

УДК 535.31

КВАЗИИЗОТРОПНОЕ И РАВНОМЕРНО АППРОКСИМИРУЮЩЕЕ
ПРИБЛИЖЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В. Г. Токарь, М. А. Никитин, А. С. Андреева

Системы уравнений квазиизотропного и равномерно аппроксимирующего приближений для случая слабой анизотропии приведены к базису сопровождающего трехгранника. Показано, что в переменных, характеризующих поляризационный эллипс и амплитуду волны, три из четырех уравнений обоих приближений совпадают. Представлены результаты расчетов поляризационной структуры монохроматических КВ радиоволн для квазипараболической модели ионосферы в обоих приближениях.

Введение. Для описания поля в области взаимодействия мод Кравцовым предложена модификация метода геометрической оптики (ГО) - квазиизотропное приближение [1]. В этом приближении анизотропия учитывается как малое возмущение, т.е. справедливо представление

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon\delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}, \quad \epsilon \gg |\chi_{\alpha\beta}|, \quad (1)$$

где ϵ - изотропная часть тензора электрической проницаемости, $\chi_{\alpha\beta}$ - малая анизотропная часть, имеющая порядок μ - малого параметра метода ГО. Малый параметр μ , по степеням которого разлагаются амплитуды поля, определяется обычным для метода ГО способом: $\mu \sim (\omega T)^{-1} \sim (|\vec{k}|L)^{-1}$, т.е. частота волны ω много больше обратного характерного периода нестационарности среды и волны ($\omega \gg T^{-1}$), а волновой вектор \vec{k} много больше обратного характерного масштаба неоднородности среды и волны ($|\vec{k}| \gg L^{-1}$).

Идея Кравцова в разложении электрического поля нулевого приближения \vec{E} на луче по ортам сопровождающего трехгранника - нормали $\vec{\nu}$ и бинормали \vec{b} -

$$\vec{E} = \phi_{\nu}\vec{\nu} + \phi_b\vec{b} \quad (2)$$

использовал Найда при выводе равномерно аппроксимирующих уравнений [2]. Предварительно в уравнениях Максвелла делается геометрооптическая подстановка $\vec{E}(t, \vec{r}) \exp[i\phi(t, \vec{r})]$, где $\phi(t, \vec{r})$ - эйконал, и получают систему дифференциальных уравнений с выделенными членами порядка μ^2 , которые, как показал Найда, и в области взаимодействия не играют существенной роли. Затем поле разлагается по линейно независимым поляризационным векторам

$$\vec{E} = \phi_1\vec{f}_1 + \phi_2\vec{f}_2, \quad (3)$$

которые берутся на одной из систем лучей, например первой, - обыкновенных. Следовательно, \vec{f}_1 - поляризационный вектор обыкновенной волны, первой моды, на обыкновенном луче, \vec{f}_2 - поляризационный вектор необыкновенной волны, второй моды, на том же луче. Действительно, в случае неоднородной среды первая мода на своих лучах генерирует вторую и наоборот. Систему уравнений с выделенными членами порядка μ^2 , в которую подставлено разложение (3), проектируют на поляризационные векторы. В результате получается система линейных уравнений для взаимодействующих амплитуд Φ_1, Φ_2 , которая определена на обыкновенных лучах в поляризационном базисе. Эту систему можно решать методом возмущений. Анализ возмущающих членов, проделанный Найдой, показал, что уравнения нулевого приближения дают равномерную вдоль луча аппроксимацию с точностью μ как в области взаимодействия мод, так и вне ее [2].

В квазиизотропном приближении система линейных уравнений для взаимодействующих амплитуд Φ_v и Φ_b определена на изотропном луче в базисе сопровождающего трехгранника.

Выделяются три локальных базиса на луче, в которых можно записать уравнения для взаимодействующих амплитуд: сопровождающий трехгранник, поляризационный базис и базис, в котором наиболее просто выглядит тензор (1), когда направления \vec{k} и оси z совпадают, а внешнее магнитное поле \vec{H} , создающее анизотропию, лежит в плоскости yz и образует угол α с \vec{k} [3]. Эти базисы будем далее называть, соответственно, первым, вторым, третьим.

