

УДК 537.5

РАССЕЯНИЕ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

В. В. Ахматов, А. Г. Фокин

Рассматривается рассеяние альфвеновских волн на неоднородностях тензора диэлектрических проницаемостей $\epsilon(\vec{r})$. Показатель рассеяния γ , фазовая v , и групповая s , скорости рассчитаны во всем диапазоне длин волн. Получены асимптотические выражения для γ , v , и s , в диапазонах длинных (по сравнению с размерами рассеивающих областей), коротких и ультракоротких волн.

1. Введение. Альфвеновская волна предстает собой поперечное возмущение, распространяющееся вдоль внешнего магнитного поля \vec{B}_0 . Ее природа обусловлена вмерзностью и упругостью силовых линий, которые, стремясь сократить свою длину и будучи "нагружены" частицами плазмы, в частности, массивными ионами, колеблются подобно натянутым струнам [1]. По частоте условием распространения альфвеновской волны является $\omega < \omega_B$, где ω_B - гирочастота поля.

Представления, созданные при исследовании газоразрядной плазмы, можно перенести на совокупность подвижных заряженных частиц в твердых проводниках (электронов проводимости в металлах или электронов и дырок в полупроводниках) в таких условиях, когда их свойства близки к свойствам газоразрядной плазмы. Плазма твердого тела, в отличие от газоразрядной плазмы, имеет большую плотность N заряженных частиц (в газоразрядной плазме $N \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$, в металлах $N \sim 10^{22} + 10^{23} \text{ см}^{-3}$, в полупроводниках $N \sim 10^{15} + 10^{17} \text{ см}^{-3}$). Это приводит к различию характеристик плазмы твердого тела и плазмы газового разряда. Плазменные эффекты в твердом теле (особенно в полупроводниках) используются для создания приборов СВЧ [1].

Начиная с 60-х годов нашего столетия среди ученых различных специальностей, особенно у биологов и специалистов по электронике, возрос интерес к жидким кристаллам. Поскольку в природе жидкие кристаллы встречаются редко (как правило, лишь в биологических объектах), их приходится синтезировать. В жидких кристаллах, полученных искусственным путем, имеется большое количество примесей,

в основном ионов металлов, которые определяют достаточно высокую электрическую проводимость этих веществ [2], и имеется возможность проявления плазменных эффектов в жидкокристаллических веществах (нематиках и смектиках) в ионно-металлической подсистеме. Заметим, что ввиду анизотропии диамагнитной восприимчивости нематика внешнее магнитное поле оказывает на него ориентирующее действие [3]. Аналогичный вывод для смектиков содержится в [2].

В связи с возрастающим применением плазменных эффектов в жидких кристаллах и в твердых телах для нужд электронной техники [2, 4] представляется целесообразным теоретически исследовать распространение альфвеновских волн в указанных средах. Нами будут определены эффективные материальные характеристики: показатель рассеяния, фазовая и групповая скорости.

2. Постановка задачи. Процесс распространения альфвеновских волн описывается системой уравнений, состоящей из закона Ома с учетом дрейфа заряженных частиц под действием полей \vec{E} и \vec{B}_0 :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \frac{\sigma}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0, \quad \vec{B}_0 = B_0 \vec{n}, \quad (1)$$

уравнения движения, в котором пренебрегается силой тяжести и градиентом давления,

$$\rho \dot{\vec{v}} = \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}_0, \quad (2)$$

где ρ - массовая плотность, уравнений Максвелла для среды с пространственной дисперсией

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \dot{\vec{B}}; \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{\epsilon}{c} \dot{\vec{E}}. \quad (4)$$

Тензоры σ и ϵ описывают проводимость и диэлектрическую проницаемость плазмы до наложения внешнего поля \vec{B}_0 и поэтому предполагаются изотропными. Уравнение (2) записано в пренебрежении ларморовским вращением заряженных частиц [5]. Взаимное расположение векторов \vec{E} , \vec{B} , \vec{j} , \vec{B}_0 , \vec{v} и эффективного волнового вектора \vec{k}_e показано на рис. 1. Ток \vec{j}

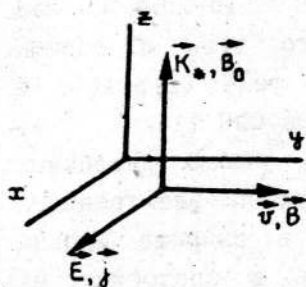


Рис. 1.

