

УДК 534.24

**ЗЕРКАЛЬНАЯ И АНТИЗЕРКАЛЬНАЯ КОМПОНЕНТЫ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИ  
СИЛЬНО НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ВИДЕ СИСТЕМЫ  
ОТКРЫТЫХ ПЛОСКИХ ВОЛНОВОДОВ**

**Ф. М. Исмагилов, Ю. А. Кравцов**

В приближении физической оптики рассмотрено отражение плоской волны от статистически неровной поверхности с крупными и очень крутыми неоднородностями в виде системы открытых плоских волноводов со случайными параметрами. Показано, что для таких поверхностей рассеяние назад в антизеркальном направлении сопоставимо с рассеянием в зеркальном направлении.

Интерес к изучению рассеяния от сильно неровных поверхностей в последнее время значительно возрос. Такие поверхности возникают при решении задач подводной акустики, микроволнового рассеяния на поверхности почвы, рассеяния света от рельефных металлических покрытий и в ряде других областей. Кроме того, последние теоретические и экспериментальные исследования показали появление эффекта усиления обратного рассеяния (УОР), обязанного своим происхождением двукратному прохождению волны через одни и те же неоднородности [1 - 3].

При отражении волн от статистически неровной поверхности возможны условия, при которых волна рассеивается строго назад после отражения от неоднородностей (рис. 1). Это приводит к взаимной когерентности волн  $U(1 \rightarrow 1a)$  и  $U(1a \rightarrow 1)$ , рассеянных в разной последовательности одними и теми же участками поверхности. Если неоднородности будут достаточно крутыми, то в результате статистического усреднения произойдет заметное усиление сечения рассеяния в узком интервале углов рассеяния назад.

Появление обратнорассеянной волны может быть наглядно

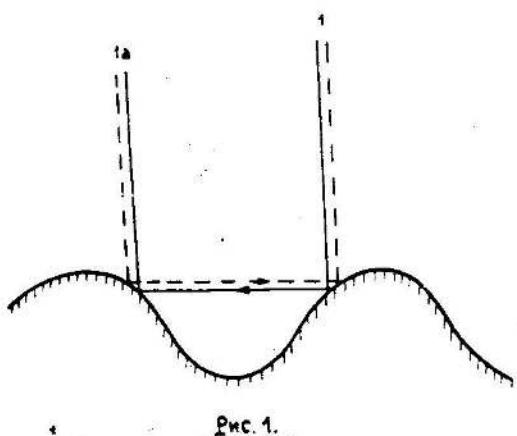


Рис. 1.

продемонстрировано, если шероховатую поверхность представить в виде набора  $N$  плоских открытых волноводов со случайной глубиной и шириной (рис. 2). Параллельные падающие лучи 1 и 2 попадают в разные точки открытого конца волновода. Отражаясь от дна волновода, такие лучи могут выйти из него в двух направлениях - зеркальном (луч 2a) и антизеркальном (луч 1a). Появление антизеркального луча 1a и приводит к эффекту УОР.

