

УДК 621.385.69

СТРУКТУРА ИЗЛУЧЕНИЯ ОДНОМОДОВОГО ГИРОТРОНА

С. Н. Власов

Рассматривается стационарная структура поля излучения из гиротрона с аксиально - симметричными резонатором и электронным пучком. Исследование ведется на основе уравнений неоднородной струны для поля и уравнения движения электронов для амплитуды их поперечного импульса. Показано, что в таком гиротроне на его выходе имеются как моды, которые являются закритическими для резонатора, так и моды, бегущие через резонатор.

В гиротронах - мощных приборах миллиметрового диапазона длин волн - используются резонаторы в виде труб переменного диаметра [1, 2]. Площадь их поперечного сечения существенно превышает квадрат длины волны  $\lambda$ . Такие резонаторы возбуждаются винтовыми электронными потоками на высших, бегущих по азимутальной координате  $\phi$ , модах с частотами  $\omega_s$ , близкими к одной из гармоник циклотронного резонанса  $n\omega$

$$(\omega_s - \omega_n) \leq \Delta\omega, \tag{1}$$

где  $\omega_n = |e|H_0/m_e c \gamma$  - циклотронная частота,  $\Delta\omega$  - полоса циклотронного резонанса,  $n$  - номер гармоники,  $H_0$  - величина магнитостатического поля,  $\gamma = (1 - \beta^{(0)2})^{-1/2}$  - релятивистский масс-фактор,  $\beta^{(0)2} = \beta_{\perp}^{(0)2} + \beta_{\parallel}^{(0)2}$ ,  $\beta^{(0)} = v^{(0)}/c$  - отношение скорости электронов к скорости света  $c$ , индекс (0) относится к величинам на входе в пространство взаимодействия, индексы  $\perp$  и  $\parallel$  принадлежат к составляющим вектора, перпендикулярным и параллельным направлению  $H_0$ ,  $e$  и  $m_e$  - заряд и масса электрона. В дальнейшем мы ограничимся первой гармоникой  $n = 1$  и слаборелятивистским случаем  $\beta \ll 1$ . По радиальной координате возбуждаемые моды имеют каустику с радиусом

$$R_s = ct/\omega_s$$

( $m$  - азимутальный индекс,  $c$  - скорость света), близкую к сред-

нему радиусу электронного потока  $R_e$  - расстоянию от оси резонатора до центра электронной траектории:

$$R_s \approx R_e.$$

В рабочем режиме, несмотря на сверхразмерность резонатора, гиротроны являются одночастотными приборами [3]. Их излучение при наличии аксиальной симметрии резонатора и пушки может быть представлено в виде суперпозиции мод полого волновода с одним азимутальным  $m$  и различными радиальными индексами  $p$ . Одна из этих мод с индексом  $p_0$  является преобладающей и называется рабочей. В случае простейшего резонатора гиротрона в виде цилиндра длиной  $L_p$  с радиусом  $R_p$ , сопряженным с выходным конусом с углом раскрыва  $\theta$  (рис 1а) с одной стороны и достаточно крутым, обеспечивающим закритическое сужение для всех мод, конусом с другой, излучение добавочных мод с индексами  $p < p_0$  возникает внутри резонатора (его цилиндрической части); излучение мод с индексами  $p > p_0$ , у которых собственная частота выше частоты генерации, возникает в выходном конусе резонатора, где имеется критическое сечение и, как известно из теории полых волноводов [4], существует квазирезонансная структура с протяженностью поля

$$L_k \approx 2\nu_{m,p}^{1/3} \theta^{-1/3} \lambda, \quad (2)$$

где  $\nu_{m,p}$  - поперечный индекс-корень производной функции Бесселя  $J'(\nu_{m,p}) = 0$ . В современных гиротронах  $\nu_{m,p} \approx 20 + 60$  и  $\theta \approx 0,05 + 0,1$ , так что длина  $L \approx 1 + 2\lambda$  является достаточной для излучения электронного пучка, модулированного рабочей модой. В настоящей работе исследуется теоретически излучение мод с  $p \neq p_0$ , имеющее место и в полном волноводе вследствие зависимости его диаметра от продольной координаты, причем пренебрегается трансформацией мод друг в друга.

