

УДК 534.832:62-532.8

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ГРАДИЕНТНОГО АЛГОРИТМА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЕ АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ

А.А.Беляков, А.А.Мальцев, С.Ю.Медведев, В.В.Черепенников

Для настройки адаптивной системы активного гашения звукового поля предлагается модифицированный алгоритм наименьших квадратов, предотвращающий переполнение разрядной сетки весовых коэффициентов адаптивного трансверсального фильтра и обеспечивающий устойчивую работу системы. Приводятся результаты экспериментов по применению адаптивного фильтра с модифицированным алгоритмом в системе активного гашения нескольких гармонических составляющих звукового поля.

1. ВВЕДЕНИЕ

За последние годы интерес к разнообразным методам активного гашения акустического шума и вибраций продолжал неуклонно расти [1,2]. Общепризнанным стал принцип адаптивной настройки параметров систем активного гашения с использованием градиентных алгоритмов адаптации по критерию минимизации суммарной мощности остаточного поля в дискретных точках пространства [3-5]. Можно отметить и определенные достижения в области практического применения адаптивных систем компенсации квазипериодических акустических шумов. Так, например, в литературе сообщается о коммерческой реализации различных устройств активного подавления выхлопного шума двигателя автомобиля [6], шума внутри кабины спортивного автомобиля [7], шума в каналах системы кондиционирования воздуха [8]. В качестве адаптивного устройства управления наиболее часто применяется цифровой трансверсальный адаптивный фильтр, использующий для настройки весовых коэффициентов градиентный алгоритм наименьших квадратов.

Особенностью цифровой реализации подобных адаптивных фильтров с идеальным интегратором является отсутствие "механизма", предотвращающего переполнение разрядной сетки весовых коэффициентов. Сбои, вызванные переполнениями, могут привести к полной потере работоспособности адаптивной системы даже при условии использования устойчивых адаптивных алгоритмов. Данная проблема является особенно актуальной для систем активного гашения, поскольку для них, в отличие от адаптивных систем, работающих с чисто электрическими сигналами, существуют специфические факторы, вызывающие переполнение разрядной

сетки весовых коэффициентов. К этим факторам относятся: случайные внешние акустические и вибрационные воздействия на контрольные микрофоны, наличие постоянных смещений во входном сигнале и сигнале ошибки при разомкнутой обратной связи по постоянному току, а также общая причина для цифровых алгоритмов - постоянные дрейфы весовых коэффициентов, вызванные округлением или усечением в цифровом интеграторе, и так далее. В данной работе приводятся описание и результаты экспериментальной апробации модифицированного алгоритма наименьших квадратов, реализующего неидеальный цифровой интегратор с "забыванием" без существенного усложнения аппаратной реализации и не требующий дополнительных операций умножения.

2. ОПИСАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ГРАДИЕНТНОГО АЛГОРИТМА

Алгоритм наименьших квадратов без учета блоков коррекции фазы можно записать в следующем виде:

$$\vec{W}(n+1) = \vec{W}(n) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot \vec{X}(n), \quad (1)$$

$$\varepsilon(n) = d(n) - y(n),$$

$$y(n) = \vec{W}^T(n) \cdot \vec{X}(n),$$

где $\vec{W}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$ — вектор весовых коэффициентов, $\vec{X}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N)]^T$ — вектор входного (опорного) сигнала, N — число весовых коэффициентов трансверсального фильтра, $d(n)$, $\varepsilon(n)$, $y(n)$ — n -ые отсчеты исходного звукового поля, сигнала ошибки компенсации, выходного сигнала адаптивного трансверсального фильтра; μ — скалярный параметр адаптации.