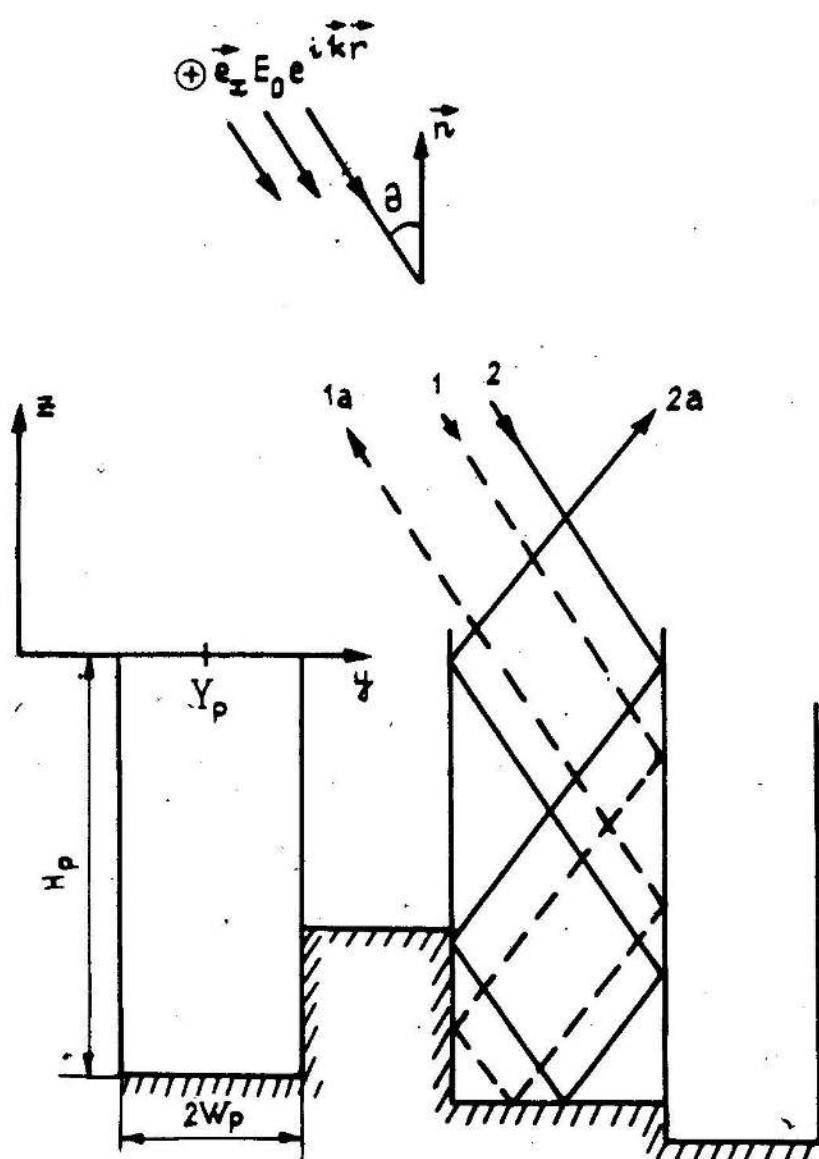


Рис. 2.

Для выяснения особенностей эффекта усиления проведем волновой анализ. В приближении физической оптики, когда ширина каждого волновода  $2w_p$  намного превосходит длину волны падающего излучения  $\lambda$  ( $w_p \gg \lambda$ ,  $p = 1, 2, \dots, N$ ), краевыми эффектами можно пренебречь. Тогда поле, рассеянное на системе волноводов, можно представить в виде

суперпозиции волн, рассеянных на открытых концах отдельных волноводов. Это приближение соответствует рассеянию от шероховатой поверхности с масштабом неоднородностей  $L \gg \lambda$ . Основной эффект - УОР - проявляется здесь уже при однократном применении приближения Кирхгофа, тогда как при рассеянии на крутых, но сравнительно невысоких неоднородностях с высотой  $H$ , сравнимой с  $\lambda$ , для выявления эффекта УОР требуется двукратное применение метода Кирхгофа [4].

Пусть на открытый конец системы волноводов падает плоская волна, поляризованная вдоль оси  $0x$ :  $\vec{E}_x^0 \exp(i\vec{k}\vec{r})$ ,  $\vec{k} = (0, k \sin\theta, -k \cos\theta)$  (рис. 2). В каждом волноводе независимо возбуждаются нормальные волны, которые после отражения от дна волновода излучаются из открытого конца. В результате поле излучения в достаточно удаленной точке наблюдения  $\vec{r} = (0, r \sin\phi, r \cos\phi)$  ( $r \gg \lambda$ ) принимает вид

$$E_x^{\text{изл}}(\vec{r}) = \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \sum_{p=1}^M \exp\{iky_p(\sin\theta + \sin\phi)\} \times \\ \times \sum_{n=1}^P A_n^{(p)} \exp\{2i\psi_n^{(p)}\} D_n^{(p)}(\varphi), \quad (1)$$

