ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Том 35, N 6,7 РАДИОФИЗИКА 1992

УДК 539.216.22

МНОГОВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДИПОЛЬНО-ОБМЕННЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН В ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

А. А. Сташкевич

Получены уравнения для медленно меняющихся амплитуд при многоволновом взаимодействии дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках. Дана численная оценка эффективности четырехволнового обращения волнового фронта спиновой волны в нормально намагниченной пленке.

Целью данной работы является построение теории многоволновых взаимодействий спиновых волн (СВ) в ферромагнитных пленках (ФП) для описания пространственно-временной эволюции пучков СВ с учетом как пленочной специфики, так и дипольно-обменного характера СВ. К настоящему времени имеются теоретические исследования только для безобменных магнитостатических волн (МСВ) для частных случаев трехволнового взаимодействия [1, 2] и самовоздействия за счет четырехволнового механизма [3], а также трех- и четырехволновых взаимодействий МСВ и СВ [4] применительно к задаче релаксации МСВ в ферромагнитной пленке.

В основу теоретического анализа положим теорию дипольно-обменных СВ, основанную на разложении волновых полей по модам спинового резонанса [5, 6]. Связь между намагниченностью $\vec{m}$ и магнитным полем $\vec{h}$ будем задавать через нелинейный тензор магнитной восприимчивости, учитывающий как обменное взаимодействие, так и пленочную специфику среды взаимодействия.

Рассмотрение будет вестись как в обычном координатном пространстве и времени, так и для фурье-компонент полей $\vec{m}$ и $\vec{h}$, определяемых соотношениями типа

$$\vec{m}(t, x_1, x_2, x_3) = \tilde{F}_t^{-1}\tilde{F}_{x_1}^{-1}\tilde{F}_{x_2}^{-1}\tilde{F}_{x_3}^{-1}(\vec{m}(\omega, K_1, K_2, K_3)). \qquad (1)$$

В (1) $\tilde{F}_x^{-1}$ - оператор обратного фурье-преобразования по координате x (здесь и далее значок тильда ~ будет обозначать операторы,

действующие в функциональном пространстве, в отличие от тензорных величин со значком ^, которые являются операторами в обычном трехмерном пространстве).

Преобразование Фурье по x_1 имеет ряд специфических особенностей, поскольку это направление является выделенным. Остановимся на них вкратце. Опираясь на известные теории дипольно-обменных спиновых волн [5, 6], будем представлять распределения волновых полей по толщине пленки в виде разложения по модам спин-волнового резонанса (СВР). Совокупность мод СВР представляет собой полную ортогональную систему тригонометрических функций, удовлетворяющих обменным граничным условиям на обеих поверхностях пленки. Таким образом, преобразование Фурье по x_1 имеет следующие особенности: во-первых, носит дискретный характер, во-вторых, обеспечивает соблюдение обменных граничных условий.

Для ряда выкладок мы будем возвращаться из K - представления в исходное координатное представление. При этом операторы, действующие в функциональном пространстве, будут реализовываться по-разному: дифференцирование в координатном представлении соответствует умножению на волновой вектор в K-представлении, умножение двух функций в координатном представлении соответствует интегральной операции свертки в фурье-пространстве и т. д. Чтобы не усложнять обозначений, исходные величины и их фурье-образы будем отображать одинаковыми символами; различать их можно по аргументам, даваемым в скобках, как это, например, сделано в (1). В очевидных случаях аргументы опускаются.

Связь между намагниченностью $\vec{m}$ и полем $\vec{h}$ будем задавать с помощью тензорного оператора магнитной восприимчивости, состоящего из линейной и нелинейной частей. Наличие в среде временной и пространственной дисперсии учитывается посредством зависимости линейных и нелинейных тензоров магнитной восприимчивости от частоты ω и волнового вектора $\vec{K}$:

$$\vec{m}(\omega, \vec{K}) = \vec{m}^{(1)} + \varepsilon^{1/2}\vec{m}^{(2)} + \varepsilon\vec{m}^{(3)} + \ldots =$$

$$= \hat{\chi}^{(1)}(\omega, \vec{K})\ \vec{h}(\omega, \vec{K}) + \hat{\chi}^{(2)}(\omega, \omega', \vec{K}, \vec{K}')\vec{h}(\omega', \vec{K}') \otimes\otimes\otimes \vec{h}(\omega', \vec{K}') +$$

$$+ \hat{\chi}^{(3)}(\omega, \omega', \omega'', \vec{K}, \vec{K}', \vec{K}'')\ \vec{h}(\omega'', \vec{K}'') \otimes\otimes\otimes \vec{h}(\omega'', \vec{K}'') \qquad (2)$$

$$\otimes\otimes\otimes \vec{h}(\omega', \vec{K}') + \ldots,$$

где ε есть малый параметр, отражающий малость нелинейной части намагниченности по отношению к ее линейной части. Ряд (2) получен за счет последовательного применения теории возмущений к уравнению Ландау - Лифшица. Подробно эти результаты публикуются отдельно. В (2) приняты следующие обозначения: $\otimes$ - символ интегральной операции свертки, т. е.

$$f(\omega) = \varphi(\omega')\otimes\psi(\omega') = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \varphi(\omega - \omega')\ \psi(\omega'),$$

$\otimes\otimes\otimes\otimes$ означает свертку по четырем независимым переменным: трем компонентам волнового вектора $\vec{K}$ и частоте ω.

