УДК 538.566.2

НЕКОТОРЫЕ ЭФФЕКТЫ ЧАСТИЧНОГО УСРЕДНЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА В СЛУЧАЙНО–НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Л.М.Ерухимов, П.И.Шпиро

Рассмотрено понятие частичного усреднения флуктуаций сигнала в протяженной турбулентной среде, когда такое неконтролируемое усреднение по времени, частоте и пространству является следствием эффекта взаимного влияния сигналов, рассеянных неоднородностями различных масштабов (или разными рассеивающими слоями) на флуктуации интенсивности принимаемого сигнала. Определяется индекс мерцаний частично усредненного поля в случае "осредняющего" действия источника излучения конечных угловых размеров. Предложенная концепция и полученные результаты могут быть полезны для многих приложений как развитие статистической теории распространения волн в случайно–неоднородных средах.

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что протяженная турбулентная среда "запутывает" информацию об источнике радиоизлучения. Примером этого служит явление "уширения" угловых размеров галактических и внегалактических источников на неоднородностях межзвездной среды и источников спорадического радиоизлучения Солнца на неоднородностях солнечной короны. При распространении сигнала происходит неконтролируемое усреднение или "сглаживание" флуктуаций, которое не позволяет восстановить информацию об источнике, расположенном за неоднородным слоем. Такое же "частичное" (неконтролируемое) усреднение может быть связано и с процессом измерения (усреднение в аппаратуре по времени, частоте и пространству).

Однако в работах, посвященных данному вопросу, обычно не учитывается возможный эффект взаимного влияния различных рассеивающих слоев (или неоднородностей разного масштаба) на "сглаживание" флуктуаций (так усредненные при конечных угловых размерах источников излучения — квазаров неоднородности межзвездной среды влияют на флуктуации интенсивности, вызванные межпланетной плазмой).

В настоящей работе этот эффект обсуждается на примере нескольких хаотических фазовых экранов, находящихся на пути распространения радиоизлучения, когда частичное усреднение флуктуаций сигнала обусловлено влиянием усредненных источником угловых размеров θ_0 мелких неоднородностей на флуктуационные характеристики радиоволн, инициированные "неусредненными" неоднородностями больших угловых размеров θ_{ir} $(\theta_{ir} > \theta_0)$.

ЧАСТИЧНОЕ (НЕКОНТРОЛИРУЕМОЕ) УСРЕДНЕНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ

Физическая сущность эффекта состоит в следующем [1, 2]. Пусть через турбулентную среду проходит радиоизлучение в телесном угле θ_0, принимаемое в точке наблюдения P (рис.1). Стандартное рассмотрение здесь справедливо в случае слабого рассеяния (малых флуктуаций фазы волны в слое $S_0^2 \ll 1$) или когда углы рассеяния θ_S в среде много меньше углового размера источника θ_0. В противоположном случае неоднородности слоя Δz_i, наиболее удаленного от точки наблюдения (для которых выполнено условие $\theta_0 > l_i/S_{0i}z_i$ при $S_{0i}^2 \equiv \equiv S_0^2(\Delta z_i) \gg 1$), будут "осреднены" излучением источника до величины $\theta_S(\Delta z_i) = 2S_{0i}/kl_i$, которая в случае $\theta_S(\Delta z_i) > \theta_0$ определяет усреднение флуктуаций нижеследующего слоя $i-1$. Условие такого усреднения в любом $i-1$-слое будет иметь вид $\theta_S(\Delta z_i)z_{i-1} > l_{E,i-1}$, где $l_{E,i-1}$ — масштаб корреляции комплексного поля E, прошедшего $(i-1)$-ый слой с неоднородностями характерного масштаба l_{i-1}. (Как известно, $l_{E,i} = l_i/S_{0,i}$, если средний квадрат флуктуаций фазы волны в этом слое $S_{0,i}^2 \gg 1$.)