где  $y_p$  - координата  $p$ -го волновода,  $M_p$  - число распространяющихся мод,  $A_n^{(p)}$  и  $D_n^{(p)}(\varphi)$  - амплитуда возбуждения и диаграмма направленности излучения  $n$ -й моды,  $\psi_n^{(p)} = h_n^{(p)} H_p$  - набег фазы нормальной волны на глубине волновода  $H_p$ ,  $H_n^{(p)} = (k^2 - \alpha_n^{(p)})^{1/2}$  - постоянная распространения в волноводе,  $\alpha_n = \alpha_n^{(p)} = \pi p / 2w_p$  - поперечное волновое число. В случае достаточно глубоких волноводов ( $H_p \gg w_p$ ) влиянием затухающих волн можно пренебречь.

Найдем интенсивность излучения в направлении угла  $\phi$ :

$$I(\phi) = |E_x^{\text{изл}}|^2 r = \\ = \sum_{p=1}^M \sum_{n=1}^P \sum_{m=1}^P A_n^{(p)} A_m^{(p)*} \exp[2i(\psi_n^{(p)} - \psi_m^{(p)})] D_n^{(p)}(\varphi) D_m^{(p)*}(\varphi) + \\ + \sum_{p \neq q=1}^M \sum_{n=1}^N \exp[ik(\sin\theta + \sin\phi)(y_q - y_p)] \times \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n^{(p)} A_m^{(q)} \exp[2i(\psi_n^{(p)} - \psi_m^{(q)})] D_n^{(p)}(\varphi) D_m^{(q)}(\varphi).$$

Предположим, что ширина волновода намного превосходит радиус первой зоны Френеля:  $w_p \gg \sqrt{\lambda H_p}$ , так что фазовым множителем в первом слагаемом выражения (2) можно пренебречь:  $\exp[2i(\psi_n^{(p)} - \psi_m^{(q)})] \approx 1$ .

Интересуясь средними значениями интенсивности  $I(\varphi)$ , проведем усреднение по глубинам волноводов. Предположим, что набеги фаз нормальных волн в различных волноводах  $\psi_n^{(p)}$  статистически независимы и равномерно распределены в интервале от 0 до  $2\pi$ . Тогда

$$\langle \exp[2i(\psi_n^{(p)} - \psi_m^{(q)})] \rangle = \langle \exp[2i(\psi_n^{(p)} - \psi_m^{(p)})] \rangle \delta_{pq}, \quad (3)$$

где  $\delta_{pq} = \begin{cases} 1, & p = q \\ 0, & p \neq q \end{cases}$  — символ Кронекера.

В результате статистического усреднения (3) выражение (2) теряет второе слагаемое и распадается на некогерентную сумму излучений из отдельных волноводов:

$$\bar{I}(\varphi) = \sum_{p=1}^N I_p = \sum_{p=1}^N \sum_{n=1}^M |A_n^{(p)} D_n^{(p)}(\varphi)|^2. \quad (4)$$

Точное решение задачи излучения из открытого конца плоского волновода находится методом факторизации [5]. К сожалению, этот метод дает достаточно сложные выражения. Воспользуемся поэтому методом Кирхгофа. В этом приближении амплитуда возбуждения  $A_n^{(p)}$  и диаграмма направленности  $D_n^{(p)}(\varphi)$  вблизи максимумов излучения выражаются через амплитуды Фурье-компонент следующей функции:

$$F_p(\varphi, y) = \sin(ky \sin\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(p)}(\varphi) \sin(\alpha_n^{(p)} y), \quad 0 < y < w_p, \quad (5)$$

причем

$$A_n^{(p)} = E_0 f_n^{(p)}(\theta), \quad D_n^{(p)}(\varphi) = (2\pi k)^{-1/2} w_p k \cos\theta f_n^{(p)}(\varphi). \quad (6)$$

В направлениях, составляющих с нормалью углы  $\varphi_n^{(p)}$ , определяемые

из соотношения к  $\cos\varphi_n^{(p)} = h_n^{(p)}$ , поля излучения по строгой теории и по методу Кирхгофа совпадают и достигают максимального значения.

