

УДК 530:534.2

## ПОВЕДЕНИЕ НАГРЕТОГО ГАЗА ЧАСТИЦ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ НА ФАЗОВОМ ЭКРАНЕ В РАМКАХ МОДЕЛИ ТЕПЛОВЫХ ЛУЧЕЙ

Е. З. Грибова, А. И. Саичев

На основе аналогии между эволюцией плотности нагретого газа невзаимодействующих частиц и дифракцией монохроматических оптических волн за случайным фазовым экраном получено выражение для корреляционной функции флуктуаций интенсивности за экраном. Гипотеза статистического расщепления геометрооптических и дифракционных средних позволяет вдвое уменьшить кратность интеграла, определяющего эту функцию.

Известно, что средний квадрат и дисперсия флуктуаций плотности гидродинамического потока частиц в окрестностях каустик, где происходит обгон одних частиц другими, оказываются бесконечными. Например, в теории процесса группирования электронного потока в трубе дрейфа приборов кристаллического типа [1] в точках фокусировок плотность объемного заряда пучка в рамках кинематической теории обращается в бесконечность. Одним из факторов, ограничивающих поле плотности и его флуктуации в реальном газе, является тепловой разброс скоростей частиц [2].

Рассмотрим механизм ограничения флуктуаций плотности за счет теплового разброса скоростей частиц, считая частицы невзаимодействующими. Пусть в начальный момент времени  $t = 0$  в каждой точке потока находится множество частиц с различными скоростями, плотность которых в фазовом пространстве  $(x, v)$  равна  $\rho_0 f_0(x, v)$ , где  $\rho_0$  — начальная плотность газа, а функция  $f_0(x, v)$  удовлетворяет условию нормировки

$$\iint_{-\infty}^{\infty} f_0(x, v) dv dx = 1.$$

Эволюция теплового газа невзаимодействующих частиц описывается

уравнением Лиувилля

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad f(x, v, t = 0) = \rho_0 f_0(x, v). \quad (1)$$

Решение этого уравнения

$$f(x, v, t) = \rho_0 f_0(x - vt, v),$$

а плотность газа в данной точке  $x$

$$\rho_T(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, v, t) dv.$$

Рассмотрим случай, когда начальную плотность  $f_0(x, v)$  можно задать в виде

$$f_0(x, v) = f_T(v - v_0(x)),$$

где начальное поле скорости  $v_0(x)$  - случайная функция с известными статистическими свойствами. В этом случае плотность газа

$$\rho_T(x, t) = \rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} f_T(v - v_0(x - vt)) dv \quad (2).$$

можно выразить через плотность "холодного" газа  $\rho(x, t)$  в виде [2]

$$\rho_T(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_T(c) \rho(x - ct, t) dc,$$

откуда видно, что тепловой разброс приводит к сглаживанию каустических особенностей реализаций плотности.

Чайдем корреляционную функцию плотности газа в случае статистически однородного поля скорости  $v_0(x)$ . В [2] показано, что она равна

$$K_{\rho}^T(s, t) = \frac{\rho_0^2}{t} \int_{-\infty}^{\infty} F(c) \nu_u \left( \frac{s - s_0}{t} - c; s_0 \right) ds_0 dc, \quad (3)$$

где

$$F(c) = \int_{-\infty}^{\infty} f_T\left(c_+ - \frac{c}{2}\right) f_T\left(c_+ + \frac{c}{2}\right) dc_+, \quad (4)$$

$\nu_u(u, s_0)$  - вероятностное распределение статистически однородного по  $u$  поля разности скоростей частиц  $u(y, s_0) = v_0(y + s_0) - v_0(y)$ ,  $s$  - расстояние между частицами, начальное расстояние между которыми равно  $s_0$ .