Цель работы состояла в приведении уравнений обоих приближений к первому базису, который наиболее естественным образом связан с траекторией луча и который рассчитывается алгоритмом, предложенным в [4]. Показано, что при слабой анизотропии в переменных θ, ϕ, ω , о которых речь будет идти ниже, три из четырех уравнений обоих приближений совпадают, поэтому упрощается численный расчет поляризационной структуры монохроматических КВ радиоволн в магнитоактивной ионосфере.

1. Уравнения для взаимодействующих амплитуд в первом базисе. Прежде всего перейдем к случаю слабой анизотропии в уравнениях равномерно аппроксимирующего приближения. Выпишем эти уравнения во втором базисе [2] на обыкновенных лучах:

$$\frac{d\Phi_1}{dt} + P_{11}\Phi_1 + P_{12}\Phi_2 = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\Phi_2}{dt} + P_{22}\Phi_2 + P_{21}\Phi_1 + i\vec{g}_1(\vec{k}_1 - \vec{k})\Phi_2 = 0,$$

где \vec{g}_1 - групповая скорость первой моды,

$$P_{st} = \frac{c_0}{2} [\vec{h}_s \nabla \times \vec{f}_t - \vec{f}_s \nabla \times \vec{h}_t],$$

$$\vec{h}_s = \frac{c_0}{\omega} [\vec{k}_s \times \vec{f}_s] \quad (s, t = 1, 2), \quad (5)$$

здесь c_0 - скорость света в вакууме. Все величины рассчитываются на

обыкновенных лучах. При слабой анизотропии обыкновенные и необыкновенные лучи сливаются в изотропные, когда пренебрегаем $\chi_{\alpha\beta}$ в (1). Осуществив предельный переход из (4) и аналогичной системы, записанной на необыкновенных лучах, получим

$$\frac{d\phi_1}{dt} + P_{11}\phi_1 + P_{12}\phi_2 + i \frac{1}{2} \vec{g}_0(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\phi_1 = 0,$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} + P_{22}\phi_2 + P_{21}\phi_1 + i \frac{1}{2} \vec{g}_0(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\phi_2 = 0, \quad (6)$$

где \vec{g}_0 - групповая скорость изотропной волны, а все величины рассчитываются на изотропных лучах. Расчет коэффициентов при амплитудах легче всего провести в третьем базисе, поскольку в нем проще рассчитать \vec{k}_s и \vec{f}_s ($s = 1, 2$) из (5).

При слабой анизотропии из локального дисперсионного соотношения и соответствующей однородной системы для амплитуд нулевого приближения [5] следует поперечность волны, продольная вдоль луча компонента поля \vec{E} имеет порядок μ по отношению к поперечной. Кроме того, волновые векторы первой \vec{k}_1 и второй \vec{k}_2 мод параллельны изотропному волновому вектору \vec{k}_0 . Обозначим орты третьего базиса через $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, по определению базиса \hat{k} параллелен \vec{k}_0 , \hat{k}_1, \hat{k}_2 . В этом базисе тензор $\chi_{\alpha\beta}$ имеет вид [3]

$$\chi_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -vu & i\sqrt{v}u \cos \alpha \\ -i\sqrt{v}u \cos \alpha & -vu \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (\alpha, \beta = i, j), \quad (7)$$

где плазменные параметры v и u определены формулами

$$v = \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2}, \quad \sqrt{u} = \frac{|e|H}{mc_0\omega}. \quad (8)$$

Здесь e, m - заряд и масса электрона, N - концентрация электронов плазмы.

Из однородной системы, соответствующей дисперсионному соотношению, получим отношение координат поляризационных векторов

$$K_{1,2} = \frac{f_{1,2j}}{f_{1,2i}} = \frac{(\chi_{jj} - \chi_{ii}) \pm \sqrt{(\chi_{ii} - \chi_{jj})^2 + 4\chi_{ij}\chi_{ji}}}{2\chi_{ij}}, \quad (9)$$

где знак плюс отвечает первой моде, минус - второй. Пронормируем поляризационные векторы, используя (9),

$$\hat{f}_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{1 + K_{1,2} K_{1,2}^*}} \hat{i} + \frac{K_{1,2}}{\sqrt{1 + K_{1,2} K_{1,2}^*}} \hat{j} = p_{1,2} \hat{j} + q_{1,2} \hat{j}. \quad (10)$$

