

УДК 621.385.6

## О НЕОБХОДИМОСТИ УЧЕТА НЕФИКСИРОВАННОСТИ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ВЧ ПОЛЯ ПРИ РАСЧЕТЕ КПД ГИРОТРОНА

А. А. Гуртовник, Г. С. Нусинович

В мощных гиротронах с открытыми резонаторами, обладающими близкой к минимальной дифракционной добротностью, продольная структура ВЧ поля может меняться в результате влияния электронного пучка. В работе исследуется вопрос о необходимости учета этого эффекта при определении КПД гиротронов с резонаторами традиционной формы. Показано, что в широкой области значений параметров гиротрона, представляющей наибольший практический интерес, данный эффект достаточно мал и, следовательно, можно определять КПД в приближении фиксированной продольной структуры ВЧ поля.

Одним из наиболее очевидных средств повышения мощности гиротрона является увеличение тока электронного пучка и рабочего напряжения. Для того чтобы при этом избежать перегруппировки электронов в сильном ВЧ поле, необходимо уменьшать дифракционную добротность резонатора. По мере приближения дифракционной добротности обычно используемого в гиротронах открытого цилиндрического резонатора к минимальной величине  $Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}} = 4\pi(L/\lambda)^2$ , определяемой отношением длины регулярной части резонатора  $L$  к длине волны  $\lambda$ , все более существенным становится влияние электронного пучка на продольную структуру ВЧ поля [1]. При этих условиях исследование гиротрона, строго говоря, уже нельзя проводить в предположении фиксированной структуры поля, т.е. ограничиваться рассмотрением влияния поля на электронный пучок, необходимо учитывать также обратное влияние электронного пучка на структуру поля, а значит, рассматривать самосогласованным образом уравнение для продольного распределения поля и уравнение движения электронов [1-3].

Поиск решения такой системы, возможный только численными методами, представляет собой задачу на собственные функции и собственные значения системы нелинейных дифференциальных уравнений. Решение этой задачи требует значительного времени счета для каждого режима и тщательного выбора начального приближения (что обеспечивает сходимость численного метода), в то время как интегрирование уравнений движения в предположении фиксированной структуры поля является прямой численной задачей и проводится гораздо быстрее. Все это делает актуальным вопрос о применимости приближения фиксированной структуры ВЧ поля в практически важных случаях. Для ответа на этот вопрос необходимо сравнить результаты вычислений, проводимых в рамках той и другой модели. Для нескольких конкретных гиротронов такое сравнение было описано, например, в [2] и [3]. В настоящей работе предпринята попытка провести такое сравнение в обобщенной модели гиротрона [1], позволяющей применить полученные

результаты к широкому кругу гиротронов с близкими к оптимальным параметрами.

1. Уравнения гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. Будем рассматривать гиротрон с аксиально-симметричным пространством взаимодействия, пренебрегая разбросом скоростей и радиусов ведущих центров электронов, а также полями пространственного заряда. Вслед за [4] запишем уравнения движения электронов в виде

$$\frac{da}{d\zeta} - \frac{i}{n}(\Delta + |a|^2 - 1)a = i(a^{n-1})^* f(\zeta), \quad (1)$$

где  $\zeta = \frac{\pi\beta_{10}^2}{\beta_{\parallel 0}} \frac{L}{\lambda}$  - безразмерная продольная координата ( $\beta_{10}$  и  $\beta_{\parallel 0}$  -

отношение поперечной и продольной компонент невозмущенной скорости электрона к скорости света),  $a$  - комплексная величина, характеризующая поперечный импульс электрона; она выражается через отношение квадрата поперечного импульса к его начальной величине  $w = p_{\perp}^2 / p_{10}^2$  и фазу циклотронного вращения электрона  $\vartheta$ , отсчитываемую

относительно критической частоты ВЧ колебаний:  $a = \sqrt{w} \exp(-i\vartheta/n)$ ,  $\Delta = \frac{2}{\beta_{10}^2} \frac{\omega - n\omega_{H0}}{\omega}$  - приведенная расстройка между частотой колебаний

и  $n$ -й резонансной гармоникой гирочастоты электрона. Функция  $f(\zeta)$  характеризует амплитуду автоколебаний. Граничное условие к уравнению (1) имеет вид  $a(0) = e^{-i\vartheta_0/n}$ , где  $\vartheta_0 \in [0, 2\pi]$ .