Рассмотрим взаимодействие трех мод с радиальными индексами  $p_0, p_{0\pm 1}$  с амплитудами  $f_s$ , которые зависят от продольной координаты и определяются в результате взаимодействия электронного пучка с полем ("нефиксированная структура поля" в терминологии [5]). Согласно [5], для величины  $p_s$ , связанной с орбитальным моментом электрона  $p_1$ ,

$$p_s = e^{-i\omega_0 t} (p_x + ip_y) / p_1^{(0)}.$$

имеем уравнение

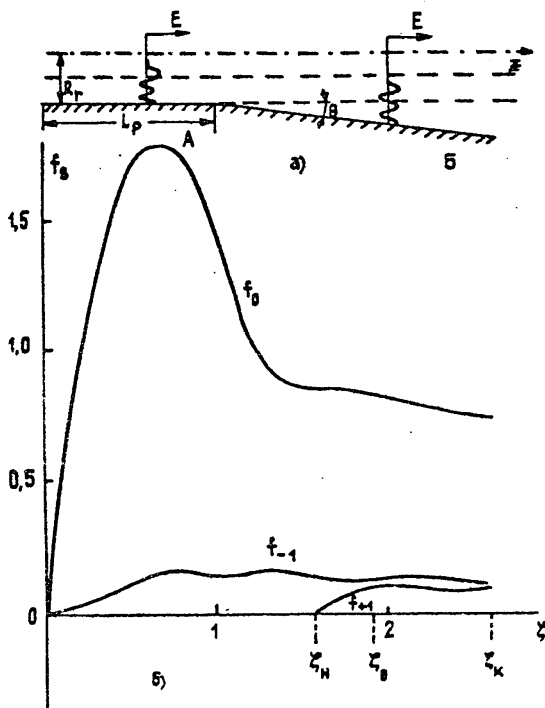


Рис. 1.

- а) Профиль резонатора, усредненная траектория электронов (пунктир), поперечная структура полей в сечениях А и Б.  
 б) Зависимость амплитуд функций  $f_s$  от продольной координаты.

$$dp_t/dz + iM(\Delta + |p_t|^2 - 1) \frac{1}{f_t} = i(f_0 A_0 + f_{-1} A_{-1} + f_{+1} A_{+1}), \quad (3)$$

где  $p_x$  и  $p_y$  - поперечные компоненты орбитального момента в декартовой системе координат,  $\zeta/L_p$  - нормированная на длину резонатора продольная координата,  $M = L_p \beta_{\perp}^{(0)2} \omega_H / 2c\beta_{\parallel}^{(0)}$  - отношение длины резонатора к нормированной длине взаимодействия  $L = 2c\beta_{\parallel}^{(0)} / \omega_H \beta_{\perp}^{(0)2}$ , обычно используемой в теории гиротрона [5, 6],  $\Delta = 2(\omega_0 - \omega) / \beta^{(0)2} \omega_H$  - нормированная отстройка между  $\omega$  и невозмущенной циклотронной частотой  $\omega_H$ .

В отличие от [3, 5, 6] имеются дополнительные множители  $A_s$ . Их появление обусловлено необходимостью учета конечной протяженности взаимодействия электронного пучка и электромагнитного поля моды. В первых работах по гиротронам [1] предполагалось, что эффективное взаимодействие прекращается, когда электроны выходят из резонансного магнитного поля. В современных гиротронах резонансная область

оказывается много больше длины резонатора, но имеется другой механизм обрезания взаимодействия, обусловленный пространственным разделением электронного пучка и высокочастотного поля. Пространственное разделение вызвано существованием у резонатора выходного конуса, где структура моды, согласно методу поперечных сечений, меняется, постепенно расширяясь. Эффект поясняется рис. 1а, где показан профиль резонатора, усредненная траектория электронного пучка (пунктир) и амплитудная структура поля в двух поперечных сечениях. Вследствие этого эффекта взаимодействие изменяется. Характер изменения зависит от величины  $R_0$  - "места встрела" электронного пучка в резонатор. При "встреле" в первый от оси максимум функции возбуждения (часто встречающийся случай) множитель у рабочей моды монотонно убывает на длине

$$L_0 \approx \lambda\nu/4\theta m,$$

сравнимой с длиной резонатора. При "встреле" в более далекие максимумы множители  $A_s$  имеют осциллирующий характер.