обусловлен поляризационным дрейфом [5] носителей заряда; по этой причине векторы \vec{j} и \vec{B}_0 ортогональны, а векторы

\vec{j} и \vec{E} сонаправлены. Вектор скорости \vec{v} описывает $\vec{E} \cdot \vec{B}_0$ - дрейф заряженных частиц, поэтому векторы \vec{E} , \vec{B}_0 и \vec{v} образуют правую тройку. Предполагается, что плазма является несжимаемой и отсутствуют электрические поля, направленные вдоль \vec{B}_0 . Тогда приближенные выражения (1), (2) точно описывают рассматриваемый процесс в совокупности с уравнениями Максвелла (3), (4).

Используя (1), (2), получим

$$\vec{j} = \vec{\sigma} \vec{E}, \quad \vec{\sigma} = \vec{\sigma}_n n + \vec{\sigma}_\tau \tau, \quad n + \tau = I, \quad (5)$$

$$\vec{\sigma}_n = \sigma, \quad \vec{\sigma}_\tau = \frac{\sigma}{1 + i\sigma B_0^2 / \rho \omega c^2}, \quad n_{ij} = n_i n_j,$$

где анизотропия тензора $\vec{\sigma}$ обусловлена полем \vec{B}_0 .

Из выражений (4) - (6) получим уравнение

$$L \vec{E} = 0, \quad L = \nabla \otimes \nabla - \nabla^2 - k_0^2 \vec{\epsilon}, \quad \vec{\epsilon} = \vec{\epsilon}_n n + \vec{\epsilon}_\tau \tau,$$

$$\vec{\epsilon}_n = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \bar{N}, \quad \vec{\epsilon}_\tau = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \bar{N}, \quad (6)$$

$$k_0 = \omega/c, \quad \omega_p^2 = 4\pi e^2 \langle N \rangle / m, \quad \omega_B = eB_0 / mc, \quad \bar{N} = N / \langle N \rangle.$$

$N = N(\vec{r})$ - концентрация частиц плазмы, скобки $\langle \rangle$ обозначают усреднение по ансамблю реализаций случайного поля $N(\vec{r})$.

Для решения уравнения (6) воспользуемся методом, основанным на введении однородной и изотропной среды сравнения [6], свойства которой описываются ϵ_c . В качестве ϵ_c выберем значение [5]

$$\epsilon_{ij}^c = \epsilon_c \delta_{ij}, \quad \epsilon_c = 1 + c^2 / v_A^2, \quad v_A^2 = B_0^2 / 4\pi \langle \rho \rangle, \quad (7)$$

где $\langle \rho \rangle = m \langle N \rangle$.

Для дальнейшего нам понадобится оператор $\hat{\epsilon}_c$, определяющий аналогично (6) уравнение для средней волны. Для фурье-образа $\epsilon_c(\vec{k})$ ядра оператора $\hat{\epsilon}_c$ имеем [6]

$$\epsilon_c = \epsilon_c(\vec{k}) = \langle \tilde{\epsilon} \rangle + \langle \tilde{\epsilon}'' F^0 \tilde{\epsilon}'' \rangle, \quad \tilde{\epsilon}'' = \tilde{\epsilon} - \langle \tilde{\epsilon} \rangle. \quad (8)$$

Здесь тензор F^0 связан с тензором Грина G_c задачи (6) для среды сравнения соотношением

$$F_{k1}^0 = k_0^2 \int d\vec{r} \varphi(\vec{r}) G_{k1}^c(\vec{r}) \exp(-i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}) \quad (9)$$

и принято разделение тензорной и координатной зависимостей бинарной корреляционной функции

$$\langle \bar{\epsilon}_{ik}''(\vec{r} + \vec{r}_1) \bar{\epsilon}_{ij}''(\vec{r}_1) \rangle = \langle \bar{\epsilon}_{ik}''(\vec{r}_1) \bar{\epsilon}_{ij}''(\vec{r}_1) \rangle \varphi(\vec{r}) = A_{ji}^{ik} \varphi(\vec{r}), \quad (10)$$

вид функции $\varphi(\vec{r})$ будет установлен ниже.