В приближении фиксированной структуры поля  $f(\zeta) = f_c(\zeta)F$ , где  $f_c(\zeta)$  - заданное продольное распределение ВЧ поля (здесь и далее индексом "с" будут отмечаться величины, относящиеся к приближению фиксированной структуры поля, а индексом "s" - величины, относящиеся к уравнениям с нефиксированной структурой поля), амплитуда  $F$  колебаний определяется уравнением баланса активных мощностей [4]

$$\eta_1^{-1} F^2 \mu^{2(3-n)} = I_{oc},$$

где  $\eta_1 = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |a(\mu)|^2 d\vartheta_0$  - поперечный кпд гиромонотрона,  $\mu$  - безразмерная длина регулярного участка волновода, играющего роль резонатора,  $I_{oc}$  - параметр тока, пропорциональный электронному току пучка:

$$I_{oc} = 0,24 \cdot 10^{-3} I_0 \frac{1}{\gamma_0} \left( \frac{\pi\beta_{10}}{\beta_{\parallel 0}} \right)^{2(3-n)} \left( \frac{L}{\lambda} \right)^{5-2n} \left( \frac{n^n}{2^n n!} \right)^2 \frac{J_{n-n}^2(k_{\perp} R_0)}{(\nu^2 - m^2) J_m^2(\nu)}$$

В последней формуле  $k_{\perp} \approx k = 2\pi/\lambda$ ,  $R_0$  - радиус тонкого трубчатого пучка в резонаторе,  $\nu$  -  $m$ -й корень уравнения  $J'_m(\nu) = 0$ ,  $\nu = k_{\perp} R_r$ ,  $R_r$  - радиус стенки резонатора,  $I$  - ток пучка в амперах,  $\gamma_0$  - релятивистский фактор электронов.

В общем случае функция  $f_c(\zeta)$  определяется уравнением неоднородной струны [5]

$$\frac{d^2 f_c}{d\zeta^2} + \gamma_c^2(\zeta) f_c = 0. \quad (2)$$

с граничным условием

$$\frac{df_c}{d\zeta} - \gamma_c f_c = 0, \quad \zeta = 0$$

в закритическом входном сужении резонатора и условием излучения

$$\frac{df_c}{d\zeta} + i\gamma_c f_c = 0, \quad \zeta = \mu$$

в выходном сечении, где резонатор сопрягается с выходным волноводом. Параметр  $\gamma_c$  связан с продольным волновым числом  $k_{||}$  соотношением  $\gamma_c =$

$$= \frac{k_{||}}{k} \frac{2\beta_{||0}}{\beta_{\perp 0}^2}. \text{ Представляя радиус резонатора в виде } R_r = R_r^{(0)} + \tilde{r}, \text{ где}$$

$R_r^{(0)}$  - радиус регулярной части, а  $\tilde{r}$  описывает измерение профиля

$$\text{стенки, величину } \gamma_c^2 \text{ можно записать в виде } \gamma_c^2 = \gamma_{c0}^2 + \frac{8\beta_{||0}^2}{\beta_{\perp 0}^4} \frac{\tilde{r}}{R_r^{(0)}},$$

$$\text{где } \gamma_{c0}^2 = \left( \frac{2\beta_{||0}}{\beta_{\perp 0}^2} \right)^2 \left[ \left( \frac{\omega R_r^{(0)}}{c\nu} \right)^2 - 1 \right].$$

