

УДК 621.396.67

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ АДАПТИВНОЙ ОБРАБОТКИ В АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ ПРИ КОРОТКОЙ ВЫБОРКЕ ПОМЕХИ

В. Т. Ермолов, Ю. Л. Родыгин, А. Г. Флаксман

Предложены методы определения устойчивого решения для весового вектора в адаптивных антенных решетках (AAP) в случае короткой выборки входного процесса, когда число выборочных векторов меньше числа элементов AAP и обратная корреляционная матрица помехи в приемных каналах AAP не существует.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее перспективных путей создания помехозащищенных антенных устройств является построение адаптивных систем, способных автоматически в произвольной помеховой обстановке изменять свои диаграммы направленности. Для такой настройки необходимо соответствующим образом управлять комплексными коэффициентами передачи во всех приемных каналах. Нахождение оптимального вектора весовой обработки связано с необходимостью обращения корреляционной матрицы (КМ) смеси внутренних и внешних шумов в элементах AAP. В практических ситуациях вместо точной КМ используется ее максимально правдоподобная оценка по конечному числу L статистически независимых выборок входного процесса [1–3]. С учетом возможной нестационарности помехи длину выборки желательно уменьшить, что приводит, однако, к снижению эффективности адаптации. Поэтому длина выборки L выбирается на основе компромисса между эффективностью и скоростью адаптации. Такой компромисс может быть разрешен также путем задания модели нестационарности помеховой обстановки [4].

Если $L \geq 2J - 1$, где J — число внешних источников шумовой помехи, то потери в отношении сигнал/шум (ОСШ) не превышают ≈ 3 дБ [5]. Часто помеховые ситуации таковы, что число источников значительно меньше числа N приемных каналов AAP ($J < 0.5N$). Поэтому актуальным является случай короткой выборки, когда $L < N$. Оценка КМ становится вырожденной, а система линейных алгебраических уравнений для весового вектора имеет бесконечное множество решений. С физической точки зрения это обстоятельство обусловлено тем, что на основе информации о

помехе, содержащейся в короткой выборке, можно построить только проекцию весового вектора на подпространство выборочных векторов.

Для нахождения весового вектора применяются регуляризованные методы. В [6] рекомендуется использовать регуляризованную КМ, получаемую добавлением к максимально правдоподобной оценке КМ единичной матрицы с некоторым весом — параметром регуляризации. Для регуляризованной КМ обратная матрица существует всегда. Однако применение этого метода сопряжено с трудностью выбора параметра регуляризации в сложных ситуациях при сильно различающихся мощностях отдельных источников помехи.

В первой части настоящей работы предложены два других метода нахождения регуляризованного решения для весового вектора ААР. Первый из них (метод I) предполагает нахождение собственных чисел и векторов максимально правдоподобной оценки КМ. Регуляризация решения достигается за счет выделения в N -мерном пространстве подпространства, связанного только с внешними источниками помехи, и реализации в нем адаптивной обработки. В остальной части пространства производится согласованная обработка. Второй метод (метод II) представляет собой приложение к проблеме адаптации известного в вычислительной математике подхода к решению плохообусловленных систем линейных алгебраических уравнений [7]. Он заключается в построении устойчивого псевдorешения для вектора весовой обработки в ААР путем совместной минимизации функционала невязки и стабилизирующего функционала. Обсуждаются вопросы выбора параметра регуляризации.

Использование методов I и II дает хорошую эффективность адаптивной обработки, однако сопряжено с вычислительными трудностями в случае многоэлементных ААР, так как предполагает выполнение соответственно $\approx N^3 L$ и $\approx N^3$ операций комплексного умножения. Для сокращения объема вычислений в [8] предложено искать весовой W вектор в виде конечного разложения по векторам степени последовательности, образованным последовательным умножением КМ M на вектор сигнала S :

$$W = c_0 S + c_1 M S + c_2 M^2 S + \dots + c_K M^K S. \quad (1)$$

Коэффициенты разложения c_j являются действительными величинами и находятся из уравнения [9]:

$$A^+ M A \cdot C = A^+ S, \quad (2)$$

где матрица $A = (S, MS, \dots, M^K S)$ составлена из степенных векторов, вектор $C^+ = (c_0, c_1, \dots, c_K)$, " + " — знак юрмитового сопряжения. В рассматриваемом случае, когда число внешних источников шума $J < N$, в выражении (1) $K = J$.

Такое представление вектора \mathbf{W} дает возможность рассматривать оптимальную обработку как двухэтапную процедуру. Вначале формируются вторичные каналы с помощью степенных базисных векторов, рассматриваемых как весовые. Так как характеристики соответствующего формирователя зависят от помеховой ситуации, то его можно представить в виде адаптивной диаграммообразующей схемы (АДОС), формирующей $(J+1)$ вторичных каналов. Первый из них (основной) обеспечивает когерентное накопление сигнала, а остальные (вспомогательные) — подавление J источников помехи. На втором этапе осуществляется весовое суммирование сигналов на выходе АДОС с действительными коэффициентами.

В [10] исследована возможность сокращения размерности степенного базиса в разложении (1). При этом адаптивная обработка становится квазиоптимальной. Показано, что при относительно небольших потерях в ОСШ (не более 2–3 dB) число степенных векторов (вспомогательных каналов) K , как правило, можно уменьшить примерно в 2 раза, то есть выбрать $K \approx J/2$. В то же время, число выборок входного процесса L должно быть не менее $2J$ [5], чтобы потери в ОСШ, связанные с недостатком получаемой информации о помехе, были в пределах 3 dB. На практике J может быть меньше $0.5N$. Поэтому актуальным является случай короткой выборки, когда выполняется условие $K < L < N$. При этом вычислительная процедура сводится к обращению матрицы $\mathbf{A}^T \mathbf{M} \mathbf{A}$ порядка $(K+1) \times (K+1)$, что существенно упрощает ее по сравнению с обращением КМ \mathbf{M} порядка $N \times N$. Однако использование степенного базиса не снимает вопроса о регуляризации весового вектора, так как базис строится на основе короткой выборки входного процесса, которая дает недостаточную информацию о помехе [11].