Выражение для произвольного n-го члена ряда (2) имет следующую структуру:

$$m_i^{(n)} = \omega_m \gamma^{n-1} \iint\ldots\int d\omega^1\ldots d\omega^{n-1} d\vec{K}^1\ldots d\vec{K}^{n-1} æ_{ij}(\omega, \vec{K})\ldots$$

$$æ_{i^{n-1}j^{n-1}}(\omega^{n-1}, \vec{K}^{n-1})\,\delta_{ji^1k}\,\delta_{j^1i^2k^1}\ldots$$

$$\ldots\delta_{j^{n-2}i^{n-1}k^{n-2}}\ e^{\times}_{j^{n-1}k^{n-1}}\ h_{k^{n-1}}(\omega^{n-1}, \vec{K}^{n-1}) \tag{3}$$

$$h_{k^{n-2}}(\omega^{n-2} - \omega^{n-1},\ \vec{K}^{n-2} - \vec{K}^{n-1})\ldots$$

$$h_k(\omega - \omega^1,\ \vec{K} - \vec{K}^1).$$

При записи тензорных выражений в координатной форме, как, например, в (3), будем использовать правило суммирования по повторяющемуся индексу (правило Эйнштейна). Считается, что к пленке приложено постоянное насыщающее магнитное поле $\vec{H}_0$, направление которого задается ортом $\vec{e}$.

В (3) γ - гиромагнитное отношение, δ_{ijk} - единичный антисимметричный тензор Леви - Чивита, $e^{\times}_{ij}$- антисемметричный тензор, дуальный вектору e_k и связанный с ним соотношением $e^{\times}_{ij} = \delta_{ikj}e_k$ [7]. Вспомогательный тензор $æ_{ij}$ допускает представление в бескоординатной ковариантной форме

$$\hat{\varkappa} = \frac{i}{\Omega^2 - \omega^2}\left(\frac{\Omega^2}{\omega}\,\vec{e}\cdot\vec{e} + i\Omega\hat{e}^{\times} - \omega\hat{1}\right),$$

$$\omega_{н} = \gamma H, \qquad \omega_{м} = \gamma M_0, \tag{4}$$

$$\Omega = \omega_{н} + \alpha\omega_{м}(K_1^2 + K_2^2 + K_3^2).$$

В последнем соотношении M_0 - намагниченность насыщения, H - величина внутреннего постоянного магнитного поля, $\vec{e}\cdot\vec{e}$ - внешнее произведение двух векторов (диада), $\hat{1}$ - единичный тензор второго ранга, α - константа неоднородного обменного взаимодействия.

Как отмечалось выше, вдоль направления x_1, выделенного в силу самой постановки задачи, преобразование Фурье носит дискретный характер и интегральная операция свертки фактически сводится к суммированию по целочисленному индексу типа

$$f(K_{1n}) = \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \varphi(K_{1n} - K_{1n'})\psi(K_{1n'}).$$

Таким образом, соотношения (2) - (4) учитывают как пленочную, так и обменную специфику СВ и непосредственно стыкуются с теорией дипольно-обменных СВ [6], основанной на идее использования в качестве системы базисных функций мод СВР. Это достигается путем зависимости всех тензорных величин от дискретного поперечного волнового числа K_{1n} и непрерывного продольного волнового числа K.

Из условия магнитостатики $[\vec{\nabla}\vec{h}] = 0$ и уравнения Максвелла $(\vec{\nabla}, \vec{m} + \vec{h}) = 0$ получаем еще одно уравнение, связывающее $\vec{m}$ и $\vec{h}$:

$$\Delta\vec{h} = -\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{m}). \tag{5}$$

Здесь и далее $\vec{\nabla}$ - оператор пространственного дифференцирования, $[\vec{a}\vec{b}]$ - векторное произведение двух векторов (в том числе и векторных операторов), $\vec{a}\vec{b}$ - скалярное произведение двух векторов.

