

УДК 621.371

**СПЕКТР СИГНАЛА, РАССЕЯННОГО АНИЗОТРОПНЫМИ БЛУЖДАЮЩИМИ
НЕОДНОРОДНОСТЯМИ***Ю. Л. Свердлов, Т. В. Мирошникова, Н. Г. Сергеева*

Рассмотрена задача о рассеянии радиоволн анизотропными блуждающими неоднородностями. Учет сильной анизотропии неоднородностей позволяет упростить задачу и получить простое выражение для расчета доплеровского спектра рассеянного сигнала. Рассчитанные спектры оказываются близкими по форме к экспериментальным спектрам радиоавроры.

1. В полярной ионосфере во время магнитных суббурь возникают особые мелкомасштабные неоднородности, называемые авроральными [1]. Особенность этих неоднородностей состоит в том, что они анизотропны, причем их большие оси ориентированы вдоль силовых линий магнитного поля Земли, а малые - вдоль вектора дрейфовой скорости электронов. Доплеровские спектры УКВ и СВЧ сигналов, рассеянных этими неоднородностями, изучаются давно. Но из-за ограниченных аппаратных возможностей исследовалась обычно не форма спектра, а две ее простейшие характеристики: ширина и сдвиг максимума. В настоящее время появились работы, посвященные непосредственному изучению самой формы спектров.

По классификации Муркрофта и др. [2] существуют пять типов спектров, регистрируемых в СВЧ диапазоне (рис. 1а-д). Два из них (а и б) - однокомпонентные (узкие и широкие), а три - двухкомпонентные. В УКВ диапазоне авторы [3] пользуются аналогичной классификацией, но выделяют в ней два типа. К первому они относят любые однокомпонентные, а ко второму - любые двухкомпонентные спектры (рис. 1 е, ж). При этом авторы [3] подчеркивают, что узкие смещенные спектры первого типа всегда обладают характерной асимметрией. Они имеют резкий подъем в области больших доплеровских частот и плавно спадают в сторону нулевых частот.

Попытка теоретического объяснения своеобразной формы спектров

авроральных радиоотражений была предпринята в работе [4]. Физической основой этой работы служила модель ламинарного ионосферного тока, в котором, благодаря развитию Фарлей-Бунемановской (Ф-Б) неустойчивости, возникают и исчезают анизотропные неоднородности. В [4] показано, что спектры для такой модели всегда получаются однокомпонентными симметричными и более узкими, чем реальные. Этот результат явно противоречит эксперименту. Поэтому возникает вопрос, не исчезнут ли эти противоречия при переходе от ламинарной модели ионосферного тока к турбулентной.

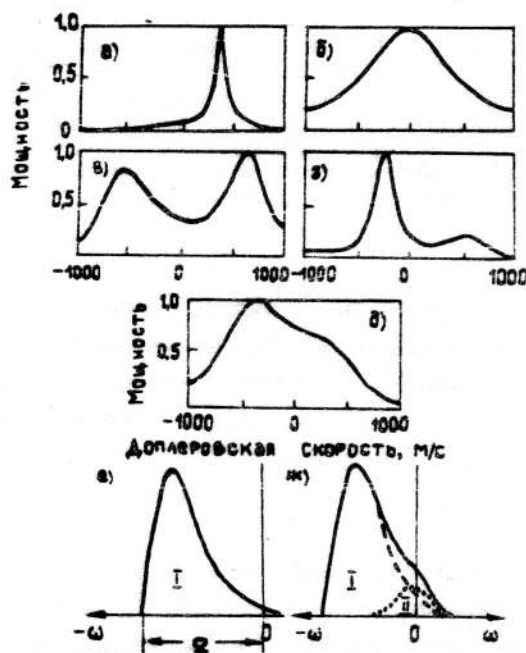


Рис. 1.

2. Турбулентная модель отличается от ламинарной тем, что в ней скорость движения неоднородностей \vec{V} содержит, наряду с регулярной компонентой \vec{V}_0 , случайную компоненту \vec{V}_1 (рис. 2а),

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1.$$

Вектор \vec{k} на этом рисунке - волновой вектор радара. Задача расчета энергетического спектра сигнала, рассеянного такими неоднородностями, сводится к известной задаче о рассеянии радиоволн блуждающими неоднородностями [6, 9, 10]. Единственное отличие состоит

в том, что авроральные неоднородности анизотропны, т.е. их поперечник рассеяния единичного объема $\sigma_0(2\vec{k}, \tau)$ зависит от трех компонент волнового вектора $\sigma_0(2k_x, 2k_y, 2k_z)$, тогда как в анизотропном случае он зависит лишь от модуля k . Это отличие, как мы увидим ниже, вносит определенную специфику в решение задачи.

