ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Том 35, N 6,7 РАДИОФИЗИКА 1992

УДК 537.86

К ОЦЕНКЕ ПОЛЯ В ИМПЕДАНСНОМ ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ЛОКАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ. II

О. В. Соловьев

Проведено исследование влияния на поле точечного источника в плоском импедансном волноводе неоднородности в виде сферической поверхности, выступающей (либо погруженной) из плоскости (в плоскость) ионосферной стенки волновода. В скалярном приближении задача сведена к двумерному интегральному уравнению по поверхности неоднородности. Решение строится методом последовательных приближений, в качестве начального приближения используется решение задачи для регулярного импедансного волновода. Приводятся результаты расчетов по оценке влияния на поле электрического диполя в волноводе Земля – ионосфера локальной ионосферной неоднородности.

Работа продолжает теоретические исследования влияния локальных неоднородностей ионосферы как естественного, так и искусственного происхождения на распространение электромагнитных волн в приземном волноводе, начатые в [1]. Настоящее сообщение можно считать естественным продолжением [2], где в скалярном приближении было исследовано влияние на поле вертикального электрического диполя в импедансном плоском волноводе малой ионосферной неоднородности, представляющей собой круговой цилиндр, свойства основания которого описывались некоторым импедансом, а боковая поверхность считалась идеально проводящей. В отличие от [2] в данном случае представим ионосферную неоднородность в виде импедансной сферической поверхности, выступающей (либо погруженной) из плоскости (в плоскость) верхней стенки волновода.

Коротко отметим основные черты нашего подхода к решению физической задачи о влиянии локальных неоднородностей нижней ионосферы на распространение радиоволн в волноводе Земля – ионосфера. Во-первых, под локальностью неоднородности понимается ее ограниченность в пространстве по всем координатам и произвольность

положения на верхней стенке волновода, что исключает возможность сведения математической задачи к двумерной. Во-вторых, не вдаваясь в подробности возникновения в нижней ионосфере локальных неоднородностей, оказывающих влияние на распространение радиоволн, отметим, что свойства ионосферы мы задаем в импедансном приближении, описывая нерегулярность ионосферы неоднородным по площади импедансом, как это делается в задачах о распространении земной волны над неоднородной в электрическом отношении земной поверхностью [3]. Из физики ионосферных процессов достаточно очевидно, что любое воздействие на ионосферу как естественного, так и искусственного происхождения, приводит в конечном итоге к изменению вертикальных профилей электронной концентрации N_e и эффективной частоты соударений заряженных частиц ν_e. Согласно [4] по известным $N_e(z)$ и $\nu_e(z)$ отражательные характеристики ионосферы могут быть описаны с помощью импеданса, отнесенного к некоторому, вполне конкретному, уровню над поверхностью Земли. В-третьих, опираясь на результаты проведенных ранее исследований [5], мы ограничимся скалярной постановкой задачи, считая малой деполяризацию поля при отражении от неоднородности.

Отметим, что наш подход существенно отличается от рассмотренного в работах [6, 7], где неоднородность волновода описывалась малым возмущением постоянной распространения основной моды регулярного волновода. Принятая нами модель позволяет расширить изучаемый диапазон частот до десятков килогерц (результаты [6, 7] применимы только в СНЧ диапазоне), а также последовательно рассматривать неоднородности, располагающиеся непосредственно над источником (или над приемником).

Итак, рассматривается модельная задача, в которой электромагнитное поле, возбуждаемое вертикальным электрическим диполем с полным дипольным моментом $\mathcal{P}_0$ в области $D \in R^3$, ограниченной поверхностями $S_з$, $S_и$, S_v, определяется однокомпонентным вектором Герца $\vec{\Pi} = \Pi\vec{e}_z$. Волноводное пространство (область D) обладает свойствами вакуума. В цилиндрической системе координат r, φ, z, связанной с источником, поверхность $S_з$ задается уравнением $z = 0$, $S_и$ – часть поверхности $z = h$. Будем считать, что S_v – часть сферической поверхности радиуса R_v, центр которой лежит выше $z = h$ (если неоднородность опускается в волновод) либо ниже $z = h$ (если неоднородность выражается в поднятии части верхней стенки волновода).

