

УДК 621.371.162

**МАТРИЦА УДЕЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА
МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В КВ ДИАПАЗОНЕ**

В. А. Светличный

На основе модифицированного метода малых возмущений получены аналитические выражения для матрицы удельного сечения рассеяния (УСР) второго порядка морской поверхности в КВ диапазоне для произвольной геометрии рассеяния. Рассмотрен вопрос об устранении сингулярности матрицы УСР в пределе идеально проводящей статистически неровной поверхности. Проведено численное исследование рассеивающих свойств морской поверхности.

Задача о рассеянии электромагнитных волн на хорошо проводящей статистически неровной поверхности с малыми и пологими неровностями актуальна, например, в связи с развитием методов дистанционного контроля морского волнения в КВ диапазоне [1]. Созданная к настоящему времени теория содержит полное поляризационное описание рассеяния для произвольной двухпозиционной геометрии в первом порядке метода малых возмущений [2 - 4], тогда как характеристики рассеяния второго порядка теоретически изучались лишь в частном случае обратного рассеяния вертикально поляризованного поля при скользящем распространении [4 - 6]. Поскольку в последнее время для решения задач радиоокеанографии все большее применение находят КВ локаторы, работающие с ионосферной волной [7], необходимо иметь полное поляризационное описание рассеяния также и во втором порядке теории возмущений, так как в процессе распространения зондирующих сигналов в ионосфере происходит изменение их поляризации. Интерес к характеристикам рассеяния второго порядка объясняется тем, что их измерение дает важную информацию о состоянии морской поверхности (МП) [1]. Кроме того, имеющиеся формулы для УСР второго порядка [4 - 6] дают бесконечно большое значение сечения рассеяния в пределе идеально проводящей поверхности, вследствие чего необходимо дополнительное теоретическое рассмотрение с целью устранения этой расходимости.

Цель данной работы состоит в получении и исследовании аналитических выражений для матрицы УСР МП второго порядка в общем случае бистатической геометрии рассеяния. Выбор общей геометрии связан, в частности, с тем, что при зондировании МП пространственной волной углы скольжения отличны от нулевых, хотя и невелики. Возможна многолучевость, при которой углы скольжения падающего и рассеянного поля различны. Исследование характеристик рассеяния для азимутальных углов, различных от 180° , может быть полезным в интересах создания многопозиционных систем дистанционного контроля МП.

Процедура нахождения рассеянного поля в рамках модифицированного метода малых возмущений известна [2], поэтому здесь кратко излагаются только наиболее важные моменты, связанные с конкретной ее реализацией. В работе применяется аппарат тензорных функций Грина (ТФГ) для электромагнитного поля (ЭМП) над статистически неровной поверхностью, что заметно упрощает получение искомых формул для УСР и позволяет применить метод диаграмм Фейнмана для выборочного суммирования членов ряда возмущений с учетом деполяризации поля при рассеянии с целью устранения отмеченной выше расходности УСР второго порядка.

В работе используется гауссова система единиц и декартова система координат, ось z которой направлена вертикально вверх. Обозначения, кроме особо оговоренных, соответствуют [2]; тензорные величины, в том числе диада, обозначаются крышей над символом. Линейная часть функции $z = \zeta(\vec{r}, t)$, описывающей рельеф МП, считается однородным стационарным случайным гауссовым полем с нулевым средним. Зависимость ЭМП от времени — гармоническая ($e^{-i\omega t}$).

Рассмотрим электрические поля $\vec{E}_i(\vec{R}, \vec{R}_0) = \hat{G}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)\vec{e}_i$ ($i = 1, 2, 3$), возбуждаемые точечными электрическими диполями с единичной амплитудой плотности тока, которые расположены в точке \vec{R}_0 в свободном пространстве над статистически неровной импедансной поверхностью и ориентированы вдоль ортов \vec{e}_i декартовой системы координат. С помощью векторного аналога формулы Грина [8], записанного для указанных и некоторых вспомогательных полей $\vec{F}_j(\vec{r}', R_0)$ применительно к полупространству $z \geq 0$, в результате несложных преобразований сведем краевую задачу о нахождении ЭМП к интегральному уравнению для ТФГ ЭМП:

$$\begin{aligned} \hat{G}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0) &= \hat{G}_0(\vec{R}, \vec{R}_0) + \frac{1}{4\pi} \int d\vec{r}' \hat{G}(\vec{R}, \vec{r}') \left\{ \hat{g}^{(0)}(\vec{r}', \vec{R}_0) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\eta}{ik_0} [\vec{e}_z \times \text{rot}' \hat{g}^{(0)}(\vec{r}', \vec{R}_0)] \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\hat{G}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)$ и $\hat{G}_0(\vec{R}, \vec{R}_0)$ - соответственно ТФГ ЭМП над случайной и плоской границей раздела с заданным импедансом η , ТФГ $\hat{G}(\vec{R}, \vec{r}')$ описывает поле поверхностных токов, распределенных по плоскости $z = 0$. Формулы для $\hat{G}_0(\vec{R}, \vec{R}_0)$ и $\hat{G}(\vec{R}, \vec{r}')$ получаются в результате решения краевых задач для вспомогательных полей $F_1(\vec{R}', \vec{R})$, удовлетворяющих тем же уравнениям, что и искомое поле, и импедансным граничным условиям на плоскости $z = 0$. Применяя метод разложения по плоским волнам, получаем интегральные представления для этих ТФГ:

$$\begin{aligned}\hat{G}_0(\vec{R}, \vec{R}_0) = & -\frac{1}{2\pi\omega} \int \frac{d\vec{\alpha}}{\beta} e^{\frac{i\vec{\alpha}(\vec{r}-\vec{r}_0)}{\beta}} \left\{ [\vec{\alpha}^\wedge \vec{\alpha} e^{\frac{i\beta|z-z_0|}{\beta}} - V_B(\vec{\alpha}) \vec{\alpha}^\wedge \vec{\alpha} e^{\frac{i\beta(z+z_0)}{\beta}}] + \right. \\ & \left. + [e^{\frac{i\beta|z-z_0|}{\beta}} + V_\Gamma(\vec{\alpha}) e^{\frac{i\beta(z+z_0)}{\beta}}] k_0^2 \vec{e}_y^\wedge \vec{e}_y \right\}, \quad (2)\end{aligned}$$