Во второй части настоящей работы предложен метод III получения регуляризованного решения для весового вектора в ААР на основе использования степенного базиса. Регуляризация решения достигается за счет оценки размерности этого базиса и определения двух ортогональных компонент весового вектора. Проведено математическое моделирование эффективности адаптивной обработки при использовании всех методов и оценен необходимый объем вычислений при ее реализации. Показано, что метод III обеспечивает более быстрое вычисление весового вектора ААР по сравнению с методами I и II при практически одинаковой эффективности адаптивной обработки.

2. МЕТОДЫ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ВЕСОВОГО ВЕКТОРА

Рассмотрим ААР, состоящую из N приемных каналов, в которые поступают сигналы от J источников шумовой помехи. Кроме того, имеется аддитивный статистически независимый по приемным каналам

собственный шум единичной мощности. Суммарные входные шумы опишем вектором входного процесса \mathbf{X} . Оптимальный весовой вектор \mathbf{W} , обеспечивающий максимальное значение ОСШ на выходе ААР, удовлетворяет уравнению [12]:

$$\mathbf{MW} = \mathbf{S}, \quad (3)$$

где $\mathbf{M} = \langle \mathbf{XX}^+ \rangle$ — КМ шумов в элементах ААР, \mathbf{S} — управляющий вектор сигнала, $\langle \dots \rangle$ — знак статистического усреднения.

Максимально правдоподобная оценка КМ \mathbf{M} по конечному числу L статистически независимых выборок входного процесса имеет вид [1-3]

$$\widehat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \cdot \sum_{l=1}^L \mathbf{X}(1)\mathbf{X}^+(1), \quad (4)$$

где $\mathbf{X}(1)$ — 1-ая выборка вектора \mathbf{X} .

В случае короткой выборки ($L < N$), оценочная КМ $\widehat{\mathbf{M}}$ является вырожденной, а обратная матрица $\widehat{\mathbf{M}}^{-1}$ не существует. При этом вместо КМ $\widehat{\mathbf{M}}$ используется регуляризованная матрица [6]

$$\mathbf{M}_r = \beta \mathbf{E} + \frac{1}{L} \cdot \sum_{l=1}^L \mathbf{X}(1)\mathbf{X}^+(1), \quad (5)$$

где \mathbf{E} — единичная матрица, β — параметр регуляризации. Обращение \mathbf{M}_r возможно при любом L .

2.1. Метод I. Рассмотрим метод построения регуляризованного решения уравнения (3), основанный на нахождении собственных чисел и собственных векторов матрицы $\widehat{\mathbf{M}}$. Разложение оптимального весового вектора по собственным векторам \mathbf{U}_j точной КМ имеет вид [3]

$$\mathbf{W} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{\lambda_j} (\mathbf{U}_j^\dagger \mathbf{S}) \mathbf{U}_j = \sum_{j=1}^N H(\lambda_j) (\mathbf{U}_j^\dagger \mathbf{S}) \mathbf{U}_j, \quad (6)$$

где λ_j — собственные числа точной КМ. Присутствующий в каждом слагаемом множитель $1/\lambda_j$ можно интерпретировать как коэффициент передачи $H(\lambda)$ фильтра подавления помехи в подпространстве, соответствующем собственному числу λ_j . Собственные числа точной КМ принадлежат интервалу $[1, \infty)$ на оси λ , поэтому $H(\lambda) \leq 1$ при любых λ .

В отличие от точной КМ собственные числа ρ_j выборочной КМ $\widehat{\mathbf{M}}$ являются случайными и принадлежат интервалу $[0, \infty)$. В случае короткой выборки ($L < N$) всегда имеются, по крайней мере, $(N - L)$ нулевых собственных чисел, а остальные принадлежат интервалу $[0, \infty)$. Причем некоторые из них могут принимать значения, близкие к нулю. Поэтому даже небольшие флуктуации элементов КМ могут вызывать неограниченно большие флуктуации весового вектора. N -мерное пространство

разбивается на L -мерное подпространство выборочных векторов и ортогональное ему подпространство размерности $(N - L)$. Оно является ядром КМ \widehat{M} , так как при умножении ее на любой вектор из этого подпространства получается нулевой вектор. Физически такое разбиение пространства сигналов связано с недостаточной информативностью короткой выборки. На основе выборочных векторов весовой вектор W можно оценить только для подпространства выборочных векторов и представить в виде

$$W = \sum_{j=1}^L \frac{1}{\rho_j} (\widehat{U}_j^\dagger S) \widehat{U}_j + W_\perp, \quad (7)$$

где \widehat{U}_j — собственные векторы матрицы \widehat{M} ; W_\perp — неопределенный вектор из ядра матрицы \widehat{M} ($\widehat{M}W_\perp = 0$).

Оценку (7) нельзя использовать практически. Во-первых, она содержит неопределенный вектор W_\perp . Во-вторых, даже небольшие флуктуации элементов матрицы \widehat{M} могут вызвать неограниченно большие флуктуации проекции весового вектора на подпространство выборочных векторов, так как собственные числа могут принимать любые значения на интервале $[0, \infty)$.

Учтем, что в состав помехи входит собственный шум с единичной КМ. На этом основании из L собственных чисел матрицы \widehat{M} выберем те, величины которых больше некоторого порогового значения ρ_t , и будем считать, что они связаны с подпространством внешних источников помехи. Если их число равно L_1 , то это подпространство имеет размерность L_1 . В нем необходимо обеспечить аддитивное подавление помехи. Дополнительное подпространство размерности $(N - L_1)$ будем считать связанным только с собственным шумом. Оптимальная обработка в этом подпространстве совпадает с согласованной обработкой, которая задается весовым вектором, равным проекции вектора сигнала S на данное подпространство.