Рассмотрим поведение корреляционной функции флюктуаций плотности в конкретном случае гауссова поля  $v_0(x)$  с вероятностным распределением

$$\nu_u(u, s_0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi[\sigma_0^2 - B_0(s_0)]}} \exp\left\{-\frac{u^2}{4[\sigma_0^2 - B_0(s_0)]}\right\}, \quad (5)$$

где  $B_0(s_0)$  и  $\sigma_0^2$  - ковариационная функция и дисперсия поля  $v_0(x)$ . Кроме того, предположим, что

$$f_T(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} c_T} \exp(-c^2/2c_T^2), \quad (6)$$

где  $c_T$  - характерный масштаб теплового разброса скоростей. Тогда, используя (4), находим

$$F(c) = \frac{1}{2 \sqrt{\pi} c_T} \exp(-c^2/4c_T^2) \quad (7)$$

и при подстановке (5) и (7) в (3) получаем

$$K_p^T(s, t) = \frac{\rho_0^2}{2\sqrt{\pi} t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{1 - b_0(s_0) + c_T^2/\sigma_0^2}} \times \quad (8)$$

$$\times \exp\left\{-\frac{(s - s_0)^2}{4t^2\sigma_0^2[1 - b_0(s_0) + c_T^2/\sigma_0^2]}\right\} ds_0,$$

где  $b_0(s_0) = B_0(s_0)/\sigma_0^2$  - коэффициент корреляции. От размерных

координат перейдем к безразмерным

$$z = \sigma_0 t/d, \quad y = s/2d, \quad y_0 = s_0/2d.$$

Сюда входит характерный пространственный масштаб  $d$  - длина корреляции гидродинамических флуктуаций скорости. Коэффициент корреляции поля  $v_0(x)$  в безразмерных координатах  $r_0(y_0) = b_0(s_0/2d)$ . Смысл безразмерной продольной координаты  $z$ , введенной таким способом, состоит в том, что  $z = 1$  соответствует области группирования (фазовой фокусировки) потока частиц, т.е. области сильных флуктуаций плотности за счет сжатия и разрежения газа. При этом  $z \ll 1$  - область однопотокового режима,  $z \gg 1$  - многопотокового.

Окончательно для корреляционной функции флуктуаций плотности получим

$$K_p^T(y; z) = \frac{\rho_0^2}{\sqrt{\pi} z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy_0}{\sqrt{1 - r_0(y_0) + \varepsilon}} \exp\left\{-\frac{(y - y_0)^2}{z^2[1 - r_0(y_0) + \varepsilon]}\right\}. \quad (9)$$

Обсудим смысл параметра  $\varepsilon = c_T^2/\sigma_0^2$ , входящего в (9). Очевидно, что чем меньше тепловой разброс скоростей, тем сильнее флуктуации плотности при сжатии и разрежении газа. С ростом температуры газа растет характерный масштаб теплового разброса скоростей  $c_T$ , что приводит к сглаживанию хаустических особенностей флуктуаций плотности. Поэтому величину  $\varepsilon$  будем называть безразмерной эффективной температурой, при этом  $\varepsilon \gg 1$  соответствует горячему газу, а  $\varepsilon \ll 1$  - холодному.

Введем ковариационную функцию

$$B_p^T(y; z) = K_p^T(y; z) - \rho_0^2 \quad (10)$$

и найдем величину

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} B_p^T(y; z) dy, \quad (11)$$

которая численно равна площади под графиком функции  $B_p^T(y; z)$ . Используя (9) и (10), легко получить, что  $J = 0$ . Этот инвариант (инвариант Чандрасекара [3]) отражает факт, отмеченный в [2]: сгущение среды ( $\rho > \rho_0$ ) сопровождается разрежением ( $\rho < \rho_0$ ) в соседних областях.

## Зависимость коэффициента ковариации

$$R_p^T(y; z) = B_p^T(y; z) / \sigma_p^2$$

от безразмерной поперечной координаты  $y$  при различных  $z$  и с показана на рис. 1. Из приведенных в табл. 1 значений  $\sigma_p^2$  видно, что дисперсия флуктуаций плотности возрастает по мере уменьшения температуры газа.

