

УДК 621.396.677

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ АДАПТИВНЫЕ РЕШЕТЧАТЫЕ ФИЛЬТРЫ.

АДАПТАЦИЯ ПРИ ЗАДАННОМ КОРНЕ ИЗ ОЦЕНОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

Д. И. Леховицкий, С. Б. Милованов, И. Д. Раков, Б. Г. Свердлов

Обсуждаются алгоритмы настройки адаптивных решетчатых фильтров (АРФ) по заданному корню из оценочной корреляционной матрицы (КМ) помех. Синтезируется базовый алгоритм, на основе которого могут быть получены алгоритмы настройки, учитывающие априорную информацию о структуре КМ. Рассматриваются пути его упрощения и повышения эффективности.

1. Введение

Эффективность адаптивной обработки сигналов на фоне помех в условиях параметрической неопределенности существенно зависит от размерности вектора неизвестных заранее параметров, подлежащих оцениванию в процессе адаптации [3, 6-8]. Поэтому выжным резервом ее повышения является корректный учет особенностей используемой системы обработки, позволяющих снизить эту размерность. К числу таких особенностей относятся, в частности, закономерности расположения каналов приема в пространстве, режима зондирования или характеристик модуляции во времени и т. п. Эти закономерности проявляются в появлении соответствующей специфики (персимметрии, блочно-теплицевости, теплицевости и т. д.) в структуре корреляционной матрицы (КМ) помех на выходах каналов приема [3, 10, 11, 13, 16].

Удобным способом учета подобной информации является специальная параметризация КМ, основанная на обобщенной факторизации Левинсона (ОФЛ) [1]. В рамках вытекающих из нее решетчатых фильтров (РФ) удается единообразно и достаточно просто реализовать возможности, связанные с разнообразными структурами КМ. Однако в обширной литературе, посвященной методам адаптивной

решетчатой фильтрации (см., например, [13]), основное внимание уделяется частному, хотя и важному, случаю теплицевых КМ. Алгоритмы адаптации РФ для матриц, заполняющих широкую "промежуточную" область между КМ общего вида и теплицевыми, изучены явно недостаточно [16, 18].

Частичному восполнению этого пробела посвящена данная статья. Она существенно опирается на теорию, изложенную в [1], использует введенные там обозначения, которые для экономии места здесь повторно не раскрываются. Ссылки на формулы и рисунки из работы [1] даются со звездочкой, например, (1*), (рис. 2*) и т. п.

Под адаптивным решетчатым фильтром (АРФ) понимается РФ (рис. 1*), в роли параметров которого выступают те или иные их оценки. Эти оценки формируются в результате обработки k -мерной ($k = 1, 2, \dots$) классифицированной выборки (пакета) $\tilde{Y} = \{\tilde{Y}_i\}_{i=1}^k$ взаимно независимых M -мерных векторов комплексных амплитуд помех $\tilde{Y}_i = \{Y_i^{(1)}\}_{i=1}^M$ с выходов M -пространственных и (или) временных каналов приема, удовлетворяющих условию

$$\overline{\tilde{Y}_i \tilde{Y}_j^*} = \begin{cases} \tilde{\Phi}, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, \dots, k. \quad (1)$$

Процедуру сгенивания параметров мы называем настройкой АРФ, а используемые при этом алгоритмы - методами настройки.

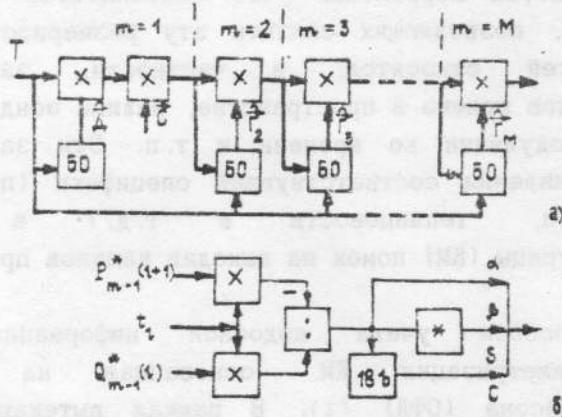


Рис.1.

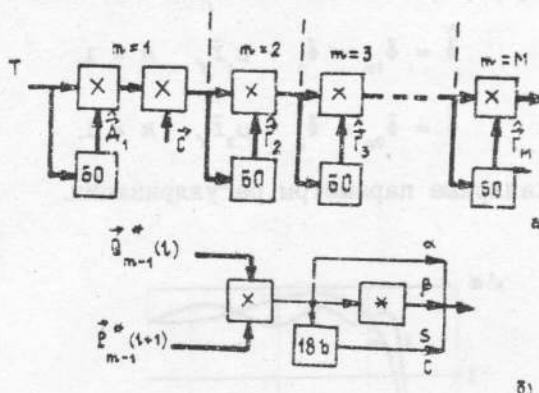


FIG. 2

Настройка АРФ является важнейшим этапом адаптивной обработки, поскольку обеспечивает получение оценок сомножителей в ОФЛ (43^*), на основе которых далее могут быть сформированы оценки различных функций матрицы $\hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}$, требующиеся в соответствующих задачах обработки. В частности, требующийся в задачах обнаружения квазидетерминированного сигнала \hat{X} на фоне гауссовой помехи \hat{Y} с заранее неизвестной КМ $\hat{\Phi} = \overline{\hat{YY}^*}$ оценочный весовой вектор

$$\hat{R} = \nu \hat{\Psi} \vec{x} \quad (2)$$

можно получить на выходе предварительно настроенного АРФ (рис. 3*), подав на его входы компоненты x_1 спорного сигнала $\hat{x} = \{x_{1j}\}_{j=1}^M$. Приводимые далее примеры в основном относятся к этому частному случаю использования АРФ.

Разнообразные методы настройки АРФ можно условно разделить на две группы. В методах первой группы предполагается предварительное наличие той или иной строго несингулярной (разд. 2*) оценки $\hat{\Phi} = \{\hat{f}_{i,j}\}_{i=1, j=1}^M$ КМ, сформированной по обучающей выборке \hat{Y} . Примером таких оценок являются максимально правдоподобные (МП) оценки

$$\hat{\vec{\Phi}} = \vec{\Phi}_1 = \vec{Y} \vec{Y}^* = \sum_{j=1}^k \vec{Y}_1 \vec{Y}_j^*, \quad k \geq M, \quad (3a)$$

$$\hat{\Phi} = \vec{\Phi}_2 = \vec{\Phi}_1 + \prod_{k=1}^M \vec{\Phi}_1^{-1} \vec{\Pi}_{M_k}, \quad M \geq M/2 \quad (36)$$

соответственно КМ общего вида и персимметричной КМ* или их регуляризованные формы [4, 5, 3]

$$\hat{\vec{\Phi}}_{1p} = \vec{\Phi}_1 + \mu_1 \vec{I}_M, \quad k \geq 1, \quad (3B)$$

$$\hat{\vec{\Phi}}_{2p} = \vec{\Phi}_2 + \mu_2 \vec{I}_M, \quad k \geq 1, \quad (3G)$$

где μ_1, μ_2, ν - скалярные параметры регуляризации.