Таким образом, с учетом априорных данных о собственном шуме весовой вектор W можно представить в виде

$$W = \sum_{j=1}^{L_1} \frac{1}{\rho_j} (\widehat{U}_j^\dagger S) \widehat{U}_j + (E - \sum_{j=1}^{L_1} \widehat{U}_j^\dagger \widehat{U}_j) S. \quad (8)$$

Полученное выражение удобно представить в аналогичной (6) форме.

$$W = \sum_{j=1}^N H_1(\rho_j, \rho_n) \cdot (\widehat{U}_j^\dagger S) \widehat{U}_j, \quad \text{где} \quad (9)$$

$$H_1(\rho_1, \rho_n) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 < \rho < \rho_n, \\ 1/\rho, & \text{при } \rho > \rho_n. \end{cases}$$

Решения (8) и (9) являются регуляризованными по отношению к (7), так как здесь устранена неопределенность в выборе весового вектора для ядра оценочной КМ \widehat{M} , а также исключен дестабилизирующий фактор, связанный с малыми собственными числами этой КМ.

Значение ρ_n может быть выбрано, исходя из требований к вероятности "ложной тревоги" P_n . Под "ложной тревогой" будем понимать формирование лишних собственных векторов вследствие грубой оценки КМ, когда размерность помехового подпространства превысит число источников помехи. Пусть, например, имеется только собственный шум с единичной КМ, а значение порога $\rho_n = 1$. Существует вероятность того, что одно или несколько собственных чисел ρ_j оценкой КМ \widehat{M} превысят заданный порог. Это превышение будем рассматривать как "ложную тревогу", приводящую к отклонению весового вектора W от оптимального вектора S за счет слагаемых в первой сумме выражения (8), а также к увеличению объема вычислений из-за оценки дополнительных собственных чисел и векторов оценочной КМ. Для уменьшения вероятности "ложных тревог" необходимо увеличить значение ρ_n . Однако чрезмерное его увеличение может привести к ухудшению ОСШ при появлении внешнего источника помехи.

Оценим значение порога ρ_n , исходя из критерия минимума среднего квадрата нормы матрицы $(\widehat{M} - \lambda E)$ при отсутствии внешних источников помехи. Этот критерий характеризует разброс собственных чисел выборочной КМ, так как

$$\sigma^2 = \langle \|\widehat{M} - \lambda E\|^2 \rangle = \langle \text{Sp}(\widehat{M} - \lambda E)^2 \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^N (\rho_j - \lambda)^2 \right\rangle. \quad (10)$$

Из условия $d\sigma/d\lambda = 0$ найдем оценку $\hat{\lambda}$, при которой величина σ^2 минимальна. Получим, что $\hat{\lambda} = N^{-1} \text{Sp} \widehat{M}$, где Sp — след матрицы. Отсюда среднее значение $\langle \hat{\lambda} \rangle = 1$. Подставим найденную оценку $\hat{\lambda}$ в (10) и учтем выражение (4) для максимально правдоподобной оценки КМ. В результате статистического усреднения будем иметь, что $\sigma_{\min}^2 = (N^2 - 1)L^{-1}$. В качестве значения порога можно выбрать величину $\rho_n = 1 + p \sigma_{\min}$, где параметр p определяется требованием к вероятности "ложной тревоги" P_n . Его можно оценить, например, исходя из неравенства Чебышева.

Рассмотрим случай одной выборки ($L = 1$), когда можно в аналитической форме получить выражение для вероятности P_n . Согласно (4) КМ $\widehat{M} = XX^+$. Она имеет одно отличное от нуля собственное число $\rho = X^+X$, и соответствующий ему собственный вектор $\widehat{U} = X(X^+X)^{-0.5}$. С помощью (8) или (9) регуляризованное решение можно представить в виде

$$W = h \frac{XX^+}{X^+X} S + \left(E - \frac{XX^+}{X^+X} \right) S, \quad \text{где} \quad (11)$$

$$h = \begin{cases} 1, & \text{при } X^+X \leq \rho_n \\ 1/(X^+X), & \text{при } X^+X > \rho_n. \end{cases}$$

Чтобы связать пороговое значение ρ_n с вероятностью P_n , найдем функцию плотности вероятности $\omega(\rho)$ в случае, когда в ААР имеется только собственный шум единичной мощности. Величина ρ равна сумме квадратов $2N$ действительных случайных величин ξ_j , имеющих нормальное распределение с параметрами $\langle \xi_j \rangle = 0$, $\langle \xi_j^2 \rangle = 0.5$, и подчиняется χ^2 -распределению вида

$$\omega(\rho) = \frac{1}{(N-1)!} \rho^{(N-1)} e^{-\rho}. \quad (12)$$

Отсюда найдем, что

$$P_n = \int_{\rho_n}^{\infty} \omega(\rho) d\rho = e^{-\rho_n} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\rho_n^k}{k!}. \quad (13)$$

Задавая вероятность P_n , можно найти значение порога ρ_n в решении (9). На рис.1 приведена зависимость P_n от ρ_n/N для ААР с различным числом элементов: $N = 4$ (сплошная кривая) и $N = 12$ (пунктирная кривая).

