

УДК 621.396.6

АНАЛИЗ РАБОТЫ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК СИСТЕМ СВЯЗИ, МАКСИМИЗИРУЮЩИХ ВЫХОДНОЕ ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ

А.М. Силаев

Теоретически и с помощью моделирования на ЭВМ исследуются статистические характеристики адаптивных антенных решеток систем связи с амплитудно и фазоманипулированными сигналами при гауссовских помехах и шумах. Рассматривается адаптивная антенная решетка, в которой опорный сигнал формируется путем нелинейного безынерционного преобразования выходного сигнала решетки. Показано, что оптимальный вектор весовых коэффициентов, минимизирующий среднеквадратичную ошибку между выходным и опорным сигналами, приводит одновременно к максимуму выходного отношения сигнал/шум.

1. В приемных адаптивных антенных решетках (ААР) радиосвязных систем для настройки весовых коэффициентов обычно используются алгоритмы минимизации среднеквадратичной ошибки (МСКО) между выходным сигналом решетки и опорным ("желаемым") сигналом. При этом опорный сигнал должен быть максимально коррелирован с полезным сигналом и не коррелирован с помехами [1-6]. Во многих задачах, когда для передачи сообщений применяются сигналы с широкой полосой частот, сложными видами модуляции, опорный сигнал ААР предпочтительно формировать путем обработки выходного сигнала решетки, используя различные статистические характеристики сигналов и помех. В этом случае использовать для оценки качества работы ААР непосредственно величину среднеквадратичной ошибки становится затруднительно и целесообразно критерий МСКО заменить критерием МОСШ — максимума отношения мощности выходного полезного сигнала к суммарной мощности помех и шумов на выходе решетки (отношения сигнал/шум).

В настоящей работе предполагается, что полезный сигнал является манипулированным по фазе и амплитуде, а помеховые сигналы и шумы — гауссовские. В этой ситуации полезный и помеховые сигналы имеют разные вероятностные распределения. Поэтому для формирования опорного сигнала предложено нелинейное безынерционное преобразование выходного сигнала ААР. Показано, что при наиболее распространенных типах амплитудно-фазовой манипуляции полезного сигнала настройка весовых

коэффициентов по критерию МСКО приводит одновременно к оптимизации и по критерию МОСШ.

2. Рассмотрим работу узкополосной ААР, функциональная схема которой приведена на рис.1.

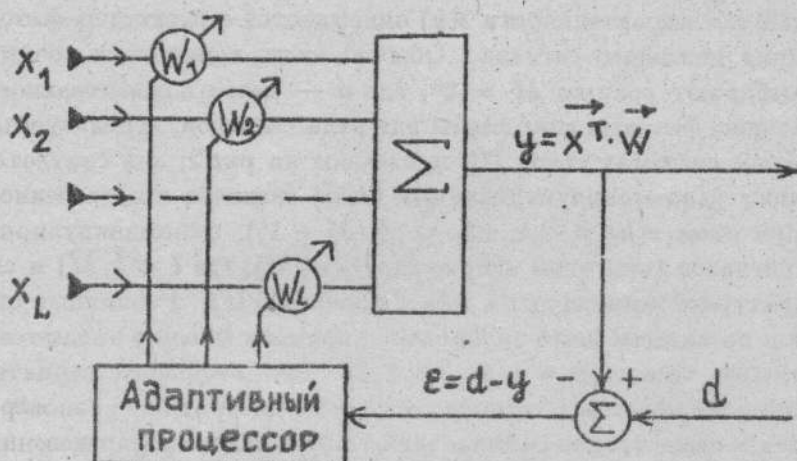


Рис.1.