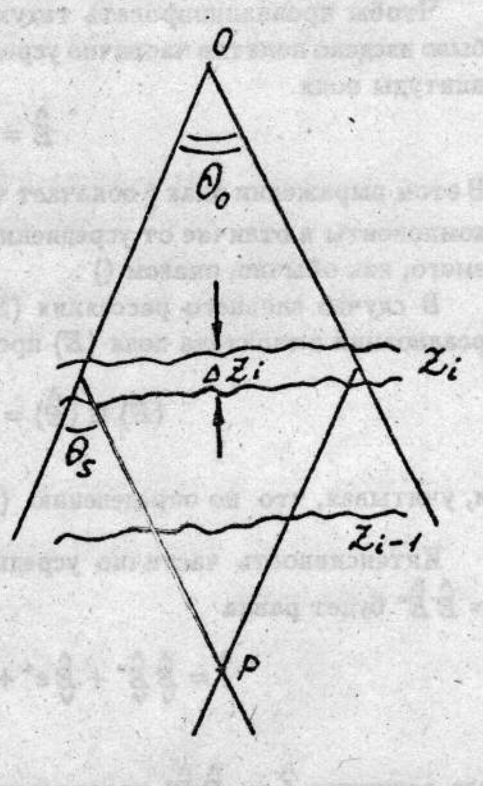

Рис.1.

В частности, если рассмотреть слой с неоднородностями двух различных масштабов($l_{E1} \ll l_{E2}$, $S_{0,1} \gg 1$, $S_{0,2} \gg 1$), то, согласно представлению о "частичном" сглаживании флуктуаций, будем иметь (в случае $l_{E1}/z < \theta_0 < l_{E2}/z$)

$$F = \frac{1}{1 + \frac{4\theta_{S1}^2 z^2}{l_{E2}^2}}, \tag{1}$$

в то время, как проводя стандартные вычисления, можно получить, независимо от соотношений θ_0 и $l_{E1,2}/z$, выражение для индекса мерцаний, аналогичное [3, 4]

$$F = \frac{1}{1 + \frac{4\theta_0^2 z^2}{l_E^2}}, \tag{2}$$

где

$$l_E = \frac{l_{E1} l_{E2}}{l_{E1} + l_{E2}} \approx l_{E1}.$$

Чтобы проанализировать такую физическую ситуацию, в работе [1] было введено понятие частично усредненной (сглаженной) компоненты амплитуды поля

$$\hat{E} = \underset{\vee}{\hat{E}} + e.$$

В этом выражении знак $\underset{\vee}{\wedge}$ означает частичное усреднение флуктуирующей компоненты в отличие от усреднения по ансамблю реализаций, обозначаемого, как обычно, знаком $\langle\rangle$.

В случае сильного рассеяния ($S_0^2 \gg 1$), когда средняя по ансамблю реализаций амплитуда поля $\langle E\rangle$ пренебрежимо мала, будем иметь

$$\langle E\rangle \equiv \langle\hat{E}\rangle = \langle\underset{\vee}{\hat{E}}\rangle + \langle e\rangle = 0,$$

и, учитывая, что по определению $\langle e\rangle = 0$, получим $\langle\underset{\vee}{\hat{E}}\rangle = 0$.

Интенсивность частично усредненного поля, определяемая как $\hat{I} = \hat{E}\hat{E}^*$ будет равна

$$\hat{I} = \underset{\vee}{\hat{E}}\underset{\vee}{\hat{E}}^* + \underset{\vee}{\hat{E}} e^* + \underset{\vee}{\hat{E}}^* e + ee^* = \underset{\vee}{\hat{I}} + \tilde{I},$$

где величина $\underset{\vee}{\hat{I}} = \underset{\vee}{\hat{E}}\underset{\vee}{\hat{E}}^*$ характеризует постоянную компоненту принимаемого сигнала, которая появляется в любом флуктуирующем поле в результате неконтролируемого усреднения, а $\tilde{I}$ — его флуктуирующую компоненту.

Аналогично можно ввести понятие корреляционной функции частично усредненных полей

$$\hat{\Gamma}_E(\vec{x},\vec{\xi}) = \hat{E}(\vec{x})\hat{E}^*(\vec{x}+\vec{\xi}) = \underset{\vee}{\hat{E}}\underset{\vee}{\hat{E}}^* + \tilde{\Gamma}_E(\vec{x},\vec{\xi})$$

и частично сглаженной корреляционной функции интенсивностей

$$\hat{\Gamma}_I(\vec{x},\vec{\xi}) = \hat{I}(\vec{x})\hat{I}(\vec{x}+\vec{\xi}) = \check{\hat{I}}^2 + \tilde{\Gamma}_I(\vec{x},\vec{\xi}),$$

которая после усреднения по ансамблю перейдет в

$$\Gamma_I(\vec{\xi}) = \langle\hat{\Gamma}_I\rangle = \check{\hat{I}}^2 + 2\check{\hat{I}}[\Gamma_e(0) + \Gamma_e(\vec{\xi})] + \langle e(\vec{x})e^*(\vec{x})e(\vec{x}+\vec{\xi})e^*(\vec{x}+\vec{\xi})\rangle,$$

где $\Gamma_e(\vec{\xi}) = \langle e(\vec{x})e^*(\vec{x}+\vec{\xi})\rangle$.