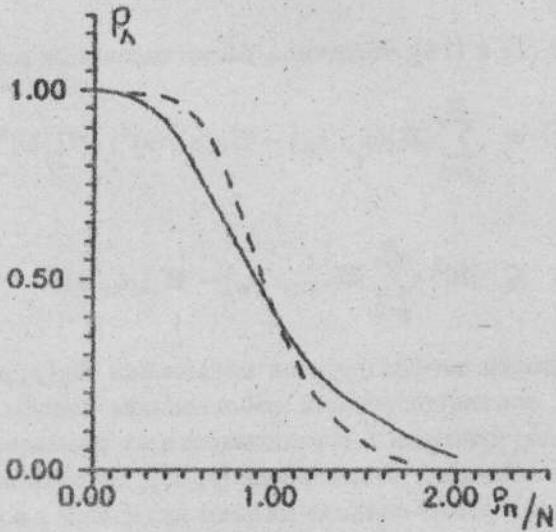


Рис.1.

2.2. Метод II. В качестве регуляризованного решения системы (3) выберем весовой вектор \mathbf{W} , минимизирующий функционал

$$F = |\widehat{\mathbf{M}}\mathbf{W} - \mathbf{S}|^2 + \alpha|\mathbf{W} - \mathbf{W}_0|^2. \quad (14)$$

Первое слагаемое в (14) называется функционалом невязки. Его величина зависит от значений выборочных векторов и не зависит от вектора \mathbf{W}_\perp из ядра оценочной КМ $\widehat{\mathbf{M}}$. Поэтому минимизация только функционала невязки не позволяет однозначно определить вектор \mathbf{W} . Второе слагаемое называется стабилизирующим функционалом. Относительный вклад этих двух функционалов регулируется выбором параметра регуляризации α . Учтем, что в ААР всегда имеется собственный шум с единичной КМ, при котором оптимальная обработка задается весовым вектором, совпадающим с вектором сигнала \mathbf{S} . Это значит, что при $\alpha \rightarrow \infty$ необходимо, чтобы $\mathbf{W} \rightarrow \mathbf{S}$. Поэтому в (14) следует принять $\mathbf{W}_0 = \mathbf{S}$.

Минимизируя функционал (14), получим вместо (3) следующее регуляризованное уравнение для весового вектора:

$$(\widehat{\mathbf{M}}^2 + \alpha \mathbf{E}) \mathbf{W} = (\widehat{\mathbf{M}} + \alpha \mathbf{E}) \mathbf{S}. \quad (15)$$

Значение параметра регуляризации α зависит, вообще говоря, от параметров помеховой ситуации (взаимного расположения источников помехи, их мощностей). Как показано ниже численным моделированием, эта зависимость слабая. Поэтому оценку α найдем путем усреднения по всем возможным помеховым ситуациям. Запишем решение уравнения (15) в виде

$$\mathbf{W} = \sum_{j=1}^N \mathbf{H}_1(\rho_j, \alpha) (\widehat{\mathbf{U}}_j^\dagger \mathbf{S}) \widehat{\mathbf{U}}_j, \quad \text{где } \mathbf{H}_2(\rho, \alpha) = \frac{\rho + \alpha}{\rho^2 + \alpha}. \quad (16)$$

Сравним решения (9) и (16). Величина рассогласования этих векторов

$$\begin{aligned} |\Delta \mathbf{W}|^2 &= \sum_{j=1}^N |\mathbf{H}_1(\rho_j, \rho_n) - \mathbf{H}_2(\rho_j, \alpha)|^2 \cdot |\widehat{\mathbf{U}}_j^\dagger \mathbf{S}|^2 \leq \\ &\leq |\mathbf{S}|^2 \cdot \sum_{j=1}^N |\mathbf{H}_1(\rho_j, \rho_n) - \mathbf{H}_2(\rho_j, \alpha)|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

и зависит от разности коэффициентов подавления $\mathbf{H}_1(\rho, \rho_n) - \mathbf{H}_2(\rho, \alpha)$, взятых в точках, соответствующих собственным числам КМ $\widehat{\mathbf{M}}$. Так как они являются случайными и в зависимости от помеховой обстановки принимают любые значения в интервале $[0, \infty)$, то отклонение функции $\mathbf{H}_2(\rho, \alpha)$ от $\mathbf{H}_1(\rho, \rho_n)$ можно оценить на всем интервале ρ с помощью формулы

$$\sigma_{12}^2 = \int_0^\infty |\mathbf{H}_1(\rho, \rho_n) - \mathbf{H}_2(\rho, \alpha)|^2 d\rho. \quad (18)$$

Полагая в (9) $\rho_n = 1$ и минимизируя σ_{12} по α , найдем, что минимальное значение σ_{12} получается при α , равном мощности собственного шума в

приемных каналах ААР ($\alpha = 1$). Графики функций $H_1(\rho, \rho_n)$ (кривая 1) и $H_2(\rho, \alpha)$ (кривая 3) при $\rho_n = 1$, $\alpha = 1$ приведены на рис.2.

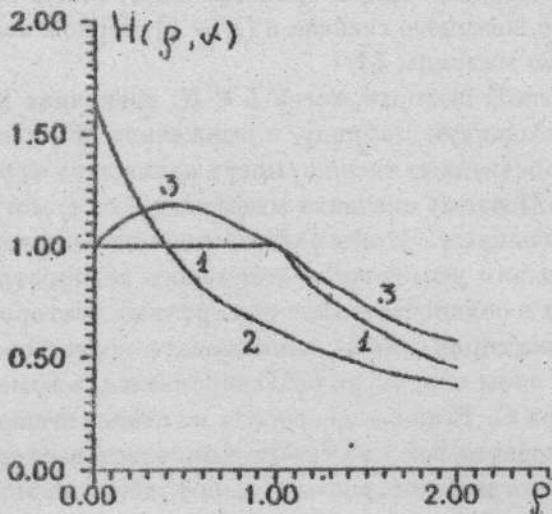


Рис.2.