Уравнение (5) разрешается относительно $\vec{h}$. Для этого перейдем в плоскости пленки от функций $\vec{m}(x_2, x_3)$, $\vec{h}(x_2, x_3)$ к их фурье-образам. Тогда

$$\vec{h}(x_1, \vec{K}) = -\hat{G}(\vec{K}, x_1') \otimes \vec{m}(x_1', \vec{K}). \tag{6}$$

В (6) $\hat{G}(\vec{K}, x_1)$ имеет смысл тензорной функции Грина. Ее скалярная часть

$$g(K, x_1) = -(1/2K)\exp(-K|x_1|),$$

а тензорная часть определяется оператором $[iK\vec{e}_k + (\partial/\partial x_1)\vec{e}_1] \times$ $\times [iK\vec{e}_k + (\partial/\partial x_1)\vec{e}_1]$, где $\vec{e}_1$ – орт оси x_1, $\vec{e}_k = \vec{K}/K$. Таким образом, получаем систему линейного и нелинейного уравнений, описывающую многоволновые взаимодействия дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных пленках:

$$\vec{m} = \hat{\chi}\vec{h} + \tilde{\hat{\chi}}^{(2)}(\vec{h}) + \tilde{\hat{\chi}}^{(3)}(\vec{h}); \tag{7а}$$

$$\vec{h} = -\hat{G} \otimes \vec{m}. \tag{7б}$$

Смысл тензорных операторов второго $\tilde{\hat{\chi}}^{(2)}(\vec{h})$ и третьего ранга $\tilde{\hat{\chi}}^{(3)}(\vec{h})$ раскрыт в формуле (2).

В линейном приближении система (7а), (7б) сводится к уравнению

$$\vec{m}(x_1, \vec{K}) = -\hat{\chi}\hat{G}(\vec{K}, x_1') \otimes \vec{m}(x_1, \vec{K}). \tag{8а}$$

Из соотношения (8а) можно получить вид распределения $\vec{m}(x_1, \vec{K})$ и спектр дипольно-обменных СВ. Этот вопрос подробно рассмотрен в [6], где анализ строится на основе разложения волновых полей $\vec{m}(x_1, \vec{K})$ по модам СВР, т. е. путем перехода к фурье-представлению по координате x_1. Тогда учет обмена сведется к замене в выражениях для $\hat{\chi}$ частоты ω_H на величину $\Omega_n = \omega_H + \alpha\omega_M(K^2 + K_{1n}^2)$, т. е. тензор становится функцией поперечного волнового числа СВР моды K_{1n}, а также продольного волнового числа СВ K. Для перехода обратно к функциям от координаты x_1 необходимо произвести суммирование по модам СВР, т. е. выполнить обратное фурье-преобразование. Иными словами, в (6) и (8а) реально фигурирует оператор

$$\hat{\chi}_{ex} = \tilde{F}_{x_1}^{-1}\hat{\chi}\tilde{F}_{K_1}. \tag{8б}$$

Из (8а) можно получить выражение для групповой скорости $\vec{v}$ СВ, которое понадобится в дальнейшем. Для этого проделаем следующие математические операции: домножим скалярно (8а) слева на $\vec{m}^*$, проинтегрируем по толщине пленки вдоль x_1, продифференцируем по $\vec{K}$. В результате получаем

$$v_1 = \frac{\partial\omega}{\partial K_1} = -\frac{\left\langle\left(\frac{\partial\vec{m}^*}{\partial K_1}, \hat{\chi}\hat{G} \otimes \vec{m}\right) + \left(\vec{m}^*, \hat{\chi}\hat{G} \otimes \frac{\partial\vec{m}}{\partial K_1}\right) + \left(\vec{m}^*, \frac{\partial}{\partial K_1}(\hat{\chi}\hat{G}) \otimes \vec{m}\right)\right\rangle}{\left\langle\left(\vec{m}^*, \frac{\partial\hat{\chi}}{\partial\omega}\hat{G} \otimes \vec{m}\right)\right\rangle}. \quad (9)$$

Под скобками <...> подразумевается интегрирование по x_1. В (9) $\vec{m}(x_1, \vec{K})$ - распределение намагниченности в собственной моде дипольно-обменной СВ, которое, естественно, зависит от $\vec{K}$, при этом в силу нормировки $(\partial/\partial K_1)\langle(\vec{m}^*, \vec{m})\rangle = 0$.

