УДК 535.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ПРИЕМНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ И АТМОСФЕРЫ

А.Н.Кучеров, Н.К.Макашев, Е.В.Устинов

Предлагается процедура численного моделирования параметров мгновенных и усредненных по различным интервалам времени изображений удаленного точечного источника, возмущенных турбулентной атмосферой, движущейся относительно приемника излучения. Приведены и анализируются примеры соответствующих расчетов параметров изображения в условиях существенного влияния атмосферной турбулентности в приближении геометрической оптики.

При описании параметров изображения, формируемого в фокальной плоскости приемного устройства оптическим излучением, прошедшим через турбулентную атмосферу, обычно пользуются среднестатистическими характеристиками излучения [1–3]. Интервал, за который осуществляется усреднение, составляет, как правило, секунды и более длительные отрезки времени. Между тем, на практике возможны ситуации, когда времена усреднения изображений должны иметь существенно меньшую величину. В этом случае на первый план выдвигаются свойства мгновенных изображений. Для формирования требований к оптическим приемным устройствам, работающим в таких условиях, может быть использовано численное воспроизведение мгновенных изображений с их последующей статистической обработкой, основанное на методах статистического моделирования. Следует отметить, что из множества методов, описывающих распространение оптического излучения в турбулентной среде (метод геометрической оптики, метод плавных возмущений Рытова, метод моментов и т.д.) метод статистического моделирования на ЭВМ [4–6] является одним из наименее распространенных ввиду того, что требует больших ресурсов (машинной памяти и машинного времени). Однако, при достаточно коротком времени усреднения, метод статистического моделирования является, по-видимому, единственно возможным для получения характеристик возмущенного турбулентностью атмосферы излучения.

В настоящей работе исследуются характеристики изображения при коротких временах экспозиции в случае относительного движения турбулентной среды и приемника излучения.

Рассмотрим достаточно удаленный источник излучения (в общем случае некогерентного). Тогда на апертуре приемника будем иметь плоскую волну когерентного излучения. Радиус когерентности в однородной среде, как известно [7], увеличивается из-за дифракции пропорционально расстоянию z от источника. Для источника некогерентного излучения размера a он составляет $r_k \simeq z/ka$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны излучения. Под плоской волной подразумеваем такую, для которой отклонение Δz формы поверхности волнового фронта от плоскости на величине апертуры d значительно меньше длины волны λ. Это выполняется при малых числах Френеля $F = k(d/2)^2/z \ll 1$, построенных по диаметру апертуры d.

Предположим, что в главном приближении возмущение оптического излучения в плоскости апертуры приемника сводится к возмущению фазы. Флуктуирующую часть показателя преломления $n_1 = n - \langle n \rangle$ (где $\langle n \rangle$ — среднее значение показателя преломления) разложим по пространственным частотам $\vec{æ}$ в двумерный интеграл Фурье–Стилтьеса [2]

$$n_1(\vec{r}) = \iint \exp(i\vec{æ}\vec{\rho})d\nu(\vec{æ}, z). \tag{1}$$

Здесь $æ = 2\pi/l$, размер вихря l изменяется от минимального $l_0 \sim$ $\sim 10^{-3}$ м $\div 10^{-2}$ м, l_0 — внутренний масштаб турбулентности, до максимального $L_0 \sim 10^1$ м $\div 10^2$ м, L_0 — внешний масштаб турбулентности, $\vec{r} = (x, y, z)$ — трехмерный вектор, $\vec{\rho} = (x, y)$ — двумерный вектор. В приближении параксиальной оптики ($|z - z'| \gg |\vec{\rho}' - \vec{\rho}|$) флуктуирующая фаза излучения в плоскости приемника на расстоянии z может быть записана в следующем виде

$$\varphi_1(x, y, z) = \varphi - \langle\varphi\rangle = \iint e^{i\vec{æ}\vec{\rho}} \left[k \int_0^z dz' d\nu(\vec{æ}, z') \cos\left(\frac{æ^2(z - z')}{2k}\right)\right]. \tag{2}$$