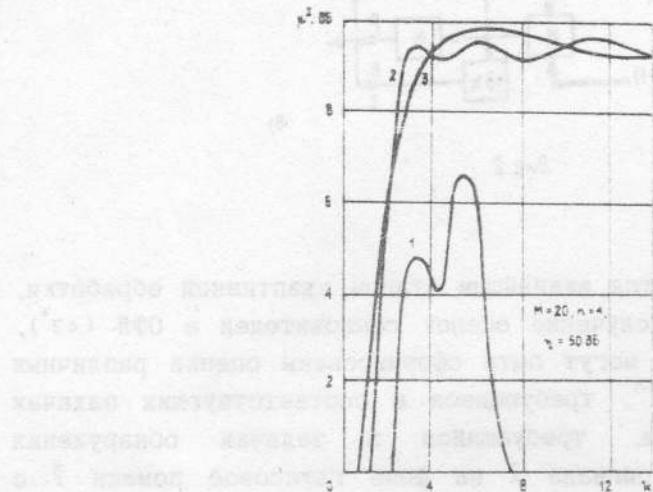


Рис. 3

Алгоритмы настройки АРФ для этого случая подробно рассмотрены в [2].

В данной статье рассматриваются методы второй группы. В отличие от [2], здесь не предполагается предварительное формирование оценочной корреляционной матрицы $\hat{\vec{\Phi}} = \{\hat{f}_{ij}\}_{i,j=1}^M$, а в качестве исходной используется корень $\hat{T} = \{\hat{T}_{ij}\}_{i,j=1}^L$ из нее, под которым понимается любая $M \times L$ матрица, удовлетворяющая равенству

$$\hat{T}\hat{T}^* = \hat{\vec{\Phi}}. \quad (4)$$

* Стого говоря, (3a) - (3g) определяют МП оценки с точностью до множителей k^{-1} и $(2k)^{-1}$, однако их отсутствие в (3a) - (3g) обычно легко учитывается при последующих операциях, в частности, выбором скаляра ν в (2).

Практическая важность такой постановки задачи связана с тем, что в системах адаптивной обработки матрицу \vec{T} зачастую можно получить существенно проще, чем $\hat{\Phi}$. Так, применительно к МП оценкам (за), (зб) или регуляризованным формам (зв), (зг) условию (4) удовлетворяют матрицы

$$\vec{T} = \vec{T}_1 = \vec{Y} = \{\vec{Y}_i\}_{i=1}^k, \quad L = k, \quad (5a)$$

$$\vec{T} = \vec{T}_2 = \{\vec{T}_1, \vec{\Pi}_M \vec{T}_1^\sim\} = \{\vec{Y}, \vec{\Pi}_M \vec{Y}^\sim\}, \quad L = 2k, \quad (5b)$$

$$\vec{T} = \vec{T}_{1p} = \{\vec{T}_1, \sqrt{\mu_1} \vec{I}_M\} = \{\vec{Y}, \sqrt{\mu_1} \vec{I}_M\}, \quad L = k + M, \quad (5b)$$

$$\vec{T} = \vec{T}_{2p} = \{\vec{T}_2, \sqrt{\mu_2} \vec{I}_M\} = \{\vec{Y}, \vec{\Pi}_M \vec{Y}^\sim, \sqrt{\mu_2} \vec{I}_M\}, \quad L = 2k + M, \quad (5g)$$

составленные непосредственно из обучающих векторов $\vec{Y} = \{\vec{Y}_i\}_{i=1}^k$ и (в случаях (зв), (зг)) столбцов скалярных матриц-регуляризаторов $\sqrt{\mu_i} \vec{I}_M$.

Задачей настройки АРФ здесь, как и в [2], является определение таких значений параметров $\alpha_m(1) = \beta_m^*(1)$ ($m \in 2, M$) и $S_m(1) = C_m(1)$ ($m \in 1, M$), $l \in 1, M + 1 - m$ РФ (рис. 1*), которые в произведении (46б*) матриц (42*), (41*), (37*) обеспечили бы выполнение равенства

$$\hat{\Psi} = \{\omega_{ij}\}_{i,j=1}^k = (\hat{\Phi})^{-1} \quad (6)$$

для неформируемой явно матрицы $\hat{\Phi}$ (4). Особый случай, соответствующий теплицевым КМ, рассматривается в разд. 6.

2. Разновидности алгоритмов настройки АРФ

Возможно несколько алгоритмов настройки АРФ в рассматриваемой ситуации.

Первый из них получим, вводя L -мерные векторы-строки

$$\vec{P}_m^*(1) = \{p_{mi}(1)\}_{i=1}^L = \vec{B}_m^*(1) \vec{E}_m^*(1) \vec{T}, \quad (7)$$

$$\vec{Q}_m^*(1) = \{q_{mi}(1)\}_{i=1}^L = \vec{A}_m^*(1) \vec{E}_m^*(1) \vec{T}.$$

Набор этих векторов при $m \in 1, M$ и $l \in 1, M+1-m$, в силу (20^{*}), (36^{*}), (38^{*}), удовлетворяет рекуррентным соотношениям (см. также (39^{*}))

$$\vec{P}_1^*(l) = \vec{Q}_1^*(l) = S_1(l) \vec{t}_1^*, \quad l \in 1, M \quad (m=1), \quad (3a)$$

$$\vec{P}_m^*(l) = S_m(l) \{ \vec{P}_{m-1}^*(l+1) + \alpha_m(l) \vec{Q}_{m-1}^*(l) \} = S_m(l) \vec{P}_m^*(l) \quad m \in 2, M, \quad (3b)$$

$$\vec{Q}_m^*(l) = C_m(l) \{ \vec{Q}_{m-1}^*(l) + \beta_m(l) \vec{P}_{m-1}^*(l+1) \} = C_m(l) \vec{Q}_m^*(l) \quad l \in 1, M+1-m. \quad (3b)$$

и, следовательно, формируется РФ (рис. 16^{*}), на 1-й ($l \in 1, M$) вход которого поступает L -мерная 1-я строка $\vec{t}_1^* = e_1^{(M)} \vec{T}$ матрицы (пакета) \vec{T} . Параметры этого РФ определяются ОАЛ (23^{*}) и в условиях (4) записываются в виде

$$S_1(l) = g_1^{-1/2}(l), \quad g_1(l) = \vec{t}_1^* \vec{t}_1, \quad l \in 1, M, \quad m=1, \quad (9a)$$

$$\alpha_m(l) = -\vec{P}_{m-1}^*(l+1) \vec{t}_1 / \vec{Q}_{m-1}^*(l) \vec{t}_1 = \beta_m^*(l) \quad m \in 2, M, \quad (9a)$$

$$S_m(l) = C_m(l) = (1 - |\alpha_m(l)|^2)^{-1/2} \quad l \in 1, M+1-m. \quad (9b)$$

При выводе (9a) использованы (36^{*}), (23a^{*}), (4). Вывод (9b) базируется на равенстве (23б^{*}), в котором $\vec{\Phi}_1 = \vec{\Phi} \vec{e}_1^{(M)}$ заменено на $\vec{T} \vec{t}_1$, а $\alpha_1^{(m-1)}(l)$, в силу (6^{*}), (4), — на $(\vec{A}_{m-1}^*(l) \vec{E}_{m-1}^*(l) \vec{T} \vec{t}_1)^{-1}$, после чего учтены определения (7). Формула (9b) воспроизводит (23в^{*}).

Соответствующая схема настройки АРФ показана на рис. 1a. Здесь m -я ($m \geq 2$) ступень АРФ изображена в виде реализующего (8a)–(8в) умножителя входной $2M \times L$ матрицы $\{\vec{P}_{m-1}(l), \vec{Q}_{m-1}(l)\}^*$ ($l \in 1, M$) на m -й сомножитель \vec{G}_m ОФЛ (43^{*}), оценка которого формируется в блоке оценки (БО), содержащем $(M+1-m)$ идентичных блоков (рис. 1б), структура которых вытекает из (9b), (9в). При $m=1$ в БО по (9a) оценивается матрица \vec{D}_1 (43^{*}), матрица \vec{C} соответствует (37^{*}).