Проанализируем одну из возможных причин переполнений — дрейф весовых коэффициентов, вызванный тем, что число двоичных разрядов произведения $2 \cdot \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot \vec{X}(n)$ больше, чем разрядность извлекаемых из оперативной памяти весовых коэффициентов. Такая ситуация возникает, например, при использовании однокристалльных умножителей-аккумуляторов, вычисляющих произведение с точностью 32–35 двоичных разряда, в то время как из соображений упрощения аппаратной реализации и достаточной точности число разрядов весовых коэффициентов в интеграторе выбрано равным $m \leq 20$. При вычислении суммы в (1) происходит выравнивание слагаемых по старшему (знаковому) разряду и вместо отсутствующих, например, 16-ти младших разрядов весового коэффициента аккумулятор (вычисляющий сумму) воспримет либо 16 логических нулей, либо 16 логических единиц. Поскольку данные и весовые коэффициенты знакопеременны, появление "лишних" логических нулей или единиц

приведет при определенных соотношениях знаков $w_j(n)$, $x(n-j)$, $\varepsilon(n)$ к возрастанию по модулю значения j -го весового коэффициента на величину младшего разряда весового коэффициента. Выражение для j -ой проекции весового вектора можно записать в следующем виде:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot x(n-j) + g_j(n),$$

где $g_j(n) = \pm \beta \cdot 1\{\varepsilon(n) \cdot x(n-j) \cdot w_j(n)\}$ и $\beta = 2^{-m+1}$.

Знак перед β определяется тем, что воспринимает аккумулятор по отсутствующим 16-ти младшим разрядам весового коэффициента (логические "0" или "1").

Для компенсации этого дрейфа и предотвращения возможных переполнений весовых коэффициентов, вызываемых другими причинами, необходимо ввести в идеальный интегратор адаптивного фильтра некоторое "забывание". Причем это "забывание" не должно повлечь за собой существенного усложнения аппаратной реализации, ухудшения быстродействия или точности настройки алгоритма. Одним из возможных решений этой проблемы является, на наш взгляд, подключение знакового разряда $w_j(n)$ к отсутствующим 16-ти младшим разрядам входа умножителя-аккумулятора, воспринимающего $w_j(n)$ при вычислении $w_j(n+1)$. Такая модификация при определенных соотношениях знаков $\varepsilon(n)$, $x(n-j)$, $w_j(n)$ приведет к уменьшению по модулю значения весового коэффициента на единицу младшего разряда. Выражение для модифицированного алгоритма можно записать следующим образом:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot x(n-j) - \beta \cdot \text{sign } w_j(n) \cdot 1\{-\varepsilon(n) \cdot x(n-j) \cdot w_j(n)\}, \quad (2)$$

Рассмотрим поведение данного модифицированного алгоритма в среднем. Известно, что для алгоритма наименьших квадратов среднее вектора весовых коэффициентов $\langle \vec{W}(n) \rangle$ по большому числу итераций сходится к винеровскому оптимальному вектору $\vec{W}^{\text{опт}} = \vec{R}^{-1} \cdot \vec{P}$ (где \vec{R} — корреляционная матрица входного сигнала, \vec{P} — вектор взаимной корреляции отсчетов входного процесса и сигнала исходного звукового поля) в случае стационарного случайного входного процесса [9]. Можно показать (см. Приложение), что среднее j -ой проекции вектора весовых коэффициентов для модифицированного алгоритма вблизи стационарного решения, будет равно:

$$\langle w_j(n) \rangle = \begin{cases} w_j^{\text{опт}} - \frac{\beta}{4 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1}, & \text{если } w_j^{\text{опт}} > 0, \\ w_j^{\text{опт}} + \frac{\beta}{4 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1}, & \text{если } w_j^{\text{опт}} < 0. \end{cases}$$

где r_{jj}^{-1} — диагональный элемент обращенной матрицы R .

Таким образом, введение забывания в идеальный интегратор адаптивного фильтра, решая проблему переполнения разрядной сетки весовых коэффициентов, приводит к появлению стационарного отклонения установившегося вектора весовых коэффициентов от оптимальных значений в сторону уменьшения коэффициентов по модулю на величину $\frac{\beta}{4 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1}$.

Аналогичный эффект был бы получен при использовании адаптивного алгоритма с обычным неидеальным интегратором, который можно записать следующим образом:

$$\vec{W}(n+1) = \alpha \cdot \vec{W}(n) + 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot \vec{X}(n), \quad (3)$$

где $\alpha \leq 1$.