Вектор комплексных амплитуд сигналов на выходах L приемных элементов ААР представим в виде суммы

$$\vec{x}(k) = s_0(k)\vec{S} + \sum_{i=1}^J f_i(k)\vec{\Psi}_i + \vec{\eta}(k), \quad (1)$$

где $s_0(k)$, \vec{S} — комплексная амплитуда и вектор волнового фронта (вектор-фазор) полезного сигнала; $f_i(k)$, $\vec{\Psi}_i$ — комплексные амплитуды и векторы волновых фронтов помех; J — число помех; $\vec{\eta}(k)$ — аддитивный собственный шум антенны. Будем предполагать, что отсчеты помеховых сигналов и шумов в разные моменты времени статистически взаимонезависимы и распределены по комплексному нормальному закону [3] с нулевыми средними значениями и ковариациями, равными

$$\langle f_i^*(k) f_l(k) \rangle = D_i \delta_{il}, \quad \langle \eta_m^*(k) \eta_n(k) \rangle = D_\eta \delta_{mn} \quad (2)$$

$$(i, l = \overline{1, J}; \quad m, n = \overline{1, L}),$$

где δ_{il} , δ_{mn} — символы Кронекера, D_η — мощность шума в приемных элементах решетки, D_i — мощность i -й помехи.

Будем считать, что полезный сигнал $s_0(k)$ равен $s_0(k) = a_s s(k)$, где a_s — комплексная постоянная величина, характеризующая уровень усиления или ослабления сигнала, а последовательность $s(k)$ принимает в

каждый момент дискретного времени одно из M возможных дискретных значений s_1, s_2, \dots, s_M с вероятностями, соответственно равными p_1, p_2, \dots, p_M . Для простоты предположим, что среднее значение амплитуды полезного сигнала равно нулю, то есть $\langle s(k) \rangle = \sum_{l=1}^M p_l s_l = 0$. С помощью последовательности $s(k)$ описывается амплитудно-фазовая манипуляция полезного сигнала. Обычно число возможных позиций сигнала выбирают равным $M = 2^n$, где n — целое положительное число. Амплитудно-фазовые диаграммы для ряда сигналов, используемых в современных системах связи [7], приведены на рис.2, а-в соответственно для амплитудно-манипулированных (АМ) сигналов с подавленной несущей (при этом $s(k) = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$), фазоманипулированных (ФМ) сигналов (при этом $s(k) = \exp(j2\pi l/M)$, где $l = \overline{1, M}$) и сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (КАМ). Различные значения сигналов на каждом шаге дискретного времени обычно задаются равновероятными, то есть $p_l = 1/M$, $l = \overline{1, M}$. Таким образом, вероятностное распределение полезного сигнала состоит из дискретных равновероятных значений и существенно отличается от нормального распределения помех и шумов. Этим обстоятельством можно воспользоваться при формировании опорного сигнала в ААР.

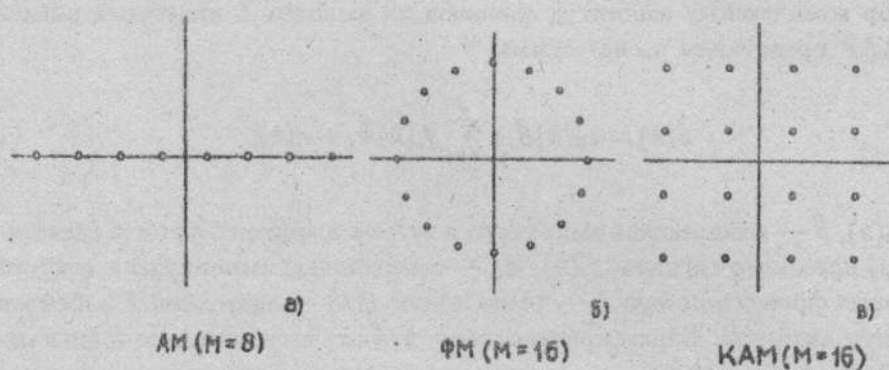


Рис.2.

