ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Том 35, N 1 РАДИОФИЗИКА 1992

УДК 530.18

КОЛЕБАНИЯ У ПОРОГА ХАОСА В СИСТЕМЕ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Б. П. Безручко, О. Б. Пудовочкин

Приводятся результаты экспериментального исследования двух синфазно возбуждаемых периодическими сигналами колебательных контуров с диодами; контуры связаны между собой так, что первый действует на второй. Каждый из осцилляторов при изменении воздействия демонстрирует переход к хаосу через удвоение периода колебаний. Рассмотрены особенности разбиения пространства трех параметров системы на области различных колебательных состояний. Продемонстрировано наличие в реальной системе универсальных типов критического поведения, обнаруженных ранее в абстрактных дискретных моделях с тремя существенными параметрами.

Многие нелинейные системы демонстрируют с изменением параметров переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. На пороге перехода (при критических значениях параметров), когда период колебаний значительно превышает характерные временные масштабы рассматриваемого объекта, системы различной природы демонстрируют универсальные типы поведения. Каждому такому типу присущи свои закономерности и связанные с ними наборы количественных характеристик. В однопараметрических системах это известные закономерности Фейгенбаума с набором соответствующих констант [1]. Для систем коразмерности 2 типичен и так называемый трикритический тип поведения [2], а в случае одностороннего воздействия одной системы на другую - бикритический [3]. Наиболее полно иерархия критических явлений представлена в [4], где помимо названных описаны би-трикритическая и двойная фейгенбаумовская точки для систем коразмерности 3.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование места упомянутых универсальных закономерностей в системе двух неавтономных радиотехнических осцилляторов - колебательных контуров с нелинейностью, обусловленной свойствами полупроводникового элемента с p - n-переходом [5]. Контуры синфазно возбуждались гармоническими сигналами от общего внешнего генератора и были связаны так, что первый действовал на второй, а второй не действовал на первый. Связь осуществлялась с помощью линейного широкополосного регулируемого усилителя, включенного между идентичными точками контуров. Были предусмотрены возможности регулировки коэффициента передачи по напряжению (от нуля до 20) и инвертирования сигнала на выходе усилителя (последнее отождествляется нами с изменением знака коэффициента связи). Системы с подобным видом связи конструируются в радиотехнике и электронике, а также привлекают внимание при моделировании явлений в объектах другой природы, например гидродинамической турбулентности, развивающейся "вниз по потоку" [6].

Исследуемая система рассматривается нами как

трехпараметрическая. В качестве параметров выбраны амплитуды внешнего гармонического воздействия на первую V_1 и вторую V_2 подсистемы и коэффициент связи K. Значения V_1, V_2 нормировались на $V_{кр}$ - значение параметра, при котором в одиночном контуре возникает хаос, а K равнялось коэффициенту передачи усилителя, нормированному на его максимально достижимое в эксперименте значение. Все другие параметры, влияющие на вид колебаний нелинейного контура, были фиксированы, частота внешнего воздействия f_0 выбрана близкой частоте линейного резонанса контуров. Идентичность осцилляторов обеспечивалась тем, что из серии однотипных полупроводниковых элементов были отобраны экземпляры, с которыми каждый контур демонстрировал при $K = 0$ и одинаковых параметрах воздействия близкие колебательные режимы, а также подстройкой уровня диссипации с помощью специального резистора. Интервалы изменения V_1, V_2 были ограничены значениями, при которых в изолированных подсистемах (при $K = 0$) существует и эволюционирует к хаосу через удвоения периода одинаковый цикл из множества периодических колебательных состояний, характерных для контура с диодом. Колебательные режимы идентифицировались по временным реализациям напряжения на нелинейных элементах, спектрам мощности и проекциям фазовых портретов, а тип критического поведения - по отношению γ усредненных величин субгармоник различного уровня* в спектре второй подсистемы в критических точках и по характерным особенностям в структуре пространства параметров.