Получим решение системы (8а) для распространенного на практике случая волнового процесса, имеющего ограниченную полосу частот (пространственных $\vec{K}$ и временных ω), лежащих в окрестности основной пространственно-временной гармоники $\omega_0 t + (\vec{K}_0\vec{x})$. Решение будем искать в виде ряда возмущений

$$\vec{m} = \vec{m}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon}\,\vec{m}^{(2)} + \varepsilon\vec{m}^{(3)} + \ldots; \quad (10а)$$

$$\vec{h} = \vec{h}^{(1)} + \sqrt{\varepsilon}\,\vec{h}^{(2)} + \varepsilon\vec{h}^{(3)} + \ldots \quad (10б)$$

с параметром малости ε. Первый член ряда (10а), (10б) имеет следующую структуру:

$$\vec{m}^{(1)} = C(\vec{K} - \vec{K}_0, \ \omega - \omega_0)\vec{m}(x_1, \vec{K}),$$

$$\vec{h}^{(1)} = C(\vec{K} - \vec{K}_0, \ \omega - \omega_0)\vec{h}(x_1, \vec{K}). \quad (11)$$

Скалярная функция $C(\Delta\vec{K}, \ \Delta\omega)$, сосредоточенная в малой окрестности ω_0 и $\vec{K}_0$, представляет собой фурье-образ медленно меняющейся амплитуды, обычно фигурирующей при описании волновых взаимодействий [8, 9], а векторная функция $\vec{m}(x_1, \vec{K})$, удовлетворяющая условию нормировки $\langle(\vec{m}^*, \vec{m})\rangle$, есть зависящее от $\vec{K}$ распределение намагниченности в собственной моде дипольно-обменной СВ. В силу малости диапазона изменения волнового вектора $\Delta\vec{K}$ функция $\vec{m}(x_1, \vec{K})$ может быть представлена в виде усеченного ряда Тейлора:

$$\vec{m}(x_1, \vec{K}) = \vec{m}(x_1, \vec{K}_0) + \frac{\partial\vec{m}}{\partial K_1}\Delta K_1. \quad (12)$$

Кроме того, $\vec{m}^{(1)}$ и $\vec{m}^{(3)}$ (см. (10а)) взаимно ортогональны:

$$<(\vec{m}^{(1)*}, \vec{m}^{(3)})> = 0, \tag{13}$$

что соответствует условию отсутствия сингулярности в решении нелинейного уравнения [8].

По порядку величины члены ряда (10а), (10б) находятся в соответствии с членами ряда (2).

Поскольку диапазон изменения $\Delta\vec{K}$ и $\Delta\omega$ мал, представим операторы в (8а), (8б) в виде усеченных рядов Тейлора:

$$\hat{\chi}(\omega, \vec{K}) = \hat{\chi}(\omega_0, \vec{K}_0) + \Delta K_1 \frac{\partial\hat{\chi}(\omega, \vec{K})}{\partial K_1} + \Delta\omega \frac{\partial\hat{\chi}(\omega, \vec{K})}{\partial\omega}; \tag{14а}$$

$$\hat{G}(\vec{K}) = \hat{G}(\vec{K}_0) + \Delta K_1 \frac{\partial\hat{G}}{\partial K_1}, \tag{14б}$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0, \qquad \Delta K_1 = K_1 - K_{01}.$$

Подставим (10а), (10б) и (14) в (8а) и перейдем от векторного уравнения к уравнению относительно скалярной амплитуды $C(\Delta\vec{K}, \Delta\omega)$, для чего домножим слева полученное соотношение на $\vec{m}^*(x_1, \vec{K})$ и проинтегрируем по x_1. В результате получим

$$(1 + <(\vec{m}^*, \hat{\chi}_0\hat{G}_0 \otimes \vec{m})>) C(\Delta\vec{K}, \Delta\omega) =$$

$$= <(\vec{m}^*, \frac{\partial\hat{\chi}}{\partial\omega} \hat{G}_0 \otimes \vec{m})> (\vec{v}\Delta\vec{K} - \Delta\omega) C(\Delta\vec{K}, \Delta\omega), \tag{15}$$

$$\hat{\chi}_0 = \hat{\chi}(\omega_0, \vec{K}_0), \qquad \hat{G}_0 = \hat{G}(\vec{K}_0).$$

При выводе (15) была использована формула (9), а также приняты во внимание следующие соображения. Четные члены ряда (10а) дают вклад только в четные пространственно-временные гармоники, нечетные члены – в нечетные гармоники. Таким образом, поправку к распределению намагниченности на основной гармонике $\omega_0 t + \vec{K}_0\vec{x}$ дает третий член ряда (10а) $\vec{m}^{(3)}$, но $\vec{m}^{(1)}$ и $\vec{m}^{(3)}$ ортогональны (см. (13)). В силу этих причин ни $\vec{m}^{(2)}$, ни $\vec{m}^{(3)}$ не вошли в окончательное выражение (15). Здесь и далее $\vec{x}$ – радиус-вектор в плоскости пленки. Перепишем это уравнение, перейдя от фурье-образов к исходным

функциям:

$$(1 + <(\vec{m}^*, \hat{\chi}_0 \hat{G}_0 \otimes \vec{m})>) C = i<(\vec{m}^*, \frac{\partial \hat{\chi}}{\partial \omega} \hat{G}_0 \otimes \vec{m})> \left(\frac{\partial C}{\partial t} - \vec{v} \frac{\partial C}{\partial \vec{x}} \right). \qquad (16)$$

При этом учтено, что

$$\tilde{F}_t^{-1}(\Delta\omega C(\Delta\omega)) = - i\frac{\partial C}{\partial t}, \qquad \tilde{F}_{\vec{x}}^{-1}(\Delta\vec{K} C(\Delta\vec{K})) = - i\frac{\partial C}{\partial \vec{x}}.$$

В принципе, исходная нелинейная система (7) позволяет рассматривать взаимодействия разной кратности. Для определенности остановимся на четырехволновых взаимодействиях. Будем считать производные медленно меняющейся функции в правой части (16) величинами того же порядка малости, что и кубический член $\hat{\chi}^{(3)}$ в (2), а именно порядка ε.