Очевидным недостатком приведенного алгоритма является необходимость многократного (в каждой ступени) обращения к матрице данных \vec{T} . Более существенно, однако, что этот алгоритм, как показывает анализ, обладает и невысокой численной устойчивостью,

характерной для так называемых классических процедур ортогонализации Грама - Шмидта.

Рассмотрим поэтому другой алгоритм, в котором недостатки проявляются меньше. Используем тот факт, что искомые параметры АРФ обеспечивают выполнение требуемого равенства (6), если определяемые ими по (8а)-(8в) векторы $\vec{P}_m^*(1), \vec{Q}_m^*(1)$ при всех $m \in 1, M$ и $l \in 1, M+1-m$ обеспечивают выполнение равенств (6*). Последние в условиях (4) и обозначениях (7) перепишутся в виде

$$\vec{P}_m^*(1) \vec{T}^* \vec{E}_m(1) = (B_m^{(m)}(1))^{-1} \vec{e}_m^{(m)*}, \quad (10)$$

$$\vec{Q}_m^*(1) \vec{T}^* \vec{E}_m(1) = (a_1^{(m)}(1))^{-1} \vec{e}_1^{(m)*}.$$

Умножим справа первое из них на $\vec{B}_m(1)$, а второе - на $\vec{A}_m(1)$. Вновь воспользовавшись (7), получим

$$\vec{P}_m^*(1) \vec{P}_m(1) = 1, \quad \vec{Q}_m^*(1) \vec{Q}_m(1) = 1. \quad (11)$$

Умножим теперь справа первое из уравнений (10) на столбец $\{\vec{A}_{m-1}^*, 0\}$, а второе - на столбец $\{0, \vec{B}_{m-1}^*(1+1)\}^*$. Учитывая (38*), (7), получим

$$\vec{P}_m^*(1) \vec{Q}_{m-1}(1) = 0, \quad \vec{Q}_m^*(1) \vec{P}_{m-1}(1+1) = 0. \quad (12)$$

Условия (11), (12) означают, что для выполнения определяющих уравнений (6*), (10) параметры каждого из ЭРФН (рис. 1а*) РФ (рис. 1б*) должны обеспечивать нормировку по (11) длин выходных векторов $\vec{P}_m^*(1), \vec{Q}_m^*(1)$ ЭРФ и их ортогональность (12) с соответствующими входными векторами этих ЭРФ.

При $m = 1$, как следует из (8а), условие (11) выполняется, если $s_1(1)$ определяется по (9а).

Подставляя (8а)-(8в) в (12) при $m \geq 2$, получим, что при выполнении (11) для $m-1$ условие ортогональности будет выполнено, если

$$\alpha_m^*(1) = -\vec{P}_{m-1}^*(1+1) \vec{Q}_{m-1}(1), \quad (13)$$

$$\beta_m^*(1) = -\vec{Q}_{m-1}^*(1) \vec{P}_{m-1}(1+1) = \alpha_m^*(1).$$

Подставляя (8а) - (8в) в (11) при $m \geq 2$, получим, что при

выполнении (12) и, тем самым, (13) условие нормировки будет выполнено, если $s_m(1) = c_m(1)$ будет определяться по (9в).

Замена (9б) на (13) позволяет от схемы (рис. 1) перейти к "конвейерной" схеме (рис. 2а), в которой требуется уже только однократное обращение к матрице \hat{T} и используются более простые БО (рис. 2б), реализующие (13), (9в). Поэтому такой переход целесообразен, хотя и не исчерпывает возможностей повышения эффективности и упрощения настройки АРФ. Рассмотрим некоторые из них.

3. О вычислении нормирующих множителей

Справедливость формул (9в) для нормирующих множителей $s_m(1) = c_m(1)$ базируется на предположении, что ненормированные векторы $\hat{P}_m^*(1)$ и $\hat{Q}_m^*(1)$ в (8а)-(8в) вычисляются точно. В условиях реальных вычислений эти векторы содержат ошибки, уровень которых зависит от числа обусловленности 2×2 матрицы $\hat{\mathcal{E}}_m(1)$ (41) - матричной импульсной характеристики ЭРФ (рис. 1а*), реализующего операции в фигурных скобках (8а)-(8в). Это число можно оценить величиной $d = (1 + |\alpha_m(1)|)/(1 - |\alpha_m(1)|)$, где числитель и знаменатель - соответственно максимальное и минимальное собственные значения матрицы $\hat{\mathcal{E}}_m(1)$. В тех ступенях РФ, где $|\alpha_m(1)|$ близко* к единице, значение d велико* и вычисления по (9в) могут привести к существенному* нарушению условий нормировки (11). При этом в следующей ступени использование (13) даже при малом* $|\alpha_m(1)|$ уже не обеспечит выполнения (12), а в связи с этим и (9в) - выполнения (11). Возникающий за счет этого "лавинообразный" рост ошибок по мере увеличения m может привести даже к останову (в (9в)) процедур настройки (что часто наблюдается в экспериментах) из-за появления значений $|\alpha_m(1)| \geq 1$. Как отмечалось в [2], при точных вычислениях это возможно только при нарушении строгой несингулярности оценочной матрицы $\hat{\Phi}$ (4) (например, при $L < M$).

Одним из способов ослабления этих недостатков является отказ от оценок (9в) и использования взамен оценок

$$S_m(1) = (g_m^{(S)}(1))^{-1/2}, \quad g_m^{(S)}(1) = \hat{P}_m^*(1) \hat{P}_m(1), \quad (14)$$

* Конкретный смысл этих терминов связан с используемой разрядностью вычислений и заслуживает специального рассмотрения.

$$C_m(l) = (g_m^{(c)}(l))^{-1/2}, \quad g_m^{(c)}(l) = \hat{P}_m^*(l) \hat{Q}_m^*(l),$$

непосредственно вытекающих из (11), (8a)-(8b). В этом случае условия нормировки (11) обеспечиваются за счет анализа длин векторов $\hat{P}_m^*(l)$ и $\hat{Q}_m^*(l)$, "уже прошедших" ЭРФ, что нейтрализует вносимые им ошибки и предотвращает их "лавинообразное" накопление в последующих ступенях РФ.

Эффект перехода от (9b) к (14) иллюстрируется рис. 3 на примере использования АРФ в задаче адаптации M -элементной АР. Здесь приведены тестовые зависимости выходного отношения сигнал/шум

$$\mu^2(k) = |\hat{R}^*(k) \hat{X}|^2 / \hat{R}^*(k) \hat{\Phi} \hat{R}(k) \quad (15)$$

от объема выборки k при $M = 20$ и $n = 4$ источников внешних помех, действующих по боковым лепесткам диаграммы направленности (ДН), ориентированной в направлении нормали к апертуре. Отношение помех/шум в суммарном канале $\eta = 10^5$ (50 дБ). Обучающий пакет $\tilde{T} = \tilde{T}_{1p}$ (5b), весовой вектор \hat{R} (2) формируется АРФ по схеме (рис. 3*). Кривые 1 и 2 характеризуют оценки (9b) и (14) соответственно при "одинарной" разрядности вычислений, кривая 3 - оценку (9b) при "двойной" разрядности.

Наблюдаемое существенное повышение численной устойчивости за счет перехода к (14) происходит за счет затягивания процедуры настройки и роста объема вычислений, связанных с расчетом скаляров $g_m^{(S)}(l)$ и $g_m^{(c)}(l)$. В большинстве ситуаций можно ограничиться расчетом только одного (любого) из них, поскольку при "точных" вычислениях они равны, а при реальных - содержат одинаковую ошибку. По причинам, которые станут ясны ниже, целесообразно считать

$$S_m(l) = C_m(l) = g_m^{-1/2}(l), \quad (16)$$

где

$$g_m(l) = \begin{cases} g_m^{(c)}(l) = \hat{Q}_m^*(l) \hat{Q}_m^*(l) & \text{при } l \in [1, [(M+2-m)/2]] \\ g_m^{(S)}(l) = \hat{P}_m^*(l) \hat{P}_m^*(l) & \text{при } l \in [(M+3-m)/2], M+1-m \end{cases} \quad (17)$$

$[x]$ - целая часть x .