Выражение в квадратных скобках можно считать аналогом величины $d\nu(\vec{æ}, z)$ в формуле (1). Ковариационная функция флуктуирующей фазы, после интегрирования по продольной координате z, описывается выражением [4]

$$B(\rho, z) = \langle \varphi_1(\vec{\rho}_1 + \vec{\rho}, z)\varphi_1(\vec{\rho}_1, z)\rangle = \iint e^{i\vec{æ}\vec{\rho}} G^2(æ_x, æ_y) d^2\vec{æ}, \tag{3}$$

$$G(æ_x, æ_y) = \frac{k\left[0,033 \cdot 4\pi \int_0^z C_n^2(z')dz'\right]^{1/2}}{[æ_0^2 + æ_x^2 + æ_y^2]^{11/12}} e^{-\frac{æ_x^2 + æ_y^2}{2æ_m^2}}, \tag{4}$$

$$æ_0 = 2\pi/L_0, \ æ_m = 2\pi/l_0.$$

Здесь $G^2(æ_x, æ_y) \equiv \Phi(æ_x, æ_y, 0)$ — двумерная спектральная плотность флуктуирующей фазы, $C_n^2(z)$ — структурная характеристика показателя преломления. Сущность предлагаемого подхода состоит в том, что влияние атмосферной турбулентности описывается фазовым экраном, расположенным вблизи апертуры.

Выражению (3) для ковариационной функции соответствует, в частности, флуктуирующая фаза φ_1 следующего вида:

$$\varphi_1(x, y, z) = \iint e^{i[æ_x x + æ_y y + \psi(æ_x, æ_y)]} G(æ_x, æ_y) \sqrt{dæ_x dæ_y}, \tag{5}$$

где $\psi(æ_x, æ_y)$ — случайная функция, равномерно распределенная в интервале $[0, 2\pi]$.

В расчетах интегралы заменим на дискретные суммы

$$\varphi_1(\Delta x\, k, \Delta y\, l) = \sum_{n=-\frac{N_x}{2}}^{\frac{N_x}{2}} \sum_{m=-\frac{N_y}{2}}^{\frac{N_y}{2}} \exp\{i(n\, \Delta æ_x\, k\, \Delta x + m\, \Delta æ_y\, l\, \Delta y + \psi)\} \cdot$$

$$\cdot G(æ_x, æ_y) \sqrt{\Delta æ_x \Delta æ_y}, \tag{6}$$

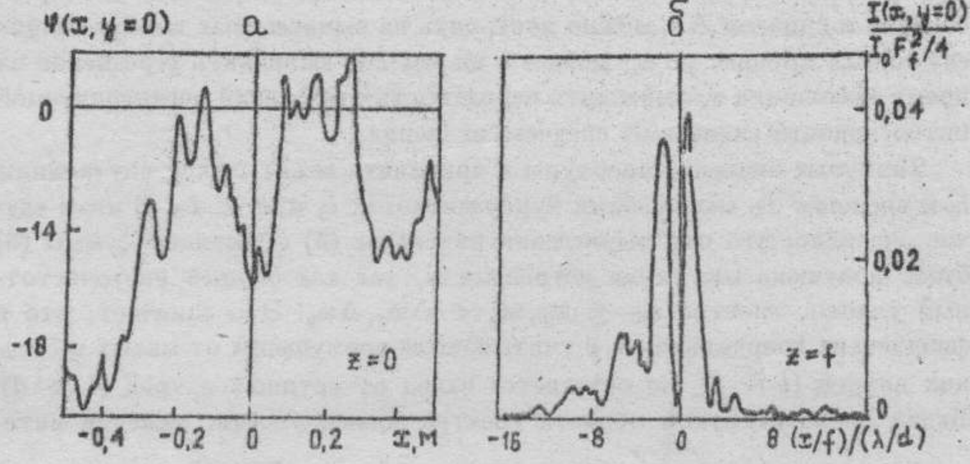
$$æ_x = n\, \Delta æ_x, \quad æ_y = m\, \Delta æ_y, \quad x = -\frac{L_x}{2} + (k-1)\Delta x, \quad y = -\frac{L_y}{2} + (l-1)\Delta y.$$

Шаги суммирования $\Delta æ_x, \Delta æ_y$ по пространственным частотам спектра связаны с размерами расчетной области L_x, L_y в физических координатах: $\Delta æ_x = 2\pi / L_x$, $\Delta æ_y = 2\pi / L_y$.