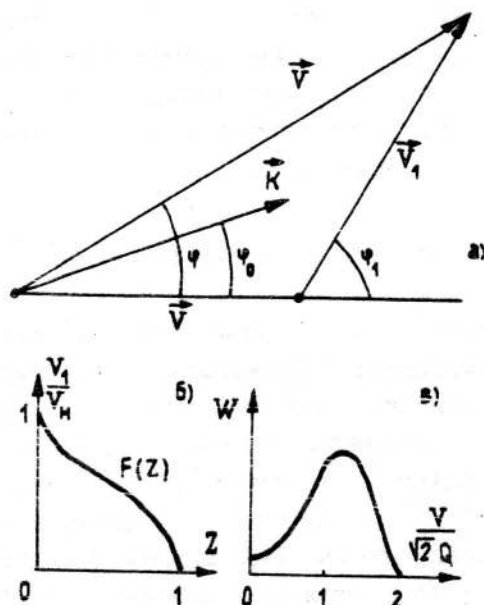


Рис. 2.

Доплеровский спектр сигнала, рассеянного блуждающими неоднородностями, определяется выражением [10]

$$\Phi(2\vec{k}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int \langle \sigma_0(2\vec{k}, \tau) \exp[-j2\vec{k} \int_{t-\tau}^t \vec{v}(t) dt] \rangle e^{+j\omega\tau} d\tau, \quad (1)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю скоростей. При расчете этого спектра обычно пользуются двумя упрощающими предположениями [6]. Считается, что время корреляции рассеянного сигнала τ значительно меньше характерного времени изменения скорости $\vec{v}(t)$. Поэтому за время τ скорость $\vec{v}(t)$ можно считать постоянной и, следовательно, интеграл в показателе экспоненты можно заменить его приближенным выражением $\int_{t-\tau}^t \vec{v} dt \approx \vec{v}\tau$. Кроме того, считается, что $\tau \ll \tau_1$,

где τ_1 - время корреляции поперечника рассеяния единичного объема $\sigma_0(2\vec{k}, \tau)$, характеризующее среднее время жизни неоднородности. В нашем случае справедливость этого неравенства следует из [4], поскольку расчетная ширина спектра, обусловленная конечным временем жизни неоднородности, получается гораздо меньше ширины реального спектра.

При выполнении условия $\tau < \tau_1$ спектр $\Phi(2\vec{k}, \omega)$ можно рассчитывать в так называемом приближении локально замороженных неоднородностей [6, 10], т.е. без учета зависимости σ_0 и τ . В этом случае интегрирование по τ приводит к δ -функции и выражение для спектра блуждающих неоднородностей (1) преобразуется к виду

$$\Phi(2\vec{k}, \omega) = \langle \sigma_0(2\vec{k}) \delta(\omega - 2\vec{k}\vec{V}) \rangle. \quad (2)$$

Учет анизотропии неоднородностей позволяет дополнительно упростить это выражение. Поскольку авроральные неоднородности вытянуты вдоль магнитных силовых линий, то интенсивное обратное рассеяние от них наблюдается лишь тогда, когда волновой вектор \vec{k} практически ортогонален к магнитной силовой линии. Если учесть, что векторы мгновенной \vec{V} и средней \vec{V}_0 дрейфовых скоростей также ортогональны к магнитным силовым линиям (холловский ток), то три вектора \vec{k} , \vec{V} и \vec{V}_0 оказываются расположенными в одной плоскости. Это позволяет рассматривать двумерные флуктуации скорости \vec{V} , т.е. пользоваться для усреднения в (2) двумерным распределением плотности $W(V, \varphi)$ случайных величин V и φ . Кроме того, при нулевой вертикальной компоненте волнового вектора ($k_z = 0$) имеем