Аналогично найдем оценку параметра регуляризации β для метода обращения регуляризованной матрицы M_r в (5) (обозначим его как метод IV), собственные числа которой смешены по отношению к собственным числам оценочной КМ \widehat{M} в (4) на величину β , а собственные векторы совпадают. Разложение весового вектора $W = M_r^{-1} \cdot S$ по собственным векторам имеет вид

$$W = \sum_{j=1}^N H_3(\rho, \alpha) (\widehat{U}_j^\dagger S) U_j, \quad \text{где } H_3(\rho, \alpha) = \frac{1}{\rho + \alpha}. \quad (19)$$

Определим аналогично (18) среднеквадратическое отклонение $\sigma_{13}(\alpha)$ функции $H_3(\rho, \alpha)$ от $H_1(\rho, \rho_n)$ и найдем точку экстремума функции σ_{13} по α . Получим, что минимальное значение σ_{13} достигается при $\alpha = \sqrt{e} - 1$. График функции $H_3(\rho, \alpha)$ при $\alpha = \sqrt{e} - 1$ приведен на рис.2 (кривая 2).

2.3. Метод III. Он основан на представлении вектора W в виде конечного разложения (1) по векторам степенной последовательности, образованных циклическим умножением КМ M на вектор сигнала S .

Выражение (8), в котором положим $L_1 = L$, представим в другом виде

$$W = AC + (E - AA^\dagger) \cdot S, \quad (20)$$

где $A = (\widehat{U}_1, \widehat{U}_2, \dots, \widehat{U}_k)$ — матрица, составленная из собственных векторов оценочной КМ \widehat{M} , C — вектор с компонентами $c_j = (\widehat{U}_j S) / \rho_j$.

Первое слагаемое обеспечивает подавление помехи и накопление полезного сигнала в L -мерном подпространстве выборочных векторов, а второе — накопление полезного сигнала в $(N - L)$ -мерном подпространстве, являющемся ядром матрицы \widehat{M} .

В случае короткой выборки, когда $L < N$, оценочная КМ \widehat{M} представляет собой вырожденную матрицу, а выражение (20) является неустойчивым, так как собственные числа ρ_j могут принимать любые значения на интервале $[0, \infty)$. Поэтому значения коэффициентов c_j могут становиться неограниченно большими. Чтобы найти устойчивое решение для весового вектора W , уменьшим размерность помехового подпространства.

Очевидно, что в подпространстве выборочных векторов кроме базиса из собственных векторов можно использовать другие ортонормированные базисы. При этом структура (20) сохраняется, а изменяется вид матрицы A и вектора C . Если базис строить на основе степенных векторов, то в качестве исходного вектора необходимо взять вектор \widehat{MS} , который принадлежит только подпространству выборочных векторов, являясь их линейной комбинацией.

Процесс формирования системы ортонормированных векторов $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \dots, \overline{F}_k$ на основе степенной последовательности можно представить в виде процедуры [13]:

$$\begin{aligned} F_1 &= \widehat{MS} & a_k &= (\overline{F}_k)^+ \widehat{M} \cdot \overline{F}_k \\ F_2 &= \widehat{M}\overline{F}_1 - a_1\overline{F}_1 & b_{k-1} &= (\overline{F}_{k-1})^+ \widehat{M} \cdot \overline{F}_k \\ F_3 &= \widehat{M}\overline{F}_2 - a_2\overline{F}_2 - b_1\overline{F}_1 \\ &\dots \\ F_{k+1} &= \widehat{M}\overline{F}_k - a_k\overline{F}_k - b_{k-1}\overline{F}_{k-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\overline{F}_k = F_k / \|F_k\|$ ($\|F_k\|$ — норма вектора F_k).

Для оценки размерности помехового подпространства вычислим вектор $F_1 = \widehat{MS}$ и сравним его норму $\|F_1\|$ с некоторым порогом T . Если $\|F_1\| < T$, то будем считать, что источников помехи нет, а выборочные векторы определяются собственным шумом. В этом случае векторы F_k отсутствуют, матрица $A = 0$ и из (20) следует, что $W = S$. То есть обеспечивается согласованная обработка сигнала. Если норма вектора \widehat{MS} превышает значение порога ($\|F_1\| > T$), то он нормируется и принимается в качестве первого вектора преобразующей матрицы A . Затем с помощью (21) вычислим следующий вектор F_2 и сравним его норму с тем же порогом T . Кроме этого, с целью лучшей стабилизации решения для весового вектора, эту норму сравним с нормой предыдущего вектора F_1 . Если выполняются два условия: ($\|F_2\| > T$; $\|F_2\| < \|F_1\|$), то вектор F_2 нормируется и становится вторым вектором в матрице A . Дальнейший процесс формирования системы векторов F_k заключается в вычислении нормы каждого последующего вектора F_{k+1} и в ее сравнении с величи-

ной T порога и с нормой предыдущего вектора \mathbf{F}_k . Этот процесс должен быть прекращен, если нарушается хотя бы одно из двух условий: $\|\mathbf{F}_{k+1}\| > T$; $\|\mathbf{F}_{k+1}\| < \|\mathbf{F}_k\|$.

Полученные векторы объединим в матрицу $\mathbf{A} = (\bar{\mathbf{F}}_1, \bar{\mathbf{F}}_2, \dots, \bar{\mathbf{F}}_k)$, которая описывает формирователь K вторичных каналов адаптации. Чтобы найти вектор \mathbf{C} , необходимо исходное уравнение $\mathbf{M}^* \mathbf{W} = \mathbf{S}$ для вектора \mathbf{W} , не имеющее решения во всем N -мерном пространстве, спроектировать на подпространство помехи, ограждаемое сформированным базисом. Проектирующая матрица $\mathbf{P} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^* \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^*$. Для ортонормированного базиса (21) матрица $(\mathbf{A}^* \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{E}$, поэтому матрица \mathbf{P} упрощается ($\mathbf{P} = \mathbf{A} \mathbf{A}^*$). В результате для вектора \mathbf{C} получим уравнение (2) с матрицей $\mathbf{A} = (\bar{\mathbf{F}}_1, \bar{\mathbf{F}}_2, \dots, \bar{\mathbf{F}}_k)$, которое имеет единственное и устойчивое решение.