В случае нормального распределения флуктуирующей компоненты $e(\vec{x})$, что имеет место в достаточно протяженных рассеивающих слоях, либо когда точка наблюдения находится во фраунгоферовой зоне,

$$\Gamma_I(\vec{\xi}) = \check{\hat{I}}^2 + 2\check{\hat{I}}[\langle\tilde{I}\rangle + \Gamma_e(\vec{\xi})] + \langle\tilde{I}\rangle^2 + \Gamma_e^2(\vec{\xi}),$$

$$\langle\tilde{I}\rangle = \Gamma_e(0).$$

Чтобы определить индекс мерцаний частично усредненного поля

$$\hat{F} = \frac{\langle\hat{I}^2\rangle - \langle\hat{I}\rangle^2}{\langle\hat{I}\rangle^2} = \frac{\langle\tilde{I}^2\rangle - \langle\tilde{I}\rangle^2}{\langle\tilde{I}\rangle^2}, \tag{3}$$

воспользуемся известным свойством сохранения корреляционной функции $\Gamma_e(\vec{\xi})$ и средней интенсивности $\langle I\rangle$ поля, распространяющегося за слоем с неоднородностями [5]

$$\langle I\rangle \equiv \langle\hat{I}\rangle = \check{\hat{I}} + \langle\tilde{I}\rangle \equiv 1,$$

и в результате получим, что параметр $\hat{F}$, характеризующий степень усреднения флуктуаций, определяется соотношением

$$\hat{F} = 1 - \check{\hat{I}}^2.$$

В отсутствие частичного усреднения ($\check{\hat{I}} = 0$), очевидно, $\hat{F} = 1$.

Предположим, что излучение бесконечно удаленного источника конечных угловых размеров θ_0 осредняет флуктуации, вызванные слоем с неоднородностями, расположенными на расстоянии z от точки наблюдения. Тогда

$$\hat{\Gamma}(\vec{\xi}) = \int d\vec{\eta}\, E(\vec{x}-\vec{\eta})E^*(\vec{x}+\vec{\xi}-\vec{\eta})T(\vec{\eta}) \tag{4}$$

и для гауссовой осредняющей функции $T(\vec{\eta}) = \frac{1}{\pi L^2}\exp(-\frac{\eta^2}{L^2})$ и корреляционной функции поля $\Gamma_E = \exp(-\frac{\xi^2}{l_E^2})$ можно показать, что

$$\hat{F} \equiv \gamma^2 = \frac{1}{1+4L^2/l_E^2}.$$

Здесь $L = z\theta_0$ — масштаб усреднения, и в отсутствие частичного усреднения (если $L \ll l_E$) $\gamma^2 \approx 1$. В случае, когда флуктуации полностью осреднены источником ($L \gg l_E$, см. рис.1) $\gamma^2 \approx 0$.

Если представить протяженную турбулентную среду как n экранов с хаотическими неоднородностями, то можно предположить, что каждый i-й слой оказывает (в случае выполнения соответствующих условий) осредняющее действие на флуктуации сигнала, вызванные другими слоями, подобно тому, как сглаживает флуктуации источник конечных угловых размеров. Для его описания можно ввести функцию $\hat{\Gamma}^{(i)}(\vec{\xi})$, аналогичную (4).

ИНДЕКС МЕРЦАНИЙ ЧАСТИЧНО УСРЕДНЕННОГО ПОЛЯ

Рассмотрим наиболее простой случай, когда среда представляет из себя либо два достаточно близко расположенных хаотических экрана, один из которых (второй) частично усреднен, либо один экран с неоднородностями двух различных масштабов.