Выходной сигнал адаптивной решетки представим в виде суммы сигнальной и помеховой составляющих

$$y(k) = \vec{W}^T \vec{x}(k) = A_s s(k) + \xi(k), \quad (3)$$

где $\vec{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_I\}^T$ — вектор регулируемых весовых коэффициентов, T — знак транспонирования, $A_s = a_s \vec{W}^T \vec{S}$ — амплитуда полезного сигнала на выходе решетки, $\xi(k) = \sum_{i=1}^J f_i(k) \vec{W}^T \vec{\Psi}_i + \vec{W}^T \vec{\eta}(k)$ — гауссовская последовательность, описывающая помехи и шумы. Мощность полезного

сигнала на выходе ААР равна

$$P_c = |A_s|^2 \langle |s(k)|^2 \rangle = |a_s|^2 |\vec{W}^T \vec{S}|^2 \sum_{l=1}^M p_l |s_l|^2 = |a_s|^2 |\vec{W}^T \vec{S}|^2 D_0,$$

а выходная мощность помех и шумов определяется дисперсией последовательности $\xi(k)$, то есть $P_{\text{шн}} = D_\xi = \vec{W}^+ \mathbf{R}_{\text{ш}} \vec{W}$, где $\mathbf{R}_{\text{ш}} = D_\eta \mathbf{I} + \sum_{i=1}^J D_i \vec{\Psi}_i \vec{\Psi}_i^T$ — корреляционная матрица помех и шумов на входе ААР, \mathbf{I} — единичная матрица, * и + — знаки комплексного и эрмитова сопряжений.

В приемных ААР радиосвязных систем направления на источники полезных сигналов и помех, как правило, априори неизвестны и, следовательно, матрица помех $\mathbf{R}_{\text{ш}}$ и вектор-фазор сигнала \vec{S} заранее не определены. Для настройки весовых коэффициентов ААР в таких системах используются алгоритмы минимизации среднеквадратичной ошибки между выходным сигналом $y(k)$ и опорным сигналом $d(k)$ [1-6]

$$\mathcal{E} = \langle |\vec{W}^T \vec{x}(k) - d(k)|^2 \rangle. \quad (4)$$

Здесь моментные скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по статистическим характеристикам сигналов $\vec{x}(k)$, $d(k)$. В частности, если на приемной стороне известны значения последовательности $s(k)$, то в качестве опорного сигнала можно выбрать $d(k) = s(k)$. Оптимальный в смысле МСКО вектор весовых коэффициентов будет равен

$$\vec{W} = s^* D_0 \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} \vec{S}^* / (1 + |a_s|^2 D_0 \vec{S}^T \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} \vec{S}^*), \quad (5)$$

где $D_0 = \sum_{l=1}^M p_l |s_l|^2$ — мощность сигнала $s(k)$. При этом соотношение сигнал/шум на выходе решетки $\rho = P_c / P_{\text{шн}}$ достигает максимального значения

$$\rho_{\text{max}} = \rho_0 = |a_s|^2 D_0 \vec{S}^T \mathbf{R}_{\text{ш}}^{-1} \vec{S}^*, \quad (6)$$

а мощность полезного сигнала P_c , суммарная выходная мощность помех и шумов $P_{\text{шн}}$ и величина среднеквадратичной ошибки определяются величинами

$$P_c = D_0 \rho_0^2 / (1 + \rho_0)^2, \quad P_{\text{шн}} = D_0 \rho_0 / (1 + \rho_0)^2, \quad \mathcal{E} = D_0 / (1 + \rho_0). \quad (7)$$

Таким образом, в этом случае оптимальный в смысле МСКО вектор весовых коэффициентов (5) является оптимальным и по критерию МОСШ.

На практике закон модуляции полезного сигнала $s(k)$ заранее не известен, поэтому при реализации алгоритмов МСКО возникает задача формирования опорного сигнала $d(k)$ в самой адаптивной решетке.

3. В рассматриваемой задаче, поскольку помехи и полезный сигнал различаются своими вероятностными распределениями, в качестве

