

УДК 621.372.09

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИМПУЛЬСА ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

А. Г. Нерух, И. Ю. Шаворыкина

Исследуется трансформация электромагнитного поля в результате скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости и проводимости среды в трехмерном случае. Методом резольвенты получены точные выражения для поля произвольного векторного источника после изменения электродинамических параметров среды. Проведен анализ пространственно-временной структуры этого поля для точечного источника с произвольной зависимостью плотности задающего тока от времени. Показано, что скачок проводимости создает непрерывный спектр волн. При этом в трансформированном поле появляется составляющая, не имеющая аналога в случае диэлектрической среды.

Изменение во времени электродинамических свойств среды распространения приводит к трансформации пространственно-временной структуры поля и его количественных характеристик. Вопросы, связанные с преобразованием поля в нестационарных средах, впервые рассматривались в работах [1, 2]. Дальнейшему исследованию распространения волн в неограниченных средах с изменяющимися во времени параметрами посвящены, например, работы [3 - 7]. Границные нестационарные задачи в одномерном случае подробно рассмотрены в [8]. Во всех этих работах, как правило, изучалась нестационарность непроводящей среды. В работе [6] решается задача о преобразовании импульсов излучения при резком изменении во времени диэлектрической проницаемости среды с поглощением. Подробное исследование трансформации электромагнитных полей в одномерном случае нестационарной проводящей среды проведено в работе [9]. В предлагаемой статье решается трехмерная задача о преобразовании поля произвольного векторного источника в нестационарной среде. Рассматриваются случаи изменения как диэлектрической проницаемости, так и проводимости среды.

Зависимость электродинамических параметров среды от времени можно аппроксимировать последовательностью скачков параметров. Если

не накладывать ограничений на величины скачков, то важное значение приобретает характер переходных процессов после каждого скачка. Используемый в данной работе метод позволяет получить точное описание таких процессов.

Решение проводится на основе единого подхода к исследованию нестационарных задач, предложенного в работе [10]. Этот подход базируется на методе интегральных уравнений макроскопической электродинамики. Нестационарная задача описывается цепочкой эволюционно связанных уравнений. Алгоритм решения этих уравнений строится с помощью метода резольвенты.

Интегродифференциальное уравнение поля для  $\vec{E}$  источника, находящегося в безграничной нестационарной среде, согласно [10] записывается в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{x}' \{ \hat{G}_1 f_1(\vec{x} - \vec{x}') [\vec{P}(\vec{x}') - \frac{\epsilon_1 - 1}{4\pi} \vec{E}(\vec{x}')] -$$
(1)

$$- \hat{G}_2 f_1(\vec{x} - \vec{x}') [\vec{M}(\vec{x}') - \frac{\mu_1 - 1}{4\pi\mu_1} \vec{B}(\vec{x}')] + \hat{G}_1 \tilde{f}_1(\vec{x} - \vec{x}') \vec{j}(\vec{x}') \},$$

где

$$\hat{G}_1 = \frac{1}{\epsilon} (\text{grad div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}), \quad \hat{G}_2 = \frac{\mu_1}{c} \text{rot} \frac{\partial}{\partial t},$$

$$f_1(\vec{x}) = \frac{1}{r} \delta(t - \frac{r}{v_1}), \quad \tilde{f}_1(\vec{x}) = \frac{1}{r} \theta(t - \frac{r}{v_1}), \quad v_2 = c/\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}.$$

Величина  $\vec{E}_1$  имеет смысл поля в первоначальной стационарной среде. В случае диэлектрической среды это поле записывается с помощью функции Грина волнового уравнения [10] следующим образом:

$$\vec{E}_1 = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{x}' \hat{G}_1 \tilde{f}_1(\vec{x} - \vec{x}') \frac{\partial \vec{j}_{ct}}{\partial t'},$$
(2)

где

$$\tilde{f}_1(\vec{x}) = \frac{t - r/v_1}{r} \theta(t - r/v_1), \quad v_1 = c/\sqrt{\epsilon_1}, \quad \vec{x} = (t, \vec{r}),$$

а  $\epsilon_1$  - диэлектрическая проницаемость стационарной среды.