Найдем оценку значения порога T . Она должна быть универсальной для различных помеховых ситуаций и определяться через известные параметры ААР. Выражение для точной КМ при наличии J источников помех с мощностями v_j и собственного шума единичной мощности имеет вид

$$\mathbf{M} = \mathbf{E} + v_j \Phi_1 \Phi_1^* + \dots + v_J \Phi_J \Phi_J^*,$$

где Φ_i — вектор-фазор напряжения на i -ый источник. Тогда, выбирая вектор \mathbf{S} так, что $\|\mathbf{S}\| = 1$, получим

$$\|\mathbf{MS}\|^2 = 1 + 2 \cdot \sum_{i=1}^J v_i N |G_{i0}|^2 + \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J v_i v_j N^2 \cdot G_{i0} G_{j0}^* G_{ij}, \quad (22)$$

где $G_{ij} = 1/N \cdot (\Phi_i^* \Phi_j)$ — функция рассогласования волновых фронтов i -го и j -го источников; индекс "0" соответствует сигналу. Величина $\|\mathbf{MS}\|$ зависит от параметров конкретной помеховой обстановки (взаимное расположение источников, их число, мощности и т.д.). Поэтому в качестве значения порога выберем усредненное по всем угловым положениям приближенное значение нормы $\|\mathbf{MS}\|$. Как правило, является известным среднее значение исходной ДН в угловом секторе возможного воздействия помех. Обозначим его через $|G|$ и подставим в (22) вместо величин G_{i0} , G_{j0} и G_{ij} . Тогда в актуальном случае превышения мощности помехи над мощностью собственного шума в основном канале ААР, в качестве оценки значения порога выберем величину

$$T = P \cdot |G|^{1.5}, \quad (23)$$

где $P = \text{Sp} \widehat{\mathbf{M}}$ — суммарная мощность помехи в элементах ААР, которая может быть определена в каждой помеховой ситуации.

Оценим объем вычислений, необходимый для реализации двухэтапной адаптивной обработки на основе выражений (1) и (2). Оценку векторов

$\widehat{M}\overline{F}_i$, в (21) по L выборкам входного процесса будем производить последовательно с помощью формулы:

$$\widehat{M}\overline{F}_i = \frac{1}{L} \cdot \sum_{l=1}^L X(1)X^+(1) \cdot \overline{F}_i. \quad (24)$$

Для формирования $(K+1)$ векторов F_1, F_2, \dots, F_{k+1} необходимо выполнить $Q_{III} \approx 2NL(K+1)$ операций комплексного умножения (КУ). Объем вычислений при нормировании векторов F_k , нахождении действительных элементов матрицы $A^+ \widehat{M} A$ и вектора $A^+ S$ в (2), а также при решении системы уравнений (2) составляет $\approx (K+1)^3$ операций КУ. Если выборка входного процесса короткая ($K < L < N$ и $N \gg 1$), то эта величина является малой по сравнению с Q_{III} . Таким образом, нахождение вектора W с помощью метода III предполагает выполнение $Q_{III} \approx 2NL(K+1)$ операций КУ. По сравнению с рекуррентной процедурой оценки обратной регуляризованной КМ (5), при использовании которой необходимо произвести $Q_{IV} \approx 1.75N^2L$ КУ [14], предложенный метод адаптации имеет меньший в $Q = Q_{IV}/Q_{III} \approx N/K$ раз объем вычислений.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью сравнения эффективности предложенных методов адаптации проведем математическое моделирование при различной длине выборки входного процесса L . Рассмотрим линейную ААР с числом элементов $N = 20$ и с периодом $d = 0.5\lambda$ (λ — длина волны). Предположим, что в приемных каналах решетки имеется некоррелированный собственный шум единичной мощности. Помеховые ситуации будем характеризовать числом источников помехи, их мощностями v_j и угловыми положениями φ_j , относительно направления нормали к ААР. Предположим также, что источники помехи могут появляться вне главного луча ААР в угловом секторе $[-45^\circ, 45^\circ]$. Средний уровень боковых лепестков диаграммы направленности в этом секторе $|G| = -22$ дБ. На рис.3 изображена исходная диаграмма направленности моделируемой ААР. Стрелками показано расположение источников помехи в рассматриваемых ситуациях.

Во всех помеховых ситуациях проводилось по 10 "экспериментов". В каждом из них (j -ый "эксперимент") формировалась выборка входного процесса длины L и вычислялись весовой вектор W_j и ОСШ $\eta_j = |W_j^+ S|^2 (W_j^+ M W_j)^{-1}$ ($j = 1, 2, \dots, 10$). Затем оценивалось среднее значение $\langle \eta_j \rangle$, которое нормировалось на максимальное ОСШ η_{opt} , соответствующее случаю точно известной КМ ($L \rightarrow \infty$). Моделирование проводилось с помощью методов I, II, III и IV.