$$\hat{G}(\vec{R}, \vec{r}') = \frac{1}{\pi} \int d\vec{\alpha} e^{\frac{i\vec{\alpha}(\vec{r}-\vec{r}')}{\beta} + i\beta z} \left[\frac{k_0 \vec{I}_1}{k_0 + \eta\beta} - \frac{1}{\beta + \eta k_0} \left(\vec{e}_z^\wedge \vec{\alpha} + \frac{\eta \vec{\alpha}^\wedge \vec{\alpha}}{k_0 + \eta\beta} \right) \right]. \quad (3)$$

$$\beta = \sqrt{k_0^2 - \vec{\alpha}^2}, \quad \text{Im}\beta \geq 0, \quad \vec{\alpha} = \beta \vec{e}_x - z \text{sgn}(z - z_0) \vec{e}_z, \quad \vec{\alpha}_+ = \beta \vec{e}_x + z \vec{e}_z.$$

$$k_0 = \omega/c, \quad \vec{e}_x = \vec{\alpha}/\alpha, \quad \vec{I}_1 = \vec{I} - \vec{e}_z^\wedge \vec{e}_z, \quad V_B(\vec{\alpha}) = (\beta - \eta k_0)/(\beta + \eta k_0).$$

$V_\Gamma(\vec{\alpha}) = -(k_0 - \eta\beta)/(k_0 + \eta\beta)$ - коэффициенты отражения плоских волн от импедансной поверхности $z = 0$. Индексы "B", "Г", означают вертикальную и горизонтальную поляризацию поля.

Интегральное уравнение (1) незамкнуто в том смысле, что оно пока никак не связано с электрическими свойствами и рельефом статистически неровной поверхности. Для замыкания уравнения используются импедансные граничные условия для поля на истинной поверхности:

$$\left\{ [\vec{N} \times \hat{G}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)] - \frac{\eta}{ik_0} [\vec{N} \times [\vec{N} \times \text{rot} \hat{G}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)]] \right\}_{z=\zeta(\vec{r}, t)} = 0, \quad (4a)$$

$$\vec{N} = [\vec{e}_z - \nabla_\perp \zeta(\vec{r}, t)] / \sqrt{1 + (\nabla_\perp \zeta)^2}.$$

которые переносятся на плоскость $z = 0$ путем разложения в ряд по степеням $\zeta(\vec{r}, t)$ с последующим переразложением по степеням линейной части $\zeta^{(1)}(\vec{r}, t)$ функции высот МП. Поле высот МП является решением

системы нелинейных уравнений поверхностных гравитационных волн [9] и само ищется в виде ряда $\zeta(\vec{r}, t) = \zeta^{(1)}(\vec{r}, t) + \zeta^{(2)}(\vec{r}, t) + \dots$. При этом $\zeta^{(1)}(\vec{r}, t)$ - решение линеаризованной системы уравнений, а остальные члены - нелинейные поправки к нему, функционально зависящие от $\zeta^{(1)}(\vec{r}, t)$. Нелинейные поправки второго порядка получены в работе [10]. Выполняя разложение в ряд, получаем из (3)

$$\hat{I}_1 \left\{ \hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{r}, \vec{R}_0) - \frac{\eta}{ik_0} [\vec{e}_z \times \text{rot} \hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{r}, \vec{R}_0)] \right\} = \\ = - [\hat{U}_1(\vec{r}, t) + \hat{U}_2(\vec{r}, t) + \dots] \hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{r}, \vec{R}_0), \quad (46)$$

где

$$\hat{U}_1(\vec{r}, t) = \hat{U}_0(\vec{r}, z) \zeta^{(1)}(\vec{r}, t) |_{z=0}. \quad (5)$$

$$\hat{U}_2(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{U}_0(\vec{r}, z) \zeta^{(1)}(\vec{r}, t) \frac{\partial}{\partial z} \dots |_{z=0} + \hat{U}_0(\vec{r}, z) \zeta^{(2)}(\vec{r}, t) \dots |_{z=0}.$$

$$\hat{U}_0(\vec{r}, z) = \hat{I}_1 \frac{\partial}{\partial z} + \hat{\nabla}_1 \vec{e}_z.$$

Точка над знаком градиента в (5) означает, что эта операция применяется только к $\zeta^{(1)}, \zeta^{(2)}(\vec{r}, t)$; "немая" переменная z , по которой производится подстановка $z = 0$, явно не выписывается в числе аргументов операторов возмущения $\hat{U}_{1,2}(\vec{r}, t)$. Соотношение (46) замыкает уравнение (1), поскольку тензор (3) ортогонален справа к \vec{e}_z .

Далее искомая ТФГ представляется в виде $\hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0) = <\hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)> + \hat{\mathbf{g}}^{(1)}(\vec{R}, \vec{R}_0) + \hat{\mathbf{g}}^{(2)}(\vec{R}, \vec{R}_0) + \dots$ и в соответствии с известной процедурой [2] вычисляются ТФГ $<\hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)>$ среднего ЭМП и полей рассеяния первого и второго порядка. ТФГ среднего поля может быть найдена и с помощью диаграммной техники как решение уравнения Дайсона, в котором массовый оператор заменен первым членом ряда для него. Полученная при этом формула для $<\hat{\mathbf{g}}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0)>$ близка к (2); отличие состоит в том, что в первой квадратной скобке подынтегрального выражения имеется дополнительное слагаемое -

$$V_{BG}(\vec{z}) k_0^{\alpha} \vec{e}_y e^{i\beta(z+z_0)}, \quad \text{а во второй} - V_{GR}(\vec{z}) k_0^{\alpha} \vec{e}_y e^{i\beta(z+z_0)}$$

величины $V_B(\vec{z})$, $V_R(\vec{z})$ заменены на $V_{BB}(\vec{z})$, $V_{RR}(\vec{z})$. Формулы для элементов матричного коэффициента отражения $\hat{U}(\vec{z})$ плоских волн среднего поля совпадают с приведенными в [12] с точностью до величин