Электромагнитное поле в гиротроне представим, согласно [5], в виде

$$\vec{E} = 2 \operatorname{Re} \Sigma (F_s \vec{E}_s),$$

где  $\vec{E}_s$  - собственные функции, выражающиеся через мембранную функцию  $\Psi$ , удовлетворяющую уравнению

$$\Delta \Psi + k_1^2 \Psi = 0$$

и граничным условиям на контуре резонатора  $d\Psi/d\vec{N} = 0$ , где  $\vec{N}$  - нормаль к поверхности резонатора;

$$\vec{E}_s = [\vec{z}_0 \operatorname{grad}_1 \Psi_s].$$

Функции  $f_s$  связаны с  $\Psi_s$  соотношением

$$f_s = |e| \lambda \Psi_s H / (P_1^{(0)} \omega_H \beta_1^{(0)2}),$$

где  $\lambda$  - составляющая поля  $\vec{E}_s$ , синхронно вращающаяся с электронами [5].

Для функций  $f_0$  и  $f_{-1}$  имеем следующие уравнения:

$$d^2 f_0 / d\zeta^2 + \gamma_0^2 f_0 = I_{P_0} \langle P_t \rangle A_0. \quad (4a)$$

$$d^2 f_{-1} / d\zeta^2 + \gamma_{-1}^2 f_{-1} = I_{p_{-1}} \langle p_t \rangle A_{-1}, \quad (46)$$

где  $I_p = e\beta_{\parallel}^{(0)} \beta_1^{(0)6} J_{m\mp 1}^2(\nu_{m,p} R_e/R_p) H^3 / (mc^3 J_m^2(kR_p) [k^2 R_p^2 - m^2])$  - безразмерный ток, знак  $\mp$  - определяется совпадением или несовпадением направлений вращения электронов и моды;  $\gamma_{\pm}^2(\zeta)$  - квадрат безразмерного волнового числа:

$$\begin{aligned} \gamma_0^2 &= (\omega^2/c^2 - \nu_{m,p_0}^2/R_p^2) L_p^2 + \nu_{m,p_0}^2 L_p^3 R_p^{-3} \theta F(\zeta) = \\ &= G_0 + Q_0 F(\zeta), \end{aligned}$$

где  $F(\zeta) = 0$  при  $\zeta < 1$ ,  $F(\zeta) = \zeta - 1$  при  $\zeta > 1$ ;

$$\gamma_{-1}^2 = (\omega^2/c^2 - \nu_{m,p_0-1}^2/R_p^2) L_p^2 + \nu_{m,p_0-1}^2 L_p^3 R_p^{-3} \theta F(\zeta).$$

Поскольку  $p < \nu_{m,p} \cong \nu_{m,p\pm 1}$ , то для  $\nu_{-1}$  имеем

$$\begin{aligned} \gamma_{-1}^2 &\cong (\omega^2/c^2 - \nu_{m,p_0-1}^2/R_p^2) L_p^2 - 2\nu_{m,p_0-1} L_p^2/R_p^2 + \\ &+ 2\nu_{m,p_0-1} L_p^3 R_p^{-3} \theta F(\zeta) = G_0 + Q_{-1} - Q_{-1} F(\zeta). \end{aligned}$$

Величина  $\langle p_t \rangle$  представляет собой, как обычно, усредненный по фазе влета в пространство взаимодействия нормированный поперечный импульс электронов. Граничным условием для  $p_t$  в (3) при  $\zeta = 0$  является отсутствие модуляции электронного пучка на входе

$$p_t = e^{i\theta_0}; \quad 0 < \theta_0 < 2\pi.$$

Для функций  $f_0$  и  $f_{-1}$  граничным условием в силу достаточно быстрого роста закритичности являются равенства  $f_0 = f_{-1} = 0$ . На правом конце необходимо поставить условие излучения

$$df_{\pm} / d\zeta = -i\gamma_{\pm}(\zeta) f_{\pm}. \quad (5)$$

Для функции  $f_{+1}$  можно выписать уравнение, аналогичное (4а),

(4б):

$$\frac{d^2 f_{+1}}{d\zeta^2} + \gamma_{+1}^2 f_{+1} = I_{p_0+1} \langle P_t \rangle A_{+1}, \quad (6)$$