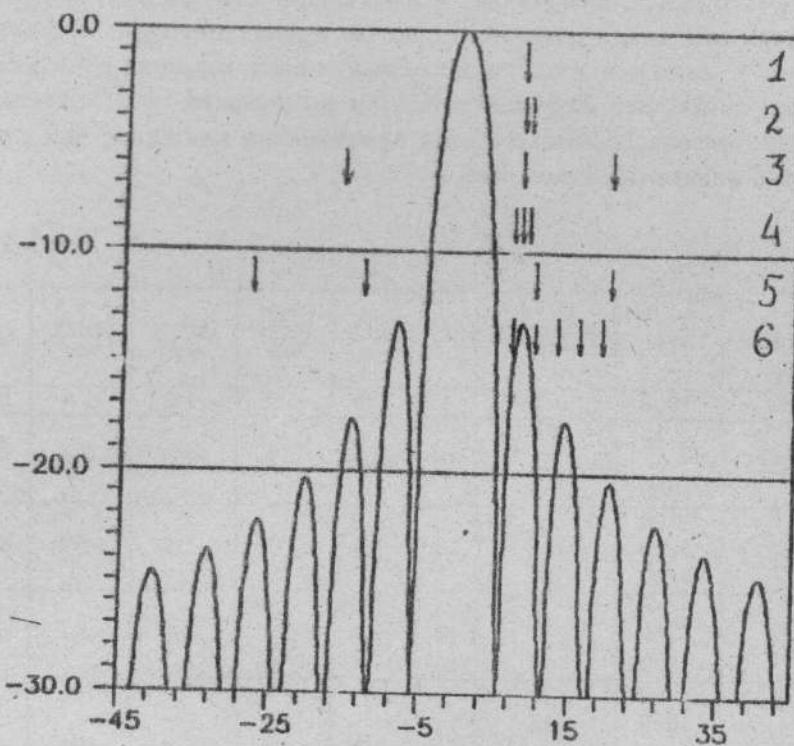


Рис.3.

Результаты моделирования эффективности адаптивной обработки в различных помеховых ситуациях приведены на рис.4 и в таблице. Нумерация помеховых ситуаций соответствует рис.3. На рис.4 показаны зависимости нормированного ОСШ от значений регуляризующих параметров ρ_t , α , T и β для методов I, II, III и IV (кривые 1, 2, 3, 4, соответственно). В таблице приведены параметры, характеризующие помеховые ситуации, длина выборки L , нормированные значения ОСШ $\langle \eta_j \rangle / \eta_{\text{опт}}$ в dB для всех методов и коэффициент уменьшения $Q = Q_{\text{IV}} / Q_{\text{III}}$ объема вычислений при использовании метода III по сравнению с методом IV. При этом значения $\langle \eta_j \rangle / \eta_{\text{опт}}$ для метода III соответствуют значению порога T , найденному с помощью (23), а для остальных методов — оптимальным значениям параметров ρ_t , α , β .

Из приведенных результатов моделирования видно, что эффективность всех рассматриваемых методов регуляризации зависит от выбора регуляризующих параметров ρ_t , α , T и β . Наиболее устойчивым является метод II, основанный на минимизации функционала (14). Оценка оптимального значения параметра регуляризации $\alpha = 1$, полученная на основе минимизации величины σ_{12}^2 в (18), дает хорошие результаты и может применяться на практике. Двухэтапная процедура адаптивной об-

работки (метод III) обеспечивает высокую эффективность ААР, которая практически совпадает с эффективностью других методов. Оценка (23) для порога T является достаточно общей и дает хорошие результаты в различных помеховых ситуациях. Объем вычислений, необходимых для реализации метода III, оказывается значительно меньшим, чем при рекуррентной оценке обратной КМ.

Таблица

N помех сит.	v_j	ϑ_j , (град)	L	$\frac{(\eta_j)_I}{\eta_{opt}}$	$\frac{(\eta_j)_{II}}{\eta_{opt}}$	$\frac{(\eta_j)_{III}}{\eta_{opt}}$	$\frac{(\eta_j)_{IV}}{\eta_{opt}}$	Q
1	1000	8	4	-1.0	-1.1	-1.1	-1.0	9
	10	8						
2	1000	9	10	-0.9	-0.8	-1.0	-0.8	9
3	100	8	10					
	1000	-16		-1.9	-1.9	-1.9	-1.9	4
	10000	20						
4	10	9	10					
	100	8		-1.6	-1.6	-2.0	-1.7	6
	1000	7						
5	1000	-28	10					
	1000	-13						
	1000	10		-2.2	-2.2	-2.6	-2.2	4
	1000	20						
6	100	7	15					
	100	10						
	100	13		-1.9	-1.9	-2.3	-2.2	3
	100	16						
	100	19						

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложены три метода нахождения устойчивого решения для весового вектора ААР в случае короткой выборки входного процесса, когда число выборочных векторов меньше числа приемных каналов ААР. Для реализации метода I, необходимо найти собственные числа и векторы выборочной КМ, выделить в пространстве сигналов подпространство, для которого собственные числа превышают пороговое значение, весовой вектор построить в виде суммы двух векторов, согласно (8). Получена оценка значения порога.

Метод II основан на минимизации функционала (14), состоящего из функционала невязки и стабилизирующего функционала. Весовой вектор адаптивной обработки определяется из уравнения (15). Получена оценка

параметра регуляризации α и показано, что данный метод является наиболее устойчивым к его изменению.