В этом случае величина смещения установившегося вектора весовых коэффициентов от оптимальных значений, в случае независимых отсчетов входного сигнала $\vec{X}(n)$, составляла бы

$$\langle w_j(n) \rangle = -\frac{(1-\alpha)}{2 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1} \cdot w_j^{\text{опт}}.$$

Однако, как видно из выражения (3), такой адаптивный алгоритм требует, в отличие от рассматриваемого алгоритма, дополнительных операций умножения, что приводит или к существенному усложнению аппаратной реализации, или к уменьшению быстродействия системы.

Наличие стационарного отклонения установившегося вектора весовых коэффициентов модифицированного алгоритма от оптимальных значений приводит к появлению добавочного шума на выходе адаптивного фильтра. Выражение для средней избыточной среднеквадратической ошибки (СКО) можно записать в следующем виде [9]:

$$\langle \Delta \xi(n) \rangle = \langle \varepsilon^2(n) \rangle - \langle \varepsilon_{\min}^2 \rangle = \langle \vec{V}^T(n) R \vec{V}(n) \rangle.$$

В предположении малости флуктуаций весовых коэффициентов относительно установившихся значений можно использовать следующую оценку средней избыточной СКО:

$$\langle \Delta \xi(n) \rangle = \langle \vec{V}^T(n) \rangle R \langle \vec{V}(n) \rangle. \quad (4)$$

Подставляя (П.4) в (4) и полагая, что отсчеты входного сигнала $\vec{X}(n)$ независимы, найдем:

$$\langle \Delta \xi(n) \rangle = \frac{\beta^2 \cdot \text{tr} R^{-1}}{16 \cdot \mu^2}. \quad (5)$$

Для оценки величины полученного выражения предположим, что собственные значения матрицы R приблизительно равны, тогда получим:

$$\langle \Delta \xi(n) \rangle \simeq \frac{\beta^2 \cdot N^2}{16 \cdot \mu^2 \cdot \text{tr} R}. \quad (6)$$

В отличие от величины рассогласования, присущего алгоритму наименьших квадратов ($\langle \Delta \xi(n) \rangle = \mu \cdot \text{tr} R \cdot \xi_{\min}$) и вызванного шумом градиента [9], средняя избыточная СКО добавочного шума, вызванного модификацией алгоритма (6), обратно пропорциональна μ^2 и мощности входного процесса. Это объясняется тем, что с уменьшением μ и $\text{tr} R$ происходит увеличение отклонения установившегося вектора весовых коэффициентов от оптимальных значений в силу уменьшения влияния второго слагаемого в уравнении (2) на итеративный процесс настройки весовых коэффициентов.

В реальном эксперименте, описанном ниже, $\beta = 2^{-18}$, значение параметра μ выбиралось не меньшим, чем 2^{-7} . В этом случае:

$$\langle \Delta \xi(n) \rangle \simeq 2^{-26} \cdot \text{tr} R^{-1} \simeq 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \text{tr} R^{-1},$$

и, следовательно, можно сделать вывод, что модифицированный алгоритм практически не вносит искажений в выходной сигнал адаптивного фильтра.

3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В качестве примера использования адаптивного фильтра с модифицированным алгоритмом в системе активного гашения приведем результаты по компенсации суммы трех гармонических составляющих звукового поля в узкой воздушной трубе. Как правило, в качестве опорного сигнала в подобных системах используется либо сигнал с первичных приемников исходного поля, либо соответствующая гармоника оборотной частоты вентилятора, турбины, двигателя внутреннего сгорания и так далее. Особенностью данных экспериментов являлось то, что в качестве опорных сигналов использовались гармонические сигналы с частотами, достаточно близкими, но не равными частотам соответствующих гармонических составляющих исходного звукового поля.

Общая блок-схема экспериментальной установки показана на рис.1. Испытания проводились в измерительной акустической трубе 1 длиной 3 м и внутренним диаметром 4,5 см. Акустические колебания возбуждались излучателем 2, расположенным в левом торцевом фланце трубы. Сигнал возбуждения излучателя формировался сумматором 3 из сигналов трех звуковых генераторов 4-6. Правый торец трубы был закрыт жесткой неподатливой крышкой.