При вычислениях применялось быстрое преобразование Фурье. Число узлов расчетной сетки выбирали равным кратным двум: $N_x = 2^7 = 128$, $N_y = 2^7 = 128$. Размеры расчетной области приняли равными двум диаметрам апертуры: $L_x = 2d$, $L_y = 2d$.

Вычисленное на апертуре случайное поле значений фазы $\varphi(x, y)$ использовалось для построения дифракционной картины от равномерно освещенного круглого отверстия диаметра d в фокальной плоскости приемника, отстоящей от апертуры на расстоянии f. Изображение строилось в безразмерных угловых координатах $\bar{x} = (x/f)/(\lambda/d)$, $\bar{y} = (y/f)/(\lambda/d)$. Интеграл Кирхгоффа заменяли дискретными суммами Фурье и применяли быстрое Фурье-преобразование. Расчет одного изображения занимал 1–2 минуты на ЭВМ типа VAX–11/750. В отсутствие турбулентности получается известная дифракционная картина с центральным максимумом [8]. Типичная картина мгновенного изображения при наличии атмосферной турбулентности приведена на рис.1. Представлены профиль фазы $\varphi(x, y = 0)$ на апертуре (рис.1,а), профиль распределения интенсивности в фокусе $I(x, y = 0) = I_{фпо}/(I_0 F_f^2/4)$ (рис.1,б) и изофоты в фокальной плоскости (рис.1,в). Здесь I_0 — интенсивность падающей на апертуру однородной волны, $F_f = k/f \cdot (d/2)^2$

— число Френеля в фокальной плоскости. При расчетах приняли: внутренний и внешний масштабы турбулентности $l_0 = 0,02$ м, $L_0 = 40$ м, $d = 0,5$ м, $\Delta x = 7,8 \cdot 10^{-3}$ м $= \Delta y$; радиус когерентности $\rho_п = 0,06$ м; скорость перемещения приемника $V = 240$ м/с.



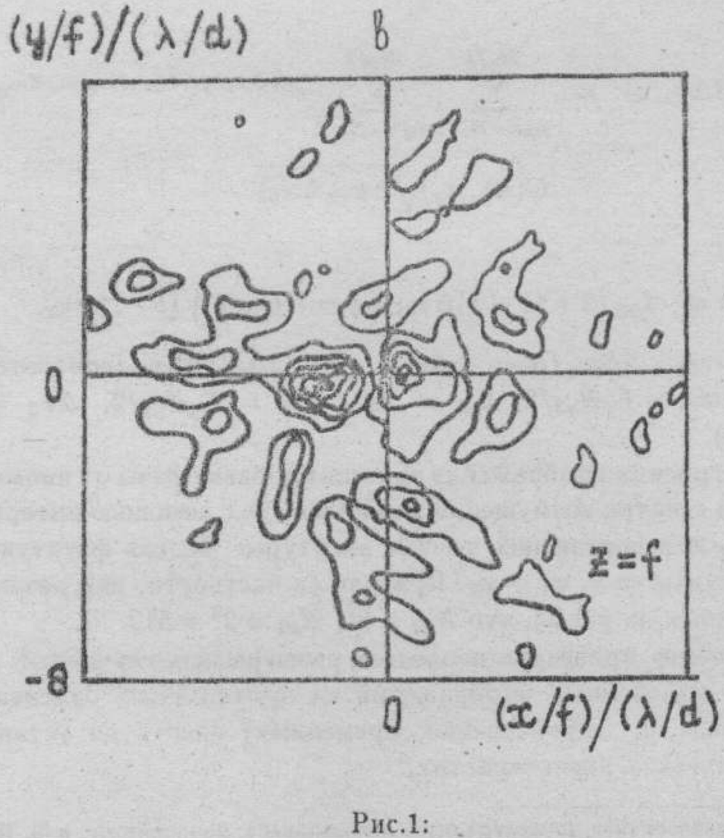


Рис.1:

Если совместить одну из осей (например, ось x) с направлением движения приемника относительно атмосферы, гипотеза "замороженной" турбулентности [1] позволяет установить простое соотношение между расстоянием перемещения приемника x со скоростью V и физическим временем: $t = x/V$, $\Delta t = \Delta x/V$. Смещаясь вместе с приемником на расстояние x с шагом Δx, можно построить на вычисленных изображениях случайный процесс по времени t с шагом Δt, выполнить усреднение за время экспозиции τ, вычислить вероятность отклонений регистрируемой интенсивности сигнала от среднего значения.

Типичные значения апертуры d приемника лежат между внутренним l_0 и внешним L_0 масштабами турбулентности $l_0 \ll d \ll L_0$. В этом случае очевидно, что при вычислении интеграла (5) с помощью суммы (6) будет допущена ощутимая погрешность, так как опущен низкочастотный участок спектра $æ_0 \le æ_x, æ_y < \Delta æ_x, \Delta æ_y$. Это означает, что в физических координатах x, y учитываются возмущения от малых и средних вихрей ($l \lesssim d$), но опускается вклад от крупных вихрей ($l \gg d$). Вклад низкочастотной области спектра можно учесть, заменив интегралы $\varphi_2(x,y,z) = \int\limits_{-\Delta æ_{x,y}}^{\Delta æ_{x,y}}\int G(æ_x, æ_y) e^{i(æ_x x + æ_y y + \psi)} \sqrt{dæ_x dæ_y}$ на дискретные суммы

$$\varphi_2(k\Delta x_2, l\Delta y_2, z) = \sum_{n_2=-N_x/2}^{N_x/2} \sum_{m_2=-N_y/2}^{N_y/2} e^{i(k\Delta x_2 n_2 \Delta æ_{x2} + l\Delta y_2 m_2 \Delta æ_{y2} + \psi)} \cdot G(æ_x, æ_y)\sqrt{\Delta æ_{x2}\Delta æ_{y2}}, \tag{7}$$

$$x = -L_{x2}/2 + (k-1)\Delta x_2; \quad y = -L_{y2}/2 + (l-1)\Delta y_2,$$

где $\Delta æ_{x2} = 2\Delta æ_x/N_{x2}$, $\Delta æ_{y2} = 2\Delta æ_y/N_{y2}$ (соответственно, $L_{x2} = 2\pi/\Delta æ_{x2} = L_x N_{x2}/2$, $L_{y2} = 2\pi/\Delta æ_{y2} = L_y N_{y2}/2$, $\Delta x_2 = L_x/2$, $\Delta y_2 = L_y/2$).

При построении изображения значения добавки фазы от низкочастотной области спектра возмущений можно учесть с помощью интерполяции функции φ_2 в недостающих точках апертуры: полная флуктуирующая фаза есть сумма $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Приняли (в частности, для результатов, представленных на рис.1), что $N_{y2} = 2^7$, $N_{x2} = 2^9 = 512$.

Предлагаемая процедура позволяет разыгрывать случайный процесс построения мгновенных изображений на протяженных отрезках (пространственных и, следовательно, временных) вплоть до установления среднестатистических характеристик.*

*Впервые аналогичная процедура была использована, по-видимому, в [9, 10].

Расчеты проводились в следующей последовательности. Сначала в области (L_{x2}, L_{y2}) вычислялись и запоминались значения низкочастотных возмущений фазы φ_2. Затем смещали апертуру приемника в направлении x по указанной области с шагом $\sim \Delta x_2$ ($\Delta t \sim \Delta x_2/V$) и на каждом шаге вычисляли полную флуктуирующую фазу φ, а также соответствующее ей изображение в фокальной плоскости приемника. Осуществлялся контроль за пиком интенсивности $\bar{I}_{\max} = \max_{\bar{x},\bar{y}}\{\bar{I}(\bar{x}, \bar{y})\}$ и его среднестатистическим значением $\langle \bar{I}_{\max}(k)\rangle = [\langle \bar{I}_{\max}(k-1)\rangle \cdot (k-1) + \bar{I}_{\max}(k)]/k$ (где k — число испытаний, т.е. число узлов, на которое происходило смещение в направлении оси x), средним размером $\bar{r}_c$, средней по пучку интенсивности $\bar{I}_{\text{ср}}$ и смещением центра тяжести изображения $\bar{r}_t$ в фокальной плоскости приемника при $z = f$ [3]:

$$\bar{r}_c = \sqrt{\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)\bar{I}(\bar{x}, \bar{y})d\bar{x}d\bar{y}/\bar{W}}, \tag{8}$$

$$\bar{I}_{\text{ср}} = \bar{W}/\pi \bar{r}_{\text{ср}}^2; \quad \bar{W} = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \bar{I}(\bar{x}, \bar{y})d\bar{x}d\bar{y}, \tag{9}$$

$$\vec{r}_t = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \vec{\rho}\bar{I}(\bar{x}, \bar{y})d\bar{x}d\bar{y}/\bar{W}. \tag{10}$$

Здесь $\bar{W}$ — полная обезразмеренная мощность излучения в фокальной плоскости. Средний размер $\bar{r}_c$ ($r_{\text{фпо}} = \bar{r}_c\lambda f/d$) устанавливается по числу испытаний k за несколько испытаний (смещений) и его отклонения от среднестатистического значения $\langle \bar{r}_c(k)\rangle = [\langle \bar{r}_c(k-1)\rangle \cdot (k-1) + \bar{r}_c(k)]/k$ пренебрежимо малы. Физически это означает, что средний размер изображения определяется мелкомасштабной (высокочастотной) областью спектра турбулентности в атмосфере. Аналогично, средняя по изображению интенсивность $\bar{I}_{\text{ср}}$ испытывает незначительные отклонения (в несколько %) от своего среднестатистического значения $\langle \bar{I}_{\text{ср}}\rangle$. Отклонения пика интенсивности $\bar{I}_{\max}$ от среднестатистического значения $\langle \bar{I}_{\max}\rangle$ могут быть соизмеримы с этим среднестатистическим значением (в частности, для примера, приведенного на рис.1, они достигают 100%). Дисперсия смещения центра тяжести $\sigma_t = \sqrt{\langle \bar{r}_t^2\rangle - \langle \bar{r}_t\rangle^2}$ устанавливается за десятки или даже сотни испытаний k, что соответствует смещению вдоль оси x на расстояния, соизмеримые с внешним масштабом турбулентности L_0. Среднее смещение центра тяжести распределения интенсивности $\langle \bar{r}_t\rangle$, как и следовало ожидать, близко к нулю.

Угловое разрешение приемника оптического излучения определяется размером чувствительной площадки $r_м$ и составляет по порядку величины $\sim r_м/f$. Ввиду ограничения на угловое разрешение, накладываемое дифракцией ($\Theta_{\min} \sim \lambda/d$), размеры площадки ограничены снизу: $r_м \geq \lambda f/d$. Предположим, что в фокальной плоскости расположена пластина с размерами чувствительной площадки $\bar{x}_м = 10\Delta\bar{x}$, $\bar{y}_м = 10\Delta\bar{y}$ ($x_м = 2{,}5\lambda f/d$, $y_м = 2{,}5\lambda f/d$) и проследим за средней интенсивностью энергии $\bar{I}_м$, приходящейся на ячейку, включающую пик интенсивности (расчеты были выполнены также для ячейки, включающей координату центра тяжести $\bar{r}_t = (\bar{x}_t, \bar{y}_t)$, но энергия, попадающая на последнюю, и соответствующая средняя интенсивность $\bar{I}_t$ всегда оказываются не выше величины $\bar{I}_м$). Отклонения средней интенсивности (или мощности) на ячейку от соответствующей среднестатистической величины $\langle\bar{I}_м\rangle$, как показал анализ, могут составлять десятки процентов. Следовательно, при достаточно коротком времени экспозиции и наличии существенного влияния атмосферной турбулентности приемник будет регистрировать случайный сигнал. На рис.2 построены зависимости от времени величины $\bar{I}_м(t)$ при времени экспозиции приемника τ, равном $\tau = \Delta t \simeq 2{,}08 \cdot 10^{-3}$ с (кривая *1*), $\tau = 10\Delta t \simeq 2{,}08 \cdot 10^{-2}$ с (кривая *2*), $\tau = 30\Delta t \simeq 6{,}24 \cdot 10^{-2}$ с (кривая *3*) и $\tau = t$ (кривая *4*).

