ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Том 35, N 11-12 РАДИОФИЗИКА 1992

УДК 621.372.8

# ОБ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ПЛАСТИНЫ НЕЛИНЕЙНОГО ДИЭЛЕКТРИКА В ВОЛНОВОДЕ

*Х. С. Арутюнян, К. А. Барсуков*

Рассмотрено взаимодействие встречных *TE*-волн в нелинейном кубичном диэлектрике, помещенном в волновод произвольного поперечного сечения. Показано, что постоянные распространения взаимодействующих волн зависят от комбинации амплитуд этих волн. Исследованы особенности отражения и преломления волн в нелинейной пластине. Получено выражение для коэффициента отражения и условие "просветления" нелинейной пластины.

Исследование особенностей отражения и преломления волн в нелинейной пластине представляет большой интерес для множества экспериментальных задач, так как в реальных условиях мы имеем дело со средами конечных размеров. Генерация гармоник и смешение частот происходят в пластинах нелинейного диэлектрика. Для безграничной нелинейной пластины вопросы отражения и преломления исследованы достаточно хорошо [1-3]. Аналогичные задачи для пластины нелинейного диэлектрика конечных размеров в волноводе практически не решены. В работе [4] рассматривается отражение *TE*-волны от пластины нелинейного диэлектрика с цилиндрическими границами в прямоугольном волноводе, однако не учитывается зависимость постоянной распространения волны от ее амплитуды.

Как показано в [5] при распространении электромагнитной волны в волноводе, ее постоянная распространения зависит от величины электрического поля волны. Естественно, что при наличии двух и более волн их постоянные распространения, а тем самым и фазовые скорости будут зависеть от комбинации электрических полей волн. Этот эффект мы рассмотрим на примере двух волн, распространяющихся навстречу друг другу в волноводе, заполненном нелинейной средой с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(\omega) + 2\alpha(\omega)\overline{|\vec{E}|^2}. \qquad (1)$$

Такой случай интересен тем, что на основе его исследования можно построить решение задачи отражения волны от пластины нелинейного диэлектрика в волноводе. Все рассмотрение проведем в предположении малой нелинейности диэлектрика, используя методику и обозначения работы [5].

Поле $TE$-волны зададим потенциалом $H_z$, для которого

$$H_z = H_{zn}^{(0)} + \alpha H_{zn}^{(1)},$$

где $H_{zn}^{(0)}$ – нулевое, а $H_{zn}^{(1)}$ – первое приближение, $H_{zn}^{(0)}$ представим в виде

$$H_{zn}^{(0)} = \left(\hat{B}_n^{(+)} e^{i\hat{\gamma}_n z} + \hat{B}_n^{(-)} e^{-i\hat{\gamma}_n z}\right)\hat{\psi}_n(x, y), \qquad (2)$$

где $\hat{B}_n^{(\pm)}$ – амплитуды прямой и обратной волн, $\hat{\gamma}_n^{(\pm)}$ – их постоянные распространения. Заметим, что, вообще говоря, $\hat{\gamma}_n^{(+)} \neq \hat{\gamma}_n^{(-)}$, так как каждая из них зависит от электрических полей и, в этом смысле, нелинейный волновод не обладает свойством взаимности.

Зависимость постоянных распространения от электрических полей волн будем искать в виде

$$\hat{\gamma}_n^{(\pm)} = k_0^2\varepsilon_0 - \hat{\lambda}_n^2 + \alpha\hat{g}_n^{(\pm)}, \qquad (3)$$

где $g_n^{(\pm)}$ – неизвестные и подлежащие определению функции амплитуд электрических полей волн, $k_0 = \omega/c$, $\hat{\psi}_n$ и $\hat{\lambda}_n$ – собственные функции и собственные значения второй краевой задачи для поперечного сечения волновода соответственно.

Потенциал $H_z$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta H_z + k_0^2\varepsilon H_z - k_0^2\hat{\lambda}_n^2\left(\nabla_\perp H_z \nabla_\perp \varepsilon\right) = 0. \qquad (4)$$

Амплитуды $\hat{B}_n^{(\pm)}$, вообще говоря, комплексные и каждую из них представим в виде

$$\hat{B}_n^{(\pm)} = |\hat{B}_n^{(\pm)}| e^{i\hat{\beta}_n^{(\pm)}}, \qquad (5)$$

где $\hat{\beta}_n^{(\pm)}$ - соответствующие фазы.

