

УДК 621.372.8

ВОЛНОВЫЕ ЧИСЛА ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО
ВОЛНОВОДА

В. Н. Почерняев, Л. В. Скрипник

Изложена приближенная методика определения волновых чисел частично заполненного прямоугольного волновода. Методика основана на использовании собственных значений и параметров уравнений Маттье. Собственные H - и E -волны частично заполненного прямоугольного волновода выражаются через функции Маттье. Приводятся численные результаты исследований волновых чисел и их графическая интерпретация.

При проектировании устройств на частично заполненных прямоугольных волноводах (ЧЗПВ) необходимо знание волновых чисел ЧЗПВ. Для определения критической длины волны ЧЗПВ нужно знать поперечное волновое число, а для определения групповой скорости и волнового сопротивления ЧЗПВ - продольное волновое число. Поэтому целью работы является нахождение волновых чисел ЧЗПВ для наиболее общего случая, предусматривающего произвольное расположение изотропного без потерь диэлектрика прямоугольной формы поперечного сечения, не касающегося стенок прямоугольного волновода.

Составляющие поперечного волнового числа рассматриваемого ЧЗПВ находятся из уравнений Хилла [1], к которым после разделения переменных приводится линейное дифференциальное уравнение относительно продольных компонент поля. Уравнения Хилла при удержании в рядах первого члена преобразуем к уравнениям Маттье:

$$X''(\xi) + (\theta_\xi - 2q \cos 2\xi)X(\xi) = 0,$$

$$Y''(\eta) + (\theta_\eta - 2p \cos 2\eta)Y(\eta) = 0,$$

где $X(\xi)$, $Y(\eta)$ - функции, через произведение которых представляются продольные компоненты поля, $\xi = (\pi/a)x$, $\eta = (\pi/b)y$,

$$\theta_\xi = \epsilon_x^2 \epsilon_{cp} / (\pi/a)^2, \quad \theta_\eta = \epsilon_y^2 \epsilon_{cp} / (\pi/b)^2,$$

$$q = [\alpha_x^2 / (\pi/a)^2][(\epsilon_r - 1)(d/b)/\pi] \sin(\pi c/a) \cos[\pi(2x_1 + c)/a],$$

$$p = [\alpha_y^2 / (\pi/b)^2][(\epsilon_r - 1)(c/a)/\pi] \sin(\pi d/b) \cos[\pi(2y_1 + d)/b],$$

$\epsilon_{cp} = 1 + (\epsilon_r - 1)cd/ab$ - усредненная диэлектрическая проницаемость, a и b - широкая и узкая стенки волновода, c и d - поперечные размеры диэлектрика, ϵ_r - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, x_1 и y_1 - координаты расположения угла диэлектрика в волноводе относительно его широкой и узкой стенок.

Поперечное волновое число α частично заполненного прямоугольного волновода определяется из соотношения $\alpha = (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2}$. Величины α_x^2 и α_y^2 можно найти, используя уравнения связи [2] θ_ξ с q и θ_η с p . Учитывая, что $q^2 \ll 1$, $p^2 \ll 1$, ограничимся в уравнениях, связи двумя-тремя членами, последние из которых содержат q^2 или p^2 . Полученные уравнения для $\theta_\xi(\alpha)$ и $\theta_\eta(\alpha)$ H- и E-волн в зависимости от индексов m и n представлены в табл. 1.

Таблица 1

$\{m, n\}$	H-волны	E-волны
0	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle^2 - \frac{1}{2} \langle \frac{q}{p} \rangle$	—
1	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle^2 - \langle \frac{q}{p} \rangle - \frac{1}{8} \langle \frac{q}{p} \rangle^2$	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle^2 + \langle \frac{q}{p} \rangle - \frac{1}{8} \langle \frac{q}{p} \rangle^2$
2	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle^2 + \frac{5}{12} \langle \frac{q}{p} \rangle^2$	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle^2 - \frac{1}{2} \langle \frac{q}{p} \rangle^2$
3 и более	$\theta_{\{y\}}^x = \langle \frac{m}{n} \rangle + \frac{1}{2(\langle \frac{m}{n} \rangle^2 - 1)} \langle \frac{q}{p} \rangle^2$	

Физический смысл индексов m и n для ЧЗПВ тот же, что и для полого волновода.

Продольное волновое число γ частично заполненного прямоугольного волновода определяется из соотношения $\gamma = [k_0^2 \epsilon - \alpha^2]^{1/2}$, где k_0 - волновое число свободного пространства, $\epsilon = [1 + (\epsilon_r - 1)c/a]/2 +$

$$+ [1 + (\epsilon_r - 1)d/b]/2.$$

На рис. 1 показаны рассчитанные зависимости продольного волнового числа γ от отношения c/a при фиксированных отношениях d/b для диэлектрика с $\epsilon_r = 10$. Кривая 1 рассчитана при отношении $d/b = 0,6$, а кривая 2 - при отношении $d/b = 0,8$. Для подтверждения достоверности расчетов было проведено сравнение полученных в настоящей работе результатов (кривая 3 на рис. 1) со строгим решением [3] (кривая 4 на рис. 1) для частного случая, когда одна из сторон диэлектрика равна геометрическому размеру одной из стенок волновода. Данные графики также иллюстрируют точность полученного решения и свидетельствуют об увеличении погрешности при возрастании размеров диэлектрического заполнения. Графики на рис. 1 построены при значении $\lambda = 3,2$ см для волновода с размерами $a \times b = 23 \times 10$ мм². Значения для γ , полученные при $\lambda = 3$ см, сравнивались с результатами работы [4, рис. 2. 50]. Оценка, произведенная с графической точностью, значений γ для тех же параметров диэлектрика, показала, что расхождение результатов составляет около 3 %.