Зафиксируем значение параметра $V_1 = 0{,}55$, соответствующее существованию в первой подсистеме колебаний периода 2** и рассмотрим структуру одного из двумерных сечений этого пространства - проанализируем разбиение плоскости параметров V_2 - K на области различных колебательных режимов (рис. 1). На рисунке использованы следующие обозначения: на отдельных листах расположены колебательные режимы, основанные на различных циклах связанной системы, сплошными линиями показаны "видимые" границы листов, пунктиром - "невидимые". С границ листов происходят жесткие переходы на колебательные режимы другого цикла. На листах сплошными изображены линии удвоения периода, накапливающиеся к критическим линиям F (отмечены штриховкой), цифрами - период колебаний в области между линиями, латинскими буквами обозначены критические точки и линии, буквами русского алфавита - некоторые иллюстрируемые точки. Например, между точками a - a' в зависимости от начальных условий подсистемы могут совершать колебания периода 2 либо "синфазно", либо "противофазно"

*Первый уровень соответствует субгармоникам, кратным $f_0/2$ и появляющимся после первой бифуркции удвоения периода, второй - субгармоникам, кратным $f_0/4$ и возникающим после второй бифуркации удвоения, и т.д. Усреднение проводилось по шести реализациям спектра в выбранной точке плоскости параметров. Из рассмотрения исключались субгармоники наибольшего из различаемого в эксперименте 5-го уровня из-за значительного случайного разброса величин спектральных составляющих этого уровня от реализации к реализации. В тексте приведена оценка случайной погрешности определения γ; приборная погрешность находится в пределе ±0,5 дБ/ур.

**Здесь и в дальнейшем период колебаний будем определять в единицах периода внешнего воздействия $T = 1/f_0$. Отмеченный выбор периода, равный 2, целесообразен для сопоставления с имеющимися результатами теоретических исследований [4].

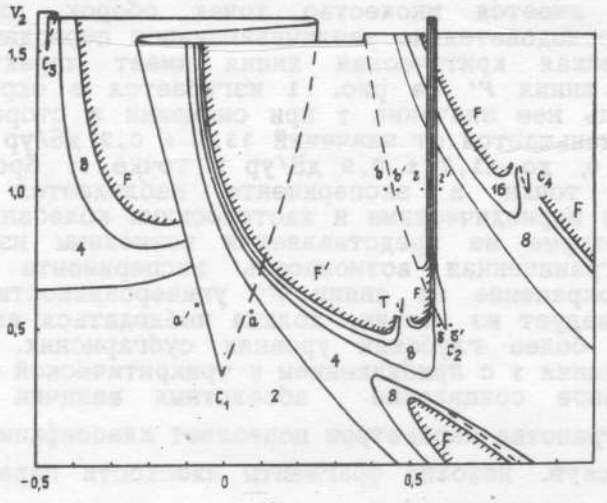

Рис. 1.

(при $K = 0$ и $V_1 = V_2$ этим режимам соответствуют идентичные колебания подсистем с временным сдвигом, равным нулю или периоду внешнего воздействия). Каждый из колебательных режимов эволюционирует на своем листе ("синфазном" или "противофазном"). Выше точки сборки $C_1 (K = 0, V_1 = 0{,}31)$ эти листы перекрываются; ниже - не разделяются, так что соответствующие режимы плавно переходят друг в друга. В каждой точке внутри области перекрытия листов существует бистабильность, т. е. может быть реализовано два устойчивых колебательных режима. С ростом параметра V_2 и синфазный и противофазный виды колебаний последовательно удваивают период и переходят к хаосу на линиях F.

Наибольший интерес в связи с целью работы представляет область достаточно больших K и V_2, на которых остановимся подробнее. В этих областях параметров синфазный лист "расслаивается" на большое количество листов, соответствующих различным режимам. Рассмотрим подробнее окрестности точки сборки C_2 ($K = 0{,}6$, $V_2 = 0{,}5$), выше которой перекрываются два листа, соответствующие двум разновидностям синфазного колебательного режима. Переход между этими видами колебаний выше точки C_2 может быть осуществлен несколькими способами, например с гистерезисом (точки *б-б'*) или жестко безгистерезисно (точки *в-в'*). Обращает на себя внимание узкая область между точками *г-г'*, которая отходит от основной в виде языка и на которую нельзя попасть при переходе из точки *г* в *г'* по кратчайшему пути. Подробная конфигурация листа наблюдалась в [7] при экспериментальном исследовании одиночного нелинейного контура. Кроме того, в области существования колебаний периода 8 также имеют место перекрытия листов как синфазных ($K = 0{,}48$, $V_2 = 0{,}52$ и $K = 0{,}83$, $V_2 = 0{,}95$), так и несинфазных ($K = -0{,}47$, $V_2 = 1{,}5$).