Искомая функция $\Pi = \Pi(r, \varphi, z)$ удовлетворяет уравнению

Гельмгольца внутри D и импедансным граничным условиям

$$\frac{\partial \Pi}{\partial n} = ik\delta(M)\Pi\Big|_{M\in S_з, S_и, S_v}, \qquad (1)$$

где k - волновое число в вакууме, $\vec{n}$ - внешняя нормаль к границам волновода, $\delta(M)$ - неоднородный по площади поверхностный импеданс в точке M, принадлежащей рассматриваемой поверхности. Зависимость от времени принята в виде $\exp(-i\omega t)$. Граничное условие по r предполагает, что поле стремится к нулю при $r \to \infty$.

Если обозначить через L линейный контур, по которому происходит касание поверхностей $S_и$ и S_v, то направление нормали для $M \in L$ мы понимаем как предел при стремлении к точкам L со стороны $S_и$ или S_v. В данном случае таких пределов два и они различны. Задавать дополнительные условия на этом ребре нет необходимости, так как однозначное решение задачи определяется уже имеющимися условиями (1).

Считая $\delta(M)$ кусочно-постоянной функцией вида

$$\delta(M) = \begin{cases} \delta_з & M \in S_з \\ \delta_и & M \in S_и \\ \delta_v(M) & M \in S_v \end{cases}$$

и поступая аналогично [2], задачу можно привести к поверхностному интегральному соотношению

$$\Pi(\vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}) + \frac{ik\varepsilon_0}{\mathcal{P}_0}\iint\limits_{S_v}\Pi(\vec{R}')\left[\Pi_0(\vec{R},\vec{R}')\delta_v(\vec{R}') - \frac{\partial\Pi_0(\vec{R},\vec{R}')}{ik\partial n'}\right]dS', \qquad (2)$$

$$\vec{R} \in D\backslash S_v, \qquad \vec{R}' \in S_v,$$

где ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума, $\vec{R}$ - радиус-вектор точки наблюдения, $\vec{R}'$ - радиус-вектор точки интегрирования, n' - внешняя нормаль к области D, $\Pi_0(\vec{R})$ - вектор Герца задачи о возбуждении регулярного волновода толщины h с однородными импедансами стенок $\delta_з$ и $\delta_и$, $\Pi_0(\vec{R},\vec{R}')$ - то же Π_0, но для случая, когда источник располагается в точке $\vec{R}$, а $\vec{R}'$ - координата точки наблюдения. Такой выбор функции Грина $\Pi_0(\vec{R},\vec{R}')$ в (2) ограничивает область интегрирования до размеров поверхности S_v, нарушающей

регулярность волноводной задачи.

Поскольку конфигурация верхней стенки волновода - возмущенной ионосферы - достаточно условна, мы ограничимся рассмотрением таких ситуаций, когда ни источник, ни точка наблюдения не могут находиться на верхней границе волноводной области D.

Ограничиваясь ионосферными неоднородностями, размеры которых малы в масштабе длины трассы распространения ($R_v \ll |\vec{R}|$), а также учитывая тот факт, что на практике всегда выполняется неравенство $|\delta_и - \delta_v| \ll 1$, решение задачи запишем в виде ряда последовательных приближений.