устройства формирования опорного колебания целесообразно использовать такое нелинейное безынерционное преобразование выходного сигнала ААР, в результате которого будет сохраняться корреляция с полезным сигналом $s(k)$ и ослабится корреляция с помехами $f_i(k)$, $i = \overline{1, J}$. В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая, когда опорный сигнал формируется по правилу

$$d(k) = \text{sign}[\text{Re}(y(k))] = \begin{cases} 1 & \text{при } \text{Re}(y(k)) \geq 0 \\ -1 & \text{при } \text{Re}(y(k)) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Покажем, что при гауссовских помехах и шумах и манипулированном по фазе и (или) амплитуде полезном сигнале, такой выбор опорного колебания во многих задачах позволяет получить подавление помех путем адаптивной настройки весовых коэффициентов ААР и установления нулей диаграммы направленности решетки в направлении прихода помеховых сигналов. Эвристическое обоснование выбора правила (8) как одного из возможных для формирования опорного сигнала заключается в том, что для случайной величины z с нулевым средним значением и заданной дисперсией корреляция вида $\langle z \cdot \text{sign}(z) \rangle$ имеет несколько большее значение в случае, если z распределена равномерно по сравнению со случаем, когда z распределена нормально, так как при нормальном распределении значения z в большей степени концентрируются вблизи нуля, что снижает величину корреляции. В рассматриваемой задаче помехи и шумы предполагаются нормально распределенными, а полезный сигнал имеет распределение, состоящее из дискретных равновероятных значений, симметрично расположенных около нуля. Поэтому можно ожидать, что опорный сигнал в виде (8) окажется более коррелированным с полезным сигналом, чем с помехами и шумами.

Выразим возможные дискретные значения сигнала $s(k)$, а также комплексную амплитуду выходного полезного сигнала решетки $A_s = a_s \vec{W}^T \vec{S}$ в полярных координатах

$$s_l = r_l \exp(j\varphi_l), \quad l = \overline{1, M}; \quad (9)$$

$$A_s = |A_s| \exp(j\Psi) = \sqrt{D_\epsilon \rho / D_0} \exp(j\Psi), \quad D_0 = \sum_{l=1}^M p_l r_l^2.$$

Подставляя (3), (8) в (4) и проводя усреднение по статистическим характеристикам сигналов, помех и шумов, с учетом (9) получим выражение для среднеквадратичной ошибки в виде

$$\mathfrak{F} = 1 + D_\epsilon(1 + \rho) - \sqrt{D_\epsilon} f(\rho, \Psi). \quad (10)$$

Здесь $D_{\xi} = P_{\text{шш}} = \vec{W}^+ \mathbf{R}_{\Pi} \vec{W}$ — мощность помех и шума на выходе ААР, $\rho = P_c/P_{\text{шш}}$ — выходное отношение сигнал/шум,

$$f(\rho, \Psi) = \sum_{l=1}^M p_l \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{\rho r_l^2}{D_0} \cos^2(\Psi + \varphi_l) \right] + \right. \\ \left. + 2\sqrt{\rho/D_0} r_l \cos(\Psi + \varphi_l) \operatorname{erf}[\sqrt{\rho/D_0} r_l \cos(\Psi + \varphi_l)] \right\} \quad (11)$$

— функция, зависящая от ρ , Ψ и значений p_l , r_l , φ_l ($l = \overline{1, M}$), то есть зависящая от конкретного вида манипуляции полезного сигнала в задаче. Из (11) видно, что $f(\rho, \Psi)$ — положительная функция, периодичная по углу Ψ с периодом, в общем случае равным π . Такая периодичность возникает как следствие нечувствительности функционала качества (4) к перемене знака вектора весовых коэффициентов $\vec{W} \rightarrow -\vec{W}$ при формировании опорного сигнала к.з. правилу (8). Отметим, что в некоторых случаях при симметричном расположении дискретных значений сигнала $s(k)$ в комплексной плоскости относительно начала координат период функции $f(\rho, \Psi)$ по углу Ψ может быть и меньше, чем π (например, при фазовой манипуляции на M положений, как видно из рис. 2 б, период равен $2\pi/M$).

Из (10), (11) следует, что при фиксированных значениях ρ и Ψ среднеквадратичная ошибка достигает своего минимального значения

$$\tilde{\mathcal{E}} = 1 - f^2(\rho, \Psi)/[4(1 + \rho)],$$

если только суммарная выходная мощность шума и помех равна $D_{\xi} = f^2(\rho, \Psi)/[4(1 + \rho)^2]$. Очевидно, данное значение минимума в общем случае будет достижимо, если число весовых коэффициентов рассматриваемой ААР больше числа помеховых сигналов, то есть $L > J$.

