

УДК 551.463

О ТРАНСФОРМАЦИИ АМПЛИТУД МОД В МНОГОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ
С КВАЗИСИНУСОИДАЛЬНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Вировлянский А. Л.

В борновском приближении рассчитаны изменения амплитуд мод (возбужденных точечным источником в многомодовом волноводе) вследствие рассеяния на неровной границе. Форма последней представляет собой синусоиду с плавно меняющейся (в пространстве) амплитудой. Показано, что искажения амплитуды заданной моды обусловлены, в основном, влиянием неоднородностей, расположенных на определенных (своих для каждой моды) участках поверхности. Для упрощения анализа соответствующих эффектов введены понятия зон Френеля для мод.

В данной работе продолжен начатый в [1 - 3] анализ особенностей рассеяния мод на крупномасштабных неоднородностях среды в многомодовых волноводах. Как и в [1 - 3], для этой цели используются результаты работ по изучению взаимосвязи лучевого и модового представлений поля. Здесь исследовано поле точечного источника в волноводе, одна из границ которого является мягкой и имеет форму синусоиды с медленно (по сравнению с периодом) меняющейся амплитудой. С помощью метода малых возмущений в приближении однократного рассеяния получены формулы, описывающие трансформацию комплексных амплитуд мод вдоль трассы.

Большое внимание уделено исследованию того интересного обстоятельства, что для каждой моды на поверхности имеются своеобразные области "повышенной чувствительности". Изменение амплитуды моды определяется, главным образом, неоднородностями, расположенными в этих областях. Неоднородности, находящиеся в других местах, влияют значительно слабее. Для описания соответствующих эффектов ниже введены "зоны Френеля" для мод, во многом похожие на обычные зоны Френеля для лучей [4]. Аналогичные понятия вводились ранее в работах [1 - 3]. В [1] они использовались для анализа влияния объемных, а в [3] поверхностных неоднородностей. В данной статье обобщены некоторые результаты [3].

Рассмотрим плоскослоистый рефракционный волновод, в котором находится точечный источник скалярного волнового поля. Введем декартову систему координат таким образом, чтобы ось z совпадала с направлением изменения показателя преломления среды n . Будем называть это направление вертикальным, а плоскость x, y - горизонтальной. Для простоты полагаем, что зависимость $n(z)$ имеет единственный максимум при $z < 0$. Далее считаем, что волновод сверху (т.е. со стороны больших z) ограничен поверхностью $z = \zeta(\vec{r})$, где $\vec{r} = (x, y)$, на которой волновое поле $p(\vec{r}, z)$ равно нулю. Полагая неровности границы малыми, используем метод малых возмущений и стандартным способом представим $p(\vec{r}, z)$ в виде разложения по кратности рассеяния [5, 6]: $p = p_0 + p_1 + \dots$. Нулевой член этого ряда - поле $p_0(\vec{r}, z)$ в невозмущенном ($\zeta = 0$) волноводе. Если источник расположен в точке $(0, 0, z_0)$, то

$$p_0(\vec{r}, z) = G(\vec{r}, z; 0, z_0),$$

где G - функция Грина невозмущенного уравнения Гельмгольца

$$\Delta G(\vec{r}, z; \vec{r}_1, z_1) + k^2 n^2(z) G(\vec{r}, z; \vec{r}_1, z_1) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta(z - z_1) \quad (1)$$

с граничным условием

$$G(\vec{r}, 0; \vec{r}_1, z_1) = 0.$$

Для нахождения $p_1(\vec{r}, z)$ - поля волн, однократно рассеянных на поверхности, воспользуемся хорошо известным способом [5, 6]. Поле на подстилающей плоскости $z = 0$,

$$p_1(\vec{r}, 0) = - \left. \frac{\partial p_0(\vec{r}, z)}{\partial z} \right|_{z=0} \zeta(\vec{r}), \quad (2)$$

"продолжим" внутрь волновода с помощью формулы Грина. В результате найдем, что

$$p_1 = \frac{1}{4\pi} \int d\vec{r}' \zeta(\vec{r}') \left[\frac{\partial G(\vec{r}, z; \vec{r}', z')}{\partial z'} - \frac{\partial G(\vec{r}, z'; 0, z_0)}{\partial z'} \right]_{z'=0} \quad (3)$$