Используем для $\Pi_0(\vec{R})$ выражение в виде суммы нормальных волн [8]:

$$\Pi_0(\vec{R}) = \frac{i\mathcal{P}_0}{k\varepsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n \mathcal{H}_0^{(1)}(\mu_n r) f_n(z) f_n(z_1), \tag{3}$$

где Λ_n, μ_n - коэффициенты возбуждения и продольные собственные числа отдельных нормальных волн, $f_n(x)$ - высотные множители, $\mathcal{H}_0^{(1)}(x)$ - функция Ханкеля первого рода, z_1 и z - вертикальные координаты источника и точки наблюдения. Выражения для всех отмеченных величин приведены в [2]. Чтобы получить $\Pi_0(\vec{R}, \vec{R}')$, необходимо в (3) произвести следующие замены:

$r \to r_1 = [r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\varphi - \varphi')]^{1/2}$, $z_1 \to z'$, где $(r', \varphi', z') \in S_v$.

Тогда, ограничиваясь членами однократного рассеяния, можно записать

$$\Pi(\vec{R}) = \frac{i\mathcal{P}_0}{k\varepsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda_n f_n(z) f_n(z_1) \Big[\mathcal{H}_0^{(1)}(\mu_n r) - \tag{4}$$

$$- \frac{1}{f_n(z_1)} \sum_{l=1}^{\infty} \Lambda_l f_l(z_1) P_{nl}\Big],$$

где

$$P_{nl} = \iint_{S_v} \Big(\delta_v \mathcal{H}_0^{(1)}(\mu_n r_1) f_n(z') + \mathcal{H}_1^{(1)}(\mu_n r_1) f_n(z') \frac{\mu_n}{ik} - \frac{\partial r_1}{\partial n'} -$$

$$- \mathcal{H}_0^{(1)}(\mu_n r_1) \frac{\partial f_n(z')}{ik\, \partial n'}\Big) \mathcal{H}_0^{(1)}(\mu_l r') f_l(z')\, dS'.$$

Область применимости первого шага метода последовательных приближений (4) может быть определена только после построения и исследования следующих приближений, что является, вообще говоря, самостоятельной задачей. Однако грубо условие применимости метода последовательных приближений в данном случае может быть записано в виде

$$kS_v^*|\delta_v - \delta_и|/|\vec{R}| < 1,$$

где S_v^* - площадь поверхности неоднородности S_v.

Будем считать, что возмущенная область S_v значительно удалена как от источника, так и от приемника и выполняются неравенства $|\mu_n r'| \gg 1$ и $|\mu_n r_1| \gg 1$. Это позволит воспользоваться для функций Ханкеля их асимптотическими представлениями. Учтем также, что S_v мы считаем частью сферической поверхности с центром в точке (x_0, y_0, z_0) декартовой системы координат, отвечающей исходной цилиндрической системе r, φ, z. Введем сферическую систему координат ρ, θ, ψ с центром в точке (x_0, y_0, z_0). Тогда

$$\begin{cases} r' = (\rho^2\sin^2\theta + 2\rho\ \sin\theta(x_0\cos\psi + y_0\sin\psi) + x_0^2 + y_0^2)^{1/2} \\ \varphi' = \mathrm{Arctg}\ \dfrac{\rho\ \sin\theta\ \sin\psi + y_0}{\rho\ \sin\theta\ \cos\psi + x_0} \\ z' = \rho\ \cos\theta + z_0 \end{cases}$$

Выражение для r_1 в новой системе координат примет вид

$$r_1 = (\rho^2\sin^2\theta + 2\rho\ \sin\theta(y_0\sin\psi - (r - x_0)\cos\psi) + (r - x_0)^2 + y_0^2)^{1/2}.$$

Поскольку во вновь введенной сферической системе координат производная по нормали к поверхности S_v с точностью до знака совпадает с производной $\partial/\partial\rho$, то выражение для P_{nl} в (4) можно упростить. Ограничимся также случаем идеально проводящей нижней стенки волновода ($\delta_3 = 0$, $f_n(x) = \cos\lambda_n x$, где $\lambda_n = \sqrt{k^2 - \mu_n^2}$), что не ограничивает общности получаемых результатов, но позволяет сделать дальнейшие упрощения в формулах и окончательно записать