Из периодичности функции $f(\rho, \Psi)$ по углу Ψ следует, что при некоторых углах $\Psi = \Psi_0$, $\Psi = \Psi_0 + \pi$ и т.д. величина $f(\rho, \Psi)$ достигает максимума. При этом среднеквадратичная ошибка $\tilde{\mathcal{E}}$ принимает при фиксированном параметре ρ наименьшее значение, равное

$$\mathcal{E}_{\min} = 1 - f^2(\rho, \Psi_0)/[4(1 + \rho)]. \quad (12)$$

Выражение (12), по-существу, представляет собой профиль некоторой потенциальной функции, которая зависит от параметра ρ — выходного отношения сигнал/шум. Анализ выражения (12) с помощью численных методов показывает, что для всех наиболее распространенных типов манипуляции полезного сигнала — ФМ, АМ, КАМ (см. рис. 2 а-в) среднеквадратичная ошибка \mathcal{E}_{\min} является убывающей функцией параметра ρ и принимает свое наименьшее значение при максимально возможном для ААР отношении сигнал/шум $\rho = \rho_0 = D_0 |a_s|^2 \tilde{\mathcal{E}}^T \mathbf{R}_{\Pi}^{-1} \tilde{\mathcal{E}}^*$. В качестве

примера на рис.3 приведены зависимости \mathfrak{S}_{\min} от ρ для КАМ сигналов $M = 4, 16, 64$ (при этом $\Psi_0 = 0$). Похожие зависимости имеют место и при АМ и ФМ сигналах.

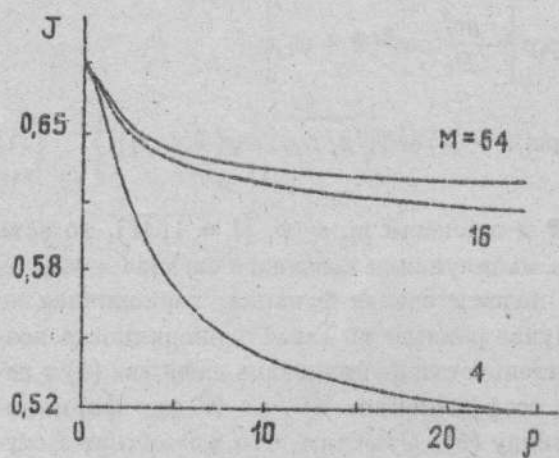


Рис.3.

Таким образом, для данных типов модуляции полезного сигнала настройка весовых коэффициентов ААР по критерию МСКО (4) при использовании опорного сигнала (8) приводит одновременно к выполнению критерия МОСШ. Следовательно, в целом ряде задач для подавления помеховых сигналов и максимизации полезного сигнала адаптивными антенными решетками достаточно формировать опорный сигнал по правилу (8) и проводить настройку весовых коэффициентов по критерию МСКО.

4. В оптимальной точке градиент среднеквадратичной ошибки \mathfrak{S} по вектору \vec{W} равен нулю. Поэтому величину оптимального вектора весовых коэффициентов можно найти, определив градиент (10) по \vec{W} с учетом зависимостей $\rho = P_c/P_{\text{шум}} = D_0|a_s|^2|\vec{W}^T \vec{S}^*|^2/D_\xi$, $D_\xi = \vec{W}^T \mathbf{R}_n \vec{W}$, $\Psi = \arg(a_s \vec{W}^T \vec{S}^*)$, приравняв результат нулю и решив полученное уравнение относительно \vec{W} , подставляя в него $\rho = \rho_0$, $D_\xi = f^2(\rho_0, \Psi_0)/[4(1+\rho_0)^2]$, $\Psi = \Psi_0$ или $\Psi = \Psi_0 + \pi$ (могут быть и другие оптимальные значения Ψ , если период функции $f(\rho, \Psi)$ по углу Ψ меньше, чем π). В итоге оптимальные значения вектора весовых коэффициентов, мощность полезного сигнала, суммарная мощность помех и шума на выходе ААР, а также минимальная величина среднеквадратичной ошибки будут равны