В случае точечного источника  $\vec{j}_{ct} = \vec{i}(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ . Тогда выражение для поля  $\vec{E}_1$  примет вид

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_1} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \left\{ \frac{1}{l_0} \int_{-\infty}^{t-1_0/v_1} \vec{f}(t') dt' \right\}, \quad l_0 = |\vec{r} - \vec{r}_0|. \quad (3)$$

Уравнение (1) описывает взаимодействие поля с произвольной нестационарной средой.

Пусть состояние среды при  $t = t_1$  ( $t_1$  без ограничения общности можно положить равным нулю), описываемое до этого параметрами  $\epsilon_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{M}_1$ ,  $\vec{j}_1$ , меняется на состояние с параметрами  $\epsilon_{1+1}$ ,  $\mu_{1+1}$ ,  $\vec{P}_{1+1}$ ,  $\vec{M}_{1+1}$ ,  $\vec{j}_{1+1}$ , где индекс  $i$  показывает текущий номер происшедшего скачка параметров среды. Изменение состояния приводит к тому, что соотношение (1) распадается на цепочку эволюционно связанных уравнений. В операторном представлении эти уравнения можно записать в виде

$$\vec{E}_{1+1} = \vec{F}_1 + \hat{K}_{1+1} + \vec{E}_{1+1}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 = & \vec{E}_1 + \sum_{j=1}^{i-1} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}' \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt' \{ \hat{G}_1 f_1 [\vec{P}_{j+1} - \frac{\epsilon_1 - 1}{4\pi} \vec{E}_{j+1}] - \\ & - \hat{G}_2 f_1 [\vec{M}_{j+1} - \frac{\mu_1 - 1}{4\pi\mu_1} \vec{B}_{j+1}] + \hat{G}_1 \tilde{f}_1 \vec{j}_{j+1} \} \end{aligned}$$

учитывает всю "предысторию" взаимодействия поля со средой до момента времени  $t_1$ , а  $\hat{K}_{1+1}$  - интегральный оператор типа Вольтерра,

$$\begin{aligned} \hat{K}_1 \vec{E}_1 = & \int d\vec{x}' \{ \hat{G}_1 f_1 (\vec{x} - \vec{x}') [\vec{P}_1(\vec{x}') - \frac{\epsilon_1 - 1}{4\pi} \vec{E}_1(\vec{x}')] - \\ & - \hat{G}_2 f_1 [\vec{M}(\vec{x}') - \frac{\mu_1 - 1}{4\pi\mu_1} \vec{B}_1(\vec{x}')] + \hat{G}_1 \tilde{f}_1 \vec{j}_1(\vec{x}') \}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{M}_1$ ,  $\vec{B}_1$  и  $\vec{j}_1$  являются функциями  $\vec{E}_1$ ;  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_{1+1}$  - поля до и после  $i$ -го скачка параметров среды соответственно, а интеграл по  $\vec{x}'$

$$\text{означает } \int d\vec{x}' = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}' \int_{t_1}^{\infty} dt'.$$

Решение уравнения (4) можно записать через резольвенту  $\hat{R}_1$  в

виде

$$\vec{E}_{i+1} = \vec{F}_i + \hat{R}_i \vec{F}_i = \vec{F}_i + \int d\vec{x}' R_i(\vec{x}, \vec{x}') \vec{F}_i(\vec{x}'). \quad (6)$$

Соотношение (6) позволяет учитывать любое количество скачков, происходящих через произвольные промежутки времени.