Соответствующая этому варианту схема настройки АРФ показана на

рис. 4. Здесь в каждой ступени предусматривается раздельное оценивание матриц \hat{B}_m ($m \in 2, M$) (42*) в $(M + 1 - m)$ БО₁ (рис. 4б), реализующих (13), и матриц \hat{D}_m ($m \in 1, M$) - в БО₂ (рис. 4в), реализующих (16), (17).

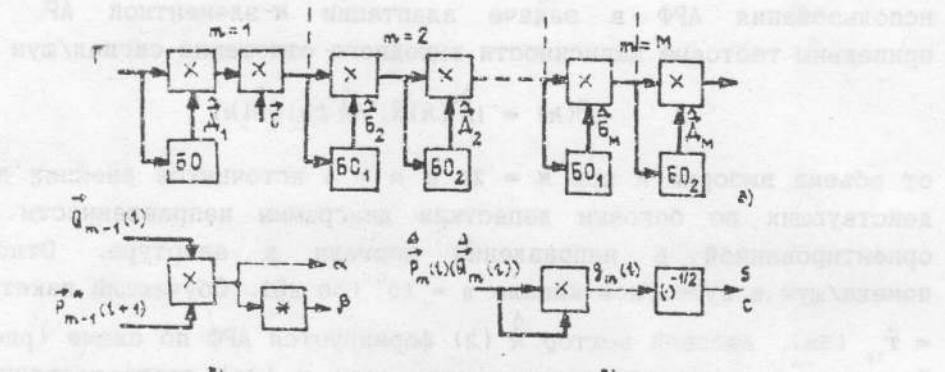


Рис. 4.

Более дальнейшее снижение объема вычислений, если предусмотреть анализ модулей $|\alpha_m(1)|$ и (16) использовать вместо (9в) только в тех случаях, когда эта величина превышает пороговое значение $\alpha_0 < 1$, выбираемое в зависимости от разрядности вычислений. Этот анализ может иметь и самостоятельное значение (разд. 5).

Проведенное рассмотрение позволяет записать алгоритм настройки АРФ в условиях (4) в виде

$$\tilde{t}_1^* = \tilde{e}_1^{(H)*} \tilde{T}; \quad g_1(1) = \tilde{t}_1^* \tilde{t}_1; \quad S_1(1) = g_1^{-1/2}(1) \quad \left. \right\} (m = 1), \quad (18a)$$

$$\tilde{P}_1^*(1) = \tilde{Q}_1^*(1) = S_1(1) \tilde{t}_1^* \quad \left. \right\} 1 \in 1, M, \quad (18b)$$

$$\alpha_m^*(l) = -\hat{P}_{m-1}^*(l+1)\hat{Q}_{m-1}^*(l) = \beta_m^*(l). \quad (18B)$$

$$\hat{P}_m^*(l) = \hat{P}_{m-1}^*(l+1) + \alpha_m^*(l)\hat{Q}_{m-1}^*(l), \quad (18G)$$

$$\hat{Q}_m^*(l) = \hat{Q}_{m-1}^*(l) + \beta_m^*(l)\hat{P}_{m-1}^*(l+1), \quad (18D)$$

Если $|\alpha_m^*(l)| < \alpha_0$, то

$$g_m(l) = 1 - |\alpha_m^*(l)|^2$$

Если $|\alpha_m^*(l)| > \alpha_0$, то

$m \in 2, M$

$l \in 1, M+1-m$

$$(18E)$$

$$g_m(l) = \begin{cases} \hat{Q}_m^*(l)\hat{Q}_m^*(l) & \text{при } l \in 1, [(M+2-m)/2] \\ \hat{P}_m^*(l)\hat{P}_m^*(l) & \text{при } l \in [(M+3-m)/2], M+1-m \end{cases}$$

$$S_m(l) = C_m(l) = g_m^{-1/2}(l), \quad (18K)$$

$$\hat{P}_m^*(l) = S_m(l)\hat{P}_m^*(l), \quad \hat{Q}_m^*(l) = C_m(l)\hat{Q}_m^*(l). \quad (18S)$$

Штриховыми линиями обведены операции, которые при отсутствии жестких временных ограничений можно исключить.

Алгоритм (18a)-(18S) мы называем базовым (БАРФ), поскольку он применим для корней \vec{T} произвольного вида. В то же время учет специфики корня позволяет зачастую упростить БАРФ и повысить эффективность основанных на нем систем обработки. Проиллюстрируем это на примере корней вида (5a)-(5г).

4. Учет персимметрии оценочной КМ в БАРФ

Очевидный способ связан с использованием в качестве исходной в БАРФ $M \times 2k$ матрицы $\vec{T} = \vec{T}_2$ (5б). Определяемая ею по (4) матрица $\hat{\Phi}$ (3б) является персимметричной, поэтому справедливы равенства (27*), в силу которых операции в БАРФ достаточно выполнять только для $l \in 1, [(M+2-m)/2]$.

Специфическая связь матриц (5а), (5б) позволяет учесть персимметрию оценки (3б) и за счет использования $M \times k$ матрицы \vec{T}_1 , но в несколько измененном БАРФ. Чтобы обосновать соответствующие

изменения, заметим вначале, что при $m = 1$ и $\vec{T} = \vec{T}_2$ скаляр $g_1(1)$ (18a) равен

$$g_1(1) = g_1^{(\vec{T}_1)}(1) + g_1^{(\vec{T}_1)}(M+1-1) = g_1(M+1-1), \quad 1 \in 1, M, \quad (19)$$

где $g_1^{(\vec{T}_1)}(\cdot)$ - значение этого скаляра при $\vec{T} = \vec{T}_1$. При этом $S_1(1) = S_1(M+1-1)$, откуда в сочетании с (36*) следует, что справедливые для персимметричной матрицы соотношения (26*), (27*) при $m = 1$ и использовании (19) остаются справедливыми и при $\vec{T} = \vec{T}_1$. Дальнейшие рассуждения проведем по индукции.

Предположим, что при $\vec{T} = \vec{T}_1$ (26*) справедливы для некоторого $m_1 = m - 1$ ($m \geq 2$). Рассмотрим значения $\alpha_m(1)$ (18b) и $g_m(1)$ (18e) при $\vec{T} = \vec{T}_2$. Используя определения (7), получим, что $\alpha_m(1) = -\vec{B}_{m-1}^*(l+1)\vec{E}_{m-1}^*(l+1)\{\vec{T}_1, \vec{P}_M\vec{T}_1\}\{\vec{T}_1, \vec{P}_M\vec{T}_1\}^*\vec{E}_{m-1}(1)\vec{A}_{m-1}(1) = \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(1) - \vec{B}_{m-1}^*(l+1)\vec{E}_{m-1}^*(l+1)\vec{P}_M\vec{T}_1^*\vec{T}_1^*\vec{P}_M\vec{E}_{m-1}(1)\vec{A}_{m-1}(1)$. Воспользовавшись (26*) в силу предположения индукции и учитывая (25*), получим, что $\alpha_m(1) = \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(1) - \vec{A}_{m-1}^T(\nu)\vec{E}_{m-1}^*(\nu)\vec{T}_1^*\vec{T}_1^*\vec{E}_{m-1}^*(\nu+1)\vec{B}_{m-1}^*(\nu+1) = \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(1) - \vec{B}_{m-1}^*(\nu+1) \times \vec{E}_{m-1}^*(\nu+1)\vec{T}_1^*\vec{T}_1^*\vec{E}_{m-1}^*(\nu)\vec{A}_{m-1}(\nu)$, откуда, в соответствии с (7), (18b),

$$\alpha_m(1) = \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(1) + \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(\nu) = \alpha_m(\nu), \quad \nu = M + 2 - m - 1. \quad (20)$$