Для выполнения дальнейших расчетов представляют интерес свертки тензора A_{ji}^{ik} вида

$$A_{jj}^{ii} = \langle (\bar{\epsilon}_n'' + 2\bar{\epsilon}_\tau'')^2 \rangle = \frac{\omega_p^4}{\omega^4} \left(\frac{3\omega^2 - \omega_B^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \right)^2 D \equiv 3A_1, \quad (11)$$

$$3A_{1j}^{jj} - A_{jj}^{ii} = 2 \langle (\bar{\epsilon}_n'' - \bar{\epsilon}_\tau'')^2 \rangle = 2 \frac{\omega_p^4}{\omega^4} \left(\frac{\omega_B^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \right)^2 D \equiv 15A_2,$$

где $D \equiv \langle \bar{N}''^2 \rangle$ - дисперсия случайного поля $\bar{N}(\vec{r})$.

Для изотропной среды сравнения компоненты Грина равны [7]

$$G_c = G_n^c n + G_\tau^c \tau, \quad G_\alpha^c = g_\alpha^c \frac{\exp(i\xi)}{4\pi r \xi^2} - \frac{\delta(\vec{r})}{3k_c^2}, \quad \alpha = n, \tau, \quad (12)$$

$$g_n^c = 2(1 - i\xi), \quad g_\tau^c = \xi^2 - 1 + i\xi, \quad \xi = k_c r = k_0 \sqrt{\epsilon_c} r.$$

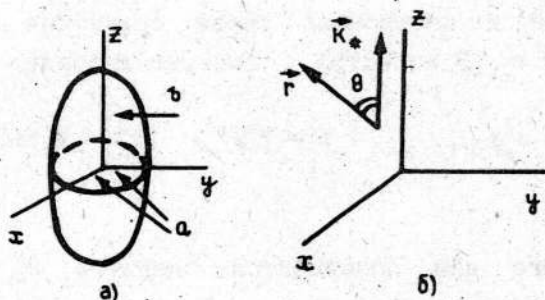


Рис. 2.

3. Расчет динамических характеристик неоднородной среды. В настоящей работе проведены исследования для анизотропных сред, свойства которых описываются при помощи корреляционной функции вида

$$\varphi(\vec{r}) = \exp\left\{-\frac{r}{a}\left[1 + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)\cos^2\theta\right]^{1/2}\right\}. \quad (13)$$

Смысл приведенных здесь параметров a , b , θ понятен из рис. 2, на котором показана описывающая распределение неоднородностей в исследуемых средах поверхность масштабов корреляций - эллипсоид с полуосями a и b (а) и полярный угол θ между векторами \vec{k}_c и \vec{r} (б).

Подставляя (13) в (9) и используя выражение (12), для тензора $F = \epsilon F^0$ получим

$$F = F_n n + F_\tau \tau, \quad (14)$$

$$F_n = f_1(2 - 2\beta J) + f_2\left(\frac{1}{3}J + \beta^2 J - \beta\right) + f_3\left(-\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{3}\beta J - \frac{1}{3}\beta^3 J\right);$$

$$F_\tau = f_1\left(\frac{1}{1 + \beta^2} - 1 + \beta J\right) + f_2\left(\frac{1}{2}\beta - \frac{1}{2}\beta^2 J - \frac{1}{6}J\right) + f_3\left(\frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{2}\beta J - \frac{1}{2}\beta^3 J\right), \quad (15)$$

где обозначили

$$f_1 = \frac{q^2}{x(x + \psi)}, \quad f_2 = \frac{3iq}{x + \psi}, \quad f_3 = \frac{x}{x + \psi}, \quad \psi = \sqrt{1 - a^2/b^2},$$

$$J = \arctg \frac{1}{\beta}, \quad \beta = \frac{1 - iQ}{X}, \quad q = k_c a, \quad Q = k_c b, \quad x = k_c a, \quad X = k_c b,$$

k_c - эффективное волновое число.

