

УДК 621.385.6

**О РАСЧЕТЕ СИСТЕМ ФОРМИРОВАНИЯ
ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ
В РЕЖИМЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ТОКА
ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ЗАРЯДОМ**

Б.В.Райский, Ш.Е.Цимринг

Численное моделирование электронно-оптических систем в режиме ограничения тока пространственным зарядом (ρ -режиме) помимо расчета электронных траекторий включает нахождение распределения тока на эмиттере. Традиционная схема решения этой задачи базируется на итерационной методике, в которой ток на каждой итерации определяется по закону "трех вторых", исходя из значений потенциала в окрестности

эмиттера. Как известно (см., например, [1]), эта схема в общем некорректна и сходимость процесса достигается лишь при использовании специальных релаксационных процедур. Кроме того, указанный метод применим в принципе лишь к системам с однокомпонентными, чисто электростатическими, однопоточными течениями заряженных частиц, т.к. только в таких системах выполняется закон "трех вторых".

Более универсальный подход к исследованию ρ -режима состоит в непосредственном удовлетворении естественного физического условия (при нулевой начальной скорости частиц)

$$E|_{\Gamma_0} = 0 \quad (19)$$

на нормальную к поверхности эмиттера компоненту электрического поля [1, 2]. В [3] предложен метод, реализующий (1) и основанный на решении системы нелинейных уравнений

$$f(E_i) = \varphi_i(I_1, I_2, \dots, I_N) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (20)$$

относительно токов I_k в токовых трубках методом Ньютона. Здесь E_i — нормальная к поверхности эмиттера компонента электрического поля в i -ой точке старта, N — число трубок тока. $f(E)$ — специально подобранная функция, обращающаяся в нуль при $E = 0$. Вид функции $f(E)$ существенно влияет на сходимость процесса. Применительно к задаче траекторного анализа в [3] рекомендована функция $f(E) = E^2$. Важным пунктом развитой в [3] методики является также использование диагональной аппроксимации матрицы Якоби с элементами $U_{ik} = \delta f(E_i)/\delta I_k$ и вычисление этой матрицы только на первых двух итерациях. Это, конечно, упрощает решение задачи, хотя и увеличивает погрешность.

В работе [4] использована схема

$$I_k^{*(n+1)} = I_k^{(n)} - \frac{I_k^{(n)} - I_k^{(n-1)}}{f(E_k^{(n)}) - f(E_k^{(n-1)})} f(E_k^{(n)}) \quad (21)$$

$$I_k^{(n+1)} = I_k^{(n)} + A_k^{(n)}(I_k^{*(n)} - I_k^{(n)}), \quad k = 1 \dots N$$

(n — номер итерации), являющаяся тем вариантом метода секущих, который эквивалентен методу Ньютона с диагональной аппроксимацией матрицы Якоби. Указанная процедура не требует вычисления производных и нуждается лишь в однократном решении системы самосогласованных уравнений (ССУ) пучка на каждой итерации. Наиболее ответственным моментом является обеспечение монотонности итераций по электрическому полю, что, впрочем, существенно и для любых других итерационных методов. В противном случае поля $E_k^{(n)}$ меняют знак и соответствующие трубки тока запираются, что ведет к обрыву итерационного процесса. В [4] монотонность достигалась выбором $f(E) = E^3$, а также с помощью специальной процедуры нахождения релаксационных параметров A_k (см. (3)), регулирующих скорость сходимости итераций. Последняя процедура, к сожалению, базируется на пробных численных экспериментах для каждой конкретной системы.