Как известно, в акустической измерительной трубе с несогласованными торцами возбуждаемые колебания имеют ярко выраженный модовый характер. Для данной измерительной трубы частота низшей возбуждаемой моды составляла примерно 56 Гц, в рабочем диапазоне частот (56-200 Гц) существовали только плоские волны с однородной поперечной структурой.

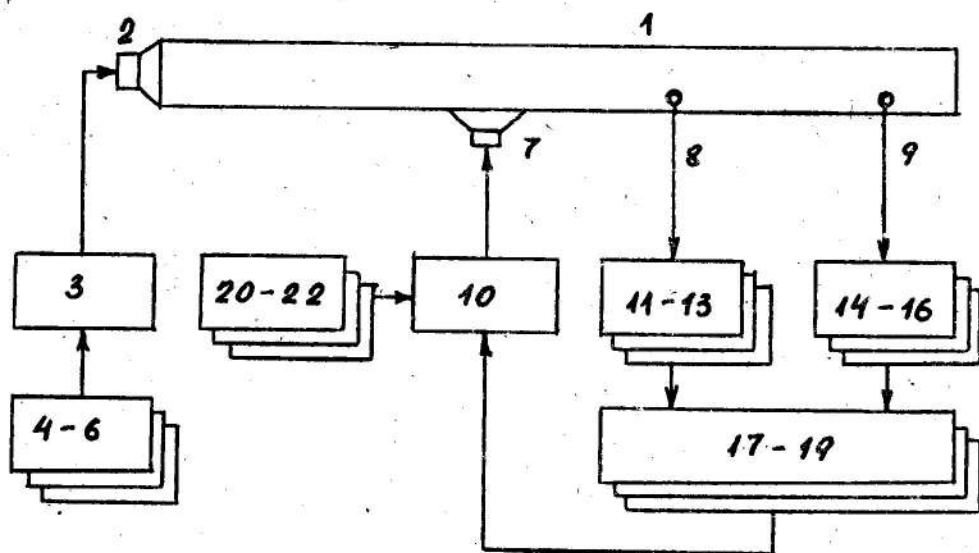


Рис. 1.

Адаптивная система активного гашения состояла из гасящего излучателя 7 и двух контрольных микрофонов 8 и 9, разнесенных на расстояние 40 см. Сигнал возбуждения гасящего излучателя синтезировался трехканальным цифровым адаптивным трансверсальным фильтром 10. Критерием эффективности работы системы служила сумма мощностей сигналов с двух контрольных микрофонов 8 и 9. Поскольку в измерительной трубе с жесткими торцами максимум давления достигается непосредственно вблизи торца, для достижения высокого качества гашения микрофон 9 был размещен вблизи правого торца трубы.

Для настройки весовых коэффициентов трёхканального адаптивного фильтра (каждый канал можно рассматривать как отдельный адаптивный фильтр с 32-мя весовыми коэффициентами) использовался модифицированный градиентный алгоритм наименьших квадратов. Корректирующие фазовращатели 11-16 применялись для компенсации фазовых сдвигов в цепях "гасящий излучатель—контрольный микрофон" для каждой из рабочих частот. Аналоговые сумматоры 17-19 складывали попарно сигналы с двух контрольных микрофонов для каждой из рабочих частот и вырабатывали тем самым сигналы ошибок для адаптивного фильтра. На вход трёхканального фильтра, работающего в режиме временного уплотнения, поступали опорные сигналы с трёх независимых цифровых генераторов синусоидальных сигналов 20-22. Частота выборки сигналов в каждом канале составляла 1,8 кГц, дискретность сетки частот опорных сигналов — 7 Гц. С целью упрощения блок-схемы на рис.1 не обозначены микрофонные усилители, усилители мощности, аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи.

В ходе эксперимента проводились исследования эффективности работы адаптивной системы активного гашения при компенсации суммы трех независимых гармонических составляющих исходного акустического поля. На рис. 2, 3 представлены нормированные спектральные плотности мощности $S(f)$ исходного акустического поля (а) и остаточного поля при включенной системе гашения (б).