Аналогичным образом, хотя и более громоздко, можно показать, что

$$g_m(1) = g_m^{(\vec{T}_1)}(1) + g_m^{(\vec{T}_1)}(\nu) = g_m(\nu) = 1 - |\alpha_m(1)|^2 \quad *, \quad (21)$$

так что

$$S_m(1) = C_m(1) = S_m(\nu) = C_m(\nu), \quad \nu = M + 2 - m - 1. \quad (22)$$

Тем самым при $\vec{T} = \vec{T}_1$ и использовании (20), (21) обеспечивается выполнение тех же равенств (27*), что и в БАРФ (18a)-(18z) при $\vec{T} = \vec{T}_2$. Но справедливость (27*) в сочетании с предположением индукции

* Формула (21) справедлива именно в условиях (17), чем и обусловлено введение (17) в БАРФ (18e).

влечет, как следует из (20^{*}), и справедливость (26^{*}) при $m_2 = m_1 + 1 = m$. В силу доказанной ранее справедливости (26^{*}), (27^{*}) при $m = 1$ это означает, что для учета персимметрии в БАРФ при $\hat{T} = \hat{T}_1$ необходимо и достаточно, чтобы на каждом шаге рекурсии по $m \in \{1, M\}$ полученные по (18a), (18b), (18e), (18k) значения параметров затем заменялись бы на соответствующие значения (19) - (22) для $l \in \{1, [(M+2-m)/2]\}$. Указанная модификация, практически не влияя на объем вычислений, позволяет при $M < k$ матрице $\hat{T} = \hat{T}_1$ сформировать те же значения параметров АРФ, что и при $M > 2k$ матрице $\hat{T} = \hat{T}_2$ в немодифицированном БАРФ.

Наряду с (3б) известен ряд других форм МП оценок для персимметричных матриц, упрощающих их обращение [3]. Для каждой из них легко находятся корни в смысле (4), что позволяет на основе БАРФ строить соответствующие "решетчатые эквиваленты" этих методов, сохраняющие все достоинства выбранных форм оценок.

5. Регуляризованные алгоритмы адаптивной фильтрации на основе БАРФ

Ранг оценочных КМ $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_1$ (за) и $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}_2$ (3б) не превосходит значений $r_1 = \min\{k, M\}$ и $r_2 = \min\{2k, M\}$, так что при объеме выборки $k < M$ и $k < M/2$ эти матрицы вырождены. При этом процедуры адаптивной обработки, связанные с формированием тех или иных функций матрицы $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}^{-1}$, не определены. Известным способом преодоления этого недостатка, в частности, в задаче адаптивной фильтрации (2) является переход от оценок (за), (3б) к регуляризованным оценкам вида (3в), (3г) [3-5], при $\mu_1, \mu_2 > 0$, которые являются невырожденными и, более того, строго несингулярными при любых $k \geq 1$.

Точным "решетчатым эквивалентом" этого способа регуляризации является использование в БАРФ матрицы $\hat{T} = \hat{T}_{1p}$ (5в) или, при наличии априорной информации о персимметрии КМ, матрицы $\hat{T} = \hat{T}_{2p}$ (5г). В последнем случае имеется возможность и более простой настройки АРФ, основанная на замене матрицы \hat{T}_{2p} на матрицу

$$\hat{T} = \hat{T}_{3p} = \{\hat{T}_3, \hat{\Pi}, \hat{T}_3^*\}, \quad \hat{T}_3 = \{\hat{T}_1, \sqrt{\mu_2} \hat{E}_{M/2}(1)\}. \quad (23)$$

Последняя, как нетрудно убедиться, также является корнем в смысле

(4) матрицы $\hat{\Phi}_{2p}$ (3г), а по своей структуре повторяет матрицу \tilde{T}_2 '5б), но для $(k + M/2)$ -столбцевой матрицы \tilde{T}_3 (для простоты записи рассматриваются четные M). В соответствии с разд. 4 это позволяет использовать ее для настройки АРФ в сочетании с (19)-(21) (с заменой \tilde{T}_1 на \tilde{T}_3) вместо $(2k + m)$ -столбцевой матрицы \tilde{T}_{2p} .

Обратим внимание, что с формальной точки зрения регуляризация может рассматриваться как способ аппроксимации заранее положительно определенной (ПО) истинной КМ некоторой ПО оценкой в условиях, когда нерегуляризованные (в частности, МП) оценка вырождена (или очень плохо обусловлена). В аппроксимациях (3в), (3г) это достигается подчеркиванием "диагонального преобладания", являющегося частным случаем взвешивания элементов плохо обусловленных (или вырожденных) оценок (3а), (3б). Этот вариант взвешивания, очевидно, не единственный. В рамках БАРФ легко реализуется другой вариант, также гарантирующий ПО аппроксимирующей оценки. Для его обоснования заметим вначале, что при объеме выборки $k < M$ в (5а) все главные миноры $\det \hat{\Phi}^{(m)}(1)$, $l \in 1, M+1-m$, порядка $m \geq k+1$ равны нуль, поэтому при "точных" вычислениях в БАРФ $|\alpha_{k+1}(1)| = 1$ и дальнейшее продолжение рекурсии по m невозможно (в (18д), (18е) $g_m(1) = 0$ и при вычислении нормирующих множителей по (18ж) происходит останов). При реальных вычислениях и ориентации на (18е) рекурсии обычно могут быть продолжены, однако все последующие результаты порождаются ошибками вычислений. Отсюда следует, что при $k < M$ число шагов в БАРФ не должно превышать значения $m = m_0 = k$. "Продолжение" последовательности $\alpha_m(1)$ при $m > m_0$ в принципе возможно при наличии какой-либо априорной информации о законе изменения $\alpha_m(1)$ с ростом m . В типичных случаях отсутствия такой информации возможный вариант "продолжения" заключается в назначении $\alpha_m(1) = 0$ и $s_m(1) = c_m(1) = 1$ при всех $m > m_0$. При этом, в соответствии с (20^{*}),

$$\hat{B}_m^*(1) = \{0, \hat{B}_{m-1}^*(1+1)\}, \quad \hat{A}_m^*(1) = \{\hat{A}_{m-1}^*(1), 0\}, \quad m > m_0, \quad l \in 1, M+1-m,$$

т.е. матрицы \hat{H} и \hat{N} в этом случае аппроксимируются ленточными с шириной ленты m_0 , а определяемая ими матрица $\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_a$ - ленточной с шириной ленты $2m_0 - 1$. Поскольку при этом все $|\alpha_m(1)| < 1$, эта аппроксимация обеспечивает ПО матрицы $\hat{\Psi}_a$ и соответствующей ей

матрицы $\hat{\Phi}_a = \hat{\Psi}_a^{-1}$, причем это достигается специальным ("авторегрессионным" [1, 18]) взвешиванием элементов исходной оценки (за), вырожденной при $k > M$. Такое взвешивание представляется более гибким, чем (3в), поскольку его не надо задавать заранее, и определяется оно не одним параметром (μ_1), а набором максимально правдоподобных оценок параметров АРФ, который может быть получен по обучающей выборке имеющегося объема.

