

УДК 621.372.824

СОЧЛЕНЕНИЕ КОАКСИАЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА С КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИЕЙ  
ПЕРЕДАЧИ В СХЕМАХ СТАБИЛИЗАЦИИ КОЛЕБАНИЙ  
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

А. Т. Фидлковский

На основании вариационных выражений построена теория сочленения соосных коаксиальных линий с коаксиальным резонатором, связанных через узкую кольцевую щель в общем проводнике. Конструкция применяется в схемах высокостабильных генераторов на диодах Ганна.

Известные конструкции высокостабильных генераторов на диодах Ганна [1, 2] содержат объемные резонаторы, связанные с линией передачи дифракционной связью. В работах [1, 2] и других, посвященных той же проблеме, сочленения коаксиальной линии передачи с объемными резонаторами не рассчитываются. В них имеются описание функциональных особенностей сочленений, эквивалентные схемы, полученные из физических представлений, результаты измерений. Вместе с тем экспериментальная отработка этих узлов представляет трудоемкую задачу.

В нашей работе предлагается электродинамический расчет одной из двух конструкций сочленения коаксиальной линии передачи с объемным резонатором, применяющейся в схемах полупроводниковых генераторов с предельно низкими шумами [1, 2]. В основу расчета положен вариационный метод.

Из электродинамического расчета непосредственно следует вид эквивалентной схемы, представляющей последовательный резонансный контур и шунтирующую реактивность, включенные в разрыв эквивалентной длинной линии. Схема поясняет функциональные особенности высокостабильных генераторов Ганна, описанных в [1, 2].

1. Математическая формулировка задачи. Электродинамическая структура представляет собой симметричное соединение коаксиальных линий передачи и объемного резонатора с помощью узкой кольцевой щели в тонком общем проводнике (рис. 1). Предполагается, что из  $z \rightarrow \mp \infty$  к сочленению набегают  $T$ -волна. Зависимость от времени принимаем в виде

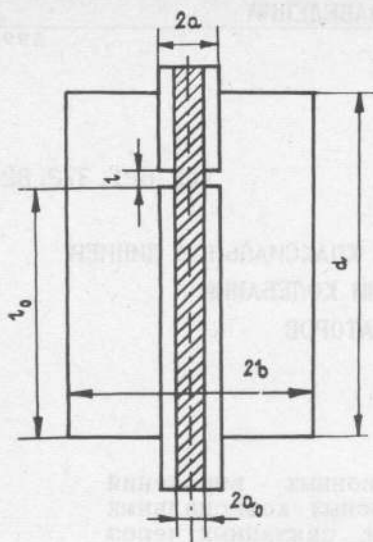


Рис. 1.

$\exp(-i\omega t)$ . В линии и резонаторе возбуждаются симметричные  $E$ -волны и  $T$ -волна. Поэтому электродинамическая задача является скалярной. Будем описывать поля в системе через азимутальную компоненту магнитного поля  $H_\varphi$ , удовлетворяющую волновому уравнению (система координат показана на рис. 1):

$$E_r = \frac{\rho_0}{ik} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z},$$

$$E_z = -\frac{\rho_0}{ik} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi),$$

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2} + (k^2 - 1/r^2)H_\varphi = 0, \quad (1)$$

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda_0, \quad \rho_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}.$$

$\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  - диэлектрическая и магнитная проницаемость,  $\omega$  - круговая частота сигнала,  $k$  - волновое число.

Поле в линии передачи представляем в виде контурного интеграла

$$H_\varphi(r, z) = A_0(1/r) \exp(\pm ikz) + \quad (2)$$

$$+ A_0 \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty [K_0(\gamma a_0) I_1(\gamma r) + I_0(\gamma a_0) K_1(\gamma r)] F_\pm(w) e^{i\gamma z} dw, \quad r < a.$$

Здесь  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $K_0$ ,  $K_1$  - функции Бесселя от мнимого аргумента,  $F(w)$  - неизвестная функция, пропорциональная плотности амплитуд Фурье, контур интегрирования с проходит вдоль действительной оси, обходя точки ветвления  $-k$  и  $k$ , соответственно, сверху и снизу,

$$\gamma = \sqrt{w^2 - k^2} = -i \sqrt{k^2 - w^2}, \quad \text{Re } \gamma > 0, \quad (3)$$

$A_0$  - амплитуда набегавшей, соответственно, из  $z \rightarrow \mp \infty$   $T$ -волны,  $a$  и  $a_0$  - внешний и внутренний радиус коаксиальной линии.

