УДК 553.951.84

О ВЛИЯНИИ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ФОРМЫ ТЕЛА НА МАГНИТОЗВУКОВОЙ УДАР

В. А. Павлов

Исследуется формирование магнитоакустических ударных волн, возбуждаемых движущимся в плазме осесимметричным тонким телом нестационарной формы.

Значительное внимание уделяется задачам обтекания тел нейтральным газом и плазмой [1–6]. Для задач астрофизики и геофизики представляет интерес изучение нелинейных эффектов при формировании магнитозвуковых ударных волн. При таком исследовании использовалась идеализация стационарного процесса [5]. В реальной ситуации условие стационарности выполняется не всегда, нестационарность может быть обусловлена нестационарностью набегающего потока и нестационарностью формы тела. В настоящей работе учитывается последнее обстоятельство — сделано обобщение задачи [5] на основе идей метода нелинейной геометрической акустики.

Исследуем магнитозвуковое поле в холодной плазме при обтекании осесимметричного тела, описываемым уравнением

$$W(r,z,t) = r - \delta_1 R_1(z) - \delta_2 R_2(t) = 0, \tag{1}$$

где r, z — цилиндрические координаты, t — время, $\max R_1 = \max R_2 = L$ — длина тела, $\delta_1 \ll 1$, $\delta_2 \ll 1$ — малые параметры.

В качестве граничного условия используем требование непротекания плазмы через поверхность тела:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + \left(\vec{V}, \nabla\right) W = 0, \quad W = 0. \tag{2}$$

При выполнении условия $a_0 \gg b_0$ или $a_0 \ll b_0$ (a_0 — линейная скорость звука, b_0 — альфвеновская скорость) поле медленной магнитозвуковой волны мало на фоне быстрой волны. Обтекание тела плазмой при $a_0 \gg b_0$ приближенно сводится к задаче [1, 2].

При $\delta_2 = 0$ и замене $\delta_1 R_1 = R(z)$ постановка (1), (2) соответствует задаче [5]. Если скорость набегающего потока $\vec{V}_0 = V_0 \vec{e}_z = \mathrm{const}$ и внешнее магнитное поле $\vec{H}_0 = H_0 \vec{e}_z = \mathrm{const}$ ориентированы вдоль оси тела, то в ситуации (1) поля будут обладать осевой симметрией.

В поставленной таким образом задаче нет учета электропроводности обтекаемого тела. Однако, это обстоятельство мало существенно при обтекании ветром планет, не обладающих магнитным полем и плотной атмосферой. Такие планеты можно считать полностью поглощающими набегающие частицы неэлектропроводным телом [5,7]. В линейном приближении для случая достаточно медленного изменения $R_2(t)$ имеем описание радиальной компоненты вектора скорости плазмы при пренебрежении эффектом запаздывания

$$V_2 \approx I(z-\beta r)(2\pi)^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\int\limits_0^{z-br} d\eta\left[(z-\eta)^2-\beta^2 r^2\right]^{-1/2} q(\eta,t),$$

$$\beta^2 = V_0^2 b^{-2} - 1; \quad b_0^2 = \mu_0 H_0^2 \rho_0^{-1}, \tag{3}$$

где ρ_0, μ_0 — плотность среды в невозмущенном состоянии и магнитная проницаемость вакуума,

$$I(x) = \begin{cases} 1; & x > 0, \\ 0; & x < 0. \end{cases}$$

Представление (3) дает следующую оценку в окрестности поверхности тонкого тела

$$V_r \approx (2\pi r)^{-1} q(z,t) \approx (2\pi)^{-1}(\delta_1 R_1 + \delta_2 R_2)^{-1} q(z,t),$$

что позволяет с учетом (2), (3) найти представление для функции $q(z,t)$:

$$q(z,t) = V_0 \frac{\partial}{\partial z}\left[\Sigma_1(z)\Big(1+\Delta(z,t)\Big)\right],$$