Оптимальное (по критерию (15)) значение m_0 ("глубина прохода" по РФ) определяется "эффективным" рангом КМ [9], который может быть меньше объема выборки k . В частности, для помех, создаваемых точечными независимыми источниками, эффективный ранг определяется их числом n . В ситуации $n < k$ значение $m_0 \approx n$. Использование в БАРФ значений $m > m_0$ может не только не повысить, но даже снизить эффективность обработки. Это иллюстрируется расчетным семейством зависимостей $\mu^2(m_0)$ на рис. 5а при $M = 20$, $n = 4$ и $\eta = 30$ дБ. Параметром семейства служит объем выборки k , обучающий пакет $\tilde{T} = \tilde{T}_1$ (5а), выделенные штриховыми линиями операции в (18д) не используются. Приведенные кривые наглядно иллюстрируют целесообразность "своевременного" останова БАРФ (при $m_0 \approx n$).

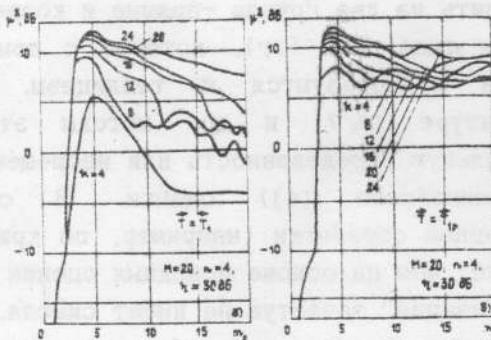


Рис. 5.

В условиях, когда эффективный ранг КМ заранее неизвестен, о целесообразном значении m_0 можно судить либо по степени близости модулей $|\alpha_m(1)|$ к единице, либо по моменту резкого уменьшения значений норм $\sigma_m(1)$ в (18д), (18е) (подобно способу в [9]). Не останавливаясь более подробно на этом вопросе, заслуживающем специального анализа, отметим только, что рассмотренные способы

регуляризации могут использоваться в БАРФ совместно. При соответствующем выборе регуляризатора $\mu_1(\mu_2)$ такое сочетание может практически не сказываться на значении μ^2 при $m \leq m_0$ и одновременно препятствовать его уменьшению при $m > m_0$. Об эффективности такой "комбинированной" регуляризации можно судить по зависимостям $\mu^2(m_0)$ (рис. 5б), полученным при тех же условиях, что и на рис. 5а, но при $\tilde{T} = \tilde{T}_{10}$ (рис. 5в) и $\mu_1 = 1$.

6. БАРФ для теплицевых КМ

Специфика данной задачи обусловлена тем, что, в отличие от ранее рассмотренных ситуаций, явные выражения для МП оценок теплицевых КМ, как и корней из них, отсутствуют. Как показано в [10], эти оценки представляют собой решение нелинейного матричного уравнения, рекуррентные процедуры отыскания которого описаны, в частности, в [8, 10]. При ориентации на них АРФ может быть настроен по схеме рис. 3в в [2], в которой в качестве входного используется первый столбец теплицевой оценочной КМ.

Сложность процедур [8, 10], резко увеличивающаяся с увеличением размерности задачи M , вынуждает зачастую отказаться от точных МП оценок и использовать те или иные их аппроксимации, которые можно условно разделить на две группы - прямые и косвенные. В прямых используются матрицы типа (за)-(зг), которые с помощью различных методов взвешивания преобразуются в теплицевые. К сожалению, описанные в литературе [6, 7] и др. методы этой группы не гарантируют положительную определенность или несмещеннность "теплицализированной" (терминология [6]) оценки. В связи с этим эффективность адаптивной обработки (например, по критерию (15)) на ее основе обычно ниже, чем на основе исходных оценок (за)-(зг), так что подобная "теплицизация" зачастую не имеет смысла.

В косвенных методах по обучающей выборке строится не теплицева матрица непосредственно, а то или иное параметризованное представление матрицы, обратной теплицевой. В частности, в [11] предложен метод преобразования первой (или последней) строки матрицы, обратной МП оценки типа (за)-(зг), в соответствующую строку матрицы $\hat{\Psi}_T$, обратной теплицевой, с последующим построением всей матрицы $\hat{\Psi}_T$ на основе представления Гохберга-Семенчула [12], с. 172. В этом случае эффективность адаптивной обработки не

ниже (обычно выше), чем в методах, использующих обращение исходных МП оценок (за)-(зг) [11].

Настройку АРФ можно также отнести к косвенным методам, но применительно к факторизации Левинсона (46°). К настоящему времени предложен ряд алгоритмов настройки [13, 14] и др., которые, однако, практически не сопоставлены между собой. Мы сопоставим два наиболее известных из них - Итакуры-Сайто и Берга. Различия между ними, а также характер их отличий от МП оценок прямо вытекают из используемого нами метода их получения. Он базируется на физической трактовке полученных ранее оценок для КМ общего вида и персимметричных КМ и последующем перенесении ее на случай теплицевых матриц.

Пусть $\vec{T} = \vec{T}_1 = \vec{Y} = \{\vec{Y}_i\}_{i=1}^k$, где, как и ранее, обучающие векторы \vec{Y}_i удовлетворяют условиям (1). Рассмотрим двумерный вектор

$$(24) \quad \overset{\Delta}{\Omega}_{m_1}(l) = \begin{vmatrix} \overset{\Delta}{q}_{m-1, i}(l) \\ \overset{\Delta}{p}_{m-1, i}(l+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_{m-1, i}(l)/C_{m-1}(l) \\ p_{m-1, i}(l+1)/S_{m-1}(l+1) \end{vmatrix}, \quad \begin{array}{ll} i \in 1, k & \\ m \in 2, M & \\ i \in 1, M+1-m & \end{array}$$

в котором $q_{m-1, i}(l)$ и $p_{m-1, i}(l+1)$ - входные величины i -го ЭРФ m -й ступени РФ (рис. 1°), возбуждаемого вектором помех \vec{Y}_i . В условиях (1) с учетом (7)

$$(25) \quad \overline{\overset{\Delta}{\Omega}_{m_1}(l) \overset{\Delta}{\Omega}_{m_j}(l)} = \begin{cases} \vec{F}_m(l), & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}, \quad i, j \in 1, k,$$

где $\vec{F}_m(l)$ - корреляционная матрица каждого из векторов (24).

Можно показать, что эта матрица равна

$$(26) \quad \vec{F}_m(l) = \{\varphi_{\nu \mu}^{(m)}(l)\}_{\nu, \mu=1}^2 =$$

$$= \begin{vmatrix} C_{m-1}^{-2}(l) & -\beta_m(l)/C_{m-1}(l)S_{m-1}(l+1) \\ -\alpha_m(l)/S_{m-1}(l+1)C_{m-1}(l) & S_{m-1}^{-2}(l+1) \end{vmatrix}.$$

Отсюда следует, что как нормирующие множители $C_{m-1}(l) = S_{m-1}(l)$ и $S_{m-1}(l+1) = C_{m-1}(l+1)$ РФ $(m-1)$ -й ступени, так и параметры

$\alpha_m^*(1) = \beta_m^*(1)$ ЭРФ m -й ступени РФ полностью определяются элементами 2×2 КМ $\hat{F}_m^*(1)$. Тем самым задачу оценки параметров РФ можно свести к нахождению оценок $\hat{F}_m^*(1) = \{\hat{\phi}_{\nu\mu}^{(m)}(1)\}$ матриц $\hat{F}_m^*(1)$ и последующему использованию формул

$$C_{m-1}(1) = S_{m-1}(1) = (\hat{\phi}_{11}^{(m)}(1))^{-1/2},$$

$$S_{m-1}(1+1) = C_{m-1}(1+1) = (\hat{\phi}_{22}^{(m)}(1))^{-1/2}, \quad (27)$$

$$\alpha_m^*(1) = \beta_m^*(1) = -\hat{\phi}_{21}^{(m)}(1)(\hat{\phi}_{11}^{(m)}(1))^{-1/2}(\hat{\phi}_{22}^{(m)}(1))^{-1/2} =$$

$$= -S_{m-1}(1+1)\hat{\phi}_{21}^{(m)}(1)C_{m-1}(1),$$

непосредственно следующих из (26).