Таблица 1

Номер кривой на рис. 1	1	2	3	4	5	6
$\varepsilon$	1	0, 1	1	0, 1	1	0, 1
$\sigma_p^2$	0, 061	0, 074	0, 044	0, 284	0, 003	0, 024

Вид функции  $R_p^T(y; z)$  в зависимости от координаты  $z$  соответствует тому, что с увеличением  $z$  и, следовательно, с ростом числа потоков ( $z \gg 1$ ) увеличивается радиус корреляционной связи между точками потока, и наоборот, в однопотоковом режиме такая связь быстро падает с ростом расстояния между точками.

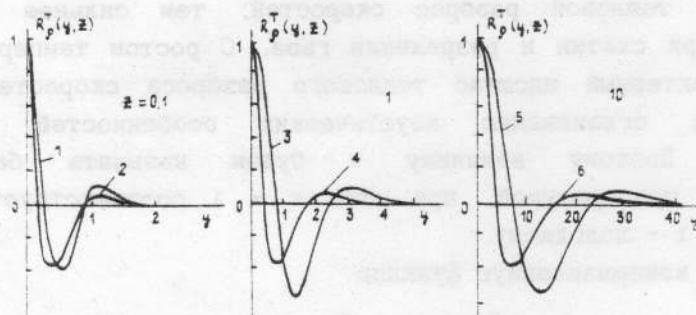


Рис. 1

Аналогия между поведением пучка частиц и дифракцией световой волны за случайным фазовым экраном перспективна при анализе задачи о распространении световой волны за фазовым экраном. Как известно [4], традиционный путь решения такой задачи обычно приводит к трудно вычисляемым интегралам. В [5] численным моделированием получены дисперсия флуктуаций и реализации поля интенсивности волны за системой случайных фазовых экранов. При этом только быстродействие использованного суперкомпьютера CRAY XM-P сделало возможным такое моделирование. В то же время указанная аналогия позволяет

сравнительно легко получить статистические характеристики волны за экраном. Для установления этой аналогии перейдем от амплитуды волны к лучевой плотности. В малоугловом приближении квазиоптики комплексная амплитуда волны  $E(\rho, t)$  удовлетворяет уравнению

$$2ik \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial \rho^2} = 0, \quad E(\rho, t = 0) = E_0(\rho),$$

где  $\rho, t$  - поперечная и продольная координаты,  $k$  - волновое число. Введем функцию Вигнера

$$f(x, v, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\left(x + \frac{z}{2k}, t\right) E^*\left(x - \frac{z}{2k}, t\right) e^{-ivz} dz,$$

которую можно интерпретировать как лучевую плотность волны, попадающей в точку  $(x, t)$  под углом  $v$  к оси  $t$ . Эта функция удовлетворяет тому же уравнению (1), что и плотность в фазовом пространстве, с граничным условием

$$f(x, v, t = 0) = I_0 f_0(x, v).$$

а полная интенсивность в точке  $(x, t)$ , подобно плотности теплового газа частиц, равна

$$I(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, v, t) dv. \quad (12)$$

Решение уравнения (1) без учета "теплового разброса" применительно к фазовому экрану соответствует приближению геометрической оптики (ГО) и дает бесконечные средний квадрат и дисперсию флуктуаций интенсивности волны в области фокусировок. Оптическим аналогом теплового разброса скоростей частиц является дифракция, сглаживающая каустические особенности волнового поля. Учтем влияние дифракции так же, как учитывали тепловой разброс скоростей, т. е. будем считать, что начальный угол прихода луча  $v_0(x)$  - случайная функция с известными статистическими свойствами, и найдем оптический аналог функции  $f_T(v - v_0(x))$ . Для этого рассмотрим случай, когда плоская волна с интенсивностью  $I_0$  падает на расположенный в плоскости  $t = 0$  фазовый экран, вносящий искажения  $k\psi(x)$ . Тогда граничное условие имеет вид

$$f(x, v, t = 0) = f_0(x, v) = \quad (13)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{ik\left[\psi\left(x + \frac{z}{2k}\right) - \psi\left(x - \frac{z}{2k}\right)\right] - ivz\right\} dz.$$