Из дисперсионного соотношения находим

$$k_{1,2}^2 - k_0^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \frac{(\chi_{11} + \chi_{jj}) \pm \sqrt{(\chi_{11} - \chi_{jj})^2 + 4\chi_{1j}\chi_{j1}}}{2}. \quad (11)$$

Теперь, пользуясь (10), определим P_{st} из (5), при этом в нашем приближении вместо $\vec{k}_{1,2}$ можно брать \vec{k}_0 . Коэффициент $(1/2)i \vec{g}_0(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$ находим, используя (11). Тем самым определили все коэффициенты системы (6).

Формула (10) выражает второй базис через третий. Переведем теперь и систему (6) в этот базис. Согласно (10)

$$\Phi_1 \vec{f}_1 = \Phi_1 P_1 \vec{i} + \Phi_1 Q_1 \vec{j}, \quad \Phi_2 \vec{f}_2 = \Phi_2 P_2 \vec{i} + \Phi_2 Q_2 \vec{j}.$$

Вводим амплитуды

$$\Phi_1 = \Phi_1 P_1 + \Phi_2 P_2, \quad \Phi_j = \Phi_1 Q_1 + \Phi_2 Q_2 \quad (12)$$

и делаем замену переменных в системе (6), используя формулы (10), (11). После громоздких преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_1}{dt} + P_{11}\Phi_1 + P_{1j}\Phi_j + \Lambda \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_j \end{pmatrix} &= 0, & 1\text{-я строка} \\ \frac{d\Phi_j}{dt} + P_{jj}\Phi_j + P_{j1}\Phi_1 + \Lambda \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_j \end{pmatrix} &= 0. & 2\text{-я строка} \end{aligned} \quad (13)$$

Матрица Λ имеет вид

$$\Lambda = -i \frac{\omega}{2} \begin{pmatrix} \frac{\chi_{11} - \chi_{jj}}{2} & \chi_{1j} \\ \chi_{j1} & \frac{\chi_{jj} - \chi_{11}}{2} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

а

$$\begin{aligned} P_{11} = P_{jj} &= \frac{c_0^2}{2\omega} (k_0 \operatorname{div} \vec{k} + \vec{k} \nabla k_0), \\ P_{1j} = -P_{j1} &= \frac{c_0^2}{2\omega} k_0 (\vec{i} \operatorname{rot} \vec{j} + \vec{j} \operatorname{rot} \vec{i}). \end{aligned} \quad (15)$$

Система уравнений квазиизотропного приближения дается, например, в [1] в первом базисе. В этих уравнениях присутствует угол ψ , определяющий ориентацию внешнего магнитного поля \vec{H} , а именно ψ - угол между главной нормалью к лучу \vec{v} и плоскостью (\vec{k}, \vec{H}) , $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$. Этот угол определяет связь между первым и третьим базисами:

$$\begin{aligned} \vec{i} &= \pm (\vec{v} \sin \psi - \vec{b} \cos \psi), \\ \vec{j} &= \pm (\vec{v} \cos \psi + \vec{b} \sin \psi), \end{aligned} \quad (16)$$

где знак плюс берется тогда, когда \vec{j} лежит в I, IV квадрантах базиса \vec{i}, \vec{b} , знак минус - когда \vec{j} лежит во II, III квадрантах. Определим амплитуды аналогично (12):

$$\Phi_{\nu} = \pm(\Phi_1 \sin \psi + \Phi_j \cos \psi), \quad \Phi_b = \pm(-\Phi_1 \cos \psi + \Phi_j \sin \psi). \quad (17)$$

