ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Том 35, N 5 РАДИОФИЗИКА 1992

УДК 537.86

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

В. М. Сорокин, А. К. Ященко

Рассмотрена задача об одномерном распространении низкочастотных электромагнитных волн в однородной ионосферной плазме под углом к внешнему магнитному полю. Получена импульсная функция таких волн, имеющая осциллирующий характер. Форма огибающей определяется проводимостью Педерсена. Период осцилляций возрастает с увеличением расстояния и угла между направлением распространения и внешним магнитным полем. Его величина определяется значениями проводимостей Холла и Педерсена и находится в пределах от десятых до единиц секунд.

1. В работе [1] исследованы дисперсионные свойства низкочастотных электромагнитных волн в ионосферной плазме. Показано, что в нижней ионосфере возможно распространение низкочастотных волн, связанных с проводимостью Холла, которые в работе [2] названы гиротропными волнами. В этих и ряде других работ (см., например, [3,4]) в основном рассмотрены свойства распространения таких волн в модели тонкого проводящего слоя ионосферы с целью интерпретации электромагнитных эффектов на больших расстояниях от источников. Однако в ряде экпериментов, например со взрывной инжекцией легкоионизируемых элементов в ионосферу [5], измерения электромагнитных возмущений проводились на расстояниях, не превышающих масштаб неоднородности ионосферной плазмы. Так как источник носит импульсный характер, то основные характеристики излучаемого сигнала, формируемые средой, определяются импульсной функцией трассы распространения. Ниже проведен расчет одномерной импульсной функции распространения низкочастотных волн в однородной ионосферной плазме. Такую импульсную функцию можно получить в аналитическом виде в наиболее общей постановке задачи, что дает возможность выразить характеристики сигнала через параметры ионосферы и исследовать основные закономерности его распространения.

2. Возмущение магнитного поля $\vec{b}$ и электрическое поле $\vec{E}$ определяются из квазистационарных уравнений Максвелла:

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -(1/c)\partial\vec{b}/\partial t, \qquad \mathrm{rot}\,\vec{b} = (4\pi/c)(\vec{j} + \vec{j}_{\text{ст}})$$

и закона Ома $\vec{j} = \hat{\sigma}\vec{E}$. Где $\vec{j}_{\text{ст}}$ - сторонний ток, $\hat{\sigma}$ - тензор проводимости ионосферной плазмы с элементами $\sigma_{\parallel}$; σ_{p} и σ_{H} - продольная, педерсеновская и холловская проводимости соответственно. Так как $\sigma_{\parallel} \gg \sigma_{p}, \sigma_{H}$, то продольное электрическое поле полагаем равным нулю. В декартовой системе координат x, y, z с внешним магнитным полем $\vec{B}$, расположенным в плоскости x, z под углом φ к оси z, будем рассматривать распространение импульса вдоль оси z. Введем векторный потенциал $\vec{A}$ по формулам

$$\vec{E} = -(1/c)\partial\vec{A}/\partial t, \qquad \vec{b} = \mathrm{rot}\,\vec{A}.$$

Тогда из уравнений Максвелла получим

$$\partial\vec{A}/\partial t - \hat{M}\partial^2\vec{A}/\partial z^2 = (4\pi\nu/c)\vec{J}, \tag{1}$$

$$\hat{M} \equiv \nu(1 + g^2)^{-1}\begin{pmatrix} \cos^2\varphi & -g\cos\varphi \\ g\cos\varphi & 1 \end{pmatrix},$$

где $\vec{J} = \hat{M}\vec{j}_{\text{ст}}/\nu$, $\nu = c^2/4\pi\sigma p$, $g = \sigma_H/\sigma_p$.

Используя преобразование Фурье по координате z, решение уравнения (1) получим в виде

$$\vec{A}(z,t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{\infty} dt'\; \hat{G}(z-z', t-t')\vec{J}(z', t'). \tag{2}$$

В (2) функция Грина $\hat{G}$ определяется выражением

$$\vec{G}(z,t) = (4\pi\nu/c)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\exp(ikz - \hat{M}k^2 t). \tag{3}$$

Воспользовавшись формулой (П5), полученной в Приложении, равенство (3) для матрицы $\hat{G}$ представим в виде

$$\hat{G}(z,t) = \begin{pmatrix} G_1 + \dfrac{\sin^2\varphi}{k(\varphi)}G_2 & \dfrac{g\cos\varphi}{k(\varphi)}G_2 \\ -\dfrac{g\cos\varphi}{k(\varphi)}G_2 & G_1 - \dfrac{\sin^2\varphi}{k(\varphi)}G_2 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где обозначено

$$G_{1,2}(z,t) = \frac{2\nu}{c}\int_{-\infty}^{\infty} dk\, \exp\left[ikz - \frac{\nu(1+\cos^2\varphi)k^2 t}{2(1+g^2)}\right]\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}\left[\frac{\nu k(\varphi)k^2 t}{1+g^2}\right], \tag{5}$$