$$\gamma_{+1}^2 \approx Q_0 - Q_{-1} + Q_{+1} F(\zeta).$$

Поскольку в используемых гиротронах

$$\nu_{\alpha, p}^2 \lambda / (2\pi \nu_{\alpha, p}^2 L_p \theta) \approx 1,$$

то  $Q_{-1} \approx Q_{+1} \approx Q \approx 2\delta\nu k L_p^2 / R_p$ , где  $\delta\nu \approx \nu_{\alpha, p+1} - \nu_{\alpha, p} \approx \nu_{\alpha, p} - \nu_{\alpha, p-1}$  и  $Q_{\pm 1}$  пропорциональны "френелевскому" числу резонатора.

При  $\zeta < \zeta_0 = 2 - G_0/Q$   $\gamma_{+1}^2 < 0$  и интегрирование (6) в "лоб" невозможно из-за быстрого нарастания ошибок. Поэтому для  $f_{+1}$  ставились следующие условия:  $f_{+1} = 0$  при  $\zeta < \zeta_H < \zeta_0$ , где  $\zeta_0 - \zeta_H$  выбиралось равным ширине резонансной области (3). На правом конце  $f_{+1}$  удовлетворяла условию излучения (5). Конечная точка интервала  $\zeta_K$  выбиралась достаточно далекой, так что отрезок интегрирования включал в себя область излучения моды с индексом  $p_0 + 1$ . При расчете было принято  $\zeta_K = 2, 6$ .

Система (3), (4а), (4б), (6) может быть исследована только численно. Она определяет собственные частоты и структуры типов колебаний. Собственный вектор имеет шесть скалярных компонент, в качестве которых выбирались величина  $G_0$  и значения действительных  $\text{Re } f_0, \text{Re } f_1, \text{Re } f_{-1}$  и мнимых частей  $\text{Im } f_1, \text{Im } f_{-1}$  производных  $f_s$  при  $\zeta = 0$  и при  $\zeta = \zeta_H$  соответственно. Значение  $\text{Im } f_0$  выбиралось равным нулю. Решения находились методом спуска.

Конкретный вид функций  $A_s$  принимался следующим:

$$A_0 = 1, \quad A_{-1} = \alpha_{-1}, \quad A_{+1} = \alpha_{+1} \quad \text{при } z < L_p;$$

$$A_0 = \exp(-2[z - L_p]^2 / L_p^2), \quad A_{-1} = \alpha_{-1} \exp(-2[z - L_p]^2 / L_p^2)$$

$$\text{при } L_p < z < L_k;$$

$$A_{+1} = 1, 2\alpha_{+1} \exp(-Dt^2 / L_p^2) \quad \text{при } L_p < z < 1, 5L_p;$$

$$A_{+1} = 1, 2\alpha_{+1} \exp(-2t^2 / L_p^2) \quad \text{при } 1, 5L_p < z < L_k,$$

где  $t = z - 1, 5 L_p$ ,  $D = 4 \ln(1, 2)$ .

Сложный выбор функции  $A_{\pm 1}$  обусловлен тем, что вне резонатора она имеет максимум, для описания которого введено число 1, 2, показывающее во сколько раз увеличивается взаимодействие с электронным пучком моды с индексом  $p_0 + 1$  на коническом переходе. Коэффициенты  $\alpha_{-1}$  и  $\alpha_{+1}$  введены для описания эффектов смещения "встрела" электронного пучка. Смещая место "встрела", можно сильно уменьшить один из коэффициентов  $A_{\pm}$ .