Учитывая результаты работы [6], запишем

$$\epsilon_{ij}^* = \langle \bar{\epsilon}_{ij} \rangle + \epsilon_c (F_\tau \bar{A}_{jl}^{ik} \tau_{kl} + F_n \bar{A}_{jl}^{ik} n_{kl}),$$

$$\epsilon_{ij}^* = \epsilon_\tau^* \tau_{ij} + \epsilon_n^* n_{ij}, \quad \bar{A}_{jl}^{ik} \equiv A_{jl}^{ik} \equiv \epsilon_c^{-2},$$

$$\epsilon_\alpha^* = \epsilon_c (1 + M_\alpha), \quad \alpha = n, \tau.$$

Альфеновская волна является поперечной, поэтому ограничимся нахождением лишь M_τ , для которого запишем

$$M_\tau = \langle \bar{\epsilon}' \rangle + \frac{1}{6}(2\bar{A}_1 - 7\bar{A}_2)F_\tau + \frac{1}{2}\bar{A}_2 F_n, \quad \langle \bar{\epsilon}' \rangle \equiv \frac{\langle \bar{\epsilon} - \epsilon_c \rangle}{\epsilon_c} \quad (16)$$

Ниже решается дисперсионное уравнение, которое в случае поперечных волн имеет вид [6]

$$k_*^2 = k_c^2(1 + M), \quad M \equiv M_\tau. \quad (17)$$

В общем случае это трансцендентное уравнение может иметь несколько корней в верхней полуплоскости, среди которых существен лишь один корень с наименьшей мнимой частью; остальные корни дают малые и быстро затухающие вклады в поле \vec{E} . В качестве условия сходимости выберем достаточное условие [6]

$$|M(k_*)| \ll 1. \quad (18)$$

С учетом (18) приближенное значение искомого корня представимо в форме

$$k_* = k_c \left(1 + \frac{1}{2}M - \frac{1}{8}M^2 \right), \quad k_* \equiv k^{(1)} + ik^{(2)}, \quad M \equiv M^{(1)} + iM^{(2)}. \quad (19)$$

4. Случай газоразрядной плазмы. В качестве простейшего рассмотрим случай газоразрядной плазмы, обладающей статистической изотропностью [7]. Для получения выражения для тензора F соотношения (14) и (15) следует переписать с учетом $a = b$; при этом их структура не изменится, а в качестве параметров β и f_i ($i = 1, 2, 3$) станут выступать следующие:

$$f_1 = q^2/x^2, \quad f_2 = 3iq/x, \quad f_3 = 1, \quad \beta = (1 - iq)/x. \quad (20)$$

В [7] непосредственной подстановкой в (9) корреляционной функции для статистически изотропной среды $\varphi(\vec{r}) = \exp(-r/a)$ был получен результат, аналогичный (20).

Альфеновская волна является низкочастотным возмущением, однако, изменяя в широких пределах масштаб корреляции a , можем рассмотреть асимптотику как длинных, так и коротких волн.

Асимптотике длинных волн соответствует $x^{(1)} \ll 1$; в таком случае согласно (19) имеем $q \ll 1$, а при решении уравнения (17) можно ограничиться первым приближением, полагая $M(x) \equiv M(q)$. Приняв $x \approx q$, получим с учетом замечания (20)

$$F_\tau = -\frac{1}{3} + \frac{11}{15}q^2 + i\frac{4}{3}q^3, \quad F_n = -\frac{1}{3} + \frac{8}{15}q^2 + i\frac{4}{3}q^3.$$

Тогда с учетом (16) и в силу вещественности величины $\langle \bar{\epsilon}' \rangle$ получаем

$$M^{(1)} = \langle \bar{\epsilon}' \rangle - \frac{1}{9}(\bar{A}_1 + 5\bar{A}_2) + \frac{1}{90}(22\bar{A}_1 + 101\bar{A}_2)q^2,$$

$$M^{(2)} = \frac{4}{9}(\bar{A}_1 + 5\bar{A}_2)q^3.$$

Определим фазовую скорость

$$v_* = c \frac{k_0}{k^{(1)}} = v_c \frac{q}{x^{(1)}}, \quad v_c = cc_c^{-1/2}, \quad (21)$$