$$P_{nl} = -\frac{2i}{\pi\sqrt{\mu_n\mu_l}} \iint\limits_{S_v} \Big[(\delta_v \pm \frac{\mu_n \sin\theta}{kr_1}\ (\rho\ \sin\theta + y_0\sin\psi - \qquad (5)$$

$$- (r - x_0)\cos\psi))\cos(\lambda_n(\rho\cos\theta + z_0)) \pm i(\lambda_n/k)\sin(\lambda_n(\rho\cos\theta + z_0)) \times$$

$$\times \cos\theta\Big] \frac{\exp i(\mu_n r_1 + \mu_1 r')}{\sqrt{r_1 r'}} \cos(\lambda_1(\rho\cos\theta + z_0))\rho^2 \sin\theta\, d\theta\, d\psi.$$

В формуле (5) при наличии двух знаков (±) верхний знак соответствует неоднородности, опустившейся в полость волновода, а нижний знак - неоднородности, поднявшейся над верхней стенкой волновода $z = h$. Интегрирование по ψ в (5) необходимо производить в пределах $[\varnothing, 2\pi]$. Выявить какую-либо симметрию по ψ в подынтегральном выражении (5) и соответственно сократить промежуток интегрирования не удается. Что касается пределов интегрирования по $d\theta$, то для неоднородности, опустившейся в полость волновода, оно должно осуществляться в промежутке $[\theta_1, \pi]$, а для неоднородности, поднявшейся над плоскостью $z = h$ (мы называем ее "полостью"), - в промежутке $[\varnothing, \theta_2]$, где $\pi/2 \le \theta_1 < \pi$, $\varnothing < \theta_2 \le \pi/2$. Интересной особенностью полученных формул является то, что значение импеданса регулярной части волновода $\delta_и$ в явном виде не входит в формулы, а присутствует в решении (4) опосредованно, через собственные числа μ_n и коэффициенты возбуждения Λ_n регулярной волноводной задачи.

Приведем примеры конкретных расчетов. Для определения параметров модельной задачи $\delta_и$, h (приведенный поверхностный импеданс и высота регулярной ионосферы), δ_v (импеданс возмущенной области) привлекались высотные профили электронной концентрации и эффективной частоты соударений заряженных частиц дневной спокойной и возмущенной ионосферы [9]. Расчет был проведен на одной частоте $f = 20,5$ кГц, для которой были получены $\delta_и = 0,2968 + 0,1454i$ и $h = 58,9$ км. Влияние земного магнитного поля не учитывалось.

В качестве результатов мы рассматривали следующие величины: $dM = 1 - |\Pi|/|\Pi_0|$ - относительная разность модулей векторов Герца для регулярной трассы (Π_0) и трассы с ионосферной неоднородностью (Π), $dF = \arg \Pi_0 - \arg \Pi$ - разность аргументов соответствующих векторов Герца (на графиках выражается в радианах).

Возмущение мы характеризовали двумя параметрами: первый - это максимальная глубина опускания (или подъема) сферической поверхности S_v в полость (из полости) волновода и второй - радиус возмущения r_v на уровне верхней стенки волновода $z = h$. Если обозначить высоту максимально опущенной в полость волновода точки поверхности S_v через

h_v, то для волновода высоты h величина первого параметра будет $|h - h_v|$.

Вычисление двойного интеграла в формуле (5) производилось по программе, созданной в отделе радиофизики НИИФ ЛГУ под руководством Я. Э. Болотовского.

На трассе длиной примерно 1160 км (kr = 500) значения исследуемых величин определялись для различных значений δ_v, h_v и радиуса возмущенной области r_v при различных положениях возмущения относительно источника и приемника, высота которых над поверхностью Земли также варьировалась.