Если падение волны не носит скользящего характера, то реально в волноводе возбуждается всего 2 - 3 моды с направлениями распространения  $\varphi_n^{(p)} \approx \theta$ , что позволяет раздвинуть пределы суммирования по модам в выражении (4) до бесконечности.

С учетом (6) средняя интенсивность излучения (4) описывается выражением

$$\bar{I}(\varphi) = \frac{E_0^2}{2\pi k} \sum_{p=1}^N (2k w_p \cos\theta)^2 (\sin \xi_p^+ / \xi_p^+ + \sin \xi_p^- / \xi_p^-)^2, \quad (7)$$

где  $\xi_p^\pm = 2k w_p \cos\theta \sin(\theta \pm \varphi)/2$ .

В качестве модельной плотности вероятности ширины волноводов выберем экспоненциально-степенную функцию:

$$\omega(w) = Cw^J \exp(-w/w_0), \quad (8)$$

где  $C = (J! w_0^{J+1})^{-1}$  - нормировочная постоянная. Средняя ширина волноводов дается выражением

$$\bar{w} = \int_0^\infty w \omega(w) dw = (J + 1) w_0. \quad (9)$$

В результате усреднения по ширине волноводов выражение для интенсивности излучения принимает вид

$$\begin{aligned} \bar{I}(\varphi) = & N E_0^2 (2\pi k)^{-1} (2k \bar{w} \cos\theta)^2 \left[ 0,5 (\xi^+)^{-2} F_1(J, 2\xi^+) + \right. \\ & \left. + 0,5 (\xi^-)^{-2} F_1(J, 2\xi^-) + \frac{F_1(J, \xi^+ + \xi^-) - F_1(J, \xi^+ - \xi^-)}{\xi^+ \xi^-} \right], \quad (10) \end{aligned}$$

где  $F_1(N, x) = 1 - (1 + (x/(N + 1))^2)^{-N+1/2} \cos((N + 1) \operatorname{arctg}(x/(N + 1)))$ ,  
 $\xi^\pm = 2k \bar{w} \cos\theta \sin(\theta \pm \varphi)/2$ .

На рис. 3 представлено поведение интенсивности  $\bar{I}(\varphi)$  в зависимости от угла наблюдения  $\varphi$ . Из рис. 3 видно, что рассеянное поле концентрируется симметрично вблизи зеркального  $\varphi = \theta$  и антизеркального  $\varphi = -\theta$  направлений с шириной  $\Delta\varphi \approx (k \bar{w} \cos\theta)^{-1}$ .

Необходимо отметить, что для симметричности рассеяния в зеркальном и антизеркальном направлениях параметры волноводов должны быть не только велики по сравнению с длиной волны  $\lambda$ , но также должны изменяться в достаточно широких пределах, обеспечивающих выполнение условия (3). В каждой конкретной реализации набора волноводов излучение в зеркальном и антизеркальном направлениях может существенно отличаться друг от друга. Однако среднее излучение в обоих направлениях оказывается одинаковым.