Теперь можно перейти от третьего базиса к первому, используя (13) - (17), аналогично переходу от второго базиса к третьему. Снова, опуская промежуточные выкладки, выпишем систему равномерно аппроксимирующих уравнений в первом базисе, в дальнейшем называемую первой системой:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{\nu}}{dt} + \left[P_{11} - i \frac{\omega}{4} (\chi_{jj} - \chi_{11}) \cos 2\psi \right] \Phi_{\nu} + \\ + \left[-i \frac{\omega}{4} (\chi_{jj} - \chi_{11}) \sin 2\psi + P_{1j} - i \frac{\omega}{2} \chi_{1j} + \vec{g}_0 \nabla \psi \right] \Phi_b = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_b}{dt} + \left[P_{11} + i \frac{\omega}{4} (\chi_{jj} - \chi_{11}) \cos 2\psi \right] \Phi_b + \\ + \left[-i \frac{\omega}{4} (\chi_{jj} - \chi_{11}) \sin 2\psi - P_{1j} + i \frac{\omega}{2} \chi_{1j} - \vec{g}_0 \nabla \psi \right] \Phi_{\nu} = 0, \end{aligned}$$

где P_{11} определен в (15), $\chi_{\alpha\beta}$ - в (7). Для P_{1j} из (15), используя (16), получим $P_{1j} = g_0 (\kappa - \vec{k} \nabla \psi)$, где κ - кручение луча.

Физически более содержательны переменные θ и Φ , определяемые соотношениями $\operatorname{tg} \theta = \Phi_b / \Phi_{\nu}$, $\Phi = \sqrt{\Phi_{\nu}^2 + \Phi_b^2}$. Известно [5], что вещественная часть $\theta' = \operatorname{Re} \theta$ описывает угол между большой осью эллипса поляризации и нормалью к лучу \vec{i} , а мнимая часть $\theta'' = \operatorname{Im} \theta$ определяет отношение малой полуоси эллипса к большой, т.е. степень деполяризации $d = |\operatorname{th} \theta''|$. От знака θ'' зависит направление вращения вектора поля \vec{E} по поляризационному эллипсу (положительные значения θ'' отвечают вращению по часовой стрелке, если смотреть по направлению луча). Следовательно, угол θ определяет поляризационные характеристики волны. Сделаем указанную замену переменных в (18), подставив $\chi_{\alpha\beta}$ из (7). В результате получим первую систему в первом базисе

$$\frac{d\theta}{dt} = -i \frac{\omega}{4} \nu u \sin^2 \alpha \sin 2(\theta - \psi) + \frac{\omega}{2} \nu \sqrt{u} \cos \alpha + g_0 \kappa, \quad (19)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2} \Phi \operatorname{div} \vec{g}_0 + i \frac{\omega}{4} \Phi \nu u \sin^2 \alpha \cos 2(\theta - \psi).$$

Система уравнений квазиизотропного приближения [5], будем называть ее второй системой, в первом базисе в переменных θ, Φ имеет тоже уравнение для θ , что и система (19). Уравнение же для Φ другое:

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2} \Phi \operatorname{div} \vec{g}_0 + i \frac{\omega}{4} \Phi v u \sin^2 \alpha \cos 2(\theta - \psi) - \\ - i \frac{\omega}{4} \Phi v u (1 + \cos^2 \alpha). \quad (20)$$

Первая система (19) и вторая (20) содержат четыре вещественных уравнения, так как θ и Φ - комплексные. Выделим из уравнений для Φ вещественную и мнимую части, представляя Φ в виде $\Phi = |\Phi| e^{i\delta}$. Для модуля амплитуды обе системы дадут одно и то же уравнение

$$\frac{d|\Phi|}{dt} = -\frac{1}{2} |\Phi| \operatorname{div} \vec{g}_0 + \frac{\omega}{4} |\Phi| v u \sin^2 \alpha \sin 2(\theta' - \psi) \operatorname{sh} 2\theta'''. \quad (21)$$

Для аргумента амплитуды первая система (19) даст уравнение

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega}{4} v u \sin^2 \alpha \cos 2(\theta' - \psi) \operatorname{ch} 2\theta''', \quad (22)$$

а вторая (20) - уравнение

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega}{4} v u \sin^2 \alpha \cos 2(\theta' - \psi) \operatorname{ch} 2\theta''' - \\ - \frac{\omega}{4} v u (1 + \cos^2 \alpha). \quad (23)$$

Таким образом, из четырех уравнений систем (19) и (20) три совпадают.