В нулевом приближении теории возмущений наша система (7) линейна. В следующем, первом, приближении, приравняв члены порядка $\varepsilon^{1/2}$, получаем

$$\vec{m}^{(2)} = \hat{\chi}\vec{h}^{(2)} + \hat{\chi}^{(2)}(\vec{h}^{(1)} \cdot \vec{h}^{(1)}),$$

$$\vec{h}^{(2)} = - \hat{G} \otimes \vec{m}^{(2)}, \qquad (17)$$

$$\vec{h}^{(1)} = - \hat{G} \otimes \vec{m}^{(1)}.$$

Физический смысл (17) понятен: наличие квадратичной нелинейности приводит к появлению дополнительной намагниченности, в том числе на нулевой частоте. Эта намагниченность через уравнение магнитостатики наводит дополнительное поле $\vec{h}^{(2)}$, которое, в частности, изменяет эффективное значение $\omega_н$(Ω в обменном случае).

Во избежание чрезмерной громоздкости формул мы не будем учитывать дисперсию в нелинейных членах, как это, например, сделано в [8]. Тогда мы можем переписать их просто в виде тензора n-го ранга, действующего на $\vec{h}$ в той же n-й степени. Так сделано в (17). Если возникает необходимость учета дисперсии в нелинейных членах, то для этого можно воспользоваться точными формулами (2), (3).

Наконец, во втором приближении метода возмущений получаем нелинейное уравнение, описывающее четырехволновые взаимодействия дипольно-обменных СВ:

$$\vec{v}\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial t} + i\frac{b}{a} |C|^2 C = 0;$$

$$a = \langle(\vec{m}^*, \frac{\partial\hat{\chi}}{\partial\omega}\hat{G}_0 \otimes \vec{m})\rangle, \qquad b = b^{(2)} + b^{(3)}, \tag{18а}$$

$$b^{(2)} = \langle(\vec{m}^*, \hat{\chi}^{(2)}(\vec{h}_0\cdot\vec{h} + \vec{h}\cdot\vec{h}_0 + \vec{h}_2\cdot\vec{h}^* + \vec{h}^*\cdot\vec{h}_2))\rangle,$$

$$b^{(3)} = \langle(\vec{m}^*, \hat{\chi}^{(3)}(\vec{h}^*\cdot\vec{h}\cdot\vec{h} + \vec{h}\cdot\vec{h}^*\cdot\vec{h} + \vec{h}\cdot\vec{h}\cdot\vec{h}^*))\rangle. \tag{18б}$$

Считается, что поля $\vec{m}^{(2)}$, $\vec{h}^{(2)}$, удовлетворяющие системе уравнений (17), имеют следующую структуру:

$$\vec{m}_p^{(2)} = C_p^{(2)}(\vec{x})\vec{m}_p(x_1)\exp[ip(\omega_0 t + \vec{K}_0\vec{x})],$$

$$\vec{h}_p^{(2)} = C_p^{(2)}(\vec{x})\vec{h}_p(x_1)\exp[ip(\omega_0 t + \vec{K}_0\vec{x})],$$

а для функций $\vec{m}_p$, $\vec{h}_p$, $C_p^{(2)}$ выполняются следующие соотношения:

$$\vec{m}_0 = \hat{\chi}\vec{h}_0 + \hat{\chi}^{(2)}(\vec{h}\cdot\vec{h}^* + \vec{h}^*\cdot\vec{h}),$$

$$\vec{m}_2 = \hat{\chi}\vec{h}_2 + \hat{\chi}^{(2)}(\vec{h}\cdot\vec{h}),$$

$$\vec{h}_0 = -\hat{G}(0)\otimes\vec{m}_0, \qquad \vec{h}_2 = -\hat{G}(2K_0)\otimes\vec{m}_2, \tag{19}$$

$$\vec{h} = -\hat{G}(K_0)\otimes\vec{m}, \qquad C_0^{(2)} = CC^*, \qquad C_2^{(2)} = (C)^2.$$

Для получения окончательного выражения для константы a полезно воспользоваться соотношением $\frac{\partial\hat{\chi}}{\partial\omega} = -\frac{i}{\omega_M}\hat{e}^{\times}\hat{\chi}\hat{\chi}$.