порядка $O(\sigma^2)$ ($\sigma = \sqrt{\langle [\zeta^{(1)}(\vec{r}, t)]^2 \rangle}$). Для полей рассеяния получаем такие формулы:

$$\hat{g}^{(1)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) = -\frac{1}{4\pi} \int d\vec{r}_1 \hat{G}(\vec{R}, \vec{r}_1) \hat{U}_1(\vec{r}_1, t) \langle \hat{g}^{(0)}(\vec{r}_1, \vec{R}_0) \rangle, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}^{(2)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) &= \frac{1}{(4\pi)^2} \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \hat{G}(\vec{R}, \vec{r}_1) [\langle \hat{U}_1(\vec{r}_1, t) \hat{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \hat{U}_1(\vec{r}_2, t) \rangle - \\ &- \hat{U}_1(\vec{r}_1, t) \hat{G}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \hat{U}_1(\vec{r}_2, t)] \langle \hat{g}^{(0)}(\vec{r}_2, \vec{R}_0) \rangle - \end{aligned} \quad (7)$$

$$-\frac{1}{4\pi} \int d\vec{r}_1 \hat{G}(\vec{R}, \vec{r}_1) [\hat{U}_2(\vec{r}_1, t) - \langle \hat{U}_2(\vec{r}_1, t) \rangle] \langle \hat{g}^{(0)}(\vec{r}_1, \vec{R}_0) \rangle.$$

Вновь введенный временной аргумент у ТФГ полей рассеяния отражает наличие медленной зависимости от времени, связанной с колебаниями МП. Поскольку частоты морских волн много меньше частоты ЭМП, вывод предыдущих формул осуществлялся в квазистатическом приближении.

С помощью формул (6), (7) получаются аналитические выражения для элементов матриц УСР МП первого и второго порядка в зависимости от доплеровской частоты ω_D :

$$\sigma_{kl}^{(n)}(\omega_D) = \frac{4\pi W_k^{(p)}}{S_{\text{ЭФФ}} J_1^{(n)}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega_D \tau} J_{kl}^{(n)}(\tau), \quad k, l = B, G; \quad n = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

где

$$J_{kl}^{(n)}(\tau) = \langle \{\vec{e}_k^{(p)} \hat{g}^{(n)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t + \tau) \vec{e}_l^{(n)}\} \{\vec{e}_k^{(p)} \hat{g}^{(n)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) \vec{e}_l^{(n)}\}^* \rangle \quad (9)$$

- временной коррелятор рассеянного поля n -го порядка; $J_1^{(n)}$ - интенсивность среднего поля 1-й поляризации в месте рассеяния; $W_k^{(p)}$ - множитель ослабления интенсивности рассеянного поля k -й поляризации на трассе от рассеивающего участка до точки приема; $S_{\text{ЭФФ}}$ - эффективная площадь рассеивающего участка; $\vec{e}_l^{(n)}$ и $\vec{e}_k^{(p)}$ - орты поляризации падающего и рассеянного поля в дальней зоне. Предполагается, что рассеивающий участок МП находится в дальней зоне как по отношению к источнику поля, так и к точке приема. Поэтому при подстановке выражений (6) или (7) в (9) крайние ТФГ $G(\vec{R}, \vec{r}_1)$ и $\langle \hat{g}^{(0)}(\vec{r}_1, \vec{R}_0) \rangle$ в них заменяются асимптотическими разложениями,

соответственно, при $k_0 R \gg 1$ и $k_0 R_0 \gg 1$. Эти асимптотические разложения ТФГ получаются путем вычисления интегралов по \vec{z} в их представлении методом стационарной фазы. При этом в случае скользящего распространения поля учитывается наличие в подынтегральном выражении полюса, находящегося вблизи точки стационарности фазы. Для ТФГ (3) учет влияния полюса осуществляется по стандартной методике [12], тогда как в случае ТФГ $\langle \hat{g}^{(0)}(\vec{k}, \vec{k}_0) \rangle$ этот вопрос усложняется из-за анизотропии статистически неровной поверхности, приводящей к зависимости координат полюса от азимутального угла на плоскости (\vec{z}) [13].

Опуская промежуточные выкладки, приведем итоговые формулы для элементов матрицы УСР МП второго порядка:

$$\sigma_{kl}^{(2)}(\omega_0) = 16\pi k_0^6 N_{kl} \int d\vec{z} \sum_{s=\pm} \sum_{1,2} |\Gamma_{kl}^{(2)}(\vec{z}; s_1 s_2)|^2 F[s_1(\vec{k}_+ + \vec{z})] \times \\ \times F[s_2(\vec{k}_- - \vec{z})] \delta[\omega_0 - s_1 \Omega(|\vec{k}_+ + \vec{z}|) - s_2 \Omega(|\vec{k}_- - \vec{z}|)]. \quad (10)$$

В формуле (10) приняты следующие обозначения:

$$\Gamma_{kl}^{(2)}(\vec{z}; s_1 s_2) = \sum_{s=\pm} \vec{P}_k(\vec{k}_+ + s\vec{z}) \vec{Q}_l(\vec{k}_- - s\vec{z}) + \quad (11)$$

$$+ \cos\vartheta_{\Pi} \gamma_{kl}^{(2)}(\vartheta_{\Pi}, \vartheta_p, \Phi_p) - \gamma_{kl}^{(1)}(\vartheta_{\Pi}, \vartheta_p, \Phi_p) H(\vec{z}; s_1 s_2);$$

$$\vec{P}_k(\vec{z}) = [\beta_1(\beta_1 + \eta)\tilde{\vec{e}}_k^{(p)} - (\vec{z}\tilde{\vec{e}}_k^{(p)} + \eta\beta_1 k_{p\perp} \delta_{kB})](\vec{k}_{p\perp} - \vec{z})/k_0^2 \times \quad (12)$$

$$\times [(\beta_1 + \eta)(1 + \eta\beta_1)]^{-1};$$

$$\vec{Q}_B(\vec{z}) = \{(k_{B\perp}\vec{z} - k_{Bz}^2 \tilde{\vec{e}}_B^{(\Pi)})[1 + \nu_{BB}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi})] + k_{Bz} k_0 \tilde{\vec{e}}_r^{(\Pi)} \nu_{rB}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi})\}/k_0^2, \quad (13)$$