Введем функции

$$v_0(x) = \psi'(x)$$

и

$$\varphi(x, z, k) = k \int_{x - z/2k}^{x + z/2k} [v_0(y) - v_0(x)] dy, \quad (14)$$

тогда выражение (13) можно переписать в виде

$$f_0(x, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i\varphi(x, z, k)] \exp[-i[v - v_0(x)]z] dz. \quad (15)$$

Из (15) видно, что функция  $f_0(x, v)$  может быть представлена в форме  $f_T(x, v - v_0(x))$ , где

$$f_T(x, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i\varphi(x, z, k) - ivz] dz. \quad (16)$$

Решение уравнения (1) применительно к интенсивности световой волны запишем в виде

$$f(x, v, t) = I_0 f_T(x - vt, v - v_0(x - vt)) =$$

$$= I_0 \int_{-\infty}^{\infty} f_T(y, v - v_0(y)) \delta(y - x + vt).$$

При этом интенсивность волны равна

$$I(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_{-\infty}^{\infty} dy f_T(y, v - v_0(y)) \delta(y - x + vt).$$

После замены переменных  $c = v - v_0(y)$  получим

$$I(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dc \int_{-\infty}^{\infty} dy f_T(y, c) \delta(x - ct - x(y, t)),$$

где  $x(y, t) = y + v_0(y)t$  - уравнение траектории геометрооптического луча, выходящего из точки с координатой  $(x = y, t = 0)$ .

Функция  $f_T(y, c)$  учитывает дифракцию и дает дифракционное "оплавление" каустических особенностей. Она случайна и, вообще говоря, статистически взаимосвязана с  $x(y, t)$ . Но для полукачественного учета дифракционных эффектов будем считать  $f_T(y, c)$  статистически независимой от  $x(y, t)$ , т.е. предположим, что можно статистически расщепить дифракционные и геометрооптические средние. Возможность расщепления, на наш взгляд, обоснована тем, что дифракционное уширение функции распределения имеет не столько статистический, сколько динамический характер, поскольку связано не с характером случайных неоднородностей экрана, а с принципиальным эффектом дифракционного расплывания на характерных неоднородностях (учитывая конечность величины  $ka$ , где  $a$  - масштаб неоднородностей). В частности, расчет по приведенной схеме чисто динамической задачи о дифракции волны за синусоидальным фазовым экраном дает хорошее согласие с точным результатом.

Согласно этой гипотезе при расчете корреляционной функции получим выражение

$$\begin{aligned} K_r(s, t) &= \langle I(x + s, t)I(x, t) \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dc_1 dc_2 dy_1 dy_2 \langle f_T(y_1, c_1) f_T(y_2, c_2) \rangle \times \\ &\times \langle \delta(x_1 - c_1 t - x(y_1, t)) \delta(x_2 - c_2 t - x(y_2, t)) \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Будем считать фазовый экран статистически однородным и введем новые переменные

$$Q_0 = (y_1 + y_2)/2, \quad s_0 = y_1 - y_2, \quad s = x_1 - x_2, \quad c = c_1 - c_2,$$

что дает

$$\langle f_T(y_1, c_1) f_T(y_2, c_2) \rangle = g(s_0, c_1, c_2),$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dQ_0 \langle \delta\left(x_1 - c_1 t - x\left(Q_0 + \frac{s_0}{2}, t\right)\right) \delta\left(x_2 - c_2 t - x\left(Q_0 - \frac{s_0}{2}, t\right)\right) \rangle &= \\ &= W(s - ct; s_0, t). \end{aligned}$$

Здесь обозначено

$$W(s; s_0, t) = \langle \delta\left(s - X\left(\frac{s_0}{2}, t\right) + X\left(-\frac{s_0}{2}, t\right)\right) \rangle =$$

$$= \langle \delta(s - s_0 - u(0, s_0)t) \rangle = \frac{1}{t} W_u\left(\frac{s - s_0}{t}; s_0\right),$$