$$k(\varphi) = \left[g^2\cos^2\varphi - (1/4)\sin^4\varphi\right]^{1/2}.$$

Интегралы (5) берутся в явном виде:

$$G_{1,2}(z,t) = \frac{1}{c(1+g^2)^{1/4}}\left(\frac{4\pi\nu}{\cos\varphi t}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{1+\cos^2\varphi}{2\cos^2\varphi}\frac{z^2}{4\nu t}\right)\times \tag{6}$$

$$\cdot\left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\}\left[\frac{kz^2}{4\nu t\cos^2\varphi} - \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2k}{1+\cos^2\varphi}\right)\right].$$

Выражения (2), (4) и (6) позволяют получить потенциал электромагнитного поля при произвольной зависимости стороннего тока от координат и времени.

В качестве примера рассмотрим закономерности распространения импульса электрического поля, генерируемого сторонним током:

$$\vec{J}(z,t) = \begin{pmatrix} 0\\ I\end{pmatrix}\delta(z)\ \eta(t), \tag{7}$$

где $\delta(z)$ - дельта-функция, а $\eta(t)$ - функция включения. Подставляя (7) и (4) в (2) и используя связь между потенциалом и электрическим полем, получим

$$E_x(z,t) = -(I/c)gG_2(z,t)\ \cos\varphi/k(\varphi),$$
$$E_y(z,t) = -(I/c)[G_1(z,t) - G_2(z,t)\ \sin^2\varphi/k(\varphi)]. \tag{8}$$

В выражениях (8) функции G_1 и G_2 определяются равенствами (6). В частном случае продольного распространения $\varphi = 0$ из (8) и (6) получаем

$$E = (I/c(1+g^2)^{1/4}(4\pi\nu/t)^{1/2}\exp(-z^2/4\nu t),$$
$$\Phi = -(gz^2/4\nu t) + [\pi + \mathrm{arctg}(g)]/2, \tag{9}$$

где $E = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}$, $\mathrm{tg}\Phi = E_y/E_x$.

Равенства (9) свидетельствуют о том, что при распространении импульса вдоль магнитного поля зависимость величины модуля электрического поля от координат и времени определяется законом диффузии. При этом, вследствие наличия гиротропии, определяемой параметром g, угол поворота вектора поляризации зависит от координат и времени по закону z^2/t. Из (6) следует, что огибающая сигнала достигает максимума в момент $t_m = z^2(1 + \cos^2\varphi)/4\nu\cos^2\varphi$.

Если ввести безразмерные время и координату по формулам $\tau = t/t^*$, $\xi = z/z^*$, где $t^* = kz^2/4\nu\cos^2\varphi$, $z^* = (4\nu g\cos\varphi)/c(1 + g^2)^{1/4}k[\pi\cos\varphi/e(1 + \cos^2\varphi)]^{1/2}$, то согласно (6), (8) выражение для безразмерной компоненты электрического поля $\varepsilon = E_x c/I$ будет иметь вид

$$\varepsilon = -(1/\xi)\sqrt{\tau_m/\tau}\,\exp[-(\tau_m/\tau-1)/2]\,\sin(1/\tau - \Phi_0),$$

где

$$\tau_m = (1 + \cos^2\varphi)/k, \quad \Phi_0 = (1/2)\,\mathrm{arctg}[2k/(1+\cos^2\varphi)].$$

Отсюда, в частности, видно, что максимальная амплитуда поля убывает обратно пропорционально расстоянию от источника.

На рис. 1 приведен график зависимости от τ величины $\varepsilon\xi$. Выбраны следующие значения параметров: $\varphi = \pi/3$, $\sigma_p = 2\cdot10^6$ с$^{-1}$, $g = 6$. Из графика видно, что в среде с проводимостью Холла эта зависимость имеет не диффузионный, а осциллирующий характер. Оценим величину характерного периода колебаний в сигнале. Характерная частота в этот момент времени определяется выражением $\Omega_m = k(\varphi)z^2/4\nu\cos^2\varphi t_m^2$. Подставляя значение t_m, получим

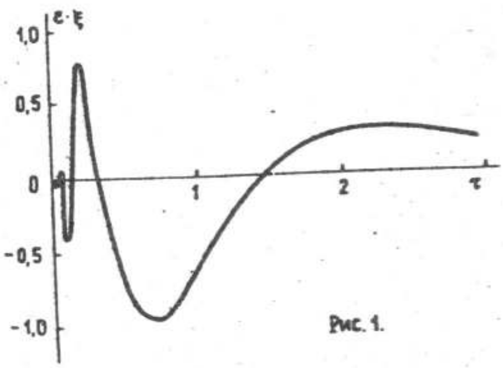

Рис. 1.