тогда для безразмерной фазовой скорости \bar{v}_* получим

$$\begin{aligned} \bar{v}_* = \frac{v_*}{v_c} = \frac{q}{x^{(1)}} &\approx \left(1 + \frac{1}{2}M^{(1)}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{1}{2}\langle \bar{\epsilon}' \rangle\right)^{-1} \\ &\times \left(1 + \frac{\bar{A}_1 + 5\bar{A}_2}{9 + 4,5\langle \bar{\epsilon}' \rangle} - \frac{22\bar{A}_1 + 101\bar{A}_2}{90 + 45\langle \bar{\epsilon}' \rangle} q^2\right). \end{aligned}$$

Найдем теперь выражение для групповой скорости:

$$c_* = (dk^{(1)}/d\omega)^{-1}, \quad (22)$$

$$\bar{c}_* = \frac{c_*}{v_c} = \left(\frac{dx^{(1)}}{dq}\right)^{-1} \approx \left[1 + \frac{1}{2}\left(1 + q \frac{d}{dq}\right)M^{(1)}\right]^{-1}.$$

Соотношение (22) с учетом (21) можно переписать в виде

$$\bar{c}_* \approx \bar{v}_* - q^2 \frac{dM^{(1)}}{dq^2} = \bar{v}_* - \frac{1}{90}(22\bar{A}_1 + 101\bar{A}_2)q^2.$$

Определим безразмерный показатель рассеяния:

$$\bar{\gamma} = \gamma a = 2\text{Im}x = 2x^{(2)} = qM^{(2)}\left(1 - \frac{1}{2}M^{(1)}\right) \approx \frac{4}{9}(\bar{A}_1 + 5\bar{A}_2)q^4. \quad (23)$$

В случае $x^{(1)} \gg 1$ имеем асимптотику коротких волн; с учетом (19) получаем $q \gg 1$. В этом случае справедливо

$$F_T = q^2/(1 + q\mu - 2iq), \quad F_n = -1, \quad \mu = qM. \quad (24)$$

Из соотношений (16) и (24) получаем уравнение

$$\mu^2 - 2\mu(i - R_+) - (Aq^2 - B + 2iqB - 2i\langle \bar{\epsilon}' \rangle q + \langle \bar{\epsilon}' \rangle) = 0, \quad (25)$$

где обозначено

$$A = \frac{1}{6}(2\bar{A}_1 + 7\bar{A}_2), \quad B = \frac{1}{2}\bar{A}_2, \quad R_{\pm} = \frac{1 \pm Bq^2 \pm \langle \bar{\epsilon}' \rangle q^2}{2q}.$$

Решение уравнения (25) имеет вид

$$\mu_{\pm} = i - R_{\pm} \pm Y, \quad Y^2 = (i - R_{\pm})^2 + Aq^2. \quad (26)$$

Представляя μ_{\pm} в виде $\mu_{\pm}^{(1)} + i\mu_{\pm}^{(2)}$, для суммы корней запишем

$$\mu_{+} + \mu_{-} = 2(i - R_{+}), \quad \mu_{+}^{(2)} + \mu_{-}^{(1)} = -2R_{+},$$

$$\bar{\gamma}_{+} + \bar{\gamma}_{-} \approx \mu_{+}^{(2)} + \mu_{-}^{(2)} = 2.$$

Поскольку существенным является решение с наименьшим $\bar{\gamma}$ (ниже оно будет свободно от индекса "+" или "-"), равенство $\bar{\gamma}_{+} + \bar{\gamma}_{-} \approx 2$ позволяет найти максимальное значение показателя рассеяния для этого решения. Легко видеть, что предельное значение $\bar{\gamma}$ равно единице. Соотношение $\mu_{+}^{(1)} + \mu_{-}^{(1)} = -2R_{+}$ оказывается полезным при нахождении предельного значения $x^{(1)}$. Исследуем две асимптотики решения:

$$\bar{q} \approx qA^{1/2} \ll |i - R_{+}|, \quad (27)$$

$$\bar{q} \gg |i - R_{+}|, \quad (28)$$

где $q \gg 1$. С учетом вида R_{\pm} неравенства (27), (28) переходят в более простые: $\bar{q} \ll 1$, $\bar{q} \gg 1$.