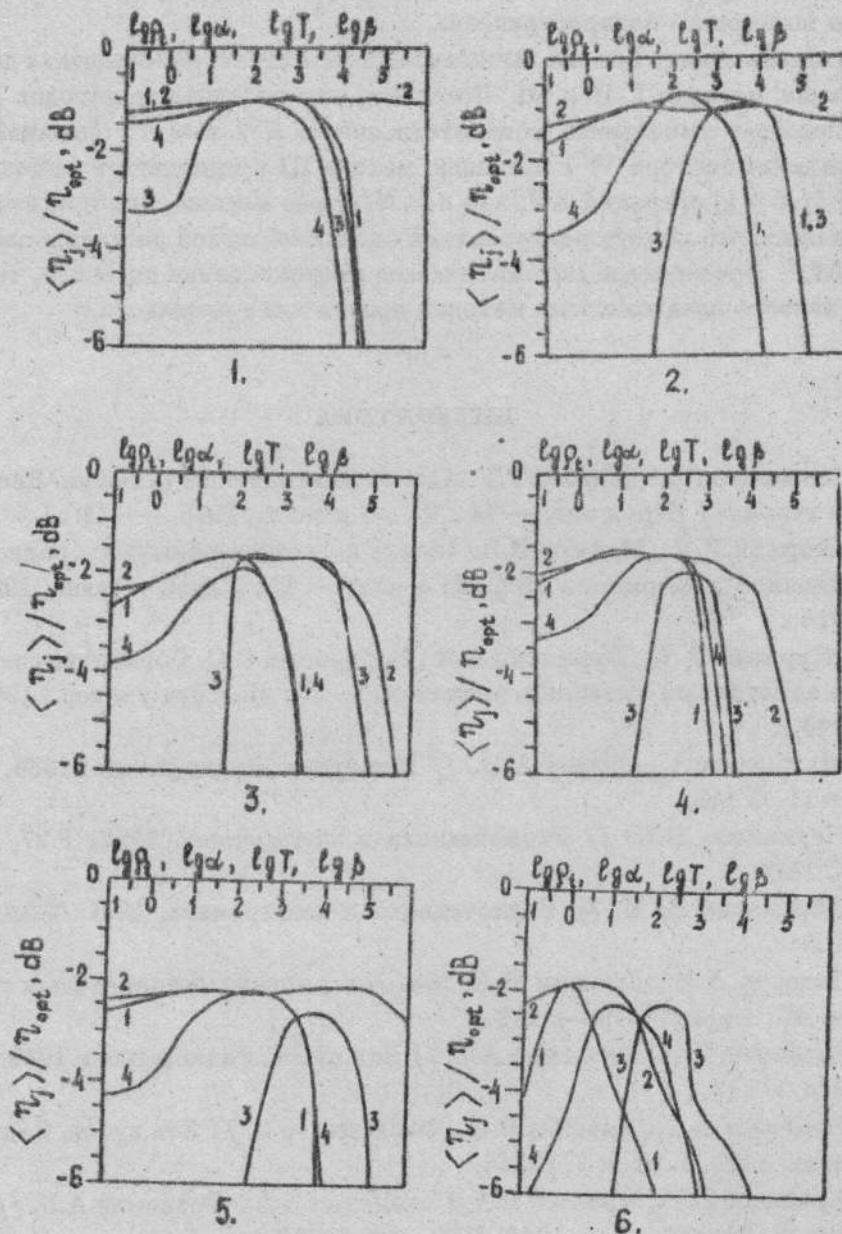


Рис.4.

Метод III основан на возможности представления весового вектора \mathbf{W} в виде конечного разложения по векторам степенной последовательности. Вначале с помощью выражений (21), (23) строится ортонормированный базис и оценивается размерность помехового подпространства. Затем

осуществляется адаптивная обработка в подпространстве помехи и согласованная обработка в дополнительном к нему подпространстве. Получена оценка (23) значения порога, используемая для определения размерности помехового подпространства.

Найдена оценка объема вычислительных затрат, необходимых для реализации методов I, II и III. Показано, что реализация методов I и II предполагает выполнение, соответственно, $\approx N^3L$ и $\approx N^3$ операций КУ. Нахождение вектора W с помощью метода III предполагает выполнение $\approx 2NL(K+1)$ операций КУ, что в $\approx N/K$ раз меньше, чем при реализации известного метода рекуррентной оценки обратной регуляризованной КМ M_p^{-1} . Проведенное математическое моделирование показало, что эффективность предложенных методов практически одинакова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенны решетки. Введение в теорию / Пер. с анг. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
2. Ширман Я.Д., Машкос В.И. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981. — 416 с.
3. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. — Л.: Изд.Лен.универ., 1983. — 240 с.
4. Мальцев А.А., Силаев А.М. // Изв.вузов. Радиофизика. 1985. Т.28, № 11. С.1413.
5. Черемисин О.П. // Радиотехника и электроника. 1982. Т.27, № 10. С.1933.
6. Абрамович Ю.И. // Радиотехника и электроника. 1981. Т.26, № 3. С.543.
7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
8. Ермолаев В.Т., Флаксман А.Г. // Изв.вузов. Радиофизика. 1982. Т.25, № 4. С.472.
9. Ермолаев В.Т., Краснов Б.А., Флаксман А.Г. // Изв.вузов. Радиофизика. 1983. Т.26, № 7. С.874.
10. Ермолаев В.Т., Краснов Б.А., Соломатин В.Я., Флаксман А.Г. // Изв.вузов. Радиофизика. 1986. Т.29, № 5. С.551.
11. Ermolaev V.T., Rodygyn Yu.L., Flaksman A.G. // Proceedings 1992 URSI international symposium on signals, systems and electronics ISSE-92. Paris. 1992. P.524.
12. Applebaum S.P. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1976. V.24, № 5. P.585.
13. Воеводин В.Б. Линейная алгебра. — М.: Наука, 1980. — 400 с.

14. Brennan L.E., Mallet J.D., Reed I.S. // IEEE Trans Anten. Propag. 1976.
V.24, № 5. P.607.

Поступила в редакцию
22 июня 1992 г.

THE METHODS OF DEFINITION THE WEIGHT VECTOR IN THE
ADAPTIVE ARRAYS (AA) IN THE SHORT SAMPLE CASE

V.T.Ermolaev, A.G.Flaksman, Yu.L.Rodygin

The problem is considered to solve a poorly specified system of algebraic linear equations, for defining weight vectors in the AA channels in the short sample case. Four methods, which are based on supplementing a posteriori information on the jammer with a priori data on them, are studied. These methods are almost equally high-efficient, but the latter method requires considerably less calculations. The results of the mathematical simulation of the efficiency of the suggested methods are given.