Диэлектрическая проницаемость среды (1) в этих обозначениях имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha\left\{|\hat{B}_n^{(+)}|^2 + |\hat{B}_n^{(-)}|^2 + \right.$$

$$\left. + 2|\hat{B}_n^{(+)}||\hat{B}_n^{(-)}|\cos\left[\left(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)}\right)z + \hat{\beta}_n\right]\right\} k_0^2\hat{\lambda}_n^{-4}\left(\nabla_\perp\hat{\psi}_n\right)^2,$$

где $\hat{\beta}_n = \hat{\beta}_n^{(+)} - \hat{\beta}_n^{(-)}$ и $\varepsilon$ выписано с использованием только нулевого приближения (2). Далее необходимо вычислить величину, определяющую правую часть волнового уравнения для $H_{zn}^{(1)}$,

$$\left(\Delta + k_0^2\varepsilon_0\right)H_{zn}^{(1)} = \left(\hat{g}_n^{(+)}\hat{B}_n^{(+)}e^{i\hat{\gamma}_n^{(+)}z} + \hat{g}_n^{(-)}\hat{B}_n^{(-)}e^{-i\hat{\gamma}_n^{(-)}z}\right)\hat{\psi}_n(x, y) +$$

$$+ \left(\hat{B}_n^{(+)}e^{i\hat{\gamma}_n^{(+)}z} + \hat{B}_n^{(-)}e^{-i\hat{\gamma}_n^{(-)}z}\right) \times$$

$$\times\left\{|\hat{B}_n^{(+)}|^2 + |\hat{B}_n^{(-)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(+)}||\hat{B}_n^{(-)}|\cos\left[\left(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)}\right)z + \hat{\beta}_n\right]\right\}\hat{\phi}_n(x, y),$$

где $\hat{\phi}_n(x, y)$ имеет вид

$$\hat{\phi}_n(x, y) = k_0^4\hat{\lambda}_n^{-6}\ \mathrm{div}\left[\left(\nabla_\perp\hat{\psi}_n\right)\left(\nabla_\perp\hat{\psi}_n\right)^2\right].$$

Решение задачи нахождения первого приближения сводится теперь к решению трех неоднородных линейных волновых уравнений для слагаемых суммы

$$H_{zn}^{(1)} = H_{zn}^{(+)} + H_{zn}^{(-)} + \tilde{H}_{zn}$$

вида

$$\Delta H_{zn}^{(\pm)} + \left(\hat{\gamma}_n^{(\pm)2} + \hat{\lambda}_n^2\right)H_{zn}^{(\pm)} = \tag{6}$$

$$= \hat{B}_n^{(\pm)}\left(\hat{g}_n^{(\pm)} - k_0^4\hat{\lambda}_n^{-6}\left[|\hat{B}_n^{(\pm)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(\mp)}|^2\right]\hat{\mu}_{nn}\right)\hat{\psi}_n e^{\pm i\hat{\gamma}_n^{(\pm)}z} -$$

$$- k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} |\hat{B}_n^{(\pm)}| \left[ |\hat{B}_n^{(\pm)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(\mp)}|^2 \right] \sum_{m=1}^{\infty}{}' \hat{\mu}_{mn} \hat{\psi}_m(x, y) e^{\pm i \hat{\gamma}_n^{(\pm)} z};$$

$$\left(\Delta + k_0^2 \varepsilon_0\right) \tilde{H}_{zn} = -k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \left[ \hat{B}_n^{(+)2} \hat{B}_n^{(-)*} e^{i(2\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})z} + \right. \tag{7}$$

$$\left. + \hat{B}_n^{(-)2} \hat{B}_n^{(+)*} e^{-i(2\hat{\gamma}_n^{(-)} + \hat{\gamma}_n^{(+)})z} \right] \sum_{m=1}^{\infty}{}' \hat{\mu}_{mn} \hat{\psi}_m,$$