В случае асимптотики (27) из соотношения (26) имеем

$$\mu = q \left(\frac{1}{4}A - B + \langle \bar{\epsilon}' \rangle \right) + \frac{i}{2}Aq^2.$$

Отсюда получаем характеристики

$$x^{(1)} = q \left[1 + \frac{1}{48}(2\bar{A}_1 - 5\bar{A}_2 + 24\langle \bar{\epsilon}' \rangle) \right], \quad (29)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2} \bar{q}^2, \quad \bar{v}_{\pm} \approx \bar{c}_{\pm} = 1 - \frac{1}{48}(2\bar{A}_1 - 5\bar{A}_2 + 24\langle \bar{\epsilon}' \rangle).$$

В случае асимптотики (28) получаем

$$x^{(1)} = q \left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{A} \right), \quad \bar{\gamma} \approx \bar{v}_{\pm} \approx \bar{c}_{\pm} = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{A}. \quad (30)$$

Таким образом, выражения (22) - (24), (30) и (31) описывают безразмерные фазовую и групповую скорости и показатель рассеяния для длинноволновой и коротковолновых асимптотик в случае статистически изотропной среды - газоразрядной плазмы.

Полученные соотношения применимы также для описания распространения альфвеновских волн в металлах.

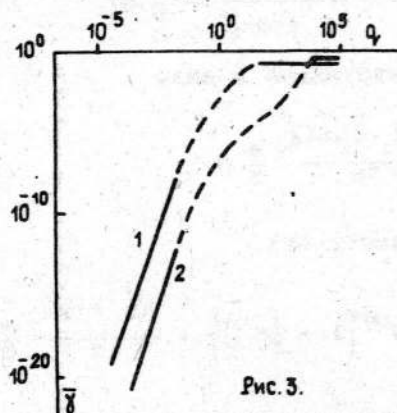


Рис. 3.

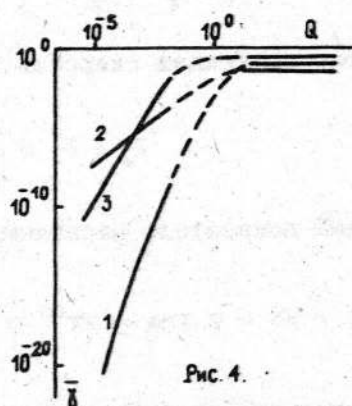


Рис. 4.

На рис. 3 представлены асимптотики $\bar{\gamma}$ (23), (29) и (30) для $D = 10^{-5}$ (случай 1) и 10^{-9} (случай 2). Пунктиром показаны участки кривых $\bar{\gamma}(q)$, не попадающие в пределы рассмотренных асимптотик. Для численных расчетов использованы данные [5].

5. Случай жидких кристаллов. Жидкокристаллические вещества, относящиеся к нематикам, погруженные во внешнее однородное магнитное поле \vec{B}_0 , представляют собой статистически анизотропные среды, причем $b \gg a$ [2]. В этом случае структура соотношений (14) и (15), которые определяют тензор F , остается неизменной. Однако параметры β и f_l ($l = 1, 2, 3$) теперь имеют вид

$$f_1 = \frac{q^2}{x(x+1)}, \quad f_2 = \frac{3iq}{x+1}, \quad f_3 = \frac{x}{x+1}, \quad \beta = \frac{1-iQ}{x}. \quad (31)$$

Асимптотике длинных волн соответствует $x^{(1)} \ll 1$. Согласно (19) имеем $Q \ll 1$. Ограничимся первым приближением, полагая $m(k_*) \equiv m(k_c)$ и учитывая (31), получим

$$F_T = \frac{\alpha}{B} \left(\frac{i}{2} - \frac{7}{3}Q + 2iQ^2 \right), \quad F_n = \frac{\alpha}{B} \left(\frac{i}{3} + \frac{62}{9}Q - \frac{5}{3}iQ^2 \right).$$