$$\vec{W}_{\text{опт}} = \frac{f(\rho_0, \Psi_0)}{2\sqrt{\rho_0/D_0(1+\rho_0)}} a_s^* \mathbf{R}_n^{-1} \vec{S}^* \exp(j\Psi_0),$$

$$P_c = \rho_0 f^2(\rho_0, \Psi_0)/[4(1+\rho_0)^2], \quad P_{\text{шум}} = f^2(\rho_0, \Psi_0)/[4(1+\rho_0)^2], \quad (13)$$

$$\mathfrak{S}_{\min} = 1 - f^2(\rho_0, \Psi_0)/[4(1+\rho_0)].$$

Здесь $\Psi_s = \Psi_0$, или $\Psi_s = \Psi_0 + \pi$, или Ψ_s равен любому другому углу, при котором функция $f(\rho_0, \Psi)$ достигает максимума.

Представляется интересным отдельно рассмотреть предельные случаи малого и большого соотношения сигнал/шум. В случае малого соотношения сигнал/шум $\rho_0 = |a_s|^2 D_0 \vec{S}^T \mathbf{R}_n^{-1} \vec{S}^* \ll 1$ при условии, что для

всех значений сигнала $s_l = r_l \exp(j\varphi_l)$, $l = \overline{1, M}$ выполняются неравенства $\rho_0 r_l^2 \cos^2(\Psi_0 + \varphi_l)/D_0 \ll 1$, из (11) получим, что $f(\rho_0, \Psi_0) \approx 2/\sqrt{\pi}$. При этом выражения (13) становятся приближенно равными

$$\vec{W}_{\text{опт}} = \frac{a_s^* \mathbf{R}_{\Pi}^{-1} \vec{S}^* \exp(j\Psi_s)}{|a_s| \sqrt{\pi \vec{S}^T \mathbf{R}_{\Pi}^{-1} \vec{S}^*}}, \quad P_c = \rho_0/\pi, \quad P_{\text{шум}} = 1/\pi. \quad (14)$$

В случае же большого отношения сигнал/шум, когда для всех значений сигнала выполняются неравенства $\rho_0 r_l^2 \cos^2(\Psi_0 + \varphi_l)/D_0 \gg 1$, $l = \overline{1, M}$, функция (11) приближенно равна $f(\rho_0, \Psi_0) = 2\sqrt{\rho_0/D_0}g(\Psi_0)$, где $g(\Psi_0) = \sum_{l=1}^M p_l r_l |\cos(\Psi_0 + \varphi_l)|$. В этом случае зависимости (13) принимают вид

$$\vec{W}_{\text{опт}} = \frac{g(\Psi_0) a_s^* \mathbf{R}_{\Pi}^{-1} \vec{S}^* \exp(j\Psi_s)}{1 + \rho_0}, \quad (15)$$

$$P_c = \frac{\rho_0 g^2(\Psi_0)}{D_0(1 + \rho_0)^2}, \quad P_{\text{шум}} = \frac{\rho_0 g^2(\Psi_0)}{D_0(1 + \rho_0)^2}.$$

Заметим, что формулы (15) близки к идеальным зависимостям (5), (7), полученным при заранее известном полезном сигнале, и отличаются от них лишь появлением дополнительного множителя

$$g(\Psi_0)/D_0 = \frac{\sum_{l=1}^M p_l r_l |\cos(\Psi_0 + \varphi_l)|}{\sum_{l=1}^M p_l r_l^2},$$

который возникает вследствие применения жесткого ограничения на единичном уровне выходного сигнала решетки при формировании опорного сигнала. Чтобы от формул (15) перейти к (5), (7), достаточно в них подставить $g(\Psi_0)/D_0 = 1$, $\Psi_s = 0$.