Наиболее примечательными из представленных на рис. 1 результатов следует считать экспериментальное наблюдение в структуре плоскости параметров характерных признаков трикритического поведения, обнаруженных в дискретных моделях [2,4]. Речь идет об окрестности точки T, в которой обрывается критическая линия F'. Напомним, что, согласно теории, закономерностям Фейгенбаума соответствует $\gamma = 13{,}35$ дБ/ур, а точка T, называемая трикритической, обладает двухпараметрическим скейлингом и спектром со средним

перепадом между субгармониками γ = 10,4 дБ/ур [4]. Кроме того, в окрестности T имеется множество точек сборок, соответствующих колебаниям с последовательно увеличивающимися периодами (8,16,...), а фейгенбаумовская критическая линия имеет характерный загиб. Действительно, линия F' на рис. 1 изгибается в окрестности T, а измеренное вдоль нее значение γ при смещении в сторону увеличения связи плавно уменьшается от значений 13,8 ± 0,2 дБ/ур в критической точке при K = 0, до 11,7 ± 0,9 дБ/ур в точке T. Кроме того, выше трикритической точки в эксперименте наблюдается ряд жестких переходов между периодическими и хаотическими колебаниями, подробно исследовать которые не представляется возможным из-за конечного разрешения. Ограниченная возможность эксперимента не позволяет проверить и сохранение на линии F' универсальности Фейгенбаума, которая, как следует из теории, должна наблюдаться вплоть до точки T, но на все более глубоких уровнях субгармоник. Но тенденция уменьшения значения γ с приближением к трикритической точке, а также удовлетворительное совпадение абсолютных величин γ и деталей структуры пространства параметров позволяет классифицировать точку T как трикритическую. Похожие фрагменты плоскости параметров V_2 – K имеются и около точки сборки C_4.

Анализ ряда сечений пространства параметров связанной системы при значениях $V_1 > 0,55$, когда в первой подсистеме реализуются колебания периода больше 2, не выявил качественно новых особенностей конфигураций разбиения плоскости V_2 – K на области различных колебательных режимов по сравнению с описанными, хотя количественно структура плоскости параметров сильно усложняется. Например, при K = = 0 и значениях $V_1 = V_2$, соответствующих существованию в первой подсистеме режима периода 4, плоскость состоит из четырех листов, т. е. имеет место мультистабильность [8]. Примечательно, что признаки трикритического поведения в рассмотренной области параметов были обнаружены не на всех листах, аналогично тому, как на рис. 1 они имеются в области "синфазных" режимов. Например, при возбуждении в первой подсистеме колебаний периода 4 трикритические точки обнаружены только на листах циклов, для которых колебания подсистем при K = 0 сдвинуты на 0 и 2 периода воздействия.

С приближением V_1 к критическому значению линии F смещаются в пространстве параметров, и если их спроектировать с различных сечений V_1 = = const на одну плоскость V_2–K (рис. 2), то они "накапливаются" к линии B, которой соответствует значение параметра V_1= 1. Трикритические точки на концах линий F "накапливаются" к точке BT на конце бикртитической линии. В окрестностях линии B реализуется бикритическое поведение [3], соответственно сама линия получила название бикритической. Одной из характеристик критического поведения в точке BT, называемой би-трикритической, согласно теоретическим представлениям, является постоянная γ = 7 дБ/ур. Значение γ, измеренное в точке BT, оказалось равным 7,8 ± 0,3 дБ/ур. Следует отметить, что на линии F и от точки к точке T значение γ, полученное в соответствии с техническими возможностями эксперимента по субгармоникам сравнительно низких уровней, монотонно меняется.