Обозначим электрическое поле на кольцевой поверхности связи коаксиальной линии с резонатором:

$$E_z(a, z) = -2A_0 \rho_0 \ln(a/a_0) \varphi_{\pm}(z), \quad l_0 < z < l_0 + l, \quad (4)$$

$l$  - ширина щели связи, верхние и нижние знаки соответствуют возбуждению резонатора  $T$ -волной, набегающей из  $z \rightarrow -\infty$  и  $z \rightarrow \infty$ . Функция  $F_{\pm}(w)$  связана с  $\varphi_{\pm}(z)$  выражением

$$\begin{aligned} \gamma [K_0(\gamma a_0) I_0(\gamma a) - I_0(\gamma a_0) K_0(\gamma a)] F_{\pm}(w) = \\ = -2k \ln \frac{a}{a_0} \int_{l_0}^{l_0+l} \varphi_{\pm}(\zeta) e^{-i w \zeta} d\zeta. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя функцию  $F_{\pm}(w)$  в контурный интеграл (2), получаем выражение для магнитного поля на щели:

$$\begin{aligned} a H_{\varphi}(a, z) = A_0 \left( e^{\pm i k z} - \int_{l_0}^{l_0+l} \varphi_{\pm}(\zeta) e^{i k |z-\zeta|} d\zeta \right) + \\ + i 2 A_0 k \ln \frac{a}{a_0} \int_{l_0}^{l_0+l} \varphi_{\pm}(\zeta) d\zeta \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-w_m |z-\zeta|)}{w_m [1 - I_0^2(\gamma_m a) / I_0^2(\gamma_m a_0)]}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\gamma_m a = i v_m, \quad w_m = \sqrt{(v_m/a)^2 - k^2}, \quad (7)$$

$v_m$  - корни уравнения;

$$J_0(v_m) N_0(a_0/a v_m) - J_0(a_0/a v_m) N_0(v_m) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Будем предполагать, что в коаксиальной линии распространяющейся является лишь  $T$ -волна.

Поле в резонаторе также представляем в виде ряда Фурье:

$$H_{\varphi}(r, z) = 4i A_0 k \ln(a/a_0) \int_0^d \varphi_{\pm}(\zeta) d\zeta \times \quad (9)$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\delta_m}{v_m d} \frac{N_0(v_m b) J_1(v_m r) - J_0(v_m b) N_1(v_m r)}{N_0(v_m b) J_0(v_m a) - J_0(v_m b) N_0(v_m a)} \cos \frac{m\pi \zeta}{d} \cos \frac{m\pi z}{d},$$

где  $\delta_0 = 1/2$ ,  $\delta_m = 1$  при  $m = 1, 2, \dots$ ;

$$v_m = \sqrt{k^2 - (m\pi/d)^2}, \quad (10)$$

$J_0, N_0, J_1, N_1$  - функции Бесселя,  $b$  - внешний радиус и  $d$  - высота резонатора.

Приравнивая магнитные поля на щели, получаем интегральные уравнения

$$\int_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \varphi_{\pm}(\zeta) d\zeta = e^{\pm ikz}, \quad l_0 < z < l_0 + 1. \quad (11)$$

Здесь  $K(z, \zeta)$  - симметричное ядро, содержащее логарифмическую особенность:

$$K(z, \zeta) = e^{ik|z-\zeta|} - i2ka \ln \frac{a}{a_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-w_m |z-\zeta|)}{w_m a [1 - I_0^2(\gamma_m a) / I_0^2(\gamma_m a_0)]} + \quad (12)$$

$$+ i4ka \ln \frac{a}{a_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\delta_m}{v_m d} \frac{N_0(v_m b) J_1(v_m a) - J_0(v_m b) N_1(v_m a)}{N_0(v_m b) J_0(v_m a) - J_0(v_m b) N_0(v_m a)} \cos \frac{m\pi \zeta}{d} \cos \frac{m\pi z}{d}.$$