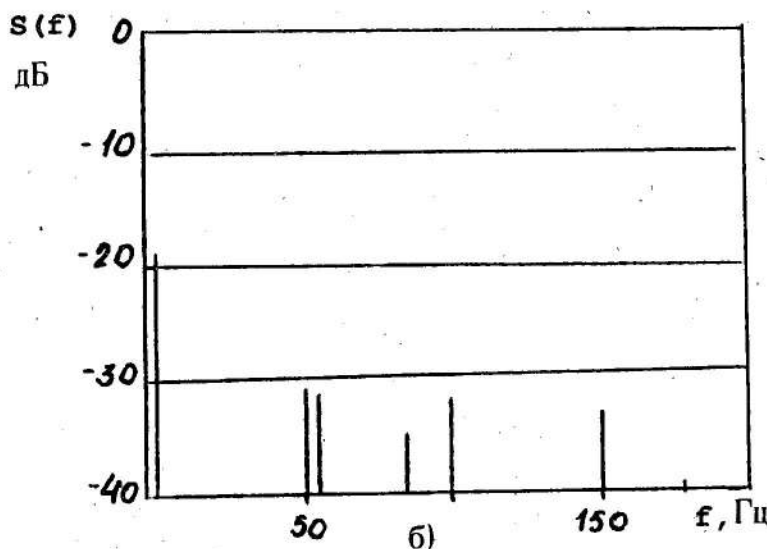
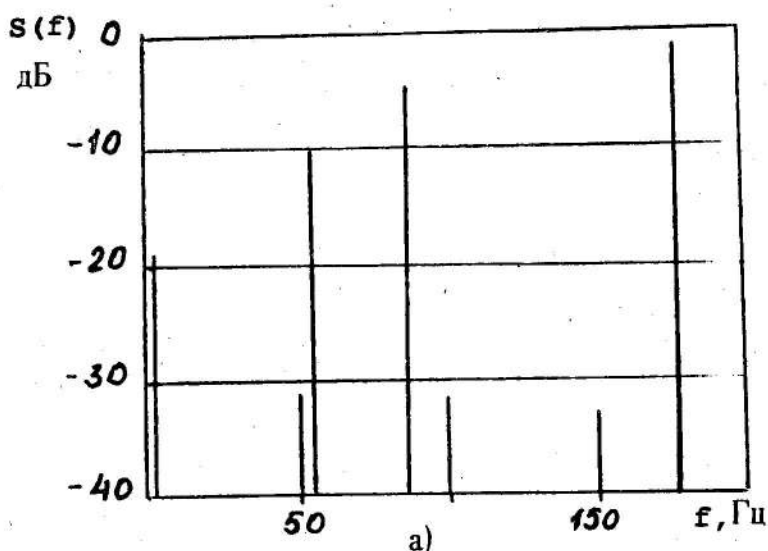


Рис. 2.

Как видно из рисунков, адаптивная система активного гашения компенсирует все три гармонических составляющих на 20–30 дБ независимо друг

