанные с тем, что передающая и принимающая системы могут входить в состав различных биологических структур, вследствие чего возможно несогласованное изменение параметров любой из этих систем. Поэтому, для надежной передачи информации необходим механизм согласования структур систем. Одно из возможных решений этой проблемы — дать возможность принимающей системе самостоятельно подстраивать свою структуру используя дополнительную информацию о передающей системе.

В настоящей статье предложен способ построения синхронизируемых систем на основе нейронных сетей, настраиваемых по наблюдаемым только в момент обучения переменным состояниям синхронизирующей системы, структура которой полагается неизвестной в явном виде. Выбор нейронной сети как собственной структуры синхронизируемой системы определяется тем фактом, что источниками и приемниками информации в нервной системе служат достаточно сложные нейронные сети, которые, как следует из результатов [12, 13, 14], способны "обучаться динамике" систем и предсказывать их поведение.

2. ХАОТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Наиболее известный способ построения хаотически синхронизирующихся систем [7], в приложении к системам с дискретным временем, состоит в следующем. Рассмотрим n -мерную автономную динамическую систему с переменными состояниями $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ и параметрами μ :

$$\mathbf{u}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{u}(k), \mu). \quad (1)$$

Разобьем произвольным образом систему на две подсистемы, управляющую (*drive*), с переменными состояниями $\mathbf{u}_d = (u_1, \dots, u_m)$, и управляемую (*response*), с переменными состояниями $\mathbf{u}_r = (u_{m+1}, \dots, u_n)$: $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_d, \mathbf{u}_r)$. Тогда уравнения (1) могут быть переписаны в виде

$$\mathbf{u}_d(k+1) = \mathbf{f}_d(\mathbf{u}_d(k), \mathbf{u}_r(k), \mu) \quad (2)$$

$$\mathbf{u}_r(k+1) = \mathbf{f}_r(\mathbf{u}_d(k), \mathbf{u}_r(k), \mu). \quad (3)$$

Создадим "копию" подсистемы \mathbf{u}_r с переменными состояниями \mathbf{u}'_r :

$$\mathbf{u}'_r(k+1) = \mathbf{f}_r(\mathbf{u}_d(k), \mathbf{u}'_r(k), \mu'). \quad (3')$$

Такой метод построения управляемой подсистемы \mathbf{u}'_r , как и более поздние методы [10, 11], основан на знании динамических уравнений системы

и. Уравнения (2), (3) и (3') определяют автономную динамическую систему, состоящую из трех взаимосвязанных подсистем, управляющей u_d и двух управляемых u_r и u'_r . При определенном выборе разбиения системы u на управляемую и управляющие части, возможна синхронизация подсистем u_r и u'_r , т.е. такой режим, при котором $|u_r - u'_r| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, включая тот случай, когда система u находится в хаотическом режиме, а подсистемы u_r и u'_r имеют различные начальные условия. При малом отклонении параметров подсистем ($\mu \neq \mu'$) корреляция их состояний все еще возможна, однако при большом различии параметров синхронизация деградирует. В системах передачи информации [5, 6] система u является основой передатчика информации, а система u'_r — одной из составных частей приемника.

В зависимости от контекста, автономную систему u называют ведущей (*master*), управляющей, синхронизирующей или передающей, а неавтономную систему u'_r , соответственно, ведомой (*slave*), управляемой, синхронизируемой или принимающей.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Нейронные сети являются перспективным способом получения неявных моделей динамических систем неизвестной структуры [12, 13, 14], вся информация о которых ограничивается временными последовательностями наблюдаемых величин (реализациями) $\{\hat{u}(k)\}_{k=1}^N$ (N — длина реализации). Нелинейная авторегрессионная модель для имеющихся данных имеет вид

$$\hat{u}(k+1) = \mathbf{h}(\hat{u}(k), \eta) + \xi(k), \quad (4)$$

где $\mathbf{h}(\mathbf{u}, \eta) = (h_1(\mathbf{u}, \eta), \dots, h_n(\mathbf{u}, \eta))$, h_i — "предиктор" компоненты \hat{u}_i вектора \hat{u} , а ξ — "ошибка", характеризующая несовершенство модели.

Значения подстраиваемых параметров η определяются из условия минимизации нормированных среднеквадратичных ошибок предсказания

$$\text{err}_i = \frac{1}{N\sigma_i^2} \sum_{k=1}^N |\xi_i(k)|^2 \quad (5)$$

отдельных компонент реализации $\{\hat{u}_i(k)\}_{k=1}^N$ (σ_i^2 — дисперсия соответствующей компоненты).