где $\hat{B}_n^{(\pm)*} = |\hat{B}_n^{(\pm)}| \exp(-i\beta_n^{(\pm)})$ и использовано разложение $\hat{\varphi}_n(x, y)$ по собственным функциям $\hat{\psi}_n(x, y)$ по формуле

$$\hat{\psi}_n(x, y) = k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \left[ \sum_{m=1}^{\infty}{}' \hat{\mu}_{mn} \hat{\psi}_m(x, y) + \hat{\mu}_{nn} \hat{\psi}_n(x, y) \right]$$

с

$$\hat{\mu}_{mn} = \int_S \operatorname{div}\left[ \left(\nabla_\perp \hat{\psi}_n\right) \left(\nabla_\perp \hat{\psi}_n\right)^2 \right] \hat{\psi}_m(x, y)\, dS,$$

а штрих у суммы означает отсутствие членов с $m = n$.

Неизвестные параметры $\hat{g}_n^{(\pm)}$ определяются из условия отсутствия секулярных, растущих с $z$ членов, и, очевидно, что

$$\hat{g}_n^{(\pm)} = \left( |\hat{B}_n^{(\pm)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(\mp)}|^2 \right) k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \hat{\mu}_{nn}. \tag{8}$$

Общее выражение для $H_{zn}^{(1)}$ при выполнении соотношений (8), как нетрудно показать, имеет вид

$$H_{zn}^{(1)} = k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \sum_{m=1}^{\infty}{}' \frac{\hat{\mu}_{mn} \hat{\psi}_m(x, y)}{\hat{\lambda}_m^2 - 9\hat{\lambda}_n^2 + 8k_0^2 \varepsilon_0} \left[ \hat{B}_n^{(+)2} \hat{B}_n^{(-)*} e^{i(2\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})z} + \right.$$

$$\left. + \hat{B}_n^{(-)2} \hat{B}_n^{(+)*} e^{-i(2\hat{\gamma}_n^{(-)} + \hat{\gamma}_n^{(+)})z} \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \hat{h}_{mn}^{(+)} e^{i\hat{\gamma}_m^{(+)} z} + \hat{h}_{mn}^{(-)} e^{-i\hat{\gamma}_m^{(-)} z} \right) \hat{\psi}_m +$$

$$+ k_0^2 \hat{\lambda}_n^{-6} \sum_{m=1}^{\infty}{}' \frac{\hat{\mu}_{mn} \hat{\psi}_m}{\hat{\lambda}_m^2 - \hat{\lambda}_n^2} \left[ \hat{B}_n^{(+)} \left( |\hat{B}_n^{(+)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(-)}|^2 \right) e^{i\hat{\gamma}_n^{(+)} z} + \right. \tag{9}$$

$$\left. + \hat{B}_n^{(-)} \left( |\hat{B}_n^{(-)}|^2 + 2|\hat{B}_n^{(+)}|^2 \right) e^{-i\hat{\gamma}_n^{(-)} z} \right],$$

где амплитуды $\hat{h}_{mn}^{(\pm)}$ определяются из условий возбуждения поля в волноводе.

Таким образом, волновое поле в волноводе представляет собой довольно сложную комбинацию прямой и обратной волн, бегущих с фазовыми скоростями $\omega/\hat{\gamma}^{(\pm)}$, сопровождаемыми двумя слабыми прямой и обратной "медленными" волнами с фазовыми скоростями $\omega/(2\hat{\gamma}_n^{(\pm)} + \hat{\gamma}_n^{(\pm)})$, причем фазовые скорости всех волн оказываются функциями амплитуд полей. Заметим, что равенство $\hat{\gamma}_n^{(+)} = \hat{\gamma}_n^{(-)}$ возможно лишь при равенстве амплитуд прямой и обратной волн, т.е. при $|\hat{B}_n^{(+)}| = |\hat{B}_n^{(-)}|$.