Если в уравнении (4) перейти к новому отсчету времени  $t_1 = t' - t_i$ , т.е. интегрирование будет производиться по полупространству  $t' > 0$ , то можно воспользоваться выражением для резольвенты из работы [10]. Для диэлектрического пространства ( $\mu_1 = 1$ ,  $\vec{P}_i = \frac{\epsilon_1 - 1}{4\pi} \vec{E}_i$ ,  $\vec{M}_i = 0$ ,  $\vec{j}_i = 0$ ) в случае скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости среды с  $\epsilon_i$  на  $\epsilon_{i+1}$  она имеет вид

$$\hat{R}_i = \frac{\epsilon_{i+1} - \epsilon_i}{4\pi\epsilon_{i+1}} \left\{ \text{grad div} - \frac{1}{v_{i+1}^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \theta(t - t') \frac{\delta\left(t - t' - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{v_{i+1}}\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}. \quad (7)$$

В случае проводящей среды ( $\mu_1 = 1$ ,  $\vec{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \vec{E}$ ,  $\vec{M} = 0$ ,  $\vec{j}_i = \sigma_i \vec{E}_i$ ) при скачке  $\sigma$  резольвента равна

$$\hat{R}_i = \sigma_{\epsilon_i} \left\{ \text{grad div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2\sigma_{\epsilon_i}}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \right\} \varphi_i, \quad (8)$$

где

$$\varphi_i = \frac{\exp(-2\sigma_{\epsilon_i}\tau)}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{\exp[q\tau - (1/v)\sqrt{q^2 - \sigma_{\epsilon_i}^2}]}{q + \sigma_{\epsilon_i}},$$

$$\sigma_{\epsilon_i} = \frac{2\pi\sigma_i}{\epsilon}, \quad v = c/\sqrt{\epsilon}, \quad \tau = t - t', \quad l = |\vec{r} - \vec{r}'|, \quad \alpha > \sigma_{\epsilon_i}.$$

Рассмотрим теперь преобразование поля при одном скачке параметров безграничной среды в нулевой момент времени. В случае скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости среды в момент времени  $t = 0$  с  $\epsilon_1$  на  $\epsilon_2$  выражение для поля  $\vec{E}_2$  с учетом выражения (2) для поля  $\vec{E}_1$  и (7) для резольвенты примет вид

$$\vec{E}_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \theta(t) \vec{E}_1 - \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{4\pi\epsilon_2 c^2} \text{rot rot} \int d\vec{x}' f_2 \int d\vec{x}'' f_1 \frac{\partial \vec{j}_{\text{ст}}}{\partial t''}, \quad (9)$$

где

$$f_{1,2} = \frac{\delta(\tau - l/v_{1,2})}{l}.$$

Формула (9) позволяет определить поле  $\vec{E}_2$  при любом стороннем источнике тока. Для случая точечного источника,  $\vec{j}_{\text{ст}} = \vec{i}(t)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ , с учетом (3) она упрощается:

$$\begin{aligned} \vec{E}_2(\vec{r}, t) = & \vec{E}_{20} + \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1)v_1}{2\epsilon_2 c^2} \text{rot rot} \frac{1}{l_0} \left\{ -\frac{1}{v^+} \vec{j}(\tau_3^+) + \right. \\ & \left. + \theta(l_0 - v_2 t) \frac{1}{v^-} \vec{j}(\tau_3^-) + \theta(v_2 t - l_0) \frac{1}{v^+} \vec{j}(-\tau_3^-) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь введены обозначения:  $\vec{j}(A) = \int_{-\infty}^A \vec{i}(t') dt'$ ,  $\tau_1 = t - l_0/v_1$ ,  $\tau_2^\pm = t \pm l_0/v_2$ ,  $\tau_3^\pm = \tau_2^\pm v_2/v_1$ ,  $v^\pm = (v_1 \pm v_2)/(v_1 v_2)$ .

В выражении (10)  $\vec{E}_{20} = \frac{1}{\epsilon_2} \text{rot rot} \left\{ \frac{1}{l_0} \theta(v_2 t - l_0) \vec{j}(\tau_2^-) \right\}$  представляет собой поле, вновь создаваемое источником в новой стационарной среде с проницаемостью  $\epsilon_2$ . При замене  $\epsilon_2 \leftrightarrow \epsilon_1$  выражение для поля  $\vec{E}_{20}$  переходит в выражение (2) для  $\vec{E}_1$ .