В работе интегрировались три уравнения: для θ и аргумента δ (22) и (23). Выпишем теперь уравнения в том виде, в каком они интегрировались на траектории изотропного луча, которая определяется из характеристической системы:

$$\frac{d\vec{r}}{d(c_0 t)} = \left(\frac{c_0}{\omega} \right) \vec{k}_0 = \vec{g}_0, \quad \frac{d\vec{k}_0}{d(c_0 t)} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) \nabla v, \\ \frac{d\theta'}{d(c_0 t)} = \sqrt{1-v} \left\{ \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) \frac{v \sqrt{u}}{\sqrt{1-v}} \times \right. \\ \left. \times \left[\cos \alpha + \frac{\sqrt{u}}{2} (1 - \cos^2 \alpha) \cos 2(\theta' - \psi) \operatorname{sh} 2\theta''' \right] \right\}, \quad (24)$$

$$\frac{d\theta'''}{d(c_0 t)} = -\frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) v u (1 - \cos^2 \alpha) \sin 2(\theta' - \psi) \operatorname{ch} 2\theta''',$$

$$\frac{d\delta}{d(c_0 t)} = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) v u (1 - \cos^2 \alpha) \cos 2(\theta' - \psi) \operatorname{ch} 2\theta''',$$

$$\frac{d\delta}{d(c_0 t)} = \frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) v u (1 - \cos^2 \alpha) \cos 2(\theta' - \psi) \operatorname{ch} 2\theta''' - \\ - \frac{1}{4} v u (1 + \cos^2 \alpha),$$

где \vec{r} - радиус-вектор точки траектории, $c_0 t$ - переменная интегри-

рования, она имеет физический смысл группового времени распространения пакета вдоль траектории, выраженного в единицах длины.

Небезынтересно посмотреть, как выглядит вторая система (20) во втором базисе. Прделав обратный переход от первого базиса к третьему и от третьего ко второму, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} + P_{11}\Phi_1 + P_{12}\Phi_2 + i\vec{g}_0(\vec{k}_0 - \vec{k}_1)\Phi_1 &= 0, \\ \frac{d\Phi}{dt} + P_{22}\Phi_2 + P_{21}\Phi_1 + i\vec{g}_0(\vec{k}_0 - \vec{k}_2)\Phi_2 &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

где коэффициенты P_{st} ($s, t = 1, 2$) определены в (5). Вторая система (25) отличается от первой (6) наличием изотропного волнового вектора \vec{k}_0 в разностях. Теперь можно показать, что во всех трех локальных базисах в переменных θ, Φ различаются лишь уравнения для аргумента амплитуды.

2. Алгоритм решения системы (24). В общем случае система (24) решается численно. Ее решение требует расчета правых частей. Плазменные параметры v и u определены формулами (8). Распределение электронной концентрации N в ионосфере задавалось квазипараболической моделью [6]. Магнитное поле Земли представлялось магнитным диполем.

Поскольку магнитное поле Земли в первом приближении представляется диполем, то для его корректировки в определенной области ионосферы удобно задаваться известным, например из эксперимента, значением напряженности поля H_0 на поверхности Земли, а величину магнитного момента рассчитывать. В этом случае поле представляется формулой

$$\vec{H}(\vec{r}) = H_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^3 \frac{3\vec{n}(\vec{m}\vec{n}) - \vec{m}}{\sqrt{1 + 3(\vec{m}\vec{n}_0)^2}}, \quad (26)$$

где r_0 - радиус Земли, $\vec{n} = \vec{r}/r$, \vec{m} - единичный вектор магнитного момента, \vec{n}_0 - единичный вектор точки Земли, где задана H_0 . Для единичного вектора магнитного поля из (26) получаем

$$\vec{h} = \frac{\vec{H}}{H} = \frac{3\vec{n}(\vec{m}\vec{n}) - \vec{m}}{\sqrt{1 + 3(\vec{m}\vec{n})^2}}. \quad (27)$$

Углы α, ψ, θ определены относительно сопровождающего трехгранника, орты которого - касательный, нормали и бинормали даются формулами, полученными из траекторных уравнений системы (24) [4]:

$$\vec{k} = \frac{\vec{k}}{k}, \quad \vec{v} = \frac{\vec{k}(\vec{k}\vec{v}N) - \vec{v}N}{\sqrt{(\vec{v}N \cdot \vec{v}N) - (\vec{k} \cdot \vec{v}N)^2}}, \quad \vec{b} = \vec{k} \times \vec{v}. \quad (28)$$