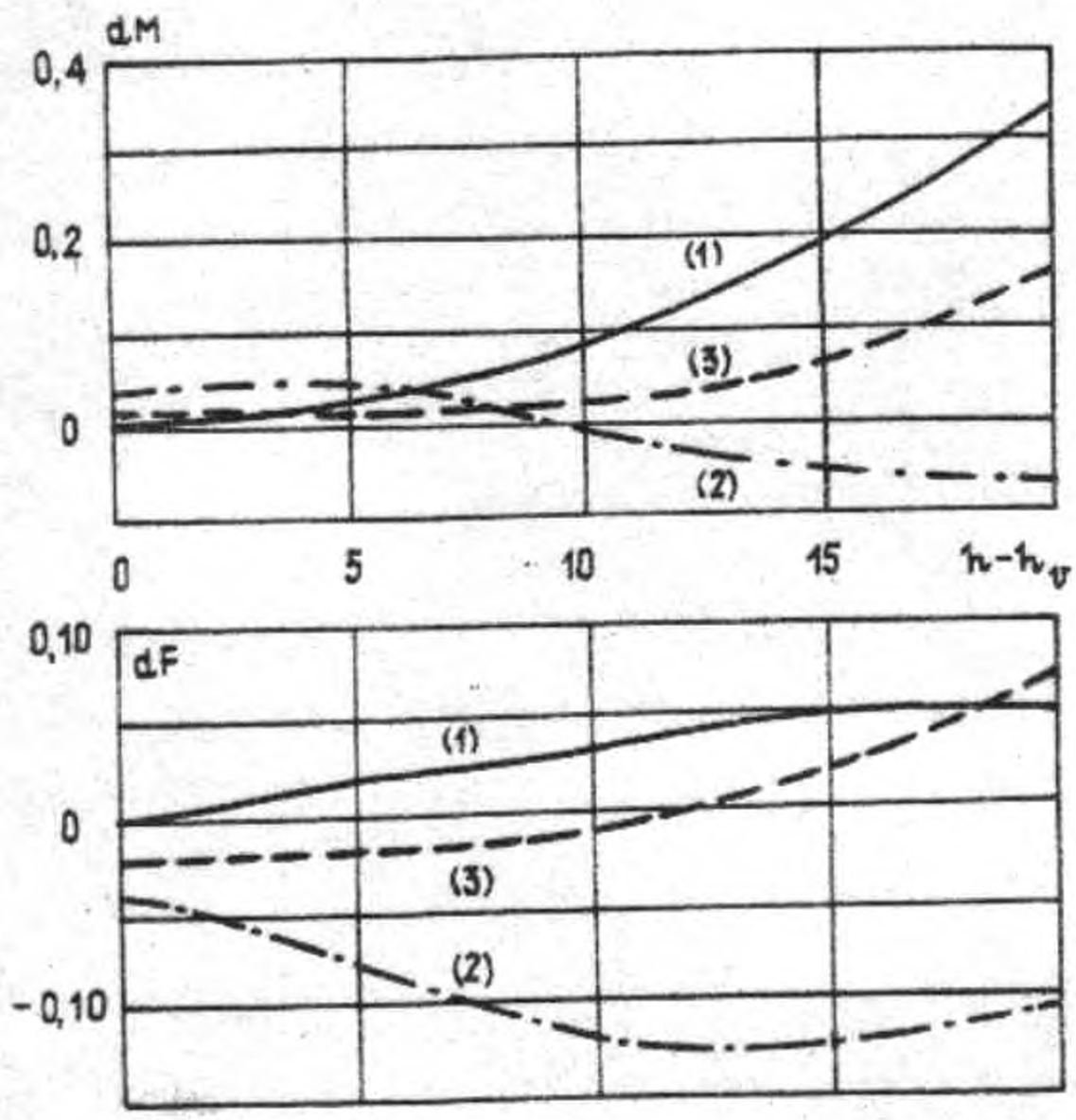

Рис. 1.