$$2\vec{k}\vec{V} = 2kV\cos(\varphi - \varphi_0), \quad (3)$$

$$\sigma_0(2\vec{k}) = \sigma_0[2k, 2k\sin(\varphi - \varphi_0)].$$

Подставив (3) в (2) и выполнив интегрирование по V , получим

$$\Phi(2\vec{k}, \omega) = \int \sigma_0[2k, 2k\sin(\varphi - \varphi_0)] W\left(\frac{\omega}{2k\cos(\varphi - \varphi_0)}, V_0, \varphi\right) \times \quad (4)$$

$$\times \frac{d\varphi}{2k|\cos(\varphi - \varphi_0)|}.$$

Второе упрощение базируется на учете горизонтальной анизотропии $\sigma_0 = \sigma_0(\varphi - \varphi_0)$, хотя она выражена менее ярко, чем вертикальная [1]. Если представить σ_0 в форме $\sigma_0 = e^{\ln \sigma_0}$ и учесть, что функция σ_0 имеет в точке $\varphi = \varphi_0$ максимум $\left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial x} = 0; \frac{\partial^2 \sigma_0}{\partial x^2} < 0 \right)$, то, разложив $\ln \sigma_0$ в ряд Маклорена по степеням $x = 2k \sin(\varphi - \varphi_0)$ и ограничившись третьим членом ряда, можно записать

$$\sigma_0(2k) \approx \sigma_0(2k) \exp[-A^2 \sin^2(\varphi - \varphi_0)], \quad (5)$$

где $A^2 = 2k^2 M^2$; $M^2 = \frac{\partial^2 \ln \sigma_0}{\partial x^2}$. По оценкам [1] величина $M^2 > 1 \text{ м}^2$. Поэтому для достаточно больших k , т.е. при $A > 1$, можно заменить (5) асимптотическим выражением

$$\frac{A}{\sqrt{\pi}} \exp[-A^2 \sin^2(\varphi - \varphi_0)] \approx \frac{1}{2} [\delta(\varphi - \varphi_0) + \delta(\varphi + \pi - \varphi_0)]. \quad (6)$$

Подставив (6) в (4), получим для нормированного к единице спектра

$$\frac{\Phi}{\Phi_m} = \frac{1}{\Phi_m} \left[W\left(\frac{\omega}{2k}, V_0, \varphi_0\right) + W\left(-\frac{\omega}{2k}, V_0, \varphi_0 - \pi\right) \right]. \quad (7)$$

Из (7) следует, что при больших k (СВЧ диапазон) форма спектра непосредственно воспроизводит функцию $W(V, V_0, \varphi_0)$. Поэтому, располагая экспериментальными спектрами, полученными в СВЧ диапазоне для различных V_0 и φ_0 , можно установить вид функции W . К сожалению, спектры, известные на сегодняшний день по литературе [2], непригодны для этих целей. Во-первых, для них неизвестны V_c и φ_0 , а во-вторых, они получены не корреляционным методом, а методом максимальной энтропии, который, согласно [11], приводит к некоторому искажению их формы. Чтобы преодолеть это затруднение и продемонстрировать конкретные свойства спектров, рассчитанных на основе турбулентной модели, мы воспользуемся следующей методикой. Выберем вначале простую функцию W , близкую по форме к спектру типа е) на рис. 1, а затем проверим справедливость такого выбора путем сопоставления с экспериментом всех пяти типов спектров (см. рис. 1а-д), рассчитанных на ее основе.

3. Обратившись к рис. 1е, легко видеть, что этот спектр напоминает по форме смещенное рэлеевское распределение. Рассмотрим физический механизм, который может приводить к такому распределению. Заметим, прежде всего, что нахождение закона распределения $W(V, V_0, \varphi_0)$ удобно проводить в системе координат, дрейфующей со скоростью V_0 , так как в этой системе распределение случайного вектора $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1$ трансформируется в распределение $W(V_1, \varphi_1)$ случайного вектора \vec{V}_1 .

Если считать, что флуктуации вектора скорости \vec{V} порождены сильной развитой турбулентностью ионосферного тока, то \vec{V}_1 можно трактовать как случайную вихревую компоненту [10]. Об этой компоненте известно на сегодняшний день следующее [12, 13]. В первичном потоке вначале возникают крупномасштабные вихри с начальной скоростью V_H , затем они распадаются на более мелкие с меньшими скоростями $V_1 < V_H$. Процесс распада продолжается до тех пор, пока вихревая компонента скорости V_1 не достигает некоторой минимальной величины V_{min} . После этого распад прекращается и начинается процесс диссипации. Иными словами, первичный поток непосредственно порождает самые крупные вихри, а затем происходит лавинообразный распад, в результате которого вихревая скорость V_1 уменьшается от V_H до V_{min} .