Тогда в силу вещественности $\langle \bar{\epsilon}' \rangle$ и из (16) имеем

$$M^{(1)} = \langle \bar{\epsilon}' \rangle + \left(\frac{13\bar{A}_2}{18\bar{A}_1} - \frac{7}{9} \right) \frac{\alpha}{B} Q.$$

$$M^{(2)} = \left(\frac{2\bar{A}_1 + 9\bar{A}_2}{12} + \frac{4\bar{A}_1 + 9\bar{A}_2}{6} Q^2 \right) \frac{\alpha}{B}.$$

Согласно определению (21) для безразмерной фазовой скорости получим

$$\bar{v}_* \approx \left(1 + \frac{1}{2} \langle \bar{c}' \rangle\right)^{-1} \left(1 + \frac{13\bar{\lambda}_2 - 14\bar{\lambda}_1}{18 + 9 \langle \bar{c}' \rangle} \frac{a}{B} Q\right). \quad (32)$$

Безразмерная групповая скорость представима в виде

$$\bar{c}_* \approx \bar{v}_* - \frac{13\bar{\lambda}_2 - 14\bar{\lambda}_1}{36} \frac{a}{B} Q. \quad (33)$$

Безразмерный показатель рассеяния имеет вид

$$\bar{\gamma} \equiv \gamma b = 2 \operatorname{Im} X = 2X^{(2)} = QM^{(2)} \left(1 - \frac{1}{2} M^{(1)}\right) \approx \frac{2\bar{\lambda}_1 + 9\bar{\lambda}_2}{12} \frac{a}{B} Q. \quad (34)$$

Для описания погруженного во внешнее однородное магнитное поле смектика также следует иметь в виду, что рассматриваемая жидкокристаллическая среда является статистически анизотропной. Однако если в случае нематика анизотропность среды представима в форме цилиндрических поверхностей масштабов корреляций (условие $b \gg a$), то для смектика - совершенно иная картина: структура неоднородностей и их ориентация полем \vec{B}_0 такова [2], что эти среды могут быть описаны при помощи дисковых поверхностей масштабов корреляций, причем магнитное поле \vec{B}_0 нормально к поверхности дисков [2], что выражается условием $b \ll a$. В этом случае структура соотношений (14) и (15), определяющих тензор F , не претерпевает изменений, а параметры ψ , β и f_l ($l = 1, 2, 3$) имеют вид

$$\psi = i \frac{a}{B}, \quad f_1 = \frac{q^2}{x(x + \psi)}, \quad f_2 = \frac{3iq}{x + \psi}, \quad f_3 = \frac{x}{x + \psi}, \quad \beta = \frac{1 - iQ}{x}. \quad (35)$$

Асимптотике длинных волн соответствует $x^{(1)} \ll 1$, и согласно (19) имеем $q \ll 1$. Полагая $M(k_*) \equiv M(k_c)$, ограничимся первым приближением и, приняв $k_* \approx k_c$, с учетом замечания (35) будем иметь

$$F_\tau = \frac{1}{2} + \frac{7}{3} iQ + 2Q^2, \quad F_n = \frac{1}{3} - \frac{62}{9} iQ - \frac{5}{3} Q^2.$$

Учитывая соотношение (16), получим

$$M^{(1)} = \langle \bar{c}' \rangle + \frac{2\bar{\lambda}_1 + 9\bar{\lambda}_2}{12} + \frac{4\bar{\lambda}_1 + 9\bar{\lambda}_2}{6} Q^2, \quad M^{(2)} = \frac{14\bar{\lambda}_1 - 13\bar{\lambda}_2}{18} Q.$$