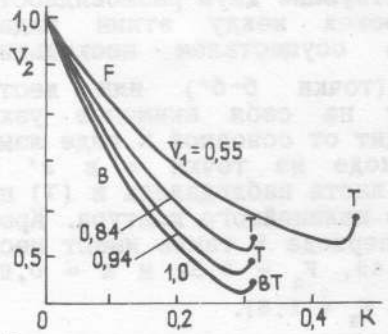

Рис. 2.

Так, на линии B оно находится в пределах 13,8 и 7,8 дБ/ур, ограниченных значениями γ в точке с $K = 0$ и в точке BT. Полное равенство измеренного γ теоретическому значению 8 дБ/ур имеет место приблизительно в середине приведенной на рис. 2 линии B. Трикритические точки в пространстве трех параметров также образуют линию, на которой можно указать место полного соответствия γ теоретическому значению 10,4 дБ/ур [4]. Вблизи бифуркационных значений V_1, соответствующих удвоению периода, в реальной системе эта линия имеет разрывы (когда точка T на плоскости параметров не обнаруживается).

Приведенные результаты исследования динамики двух нелинейных радиотехнических осцилляторов с однонаправленной связью в пространстве трех параметров позволяют оценить место ряда критических явлений [1 - 4] в этой реальной системе. На рассмотренных сечениях ее пространства параметров наиболее широко представлены, а следовательно, и типичны критические линии F. Трикритические точки обнаруживаются лишь на части, а бикритические - на всех листах рассмотренных сечений пространства параметров. В эксперименте удается выявить линии, соответствующие этим видам критического поведения. Самой уникальной из четырех обнаруженных в абстрактных дискретных моделях критических ситуаций в исследуемой системе является би-трикритическая. Ей соответствует на рисунках единственная точка, обнаружить которую достаточно сложно. Что касается поиска других, отличных от [1 - 4] видов критического поведения в исследуемой многопараметрической радиотехнической системе, если они и возможны, то уникальны и требуют для обнаружения дополнительной априорной информации. Следует подчеркнуть, что методика и направленность экспериментального анализа пространства параметров, проведенного нами, основывались на представлениях, развитых в работе [4].

Выражаем признательность С. П. Кузнецову, А. П. Кузнецову и И. Р. Сатаеву за предоставление материалов теоретических исследований и помощь в постановке задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейгенбаум М. //УФН. 1983. Т.141. Вып. 2. С.343.
2. Chang S.-J., Wortis M., Wright J.A.//Phys.Rev.A. 1981. V.24. N 5. P.2669.
3. Безручко Б. П., Гуляев Ю. В. и др. //ДАН СССР. 1986. Т.287. N 3. С.619.
4. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Сатаев И. Р. //Тезисы докл. II Всесоюзной конференции по нелинейным колебаниям механических систем. - Горький. Гос. ун-т, 1990. Ч. 1. С.96.
5. Linsay P.S.//Phys.Rev.Lett. 1981. V.47. N 48. P.1349.
6. Анищенко В. С., Арансон И. С. и др. //ДАН СССР. 1986. Т.286. N 5. С.1120.
7. Кипчатов А. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т.33. N 2. С.182.
8. Безручко Б. П., Гуляев Ю. В. и др. //ДАН СССР. 1990. Т.314. N 2. С.332.

Саратовский филиал
Института радиотехники и электроники
АН России

Поступила в редакцию
20 ноября 1990 г.

OSCILLATIONS NEAR A CHAOS THRESHOLD IN THE SYSTEM OF ONE-DIRECTIONALLY CONNECTED NONLINEAR ELECTRICAL OSCILLATORS

B.P. Bezruchko, O.B. Pudovochkin

Experimental investigation results are discussed for two oscillatory circuits cophasally excited by periodic pulses with the diodes coupled with each other so that the first diode influence the second one. Each of oscillators demonstrated the transition to the chaos through oscillation period doubling by varing the influence. Features of space partition are considered for three system parameters into different oscillatory state areas. The presence of universal critical behaviour is demonstrated in a real system discovered earlier in abstract discrete models with three appriciable parameters.