где

$$\Sigma_1(z) = \pi(\delta_1 R_1)^2, \quad \Delta = \Sigma_2(z,t)\,\Sigma_1^{-1}(z) = \delta_2\delta_1^{-1}V_0^{-1}\Pi(z)\,\frac{dR_2}{dt},$$

$$\Sigma_2 = 2\pi\delta_1\delta_2 V_0^{-1}\frac{dR_2}{dt}\int\limits_0^z R_1(x)dx.$$

$\Pi(z) = 2R_1^{-2}\int\limits_0^z R_1(x)dx$ — медленно изменяющаяся функция, $\Pi \sim 0(1)$. В случае конической формы тела $R_1 = z$ и $\Pi = 1$. Использование представления (3) предполагает квазистационарность процесса, которая обеспечивается малостью параметров Δ и δ_2: $|\Delta| \ll 1$, $\delta_2 \ll 1$. Эти условия дают ограничение сверху на амплитуду δ_2 и скорость $\dfrac{dR_2}{dt}$ изменения формы тела. Поведение поля вблизи волнового фронта и на больших расстояниях от оси $r \gg z - \beta r$ дается одним и тем же представлением (6) в [5] при замене

$$F(\xi) \to F_1(\xi) + F_2(\xi,t), \tag{4}$$

где

$$F_1(\xi) = (2\pi)^{-1} \int_0^\xi d\eta (\xi-\eta)^{-1/2} \Sigma_1''(\eta),$$

$$F_2(\xi,t) = (2\pi)^{-1} \int_0^\xi d\eta (\xi-\eta)^{-1/2} \frac{\partial^2}{\partial\eta^2} \Sigma_2(\eta,t).$$

Учет влияния нелинейности производится аналогично [5], и в стадии, когда поля описываются непрерывными функциями, волновой фронт $\xi =$ $=$ const совмещается с C_+ характеристикой ($\xi(z,r,t)$ — деформированная координата):

$$\frac{\partial}{\partial r} z(r,\xi,t) = \mathrm{ctg}(Q+\nu),$$

где $\nu = \arcsin\frac{b}{v}$, b — альфвеновская скорость, Q — угол между $\vec{V}$ и $\vec{z}$. При образовании квазистационарной ударной волны малой интенсивности наклон $\frac{\partial z}{\partial r}$ ударного фронта равен среднему арифметическому наклонов характеристик по обе стороны от фронта. Положение фронта определяется условием "равных площадей" (12) в [5]. Таким образом, все результаты [5] получаются при использовании соотношения (4). Отметим, что в формуле (7) в [5] допущена опечатка: в правой части должен стоять множитель k^{-1}. В качестве простых следствий нестационарности тела в виде конуса отметим следующие: происходит модуляция угла раскрыва конической ударной волны и модуляция интенсивности магнитозвукового удара такой волны по одному и тому же закону, даваемому дополнительным к [5] множителем $\left(1+\Delta(t)\right)^2$, где $\Delta = \delta_2\delta_1^{-1}V_0^{-1}\frac{dR_2(t)}{dt}$. В случае тел сложной формы, описание полей более громоздко (см. (9)–(14), (18), (19) в [5]), модуляция полей зависит при этом как от t, так и от z.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor G.J., Maccoll J.M. // Proc. Roy. Soc. A., 1963. V.139. P.278.
2. Lighthill M.J. // Q. J. Mech. Appl. Math., 1948. V.1. P.309.
3. Whitham G.B. // J. Fluid Mech., 1956. V.1. P.290.
4. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977. 622 с.
5. Павлов В.А. // Изв. вузов. Радиофизика, 1990. Т.33. N 10. С.1124.
6. Коул Дж., Кук Л. Трансзвуковая аэродинамика. — М.: Мир, 1989.

В. А. Павлов

7. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. — М.: Наука, 1977.

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 21 апреля 1993 г.

THE INFLUENCE OF BODY'S FORM DEPENDENT ON TIME ON MAGNETOSONIC BANG

V. A. Pavlov

The lows formation of magnetosonic shock excited by symmetrical slender body having non-stationary form and moving in plasma are investigated.