В качестве собственного числа задачи можно выбрать относительную расстройку между собственной и критической частотой в регулярном сечении резонатора  $\Omega_c = \frac{\omega_c - \omega_{кр}}{\omega_{кр}}$ , связанную с  $k_{||}$

$$\text{соотношением } k_{||}^2 = 2k_{\perp}^2 \Omega_c. \text{ Из сравнения видно, что } \gamma_{c0}^2 = \frac{8\beta_{||0}^2}{\beta_{\perp 0}^4} \Omega_c.$$

Поиск решения уравнения (2) осуществлялся методом градиентного спуска [6]. В качестве критерия поиска была выбрана невязка в выходном сечении резонатора, которая минимизировалась в процессе вычислений. Для нахождения начального приближенного значения  $\Omega_c$

можно пользоваться соотношениями  $\Omega' \sim 2\Omega'' \sim 1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}}$ , поскольку,

$$\text{во-первых, } Q = \frac{k'}{2k''} = \frac{1 + \Omega'}{2\Omega''} \sim \frac{1}{2\Omega''}, \text{ а во-вторых, вводя } Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}} =$$

$$= 4\pi(L/\lambda)^2, \text{ можно записать } k' = \sqrt{k_{\perp}^2 + (\pi/2L)^2} \approx k_{\perp} [1 + (\pi/2)(1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}})] \approx k_{\perp} (1 + \Omega'), \text{ откуда } \Omega' \sim 1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}}.$$

2. Уравнения гиротрона с нефиксированным продольным распределением поля. Система уравнений гиротрона с нефиксированным продольным распределением ЭЧ поля включает в себя уравнение движения электронов (1) и уравнение, определяющее структуру поля, на формирование которой оказывает влияние электронный пучок [1]:

$$\frac{d^2 f}{d\zeta^2} + \gamma_s^2 f = I_{0s} \langle a \rangle^*$$

Здесь  $I_{0s}$  - параметр тока, определенный несколько иначе, чем в (1), а именно:

$$I_{0s} = 16 \frac{eI}{m_0 c^3} \frac{\beta_{\parallel 0} \beta_{\perp 0}^{2(n-4)}}{\gamma_0} \left( \frac{n^n}{2^n n!} \right) \frac{J_{m-n}^2(kR_0)}{(\nu^2 - m^2) J^2(\nu)}$$

В качестве собственного числа удобно выбрать приведенную расстройку между частотой колебаний рабочей моды и критической частотой регулярного участка волновода, образующего резонатор [6]:

$\Omega_s = (2/\beta_{\perp 0}^2)[(\omega - \omega_{кр})/\omega_{кр}]$ . Тогда, как нетрудно убедиться, в регулярном участке  $\gamma_s^2 = (4\beta_{\parallel 0}^2/\beta_{\perp 0}^2)\Omega_s$ . При этом  $\Delta$  в уравнении движения представляется в виде  $\Delta = \Delta_0 + \Omega_s$ , где  $\Delta_0 = (2/\beta_{\perp 0}^2) \times [(\omega_{кр} - p\omega_{но})/\omega_{кр}]$  - относительная расстройка между критической частотой и  $n$ -й гармоникой гирочастоты электронов. Граничные условия к уравнению (3) имеют тот же вид, что и к уравнению (2). Наряду с  $\Omega_s$  собственным числом задачи является значение  $df/d\zeta$  во входном сечении резонатора, т.е. при  $\zeta = 0$ . Вычисления происходят по той же схеме, что и решение уравнения (2).

Необходимо отметить, что смысл  $\gamma_s^2$  и  $\Omega_s$  теперь существенно иной, чем  $\gamma_c^2$  и  $\Omega_c$  в уравнении (2), поскольку в уравнении (2) фигурирует собственная частота колебаний "холодного" резонатора  $\omega_c$ , а в уравнении (3) - частота автоколебаний, которая в рассматриваемом режиме стационарной генерации является действительной величиной, несколько отличающейся от  $\omega_c$  в силу электронного смещения частоты. Ввиду этого никаких предположений о величине  $\Omega_s$  в случае нефиксированной структуры поля априори сделать не удастся.