Как видно из выражения (6), элементы матрицы рассеяния резонатора в коаксиальной линии передачи определяются выражениями

$$S_{11} = \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_+(\zeta) e^{ik\zeta} d\zeta, \quad S_{21} = 1 - \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_+(\zeta) e^{-ik\zeta} d\zeta, \quad (13)$$

$$S_{12} = 1 - \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_-(\zeta) e^{ik\zeta} d\zeta, \quad S_{22} = \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_-(\zeta) e^{-ik\zeta} d\zeta.$$

Таким образом, задача состоит в определении из интегральных уравнений (11) функций  $\varphi_+$ ,  $\varphi_-$  и вычислении элементов матрицы рассеяния  $S_{ij}$ .

2. Функционалы Швингера. Элементы матрицы рассеяния можно представить в виде стационарных функционалов Швингера [3]. Из интегральных уравнений (11) вытекают выражения

$$S_{11}^{-1} = \iint_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \varphi_+(\zeta) \varphi_+(z) d\zeta dz \left( \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_+(\zeta) e^{ik\zeta} d\zeta \right)^{-2}, \quad (14)$$

$$S_{22}^{-1} = \iint_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \varphi_-(\zeta) \varphi_-(z) d\zeta dz \left( \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi_-(\zeta) e^{-ik\zeta} d\zeta \right)^{-2}.$$

Далее вводим функции

$$\varphi(z) = \frac{\varphi_+(z) + \varphi_-(z)}{2}, \quad \psi(z) = \frac{\varphi_+(z) - \varphi_-(z)}{2i}. \quad (15)$$

Они удовлетворяют, соответственно, интегральным уравнениям

$$\int_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \varphi(\zeta) d\zeta = \cos(kz), \quad l_0 < z < l_0 + 1; \quad (16)$$

$$\int_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \psi(\zeta) d\zeta = \sin(kz), \quad l_0 < z < l_0 + 1. \quad (17)$$

При этом целесообразно ввести величины

$$2A = 1 - (S_{11} + S_{22})/2 - (S_{12} + S_{21})/2, \quad (18)$$

$$2B = 1 - (S_{11} + S_{22})/2 - (S_{12} - S_{21})/2.$$

Отсюда и на основании теоремы взаимности можно написать

$$S_{12} = S_{21} = 1 - (A + B), \quad S_{11} + S_{22} = A - B. \quad (19)$$

Величины  $A$ ,  $B$  представимы через функционалы

$$A^{-1} = \iint_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \varphi(\zeta) \varphi(z) d\zeta dz \left( \int_{l_0}^{l_0+1} \varphi(z) \cos(kz) dz \right)^{-2}, \quad (20)$$

$$B^{-1} = \iint_{l_0}^{l_0+1} K(z, \zeta) \psi(\zeta) \psi(z) d\zeta dz \left( \int_{l_0}^{l_0+1} \psi(z) \sin(kz) dz \right)^{-2}.$$

Заметим, что вместо интегральных уравнений (11) можно решать уравнения (16), (17) относительно функций  $\varphi(z)$ ,  $\psi(z)$ . Функции  $\varphi_+$ ,  $\varphi_-$  определяются так:

$$\varphi_{\pm}(z) = \varphi(z) \pm i\psi(z). \quad (21)$$

3. Расчетные соотношения. Будем предполагать в дальнейшем, что щель мала (см. [1, 2])

$$l \ll \lambda_0, \quad (22)$$

и будем полагать в функционалах (14), (20)

$$\varphi(z) = \text{const}, \quad \psi(z) = \text{const}, \quad \varphi_{\pm}(z) = \text{const}. \quad (23)$$

В этом приближении получаем

$$S_{12} = S_{21} = 1 - S_{11} e^{-ik(2l_0+1)} = 1 - S_{22} e^{ik(2l_0+1)}. \quad (24)$$