$$\vec{Q}_r(\vec{z}) = \{(k_{B\perp}\vec{z} - k_{Bz}^2 \tilde{\vec{e}}_B^{(\Pi)})\nu_{Br}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi}) - k_{Bz} k_0 \tilde{\vec{e}}_r^{(\Pi)}[1 - \nu_{rr}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi})]\}/k_0^2;$$

$$\gamma_{BB}^{(1), (2)}(\vartheta_{\Pi}, \vartheta_p, \Phi_p) = (\sin\vartheta_{\Pi} \sin\vartheta_p - \cos\Phi_p)[1 \pm \nu_{BB}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi})] \pm \\ \pm \cos\vartheta_{\Pi} \sin\Phi_p \nu_{rB}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi}),$$

$$\gamma_{Br}^{(1), (2)}(\vartheta_{\Pi}, \vartheta_p, \Phi_p) = \pm (\sin\vartheta_{\Pi} \sin\vartheta_p - \cos\Phi_p)\nu_{Br}(\vartheta_{\Pi}, \Phi_{\Pi}) -$$

$$= \cos\vartheta_n \sin\Phi_p [1 + v_{rr}(\vartheta_n, \Phi_n)],$$

(14)

$$v_{rB}^{(1), (2)}(\vartheta_n, \vartheta_p, \Phi_p) = \sin\Phi_p [1 + v_{BB}(\vartheta_n, \Phi_n)] + \cos\vartheta_n \cos\Phi_p v_{rB}(\vartheta_n, \Phi_n),$$

$$v_{rr}^{(1), (2)}(\vartheta_n, \vartheta_p, \Phi_p) = \pm \sin\Phi_p v_{rr}(\vartheta_n, \Phi_n) - \cos\vartheta_n \cos\Phi_p (1 + v_{rr}(\vartheta_n, \Phi_n));$$

$$v_{kl}(\vartheta_n, \Phi_n) = s_1 \delta_{kl} + \sqrt{\frac{k_0[(\vec{r} - \vec{r}_0)^2 + z^2]^{1/2}}{2\pi \sin\vartheta_n}} \times$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi}{4} - i\Phi_n} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\Phi e^{im\Phi} \int_{-\pi/2+1\omega}^{\pi/2-1\omega} d\vartheta \sqrt{\sin\vartheta} \times \quad (15)$$

$$\exp\left[-2ik_0\sqrt{(\vec{r} - \vec{r}_0)^2 + z^2} \sin^2 \frac{\vartheta - \vartheta_n}{2}\right] [v_{kl}(\vartheta, \Phi) - s_1 \delta_{kl}];$$

$$H(\vec{a}; s_1 s_2) = \frac{i}{k_0} \left[|\vec{k}_+ + \vec{a}| + |\vec{k}_- - \vec{a}| + \frac{|\vec{k}_+ + \vec{a}| |\vec{k}_- - \vec{a}| - (\vec{k}_+ + \vec{a}, \vec{k}_- - \vec{a})}{s_1 s_2 \Omega(|\vec{k}_+ + \vec{a}|) \Omega(|\vec{k}_- - \vec{a}|)} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\Omega^2(2k_- + \omega_0^2)}{\Omega^2(2k_+ - \omega_0^2)} \right]. \quad (16)$$

$$N_{\vec{a}} = \frac{1}{2} (\delta_{kB} + \cos^2 \vartheta_p \delta_{k\Gamma}) \left[|1 + v_{BB}(\vartheta_n, \Phi_n)|^{-2} \delta_{kB} + \frac{1}{4} \delta_{k\Gamma} \right], \quad \vec{k}_{n\perp} = k_0 \frac{\vec{r}_0}{R_0},$$

$$\vec{k}_{p\perp} = k_0 \frac{\vec{r}}{R}, \quad \vec{k}_\perp = \frac{\vec{k}_{p\perp} - \vec{k}_{n\perp}}{2}, \quad \beta_1 = \frac{1}{k_0} \sqrt{k_0^2 - |\vec{k}_{p\perp} - \vec{a}|^2},$$

$$\tilde{\vec{e}}_B^{(n)} = \vec{r}_0/r_0, \quad \tilde{\vec{e}}_B^{(p)} = \vec{r}/r, \quad \tilde{\vec{e}}_\Gamma^{(n)(p)} = [\vec{e}_z \times \tilde{\vec{e}}_B^{(n)(p)}], \quad s_B = 1, \quad s_\Gamma = -1,$$

ϑ_n, ϑ_p - углы падения первичного и рассеянного поля на МП; Φ_n, Φ_p - азимутальные углы распространения этих полей (последний из них отсчитывается от плоскости падения первичного поля), $\omega = \Omega(\vec{a})$ - дисперсионное соотношение для гравитационных волн на МП, $F(\vec{a})$ - несимметричный пространственный спектр морских волн [9], $v_{kl}(\vartheta, \Phi)$ -

элементы матричного коэффициента отражения плоской волны, выраженные через угловые переменные [13].

Строго говоря, все элементы матрицы $V(\vec{z})$ имеют один и тот же знаменатель $(\beta/k_0) + \eta_{xx}(\vec{z}) + (\beta/k_0)^2 \eta_{yy}(\vec{z}) + (\beta/k_0) \det \hat{\eta}(\vec{z})$. Поэтому асимптотика ТФГ среднего поля при скользящем распространении над анизотропной статистически неровной поверхностью описывается единой функцией ослабления, которая сокращается при вычислении УСР по формулам (10) - (16). Изменение асимптотического поведения поля горизонтальной поляризации при скользящем распространении обусловлено, разумеется, эффектами рассеяния поля с деполяризацией. Оно имеет порядок малости $O(\sigma^4)$ и требует для корректного описания учета членов до $O(\sigma^4)$ в граничном условии (4б). Поскольку мы ограничились величинами не выше второго порядка малости, при подстановке (11) - (16) в (10) следует опустить слагаемые с недиагональными компонентами матричной функции ослабления $\nu(\vartheta_p, \Phi_p)$ и положить $\nu_{gg}(\vartheta_p, \Phi_p) = V_{gg}(\vartheta_p, \Phi_p)$ (тогда как $\nu_{vv}(\vartheta_p, \Phi_p) = V_{vv}(\vartheta_p, \Phi_p)$ только при скользящем распространении). В этом случае при углах $\vartheta_p = 90^\circ$ функция ослабления $\nu_{vv}(\vartheta_p, \Phi_p)$, зависящая от дальности до рассеивающего участка, также сокращается при подстановке всех необходимых величин в (10).