Теперь угол α равен

$$\alpha = \arccos(\vec{h} \vec{k}), \quad (29)$$

а ψ

$$\psi = \pm \arcsin \left(|\vec{b} \vec{h}| / \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \right), \quad (30)$$

где знак в (30) определяется знаком произведения $(\vec{b} \vec{h})(\vec{v} \vec{h})$. Если оно больше нуля, берется знак плюс, иначе - минус. Кручение определяется формулой [7]

$$\alpha = - \frac{[\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}}]}{[\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}]^2} = \frac{(\nabla N \times \vec{k})(\vec{k} \nabla) \nabla N}{(\nabla N \nabla N) - (\vec{k} \nabla N)^2} \quad (31)$$

со знаком, противоположным общепринятому в дифференциальной геометрии. Формулы (8), (26) - (31) полностью определяют правые части системы (24) и сопровождающий трехгранник.

Система (24) интегрировалась методом Рунге - Кутты с постоянным шагом интегрирования в декартовой системе координат с началом в центре Земли, ось z проходит через Северный полюс, ось x - через нулевой меридиан. Поскольку в правых частях для θ стоят периодические функции, то шаг интегрирования $s = c_0 \Delta t$ должен быть меньше периода. Для исключения эффекта накопления погрешностей округления расчеты проводились с двойной точностью.

Источник излучения считается точечным и расположенным на Земле. Начальный волновой вектор \vec{k}_0 определяется углами выхода луча: азимутом и углом места и соотношением $k_0 = \omega/c_0$. Без потери общности по условию всегда задавалась линейно поляризованная волна, т. е. $\theta_H = \theta'_H$ - вещественно, а $\delta_H = 0$.

3. Результаты расчетов.

Расчеты по квазипараболической модели ионосферы [6] проводились для вертикально поляризованного пакета ($\theta'_H = 0$) с частотой $f = 20$ МГц. Магнитный полюс выбирался совпадающим с географическим. Величина магнитного поля на экваторе задавалась равной $H_0 = 0,5$ з, после чего определялось магнитное поле Земли \vec{H} по формуле (26). При данной частоте плазменные параметры ν и \sqrt{u} из (8) были порядка 0,1 в области распространения волны, тогда, согласно (7), справедливо приближение слабой анизотропии (1).

Были выбраны две трассы - долготная и широтная - с координатами передатчика и приемника на Земле соответственно: для долготной - $120, 55^\circ \text{E}$, $54, 69^\circ \text{N}$ и $8, 97^\circ \text{E}$, $54, 69^\circ \text{N}$, для широтной - 0°E , $54, 69^\circ \text{N}$ и 0°E , $20, 55^\circ \text{N}$. Координаты приемника задают азимут выхода лучей в направлении на него. Угол места лучей в обоих случаях равен 4° . Шаг интегрирования полагался

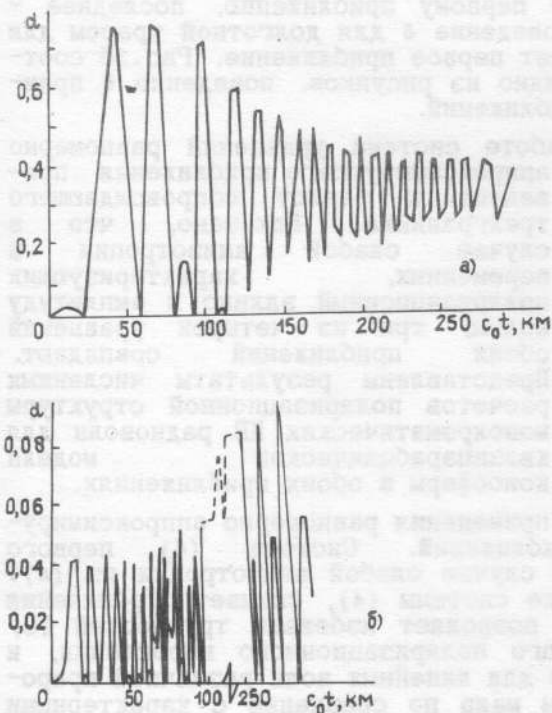


Рис. 1.