Учитывая сказанное, запишем отдельную реализацию вихревой скорости в виде некоторой монотонно убывающей функции времени

$$V_1 = F((t_v - t)/\Delta t_0),$$

удовлетворяющей начальным условиям $F(0) = V_H$ и $F(1) = V_{min}$. Здесь t_v - момент возникновения вихря, $\Delta t_0 = t_v - t_0$ - время, за которое достигается минимальная скорость. Для статистического ансамбля вихрей можно считать величину $z = (t_v - t)/\Delta t_0$ случайной, равномерно распределенной в интервале $0 \leq z \leq 1$. Тогда закон распределения V_1 находится по формуле [14]:

$$W(V_1) = dz/dV_1,$$

где $z = F^{-1}(V_1)$ - функция, обратная F . Задаваясь различным видом функций $F(z)$, можно получать различные распределения $W(V_1)$. В частности, для $F(z)$ типа (рис. 2б)

$$F(z) = V_H + V_{min} - \left\{ -2Q^2 \ln \left[\exp \left(- \frac{V_{min}^2}{2Q^2} \right) - z \left(\exp \left(- \frac{V_{min}^2}{2Q^2} \right) - \right. \right. \right.$$

$$- \exp\left(-\frac{V_H^2}{2Q^2}\right)\right]^{1/2} \quad (8)$$

получается участок смещенного рэлеевского распределения (рис. 2в):

$$W(V_1, \varphi_1) dV_1 d\varphi_1 = \frac{V_H + V_{\min} - V_1}{D} \exp\left[-\frac{(V_H + V_{\min} - V_1)^2}{2Q^2}\right] dV_1 d\varphi_1,$$

где

$$D = 2\pi Q^2 \left[\exp\left(-\frac{V_{\min}^2}{2Q^2}\right) - \exp\left(-\frac{V_H^2}{2Q^2}\right) \right].$$

Полагая для простоты $V_{\min} = 0$, перейдем из системы координат, дрейфующей со скоростью \vec{V}_0 , в неподвижную систему координат. Учитывая, что переменные $V_H = V_1$ и φ_1 связаны с переменными $U_H = V$ и φ соотношениями [15]

$$(V_H - V_1)^2 = (U_H - V)^2 + V_0^2 - 2(U_H - V)V_0 \cos\varphi, \quad (9)$$

$$\frac{\partial(V_1, \varphi_1)}{\partial(V, \varphi)} = \frac{U_H - V}{V_H - V_1},$$

где U_H - максимально возможное при данном φ значение V ,

$$U_H = V_0 \cos\varphi + \sqrt{V_H^2 - V_0^2 \sin^2\varphi}, \quad (10)$$

получим

$$W(V, V_0, \varphi) = \frac{U_H - V}{D} \exp\left[-\frac{(U_H - V)^2 + V_0^2 - 2(U_H - V)V_0 \cos\varphi}{2Q^2}\right]. \quad (11)$$

4. Подстановка (11) в (7) приводит к следующему выражению для доплеровского спектра авроральных радиоотражений:

$$\frac{\Phi(2\vec{k}, \omega)}{\Phi(2k, \omega_m)} = \frac{1}{\Phi_n} \left[(q + a - x) e^{-(q-x)^2} + (q - a + x) e^{-(q+x)^2} \right], \quad (12)$$

где

$$a - q \leq x \leq a + q, \quad a = B \cos\varphi_0, \quad b = B \sin\varphi_0,$$

$$c = \frac{V_H}{\sqrt{2} Q}, \quad B = \frac{V_0}{\sqrt{2} Q}, \quad q = \sqrt{c^2 - b^2}, \quad x = \frac{\omega}{2k\sqrt{2} Q}. \quad (13)$$

Характерная особенность этого спектра состоит в том, что при $c > B$ он всегда содержит две компоненты. Их локальные максимумы располагаются на

$$x_{m_1} = q - \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{a}{2}; \quad x_{m_2} = -q + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{a}{2}, \quad (14)$$

а интенсивности в максимумах равны

$$\begin{aligned} \Phi(x_{m_1}) &= \left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{a}{2} \right) \exp \left[- \left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} - \frac{a}{2} \right)^2 \right], \\ \Phi(x_{m_2}) &= \left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} - \frac{a}{2} \right) \exp \left[- \left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{a}{2} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Форма спектра определяется только двумя параметрами a и q , а от третьего (Q) зависит лишь масштаб по оси частот $x = \omega / (2k\sqrt{2} Q)$.