Рассмотрим теперь плоскопараллельную пластину нелинейного диэлектрика с проницаемостью (1), помещенную в волновод произвольного поперечного сечения и ограниченную плоскостями $z = 0$ и $z = d$. При $z < 0$ и $z > d$ - вакуум. Пусть со стороны отрицательных $z$ на границу пластины падает $TE$-волна известной амплитуды, продольная составляющая магнитного поля которой имеет вид

$$H_{zn}^{(0)} = \hat{A}_0 \hat{\psi}_n(x, y) e^{i(\hat{\Gamma}_n z - \omega t)}, \quad \hat{\Gamma}_n^2 = k_0^2 - \hat{\lambda}_n^2.$$

Эта волна в нелинейной среде возбуждает прямую и обратную волны, которые могут быть рассчитаны с помощью обычной линейной теории. В нулевом приближении $z$-составляющая магнитного поля волны в пластине имеет вид (2). Прямая и обратная волны в пластине, как показано в [5], возбуждают нелинейные волны, которые описываются потенциалом (9). Полное поле в вакууме при $z < 0$ будем описывать функцией

$$H_{zn}^{(1)} = A_0 \left[ \hat{\psi}_n(x, y) e^{i\hat{\Gamma}_n z} + \sum_{m=1}^{\infty} \hat{R}_{mn} \hat{\psi}_m e^{-i\hat{\Gamma}_n z} \right] e^{-i\omega t}, \tag{10}$$

а при $z > d$

$$H_{zn}^{(3)} = A_0 \sum_{m=1}^{\infty} \hat{T}_{nn} \hat{\psi}_m(x, y) e^{i(\hat{\Gamma}_n z - \omega t)} \tag{11}$$

Для потенциальной функции в пластине из (2) и (9) имеем

$$H^{(2)}_{zn} = \left\{ \left[ \left(\hat{B}^{(+)}_{n} + \alpha \hat{h}^{(+)}_{nn}\right) e^{i\hat{\gamma}^{(+)}_{n} z} + \left(\hat{B}^{(-)}_{n} + \alpha \hat{h}^{(-)}_{nn}\right) e^{-i\hat{\gamma}^{(-)}_{n} z} \right] \hat{\psi}_{n}(x, y) + \right.$$

$$+ \alpha \sum_{m=1}^{\infty}{}' \left[ \hat{h}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}^{(+)}_{m} z} + \hat{h}^{(-)}_{mn} e^{-i\hat{\gamma}^{(-)}_{m} z} + \hat{a}^{(+)}_{mn} e^{i(2\hat{\gamma}^{(+)}_{n} + \hat{\gamma}^{(-)}_{n})z} + \right. \quad (12)$$

$$\left. \left. + \hat{a}^{(-)}_{mn} e^{-i(2\hat{\gamma}^{(-)}_{n} + \hat{\gamma}^{(+)}_{n})z} + \hat{b}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}^{(+)}_{n} z} + \hat{b}^{(-)}_{mn} e^{-i\hat{\gamma}^{(-)}_{n} z} \right] \right\} \hat{\psi}_{m}(x, y) e^{-i\omega t},$$

где для удобства дальнейших выкладок введены обозначения:

$$\hat{a}^{(\pm)}_{mn} = k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \frac{\hat{\mu}_{mn} \hat{B}^{(\pm)2}_{n} \hat{B}^{(\mp)*}_{n}}{\hat{\lambda}^2_m - 9\hat{\lambda}^2_n - 8k_0^2 \varepsilon_0}, \quad (13)$$

$$\hat{b}^{(\pm)}_{mn} = k_0^4 \hat{\lambda}_n^{-6} \frac{\hat{\mu}_{mn} \hat{B}^{(\pm)}_{n}}{\hat{\lambda}^2_m - \hat{\lambda}^2_n} \left\{ |\hat{B}^{(\pm)}_{n}|^2 + 2|\hat{B}^{(\mp)}_{n}|^2 \right\}, \quad (14)$$

а значок (*) обозначает комплексно-сопряженную величину.

Условия непрерывности тангенциальных компонент полей на границах $z = 0$ и $z = d$ дают

$$H^{(1)}_{zn} = H^{(2)}_{zn}, \quad \frac{\partial H^{(1)}_{zn}}{\partial z} = \frac{\partial H^{(2)}_{zn}}{\partial z} \quad \text{при } z = 0 \quad (15)$$

и

$$H^{(2)}_{zn} = H^{(3)}_{zn}, \quad \frac{\partial H^{(2)}_{zn}}{\partial z} = \frac{\partial H^{(3)}_{zn}}{\partial z} \quad \text{при } z = d. \quad (16)$$

Как и в [5] будем рассматривать отдельно случаи $m = n$ и $m \neq n$. При $m = n$ подстановка потенциальных функций (10) - (12) в граничные условия (15) и (16) приводит к следующим системам уравнений:

при $z = 0$

$$A_0(1+\hat{R}_{nn}) = \hat{B}_n^{(+)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(+)} + \hat{B}_n^{(-)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(-)},$$

$$\hat{\Gamma}_n A_0(1-\hat{R}_{nn}) = \hat{\gamma}_n^{(+)}(\hat{B}_n^{(+)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(+)}) - \hat{\gamma}_n^{(-)}(\hat{B}_n^{(-)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(-)}), \tag{17}$$

при $z = d$

$$A_0\hat{T}_{nn}e^{i\hat{\Gamma}_n d} = (\hat{B}_n^{(+)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(+)})e^{i\hat{\gamma}_n^{(+)}d} + (\hat{B}_n^{(-)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(-)})e^{-i\hat{\gamma}_n^{(-)}d},$$

$$\hat{\Gamma}_n A_0\hat{T}_{nn}e^{i\hat{\Gamma}_n d} = \hat{\gamma}_n^{(+)}(\hat{B}_n^{(+)}+\alpha\hat{h}_{nn}^{(+)})e^{i\hat{\gamma}_n^{(+)}d} - \hat{\gamma}_n^{(-)}(\hat{B}_n^{(-)}+\alpha\hat{h}_{nn}^{(-)})e^{-i\hat{\gamma}_n^{(-)}d} \tag{18}$$

Нетрудно видеть, что в (17) и (18) входит одна и та же комбинация неизвестных коэффициентов $(\hat{B}_n^{(\pm)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(\pm)})$ и все эти уравнения дают систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными. Ее решение есть

$$\hat{R}_{nn} = (\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n^{(-)})(\hat{\Gamma}_n - \hat{\gamma}_n^{(+)})(1-e^{i(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})d})\hat{\Delta}_n^{-1},$$

$$\hat{T}_{nn} = 2\hat{\Gamma}_n(\hat{\gamma}_n^{(+)}+\hat{\gamma}_n^{(-)})e^{i(\hat{\gamma}_n^{(+)} - \hat{\Gamma}_n)d}\hat{\Delta}_n^{-1},$$

$$\hat{B}_n^{(+)} + \alpha\hat{h}_{nn}^{(+)} = 2A_0\hat{\Gamma}_n(\hat{\gamma}_n^{(-)} + \hat{\Gamma}_n)\hat{\Delta}_n^{-1}, \tag{19}$$

$$\hat{B}_n^{(-)} - \alpha\hat{h}_{nn}^{(-)} = 2A_0\hat{\Gamma}_n(\hat{\gamma}_n^{(+)} - \hat{\Gamma}_n)e^{i(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})d}\hat{\Delta}_n^{-1},$$

где

$$\hat{\Delta}_n = (\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\Gamma}_n)(\hat{\gamma}_n^{(-)} + \hat{\Gamma}_n) - (\hat{\gamma}_n^{(+)} - \hat{\Gamma}_n)(\hat{\gamma}_n^{(-)} - \hat{\Gamma}_n)\, e^{i(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})d}.$$

При $m \neq n$ имеем

$$A_0R_{mn} = \hat{h}_{mn}^{(+)} + \hat{h}_{mn}^{(-)} + \hat{a}_{mn}^{(+)} + \hat{b}_{mn}^{(+)} + \hat{a}_{mn}^{(-)} + \hat{b}_{mn}^{(-)},$$

$$-\hat{\Gamma}_n A_0 \hat{R}_{mn} = \hat{\gamma}_m(\hat{h}^{(+)}_{mn} - \hat{h}^{(-)}_{mn}) + 3\hat{\gamma}_n(\hat{a}^{(+)}_{mn} - \hat{a}^{(-)}_{mn}) + \hat{\gamma}_n(\hat{b}^{(+)}_{mn} - \hat{b}^{(-)}_{mn}),$$

$$A_0 \hat{T}_{mn} e^{i\hat{\Gamma}_m d} = \hat{h}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}_m d} + \hat{h}^{(-)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}_m d} + \hat{a}^{(+)}_{mn} e^{i3\hat{\gamma}_n d} + \tag{20}$$