Прежде чем переходить к изложению результатов численных расчетов, относящихся к полной системе, остановимся на результатах интегрирования уравнений (3), (4а) при  $\alpha_{-1} = \alpha_{+1} = f_{-1} = f_{+1} = I_{p_0-1} = I_{p_0+1} = 0$ . Исследования проводились при использовании восьми электронных групп по  $\theta_0$ . Они показали, что гиротрон имеет высокий КПД при определенном соотношении безразмерной длины  $M$ , расстройки  $\Delta$  и тока  $I_0$ . В качестве исходной была выбрана система с параметрами  $M = 8$ ,  $\Delta = 0,7$  и  $I_0 = 25$ , близкими к границе мягкого и жесткого режима [6] при достаточно высокой эффективности  $\eta_1 = 0,56$ . При уменьшении тока до  $I_0 = 19$  поперечный КПД  $\eta_1$  достигал величины  $\eta_1 = 0,68$ , но при еще большем уменьшении тока решение исчезало. С увеличением  $I_0$  эффективность уменьшалась до  $\eta_1 = 0,11$  при  $I_0 = 40$ . При увеличении расстройки  $\Delta$  эффективность несколько увеличивалась при одновременном увеличении тока, достигала максимума, а затем уменьшалась. При небольшом увеличении длины  $M$  эффективность возрастала.

Проведенные расчеты мощности излучения мод с  $p_0 - 1$  и  $p_0 + 1$  при  $Q = 80$ ,  $\alpha_{-1} = \alpha_{+1} = 0,8$ , что соответствует параметрам современных гиротронов  $L/\lambda \approx 5$  и  $\nu_{m,p} \approx 60$ , показали, что они достигают значений 4% и 1%, соответственно, при снижении эффективности до  $\nu_1 = 0,54$ . При  $\alpha_{-1} = 0$  мощность моды с  $p_0 + 1$  составляла  $\approx 3\%$  при возрастании  $\eta_1$  до  $\eta_1 = 0,58$ . При уменьшении сверхразмерности резонатора гиротрона уменьшается  $\nu_{m,p}$ , увеличивается  $Q$  и уменьшаются параметры  $\alpha_{\pm 1}$ , что приводит к существенному снижению трансформации (на порядок при уменьшении  $\nu_{m,p}$  до значений  $\approx 30\%$ ).

Аналогичные эффекты искажения структуры поля гиротрона имеют место при несимметрии электронного пучка. В простейшем случае зависимости плотности тока  $i$  от азимутальной координаты

$$i = i_0(1 + \alpha \cos\psi),$$

где  $i_0$  - средняя плотность,  $\alpha$  - параметр несимметрии. Для мод,

отличающихся от рабочей по азимутальному индексу на единицу, будем иметь систему уравнений, близкую к (3), (4). Мода с более низким азимутальным индексом возбуждается внутри резонатора, а мода с более высоким азимутальным индексом возбуждается в конусном волноводе. В отличие от аксиально-симметричного гиротрона, в несимметричной системе моды с индексами  $m \pm 1$  являются связанными благодаря параметрическому взаимодействию в электронном пучке. Модуляция электронного пучка на моде с индексом  $m + 1$  возникает внутри резонатора, но излучается в электромагнитное поле вне резонатора. Правые части уравнений для этого случая несколько отличаются от правых частей (3), (4). Эффект трансформации в моды, отличающиеся азимутальными индексами, имеет такой же порядок, как и в моды, отличающиеся радиальными индексами. Его увеличение обусловлено уменьшением при определенном  $v_{\text{э, р}}$  параметра  $Q$  в 2 - 3 раза, а уменьшение появлением малого параметра  $\alpha$ , который, по-видимому, в реальных гиротронах имеет величину  $\approx 0,2 + 0,4$ .

Исследованные эффекты ограничивают мощность, получаемую с одного гиротрона традиционной конструкции. При увеличении сечения резонатора излучение из гиротрона приобретает сложную структуру, зависящую от тонких деталей "встрела". Использование такого излучения затруднено.

Отмеченные эффекты ограниченности длины взаимодействия электронного пучка с определенной модой волновода могут объяснить структуру излучения из гиротрона при отсутствии в полосе циклотронного резонанса мод резонатора и ограничивают коэффициент усиления гироусилителей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. //Изв. вузов. Радиофизика, 1967. Т. 10. N. 9-10. С. 1414.
2. Юлпатов В. К. // Сб. :Гиротрон. - Горький: ИПФ АН СССР. 1981.
3. Гольденберг А. Л., Павельев А. Б., Хижняк В. И. //Сб. :Гиротрон. - Горький, ИП ФАН СССР, 1989.
4. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. - М.: Изд. АН СССР, 1961.
5. Братман В. Л. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. N 4. С. 622.
6. Нусинович Г. С., Эрм Р. Э. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1972. Вып. 8. С. 55.