Второе слагаемое в (10) представляет собой поле, трансформированное в результате скачка. Оно состоит из трех составляющих, соответствующих волнам с разной фазой. Первые две волны образовались в результате расщепления начального поля при скачке  $\epsilon$  на прямую (распространяющуюся в направлении от источника) и обратную волны, причем прямая отлична от нуля вне шара радиуса  $v_2 t$  с центром в точке нахождения источника, тогда как обратная существует во всем пространстве. Обратная волна, двигаясь к источнику и проходя через точку его расположения, преобразуется в расходящуюся волну, которая существует вне шара радиуса  $v_2 t$ .

Таким образом, скачок диэлектрической проницаемости приводит к тому, что в момент скачка начальное поле расщепляется на две волны: "прошедшую" и "отраженную" от временной неоднородности. В результате переотражения от точки нахождения источника образуется вторично отраженная волна. В пространстве эти три волны занимают различные области, разграниченные сферой радиусом  $l_0 = v_2 t$ . Во внутренней области существуют все три волны: две прямых и одна обратная, а во

внешней области отличны от нуля только две волны: прямая и обратная. В рассмотренной задаче проявляется явление фокусировки поля, происходящее в результате сжатия сферического волнового фронта к его центру. Эти результаты совпадают с результатами аналогичного исследования в [4].

Более детально проанализировать картину поля после изменения среды можно, задав конкретный вид функции источника. В случае гармонического источника с плотностью задающего тока  $\vec{j}_{ст} = \vec{i}_0 \times e^{i\omega t} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$  имеем

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{20} + \frac{(v_1^2 - v_2^2)v_2 i}{\omega c^2} \text{rot rot} \frac{\vec{i}_0}{\vec{i}_0} \left\{ \frac{\exp(-i\omega t_3^+)}{v_1 + v_2} - \right. \\ \left. - \frac{\theta(v_2 t - l_0)}{v_1 + v_2} \exp(-i\omega t_3^-) - \frac{\theta(l_0 - v_2 t)}{v_1 - v_2} \exp(i\omega t_3^+) \right\}, \quad (11)$$

где

$$\vec{E}_{20} = \frac{1}{i\omega\epsilon_2} \text{rot rot} \frac{\frac{\vec{i}_0 \theta(v_2 t - l_0)}{l_0} \exp(i\omega t_2^+)}{l_0}.$$

Из последнего выражения можно получить также изменение фаз и амплитуд при скачке  $\epsilon$ . В момент скачка разность фаз между прошедшей и отраженной от временной неоднородности волн равна  $\pi$ . Она изменяется с течением времени по закону  $\pi + 2\omega(v_2/v_1)t$  и не зависит от пространственных координат. Амплитуды этих двух волн в сумме равны амплитуде начального поля, умноженной на  $\epsilon_2/\epsilon_1$ . При отражении от точки нахождения источника амплитуда волны не меняется, а фаза претерпевает скачок, равный  $\pi$ . Для этих волн характерно изменение частоты в  $v_2/v_1$  раз.

В случае нестационарности проводящей среды преобразование поля значительно сложнее. Пусть в нулевой момент времени проводимость среды приняла значение  $\sigma$ . Без потери общности явления можно считать, что до нулевого момента времени проводимости не было, т.е. среда характеризовалась только диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Такой выбор первоначального состояния среды будет влиять только на вид поля  $\vec{E}_1$ , к тому же не представляет принципиальных трудностей учесть произвольное число значений проводимости. С помощью резольвенты (8)

для поля  $\vec{E}_2$  из (6) получим

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_1 - 2\sigma_{\epsilon} \int_0^{\infty} dt' \exp(-2\sigma_{\epsilon} t') \theta(t) \vec{E}_1 -$$

$$- \frac{\sigma_{\epsilon}}{c^2} \text{rot rot} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{x}' \varphi(l, t') \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{x}'' f_1 \frac{\partial \vec{j}_{\text{ст}}}{\partial t''}. \quad (12)$$

