

УДК 621.371

**ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
НА КОЛЬЦЕВОЙ РЕШЕТКЕ
ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ ПАДЕНИЯ ЗАРЯДА**

И.И.Каликинский, Б.Б.Морозов

В работе исследуется возможность переходного излучения электрического и магнитного зарядов на кольцевой решетке при прохождении их через центр последней, когда $v_x/v_z \ll 1$, $v_y = 0$. Решетка, расположенная в плоскости $z = 0$, состоит из концентрических идеально проводящих колец и для длиноволновой части излучения может рассматриваться в приближении односторонней проводимости (цилиндрической). Показано, что с точностью до членов, имеющих порядок $(v_x/v_z)^2$, этим излучением можно пренебречь в случае электрического заряда. Магнитный же заряд дает такое же излучение, как и на сплошной идеальной проводящей плоскости.

Впервые работа по переходному излучению электрона, пересекающего границу раздела двух сред с различными диэлектрическими проницаемостями, появилась в 1946 г. [1]. В дальнейшем появилось много работ, посвященных этому вопросу [2–3]. Появились работы по рентгеновскому переходному излучению, разработанные в АН Армении, сконструированы переходные счетчики, позволяющие регистрировать частицы по их переходному излучению. В настоящее время интерес к этим вопросам не ослабевает, появляются новые работы, рассматривающие многочисленные вопросы, посвященные переходному излучению различного вида источников, не обладающих собственной частотой, при переходе их через границу раздела двух и более сред [3].

В работе [4] исследованы особенности переходного излучения на решетке, состоящей из параллельных прутьев. При этом исследовалась длиноволновая часть излучения заряда, когда решетку можно рассматривать в приближении односторонней проводимости. В работе [5] рассматривалась кольцевая решетка, состоящая из концентрических колец, причем также в приближении односторонней проводимости. Заряд при этом двигался нормально к решетке, на некотором расстоянии от ее центра.

Ниже мы рассмотрим ту же кольцевую решетку, но заряд падает на нее под небольшим углом. Итак, перейдем к постановке задачи.

И.И.Каликинский, Б.Б.Морозов

375

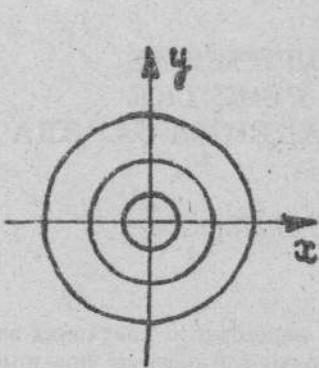


Рис.1.

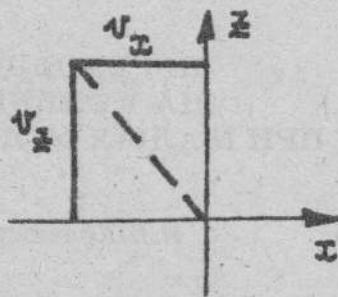


Рис.2.

В плоскости $z = 0$ расположена кольцевая решетка (см. рис.1), обладающая анизотропной проводимостью (анизотропия цилиндрическая), что означает наличие граничного условия

$$E_\varphi \Big|_{z=0} = 0. \quad (1)$$

В плоскости $x0z$ (см. рис.2) движется равномерно точечный заряд q , имеющий скорость $\vec{v}(v_x, 0, v_z)$, причем

$$\frac{v_x}{v_z} \ll 1. \quad (2)$$

Заряд создает ток с плотностью $\vec{j}(j_x, 0, j_z)$, где

$$\vec{j} = q\vec{v}\delta(x - v_x t)\delta(y)\delta(z - v_z t). \quad (3)$$

Требуется найти поле, создаваемое зарядом. Это поле будем искать из уравнений Максвелла, причем все величины разложим в интеграл Фурье по времени

$$\vec{j} = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{j}_\omega \cdot e^{-i\omega t} d\omega. \quad (4)$$

При этом, используя обратное преобразование Фурье, найдем

$$j_{\omega x} = \frac{q}{(2\pi)^3} \frac{v_x}{v_z} e^{i\frac{\omega}{v_z} z} \int e^{ik_y y + ik_x (x - \frac{v_x}{v_z} z)} dk_x dk_y, \quad (5)$$

$$j_{\omega z} = \frac{q}{(2\pi)^3} e^{i\frac{\omega}{v_z} z} \int e^{ik_y y + ik_x (x - \frac{v_x}{v_z} z)} dk_x dk_y. \quad (6)$$