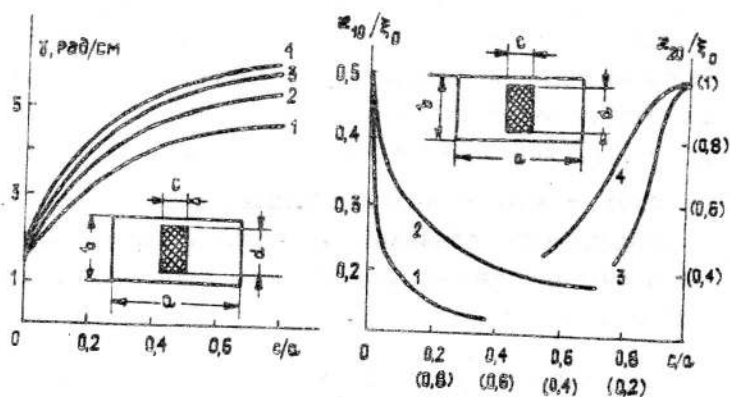


Рис. 1.2.

На рис. 2 построены зависимости нормированных относительно размеров волновода ϵ_0 поперечных волновых чисел x_{10} и x_{20} от отношения c/a при фиксированных отношениях $d/b = 0,8$ и значениях $\epsilon_r = 10$ (кривые 1, 3) и $\epsilon_r = 40$ (кривые 2, 4). Для кривых 3, 4 обозначения на осях графиков взяты в скобках. Нормированный коэффициент ϵ_0 связан с широкой стенкой волновода a следующим соотношением: $\epsilon_0 = 2\pi/a$. Поперечные волновые числа x_{10} и x_{20} вычислялись для волн квази- H_{10} и квази- H_{20} по соотношениям, приведенным в таблице. Диапазонность одномодового режима работы иллюстрируется на рис. 3, где показана зависимость отношения поперечных волновых чисел волн квази- H_{20} и

квази- H_{10} от отношения c/a при фиксированном отношении $d/b=0,8$. Кривая 1 соответствует случаю размещения в волноводе диэлектрика с $\epsilon_r=10$, кривая 2 - случаю размещения в волноводе диэлектрика с $\epsilon_r=40$.

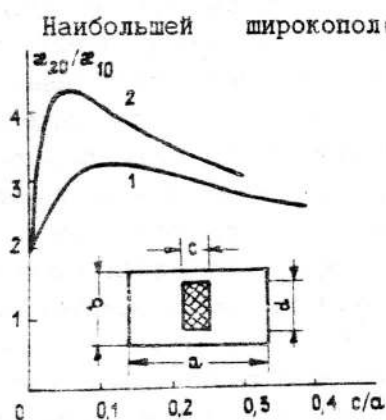


Рис. 3.

с диэлектриком, имеющим $\epsilon_r = 10$, обладают наибольшей широкополосностью ($k_{20}/k_{10} > 3,1$) при $0,05 \leq c/a \leq 0,2$, а ЧЗПВ с диэлектриком, имеющим $\epsilon_r=40$, обладают наибольшей широкополосностью ($k_{20}/k_{10} > 4,1$) при $0,025 \leq c/a \leq 0,11$ для одних и тех же отношений $d/b=0,8$. Если в ЧЗПВ с диэлектриком, имеющим $\epsilon_r=10$ и отношение $d/b=0,8$, значение $k_{20}/k_{10} > 3$ достигается при толщине диэлектрика $0,05 \leq c/a \leq 0,25$, то в ЧЗПВ с диэлектриком, имеющим $\epsilon_r=40$ и то же отношение d/b , значение $k_{20}/k_{10} > 3$ достигается при большей вариации толщины диэлектрика - $0,01 \leq c/a \leq 0,315$. Следовательно, ЧЗПВ с большим значением ϵ_r диэлектрика обладают и большей широкополосностью. Однако для согласования желательно выбирать диэлектрик с отношением $c/a < 0,3$, если величина $\epsilon_r \geq 10$.

Хорошее совпадение результатов с полученными численными методами [4], очевидно, достигается правильно подобранной аппроксимирующей функцией. В качестве такой функции использовалась комбинация функций Матье, представляющих ряды по тригонометрическим функциям. Примеры применения тригонометрических функций в качестве аппроксимирующих показаны в работах [3, 4].

Волновые числа, найденные с помощью настоящей методики, использовались при определении параметров устройства [5], расчетные характеристики которых отличались от экспериментальных с погрешностью $\sim 1\%$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Почерняев В. Н., Скрыпник Л. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. N 12. С. 1385.
2. Мак-Лахлан Н. В. Теория и приложения функций Матье. - М.: ИЛ, 1953. - 475 с.
3. Егоров В. Н. Частично заполненные прямоугольные волноводы. - М.: Сов. радио, 1967. - 217 с.
4. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ / Под ред. В. В. Никольского. - М.: Радио и связь, 1982. - 272 с.
5. Почерняев В. Н., Скрыпник Л. В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1990. Т. 33. N 5. С. 63.

Поступила в редакцию
28 марта 1991 г.

THE WAVE NUMBERS OF THE PARTIALLY-FILLED RECTANGULAR WAVEGUIDE

V. N. Pochernyaev, L. V. Skrypnik

The approximate method is given for the definition of wave numbers of the partially-filled rectangular waveguide. For this purpose we, used the connection of the proper values and parameter of Matheau equation. This equations for the proper values of H - and E -waves are given. Numerical results of wave numbers are presented graphically.