$S = 0,5 \text{ км.}$

На рис. 1 показана рассчитанная зависимость деполаризации $d = |\text{th } \theta''|$ от времени для долготной а) и широтной б) трасс. Так как переменная интегрирования $S = ct$, то время выражено в километрах, при этом отсчет времени начинался с момента входа луча в ионосферу и продолжался до выхода из нее. Для долготной трассы деполаризация больше, так как распространение близко к поперечному, а для широтной - к продольному. Уравнение для θ'' системы (24) содержит коэффициент $\sin^2 \alpha$, где α определен формулой (29), который больше для долготной трассы, $\alpha \sim 90^\circ$, чем для широтной $\alpha \sim 0^\circ$.

Поскольку квазипараболическая модель одномерна, т.е. $N = N(r)$, то траектории плоские и $\kappa = 0$ [7]. Поэтому на рис. 2 показано вращение эллипса поляризации, обусловленное эффектами Фарадея и Коттона - Мутона на обеих трассах. В уравнении для θ' системы (24) эффекту Фарадея отвечает член, пропорциональный $\sqrt{u} \cos \alpha$, а эффекту Коттона - Мутона - член $u(1 - \cos^2 \alpha) \text{sh } 2\theta''$. Эффект Фарадея вносит основной вклад в поворот эллипса на обеих трассах, больший для широтной, так как $\alpha \sim 0^\circ$, т.е. реализуется продольное распространение. Эффект Коттона - Мутона более заметен для долготной трассы, так как $\alpha \sim 90^\circ$, т.е. реализуется поперечное распространение. На рис. 2 кривая с номером 1 отвечает долготной трассе.

Поскольку, как указывалось выше, уравнения для θ совпадают для равномерно аппроксимирующего и квазиизотропного приближений далее первого и второго, то рис. 1, 2 относятся к обоим приближениям. Различаются уравнения для аргумента амплитуды δ . В системе (24) предпоследнее уравнение отвечает первому приближению, последнее - второму. На рис. 3а изображено поведение δ для долготной трассы для обоих приближений. Номер 1 отмечает первое приближение. Рис. 3б соответствует широтной трассе. Как видно из рисунков, поведение δ принципиально различно для разных приближений.

Таким образом, в данной работе система уравнений равномерно аппроксимирующего приближения приведена к базису сопровождающего трехгранника. Показано, что в случае слабой анизотропии в переменных, характеризующих поляризационный эллипс и амплитуду волны, три из четырех уравнений обоих приближений совпадают. Представлены результаты численных расчетов поляризационной структуры монохроматических КВ радиоволн для квазипараболической модели ионосферы в обоих приближениях.

В заключение укажем области применения равномерно аппроксимирующего и квазиизотропного приближений. Система (6) первого приближения получена переходом к случаю слабой анизотропии из (4). Поэтому первое приближение, в виде системы (4), снимает ограничения на анизотропию. Это приближение позволяет избежать трудностей Г0, возникающих при наличии переменного поляризационного вырождения, и строить равномерную аппроксимацию для линейных волн различной природы в условиях, когда длина волны мала по сравнению с характерными масштабами задачи.

Тем не менее следует отметить, что равномерная геометрикооптическая аппроксимация может быть получена и путем "сшивания" невзаимо-

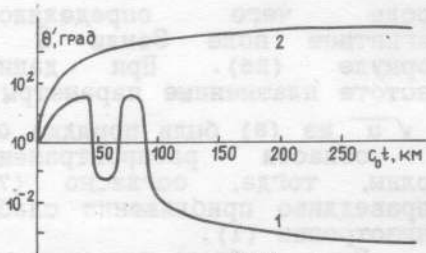


Рис. 2.

действующей нормальной волны с решением, полученным во втором приближении. Однако погрешность "сшитого" решения оказывается существенно большей погрешности первого приближения [2]. Таким образом, при неслабой анизотропии предпочтительнее (в смысле точности) первое приближение.