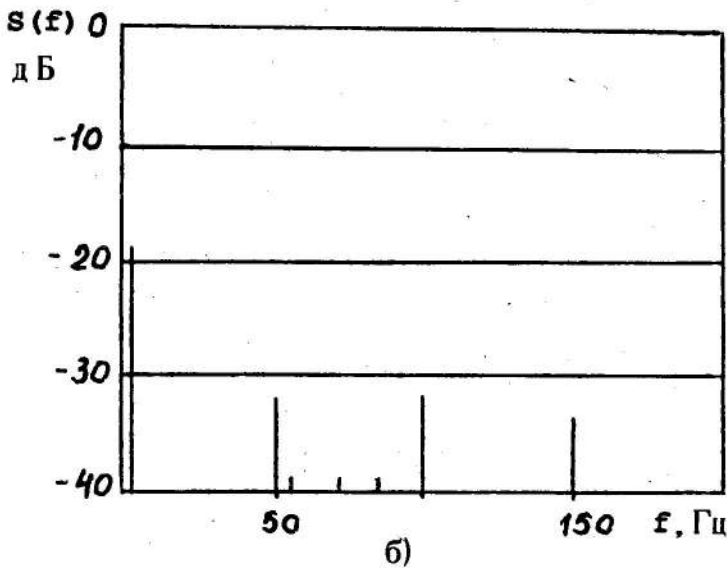
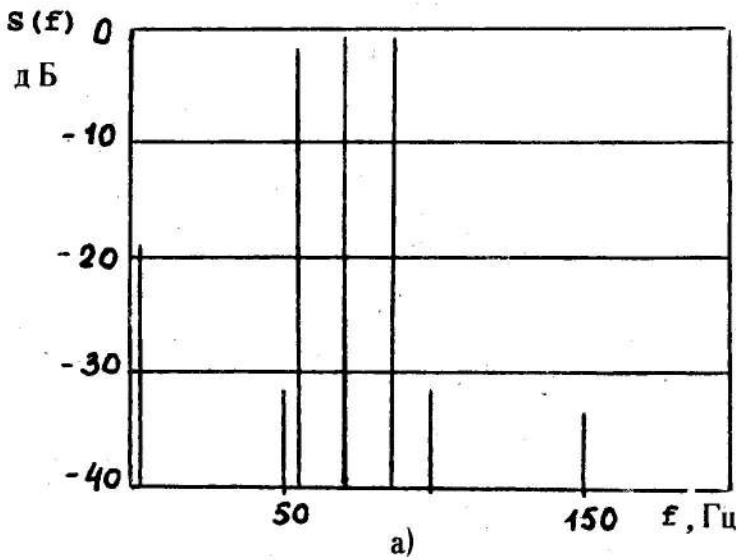


Рис. 3.

от друга. Следует отметить, что частоты гармонических составляющих исходного поля и частоты соответствующих опорных сигналов не совпадали, расстройка частот задавалась порядка 0,2–0,5 Гц. При этом периодически изменяющиеся весовые коэффициенты “отслеживали” эти частотные расстройки, синтезируя нужный сигнал гашения на частотах каждой из гармонических составляющих исходного поля [10]. При увеличении расстройки подавление соответствующей гармоники ухудшалось.

Время сходимости процесса адаптивной настройки системы активного гашения при оптимальном выборе параметров адаптации μ в каждом канале составляло порядка 0,2 с.

Проведенный анализ и результаты экспериментов показывают, что модифицированный алгоритм наименьших квадратов, предотвращающий переполнения разрядной сетки весовых коэффициентов, может эффективно использоваться в системах активного гашения квазигармонических звуковых полей.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Полагая, что $\vec{X}(n)$, $\varepsilon(n)$ — независимые стационарные случайные процессы с нулевыми средними и симметричными вероятностными распределениями, вычислим среднее j -ой проекции вектора весовых коэффициентов для модифицированного алгоритма вблизи стационарного решения, равного $\vec{W}^{\text{опт}}$. Шум вектора весовых коэффициентов пропорционален μ [9] и, в силу малости μ , им можно пренебречь.

Учитывая принятые предположения, можно получить, что

$$\begin{aligned} & \langle \text{sign } w_j(n) \cdot 1 \{ -\varepsilon(n) \cdot x(n-j) \cdot w_j(n) \} \rangle = \\ & = \langle \text{sign } w_j^{\text{опт}} \cdot 1 \{ -\varepsilon(n) \cdot x(n-j) \cdot \text{sign } w_j^{\text{опт}} \} \rangle = 0,5 \cdot \text{sign } w_j^{\text{опт}}. \end{aligned}$$

Введем вектор коррекции весовых коэффициентов

$$\vec{B} = [\beta \cdot \text{sign } w_0^{\text{опт}}, \beta \cdot \text{sign } w_1^{\text{опт}}, \dots, \beta \cdot \text{sign } w_{N-1}^{\text{опт}}]^T,$$

и перепишем усредненное выражение (2) в векторном виде:

$$\langle \vec{W}(n+1) \rangle = \langle \vec{W}(n) \rangle + 2 \cdot \mu \cdot \langle \varepsilon(n) \cdot \vec{X}(n) \rangle - 0,5 \cdot \vec{B}. \quad (\text{П.1})$$

Обозначим:

$$\vec{V}(n) = \vec{W}(n) - \vec{W}^{\text{опт}},$$

$$\vec{V}(n) = Q \vec{V}'(n),$$

$\Lambda = Q^T R Q$, где Q — матрица собственных векторов матрицы R .