Выражение (18а), (18б) записано для относительно простого случая "самовоздействия" волнового пучка СВ. Если в пленке одновременно существует несколько пучков СВ, то это приводит к более сложному характеру суммирования в нелинейном члене (18б). Рассмотрим такую ситуацию более подробно на примере обращения волнового фронта СВ за счет четырехволнового взаимодействия. Геометрические соотношения в пространстве волновых векторов, возникающие при таком воздействии, отражены на рис. 1. В этом случае в пленке изначально должны существовать три волновых пучка: два с волновыми векторами $\vec{K}$ и $-\vec{K}$, распространяющимися вдоль координаты x_2 и образующими опорную

стоячую волну, и третий с волновым вектором $\vec{K}^{(1)}$, падающий наклонно на эту стоячую волну под углом θ по отношению к координате x_3 [10]. Стоячая волна локализована в плоскости пленки в пределах $-\infty < x_2 < \infty$ и $0 < x_3 < L$. За счет кубической нелинейности среды образуется целая совокупность новых волн, из которых лишь некоторые, удовлетворяющие уравнениям сохранения энергии и импульса, поддерживаются ферромагнитной средой. Одной из этих реально существующих волн является обращенная волна, распространяющаяся в направлении, сторого обратном по отношению к падающей волне, т. е. характеризуемая волновым вектором $-\vec{K}^{(1)}$.

Будем считать двумерное пространство волновых векторов СВ изотропным, что соответствует случаю нормально намагниченной пленки из материала с незначительной магнитной анизотропией, например, железоиттриевого граната (ЖИГ). Кроме того, положим, что амплитуда стоячей волны значительно больше, чем волны падающей (на рис. 1 векторы $\vec{K}$ и $-\vec{K}$ выделены двойной линией). Это означает, что в ходе взаимодействия амплитуда опорной волны постоянна. Кроме того, при обращении незначительной части падающей волны можно считать практически неизменной и амплитуду падающей СВ.

Запишем поля четырех взаимодействующих СВ:

$$\vec{m}^{(1)}(\vec{K}) = C^{(1)}\vec{m}(x_1)\exp[i(\omega t - Kx_2)] + \text{к. с.},$$

$$\vec{m}^{(1)}(-\vec{K}) = C^{(2)}\vec{m}(x_1)\exp[i(\omega t + Kx_2)] + \text{к. с.},$$

$$\vec{m}^{(1)}(\vec{K}^{(i)}) = C^{(i)}\vec{m}(x_1)\exp[i(\omega^{(i)}t - K^{(i)}\vec{x})] + \text{к. с.},$$

$$\vec{m}^{(1)}(-\vec{K}^{(i)}) = C^{(c)}\vec{m}(x_1)\exp[i(\omega^{(c)}t + K^{(i)}\vec{x})] + \text{к. с.}$$

Будем считать, что частота $\omega^{(i)}$ незначительно сдвинута относительно ω, т. е. $\omega^{(i)} = \omega + \delta\omega$; тогда $\omega^{(c)} = 2\omega - \omega^{(i)} = \omega - \delta\omega$.

Остановимся подробнее на нелинейной части уравнения типа (18а), (18б). Нетрудно показать, что в нормально намагниченной пленке для длинноволновой части спектра СВ, удовлетворяющих условию $Kd \ll 1$ (d – толщина пленки), величина b_2 преобладает над b_3 и b_3 можно не учитывать. В обращенную волну с волновым вектором $-\vec{K}^{(1)}$ и частотой $\omega - \delta\omega$ дают вклад кубические члены типа $C^{(1)}C^{(1)*}C^{(2)}$, $C^{(2)}C^{(1)*}C^{(1)}$

$C^{(1)*}C^{(1)}C^{(2)}$ и $C^{(1)*}C^{(2)}C^{(1)}$. Они образуются в два этапа следующим образом. Вначале за счет квадратичной нелинейности наводятся поля на низкой частоте $\delta\omega$: $\vec{m}_0$ и $\vec{h}_0$, пропорциональные $C^{(1)}C^{(1)*}$ и характеризуемые волновым вектором $\vec{K} - \vec{K}^{(1)}$, а также $\vec{m}_0$ и $\vec{h}_0$, пропорциональные $C^{(2)}C^{(1)*}$ и характеризуемые волновым вектором $-\vec{K} - \vec{K}^{(1)}$. Анализ (19) говорит о том, что поля $\vec{m}_0$, $\vec{h}_0$ имеют лишь одну значительную компоненту вдоль $\vec{e}_1$. На втором этапе опять же за счет квадратичной нелинейности окончательно формируется обращенная волна на частоте $\omega - \delta\omega$ и с волновым вектором $-\vec{K}^{(1)}$. Формирование обращенной волны $C^{(c)}$ при условии неизменности амплитуд опорной и падающей волн описывается уравнением

$$\frac{\partial C^{(c)}}{\partial x_3} + i\,\frac{bC^{(1)}C^{(2)}}{va\cos\theta}\,C^{(1)*}\exp\left(-i\,\frac{\delta\omega}{v}\,\cos\theta x_3\right) = 0$$