В случае малой остаточной ошибки (5) имеет смысл рассматривать гипотезу о детерминированной порожденности имеющихся данных динамической системой (1) и рассчитывать на то, что предикторы \mathbf{h} отражают структуру этой системы. Однако это не дает оснований интерпретировать предикторы $h_i(\mathbf{u}, \eta)$ как аппроксимации соответствующих

функций $f_i(u, \mu)$. Возможен вариант, когда настроенные предикторы отражают только специфические свойства имеющейся реализации и ошибка предсказания для независимых контрольных реализаций от той же системы будет значительной. Другой случай — моделирование сильно диссипативных систем, в реализациях от которых отсутствует информация о переходных процессах и получаемые предикторы способны корректно предсказывать только поведение на аттракторе.

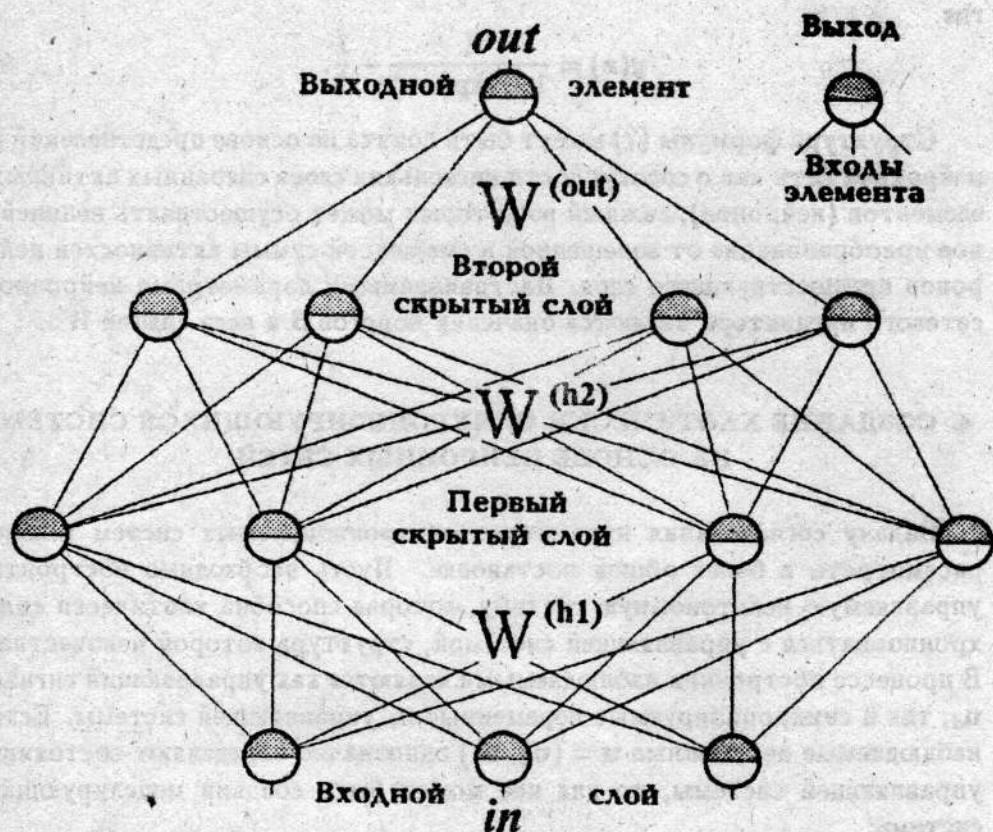


Рис. 1. Схематическое изображение нейронной сети, используемой в качестве предиктора (7).

Многошаговое предсказание реализуется с использованием одношаговых предикторов h последовательным итерированием:

$$u(k+1) = h(u(k), \eta). \quad (6)$$

Уравнения (6) задают автономную моделирующую динамическую систему с переменными состояния u , свойства которой отражают проявляющиеся в реализации свойства исходной системы (1).

Используемый в статье нейронно-сетевой предиктор определяется сле-

дующим образом:

$$h_i(\mathbf{u}, W, \beta) = \beta^{(out)} + \sum_{j=1}^{N^{(h_2)}} W_j^{(out)} g \left(\beta_j^{(h_2)} + \sum_{k=1}^{N^{(h_1)}} W_{jk}^{(h_2)} \times \right. \\ \left. \times g \left(\beta_k^{(h_1)} + \sum_{l=1}^{N^{(in)}} W_{kl}^{(h_1)} u_l \right) \right), \quad (7)$$

где

$$g(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} - \frac{1}{2}.$$

Структура формулы (7) может быть понята на основе представлений о нейронной сети как о совокупности нескольких слоев связанных активных элементов (нейронов), каждый из которых может осуществлять нелинейное преобразование от взвешенной и смещенной суммы активностей нейронов предшествующего слоя. Настраиваемыми параметрами нейронно-сетевого предиктора являются значения порогов β и веса связей W .