Выражение для фигурирующей в (3) функции Грина (решения (1)) в плоскослоистом волноводе хорошо известно [5, 7]:

$$G(\vec{r}, z; \vec{r}_0, z_0) = \sqrt{\frac{2\pi}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}} \sum \frac{\varphi_m(z_0)\varphi_m(z)}{\sqrt{k_m}} \exp(ik_m|\vec{r} - \vec{r}_0| + i\pi/4). \quad (4)$$

где φ_m и k_m — соответственно ортонормированные собственные функции и собственные числа краевой задачи

$$\frac{d^2\varphi_m}{dz^2} + k_m^2 n^2(z)\varphi_m = k_m^2\varphi_m,$$

$$\varphi_m(0) = 0, \quad \varphi_m(-\infty) = 0.$$

Разложим $p_1(\vec{r}, z)$ по полной системе функций $\{\varphi_m(z)\}$:

$$p_1(\vec{r}, z) = \sum_m A_m(\vec{r})\varphi_m(z). \quad (5)$$

Исследование коэффициентов разложения $A_m(\vec{r})$ является основной целью данной работы. Эти величины показывают изменение амплитуд мод из-за однократного рассеяния волн на неровной поверхности. Пользуясь (3) и (4), находим, что

$$A_m(\vec{r}) = \frac{1}{2} \frac{\varphi'_m(0)}{\sqrt{k_m}} \sum_{m_1} \int \frac{d\vec{r}_1}{\sqrt{|\vec{r}_1| |\vec{r}_1 - \vec{r}|}} \zeta(\vec{r}_1) \frac{\varphi_{m_1}(z_0)\varphi'_{m_1}(0)}{\sqrt{k_{m_1}}} \times \quad (6)$$

$$\cdot \exp[ik_{m_1}|\vec{r}_1| + ik_{m_1}|\vec{r} - \vec{r}_1|],$$

где

$$\varphi'(0) = d\varphi_m/dz \Big|_{z=0}.$$

Далее ограничимся рассмотрением функции $\zeta(\vec{r})$ вида

$$\zeta(\vec{r}) = \frac{1}{2}\zeta_0(\vec{r}) \exp(i\vec{\alpha}\vec{r}). \quad (7a)$$

Будем считать, что характерный масштаб изменения амплитудного множителя $\zeta_0(\vec{r})$ много больше $\Lambda = 2\pi/\alpha$ — длины волны "высокочастотного" заполнения. Вычисление интеграла (6) для $\zeta(\vec{r})$ вида (7a) очевидным образом позволяет найти $A_m(\vec{r})$ для

$$\zeta(\vec{r}) = \zeta_0(\vec{r}) \cos(\vec{a}\vec{r}), \quad (76)$$

т.е. для случая, когда форма границы, как и должно быть, описывается действительной функцией. Тем не менее анализ $\zeta(\vec{r})$ вида (9) имеет самостоятельный интерес. Подробнее об этом речь пойдет в конце статьи.

Для преобразования (6) вместо $\varphi_{\pm}(z)$ и $k_{\pm}$ используем их ВКБ-приближения. Предварительно введем определения некоторых величин и функций, характеризующих траектории лучей в волноводе с невозмущенной границей ($\zeta = 0$). Через них выражаются используемые ниже ВКБ-приближения мод. Через a обозначим так называемый лучевой параметр. Он задается соотношением $a = n(z) \cos \chi$, где χ - угол скольжения луча на горизонте z . Согласно закону Снеллиуса величина a сохраняется вдоль траектории луча [5, 7]. Введем функции

$$\gamma(z, a) = \sqrt{n^2(z) - a^2}, \quad J(z, a) = \int_z^0 \gamma(z, a) dz, \quad I(a) = 2J(\hat{z}, a), \quad (8)$$

$$D(z, a) = a \int_z^0 \gamma^{-1}(z, a) dz, \quad D(a) = 2D(\hat{z}, a).$$

Здесь $\hat{z}$ - нижняя точка заворота луча, которая находится из соотношения $\gamma(\hat{z}, a) = 0$. Определенные выше величины характеризуют траектории лучей, отражающихся от верхней границы (для них $a < n(0)$) и верхняя точка заворота лежит в плоскости $z = 0$. Величина $D(a)$ называется длиной цикла луча, I - адиабатическим или лучевым инвариантом [5, 7]. Смысл функции $D(z, a)$ ясен из рис. 1.