В системе координат, образованной главными осями, уравнение (П.1) запишется в следующем виде:

$$\langle \vec{V}'(n) \rangle = (1 - 2 \cdot \mu \cdot \Lambda) \cdot \langle \vec{V}'(n) \rangle - 0,5 \cdot Q^T \vec{B}. \quad (\text{П.2})$$

Решение уравнения (П.2) можно найти методом индукции:

$$\langle \vec{V}'(n) \rangle = (1 - 2 \cdot \mu \cdot \Lambda)^n \cdot \langle \vec{V}'(0) \rangle - 0,5 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (1 - 2 \cdot \mu \cdot \Lambda)^i \cdot Q^T \vec{B}. \quad (\text{П.3})$$

Если число итераций достаточно велико и параметр μ находится в пределах области устойчивости, то первое слагаемое в (П.3) становится пренебрежимо малым и установившееся решение будет равно:

$$\langle \vec{V}'(n) \rangle = -\frac{1}{4 \cdot \mu} \cdot \Lambda^{-1} \cdot Q^T \vec{B}, \quad \text{или}$$

$$\langle \vec{V}(n) \rangle = -\frac{1}{4 \cdot \mu} \cdot R^{-1} \cdot \vec{B}. \quad (\text{П.4})$$

Для j -го весового коэффициента можно записать:

$$\langle w_j(n) \rangle = w_j^{\text{опт}} - \frac{1}{4 \cdot \mu} \cdot \beta \cdot \sum_{i=0}^{N-1} r_{ji}^{-1} \cdot \text{sign } w_i^{\text{опт}},$$

Предполагая независимость отсчетов входного сигнала $\vec{X}(n)$, получим следующую оценку:

$$\langle w_j(n) \rangle = \begin{cases} w_j^{\text{опт}} - \frac{\beta}{4 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1}, & \text{если } w_j^{\text{опт}} > 0, \\ w_j^{\text{опт}} + \frac{\beta}{4 \cdot \mu} \cdot r_{jj}^{-1}, & \text{если } w_j^{\text{опт}} < 0. \end{cases}$$

где r_{ji}^{-1} — элемент обращенной матрицы R .

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазанников А.А., Тютюкин В.В. //Акуст. журн. 1976. Т.22. N 5. С.729.
2. Климов С.П., Мазанников А.А., Тютюкин В.В. //Акуст. журн. 1984. Т.30. N 5. С.653.
3. Арзамасов С.Н., Мальцев А.А. //Изв.вузов. Радиофизика. 1985. Т.26. N 8. С.1008.
4. Арзамасов С.Н., Мальцев А.А. //Изв.вузов. Радиофизика. 1986. Т.29. N 6. С.698.
5. Любашевский Г.С., Орлов А.И., Тартаковский Б.Д., Чувильчиков М.С. //Акуст. журн. 1990. Т.36, вып.3. С.496.
6. Corr H. //Proc. ЮА. 1986. V.8. P.159.
7. Elliot S., Nelson P. //Proc. Noise-Con. 1987. V.87. P.359.
8. Гиллеспи А., Левентхолл Х.Г., Робертс Дж., Юллермоз М. //Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. N 4. С.12.
9. Widrow B., McCool J. //IEEE Transaction on antennas and propagation. September 1976. V.ap-24, N 5. P.615.

10. Королев И.А., Лепендин В.П., Мальцев А.А., Черепенников В.В.
//Изв.вузов. Радиофизика. 1987. Т.30. N 1. С.70.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию
23 марта 1993 г.

**AN APPLICATION OF A MODIFIED GRADIENT LEAST SQUARES
ALGORITHM IN AN ADAPTIVE SYSTEM OF ACOUSTIC FIELD
ACTIVE SUPPRESSION**

A.A. Belyakov, A.A. Mal'tsev, S. Yu. Medvedev, V. V. Cherepennikov

The modified LMS algorithm for the adjustment of the adaptive active sound field suppression system which prevents the weight coefficients overflow and provides system stability is proposed.

The experimental results of the adaptive filtering with modified algorithm applied to the attenuation of some harmonic components of a sound field are presented.