4. СОЗДАНИЕ ХАОТИЧЕСКИ СИНХРОНИЗИРУЮЩИХСЯ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Задачу согласования параметров синхронизируемых систем можно рассмотреть в более общей постановке. Пусть необходимо построить управляемую неавтономную систему, которая способна хаотически синхронизоваться с управляющей системой, структура которой неизвестна. В процессе построения наблюдаемыми являются как управляющий сигнал u_d , так и синхронизируемые переменные u_r управляющей системы. Если наблюдаемые переменные $\mathbf{u} = (u_d, u_r)$ однозначно определяют состояние управляющей системы, то для нее может быть создана моделирующая система:

$$u_d(k+1) = h_d(u_d(k), u_r(k), \eta) \quad (8)$$

$$u_r(k+1) = h_r(u_d(k), u_r(k), \eta), \quad (9)$$

где h_d и h_r — предикторы, настроенные по наблюдаемым минимизацией ошибки предсказания (5).

В том случае, когда предикторы являются корректными аппроксимациями действительных отображений, определяющих управляющую систему, система

$$u_r'(k+1) = h_r(u_d(k), u_r'(k), \eta) \quad (9')$$

будет обладать теми же свойствами синхронизируемости, как и система (3') и, таким образом, являться искомой неавтономной управляемой динамической системой. Однако если предикторы h_r настроены для предсказания поведения только на аттракторе, возможности системы (9') по установлению, поддержанию и восстановлению синхронизации заранее не очевидны.

Предлагаемый метод был проверен на примере построения систем, синхронизируемых сигналом от работающей в хаотическом режиме динамической системы Лоренца ($\sigma = 10$, $\rho = 60$, $\beta = \frac{8}{3}$). Нейронно-сетевые предикторы (7) ($N^{(in)} = 3$; $N^{(h_2)} = 10$ и $N^{(h_1)} = 12$) $h_x(x, y, z)$, $h_y(x, y, z)$ и $h_z(x, y, z)$ настраивались по реализации переменных x , y и z с аттрактора, содержащей по 3000 значений с шагом по времени 0.01. Минимизация средней ошибки предсказания (5) производилась квази-Ньютоновским методом, остаточная ошибка не превышала 10^{-4} по каждой из компонент.

Три неавтономные системы, с управляющими переменными (входами) x , y , z и, соответственно, управляемыми переменными (y' , z'), (x' , z'), (x' , y'), определяются уравнениями:

$$y'(k+1) = h_y(x(k), y'(k), z'(k)); \quad z'(k+1) = h_z(x(k), y'(k), z'(k)) \quad (10)$$

$$x'(k+1) = h_x(x'(k), y(k), z'(k)); \quad z'(k+1) = h_z(x'(k), y(k), z'(k)) \quad (11)$$

$$x'(k+1) = h_x(x'(k), y'(k), z(k)); \quad y'(k+1) = h_y(x'(k), y'(k), z(k)) \quad (12)$$

Поведение каждой из этих систем исследовалось в режиме связи по входу с управляющей системой.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции между синхронизируемыми переменными (оригинальная управляющая система)

	$\rho(x, x')$	$\rho(y, y')$	$\rho(z, z')$
Одношаговое предсказание	1.000	1.000	1.000
Управляющая переменная x	0.999	0.914	0.901
Управляющая переменная y	1.000	1.000	0.996
Управляющая переменная z	-0.056	-0.053	0.988

Табл.1 содержит полученные значения коэффициентов корреляции ρ между синхронизируемыми переменными управляющей и управляемой систем. На основании этих значений можно сделать вывод, что синхронизация достигается при использовании в качестве управляющей переменной x или y ($\rho > 0.9$), и не достигается при использовании z ($\rho < 0.06$). Таким образом, построенные нейронно-сетевые системы оказались способны синхронизироваться с хаотической динамической системой Лоренца, причем при тех же управляющих сигналах, что и системы, полученные "копированием" [7].