$$+ \hat{a}^{(-)}_{mn} e^{-i3\hat{\gamma}_n d} + \hat{b}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}_n d} + \hat{b}^{(-)}_{mn} e^{-i\hat{\gamma}_n d},$$

$$\hat{\Gamma}_m A_0 \hat{T}_{mn} e^{i\hat{\Gamma}_m d} = \hat{\gamma}_m\left(\hat{h}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}_m d} - \hat{h}^{(-)}_{mn} e^{-i\hat{\gamma}_m d}\right) +$$

$$+ 3\hat{\gamma}_n\left(\hat{a}^{(+)}_{mn} e^{i3\hat{\gamma}_n d} - \hat{a}^{(-)}_{mn} e^{-i3\hat{\gamma}_n d}\right) + \hat{\gamma}_n\left(\hat{b}^{(+)}_{mn} e^{i\hat{\gamma}_n d} + \hat{b}^{(-)}_{mn} e^{-i\hat{\gamma}_n d}\right),$$

где естественно положить $\hat{\gamma}^{(+)2}_m = \hat{\gamma}^{(-)2}_m = \hat{\gamma}^2_m = k^2_0\varepsilon_0 - \hat{\lambda}^2_m$.

При решении (20) ограничимся нахождением $\hat{R}_{mn}$ и $\hat{T}_{mn}$ После довольно громоздких выкладок получим

$$\hat{R}_{mn} = \left[\hat{a}^{(+)}_{mn}\hat{F}_m(3\hat{\gamma}_n) + \hat{a}^{(-)}_{mn}\hat{F}_m(-3\hat{\gamma}_n) + \hat{b}^{(+)}_{mn}\hat{F}_m(\hat{\gamma}_n) + \hat{b}^{(-)}_{mn}\hat{F}_m(-\hat{\gamma}_n)\right]\hat{\Delta}^{-1}_m,$$

$$\tag{21}$$

$$\hat{T}_{mn} = \left[\hat{a}^{(+)}_{mn}\hat{G}_m(3\hat{\gamma}_n) + \hat{a}^{(-)}_{mn}\hat{G}_m(-3\hat{\gamma}_n) + \hat{b}^{(+)}_{mn}\hat{G}_m(\hat{\gamma}_n) + \hat{b}^{(-)}_{mn}\hat{G}_m(-\hat{\gamma}_n)\right]\hat{\Delta}^{-1}_m,$$

где

$$F_m(\mu) = (\hat{\gamma}_m - \hat{\Gamma}_m)(\mu + \hat{\gamma}_m)e^{i\hat{\gamma}_n d} + (\hat{\gamma}_m + \hat{\Gamma}_m)(\mu - \hat{\gamma}_m)e^{-i\hat{\gamma}_m d} -$$

$$- 2\hat{\gamma}_m(\hat{\gamma}_m - \hat{\Gamma}_m)e^{i\mu d},$$

$$G_m(\mu) = e^{i(\hat{\gamma}_m - \hat{\Gamma}_m)d}\Big[(\hat{\gamma}_m - \mu)(\hat{\gamma}_m - \hat{\Gamma}_m)e^{i(\mu+\hat{\gamma}_m)d} -$$

$$- (\mu + \hat{\gamma}_m)(\hat{\gamma}_m + \hat{\Gamma}_m)e^{i(\mu-\hat{\gamma}_m)d} + 2\hat{\gamma}_m(\mu + \hat{\Gamma}_m)\Big].$$

Таким образом, как и при отражении от границы полубесконечного нелинейного диэлектрика, не только меняются величины коэффициентов отражения и прохождения для пластины, но и появляется целый набор мод как в самой пластине, так и в свободном волноводе, причем все коэффициенты (19) и (21) зависят от толщины пластины. Заметим, что в формулах (8), (13) и (14) надо брать $\hat{B}_n^{(+)}$ и $\hat{B}_n^{(-)}$ из двух последних уравнений (19) при $\alpha = 0$, т.е. в виде

$$\hat{B}_n^{(+)} = [2\hat{\Gamma}_n(\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n)A_0]\left[(\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n)^2 - (\hat{\Gamma}_n - \hat{\gamma}_n)^2 e^{i2\hat{\gamma}_n d}\right]^{-1}, \quad (22)$$

$$\hat{B}_n^{(-)} = \left[2\hat{\Gamma}_n(\hat{\gamma} - \hat{\Gamma}_n)A_0 e^{i2\hat{\gamma}_n d}\right]\left[(\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n)^2 - (\hat{\Gamma}_n - \hat{\gamma}_n)^2 e^{i2\hat{\gamma}_n d}\right]^{-1}. \quad (23)$$