Тогда, используя n-экранное приближение [6] и проводя последовательно вычисления, будем иметь

$$F = \frac{k^4}{(2\pi z)^4}\int d\vec{x}d\vec{y}d\vec{x}'d\vec{y}' \cdot \tag{5}$$

$$\cdot\Gamma^{(1)}(\vec{x}-\vec{y}')\Gamma^{(1)}(\vec{y}-\vec{x}')\{[\Gamma^{(2)}(\vec{x}-\vec{x}')\Gamma^{(2)}(\vec{y}-\vec{y}') - \hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{x}-\vec{x}')\hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{y}-\vec{y}')]+$$

$$+\hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{x}-\vec{y}')\hat{\Gamma}^{(2)}(\vec{y}-\vec{x}')\}\exp[-\frac{ik}{2z}(x^2-x'^2+y^2-y'^2].$$

Из (5) следует

$$F = \frac{1}{1+(4z/kl_{E1}l_{E2})^2} - \gamma_2^2\frac{1}{1+(4z\gamma_2/kl_{E1}l_{E2})^2} + \gamma_2^2, \tag{6}$$

где

$$\gamma_2^2 = \frac{1}{1+4L^2/l_{E2}^2}.$$

В предельном случае полного усреднения (флуктуирующая часть излучения отсутствует: $\tilde{I} = 0$, $\gamma_2 = 0$) из (6) можно получить выражение, аналогичное (1):

$$F = \frac{1}{1 + (4z/kl_{E1}l_{E2})^2} = \frac{1}{1 + (\theta_{S2}/\theta_{ir,1})^2}.$$

В обратном случае, когда частичное усреднение отсутствует ($L/l_E \ll 1$, $\hat{I} \approx 0$, $\gamma_2 \approx 1$) из (6) следует $F = 1$.

Если частично усреднены оба экрана, характеризующихся параметрами l_{E1} и l_{E2}, то, согласно (5), можно получить следующее выражение для индекса мерцаний:

$$F_2 = \gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_1^2\frac{1}{1 + (4z\gamma_1/kl_{E1}l_{E2})^2} + \gamma_2^2\frac{1}{1 + (4z\gamma_2/kl_{E1}l_{E2})^2}$$

$$-2\gamma_1^2\gamma_2^2\frac{1}{1 + (4z\gamma_1\gamma_2/kl_{E1}l_{E2})^2}; \gamma_{1,2}^2 = \frac{1}{1 + 4L^2/l_{E1,2}^2},$$

откуда в случае, когда на 1 экране нет частичного усреднения ($L/l_{E1} \ll 1$, $\gamma_2 \approx 1$), имеем рассмотренное выше соотношение (6).

Чтобы проанализировать влияние рассмотренного выше эффекта частичного усреднения на величину флуктуаций интенсивности, проведем конкретные вычисления индекса мерцаний в случае, когда неоднородная среда представляет три хаотических экрана с различными корреляционными характеристиками, и сравним полученные результаты с данными стандартных вычислений.

Мы имеем

$$F_3 = \gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2 + \frac{\gamma_1^2}{1 + 16\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2(\alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2)} +$$

$$+\frac{\gamma_2^2}{1 + 16\gamma_2^2(\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{12}^2 + \mu_3^2\lambda_2^2)} + \frac{\gamma_3^2}{1 + 16\gamma_3^2(\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{13}^2 + \mu_2^2\lambda_2^2\alpha_{23}^2)} -$$

$$-\frac{\gamma_1^2\gamma_2^2}{1 + 16\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2(\gamma_2^2\alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2)} - \frac{\gamma_1^2\gamma_2^2}{1 + 16\gamma_2^2(\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{12}^2 + \mu_3^2\lambda_2^2)} +$$

$$+\frac{\gamma_1^2\gamma_2^2}{1 + 16(\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{13}^2 + \gamma_2^2\mu_2^2\lambda_2^2\alpha_{23}^2)} - \frac{\gamma_1^2\gamma_3^2}{1 + 16\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2(\alpha_{12}^2 + \gamma_3^2\alpha_{13}^2)} + \quad (7)$$

$$+\frac{\gamma_1^2\gamma_3^2}{1 + 16(\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{12}^2 + \gamma_3^2\mu_3^2\lambda_2^2)} - \frac{\gamma_1^2\gamma_3^2}{1 + 16\gamma_3^2(\gamma_1^2\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{13}^2 + \mu_2^2\lambda_2^2\alpha_{23}^2)} +$$

$$+\frac{\gamma_2^2\gamma_3^2}{1 + 16\mu_1^2\lambda_1^2(\gamma_2^2\alpha_{12}^2 + \gamma_3^2\alpha_{13}^2)} - \frac{\gamma_2^2\gamma_3^2}{1 + 16\gamma_2^2(\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{12}^2 + \gamma_3^2\mu_3^2\lambda_2^2)} -$$

$$-\frac{\gamma_2^2\gamma_3^2}{1+16\gamma_3^2(\mu_1^2\lambda_1^2\alpha_{13}^2+\gamma_2^2\mu_2^2\lambda_2^2\alpha_{23}^2)}.$$