Таблица 2

Коэффициенты корреляции между синхронизируемыми переменными (моделирующая управляющая система)

	$\rho(z, x')$	$\rho(y, y')$	$\rho(z, z')$
Одношаговое предсказание	1.000	1.000	1.000
Управляющая переменная x	0.998	0.855	0.896
Управляющая переменная y	0.999	1.000	0.995
Управляющая переменная z	-0.285	-0.282	0.991

Это заключение справедливо и в том случае, когда в качестве управляющей системы используется автономная нейронно-сетевая моделирующая система (табл.2), однако корреляции здесь менее совершенны. Траектории, соответствующие установившимся режимам при различных способах связи управляющей и управляемой систем, представлены на рис.2:

- а. типичная траектория на аттракторе системы Лоренца, использованная для получения моделирующей системы.
- б. типичная траектория автономной нейронно-сетевой моделирующей системы.
- в. одношаговое предсказание траектории рис.2а предикторами, составляющими моделирующую систему рис. 2б.
- г-е. траектории систем (10)-(12), связанных с оригинальной управляющей системой Лоренца по компонентам x , y и z , соответственно.
- ж-и. аналогично рис. 2г-е, но при использовании моделирующей управляющей системы.

Можно отметить, что изображения траекторий в фазовом пространстве, соответствующие случаям наличия синхронизации (рис.2-е и 2-и) и случаям ее отсутствия, визуально мало отличаются.

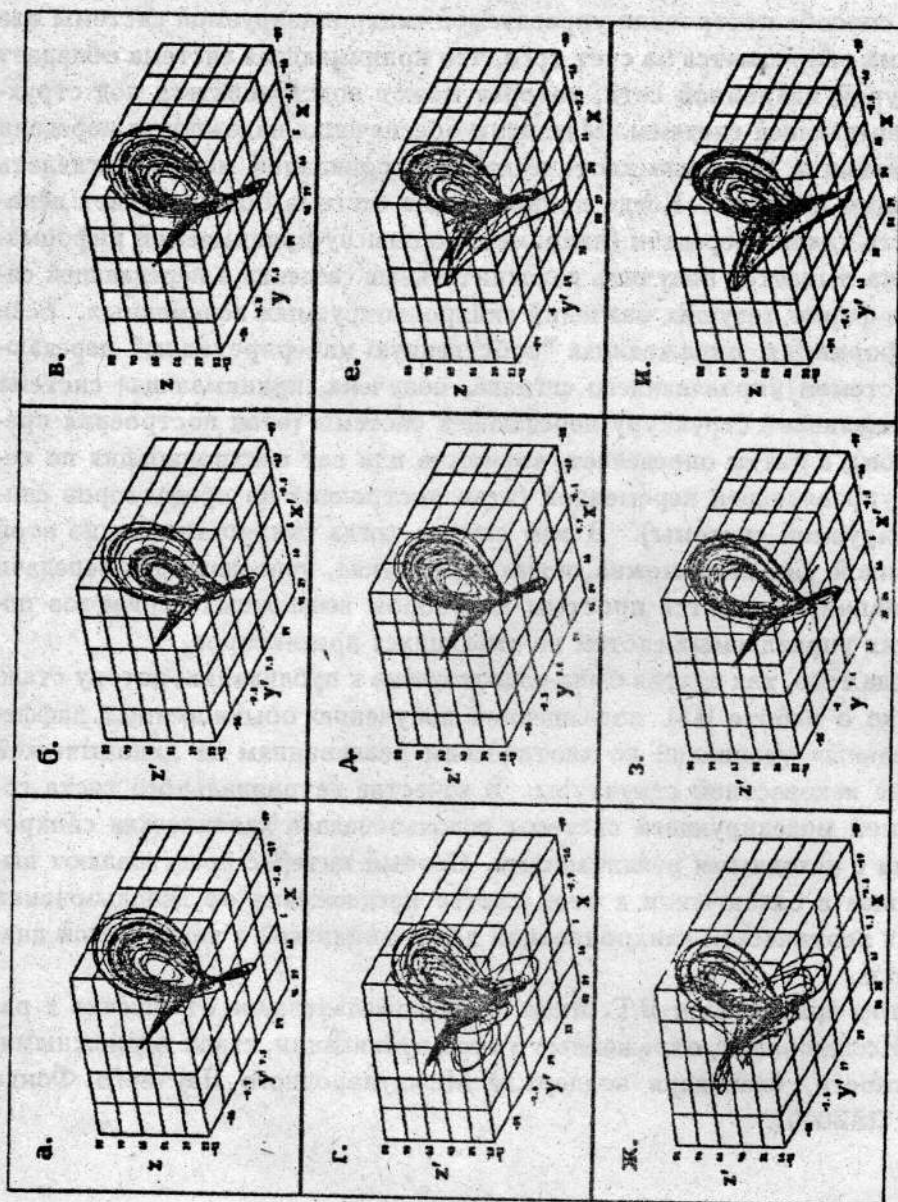


Рис.2 Траектории в фазовом пространстве

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одной из трудностей, возникающих при анализе естественной реализуемости хаотической синхронизации как способа передачи информации в биологических системах, состоит в необходимости дополнительной системы поддержания соответствия параметров обменивающихся информацией динамических систем. При использовании предложенного в