а поле  $u(y, s_0)$  вводится так же, как в случае теплового газа частиц. В этом случае интеграл (17) примет вид

$$K_1(s, t) = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{\infty} dc ds_0 F(s_0, c) W_u\left(\frac{s - s_0}{t} - c; s_0\right), \quad (18)$$

где

$$F(s_0, c) = \int_{-\infty}^{\infty} g\left(s_0, c_+ + \frac{c}{2}, c_+ - \frac{c}{2}\right) dc_+,$$

а плотность вероятности  $W_u(u, s_0)$  совпадает с (5). Из определения функции  $f_T(y, c)$  (16) получим выражение для  $F(s_0, c)$ :

$$F(s_0, c) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dc_+ dz_1 dz_2 \exp\left[-ic_+(z_1 - z_2) - ic\frac{z_1 + z_2}{2}\right] \times \quad (19)$$

$$\times \langle \exp\{i[\varphi(y_1, z_1, k) - \varphi(y_2, z_2, k)]\} \rangle =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{-icz} \exp\left[-\frac{1}{2} D_\varphi(s_0, z, k)\right],$$

где введена структурная функция случайного поля  $\varphi(y, z, k)$ :

$$D_\varphi(s_0, z, k) = \langle [\varphi(s_0, z, k) - \varphi(0, z, k)]^2 \rangle. \quad (20)$$

После подстановки (19) в выражение (18) получим

$$K_1(s, t) = \frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} dc ds_0 dz e^{-icz} \times \quad (21)$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{2} D_\varphi(s_0, z, k)\right] W_u\left(\frac{s - s_0}{t} - c; s_0\right).$$

Введем характеристическую функцию

$$\theta_u(z; s_0) = \int_{-\infty}^{\infty} W_u(c; s_0) e^{-icz} dc. \quad (22)$$

С ее помощью корреляционная функция (21) окончательно примет вид

$$K_I(s, t) = \frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} ds_0 dz \exp\left[-\frac{1}{2} D_\varphi(s_0, z, k)\right] \times \theta_u(z; s_0) \exp\left(-i\frac{s - s_0}{t} z\right). \quad (23)$$

Используя определения (14), (22) и выражение (23), найдем интеграл, аналогичный (11):

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [K_I(s, t) - 1] ds = 0. \quad (24)$$

Инвариант (24) имеет тот же физический смысл, что и (11) в применении к задаче дифракции световой волны на экране, а именно: усиление флуктуаций интенсивности в области фокусировок сопровождается их ослаблением в соседних областях.

Далее рассмотрим конкретный случай гауссова поля  $v_0(x)$  с ковариационной функцией  $B_0(s)$  и структурной функцией  $D_0(s)$ . Тогда, с учетом стационарности поля  $v_0(x)$ , из (22) и (5) найдем

$$\theta_u(z; s_0) = \exp\{-z^2[\sigma_0^2 - B_0(s_0)]\} = \exp\left[-\frac{z^2}{2} D_0(s_0)\right]. \quad (25)$$

а из определения (14) получим выражение для  $D_\varphi(s_0, z, k)$ :

$$D_\varphi(s_0, z, k) = 2zk \int_{-z/2k}^{z/2k} \{(1/2)[B_0(y + s_0) + B_0(y - s_0)] - B_0(y)\} dy - 2z^2[B_0(s_0) - \sigma_0^2] = \quad (26)$$

$$- B_0(y)\} dy - 2z^2[B_0(s_0) - \sigma_0^2] =$$

$$= zk \int_{-z/2k}^{z/2k} \{D_0(y) - (1/2)[D_0(y + s_0) + D_0(y - s_0)]\} dy + z^4 D_0(s_0).$$