Элементы матрицы рассеяния относительно референсной плоскости  $z = l_0 + 1/2$  равны

$$\bar{S}_{11} = S_{11} e^{-ik(2l_0+1)}, \quad \bar{S}_{22} = S_{22} e^{ik(2l_0+1)}, \quad (25)$$

$$\bar{S}_{12} = S_{12}, \quad \bar{S}_{21} = S_{21}.$$

Таким образом, соотношение (24) означает, что в приближении узкой щели (22) включение резонатора в коаксиальную линию можно представить в виде последовательного сопротивления  $Z$  в эквивалентной линии с волновым сопротивлением  $\rho_k$ :

$$\bar{S}_{11}^{-1} = 1 + 2\rho_k/Z; \quad (26)$$

$$\frac{\rho_k}{Z} = i \frac{a}{d} \ln \frac{a}{a_0} \frac{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)}{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)} - \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
& -i \ln \frac{a}{a_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k}{w_m} g(w_m l) \frac{1}{1 - J_0^2(v_m)/J_0^2(a_0/a v_m)} + \\
& + i 2 \frac{a}{d} \ln \frac{a}{a_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k}{\beta_m} \cos^2 \frac{m\pi(l_0 + l/2)}{d} \left( \frac{\sin m\pi l/2d}{m\pi l/2d} \right)^2 \times \\
& \times \frac{K_0(\beta_m b) I_1(\beta_m a) + I_0(\beta_m b) K_1(\beta_m a)}{K_0(\beta_m b) I_0(\beta_m a) - I_0(\beta_m b) K_0(\beta_m a)}.
\end{aligned}$$

Здесь  $\rho_k$  - волновое сопротивление коаксиальной линии

$$\rho_k = (\rho_0/2\pi) \ln(a/a_0), \quad (28)$$

функция  $g(w_m l)$  равна

$$g(w_m l) = 2[1 - \text{sh}(w_m l)/(w_m l)](w_m l)^{-1} + \text{sh}^2(w_m l)/(w_m l/2)^2, \quad (29)$$

$$\beta_m = \sqrt{(m\pi/d)^2 - k^2}.$$

Представление (29) для функции  $g$  удобно лишь при малых значениях аргумента. При больших значениях нужно пользоваться выражением

$$g(w_m l) = 2/(w_m l) [1 - 1/(w_m l) + 1/(w_m l) e^{-w_m l}]. \quad (30)$$

4. Эквивалентная схема сочленения коаксиальной линии с объемным резонатором. Пусть одно из слагаемых с номером  $m_0$  в последней сумме ряда (27) является резонансным:

$$kd = m_0 \pi. \quad (31)$$

В этом случае на резонансной частоте  $Z \rightarrow 0$  и коэффициент отражения (26) равен нулю. Выражение (27) является чисто мнимым. При учете омических потерь в резонаторе можно ввести комплексную резонансную частоту

$$\omega_0 = \omega'_0 - i\omega''_0 \quad (32)$$

и выделить резонансное слагаемое в (27), соответствующее  $T$ -колебанию в резонаторе с  $m_0$  вариациями вдоль оси  $z$ :

$$\rho_k/Z = \rho_k/Z_p - i \rho_k/X, \quad (33)$$

где

$$\frac{\rho_k}{Z_p} = \frac{2}{m_0 \pi} \frac{\ln(a/a_0)}{\ln(b/a)} \frac{\cos^2(m_0 \pi/d)(l_0 + 1/2)}{Q_0^{-1} + i(2\Delta\omega/\omega_0)}; \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_k}{X} = & \frac{a}{d} \ln \frac{a}{a_0} \frac{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)}{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)} - \\ & - \ln \frac{a}{a_0} \left( \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k}{w_m} g(w_m l) \frac{1}{1 - J_0^2(v_m)/J_0^2(a_0/a v_m)} \right) + \end{aligned} \quad (35)$$

$$+ \frac{2ka}{\pi} \ln \frac{a}{a_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k}{\beta_m} \cos^2 \frac{m\pi(l_0 + 1/2)}{d} \left( \frac{\sin m\pi l/2d}{m\pi l/2d} \right)^2 \times$$

$$\times \frac{K_0(\beta_m b)I_1(\beta_m a) + I_0(\beta_m b)K_1(\beta_m a)}{K_0(\beta_m b)I_0(\beta_m a) - I_0(\beta_m b)K_0(\beta_m a)},$$