Формула (10) обобщает известное выражение Баррика [4, 6] для УСР МП второго порядка на общий случай двухпозиционного рассеяния и различных поляризаций падающего и рассеянного поля и переходит в него в случае $\vartheta_p = \vartheta_p = 90^\circ$, $\Phi_p = 180^\circ$, $k = 1 = v$.

В пределе $\eta \rightarrow 0$ выражение (10) дает бесконечно большое значение УСР, поскольку подынтегральное выражение при этом содержит неинтегрируемую особенность ($P_k(\vec{z}) \sim 1/\beta_1$). Эта расходимость порождена одним из двух механизмов формирования рассеянного поля второго порядка - двукратным рассеянием электромагнитной волны на составляющих спектра морского волнения. Обращение знаменателя коэффициента связи $\Gamma_{kl}^{(2)}$ в нуль происходит в том случае, когда в результате первичного акта рассеяния образуется свободная (не захваченная) волна, распространяющаяся вдоль плоскости $z = 0^*$. Кроме того, расходимость связана и с принятыми приближениями при расчетах: при вычислении многократного интеграла по пространственным переменным в ходе получения (10) интегрирование производится по всей

* Наличие такой сингулярности отмечалось в работе [6], где она устранилась на феноменологическом уровне, без какого-либо математического обоснования путем добавления в знаменатель формулы Райсса [14] обычного либо эффективного импеданса статистически неровной поверхности.

плоскости $z = 0$ (за исключением одного интеграла, дающего площадь рассеивающего участка, которая затем сокращается при нормировке) и фронт падающего поля считается плоским. Эти обстоятельства приводят к тому, что суммарная интенсивность поля первичного рассеяния, испытывающего вторичное рассеяние на каком-либо выделенном участке МП, оказывается бесконечно большой. Конечные значения $\eta \neq 0$ приводят к потерям энергии первично-рассеянного поля на пути до вторичного рассеяния: на больших численных расстояниях оно убывает по закону $1/r^2$, а не $1/r$ - как при $\eta = 0$, и УСР становится конечным.

Вместе с тем ясно, что и для идеально проводящей статистически неровной поверхности УСР должно быть ограниченной величиной. Поскольку в КВ диапазоне импеданс МП мал ($|\eta| = 0,01$), вопрос об устранении расходимости заслуживает внимания. Один из подходов связан с учетом эффектов многократного рассеяния. Применим с этой целью метод диаграмм Фейнмана. Они строятся аналогично скалярной задаче рассеяния [2]. Отличие состоит в том, что сплошные линии и узлы являются тензорными величинами, в связи с чем производится свертка соседних тензоров по индексам и в диаграммах фигурируют два вида сплошных линий, соответствующих ТФГ $\hat{G}_0(\vec{R}, \vec{R}_0)$ и $\hat{G}(\vec{R}, \vec{R}')$. Поскольку коррелятор (9) очевидным образом связан с корреляционным тензором четвертого ранга $\langle \delta \hat{g}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) \circ \delta \hat{g}^{(0)*}(\vec{R}_0, \vec{R}'; t') \rangle$, $\delta \hat{g}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) = \hat{g}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0; t) - \langle \hat{g}^{(0)}(\vec{R}, \vec{R}_0) \rangle$, то обратимся к решению уравнения Бете - Солпитера для этого тензора в виде ряда диаграмм. При этом, так как расходимость связана с электромагнитной частью коэффициента связи $\Gamma_{k1}^{(2)}$, при построении диаграмм достаточно учитывать в (46) лишь линейный оператор возмущения. Формула (10) соответствует учету следующих диаграмм в решении уравнения Бете - Солпитера:



где $\overline{} = \hat{G}$; $\overline{\bullet_B} = \langle \hat{g}_B^{(0)} \rangle$; $\circ = -\frac{1}{4\pi} \hat{U}_0$; $\overline{} = \langle \zeta^{(1)}(\vec{r}, t) \zeta^{(1)*}(\vec{r}', t') \rangle$. Видно, что (17) соответствует выборочно просуммированному ряду, а не отдельным его членам, в результате чего линия $\hat{G}_0 = \overline{\bullet}$ заменилась на $\overline{\bullet_B}$. Дальнейшее выборочное суммирование ряда можно выполнить, например, так, чтобы средние линии \hat{G} в диаграммах (17) заменились на $\langle \hat{g}_B \rangle = \overline{\bullet_B}$. Последние являются решением уравнения Дайсона

$$\overline{} = \overline{} + \overline{\text{loop}} \quad (18)$$

с тем же массовым оператором, что и в уравнении Дайсона для $\langle \tilde{G}^{(1)}(\vec{R}, \vec{r}) \rangle$, в приближении Бурре. С точностью до $O(\sigma^2)$ замена линий \hat{G} на $\langle \hat{G}_B \rangle$ сводится в основном к перенормировке импеданса в знаменателе формулы (3). Действительно, решение уравнения (18), в силу трансляционной инвариантности по горизонтальным координатам, находится в замкнутом виде с помощью преобразования Фурье:

$$\langle \tilde{G}(\vec{x}; z) \rangle = G(\vec{x}; z) [I_1 - (2\pi)^4 \tilde{H}(\vec{x}; z') \tilde{G}(\vec{x}; z')]_{z'=0}^{-1} \quad (19)$$

(тильда означает образ Фурье соответствующей величины). С принятой точностью можно положить приближенно

$$[I_1 - (2\pi)^4 \tilde{H} \tilde{G}]^{-1} = \frac{[I_1 - (2\pi)^4 \tilde{H} \tilde{G}]^T}{\det[I_1 - (2\pi)^4 \tilde{H} \tilde{G}]} \approx \frac{I_1}{1 - \text{tr}[(2\pi)^4 \tilde{H} \tilde{G}]} \quad (20)$$