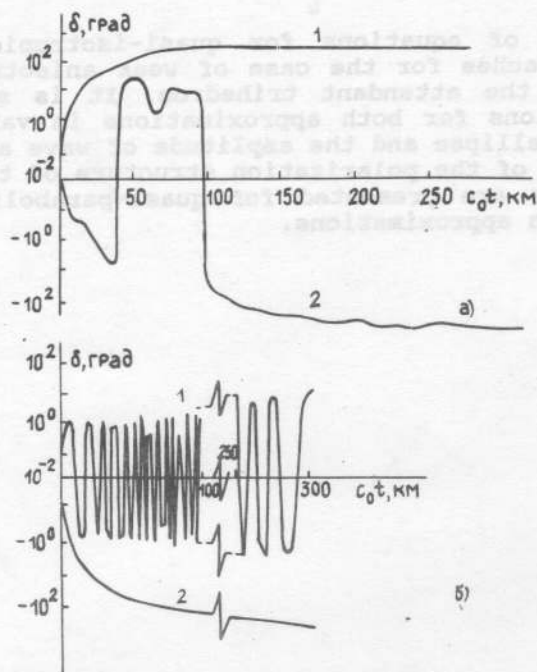


Рис. 3.

В случае слабой анизотропии, в задаче предельной поляризации, при определении степени деполяризации для ионосферного распространения КВ волн, при радиоастрономических и радиофизических наблюдениях [1], когда интерес представляет поляризационная структура сигнала, оба приближения дают одни и те же результаты в силу совпадения уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю. А. // ДАН СССР. 1968. Т. 183. № 1. С. 74.
2. Найда О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 3. С. 383.
3. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука, 1967.
4. Токарь В. Г., Рубинштейн Л. И., Никитин М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 1. С. 36.
5. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. - М.: Наука, 1980.
6. Крофт Т. А., Хугасьян Г. // В сб.: Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. - М.: Наука, 1971. С. 74.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1977.

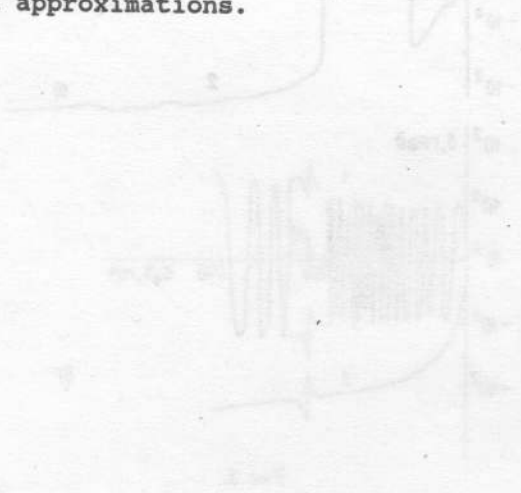
Калининградский государственный университет

Поступила в редакцию
3 января 1991 г.
после доработки
12 декабря 1991 г.

THE QUASI-ISOTROPIC AND UNIFORMLY APPROXIMATE APPROXIMATIONS
OF GEOMETRICAL OPTICS

V.G. Tokar', M.A. Nikitin, A.S. Andreeva

The systems of equations for quasi-isotropic and uniformly approximate approaches for the case of weak anisotropy are brought to the basis of the attendant trihedron. It is shown that three among four equations for both approximations in variables defining the polarization ellipse and the amplitude of wave are coincide. The computing results of the polarization structure of the monochromatic short radio waves are presented for quasi-parabolic model of the ionosphere in both approximations.



В статье рассматриваются системы уравнений для квазиизотропного и равномерно приближенного подходов к решению задачи геометрической оптики в случае слабой анизотропии. Показано, что три из четырех уравнений для обоих приближений в переменных, определяющих эллипс поляризации и амплитуду волны, совпадают. Приведены вычисленные результаты структуры поляризации монохроматических коротковолновых радиоволн для квазипараболической модели ионосферы в обоих приближениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1811-1815.
2. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1816-1820.
3. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1821-1825.
4. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1826-1830.
5. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1831-1835.
6. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1836-1840.
7. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1841-1845.
8. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1846-1850.
9. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1851-1855.
10. Tokar V.G., Nikitin M.A., Andreeva A.S. // Radiotekhnika i Elektronika, 1981, т. 26, № 10, с. 1856-1860.