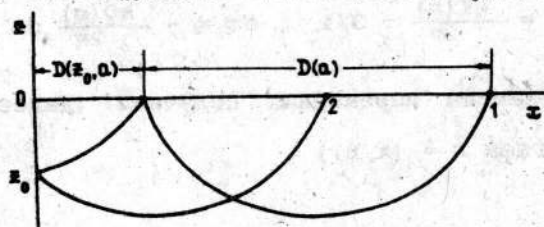


Рис. 1.

Траектории лучей в вертикальной плоскости x, z .

Теперь выпишем ВКБ-приближения для мод невозмущенной задачи. Ограничимся лишь теми модами, верхние точки заворота которых находятся на поверхности $z = 0$. Только такие моды эффективно рассеиваются на неровностях границы и формируют интересующее нас

поле $p_1(\vec{r}, z)$. Между своими точками заворота собственная функция $\varphi_n(z)$ может быть представлена в виде [5, 7]

$$\varphi_n(z) = \varphi_n^+(z) + \varphi_n^-(z), \quad (9a)$$

где

$$\varphi_n^\pm(z) = \left[\frac{a_n}{D(a_n) \gamma(z, a_n)} \right]^{1/2} \exp \left\{ \pm i \left[kJ(z, a_n) - \pi/a \right] \right\}; \quad (9b)$$

$$k_n = k a_n, \quad (9b)$$

причем a_n находится из условия

$$kJ(a_n) = 2\pi(m + 3/4). \quad (9g)$$

Подставив (7a) и (9a) в (6), преобразуем полученное выражение с помощью формулы суммирования Пуассона [8]:

$$\sum_n f(m) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} \int dm f(m) \exp(i2\pi m N), \quad (10)$$

как это обычно делается при переходе от модового представления поля к лучевому [5, 9]. Строго говоря, конечность пределов суммирования по m приводит к появлению в правой части (10) некоторых дополнительных членов. Однако если общее число суммируемых мод велико (это предполагается), то упомянутые члены приводят к появлению поправок, которыми обычно можно пренебречь. Подробнее об этом см. в [9]. С учетом (9) от интегрирования по m перейдем к интегрированию по a . При этом

$$m = \frac{kJ(a)}{2\pi} - 3/4, \quad dm = - \frac{kD(a)}{2\pi} da.$$

После указанной замены переменных получаем (далее для упрощения записи всюду полагаем $\vec{r} = (x, 0)$)

$$A_n(\vec{r}) = \frac{i k^2}{\pi} \left[\frac{\gamma(0, a_n)}{D(a_n)} \right]^{1/2} \sum_{\sigma, N} \int \frac{dad\vec{r}_1 \zeta_\sigma(\vec{r}_1)}{\sqrt{|\vec{r}_1 - \vec{r}| |\vec{r}_1|}} \left[\frac{\alpha \gamma(0, a)}{\gamma(z_0, a)} \right] e^{i\Phi}. \quad (11)$$

Здесь

$$\Phi = k \left[a \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + a_n \sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2} + q_x x_1 + q_y y_1 + NI(a) + \right.$$

$$+ \sigma J(z_0, a) \Big] - \sigma \pi/2 - 3\pi N/2, \quad (12)$$

где $q_x = x_x/k$, $q_y = y_y/k$ (x_x и y_y - проекции на оси x и y вектора $\vec{x}$), а σ принимает два значения $+1$ и -1 .

Интегралы в (11) будем вычислять методом стационарной фазы. Здесь следует иметь в виду, что суммирование по m_1 в (6) ведется в конечных пределах (реальный вклад дают лишь распространяющиеся моды с верхней точкой заворота на поверхности $z = 0$). Это ведет к конечности пределов интегрирования по a в (11). Для простоты полагаем, что на границах соответствующего интервала точек стационарной фазы нет.