Так же как и в предыдущем случае, проведем анализ этой формулы для точечного источника, не накладывая ограничений на временную зависимость  $\vec{I}(t)$ . В этом случае выражение для  $\vec{E}_2$  примет вид

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_1 - 2\sigma_{\epsilon} \int_0^t \exp(-2\sigma_{\epsilon} t') \vec{E}_1 dt' + \frac{v^2}{c^2} \text{rot rot} \frac{1}{l_0} \times$$

$$\times \int_0^t dt' \exp(-\sigma_{\epsilon} t') \left\{ - \int_0^{vt} M(\tau, x) \vec{I}(t' - \frac{l_0}{v} - \frac{x}{v}) dx + \right.$$

$$+ \theta(l_0 - vt) \int_0^{vt} M(\tau, x) \vec{I}(t' - \frac{l_0}{v} + \frac{x}{v}) dx +$$

$$+ \theta(vt - l_0) \left[ \int_0^{l_0} M(\tau, x) \vec{I}(t' - \frac{l_0}{v} + \frac{x}{v}) dx + \right.$$

$$\left. \left. + \int_{l_0}^{vt} M(\tau, x) \vec{I}(t' + \frac{l_0}{v} - \frac{x}{v}) dx \right] \right\}, \quad (13)$$

где

$$M(\tau, x) = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{\exp[q\tau - (x/v)\sqrt{q^2 - \sigma_{\epsilon}^2}]}{q^2 - \sigma_{\epsilon}^2}. \quad (14)$$

Для анализа выражения (13) сравним поле  $\vec{E}_2$  после скачка с полем  $\vec{E}_{20}$ , которое создает точечный источник в стационарной среде с проводимостью  $\sigma$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Для этого определим поле  $\vec{E}_{20}$  с помощью функции Грина для проводящей среды, которую можно найти как решение уравнения

$$\left( \text{rot rot} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{2\sigma_{\epsilon}}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \hat{G} = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(\tau). \quad (15)$$

Представив функцию Грина в виде интеграла Фурье и преобразования Лапласа, получим

$$\hat{G} = \frac{v^2}{2\sigma_\epsilon} \left( \operatorname{grad} \operatorname{div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2\sigma_\epsilon}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi, \quad (16)$$

где

$$\Psi(\tau, l) = - \frac{1}{2\pi l} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{\exp[(q-\sigma_\epsilon)\tau-(l/v)\sqrt{q^2-\sigma_\epsilon^2}]}{q^2 - \sigma_\epsilon^2}. \quad (17)$$

Используя (16), выпишем явное выражение для поля  $\vec{E}$

$$\vec{E}_{20} = \frac{v^2}{c^2} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \frac{1}{l_0} \vec{A}_\infty, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{A}_\infty &= \frac{v}{\sigma_\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{\exp[(q-\sigma_\epsilon)\tau-(l_0/v)\sqrt{q^2-\sigma_\epsilon^2}]}{q^2 - \sigma_\epsilon^2} \vec{I}(t') = \\ &= \int_{-\infty}^{l_0} dx \int_{-\infty}^{t-x/v} dt' M(t, x) \exp(-\sigma_\epsilon \tau) \left\{ \vec{I}\left(t' - \frac{l_0}{v} + \frac{x}{v}\right) - \vec{I}\left(t' + \frac{l_0}{v} - \frac{x}{v}\right) \right\}. \end{aligned}$$

Если подставить в (13) выражение для  $\vec{E}_1$  из (3), то после преобразований оно приводится к виду