Выражение (12), как уже упоминалось, соответствует случаю больших k . Поэтому описываемые им спектры следует сопоставлять с экспериментальными, полученными в СВЧ диапазоне (см. рис. 1а-д). Легко убедиться, что, давая различные значения параметрам a и q , можно получить все наблюдавшиеся Муркрофтом типы экспериментальных спектров (рис. 3, сплошные кривые). При этом узкому однокомпонентному экспериментальному спектру (тип а на рис. 1) соответствует теоретической двухкомпонентный спектр с параметром $a \geq 1$, так как при больших a вторая компонента в (12) практически исчезает. Например, при $a = 1$ отношение $\Phi_{m_2} / \Phi_{m_1} \sim 5 \cdot 10^{-2}$, а при $a = 2$ оно уменьшается до $\Phi_{m_2} / \Phi_{m_1} \sim 8 \cdot 10^{-4}$. Широкому однокомпонентному экспериментальному спектру (тип б на рис. 1) также соответствует двухкомпонентный теоретический спектр, но при $a < 1$ и $q < 1$. При таких значениях a и q обе компоненты сливаются, образуя широкий спектр с единственным максимумом. Непосредственное сопоставление рис. 1 и рис. 3 показывает, что (12) правильно отображает все основные закономерности экспериментальных спектров в СВЧ диапазоне.

В УКВ диапазоне, когда асимптотическое выражение (6) перестает быть справедливым, расчет спектров следует производить по общей

формуле (4). На рис. 3 приведен пример такого расчета для двух конкретных случаев из работы [5]. Штриховыми линиями на нем изображены расчетные кривые, а светлыми и черными кружками - экспериментальные спектры норвежского и финского радаров. Видно, что расчетные кривые достаточно хорошо совпадают с экспериментом.

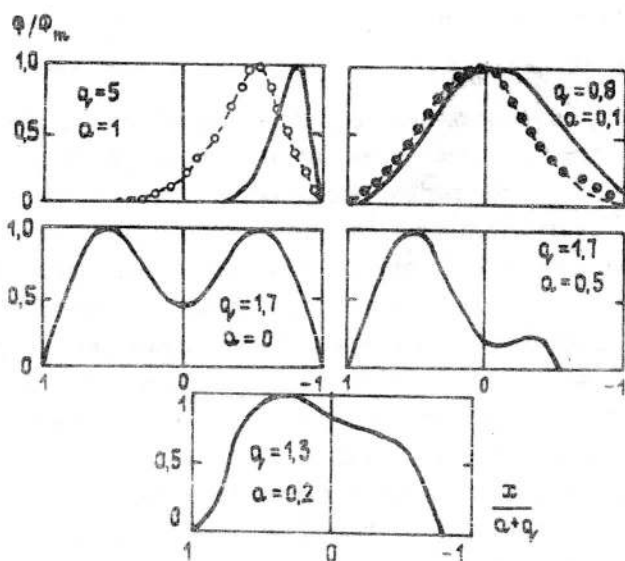


Рис. 3.

5. Приведенные выше результаты показывают, что доплеровские спектры, рассчитанные на основе простейшей турбулентной модели тока, близки по форме к экспериментальным спектрам радиоавроры. Кроме того, здесь исчезают те принципиальные трудности с физической интерпретацией формы спектров, которые характерны для ламинарной модели.

Первая из них связана с объяснением специфической формы и ширины однокомпонентных спектров (тип е на рис. 1). В ламинарной модели форма и ширина спектра целиком определяются зависимостью σ_0 от τ . Поскольку для неоднородностей, порожденных Ф-Б неустойчивостью, эта зависимость оказывается медленной [4], теоретический спектр получается весьма узким. Для турбулентной модели, в отличие от ламинарной, форма и ширина спектра слабо зависят от $\sigma_0(\tau)$. Если полностью пренебречь этой зависимостью (приближение локальной замороженности), то форма спектра (7) будет определяться только законом распределения w случайной скорости V .

Поэтому специфическая форма спектра (тип е на рис. 1) объясняется тем, что такой вид имеет функция распределения w .