Здесь $\gamma_i^2 = \dfrac{1}{1+4\lambda_i^2}$, $\lambda_i = \dfrac{z_i\theta_0}{l_{E_i}}$, $\mu_i = \dfrac{\theta_{Si}}{\theta_0} = \dfrac{1}{kl_{E_i}\theta_0}$, волновые параметры $D_i = \dfrac{4z_i}{kl_{E_i}^2}$, $\alpha_{ij} = \dfrac{l_{E_i}}{l_{E_j}}$, $i, j = 1, 2, 3$.

На рис 2–4 показаны результаты расчетов индекса мерцаний для различных параметров задачи (при $D_i > 1$). Пунктиром на этих графиках нанесены данные, которые можно получить, не учитывая отмеченного нами эффекта, а пользуясь соотношением, аналогичным [3]:

$$F_{st} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}\sum\limits_{k=1}^{3}\frac{\theta_0^2}{\theta_{ir,k}^2}}. \tag{8}$$

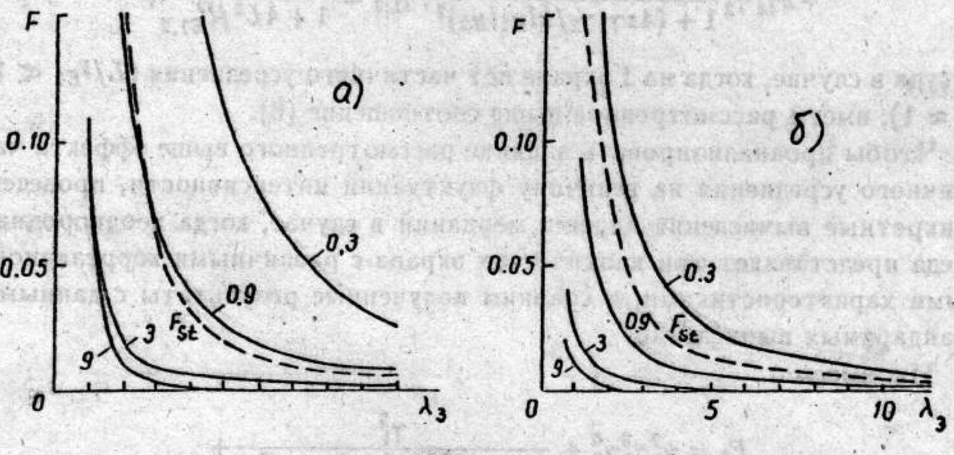

Рис.2.

На рис.2а,б изображены результаты вычислений в случае, когда параметры неоднородностей всех слоев одинаковы ($l_{E_i} = \text{const}, \mu_i = \text{const}$) и весь эффект определяется различием в их взаимном расположении (рис.2а — $\lambda_1/\lambda_3 = 0{,}25$, $\lambda_2/\lambda_3 = = 0{,}5$; рис. 2б — $\lambda_1/\lambda_3 = 0{,}75$, $\lambda_2/\lambda_3 = 0{,}9$). Видно, что при $\mu_i \geq 1$ величина флуктуаций будет меньше, чем это следует из (8), а при $\mu_i < 1$ F_3 превосходит F_{st}.

Влияние третьего экрана в случае, если два других зафиксированы, а флуктуации на них практически не осреднены ($\lambda_1 = 0{,}1$, $\lambda_2 = 0{,}2$, $\gamma_{1,2} \approx 1$), показано на рис.3. Можно заметить, что с ростом волнового параметра $D_3 = = 2\theta_{S3}/\theta_{ir,3}$ величина флуктуаций уменьшается, однако, начиная с некоторого достаточно большого значения степени усреднения λ_3, индекс мерцаний практически не меняется, так как флуктуации третьего экрана осреднены полностью ($\gamma_3 \to 1$).

На рис.4а,б проиллюстрировано влияние двух экранов при фиксированном третьем (D_3 = const, рис.4а — $\lambda_1/\lambda_3 = 0,25$, $\lambda_2/\lambda_3 = 0,5$; рис. 4б - $\lambda_1/\lambda_3 = 0,75$, $\lambda_2/\lambda_3 = 0,9$). Видно, что величина флуктуаций существенно зависит от степени усреднения промежуточных слоев $\lambda_{1,2}$ и, следовательно, значения индекса мерцаний отличаются от значений F_{st}, рассчитанных согласно (8).