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= \frac{1}{\epsilon} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \frac{1}{l_0} \left\{ \theta(vt - l_0) \left[ \int_0^{vt} dx \int_0^{t-x/v} dt' M(t, x) \exp(-\sigma_\epsilon \tau) \times \right. \right. \\ &\times \vec{I} \left( t' + \frac{l_0 - x}{v} \right) + \vec{A}_0 \left. \right] + \theta(l_0 - vt) \int_0^{vt} dx \int_0^{t-x/v} dt' M(t, x) \exp(-\sigma_\epsilon \tau) \times \\ &\times \vec{I} \left( t' - \frac{l_0 - x}{v} \right) + \int_0^{vt} dx \int_0^{t-x/v} dt' M(t, x) \exp(-\sigma_\epsilon \tau) \times \quad (18) \\ &\times \vec{I} \left( t' - \frac{l_0 + x}{v} \right) + \vec{Q}_1 \left. \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\vec{A}_0 = \int_0^{l_0} dx \left[ \int_0^{t-x/v} dt' M(t, x) \exp(-\sigma_\epsilon t') \left\{ \vec{I} \left( t' - \frac{l_0 - x}{v} \right) - \vec{I} \left( t' + \frac{l_0 - x}{v} \right) \right\} \right]; \quad (19)$$

$$\vec{Q} = \exp(-2\sigma_\epsilon t) \left\{ \int_{-\infty}^{-l_0/v} \vec{I}(t') dt' + \int_{-l_0/v}^{t-l_0/v} \vec{I}(t') \times \right. \\ \left. \times \exp[2\sigma_\epsilon (t' + l_0/v)] dt' \right\}. \quad (20)$$

В выражении (18) слагаемое, содержащее  $\vec{A}_0$ , имеет такую же структуру, как и выражение для  $\vec{A}_\infty$  в (17), определяющее поле в стационарной проводящей среде. Следовательно,  $\vec{A}_0$  определяет поле, создаваемое источником в новой среде с проводимостью  $\sigma$ . Остальные слагаемые представляют собой результат трансформации поля  $\vec{E}_1$  вследствие скачка  $\sigma$ .

В трансформированном поле, аналогично случаю нестационарной диэлектрической среды, можно выделить три группы парциальных волн: две группы расходящихся волн, описываемых слагаемыми, содержащими  $\vec{I}(t' - (l_0 - x)/v)$  и  $\vec{I}(t' + (l_0 - x)/v)$ , и одну группу сходящихся волн, описываемую  $\vec{I}(t' - (l_0 + x)/v)$ , которая дает эффект фокусировки поля. При этом следует иметь в виду, что обращение амплитуды сфокусированной волны в бесконечность является результатом того, что в рассматриваемой модели среды не учитываются ее нелинейные свойства. Отличием от случая диэлектрической среды является то, что эти сходящиеся и расходящиеся волны составляют непрерывный спектр. Кроме этого в проводящей среде поле содержит еще

составляющую, описываемую вектором  $\vec{Q}$  (20). При  $\sigma=0$   $\vec{Q} = \int_{-\infty}^{t-l_0/v} \vec{I}(t') dt'$

и определяет поле в стационарной диэлектрической среде, тогда как все остальные слагаемые в (18) при этом обращаются в нуль. Следует также отметить, что все трансформированное поле при  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулю.

Представляет интерес выражение для поля  $\vec{E}_2$  в случае импульсного источника с плотностью задающего тока  $\vec{j}_{ct} = \vec{I}_0 \delta(t - t_0) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ ,

где  $t_0 < 0$ . Подставив  $\vec{I} = \vec{I}_0 \delta(t - t_0)$  в (18), получим

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma_\varepsilon}{\varepsilon} \text{rot rot} \frac{\vec{I}_0}{I_0} \left\{ -\frac{1}{\sigma_\varepsilon} \theta(-vt_0 - l_0) \exp(-2\sigma_\varepsilon t) + \right. \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &+ \theta(vt_0 + l_0) \theta(v(t - t_0) - l_0) \exp[-2\sigma_\varepsilon(t - t_0 - l_0/v)] + \\ &+ \theta(vt_0 + l_0) \theta(v(t - t_0) - l_0) [\exp(-2\sigma_\varepsilon t)/2\sigma_\varepsilon + A^+(t, t_0 + l_0/v)] + \\ &+ \theta(-vt_0 - l_0) \theta(v(t + t_0) + l_0) [-\exp(-2\sigma_\varepsilon t)/2\sigma_\varepsilon + A^-(t, -t_0 - l_0/v)] - \\ &\left. - \theta(v(t + t_0) - l_0) [-\exp(-2\sigma_\varepsilon t)/2\sigma_\varepsilon + A^-(t, -t_0 + l_0/v)] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$A^\pm(t, x) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \int_{-\sigma_\varepsilon}^{\sigma_\varepsilon} \frac{dq}{2\pi} \sqrt{2\sigma_\varepsilon / [(q + \sigma_\varepsilon)(\sigma_\varepsilon^2 - q^2)]} \sin \left[ \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 - q^2} x \pm \right. \\ \left. \pm \arct \sqrt{(\sigma_\varepsilon + q)(\sigma_\varepsilon - q)} \right] \exp[(q - \sigma_\varepsilon)t].$$