Уравнения для нахождения точек стационарной фазы получим из (12) с учетом (10). Первое из них имеет вид

$$\frac{1}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial a} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} - R_{N,\sigma}(z_0, a) = 0, \quad (13)$$

где $R_{N,\sigma} = ND(a) = \sigma D(z, a)$ - расстояние в плоскости x, y от начала координат до точки выхода к подстилающей поверхности ($z = 0$) луча с лучевым параметром a , количеством циклов осцилляций лучевой траектории N и выходящим из источника вверх для $\sigma > 1$ и вниз для $\sigma < 1$. На рис. 1 точка 1 удалена от начала координат на расстояние $R_{1,1}(z_0, a_1)$, а точка 2 - на расстояние $R_{1,-1}(z_0, a)$, где a_1 и a_2 - лучевые параметры изображенных на рис. 1 лучей. Два других уравнения для отыскания точек стационарной фазы имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} &= a \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} - a_m \frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}} + q_x = 0, \\ \frac{1}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} &= a \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} + a_m \frac{y_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y_1^2}} + q_y = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Каждую точку подстилающей плоскости $z = 0$ формально можно рассматривать как источник излучения, участвующий в возбуждении поля $p_1(\vec{r}, z)$. Соотношения (13) и (14) задают точки $(x_1, y_1, 0)$ (их может быть несколько), являющиеся центрами областей "поверхностных источников" (о формах и размерах таких областей см. ниже), формирующих вклад m -й моды в поле $p_1(\vec{r}, z)$ в месте наблюдения, т. е.

на вертикальной прямой, пересекающей плоскость x, y в точке $(x, 0)$. Данные соотношения представляют собой не что иное как условие Вульфа - Брэгга [5, 6]: $\vec{k}' - \vec{k}_m = \vec{x}$. Здесь $\vec{k}$ - проекция на плоскость x, y волнового вектора $\nabla\phi$, с которым приходит в точку (x_1, y_1) луч с лучевым параметром a (ϕ - эйконал данного луча); $\vec{k}_m$ - вектор с модулем ka_m , направленный вдоль прямой, соединяющей точки (x_1, y_1) и $(x, 0)$.

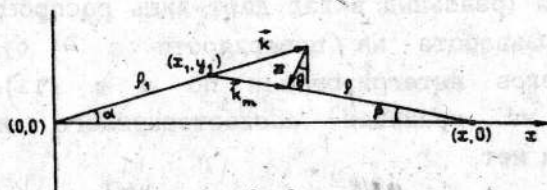


Рис. 2

Используя показанные на рис. 2 углы α , β и θ , уравнения (13) и (14) перепишем в более компактном виде

$$a \cos \alpha - a_m \cos \beta = q \sin \theta, \quad a \sin \alpha + a_m \sin \beta = q \sin \theta,$$

$$R_{n,\sigma}(z_0, a) = \rho_1 = x_1 \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}. \quad (15a)$$

Координаты x_1 и y_1 легко выражаются через α , β и x . Первые два из этих уравнений преобразуем к виду

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\epsilon}{q_m \cos \theta} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} - \operatorname{tg} \theta \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad (15б)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = q_m \cos(\theta + \alpha),$$

где $\epsilon = (a - a_m)/a_m$, $q_m = q/a_m$.

Дальнейшие преобразования будем проводить в предположении, что $q \ll 1$. С учетом (15a) отсюда следует, что $\alpha \ll 1$ и $\beta \ll 1$. Если к тому же угол θ не слишком мал ($q_m \ll \cos \theta$), из (15б) легко получаем

$$\alpha = \frac{q_m}{2} \cos \theta + \frac{\epsilon}{q_m \cos \theta} - \operatorname{tg} \theta, \quad \beta = \frac{q_m}{2} \cos \theta - \frac{\epsilon}{q_m \cos \theta} + \operatorname{tg} \theta. \quad (15в)$$

Несмотря на то что интегрирование в (11) формально идет по всей бесконечной поверхности, основной вклад в интеграл дают окрестности точек стационарной фазы. Для описания вкладов этих областей разложим