статье способа построения управляемой синхронизируемой системы эта проблема разрешается за счет того, что принимающая система обладает структурой нейронной сети, которая может подстраиваться под структуру передающей системы. Механизм обеспечения надежности передачи информации с помощью хаотической синхронизации может выглядеть следующим образом. Когда принимающая система обнаруживает ненадежность канала передачи (например, по смыслу принимаемой информации), она пытается получить дополнительные сведения о передающей системе в форме текущих значений синхронизируемых переменных. Если эта информация, отражающая "собственную интерпретацию" передающей системой управляющего сигнала, получена, принимающая система восстанавливает структуру передающей системы (этап построения предикторов), а затем определяет, возможна или нет синхронизация по текущей управляющей переменной (этап построения из предикторов синхронизируемой системы). В том случае, когда синхронизация по этой переменной уже невозможна, новая переменная, пригодная для передачи информации, находится простым перебором возможных вариантов построения управляемых систем из имеющихся предикторов.

После того, как статья была подготовлена к публикации, автору стало известно о работе [15], посвященной получению обыкновенных дифференциальных уравнений по хаотическим реализациям от динамической системы неизвестной структуры. В качестве нетривиального теста создаваемой моделирующей системы использовалась хаотическая синхронизация с исходными реализациями. Особый интерес представляют высказанные в заключении к этой статье предложения об использовании явления хаотической синхронизации для медицинской и технической диагностики.

Автор признателен В.Г. Яхно за благожелательное отношение к работе. Исследования, отраженные в этой публикации, стали возможными, в частности, благодаря поддержке Международного Научного Фонда (грант R8Z000).

ЛИТЕРАТУРА

1. Freeman W.J. // *Sci.Am.* 1991. V.264. P.78.
2. Freeman W.J. // *Physica D.* 1994. V.75. P.151.
3. Скупченко В.В. Фазотонный мозг. — Хабаровск: ДВО АН СССР, 1991.
4. *Neurocomputers and attention. Volume I: Neurobiology, synchronisation and chaos.* / A.V. Holden and V.I. Kryukov. — Manchester University Press, 1991.
5. Parlitz U., Chua L.O., Kocatev Lj., Halle K.S., and Chang A. // *Int.J.Bifurc.Chaos.* 1992. V.2. P.973.

6. Cuomo K.N. and Oppenheim A.V. // *Phys.Rev.Lett.* 1993. V.71. P.65.
7. Pecora M.L. and Carroll T.L. // *Phys.Rev.Lett.* 1990. V.64. P.821.
8. Fujisaka H. and Yamada T. // *Prog.Theor.Phys.* 1983. V.69. P.32.
9. Афраймович В.С., Веричев Н.И., Рабинович М.И. // *Изв.вузов. Радиофизика.* 1986. Т.29. С.1050.
10. Rong He and Vaidya B.G. // *Phys.Rev.A.* 1992. V.46. P.7387.
11. Ding M. and Ott E. // *Phys.Rev.E.* 1994. V.49. R975.
12. Principe J.C., Rathie A. and Jyn-Ming Kuo // *Int.J.Bifurc.Chaos.* 1992. V.2. P.989.
13. Time series prediction: forecasting the future and understanding the past. / A.S.Weigend and N.A.Gershenfeld; SFI Studies in the sciences of complexity, Proc. Vol. XV, Addison-Wesley, 1993.
14. Neural networks for signal processing III. / C.A.Kamm, G.M.Kuhn, B.Yoon, R.Chellappa and S.Y.Kung; Proceedings of the 1993 IEEE-SP workshop, New York, 1993.
15. Brown R., Rulkov N.F. and Tracy E.R. // *Phys.Rev.E.* 1994. V.49. P.3784.

Институт Прикладной Физики
РАН, Нижний Новгород

Поступила в редакцию
18 июля 1994 г.

CHAOTIC SYNCHRONIZATION AND NEURON NETWORKS

V.I.Vostokov

A method is suggested in the paper for building a chaotic synchronizing system in the case, when the structure of the generating controlling signal system is unknown. It is based on the approximation of the controlling system structure by neural networks being in the composition of the controlling system. It differs from the earlier suggested methods, which are based on the analysis of the assumed known equations of motion of the controlling system. The method is illustrated by an example of building the synchronizing system for the dynamic Lorentz system.