5. Для настройки весовых коэффициентов ААР можно использовать стандартные алгоритмы поиска положения минимума среднеквадратичной ошибки (4), например, градиентный алгоритм МСКО [4]. Можно показать, что в случае применения опорного сигнала в виде (8) градиент функционала качества (4) равен

$$\nabla \mathfrak{S} = \left\langle \vec{x}^* \left[\vec{W}^T \vec{x} - \text{sign}(\text{Re}(\vec{W}^T \vec{x})) \right] \right\rangle.$$

Заменяя точное выражение для градиента его мгновенной оценкой на каждом шаге дискретного времени, получим градиентный алгоритм МСКО

$$\vec{W}(k+1) = \vec{W}(k) + \mu \vec{x}^*(k) [d(k) - \vec{W}^T(k) \vec{x}(k)]. \quad (16)$$

личины отношения мощности помехи к мощности сигнала на входе решетки D_1/D_s для трех значений коэффициента усиления обратной связи $\mu_1 = 10^{-3}$, $\mu_2 = 4 \cdot 10^{-4}$, $\mu_3 = 2 \cdot 10^{-4}$ (соответственно кривые 1, 2, 3 на рис.5). Точками и сплошными линиями на рисунке даны экспериментальные кривые, полученные с помощью моделирования на ЭВМ, пунктиром — теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (6).

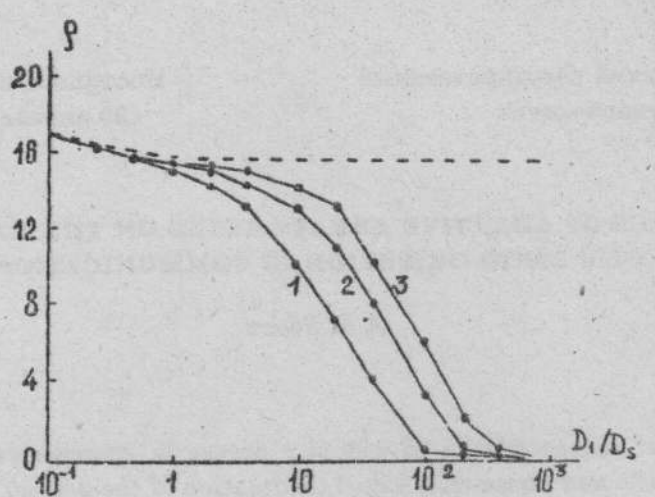


Рис.5.

При $D_1/D_s < 10$ результаты моделирования близки к теоретическим. При $D_1/D_s > 10$ на результаты работы ААР начинают влиять эффекты, связанные с просачиванием мощной помехи на выход решетки, вследствие флуктуаций весовых коэффициентов из-за конечности параметра μ в алгоритме адаптации. При этом происходит резкое снижение отношения сигнал/шум и потеря работоспособности ААР. Как видно из рисунка при $D_1/D_s < 10$ происходит эффективное, близкое к идеальному подавление помехи с помощью ААР, максимизирующей отношение сигнал/шум и использующей градиентный алгоритм настройки (16) с опорным сигналом (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
2. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. // Радиотехника. 1979. Т.34. N 5. С.7.
3. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. — М.: Радио и связь, 1986.

4. Уидроу Б., Стирна С. Адаптивная обработка сигналов. — М.: Радио и связь, 1989.
5. Лосев Ю.И., Бердников А.Г., Гойхман Э.Ш., Сизов Б.Д. Адаптивная компенсация помех в каналах связи. — М.: Радио и связь, 1988.
6. Комптон Р.Т. // ТИИЭР. 1978. Т.66. N 3. С.23.
7. Васильев В.И., Буркин А.П., Свириденко В.А. Системы связи. — М.: Высшая школа, 1987.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию
30 апреля 1992 г.

ANALYSIS OF ADAPTIVE ARRAYS BASED ON THE MAXIMUM
SIGNAL-NOISE RATIO CRITERION IN COMMUNICATION SYSTEMS

A.M.Silaev

Statistical characteristics of adaptive arrays in communication systems with amplitude and phase-shift keyed modulation of the desired signal, Gaussian interferences and noise are investigated theoretically and by numerical simulation. The nonlinear transformation of the array output signal is used for the reference signal forming. It is shown, that the optimal adaptive weight vector, minimizing the least mean square error between the output signal and the reference signal, leads simultaneously to the optimal maximum of signal-noise ratio criterion.