Вектор Герца $\vec{\Pi}_\omega$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta \vec{\Pi}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\Pi}_\omega = -\frac{4\pi i}{\omega} \vec{j}_\omega. \quad (7)$$

При этом должны выполняться граничные условия (кроме условия 1)

$$\tilde{\tilde{E}}_r^{(1)} \Big|_{z=0} = \tilde{\tilde{E}}_r^{(1)} \Big|_{z=0}; \quad \tilde{\tilde{H}}_\varphi^{(1)} \Big|_{z=0} = \tilde{\tilde{H}}_\varphi^{(1)} \Big|_{z=0}, \quad (8)$$

где поле, создаваемое зарядом, ищем в виде

$$\vec{\Pi}_\omega = \vec{\Pi}_\omega^{(0)} + \vec{\Pi}_\omega^{(1)}, \quad (9)$$

где нулевой индекс соответствует полю заряда, а единичный — полю излучения. На больших расстояниях поле должно носить характер расходящихся волн. Знак \sim соответствует полю при $z > 0$, знак \approx — полю при $z < 0$.

Еще должно выполняться условие

$$\operatorname{div} \vec{\Pi}_\omega^{(1)} = 0. \quad (10)$$

Из уравнения (7) получим

$$\Pi_{\omega z}^{(0)} = \frac{iq}{4\pi^2\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\exp[ikr \cos(\tau - \varphi) - ik\frac{v_x}{v_z}z \cos \tau]}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk d\tau, \quad (11)$$

$$\Pi_{\omega x}^{(0)} = \frac{iq}{4\pi^2\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\exp[ikr \cos(\tau - \varphi) - ik\frac{v_x}{v_z}z \cos \tau]}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk d\tau, \quad (12)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} k_x &= k \cos \tau, & x &= r \cos \varphi, \\ k_y &= k \sin \tau, & y &= r \sin \varphi, \\ \beta_z &= \frac{v_x}{c}. \end{aligned} \quad (13)$$

Разложим $\exp[-ik\frac{v_x}{v_z}z \cos \tau]$ в ряд и ограничимся тремя первыми членами разложения

$$\exp\left[-ik\frac{v_x}{v_z}z \cos \tau\right] = 1 - ikz \frac{v_x}{v_z} \cos \tau - \frac{k^2 z^2}{2} \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \cos^2 \tau. \quad (14)$$

Рассмотрим

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \cos(\tau - \varphi)} d\tau = J_0(kr), \quad (15)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ikr \cos(\tau - \varphi)} (-ikz) \frac{v_x}{v_z} \cos \tau d\tau = -\frac{ikz}{2} \frac{v_x}{v_z} \left\{ \mathfrak{J}_1(kr) + \mathfrak{J}_{-1}(kr) \right\} = 0. \quad (16)$$

Аналогично, для интеграла

$$-\frac{k^2 z^2}{2\pi} \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \int_0^{2\pi} e^{ikr \cos(\tau - \varphi)} \frac{1 + \cos 2\tau}{2} = -\frac{k^2 z^2}{2} \left(\frac{v_x^2}{v_z^2}\right) \left\{ J_0(kr) + \mathfrak{J}_2(kr) \right\}. \quad (17)$$

Таким образом,

$$\Pi_{\omega z}^{(0)} = \frac{iq}{\pi\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \frac{J_0(kr) - \frac{1}{2}k^2 z^2 \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \mathfrak{J}_2(kr)}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk, \quad (18)$$

$$\Pi_{\omega x}^{(0)} = \frac{v_x}{v_z} \frac{iq}{\pi\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \frac{\mathfrak{J}_0(kr) - \frac{1}{2}k^2 z^2 \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \mathfrak{J}_2(kr)}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk. \quad (19)$$

Переходя к цилиндрическим координатам, получим $\Pi_{\omega z}^{(0)}$ то же, а

$$\Pi_{\omega r}^{(0)} = \frac{v_x}{v_z} \frac{iq}{2\pi\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \frac{\mathfrak{J}_0(kr) - \frac{1}{2}k^2 z^2 \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \mathfrak{J}_2(kr)}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}), \quad (20)$$

$$\Pi_{\omega \varphi}^{(0)} = \frac{v_x}{v_z} \frac{iq}{2\pi\omega} \exp\left(i\frac{\omega}{v_z}z\right) \int_0^\infty \frac{\mathfrak{J}_0(kr) - \frac{1}{2}k^2 z^2 \left(\frac{v_x}{v_z}\right)^2 \mathfrak{J}_2(kr)}{k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2}(1 - \beta_z^2)} k dk (e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}). \quad (21)$$