В этом выражении три последних слагаемых описывают прошедшее и отраженное от временной неоднородности поле, а также поле, переотраженное от точки нахождения источника. Эти слагаемые имеют более сложный вид по сравнению с соответствующими слагаемыми в диэлектрической среде. Прошедшее поле существует в области, ограниченной сферами радиуса  $-vt_0$  и  $v(t - t_0)$  с центром в точке нахождения источника. Обратная волна при  $t < -t_0$  отлична от нуля в области  $-v(t + t_0) < l_0 < -vt_0$ , тогда как при  $t \geq -t_0$  она занимает весь шар радиуса  $-vt_0$ . Эти две волны появляются непосредственно после скачка  $\sigma$ . Переотраженной волны до момента  $t = -t_0$  не существует, так как обратная волна еще не успела дойти до источника. При  $t \geq -t_0$  она занимает область  $l_0 < v(t + t_0)$ . Составляющая трансформированного поля, определяемая в (18) слагаемым  $\vec{Q}$ , в случае импульсного характера задающего тока описывается в (21) первыми двумя слагаемыми.

Таким образом, в обоих рассмотренных случаях нестационарность среды приводит к образованию трех групп волн: двух расходящихся и одной сходящейся. Существенным является то, что скачок

диэлектрической проницаемости вызывает изменение частоты волн, сохраняя дискретность спектра, а скачок проводимости создает непрерывный спектр волн. При этом появляется составляющая поля, не имеющая аналога в случае диэлектрической среды.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Morgenthaler F.R. // IRE Trans. Microwave Theory Techniques. 1958. V.MTT-6. N 1. P.167.
2. Fante R.L. // IEEE Trans. Antennas Propagation. 1971. V.AP-19. N 3. P.417.
3. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. - М.: Мир, 1978. Т. 2. - 558 с.
4. Felsen L.B., Whitman G.M. // IEEE Trans. Antennas Propagation. 1970. V.AP-18. N 2. P.242.
5. Кравцов Ю.А., Островский Л.А., Степанов Н.С. // ТИИЭР. 1974. Т.62. N 11. С.91.
6. Болотовский Б.М., Плис А.И., Столяров С.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т.19. N 4. С.567.
7. Давыдов В.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. N 12. С. 1429.
8. Борисов В.В. Неустановившиеся электромагнитные волны. - Л.: Гос. ун-т, 1987. - 237 с.
9. Борисов В.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т. 29. N 5. С. 730.
10. Нерух А.Г. Статья деп. в УкрНИИТИ, рег. N 462-Ук87. Деп. от 22 января 1987 г.

Харьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
31 июля 1990 г.

## TRANSFORMATION OF THE PULSE RADIATION IN NONSTATIONARY LOSSY MEDIA

A. G. Nerukh, I. Yu. Shavorykina

Electromagnetic field transformation as a result of the media dielectric permeability and conductivity jump change in a three-dimensional case is investigated. The exact solutions for the arbitrary vector source field after the change of the media electrodynamic parameters are received by the method of resolvent. The analysis of the field structure for a point source with arbitrary time dependence of the source current density is proposed. It is shown that the conductivity jump produces the continuous wave spectrum. In addition, in the transformed field there is a component which has not an analog in the case of the dielectric medium.