Заменяя далее массовый оператор \hat{M} первым членом ряда для него и пользуясь инвариантностью следа матрицы, получаем

$$\begin{aligned} \text{tr}[(2\pi)^4 \tilde{H} \tilde{G}] = & - \frac{1}{2(\beta + \eta k_0)(k_0 + \eta \beta)} \int d\vec{x}' \frac{F(\vec{x} - \vec{x}') + F(\vec{x}' - \vec{x})}{(\beta' + \eta k_0)(k_0 + \eta \beta')} \times \\ & (\beta \beta')^2 + [k_0^2 - (\vec{x}, \vec{x}')]^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Если теперь обратиться к интегральному представлению (3) для $\hat{G}(\vec{R}, \vec{r}')$, то нетрудно видеть с учетом (19) – (21), что $\langle \hat{G}_B(\vec{R}, \vec{r}') \rangle$ получается из (3) заменой величины η на $\eta_{xx}(\vec{x}) + (\beta/k_0)^2 \eta_{yy}(\vec{x})$ в знаменателе подынтегрального выражения. Именно эта величина входит в знаменатель матричного коэффициента отражения плоских волн среднего поля (с точностью до $O(\sigma^2)$). Поскольку эффективный импеданс статистически неровной поверхности отличен от нуля и при $\eta = 0$, данная процедура выборочного суммирования ряда возмущений устраняет расходимость УСР. Аналогичная замена крайних линий \hat{G} на $\langle \hat{G}_B \rangle$ в (17) позволяет учсть дополнительные потери при распространении рассеянного поля до точки приема, обусловленные эффектами многократного рассеяния. Эти потери были учтены в работе [13] другим методом.

Физическая трактовка расходимости подсказывает, что она должна сниматься и при последовательном учете ограниченности элемента разрешения локатора, связанной с фактором диаграммы направленности и

импульсным режимом работы, и кривизны фронта падающего поля. Расчеты, подобные выполненным в [5], подтверждают это: интеграл в (10) при учете упомянутых факторов заменяется интегралом большей кратности с некоторой весовой функцией, причем особенности сомножителей, соответствующих функциям $\Gamma_{k1}^{(2)}(\vec{x}; s_1 s_2)$ и $\Gamma_{k1}^{(2)*}(\vec{x}; s_1 s_2)$, теперь сдвинуты друг относительно друга, вследствие чего интеграл конечен*. Расчетные формулы для УСР становятся еще более громоздкими и здесь не приводятся. Отметим только, что учет названных факторов не позволяет объяснить наблюдаемое в экспериментах уширение брегговских пиков: для локаторов с достаточно протяженной апертурой антенны расчетная ширина пиков гораздо меньше наблюдаемой даже при отсутствии искажений, вносимых ионосферой.

На основе полученных формул (10) - (16) была создана программа для ЭВМ, позволяющая рассчитывать матрицу УСР МП в зависимости от доплеровской частоты и полные УСР первого и второго порядка для различных моделей спектра морского волнения [16] и геометрии рассеяния. Характеристики рассеяния МП являются функциями многих параметров: длины радиоволны, углов, характеризующих геометрию рассеяния, а также зависят от поляризации полей и вида спектра морских волн. Ограниченный объем статьи не позволяет охватить все эти зависимости. Поэтому остановимся на частном случае обратного рассеяния при небольших углах скольжения, характерных для зондирования МП локатором пространственной волны. На рис. 1а - в представлены сглаженные с гауссовым весом зависимости компонент матрицы УСР МП от доплеровской частоты, нормированной на брегговскую частоту ω_B , для нескольких длин радиоволн λ [м]. Расчет выполнен для спектра Пирсона - Московитца и углового распределения спектра морских волн, предложенного в [15]; $\vartheta_p = \vartheta_r = 60^\circ$, $\Phi_p = 180^\circ$, скорость ветра $u = 10$ м/с, направление ветра относительно луча локатора $\varphi_o = 45^\circ$. Как видно из рис. 1, превалирующей в этом случае является компонента σ_{vv} матрицы УСР. Для разных компонент матрицы УСР МП соотношение между полными УСР первого и второго порядка различно (например, основной вклад в недиагональные компоненты вносит УСР второго порядка). Это обстоятельство необходимо учитывать в задаче дистанционного определения высоты морских волн с помощью локатора пространственной волны [7]. Численные расчеты показывают, что уровень спектра второго порядка возрастает в окрестности брегговских пиков по мере уменьшения длины радиоволны и с увеличением

* В [5] вопрос о снятии сингулярности УСР при $\eta = 0$ путем учета названных факторов не исследовался.

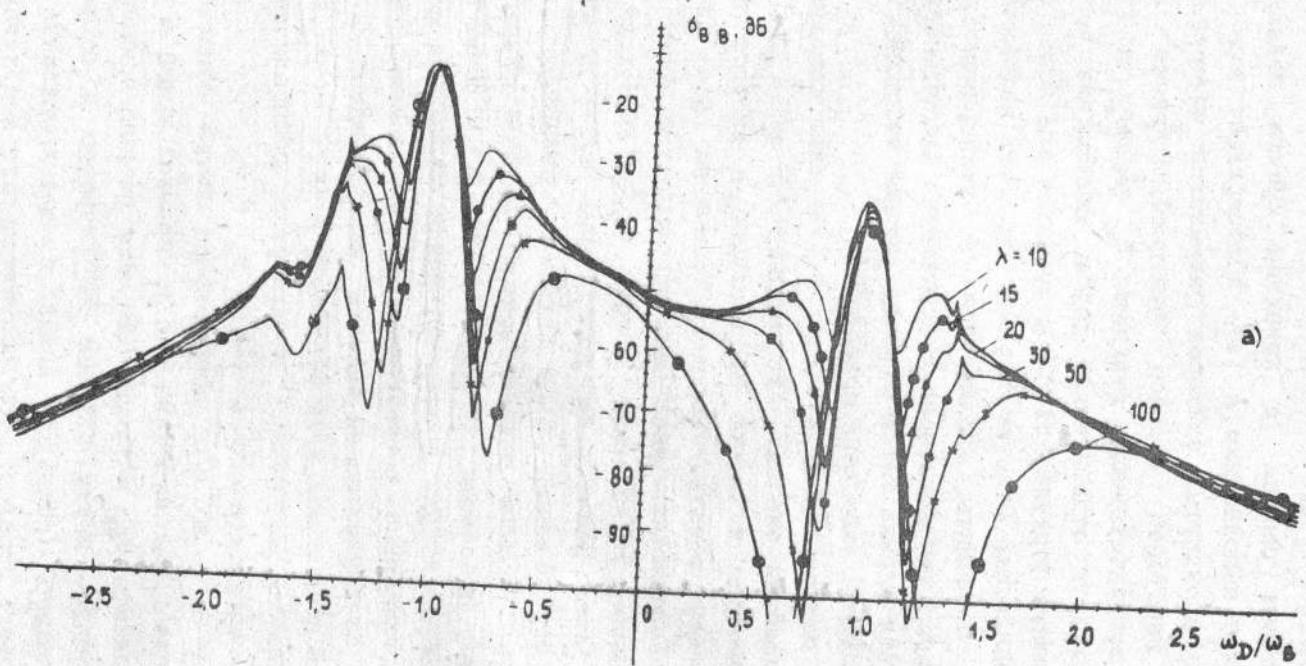


Рис. 1.