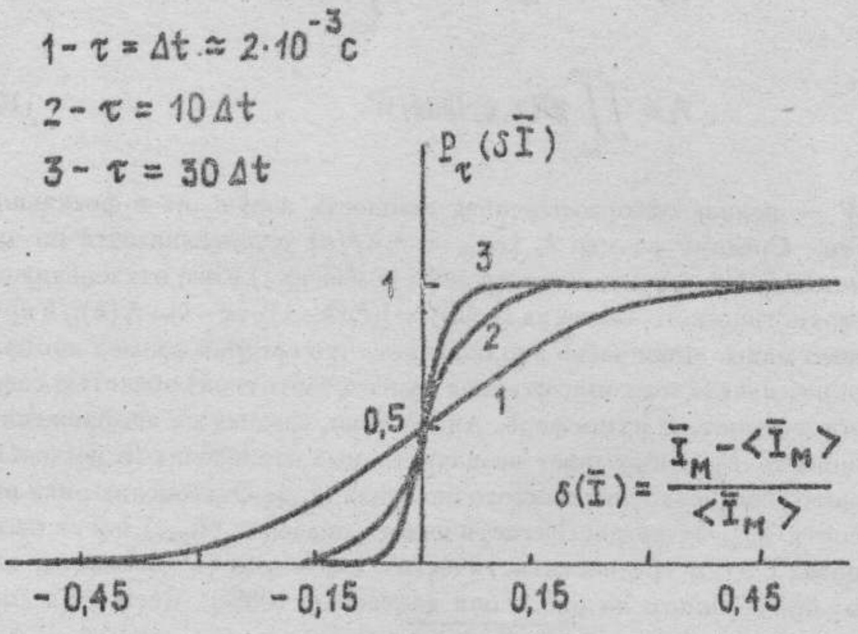


Рис.2:

Отклонения сигнала от среднего значения уменьшаются при увеличении времени усреднения τ. Однако, в любой момент времени при конечном заданном времени экспозиции приемник будет регистрировать пульсирующий случайным образом сигнал. Индекс мерцания $\beta_I =$

$= \sqrt{\langle \bar{I}_м \rangle^2 - \langle \bar{I}_м^2 \rangle} / \langle \bar{I}_м \rangle$ составляет $\beta_I = 0,358 - 0,0332$ при $\tau = \Delta t - 30\Delta t$. На рис.3 приведены вероятности $P_\tau(\delta\bar{I})$ того, что отклонение регистрируемой величины $\bar{I}_м$ от ее среднего значения $\langle \bar{I}_м \rangle$ меньше наперед заданной величины этого отклонения $\delta\bar{I}_м = (\bar{I}_м - \langle \bar{I}_м \rangle)/\langle \bar{I}_м \rangle$ при различных временах экспозиции τ. Обозначения такие же, как и на рис.2. Пологая при малых τ кривая $P_\tau(\delta\bar{I})$ становится все более крутой с увеличением τ и в пределе максимально больших τ близка к ступенчатой функции Хевисайда.