На рис. 1 представлены зависимости исследуемых величин от (h - h_v) - величины опускания возмущения в полость волновода. Радиус возмущения, расположенного над центром трассы, принят равным r_v/r = 0,06. Значения (h - h_v) выражены в километрах, источник и приемник на Земле: $z_1 = z = 0$. Кривая *1* отвечает значению $\delta_v = \delta_и$, кривая *2* - значению $\delta_v = 0$ и кривая *3* - возмущенному импедансу δ_v = 0,1615 + + 0,1496 i. На рис. 2 представлены зависимости dM и dF от радиуса возмущения r_v/r для $h - h_v$ = 12 км, возмущение располагается в центре трассы. Кривая *1* по-прежнему соответствует $\delta_v = \delta_и$, а кривая *2* - $\delta_v = 0$. Аналогичные результаты для возмущения, поднявшегося на $h_v - h$ = 12 км над верхней стенкой волновода, приведены на рис. 3.

Отметим, что в данном случае именно для возмущения,

поднявшегося из волновода ("полость") и имеющего "более контрастный" возмущенный импеданс, сильнее выражена осциллирующая зависимость исследуемых величин от размера радиуса возмущенной области, хорошо объяснимая на основе концепции зон Френеля.

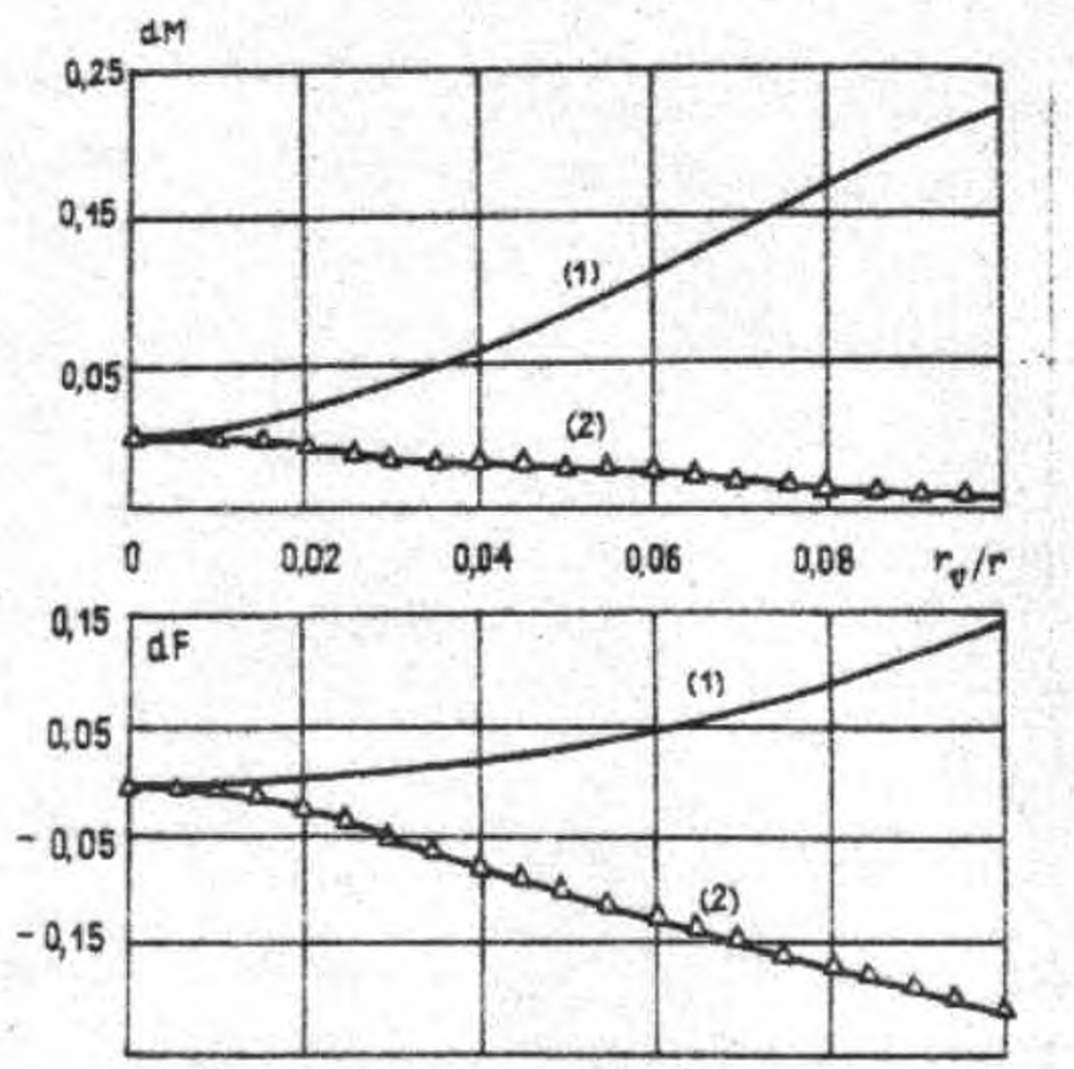

Рис. 2.

Исследования вариаций положения возмущенной области относительно источника и приемника показали следующее. Движение возмущения от источника к приемнику вдоль линии трассы (прямой, соединяющей источник и точку наблюдения) приводит к изменению как амплитуды, так и фазы исследуемого сигнала. При этом значения dM и dF в различных точках промежутка изменения $x/r \in [0,2;\ 0,8]$ (x/r - расстояние центра возмущения от источника вдоль линии трассы) могут отличаться в несколько раз, оставаясь в обычных пределах. Например, для конкретного случая, когда $r_v/r = 0,06$, $h - h_v = 12$ км, $\delta_v = \delta_и$, источник и приемник располагаются на Земле, оказывается $0,05 \le dM \le$ $\le 0,23$, $0,04 < dF < 0,11$. Характерной особенностью полученных зависимостей $dM(x/r)$ и $dF(x/r)$ является их симметрия относительно точки $x/r = 0,5$, что следует из теоремы взаимности и говорит о достаточно высокой точности проделанных нами вычислений.

Расчеты зависимостей $dM(y/r)$ и $dF(y/r)$, где y/r - расстояние центра возмущения от прямой, соединяющей источник и точку наблюдения, показали, что при боковом смещении возмущения (как возмущения, опустившегося в волновод, так и "полости") его влияние на поле в волноводе достаточно быстро спадает, осциллируя около нуля. Так, например, для только что отмеченного выше случая при

условии $x/r = 0,5$ величина $|dM|$ оказывалась менее 0,01, а величина $|dF|$ – менее 0,01 [рад] уже для $y/r \geq 0,07$.

Общий вывод, который можно сделать из анализа всего комплекса полученных результатов, состоит в том, что существенного отличия в воздействии на поле в волноводе данной (вообще говоря, более реалистичной) модели возмущения от рассмотренной в [2] не наблюдается. Полученные зависимости dM и dF при изменении различных параметров задачи в качественном плане соответствуют аналогичным результатам в [1] и [2], и поэтому мы не будем их повторять. Однако достаточная сложность рассмотренной поверхности S_v не позволяет в данном случае, в отличие от [2], выявить, что именно оказывает большее воздействие на результат: величина опускания неоднородности в полость волновода, радиус ли возмущения или импеданс всей возмущающей поверхности δ_v. Тем не менее, наличие работающей программы позволяет получать исчерпывающий результат в каждом конкретном случае.