Коэффициент отражения $\hat{R}_{nn}$ из (19) является периодической функцией от аргумента $(\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})d$, причем пластина "просветляется" ($\hat{R}_{nn} = 0$) при условии

$$\hat{R}_{nn} = 0, \qquad (\hat{\gamma}_n^{(+)} + \hat{\gamma}_n^{(-)})d = 2\pi s, \qquad s = 1, 2, 3, \ldots$$

Последнее можно переписать с помощью (3), (8), (22) и (23) в виде

$$2\hat{\gamma}_n + (3\hat{\mu}_{nn} k_0^4 \alpha A_0^2 / 4\hat{\gamma}_n^3 \hat{\lambda}_n^6)(\hat{\gamma}_n^2 + \hat{\Gamma}_n^2) = 2\pi s.$$

Видно, что наличие нелинейности "сдвигает" по частоте по сравнению с линейным случаем условие просветления пластины. (Для слабого поля условие просветления пластины есть $\hat{\gamma}_n d = \pi s$.) Это дает возможность экспериментального определения коэффициента нелинейности среды. Формулы для коэффициентов отражения и прохождения несколько упрощаются для "тонкой пластины". Условие тонкости запишем в виде

$$\hat{\Gamma}_n d \ll 1, \qquad \hat{\gamma}_n d \ll 1, \qquad k_0 d \ll 1.$$

В этом случае амплитуды $B_n^{(\pm)}$ в (22), (23) упрощаются и

$$\hat{B}_n^{(\pm)} = \frac{\hat{\gamma}_n \pm \hat{\Gamma}_n}{2\hat{\gamma}_n} A_0 \quad (24)$$

и с помощью (24) все эти коэффициенты записываются в виде

$$\hat{R}_{nn} = \frac{ik_0^2 d}{2\hat{\Gamma}_n}\left[\varepsilon_0 - 1 + \frac{\hat{\mu}_{nn} k_0^2 \alpha A_0^2}{4\hat{\gamma}_n^2 \hat{\lambda}_n^6}(3\hat{\gamma}_n^2 + \hat{\Gamma}_n^2)\right], \quad \hat{T}_{nn} = 1 + \hat{R}_{nn}.$$

Коэффициенты $\hat{R}_{mn}$ и $\hat{T}_{mn}$ находятся по формулам (21), где

$$\hat{F}_m(\mu) = \hat{G}_m(\mu) = 2i\hat{\gamma}_m d(\hat{\gamma}_m^2 - \mu^2).$$

Как и следовало ожидать, все коэффициенты пропорциональны толщине пластины.

В заключение заметим, что разработанный выше метод может быть распространен и на *TM*-поляризацию поля в волноводе.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. – М.: Мир, 1966.
2. Kazakia J.Y., Venkataraman R. //J. Appl. Math .Phys. (ZAMP). 1975. V. 26. P. 61.
3. Bassanini P. //J.Appl. M th .Phys. (ZAMP). 1976. V. 27. P. 409.
4. Caorsi S. //Proc. 7 Collog. Microwave Commun., Budapest, 6-10 Sept. 1982. V.I. Budapest. 1982. P.406.
5. Арутюнян Х.С., Барсуков К.А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. С. 598.



Санкт-Петербургский электротехнический институт



Поступила в редакцию 23 октября 1991 г.


## ON THE ELECTROMAGNETIC WAVE REFLECTION FROM NONLINEAR DIELECTRIC PLATE IN A WAVEGUIDE


*Kh. S. Arutynyan, K. A. Barsukov*



The interaction of oncoming TE-waves in a nonlinear cubic dielectric placed in a waveguide of arbitrary cross-section is considered. It is shown that the propagation constants of interacting waves depend on the combination of the amplitudes of these waves. The peculiarities of reflection and refraction of waves in the nonlinear plate are investigated. An expression for the reflection coefficient and the condition of "brightening" of the nonlinear plate is obtained.