добротность коаксиального резонатора  $Q_0$  равна

$$Q_0 = [\delta(1/a + 1/b)(2 \ln b/a)^{-1} + 2 \delta/d]^{-1}, \quad (36)$$

$\delta$  - толщина скин-слоя стенок резонатора;

$$\Delta\omega = \omega - \omega'_0. \quad (37)$$

В выражениях (34), (35), в отличие от предыдущих выражений, учтена зависимость от времени в виде  $e^{i\omega t}$ , которая обычно используется в радиотехнике.

На рис. 2 дана эквивалентная схема включения резонатора в коаксиальную линию передачи. Она представляет собой последовательно включенный в эквивалентную линию последовательный резонансный контур, параллельно которому подключено реактивное сопротивление  $X$ . Волновое сопротивление резонансного контура равно (относительно сечения  $z = l_0 + 1/2$ )

$$\rho = \omega'_0 L = \frac{1}{\omega'_0 C} = \frac{m_0}{4} \rho_0 \ln \frac{b}{a} \cos^{-2} \frac{m_0 \pi}{d} (l_0 + 1/2). \quad (38)$$

5. Численный анализ. Заключение. На частоте  $\omega > \omega'_0$  сопротивление последовательного резонансного контура на рис. 2 имеет



индуктивный характер, а параллельное контуру сопротивление  $X$  имеет емкостный характер в широком интервале изменения размеров и частоты. Таким образом, на некоторой частоте  $\omega_1 > \omega'_0$  сопротивление  $Z$  представляет собой параллельный резонансный контур. В соответствии с [1, 2]

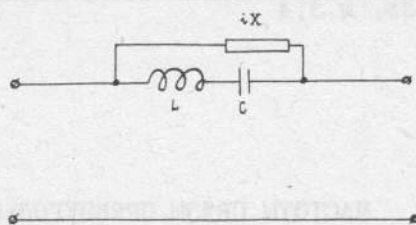


Рис. 2.

полупроводниковый диод включается в зазор между закороткой коаксиальной линии и центральным полупроводником. По другую сторону от места сочленения линии с резонатором находится согласованная нагрузка. На частоте параллельного резонанса  $\omega_1$  сигнал от диода хорошо отражается от места сочленения, что может привести к самовозбуждению. Вне частоты  $\omega_1$  модуль коэффициента отражения уменьшается. Проблема подавления шумов генератора, стабильности частоты генерации должна решаться в целом для всей конструкции генератора. При этом необходимо учесть физические характеристики диода Ганна и четвертьволновую трансформацию выходного сопротивления диода в линию передачи, нагруженную на резонатор. В работах [1, 2] эквивалентная схема цепей связи линии передачи с резонатором лишь качественно соответствует реальным процессам.

Толщина  $t$  стенки цилиндрического проводника с кольцевой щелью может превышать ширину щели  $l$ . Приблизительно толщину  $t$  можно учесть добавлением к емкости щели, определяемой реактивностью  $X$ , емкости плоского конденсатора, образованного пластинами площадью  $2\pi at$  и с расстоянием  $l$  (ср. [4]).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Heiden B.F. // IEEE Trans. 1977. V. MTT-25. N 4. P. 318.
2. Tjassen H. // Philips J. Res. 1981. V. 36. N 4-6. P. 239.
3. Швингер Ю. // Зарубежная радиоэлектроника. 1970. N 3. С. 3.
4. Фиалковский А. Т., Сороковой П. И., Храпко А. М. // Электронная техника. 1974. N 5. С. 81.

Научно-исследовательский институт  
"Орион"

Поступила в редакцию  
20 августа 1990 г.

#### COAXIAL LINE-CAVITY COUPLING IN SOLID-STATE OSCILLATOR STABILIZING CIRCUITS

A. T. Fialkovskij

The theory of coaxial line-cavity coupling through a narrow ring-shaped gap in the common guide has been built on the basis of the variation method. The construction is used for high-stabilized Gann oscillator circuits.