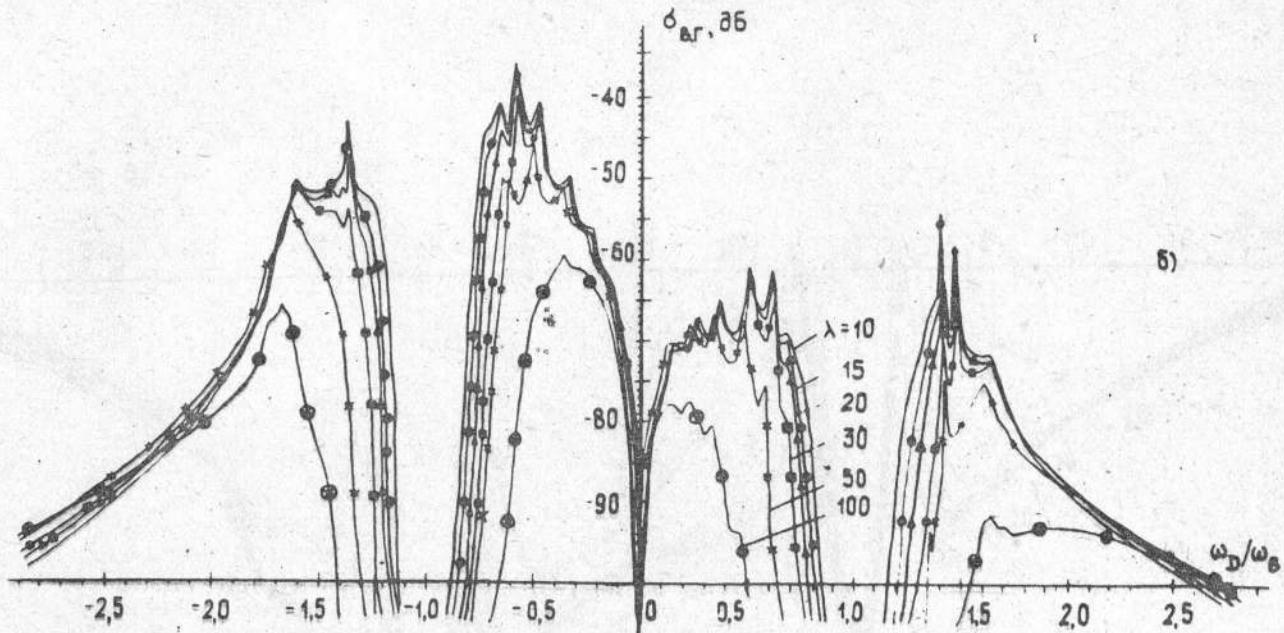


Рис. 1.

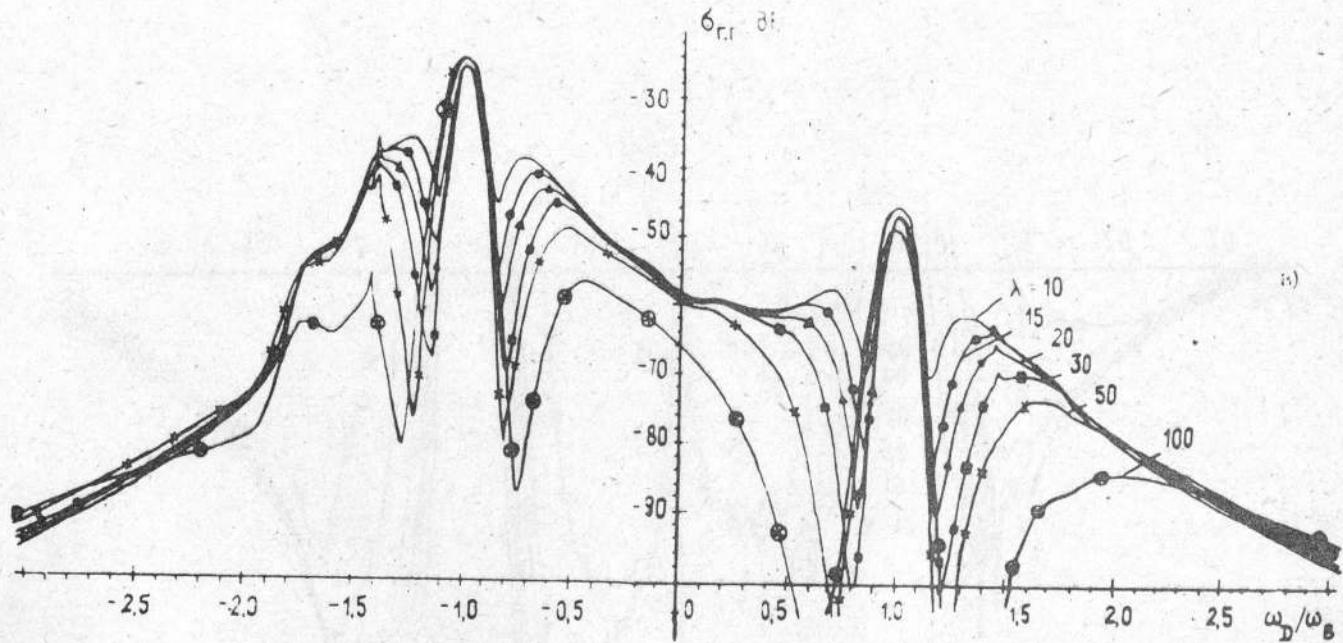


Рис. 1.