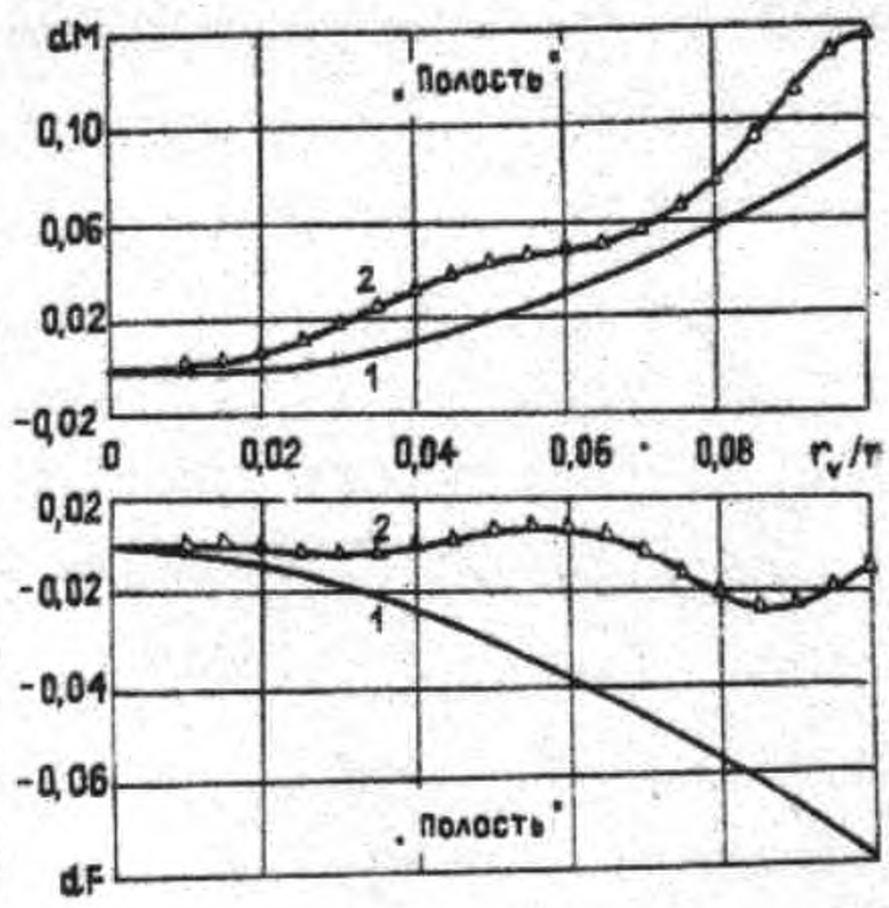

Рис. 3.

Автор выражает благодарность Е. Л. Тепа за помощь в проведении расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев О. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т.28. N 10. С.1236.
2. Соловьев О. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т.34. N 8. С.908.
3. Пылаев А. А., Тихомиров Н. П. В кн. :Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб. – Л. :Гос. ун-т, 1981. Вып. 18. С. 155.
4. Кириллов В. В. В кн. :Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб. – Л. :Гос. ун-т, 1979. Вып. 17. с. 57.
5. Соловьев О. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30. N 11. С.1321.
6. Field E.C., Joiner R.G. //Radio Sci. 1982. V.17. N 3. P.693.
7. Николаенко А. П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т.27. N 10. С.1227.
8. Макаров Г. И., Новиков В. В. В кн. :Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб. – Л. :Гос. ун-т, 1968. Вып. 7. с. 19.

9. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н. и др. Препринт НИРФИ N 162. - Горький, 1983.

Санкт-Петербургский государственный университет

Поступила в редакцию 23 апреля 1991 г.

FIELD CALCULATION FOR A PLANE IMPEDANCE WAVEGUIDE WITH A LOCAL GEOMETRICAL IRREGULARITY. II

O. V. Solov'ev

The propagation of electromagnetic waves emitted by a point source in a plane waveguide with a local geometrical irregularity is investigated. The irregularity under consideration is a spherical impedance surface projecting out of the plane of the upper waveguide bound. In the scalar approximation the problem is reduced to a two-dimensional integral equation around the surface of irregularity, the solution being obtained by iterations. The solution for the regular plane waveguide is taken as an initial approximation. Numerical results are given of estimated local ionospheric irregularity influence on the vertical electric dipole field in the Earth-ionosphere waveguide.