с граничным условием $C^{(1)}(0) = 1$, $C^{(c)}(L) = 0$. Решение последнего имеет вид

$$|C^{(2)}(0)| = \frac{b|C^{(1)}C^{(2)}|}{av\cos\theta}\,L\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\delta\omega}{2v}\,L\,\cos\theta\right). \qquad (20)$$

Оценим эффективность процесса обращения волнового фронта СВ по амплитуде опорной волны, необходимой для обращения четверти энергии падающей СВ, т. е. исходя из

$$L\,\frac{b|C^{(1)}C^{(2)}|}{av\cos\theta} = \frac{1}{2}. \qquad (21)$$

Можно показать, что для длинноволновой части спектра прямой объемной волны ($Kd \ll 1$) (21) переписывается в виде $m = (M_0/2)(d\cos\theta/L)^{1/2}$, где m - амплитуда прецессии намагниченности опорной СВ. Задавшись характерными значениями $d = 5$ мкм, $L = 5$ мм и считая для определенности угол падения $\theta = 45^\circ$, получаем, что амплитуда прецессии, необходимая для обращения четверти энергии СВ, составляет порядка 180 А/м. Пересчет по методике [6] дает значение СВЧ мощности в опорной СВ порядка 3 мВт.

Формула (20) дает возможность провести оценку широкополосности процесса обращения волнового фронта СВ по ширине главного лепестка (по нулям) функции sinc:

$$\cos\theta \frac{\delta\omega L}{2v} = 2\pi. \qquad (22)$$

Если задаться таким же набором параметров, как и в случае оценки эффективности, то в соответствии с (22) получим, что четырехволновое обращение волнового фронта СВ возможно в полосе частот порядка 20 МГц.

Описанное выше обращение волнового фронта может быть экспериментально реализовано следующим образом. На нормально намагниченном прямоугольном образце, представляющем собой ферромагнитную пленку (например, ЖИГ) на диэлектрической подложке, одновременно монтируются три антенны СВ. Две из них располагаются у противоположных граней образца; они ориентированы параллельно друг другу. При одновременной подаче на эти антенны СВЧ сигнала одинаковой частоты ω в образце возникнут две распространяющиеся навстречу друг другу СВ или, что то же самое, образуется стоячая СВ. На рис. 1 это отображено векторами $-\vec{k}$ и $\vec{k}$.

Третья антенна может быть установлена в одном из углов этого прямоугольника так, что излучаемая ею волна будет падать на область, занятую стоячей СВ, под некоторым углом θ. Тогда за счет нелинейного взаимодействия падающей и стоячей СВ будет сформирована новая своего рода отраженная волна. Однако такое своеобразное отражение будет иметь незеркальный характер. Угол отражения не будет равен $-\theta$ в соответствии с правилом: угол падения равен углу отражения, характерному для обычного линейного отражения (на рис. 1 такая возможность иллюстрируется пунктирной линией). Нелинейно отраженная волна будет распространяться в направлении, строго обратном по отношению к направлению падающей волны (см. рис. 1), т. е. волновой фронт падающей СВ как бы обращается. Обращенная волна может быть зафиксирована той же самой антенной, что излучает падающую волну. Такое обращение должно осуществляться в диапазоне частот $\omega \pm \delta\omega$, где величина $\delta\omega$ определяется соотношением (22).