**3. Основные результаты.** Для исследования был выбран гиротрон со значением приведенной длины резонатора  $\mu \approx 12$ , что позволяет получить мощную генерацию с высоким КПД (см., например, [4, 8]). Входной и выходной конусы резонатора гиротрона описывались с помощью безразмерных параметров  $\alpha_{1,3} = (2\beta_{\parallel 0}/\pi\beta_{\perp 0}^4)(\lambda/R)\text{tg } \theta_{1,3}$ , где  $\theta_{1,3}$  - углы раскрывов. Длина выходного раскрыва  $\Delta\zeta$  выбиралось равной пяти, длина входного закритического сужения выбиралась такой, чтобы поле в начальном сечении резонатора удовлетворяло неравенству  $|f(\zeta = 0)| \leq 0,01 |f_{\text{макс}}|$ .

Результаты расчетов, выполненных для самосогласованной системы уравнений (1), (3) и в приближении фиксированной структуры поля (1), (2), сравнивались при различных углах раскрыва входного и выходного конусов (соответственно параметров  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$ ) и для различных значений параметров тока  $I_0$  и расстройки циклотронного резонанса  $\Delta_0$ . При оптимальных по КПД параметрах  $I_0$  и  $\Delta_0$  ( $I_{0s} \approx 6,4 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Delta_0 \approx 0,5$ ) и фиксированном значении  $\alpha_1 = 0,2$

исследовалась зависимость кпд от величины параметра  $\alpha_3$ . Расчеты проведены для  $\alpha_3 = 0,1; 0,05$  и  $0,01$ . Продольная структура ВЧ поля для последнего случая показана на рис. 1. Значения кпд для всех трех случаев приведены в табл. 1. Из нее следует, что относительные различия в кпд во всех случаях лежат в пределах 10 процентов. Из приведенных на рис. 1 данных видно, что в области, где поле нарастает, его амплитуды и фазы в обоих случаях практически совпадают, что и обеспечивает близость результатов.

Таблица 1

$\alpha_3$	$\eta_c$	$\eta_s$
0,1	0,57	0,619
0,05	0,58	0,63
0,01	0,63	0,62

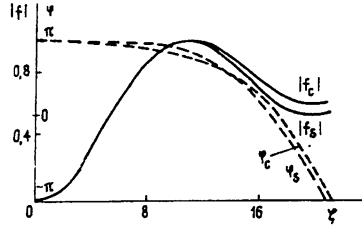


Рис. 1.  $\alpha_1=0,2$ ,  $\alpha_3=0,01$ . Амплитуды поля показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром. Значения кпд:  $\eta_c=0,626$  и  $\eta_s=0,6$ ;  $\Delta=0,5$ ;  $I_0=I_0^{opt}$ .

Напротив, вблизи выходного сечения структуры могут значительно различаться, но, так как фаза поля начинает быстро меняться (режим бегущей волны), электроны выходят из синхронизма с волной и перестают участвовать в энергообмене. Ввиду этого представляет интерес исследовать различия именно на нарастающем участке поля. Это особенно важно в тех случаях, когда во входной части резонатора поле имеет плавно нарастающий "хвост", улучшающий группировку электронов и повышающий вследствие этого кпд. Как показали расчеты, проведенные для  $\alpha_1=0,01$ ,  $\alpha_3=0,000275$  (при этом длину входного закритического раскрыва пришлось увеличить до 19, а  $\mu$  уменьшить до 6), для того чтобы приблизительно сохранить общую длину, в этом случае имеются незначительные

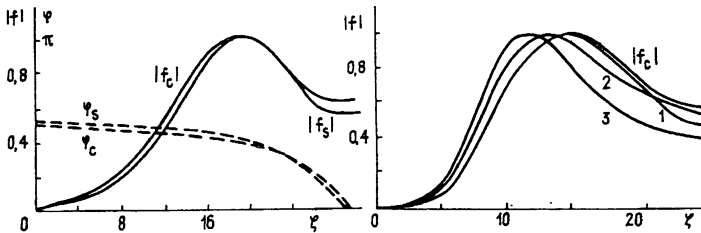


Рис. 2,3.