Нетрудно убедиться, что полученные ранее оценки параметров РФ удовлетворяют этим формулам. Действительно, в условиях (25) МП оценкой матрицы $\hat{F}_m^*(1)$, по аналогии с (1), (3а), является матрица

$$\hat{F}_m^*(1) = \hat{\Omega}_m^*(1)\hat{\Omega}_m^*(1) = \begin{vmatrix} \hat{Q}_{m-1}^*(1)\hat{Q}_{m-1}^*(1) & \hat{Q}_{m-1}^*(1)\hat{P}_{m-1}^*(1+1) \\ \hat{P}_{m-1}^*(1+1)\hat{Q}_{m-1}^*(1) & \hat{P}_{m-1}^*(1+1)\hat{P}_{m-1}^*(1+1) \end{vmatrix}, \quad (28)$$

где $\hat{\Omega}_m^*(1) = \{\hat{\Omega}_{m1}^*(1)\}_{1=1}^k = \{\hat{Q}_{m-1}^*(1), \hat{P}_{m-1}^*(1+1)\}^*$ - $(2 \times k)$ -мерный пакет ненормированных обучающих векторов на входах 1-го ЭРФ m -й ступени РФ.

Из (28), (27), (18з) сразу следуют и оценки (18ж), (18в) параметров РФ в случае КМ общего вида.

Пусть теперь истинная КМ персимметрична. Тогда из (27*), (26) имеем

$$\hat{F}_m^*(1) = \tilde{\Pi}_2 \hat{F}_m^*(\nu) \tilde{\Pi}_2, \quad \nu = M + 2 - m - 1, \quad (29)$$

где $\tilde{\Pi}_2 \hat{F}_m^*(\nu) \tilde{\Pi}_2$ - КМ векторов $\tilde{\Pi}_2 \hat{\Omega}_{m1}^*(\nu)$ ($i \in 1, k$). Для каждого из этих

векторов, в соответствии с (1), (7), (29), справедливы равенства

$$\vec{\Pi}_2 \vec{\Omega}_{m1}^*(\nu) \vec{\Omega}_{mj}^T(\nu) \vec{\Pi}_2 = \begin{cases} \vec{F}_m(1), & i = j, \quad i, j \in 1, k \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (30)$$

и, кроме того (см. [3, 15]),

$$\vec{\Omega}_{m1}(1) (\vec{\Pi}_2 \vec{\Omega}_{mj}^*(\nu))^* = 0 \text{ для всех } i, j \in 1, k. \quad (31)$$

В связи с этим, по аналогии с (1), (36), МП оценка матрицы $\vec{F}_m(1)$ равна

$$\hat{\vec{F}}_m(1) = \vec{\Omega}_m(1) \vec{\Omega}_m^*(1) + \vec{\Pi}_2 \vec{\Omega}_m^*(\nu) \vec{\Omega}_m^T(\nu) \vec{\Pi}_2 = \vec{\Pi}_2 \hat{\vec{F}}_m(\nu) \vec{\Pi}_2, \quad (32)$$

откуда в сочетании с (28), (27) получаются оценки (20), (21) для случая персимметричных КМ.

Применим эти же рассуждения в случае, когда КМ \vec{F} -теплицева. При этом, в силу (26), (29*), матрица $\vec{F}_m(1) = \vec{F}_m$ одинакова при любых $l \in 1, M+1-m$, т. е. с точностью до несущественного множителя

$$\vec{\Omega}_m(1) \vec{\Omega}_m^*(1) = \vec{F}_m \text{ для каждого из } l \in 1, M+1-m. \quad (33)$$

Аналогично предыдущему в качестве оценки \vec{F}_m матрицы \vec{F}_m можно использовать матрицу

$$\hat{\vec{F}}_m = \sum_{l=1}^{M+1-m} \vec{\Omega}_m(l) \vec{\Omega}_m^*(l) = \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{\vec{F}}_m(l). \quad (34)$$

Тогда не зависящие от l оценки параметров РФ, в соответствии с (28), (27), (14), будут равны

$$C_{m-1} = (g_{m-1}^{(C)})^{-1/2}, \quad (35a)$$

$$g_{m-1}^{(C)} = \sum_{l=1}^{M+1-m} \vec{Q}_{m-1}^*(l) \vec{Q}_{m-1}(l) = \sum_{l=1}^{M+1-m} g_{m-1}^{(C)}(l),$$

$$S_{m-1} = (g_{m-1}^{(S)})^{-1/2}, \quad (35b)$$

$$g_{m-1}^{(S)} = \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{P}_{m-1}^*(l+1) \hat{P}_{m-1}^*(l+1) = \sum_{l=1}^{M+1-m} g_{m-1}^{(S)}(l+1),$$

$$\alpha_m = - \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{P}_{m-1}^*(l+1) \hat{Q}_{m-1}(l) (g_{m-1}^{(S)})^{-1/2} (g_{m-1}^{(C)})^{-1/2} = \quad (35B)$$

$$= \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{P}_{m-1}^*(l+1) \hat{Q}_{m-1}(l) = \sum_{l=1}^{M+1-m} \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(l),$$

что в точности совпадает с оценками Итакуры-Сaitо [13], с. 67.

Но в рассматриваемых условиях матрица \vec{F}_m (26) является персимметричной, поэтому оценку (33) целесообразно заменить на оценку

$$\hat{\vec{F}}_m = \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{F}_m(l) + \vec{\Pi}_2 \hat{F}_m(l) \vec{\Pi}_2, \quad (36)$$

из которой в сочетании с (28), (27) получаются оценки Берга [13], с. 67:

$$C_{m-1} = S_{m-1} = g_{m-1}^{-1/2}, \quad g_{m-1} = g_{m-1}^{(C)} + g_{m-1}^{(S)}, \quad (37a)$$

$$\alpha_m = -2 \sum_{l=1}^{M+1-m} \hat{P}_{m-1}^*(l+1) \hat{Q}_{m-1}(l) (g_{m-1}^{(C)} + g_{m-1}^{(S)})^{-1} = \quad (37b)$$

$$= 2 \sum_{l=1}^{M+1-m} \alpha_m^{(\vec{T}_1)}(l).$$

Сопоставим кратко оценки (35a)-(35b), (37a), (37b). Прежде всего заметим, что в обоих случаях $|\alpha_m| \leq 1$ ($m \in 2, M$), что гарантирует неотрицательную определенность оценочных матриц $\hat{\Psi}_T$ (и $\hat{\Phi}_T$), построенных по ОФЛ (46') на их основе. В то же время оценка Берга (37a), (37b), учитывая персимметрию матрицы \vec{F}_m , обеспечивает вдвое более высокую скорость адаптации, чем оценка (35a)-(35b), где эта особенность матрицы игнорируется [3, 19]. Но и оценка (37a), (37b) не является МП оценкой соответствующих параметров РФ, поскольку не является таковой оценка (36) матрицы \vec{F}_m . Последняя была бы МП оценкой, если бы наряду с выполнявшимися условиями

(33), (31) выполнялось бы и условие попарной взаимной независимости (некоррелированности) пакетов $\hat{\Omega}_m(1)$ вида

$$\overline{\hat{\Omega}_m(1)\hat{\Omega}_n^*(\lambda)} = 0 \text{ при } l \neq \lambda \text{ и } l, \lambda \in 1, M + 1 - m, \quad (38)$$