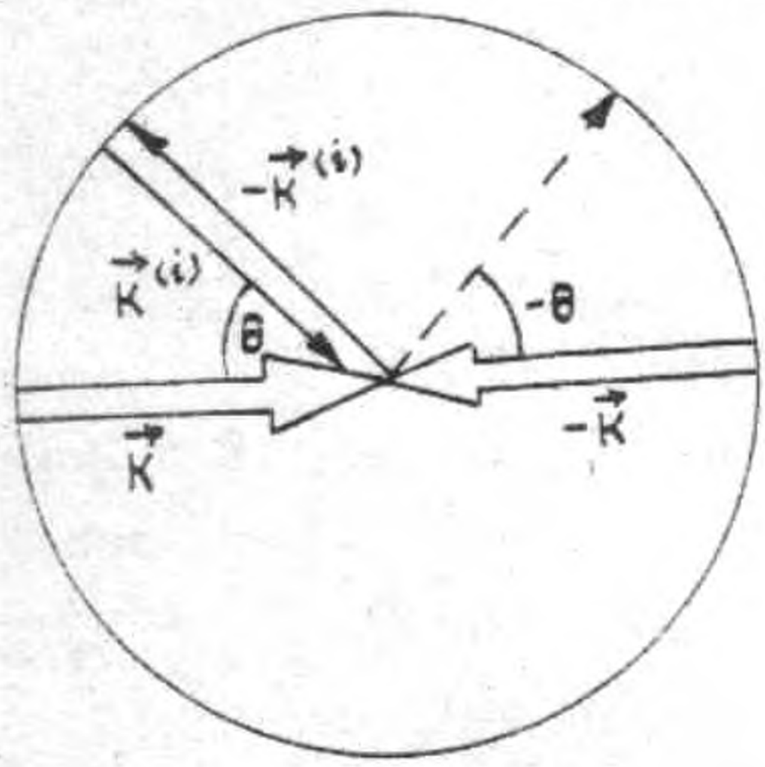

Рис. 1.

Основные результаты данной работы. Получены уравнения медленно меняющихся амплитуд (или так называемые укороченные уравнения [8]), описывающие многоволновые взаимодействия дипольно-обменных СВ в

ферромагнитных пленках. Временная и пространственная дисперсия учитываются как в линейной, так и в нелинейной частях задачи. Анализ производится на основе собственных функций линейной задачи для дипольно-обменных СВ, представленных через разложение по модам спин-волнового резонанса в ферромагнитной пленке. Решение не теряет общности и тогда, когда несправедливо одномодовое приближение и необходимо использовать полное разложение по модам СВР (см., например, [11]). В этом случае для корректного учета пространственной дисперсии по координате x_1 необходимо поступить следующим образом: заменить в соотношении (8а) тензорную величину магнитной восприимчивости $\hat{\chi}$ на тензорный оператор магнитной восприимчивости $\hat{\chi}_{ex}$ в соответствии с (8б).

Этот оператор осуществляет переход в фурье-пространство по x_1, т.е. к дискретной переменной K_{1n}, умножение на тензор магнитной восприимчивости, который теперь тоже зависит от K_{1n}, а затем обратный фурье-переход к переменной x_1. Таким образом, решение в полной мере учитывает как пленочную, так и обменную специфику спин-волновых процессов в тонких пленках.

Для получения уравнений медленно меняющихся амплитуд был использован аппарат теории возмущений, с успехом применявшийся для решения сходных нелинейных задач в оптике [8] и еще ранее в теории нелинейных колебаний [12]. Основной исходной посылкой, как обычно [8], явилось то обстоятельство, что нелинейную часть вектора намагниченности в спин-волновой системе можно считать малой по отношению к линейной части, причем степень малости возрастает с ростом степени нелинейности. Иными словами, разложение было проведено по степеням некой малой величины, определяемой отношением норм двух операторов: нелинейного тензорного оператора, определяющего основные свойства спин-волновой системы и нелинейного тензорного оператора, дающего малую нелинейную добавку.

В качестве примера произведен расчет четырехволнового обращения волнового фронта прямой объемной СВ в нормально намагниченной пленке, при этом для получения окончательных выражений было использовано вторичное упрощение укороченных уравнений (приближение заданного поля [8]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Преображенский В. Л., Рыбаков В. П., Фетисов Ю. К. //Радиотехника и электроника. 1988. Т.33. N 6. С.1218.
2. Ващенко В. И., Зависляк И. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т.32. N 1. С.41.
3. Звездин А. К., Попков А. Ф. //ЖЭТФ. 1983. Т.84. N 2. С.606.
4. Никитов С. А. //ФТТ. 1987. Т.29. N 9. С.2769.
5. Вендик О. Г., Чарторижский Д. Н. //ФТТ. 1970. Т.12. N 8. С.1538.
6. Калиникос Б. А. //Изв. вузоа. Физика. 1981. Т.24. N 8. С.42.
7. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. - Минск. : Наука и техника, 1976.
8. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. - М. : ВИНИТИ, 1964.
9. Найфэ А. Методы возмущений. - М. : Мир, 1976.
10. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта. - М. : Наука, 1985.
11. Славин А. Н., Фетисов Ю. К. //ЖТФ. 1988. Т. 58. N 11. С. 2210.
12. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М. : Гостехиздат, 1955.

Санкт-Петербургский электротехнический институт

Поступила в редакцию 17 декабря 1990 г.

MULTIWAVE INTERACTIONS OF DIPOLE-EXCHANGE SPIN WAVES IN FERROMAGNETIC FILMS

A. A. Stashkevich

The equations of slowly varying amplitudes for multiwave interactions of dipole-exchange spin waves in ferromagnetic films have been obtained. Numerical estimation of the efficiency of phase conjugate reflection of a spin wave by four-wave mixing in a normally magnetized ferromagnetic films has been carried out.