фазу Φ подынтегрального выражения около стационарных точек в ряд Тейлора и ограничимся учетом квадратичных членов (линейные члены в разложении, естественно, отсутствуют). Несложно убедиться, что вторые производные Φ в точке стационарной фазы с координатами $x_1 = x_s$, $y_1 = y_s$ равны

$$\frac{1}{k} \Phi_{x_1 x_1} = \frac{a \sin^2 \alpha}{\rho_1} + \frac{a_s \sin^2 \beta}{\rho}, \quad \frac{1}{k} \Phi_{y_1 y_1} = \frac{a \cos^2 \alpha}{\rho_1} + \frac{a_s \cos^2 \beta}{\rho},$$

$$\frac{1}{k} \Phi_{x_1 y_1} = -\frac{a \sin 2\alpha}{2\rho_1} + \frac{a_s \sin 2\beta}{2\rho},$$

$$\frac{1}{k} \Phi_{x_1 a} = \cos \alpha,$$

$$\frac{1}{k} \Phi_{y_1 a} = \sin \alpha,$$

$$\frac{1}{k} \Phi_{aa} = -R_a.$$

где $\rho_1 = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$, $\rho = \sqrt{(x-x_s)^2 + y_s^2}$ (см. рис. 2).

Выполнив интегрирование по a , получаем вклад окрестностей точки стационарной фазы, являющейся точкой выхода к подстилающей плоскости луча с параметрами n и σ , в форме (при выводе приведенной ниже формулы использована малость α и β)

$$A_n^{(\sigma, n)} = \frac{ik^2}{\pi} \left[\frac{\gamma(0, a_s) \gamma(0, a_s) a_s}{D(a_s) \gamma(z_0, a_s)} \right]^{1/2} \left(\frac{2\pi}{k |\partial R_n / \partial a|_{a=a_s}} \right)^{1/2} \times (16)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{\rho_{1s} \rho_s}} e^{i\Phi_s - i\pi/4} \int d\xi d\eta \zeta_0(\xi, \eta) \exp\left(i \frac{\pi \xi^2}{\rho_x^2} + i \frac{\pi \eta^2}{\rho_y^2}\right),$$

где

$$\rho_x = \sqrt{\frac{2\pi}{k} \left| \frac{\partial R_n}{\partial a} \right|_{a=a_s}}, \quad \rho_y = \sqrt{\frac{1}{k(a/\rho_{1s} + a_s/\rho_s)}}. \quad (17)$$

Нижний индекс s в (16) и (17) означает, что соответствующая величина или функция должна быть взята в точке стационарной фазы.

Фигурирующий в (16) интеграл полностью аналогичен выражениям, появляющимся при описании дифракционных эффектов в рамках подхода Гюйгенса - Френеля - Кирхгофа (см., например, [7]). Величины ρ_x и ρ_y играют здесь ту же роль, что и радиусы первых зон Френеля лучей. Поэтому их естественно назвать радиусами первых зон Френеля m -й

моды. Продолжая аналогию с лучами, можно вводить и высшие зоны Френеля мод.

Определения зон Френеля для мод, близкие к обсуждаемым здесь, ранее вводились в работах [1-3], где дана их физическая интерпретация. Сказанное по этому поводу в [1-3] остается в силе и в рассматриваемой здесь задаче. В случае, когда радиусы первых зон Френеля много меньше характерных масштабов изменения медленной огибающей неоднородностей границы (на пространственную частоту "заполнения" никаких ограничений, кроме требования $q \ll 1$, не накладывается), множитель $\zeta_0(\vec{r})$ можно вынести из под знака интеграла в (16). После этого получаем

$$A_m^{(\sigma, N)} = 2\zeta(\vec{r}_s) \left(\frac{2\pi k a_s \gamma(0, a_m) \gamma(0, a_s)}{D(a_m) \gamma(z_0, a_s) (a_s \rho_s + a_m \rho_{1s})} \right)^{1/2} \exp(i\Phi_s + i\pi/4). \quad (18)$$

Данная формула описывает изменения амплитуд мод в приближении, которое по своей сути эквивалентно приближению геометрической оптики.