которое в общем случае несправедливо. Тем не менее предусматриваемое (36), (37a), (37b) наряду с "временным" (28) полное "пространственное" накопление оценок заранее одинаковых параметров в каждой ступени РР повышает эффективность адаптации по сравнению со случаем персимметричной КМ, когда такое накопление возможно лишь частично (см. (32), (20), (21)), и, тем более, по сравнению с КМ общего вида, когда возможность "пространственного" накопления отсутствует. Это иллюстрируется рис. 6 [16], где показаны расчетные зависимости $\mu^2(k)$ (15) при $M = 20$, $\eta = 10^3$ (30 дБ), $n = 4$ (а) и $n = 9$ (б) для линейной эквидистантной АР (теплицевая КМ) и $\hat{T} = \hat{T}_{1p}$ (5г) при использовании БАРФ (18a)-(18z) (кривая 3), его модификациях (20), (21) (кривая 2) и (37a), (37b) (кривая 1). В условиях рассмотренных примеров оценка Берга (37a), (37b) обеспечивает сходимость "в зону потерь 3 дБ" [8] уже при использовании одной выборки, тогда как для ее достижения на основе (20), (21) или (18a)-(18z) требуется, как и следует из теории [3-5, 17], $k \approx n$ или $k \approx 2n$ обучающих выборок*.

Нетрудно убедиться, что оценка Берга для нормирующих множителей при $m \geq 2$ может вычисляться и по упрощенной формуле

$$S_m = C_m = g_m^{-1/2}, \quad (39)$$

$$g_m = 1 - |\alpha_m|^2 - \hat{P}_m^*(1)\hat{P}_m(1) - \hat{Q}_m^*(M+1-m)\hat{Q}_m(M+1-m),$$

которую можно использовать при $|\alpha_m| < \alpha_0$ (см. разд. 3). Более сложный расчет по (37a), (35a), (35b) достаточно проводить только при $|\alpha_m| > \alpha_0$. Если при некотором $m = m_0$ $|\alpha_{m_0}| \approx 1$, то целесообразно полагать $\alpha_m = 0$, $S_m = 1$ для всех $m \geq m_0$ (см. разд. 5).

* Приведенные примеры опровергают сделанный в [8] на основе результатов моделирования для $M = 8$ общий вывод о том, что в случае теплицевой КМ скорость адаптации по критерию (15) может быть не более чем вдвое выше, чем в случае персимметричной КМ.

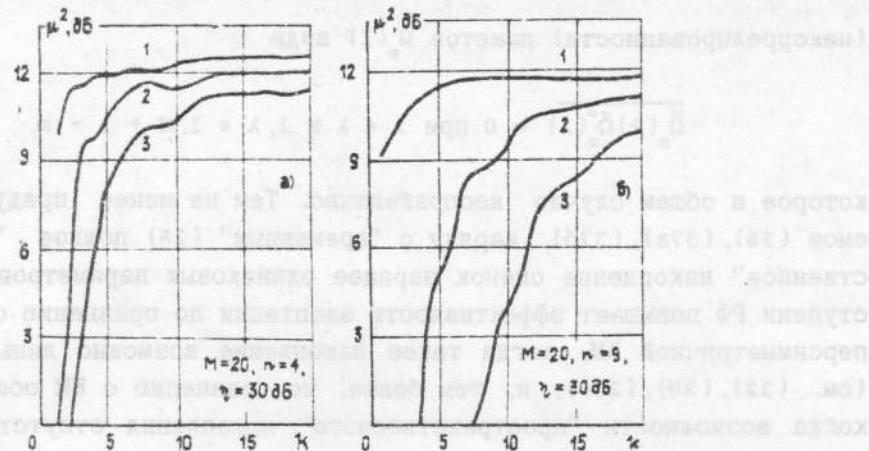


Рис. 6.

Заключение. Базовый алгоритм адаптивной решетчатой фильтрации (18а)-(18з) (БАРФ) позволяет строить точные "решетчатые эквиваленты" любых методов адаптивной обработки, связанных с обращением оценочных КМ различного вида, используя произвольные в смысле (4) корни из них. При этом наряду с высокой численной устойчивостью процедуры адаптации можно достаточно просто учсть и использовать для повышения эффективности обработки возможную априорную информацию о специфике КМ. Так, учет персимметрии или теплицевости КМ сводится к простому накоплению оценок равных параметров, формируемых по БАРФ на основе корня из КМ общего вида*. Априорная информация об эффективном ранге КМ (или о порядке входного процесса авторегрессии) учитывается простым ограничением числа шагов в БАРФ. Этот же способ изолированно либо в сочетании с соответствующей коррекцией корня из КМ обеспечивает регуляризацию оценок параметров АРФ.

Эти, а также ряд других, особенности БАРФ обусловливают целесообразность его использования в условиях, когда предварительное формирование корня из оценочной КМ (выборки обучающих векторов требуемого объема) возможно. Нестационарность помех, необходимость периодической или непрерывной коррекции оценок

* Возможны более сложные ситуации, когда подобное накопление может не увеличивать эффективность обработки [18].

могут затруднить или сделать невозможным его использование. В этих условиях целесообразен переход к рекуррентным по времени алгоритмам настройки АРФ. Рассмотрению известных, а также синтезу и сравнению новых алгоритмов этого типа планируется посвятить следующую статью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леховицкий Д. И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 9-10. С. 790.
2. Леховицкий Д. И., Кириллов И. Г., Милованов С. Б. Статья депонирована в БИНТИ, рег. N 2127-В92. Деп. от 1 июля 1992 г.
3. Зарицкий В. И., Кокин В. Н., Леховицкий Д. И., Саламатин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 7. С. 863.
4. Абрамович Ю. И. //Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. № 3. С. 543.
5. Черемисин О. П. //Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 10. С. 1933.
6. Лишак М. Ю. //Труды МЭИ. 1979. Вып. 418. С. 109.
7. Кошевой В. М. //Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1982. Т. 25. № 9. С. 71.
8. Свердлик М. Б., Шпаковский В. Э. //Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 4. С. 760.
9. Журавлев А. К., Ермолин М. В. //Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29. № 2. С. 93.
10. Берг Д. П., Люнбергер Д. Г., Венгер Д. Д. //ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 9. С. 63.
11. Абрамович Ю. И., Аров Д. З. //Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. С. 2525.
12. Иохвидов И. С. Генкелевы и теплицевые матрицы и формы. -М.: Наука, 1974. - 263 с.
13. Фридландер Б. //ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 8. С. 54.
14. Кей С. М., Марпл С. П. //ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 11. С. 5.
15. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. -М.: Сов. радио, 1977. Т. 3. - 663 с.
16. Леховицкий Д. И., Зарицкий В. И., Раков И. Д. и др. Препринт РТИ АН СССР N 8610. -М., 1987.
17. Леховицкий Д. И., Раков И. Д. //Радиотехника. 1986. № 9. С. 60.
18. Леховицкий Д. И., Раков И. Д., Данкевич В. М. //Радиотехника. 1989. № 7. С. 73.

Поступила в редакцию
16 января 1991 г.,
после доработки
.31 марта 1992 г.

ART. II. UNIVERSAL ADAPTIVE LATTICE FILTERS.
ADAPTATION WITH THE GIVEN ROOT
FROM THE ESTIMATE CORRELATION MATRIX

D. I. Lekhovitsky, S. B. Milovanov, I. D. Rakov, B. G. Sverdlov

The algorithms of adaptive lattice filters adjusting to the given root from the estimate noise correlation matrix are discussed. The fundamental algorithm is synthesized on the base of which the adjusting algorithms allowing for a priori correlation matrix structure information can be derived. The ways of the algorithm simplification and the increase of its efficiency are considered.