Согласно дававшимся выше определениям для безразмерных фазовой, групповой скоростей и показателя рассеяния получим соответственно

$$\bar{v}_* \approx \left(1 + \frac{1}{2} \langle \bar{c} \tau \rangle\right)^{-1} \left(1 + \frac{2\bar{A}_1 + 9\bar{A}_2}{12 + 6\langle \bar{c} \tau \rangle} + \frac{4\bar{A}_1 + 9\bar{A}_2}{6 + 3\langle \bar{c} \tau \rangle} Q^2\right). \quad (36)$$

$$\bar{c}_* \approx \bar{v}_* - \frac{4\bar{A}_1 + 9\bar{A}_2}{12} Q^2. \quad (37)$$

$$\bar{\gamma} \approx \gamma b \approx \frac{14\bar{A}_1 - 13\bar{A}_2}{18} Q^2. \quad (38)$$

Для высоких частот остается открытым вопрос о возможности генерации квантовых осцилляций в жидкокристаллических средах. Поэтому случай коротковолновой асимптотики подробно рассмотрен не будет. Заметим, однако, что расчет для коротковолновых асимптотик как в случае нематика (условие $x^{(1)} \gg 1$), так и для смектика (условия $x^{(1)} \gg |\psi|$ и $x^{(1)} \gg 1$) приводит к аналогичному результату для тензора F :

$$F_{\tau} = Q^2(1 + Q\zeta - 2iQ)^{-1}, \quad F_n = -1, \quad \zeta = QM.$$

А выражения для безразмерных показателя рассеяния, фазовой и групповой скоростей оказываются аналогичными случаю газоразрядной плазмы:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2} \bar{Q}^2, \quad \bar{v}_* \approx \bar{c}_* = 1 - \frac{1}{48}(2\bar{A}_1 - 5\bar{A}_2 + 24\langle \bar{c} \tau \rangle) \quad \text{при } \bar{Q} \ll 1. \quad (39)$$

$$\bar{\gamma} \approx \bar{v}_* \approx \bar{c}_* = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{\bar{A}} \quad \text{при } \bar{Q} \gg 1. \quad (40)$$

На рис. 4 приведены асимптотические зависимости безразмерного показателя рассеяния $\bar{\gamma}$ в случаях газоразрядной плазмы, нематиков ($a/b = 0, 1$) и смектиков (кривые 1, 2, 3 соответственно) от безразмерного волнового числа Q , параметр $D = 10^{-5}$. Пунктиром показаны участки асимптотик, которые не попадают в рассмотренные выше пределы для Q .

Таким образом, выражения (21) - (23), (20), (30) для случая газоразрядной плазмы и выражения (32) - (34), (36) - (40) для жидкокристаллических сред описывают безразмерные фазовую скорость, групповую скорость и показатель рассеяния альфвеновской волны для случая длинноволновой и двух коротковолновых асимптотик. Условием применимости этих выражений с учетом (18) и данных [7] является $D \leq 10^{-4}$, где D - безразмерная дисперсия случайного поля $\bar{N}(\vec{r})$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физический энциклопедический словарь. - М.: Сов. энциклопедия, 1983. - 928 с.
2. Жидкие кристаллы/Под ред. Л. Г. Асламазова. - М.: Наука, 1982. - 208 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. 7. Теория упругости. - М.: Наука, 1987. - 248 с.
4. Броудай И., Мерей Дж. Физические основы микротехнологии: Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. - 496 с.
5. Чен Ф. Введение в физику плазмы: Пер. с англ. - М.: Мир, 1987. - 398 с.
6. Фокин А. Г., Шермергор Т. Д. //Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 176.
7. Ахматов В. В., Фокин А. Г. Рассеяние альфвеновских волн в неоднородной плазме/Теоретические основы функциональной электроники: Сб. науч. трудов. - М.: МИЭТ, 1990. С. 149.

Московский институт электронной
техники

Поступила в редакцию
31 октября 1990 г.

ALFVEN WAVE SCATTERING IN INHOMOGENEOUS MEDIA

V. V. Akhmatov, A. G. Fokin

The problem of Alfvén wave scattering by inhomogeneities of the dielectric permittivity tensor $\epsilon(\vec{r})$ is considered. The scattering index γ , phase velocity v_p , and group velocity c_g , are calculated in all the range of wavelengths. Asymptotic expressions for γ , v_p , and c_g are obtained in the long (as compared to sizes of scatterers), short and ultrashort wavelength ranges. In the latter case the results can be obtained only when taking into account the spatial dispersion.