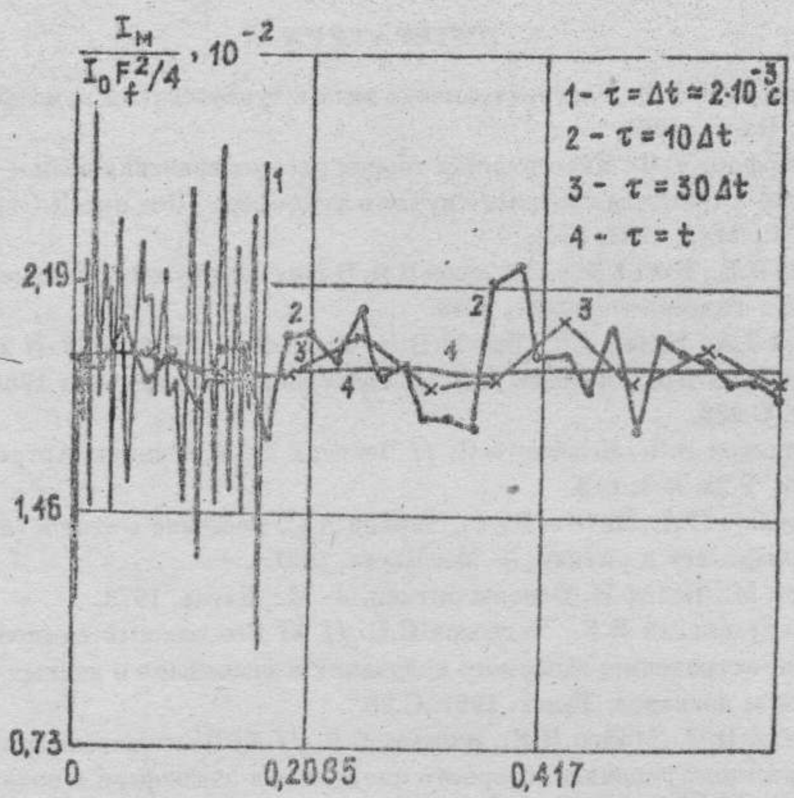


Рис.3:

Если при малом фиксированном времени экспозиции τ увеличивать площадь чувствительной площадки $S = x_м y_м$, амплитуда отклонения от среднего значения будет уменьшаться. Вероятность $P_S(\delta\bar{I})$ того, что отклонение $\delta\bar{I} = (\bar{I}_S - \langle \bar{I}_S \rangle)/\langle \bar{I}_S \rangle$ меньше наперед заданного значения, будет изменяться при увеличении площади S таким же образом, как зависимость $P_\tau(\delta\bar{I})$ при увеличении времени экспозиции τ. Максимально крутую зависимость $P_S(\delta\bar{I})$ будем иметь при условии, что на площадь S чувствительной ячейки попадает все пятно (изображение). Тем не менее, не следует забывать, что угловое разрешение приемника при увеличении S уменьшается.

Предложенная процедура построения мгновенных изображений и их среднестатистических характеристик при коротких временах экспозиции приемника может быть расширена на общий случай, когда в плоскости апертуры существенно флуктуирует не только фаза, но и интенсивность излучения падающей волны из-за влияния атмосферной турбулентности. Для ограниченных пучков описанная процедура применима к параболическому уравнению параксиальной оптики, учитывающему дифракцию [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
2. Клиффорд С.Ф. Классическая теория распространения волн. — В кн.: Распространение лазерного пучка в атмосфере /Под ред. Д.Стробена. — М.: Мир, 1981. Гл.2.
3. Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. — Л.: Гидрометеоиздат, 1988.
4. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. // Appl. Phys. 1976. V.10. N 2. P.129.
5. Кандидов В.П., Леденев В.И. // Изв.вузов. Радиофизика. 1981. Т.24. N 4. С.438.
6. Кандидов В.П., Леденев В.И. // Вестник МГУ. Физика. Астрономия. 1982. Т.23. N 1. С.3.
7. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973.
9. Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. // XI Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере и водных средах. Тезисы докладов. Томск. 1991. С.28.
10. Лукин В.П., Майер Н.Н., Фортес Б.В. // XI Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере и водных средах. Тезисы докладов. Томск. 1991. С.156.

Поступила в редакцию
29 апреля 1992 г.

NUMERICAL SIMULATION OF A POINT SOURCE IMAGE UNDER RELATIVE MOTION RECEIVER OF RADIATION AND THE ATMOSPHERE

A.N.Kucherov, N.K.Makashev, E.V.Ustinov

The numerical procedure is proposed for modelling parameters of the point source instant-images and that averaged upon different time intervals under the atmospheric turbulence. The examples of calculated instant-image parameters are demonstrated and analysed in the case of significant influence of the atmospheric turbulence for the geometrical optics approximation.