Временная зависимость функции включения безразмерной компоненты электрического поля

$$\Omega_m = 2\nu\cos^2\varphi(4g^2\cos^2\varphi - \sin^4\varphi)^{1/2}/(1 + \cos^2\varphi)^2 z^2.$$

При $\nu = 3\cdot10^{13}$ см^2/с, $g = 6$, $\varphi = \pi/3$ зависимость характерного периода T от расстояния имеет вид

$$T = 4\cdot10^{-13}z^2.$$

Например, на расстоянии $z = 10$ км, $T = 0,4$ с, а на расстоянии $z = 20$ км $T = 1,6$ с.

Таким образом, импульсное воздействие в плазме нижней ионосферы приводит к распространению сигнала, основные характеристики которого формирует среда. При этом холловская проводимость определяет осциллирующий характер импульса, а форма огибающей определяется проводимостью Педерсена. Период осцилляций возрастает с увеличением расстояния и угла между направлением распространения и магнитным полем. Его величина определяется величиной проводимостей Холла и Педерсена и находится в пределах от десятых до единиц секунд.

Приложение

Проведем преобразование выражения $\hat{f} = \exp(-N)$, где матрица N имеет вид

$$\hat{N} = \begin{pmatrix} A & C \\ -C & B \end{pmatrix}.$$

Представим ее в виде суммы

$$\hat{N} = \frac{A + B}{2}\hat{I} + \frac{A - B}{2}\hat{u} + \hat{C}\hat{v}, \qquad (\text{П. }1)$$

где $\hat{I}$ - единичная матрица,

$$\hat{u} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \hat{v} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Подставляя в разложение [6]

$$\exp(-\hat{N}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (\hat{N})^n$$

выражение (П. 1), получим

$$\hat{f} = \exp\left(\frac{A + B}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{A - B}{2}\hat{u} + C\hat{v}\right)^n. \qquad (\text{П. }2)$$

Используя равенства

$$(\hat{u})^2 = \hat{I}, \qquad (\hat{v})^2 = -\hat{I}, \qquad (\hat{u}\hat{v} + \hat{v}\hat{u}) = 0,$$

находим

$$\left(\frac{A - B}{2}\hat{u} + C\hat{v}\right)^2 = -p^2\hat{I}, \qquad (\text{П. }3)$$

где $p^2 = c^2 - [(A - B)/2]^2$.

Из формулы (П. 3) следует, что четные и нечетные степени в сумме (П. 2) выражаются в виде

$$\left(\frac{A - B}{2}\hat{u} + C\hat{v}\right)^{2n} = (-1)^n p^{2n}\hat{I},$$

$$\left(\frac{A - B}{2}\hat{u} + C\hat{v}\right)^{2n+1} = (-1)^n p^{2n}\left(\frac{A - B}{2}\hat{u} + C\hat{v}\right). \qquad (П.4)$$

Подставляя (П. 4) в (П. 2) и используя формулы

$$\sin p = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n p^{2n+1}}{(2n+1)!}, \qquad \cos p = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n p^{2n}}{(2n)!},$$

получим преобразованное выражение для матрицы $\hat{f}$:

$$\hat{f} = \exp\left(\frac{A + B}{2}\right)\begin{pmatrix} \cos p + \frac{A - B}{2}\frac{\sin p}{p}; & C\frac{\sin p}{p} \\ -C\frac{\sin p}{p}; & \cos p - \frac{A - B}{2}\frac{\sin p}{p} \end{pmatrix} \qquad (П.5)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Сорокин В. М. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т.31. С.1169.
2. Сорокин В. М., Федорович Г. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. С. 495.
3. Сорокин В. М. //Геомагнетизм и аэрономия. 1986. Т. 26. С. 640.
4. Сорокин В. М., Ященко А. К. //Геомагнетизм и аэрономия. 1988. Т. 28. С. 655.
5. Kelley M.C., Fahleson U.V., Holmgren G. et al//J.Geophys. Res. 1980. V.85. P.5055.
6. Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. - М.:Наука, 1979. С.760.

Всесоюзный научно-исследовательский институт оптико-физических измерений

Поступила в редакцию 15 октября 1990 г.

PROPAGATION OF LF ELECTROMAGNETIC WAVE PULSES IN IONOSPHERIC PLASMA

V.M. Sorokin, A.K. Yashchenko

The problem of one-dimensional propagation of low-frequency electromagnetic waves in a homogeneous ionospheric plasma at an angle to the external magnetic field is considered. A pulse function of an oscillating nature describing such waves is obtained. The function envelope shape is determined by the Pedersen conductivity. The period of oscillations increases with the distance and angle between the direction of propagation and the external magnetic field. The value of the field is determined by the Hall and Pedersen conductivities, and ranges between some tenths of a second to some seconds. The bibliography includes 6 references.