В случае, когда  $k$  достаточно велико, подынтегральное выражение в (26) можно разложить в ряд по  $y$ , ограничившись первым неисчезающим членом разложения:

$$D_\varphi(s_0, z, k) = \frac{z^4}{24k^2} [D''_0(0) - D''_0(s_0)].$$

В итоге имеем

$$K_1(s, t) = \frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2} D_0(s_0) - \frac{z^4}{48k^2} [D''_0(0) - D''_0(s_0)]\right\} \times (27)$$

$$\times \exp\left(-i \frac{s - s_0}{t} z\right) ds_0 dz.$$

Остановимся подробно на вычислении среднего квадрата интенсивности. Из (27) получим

$$\langle I^2(t) \rangle = \frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{z^2}{2} D_0(s_0) - \frac{z^4}{48k^2} [D''_0(0) - D''_0(s_0)]\right\} \times$$

$$\times \exp\left(i \frac{s_0 z}{t}\right) ds_0 dz,$$

откуда видно, что это выражение можно переписать в виде

$$\langle I^2(t) \rangle = \langle I(t) \rangle^2 + \sigma_1^2(t),$$

где

$$\langle I(t) \rangle^2 = 1, \quad (28)$$

$$\sigma_1^2(t) = \frac{1}{2\pi t} \int_{-\infty}^{\infty} ds_0 dz \exp\left(i \frac{s_0 z}{t}\right) \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{z^2}{2} D_0(s_0) - \frac{z^4}{48k^2} [D''_0(0) - D''_0(s_0)]\right] - 1 \right\}.$$

Пусть  $B_0(s)$  - гауссова функция с характерным масштабом  $d$ , тогда

$$D_0(s) = 2\sigma_0^2 [1 - \exp(-s^2/2d^2)].$$

Подставим это выражение в (28) и перейдем к безразмерным координатам

$$y = s_0/d, \quad x = t\sigma_0/d.$$

Здесь  $x = 1$  соответствует области фокусировок в геометрооптическом приближении. окончательно для дисперсии интенсивности получим

$$\sigma_1^2(x) = \frac{1}{2\pi x} \int_{-\infty}^{\infty} dy d\mu \exp\left(i \frac{y\mu}{x}\right) \times$$

$$\times \{\exp[-\mu^2 f_1(y) - \mu^4 \varepsilon f_2(y)] - 1\},$$

где

$$f_1(y) = 1 - \exp(-y^2/2),$$

$$\text{и при малых } y \text{ имеем } f_2(y) = 1 - (1 - y^2) \exp(-y^2/2).$$

$$\varepsilon = 1/24 (kd\sigma_0)^2.$$

Параметр  $\varepsilon$  аналогичен безразмерной эффективной температуре газа. Здесь он характеризует соотношение между действием двух конкурирующих механизмов: фокусировки и дифракции. Чем меньше  $\varepsilon$ , тем более справедливо приближение геометрической оптики. С ростом  $\varepsilon$  сглаживаются каустические особенности флуктуаций интенсивности, что видно из рис. 2, где дисперсия  $\sigma_1^2$  построена как функция безразмерной координаты  $x$  и реальной  $t$ , причем из наших определений  $x$  и  $\varepsilon$  следует, что  $t \sim x\sqrt{\varepsilon}$ . При  $\varepsilon \leq 1$  наши результаты качественно согласуются с [6]. В частности, из рис. 3 видно, что выполняется соотношение, аналогичное приведенному в [6]:  $(\sigma_1^2)_{\max} \sim \lg \varepsilon$ , что соответствует логарифмическому "насыщению" флуктуаций интенсивности с уменьшением "температуры"  $\varepsilon$ . Кроме того, предлагаемый подход легко позволяет объяснить вид полученной зависимости  $\sigma_1^2(x; \varepsilon)$ . Рост  $\varepsilon$  соответствует не только ослаблению флуктуаций фазы, но и более сильному влиянию дифракции. Дифракция сглаживает каустические особенности еще до того, как флуктуации интенсивности достигнут

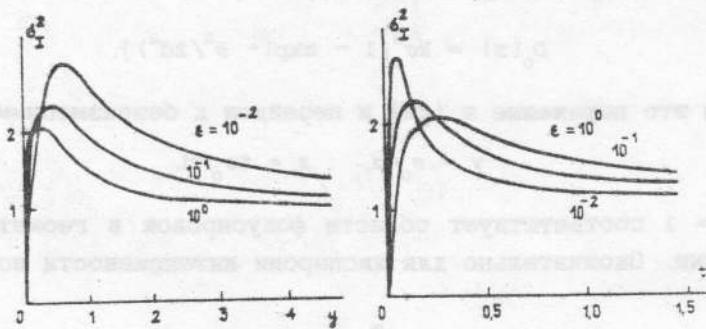


Рис. 2.