Ниже предлагается итерационная схема, основанная на методе Бroyдена (см., например, [6]), который является многомерным вариантом метода секущих. При его реализации на каждой итерации должно проводиться только одно решение ССУ. Одновременно здесь квазидиагональная аппроксимация матрицы Якоби не требуется. В принципе возможно получение решения с любой степенью точности при соответствующем решении ССУ. Токи на n -ой итерации вычисляются по формуле

$$I^{(n+1)} = I^{(n)} + s^{(n)}, \quad (22)$$

где I – вектор, составленный из токов в каждой трубке. Значения приращений токов s получаются из решения системы линейных уравнений

$$A^{(n)} s^{(n)} = -f(E^{(n)}). \quad (23)$$

Матрица A , являющаяся эквивалентом матрицы Якоби. Вычисляется не отдельно, а непосредственно в ходе итерационного процесса по рекуррентной формуле:

$$A^{(n+1)} = A^{(n)} + \frac{(y^{(n)} - A^{(n)} s^{(n)}) s^{T(n)}}{s^{T(n)} s^{(n)}}, \quad (24)$$

$$y^{(n)} = F^{(n+1)} - F^{(n)},$$

где T – знак транспонирования, а $f(E)$ – упомянутая выше задаваемая функция электрического поля в точках старта. Главным условием при выборе f является обеспечение монотонности итераций по электрическому полю. Согласно результатам численных экспериментов эту зависимость целесообразно выбрать равной

$$f(E) = E^2. \quad (25)$$

Отметим, что использование в (7) $f(E) = E^3$ (ср. [4]) снижает скорость сходимости и приводит к нарушению монотонности итераций в окрестности нулей E .

В начале итерационного процесса (4)–(6) матрица A_0 полагается равной матрице Якоби в квазидиагональном приближении. Для нахождения матрицы достаточно располагать двумя наборами токов и соответствующих электрических полей в точках старта. Начальные векторы токов в трубках принимались равными

$$I_p = \alpha_p I_n, \quad p = 1, 2, \quad (26)$$

где I_n – лангмюровский ток, вычисленный по закону "трех вторых", а коэффициенты α_p удовлетворяют неравенствам

$$0 \leq \alpha_p \leq 1, \quad |\alpha_1 - \alpha_2| \ll 1. \quad (27)$$

Электрические поля на эмиттере находятся из решений ССУ с указанными распределениями токов. Таким образом, элементы матрицы A_0 находятся по формуле

$$A_{m,n}^{(0)} = \begin{cases} \frac{f(E_m^{(2)}) - f(E_n^{(1)})}{I_m^{(2)} - I_n^{(1)}}, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases}, \quad (28)$$

где $n, m = 1 \dots N$, N – число трубок тока. Итерационный процесс заканчивается аналогично [4] по условию

$$1 - \frac{\|I^{(n+1)}\|}{\|I^{(n)}\|} < \varepsilon, \quad (29)$$

где ε – задаваемое значение невязки.

ССУ решаются, как обычно, методом последовательных приближений по пространственному заряду. При этом используется только одна итерация (см. [4]), и получаемое решение краевой задачи не является самосогласованным. Однако, по мере сходимости итерационной схемы (4)–(6) начинает выполняться условие (11) и токи изменяются слабо. Поэтому с каждой итерацией все меньше изменяются и траектории. В результате при обеспечении (11) достигается самосогласованное решение краевой задачи для уравнения Пуассона. Такой подход существенно сокращает суммарное время решения задачи (ср., например, [3], где на каждой токовой итерации используется самосогласованное решение полевой задачи).

Отметим, что процедура, связанная с методом Бройдена, является строгой (сходимость решения к точному доказана в [6]). Поэтому величина невязки ε в (11) значительно меньше, чем в [4]. Кроме того, сводится до минимума зависимость решения от начального задания токов в трубках. В связи с этим, выбор конкретных значений коэффициентов α_p в качестве начального приближения в (8), (9) слабо влияет на точность результата. Наконец, положительной стороной рассматриваемой методики является отсутствие в ней релаксационной процедуры.

Отметим, что для достижения наилучшего приближения после окончания токовых итераций распределение токов фиксируется и находится решение ССУ на полной длине электронного пучка.