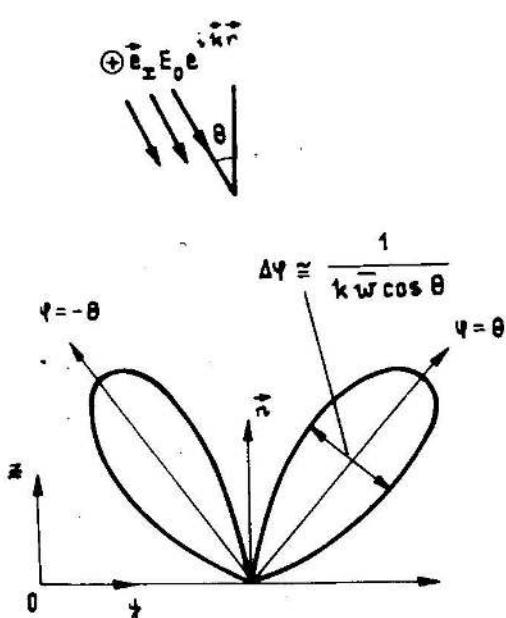


Рис. 3.

Предложенная модель позволяет описать изменение картины рассеянного поля при уменьшении размеров неоднородностей. Так, в случае неглубоких волноводов ( $\bar{h} \ll \lambda$ ), поля от соседних волноводов будут складываться когерентно, что приведет к сосредоточению рассеянного поля вблизи зеркального направления с очень узкой шириной  $\Delta\varphi \approx (N\bar{w}\cos\theta)^{-1}$ , отвечающей общей ширине системы волноводов  $N\bar{w}$ . Такое поведение рассеянного излучения соответствует отражению от ровной или почти ровной поверхности.

С уменьшением ширины  $\bar{w}$  до полуволны  $\lambda$  будет возбуждаться только основная мода, которая дает равномерное распределение интенсивности излучения по углам, что характерно для рассеяния от сильно шероховатой поверхности с масштабом неоднородности, сравнимым с длиной волны  $\lambda$ . Дальнейшее уменьшение ширины  $\bar{w}$  вновь приводит к концентрации рассеянного поля вблизи зеркального направления, что соответствует рассеянию от шероховатой поверхности с мелкими неоднородностями.

Проведенный анализ представляет собой, насколько нам известно, первую попытку получить аналитическое решение для поверхности с очень крупными и крутыми неровностями. Разумеется, предлагаемая модель передает далеко не все особенности реальных поверхностей. Ее достоинство состоит в том, что она делает очевидными причины появления самого важного качественного эффекта - хорошо выраженного пика усиления обратнорассеянного излучения. Кроме того, расчеты позволяют оценить характерную ширину директрисы обратного рассеяния.

Хотя рассмотренная модель имеет искусственные элементы (неровности в виде вертикальных тонких стенок), результаты расчетов могут быть использованы при интерпретации экспериментальных данных. Согласно нашей модели, равенство зеркальной и антизеркальной компонент свидетельствует о высокой крутизне поверхности. Нам представляется, что по величине отношения интенсивностей антизеркальной и зеркальной компонент можно судить о мере крутизны сильно неровных поверхностей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю. А., Саичев А. И. //УФН. 1982. Т.137. № 7. С.666.
2. Macaskill C., Kachoyan B.J. //J.Acoust. Soc. Am. 1988. V. 84. N 5. P.1826.
3. Donnel K.A., Mendez E.R. //J. Opt. Soc. Am. 1987. V.A4. P.1194.
4. Ishimaru A., Chen J.S. //Waves random media. 1991. V.1. N 1. P. 21.
5. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. - М. : Сов. радио, 1966.

Малое специализированное предприятие  
"Грот"  
института общей физики РАН

Поступила в редакцию  
3 июня 1991 г.

#### THE MIRROR AND ANTIMIRROR COMPONENTS OF THE SCATTERED FIELD FOR RANDOMLY ROUGH SURFACES, MODELED BY A SYSTEM OF FLAT OPENED WAVEGUIDES

F. M. Ismagilov, Yu. A. Kravtsov

The approximation of physical optics is used for the analysis of plane waves scattering from randomly rough surfaces with large and abrupt inhomogeneities, which is presented by a system of flat opened waveguides. For these surfaces, the magnitude of waves scattered in antimirror directions is comparable with that of in mirror directions.