волнения моря, тогда как "крылья" в спектре слабочувствительны к изменению этих параметров.

Были произведены расчеты полного УСР $\sigma_{\text{BB}}^{(2)}$ второго порядка в зависимости от λ , u и ϕ_0 для различных моделей спектра морских волн. При небольших скоростях ветра $u \leq 5$ м/с величина $\sigma_{\text{BB}}^{(2)}$ гораздо меньше $\sigma_{\text{BB}}^{(1)}$ (на 20 - 30 дБ) и быстро убывает с увеличением длины радиоволны. Однако по мере усиления волнения $\sigma_{\text{BB}}^{(2)}$ растет и при $u = 15$ м/с сравнивается по величине с $\sigma_{\text{BB}}^{(1)}$ в самой верхней части КВ диапазона ($\lambda = 10$ м). При $u > 15$ м/с оно несколько превосходит $\sigma_{\text{BB}}^{(1)}$ в верхней части КВ диапазона, причем эта область длин радиоволн расширяется по мере увеличения скорости ветра. Основной вклад в УСР второго порядка в этих случаях вносит гидродинамический член (слагаемое с $H(\vec{x}; s_1, s_2)$ в (11)) - при $u = 15$ м/с и $\lambda = 10$ м он превышает вклад от двукратного рассеяния примерно на 6 дБ. Но и без учета гидродинамического вклада $\sigma_{\text{BB}}^{(2)}$ сравнивается с $\sigma_{\text{BB}}^{(1)}$ только при больших скоростях ветра $u = 20$ м/с.

Расчетные значения полных УСР первого и второго порядка существенно зависят от ширины углового спектра морских волн, поэтому при сравнении их с экспериментальными данными недостаточно измерять скорость и направление ветра. Зависимость расчетных УСР от вида модели частотного спектра волн слабее. Отмеченные выше закономерности характерны для достаточно широких угловых спектров морских волн (кардиоиды или модели [15]). Для узких угловых распределений (Мицусу, Крылова, Барнетта [16]) с шириной, зависящей от длины гравитационных волн, характеристики рассеяния обладают рядом особенностей.

В работах [16, 17] сообщается об экспериментальном измерении полных УСР МП второго порядка при развитом волнении ($u = 10$ м/с) на длине радиоволны $\lambda = 10$ м. Утверждается, что при этих условиях до 50% энергии рассеянного сигнала сосредоточено в спектре второго порядка. Это соответствует результатам математического моделирования, проведенного в данной работе, если угловой спектр волн достаточно широкий. Тем не менее отмеченное выше превышение УСР второго над УСР первого порядка свидетельствует о необходимости анализа вкладов и более высокого порядка или, что предпочтительнее, более систематического учета эффектов многократного рассеяния, а также нелинейных эффектов в спектре морских волн с целью уточнения формул для УСР МП при развитом волнении и скоростях ветра $u \geq 15$ м/с. В этой связи отметим, что нелинейные поправки к

дисперсионному соотношению и спектру морских волн с точностью до членов $O(\sigma^3)$ в исходных уравнениях рассматривались в ряде работ [19, 20], но этот вопрос остается открытым, так как при учете членов более высокого порядка возникают расходимости, связанные с распадным характером спектра гравитационных волн относительно четырехволновых взаимодействий.

В заключение автор выражает благодарность И. М. Фуксу за интерес к работе и полезные обсуждения рассмотренных в ней вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shearman E. D. R. //Radio Science. 1983. V. 18. N 3. P. 299.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. - М.: Наука, 1972.
3. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-
4. Barrick D. E. Remote sensing of sea state by radar. In: Remote sensing of the troposphere/Edited by V. E. Derr. - Wash.: US Govern. Printing Office. 1972. ch. 12.
5. Брюковецкий А. С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. N 6. С. 687.
6. Lipa B. J., Barrick D. E. //Radio Science. 1986. V. 21. N 1. P. 81.
7. Georges T. M. //IEEE Trans. Antenn. Propagat. 1980. V. AP-28. N 6. P. 751.
8. Морс Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики. - М.: ИЛ, 1962. Т. 2.
9. Монин А. С., Красицкий В. П. Явления на поверхности океана. - Л.: Гидрометеоиздат, 1985.
10. Lipa B. J., Barrick D. E. //IEEE J. Ocean. Eng. 1986. V. OE-11. N 2. P. 310.
11. Брюковецкий А. С., Фукс И. М. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 11. С. 1400.
12. Макаров Г. И., Новиков В. В. Четыре лекции по теории распространения радиоволн. - Л.: Гос. ун-т, 1972.
13. Брюковецкий А. С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. N 3. С. 321.
14. Rice S. O. Reflection of electromagnetic waves/Edited by M. Kline. - New York: Interscience, 1951. P. 351.
15. Trizna D. V., Moore J. C., Headrick J. M., Bogle R. W. //IEEE Trans. Antenn. Propagat. 1977. V. AP-25. N 1. P. 4.
16. Абузяров З. К. Морское волнение и его прогнозирование. - Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
17. Teague C. C., Tyler L. G., Stewart R. H. //IEEE Trans. Antenn. Propagat. 1977. V. AP-25. N 1. P. 12.
18. Tyler G. L., Faulkerson W. E., Peterson A. M., Teague C. C. //Science. 1972. V. 177. N 4046. P. 349.
19. Weber B. L., Barrick D. E. //J. Phys. Oceanogr. 1977. V. 7. N 1. P. 3.

20. Masuda A., Kyo Y., Mitsuyasu H. //J. Fluid Mech. 1979.
V. 92. Part 4. P. 717.

Поступила в редакцию
27 ноября 1990 г.

SECOND-ORDER CROSS SECTION MATRIX OF HF RADIOWAVE
SEA SURFACE SCATTER

V. A. Svetlichnyj

The analytical formulae for the second-order cross section matrix of HF radiowave scatter from the sea for an arbitrary geometry of scattering using modifield perturbation method are obtained. The elimination of non-integrable singularity appeared in the second-order cross section matrix in the limit of perfectly conducting statistically rough surface is considered. The numerical calculation and analysis of the scattering characteristics of the sea are carried out.