На основании изложенной выше методики разработана модификация пакета прикладных программ ЭПОСР [7]. Ниже приводятся результаты тестирования этой программы на примере траекторного анализа системы, формирующей круговой электронный пучок (поток Мельтцера [8]). В табл.1 дана зависимость относительной величины электрического поля на катоде от начального приближения по току. Здесь $t_{j0} = \alpha_1$ (ср. (8), (9)), $t_E = E/E_0$, где E – результирующее электрическое поле на катоде, E_0 – поле при нулевом токе пучка. В третьей колонке величины t_E^2 характеризуют точность решения уравнений (2). В четвертой и пятой колонках приведены соответственно относительная ошибка расчета ленгмюровского тока и число использованных токовых итераций, для достижения невязки $\varepsilon = 0.03$ (см. (11)).

Таблица 1

t_{j0}	t_E	t_E^2	δI_n	N_T
0.6	0.08	0.0064	0.009	8
0.8	0.06	0.0036	0.007	5
0.9	0.05	0.0025	0.007	4

Найденная форма электронных траекторий повторяет аналитическую [8] с графической точностью. Отметим, что поток Мельтцера характери-

зутся сильной неравномерностью эмиссионного тока, что выгодно отличает указанную задачу как тестовую.

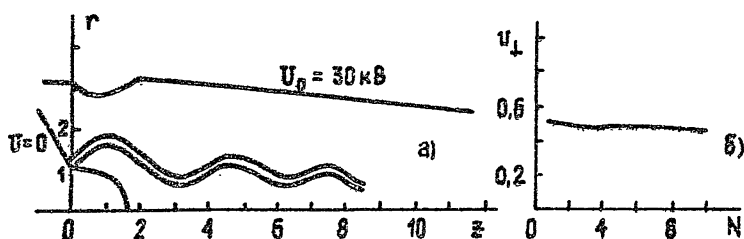


Рис. 1: а). Форма электронных траекторий в магнетронно-инжекторной пушке гиротрона.
б). Распределение осцилляционных скоростей электронов в рабочем пространстве гиротрона (N – номер траектории).

Наконец, приведем результаты расчета магнетронно-инжекторной пушки гиротрона, работающей в ρ -режиме и предназначенной для 12-мм непрерывного гиротрона [9]. На рис.1а приведена форма электродов и электронных траекторий при токе пучка $I_d = 6.8$ А. Распределение поперечных скоростей электронов в рабочем пространстве гиротрона показано на рис.1б. Относительный скоростной разброс составляет $\delta v_{\perp} = 0.11$. Средний питч фактор пучка в рабочем пространстве $g = v_{\perp}/v_{\parallel} = 1.5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин Г.Т. // ЖВМТФ. 1985. Т.25. N 8. С.1220.
2. Головин Г.Т. // ЖВМТФ. 1983. Т.23. N 8. С.1427.
3. Свешников В.М. Препринт 289. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1988.
4. Мануилов В.Н., Райский Б.В., Цимринг Ш.Е. // Изв.вузов. Радиофизика. 1992. Т.35. N 8–9.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978.
6. Деннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. – М.: Мир, 1988.
7. Мануилов В.Н., Райский Б.В., Цимринг Ш.Е. // Тезисы докладов X Всесоюзного семинара "Методы расчета электронно-оптических систем. Львов, 1990.
8. Lomax R.J. // Journ. Electronics and control. 1957. V.3. N 4. P.367.
9. Гиротрон / Мануилов В.Н., Райский Б.В., Солюянова Е.А.,

Цимринг Ш.Е. // Сборник научных трудов. – Нижний Новгород:
ИПФ РАН, 1993 (в печати).

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию
4 ноября 1992 г.

**ABOUT DESIGN OF SYSTEMS FORMING INTENSE ELECTRON BEAMS
IN SPACE-CHARGE-LIMITED EMISSION REGIME**

B. V. Raisky, Sh. E. Tsimring