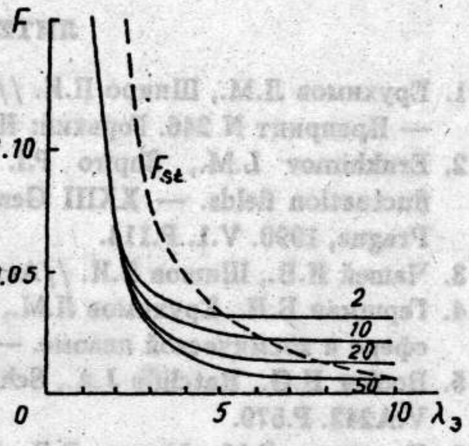

Рис.3.

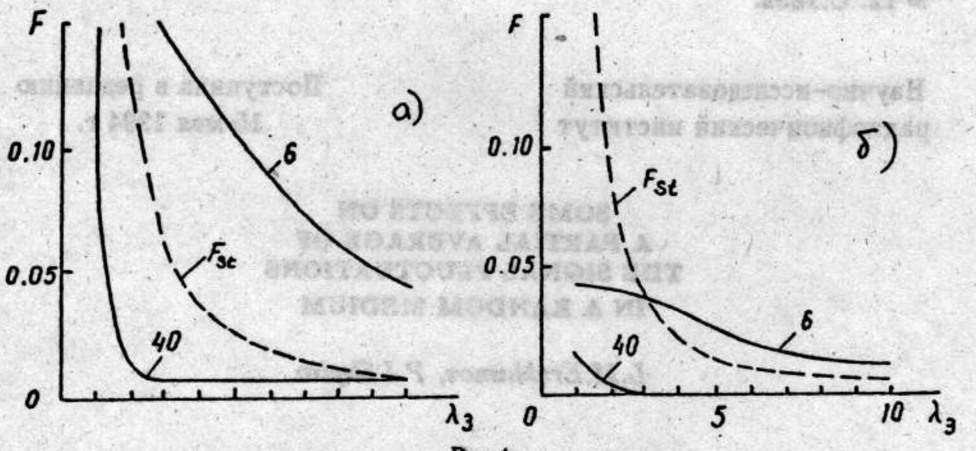

Рис.4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше мы проанализировали эффект взаимного влияния сигналов, рассеянных неоднородностями различных угловых размеров, на осредняющее действие источника излучения и показали, что неконтролируемое усреднение определенной части спектра флуктуаций оказывает существенное влияние на величину флуктуаций интенсивности принимаемого сигнала и его корреляционные характеристики. В процессе измерения неконтролируемое усреднение (по времени, частоте и пространству) также может привести к потере информации об источнике и среде распространения излучения.

Следующим шагом в развитии предложенной нами концепции частичного усреднения является получение и анализ интегро-дифференциального уравнения переноса корреляционных моментов частично усредненных полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерухимов Л.М., Шпиро П.И. //О частичном усреднении флуктуаций. — Препринт N 246. Горький: НИРФИ, 1987.
2. Erukhimov L.M., Shpiro P.I. //Propagation of partially averaged fluctuation fields. — XXIII General Assembly of the URSI. Abstracts. Prague, 1990. V.1. P.114.
3. Чашей И.В., Шишов В.И. //Астрон. ж. 1976. Т.53, № 1. С.26.
4. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М: Наука, 1984.
5. Booker H.G., Ratcliffe J.A., Schinn D.H. //Phil. Trans. Roy. Soc. 1950. V.A242. P.579.
6. Ерухимов Л.М., Урядов В.П. //Изв.вузов. Радиофизика. 1968. Т.11, № 12. С.1852.

Научно–исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 15 мая 1994 г.

SOME EFFECTS ON A PARTIAL AVERAGE OF THE SIGNAL FLUCTUATIONS IN A RANDOM MEDIUM

L.M.Erukhimov, P.I.Shpiro

The concept is considered for a partial average of the signal fluctuations in a stretched turbulent medium where such uncontrollable average over time, frequency or space arises from the mutual influence of signals scattered by the different scale irregularities (or the different scattering layers) on fluctuations of the received signal intensity. The scintillation index of a partially averaged field is defined for the case of averaging action of the finite angular dimension radiation source. The proposed concept and obtained results may be useful in many applications as a development of statistical theory of wave propagation in random media.