Отметим, что соотношение (15в) может быть использовано лишь при анализе смещений центров зон Френеля и вычислении модулей $A_m^{(\sigma, N)}$. При суммировании вкладов разных точек стационарной фазы координаты последних следует вычислять точно (из системы уравнений (15а)). Использование (15в) может привести к недопустимо большим ошибкам в вычислении фаз в (16) и (18), что вызовет, в свою очередь, ошибки при суммировании $A_m^{(\sigma, N)}$ с разными σ и N .

Обратим внимание на еще одно важное обстоятельство. До сих пор речь шла о неподвижных поверхностных неоднородностях. Для движущихся неоднородностей вместо (7б) имеем

$$\zeta(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \int d\Omega \zeta_0(\vec{r}, \Omega) [e^{i(\vec{x}(\Omega)\vec{r} - \Omega t)} + e^{-i(\vec{x}(\Omega)\vec{r} - \Omega t)}], \quad (7в)$$

где t - время, а зависимость $\vec{x}(\Omega)$ задает закон дисперсии поверхностных волн. Предположим, что неоднородности движутся очень медленно и их смещение можно учесть "квазистатически". Иными словами, используя приведенные выше решения стационарной задачи для $\zeta(\vec{r})$ вида (7а) для каждой частоты Ω , движение границы можно учесть домножением соответствующего решения на $\exp(i\Omega t)$ или $\exp(-i\Omega t)$ (в зависимости от знака перед $\vec{x}\vec{r}$ в показателе экспоненты). При этом фурье-анализ временной реализации принятого сигнала позволяет

селектировать вклады отдельных пространственных гармоник поверхностных неоднородностей.

Подведем некоторые итоги. Полученные выше формулы не только дают возможность рассчитывать изменения амплитуд мод вдоль трассы. С их помощью можно судить о влиянии неоднородностей, расположенных в тех или иных местах, на распространение заданной моды. Соотношения (16) и (17а) в совокупности с (15а) и (15в) дают возможность отслеживать изменение роли заданных неоднородностей при изменении различных параметров задачи (длины волны, трассы и т.п.). Наличие синусоидального "заполнения" плавных неоднородностей границы (отличие $\tilde{\epsilon}$ от нуля*) приводит к смещению точек стационарной фазы, которое может быть весьма существенным.

Результаты данной работы, по-видимому, могут быть использованы при решении обратных задач. Для этого, однако, регистрация волн должна проводиться с помощью распределенной приемной системы, позволяющей селектировать вклады если не отдельных мод, то хотя бы небольших групп мод. Ведь каждая из таких групп несет информацию о неоднородностях, расположенных на "своих" участках поверхности волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вировлянский А. Л., Костерин А. Г. //Акуст. журн. 1987. Т.33. Вып. 4. С. 599.
2. Вировлянский А. Л., Костерин А. Г. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т.32. N 4. С.478.
3. Вировлянский А. Л., Костерин А. Г., Малахов А. Н. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т.32. N 8. С.979.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики: Пер. с англ. /Под ред. Г. П. Мотулевич. - М.: Наука, 1973.
5. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. - Л.: Гидрометеиздат, 1982.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. - М.: Наука, 1978.
7. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. - М.: Наука, 1973.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров. - М.: Наука, 1970.
9. Felsen L. B. //J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 69. P. 352.

* При $\tilde{\epsilon} = 0$ соотношения (16) и (18) переходят в частные случаи результатов работы [3].

THE MODE AMPLITUDE TRANSFORMATION IN A MULTIMODE WAVEGUIDE
WITH A QUASISINUSOIDAL BOUNDARY

A. L. Virovlyansky

Amplitude variations of the modes (excited by a point source in a multimode waveguide) due to the scattering at a rough boundary are calculated in the Born approximation. This boundary is a sinusoid with a smoothly varying (in space) amplitude. It is shown that the mode distortions of a given mode are mainly due to the influence of the inhomogeneities located on definite (particular for each mode) surface areas. For simplicity of our analysis we introduce the notion of Fresnel zones for modes.