Вторая трудность связана с интерпретацией физической природы двугорбых спектров (типы в, г и д на рис. 1). С позиций ламинарной модели существование двугорбых спектров невозможно вообще, тогда как для турбулентной модели двугорбость - их естественная форма. Она возникает в том случае, если начальная скорость вихревой компоненты $V_H = V_{1max}$ больше средней скорости V_0 . При $V_H > V_0$ вращающийся суммарный вектор скорости $\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{V}_1(t)$ может либо совпадать в какие-то моменты с направлением волнового вектора \vec{k} , либо быть ему противоположным (см. рис. 2а). Если азимутальная индикатриса $\sigma_0(\varphi - \varphi_0)$ достаточно узкая, то тогда образуются два локальных спектра с положительными и отрицательными доплеровскими сдвигами, суперпозиция которых формирует двугорбый спектр. Так как интенсивности локальных максимумов различны и определяются величиной параметра α (15), то при различных α получаются различные формы суммарного спектра. При $\alpha > 1$ один из максимумов значительно меньше другого и спектр становится практически одногорбым (тип а на рис. 1 и спектр норвежского радара на рис. 3). При $\alpha \sim 0$ ($\varphi_0 \sim 90^\circ$) интенсивности одинаковы и спектр становится либо двугорбым (тип в на рис. 1), либо широким одногорбым (тип б на рис. 1 и спектр финского радара на рис. 3). Существенным моментом здесь является то, что регистрация таких, внешне различных спектров, как широкий несмещенный и узкий смещенный, объясняется в турбулентной модели только различием углов φ_0 , под которыми они наблюдаются. В ламинарной модели для их объяснения приходится прибегать к гипотезе о различной физической природе неоднородностей, порождающих эти спектры.

Отметим в заключение, что результаты данной работы нужно рассматривать как предварительные, поскольку они получены в приближении локальной замороженности неоднородностей. Границу применимости этого приближения к реальным авроральным неоднородностям можно будет уточнить после того, как будет завершено создание их модели. Поэтому основным результатом работы следует считать демонстрацию принципиальной возможности использования турбулентной модели тока для построения непротиворечивой теории доплеровских спектров авроральных радиоотражений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Свердлов Ю. Л. Морфология радиоавроры. - Л. - Наука, 1982. - 160 с.

2. Moorcroft D.R., Tsunoda R.T.//J.Geoph.Res. 1978. V. 83. N A4. P. 1482.
3. Haldoupis C., Nielsen E., Ierkić H.M.//Planet.Space Sci. 1984. V. 32. N 10. P. 1291.
4. St.-Maurice J-P., Schlegel K.//J.Geoph.Res. 1983. V. 88. P. 4087.
5. Nielsen E., Haldoupis C.I. et. al.//J.Géoph.Res. 1984. V. 89. N A1. P. 253.
6. Татарский В.И. Распространение радиоволн в турбулентной атмосфере. - М.: Наука, 1967. - 547 с.
7. Farley D.T., Balsley B.B.//J.Geoph.Res. 1973. V. 78. N 1. P. 227.
8. Greenwald R.A.//J.Geoph.Res. 1979. V. 84. P. 433.
9. Горелик Г.С.//Радиотехника и электроника. 1956. Вып. 6. С.696.
10. Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. - М.: Радио и связь, 1983. - 222 с.
11. Moorcroft D.R.//Radio Sci. 1978. V. 13. N 4. P. 649.
12. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. - М.: Наука, 1966. С. 301.
13. Цытович В.Н. Теория турбулентной плазмы. - М.: Атомиздат, 1971. - 423 с.
14. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Сов. радио, 1974. - 552 с.
15. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. - М.: Наука, 1976. Ч. 1. - 153 с.

Кольский научный центр
Полярного геофизического института
Р А Н

Поступила в редакцию
31 января 1991 г.

THE SPECTRUM OF SIGNAL SCATTERED BY THE ANISOTROPIC
WANDERING IRREGULARITIES

Yu. L. Sverdlov, T. V. Miroshnikova, N. G. Sergeeva

Here we discuss the problem of the radio wave scattering by anisotropic wandering irregularities. The strong anisotropic irregularities if taken into account allow us to simplify expressions to calculated the Doppler spectrum of a scattered signal. The calculated spectra are close in form to experimental spectra of the radio aurora.