Из работы [5] следует, что для $\Pi_\omega^{(1)}$ надо взять члены с $k = 0$ для $\Pi_{\omega z}^{(1)}$ и члены с $k = \pm 1$ для $\Pi_{\omega r}$ и $\Pi_{\omega \varphi}$, т.е.

$$\Pi_{\omega z}^{(1)} = \int_0^\infty A_0(k) J_0(kr) e^{i\omega z} k dk, \quad (22)$$

$$\Pi_{\omega \varphi}^{(1)} = \int_0^\infty \left[D_1(k) \mathfrak{J}_2(kr) + E_1(k) J_0(kr) \right] e^{i\omega z} k dk e^{i\varphi} + \quad (23)$$

$$+ \int_0^\infty \left[D_{-1}(k) J_0(kr) + E_{-1}(k) \mathfrak{J}_2(kr) \right] e^{i\omega z} k dk e^{-i\varphi},$$

$$\Pi_{\omega r} = i \left[\int_0^\infty D_1(k) J_2(kr) - E_1(k) J_0(kr) \right] e^{i\omega z} k dk e^{i\varphi} + \quad (24)$$

$$+ i \left[\int_0^\infty D_{-1}(k) J_0(kr) - E_{-1}(k) \mathfrak{J}_2(kr) \right] e^{i\omega z} k dk e^{-i\varphi},$$

Вычисления

$$E_{\omega\varphi}^{(0)} = \text{grad}_\varphi \text{div} \vec{\Pi}_\omega^{(0)} + \frac{\omega^2}{c^2} \Pi_{\omega\varphi}^{(0)},$$

используя граничное условие (1), найдем

$$\mathcal{E}_{-1} = \mathcal{D}_1 = 0; \quad \mathcal{E}_1 = -\mathcal{D}_{-1} = -\frac{q}{2\pi} \frac{v_x}{v_z} \frac{\omega}{c^2 [k^2 + \frac{\omega^2}{v_z^2} (1 - \beta_z^2)]}. \quad (25)$$

Из условия (10) тогда следует, что $A_0 = 0$. Из этих формул видно, что при наклонном падении заряда под небольшими углами будет излучение, энергия которого $q^2(v_x/v_z)^2$, так что в рассматриваемом приближении излучение отсутствует. Тем более, если заряд движется по нормали к решетке $v_x = 0$, уже в коэффициентах поле излучения равно нулю. Таким образом, заряд, движущийся по центру решетки, не излучает. Последнее обстоятельство делает еще более актуальной кольцевую решетку, так как она вообще не реагирует на электрические заряды. Поэтому, если на пути пучка, состоящего из электрических и магнитных зарядов, поставить кольцевую решетку, то для пучка зарядов, движущихся по центру решетки, последняя будет давать излучение лишь магнитных зарядов даже в случае дипольного излучения.

В заключение авторы выражают благодарность Болотовскому Б.М., Столярову С.Н., Нефедову Е.И. и Барсукову К.А., чьи критические замечания способствовали работе над данным сообщением.

ЛИТЕРАТУРА

- Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т.16. Вып.1. С.15.
- Басс Ф.Г., Яковенко В.М. // УФН. 1965. Т.86. Вып.2. С.189.
- Библиография работ по переходному излучению заряженных частиц (1945–1982). — Ереван: Ереванский физический институт, 1983.
- Барсуков К.А., Нарышкина Л.Г. // Изв.вузов. Радиофизика. Т.8. Вып.5.
- Каликинский И.И. // ЖТФ. 1991. Т.61. Вып.9. С.20.

Астраханский государственный
педагогический институт
им.С.М.Кирова

Поступила в редакцию
27 июля 1992 г.

**TRANSITION RADIATION ON THE CIRCULAR LATTICE ATTACHED
TO THE SLIGHT ANGLES OF INCIDENCE CHARGE***I.I.Kalikinsky, B.B.Morozov*

In this work we try to research the possibility of transitional radiation of the electric and magnetic charges on the circular lattice at then passing from the centre of the circular lattice, when $v_x/v_z \ll 1$, $v_y = 0$. The lattice is dispose in the plane and consists of the ideal conduct concentric rings and may be regard in approximation of one — sided conductivity (cylindrical) for the ware — length part of radiation of the charge.

It is demonstrate, that with the precision up to the parts, which have the order $(v_x/v_z)^2$ we can ignore this radiation in case of the electric charge.

As for the magnetic charge, it gives the same radiation on the continuaus ideal conduct plane.