максимального значения.

Этим объясняется уменьшение величины максимума  $\sigma_x^2$  и его перемещение от точки  $x = 1$  (область сильных фокусировок в приближении геометрической оптики) к  $x = 0$ . По этой же причине наши результаты, видимо, справедливы лишь при  $\epsilon \leq 1$ , так как мы предположили при выводе (27), что  $k$  велико, и между каустиками волна достаточно хорошо описывается приближением геометрической оптики.

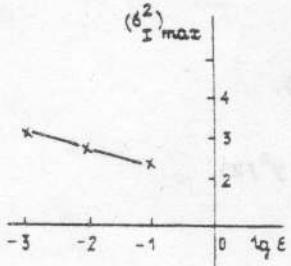


Рис. 3.

Зависимость коэффициента ковариации

$$R_1(y, x) = [K_1(y, x) - 1]/\sigma_1^2$$

от  $x$  и  $\epsilon$  (рис. 4) аналогична соответствующей зависимости для  $R_p^T(y, z)$  и удовлетворяет условию (24).

Таким образом, подход, основанный на переходе от параболического уравнения для поля к уравнению Лиувилля для лучевой плотности и на гипотезе статистического расщепления геометрооптических и дифракционных средних, позволяет вдвое уменьшить кратность интеграла при вычислении корреляционной функции, что во много раз упрощает аналитические и численные вычисления. Полученный результат автоматически переходит в приближение геометрической оптики при  $\epsilon \rightarrow 0$  и правильно учитывает сглаживание каустических особенностей с ростом  $\epsilon$ .

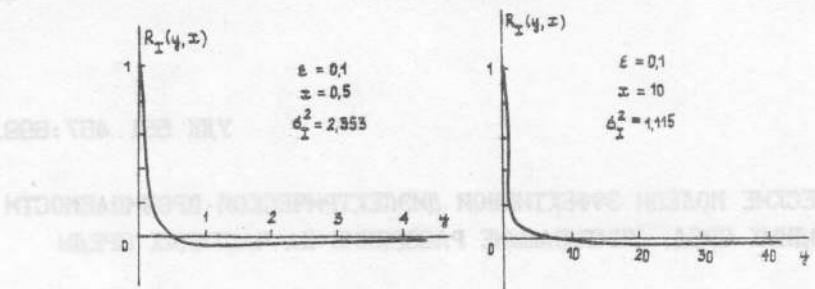


Рис. 4

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. - М.: Наука, 1984. С. 286.
2. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н., Саичев А. И. Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии. - М.: Наука, 1990. С. 80.
3. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. - М.: Наука, 1967. Ч. 2. С. 290.
4. Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И. //УФН. 1975. Т. 115. № 2. С. 239.
5. Martin J. M., Flatte S. M. //Appl. Opt. 1988. V. 27. N 11. P. 2111.
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. - М.: Наука, 1978. Ч. 2. С. 86.

Нижегородский  
архитектурно-строительный  
институт

Поступила в редакцию  
23 октября 1991 г.

#### BEHAVIOR OF WARM GAS OF PARTICLES AND DIFFRACTION OF LIGHT WAVE BY THE PHASE SCREEN IN THE FRAMEWORK OF THE THERMAL RAY MODEL

E.Z. Gribova, A.I. Saichev

On the basis of analogy between the evolution of the density of warm gas of noninteracting particles and the diffraction of monochromatic optical waves passed through a random phase screen, an expression is obtained for the correlation function of the intensity fluctuations behind the screen. The hypothesis of the statistical splitting of geometrical and diffraction averages allows one to halve the multiplicity of the integral defining this function.