Рис. 2.  $\alpha_1=2,75 \cdot 10^{-3}$ ,  $\alpha_3=0,01$ ,  $\Delta=0,5$ ,  $I_0=I_0^{opt}$ ,  $\mu=6$ , длина входного сужения  $\Delta z_{вх}=18,6$ . Амплитуды поля показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром. Значения кпд:  $\eta_c=0,64$ ,  $\eta_s=0,69$ .

Рис. 3. Амплитуды полей:  $\alpha_1=0,05$ ,  $\alpha_3=0,01$ ,  $\Delta=0,5$ ;

- 1 - нефиксированная структура поля при токе  $I_0=I_0^{opt}$ ;  $\eta_{s1}=0,568$ ,  $\eta_{c1}=0,6$ ; 2 - то же при токе  $I_0=2I_0^{opt}$ ,  $\eta_{s2}=0,43$ ,  $\eta_{c2}=0,47$ ;  
3 - то же при токе  $I_0=3I_0^{opt}$ ,  $\eta_{s3}=0,237$ ,  $\eta_{c3}=0,31$ .

различия в продольных структурах поля (рис. 2), которые не влекут за собой существенной разницы в кпд. Значения кпд составляют 0,644 и 0,691 соответственно для "холодной" и самосогласованной структуры полей.

Увеличение тока вдвое по сравнению с оптимальным также дает незначительную разницу в результатах. При выбранных параметрах углов  $\alpha_1 = 0,1$  и  $\alpha_3 = 0,05$  и оптимальной расстройке циклотронного резонанса  $\Delta_0 = 0,5$  кпд "холодной" и самосогласованной моделей составил 0,563 и 0,565 соответственно. Дальнейшее увеличение тока (до  $I_{0s} \approx 1,9 \cdot 10^{-2} \approx 3I_{0s}^{opt}$ ) уже приводит к более существенным различиям (рис. 3), причем максимум поля в рамках самосогласованной модели существенно смещается в сторону катода; кпд при этом падает до  $\eta_s = 0,23$ .

При расстройке циклотронного резонанса, далекой от оптимальной, и оптимальном токе различия между результатами, полученными в двух исследуемых приближениях, остаются в пределах 10 процентов относительной погрешности, хотя и растут при уменьшении выходного раскрыва (рис. 4, где  $\Delta_0 = 0,3$ ). Увеличение тока вдвое по сравнению с оптимальным при той же расстройке  $\Delta_0 = 0,3$  и тех же параметрах  $\alpha_1, \alpha_3$ , как видно из рис. 5, приводит к тому, что структура поля, вычисленная в рамках самосогласованной теории, значительно отличается от "холодной", причем максимум смещается с сторону входного конуса; относительная разница в кпд также становится значительной ( $\eta_s = 0,133, \eta_c = 0,19$ ).

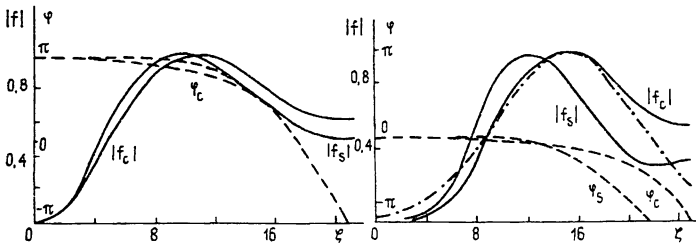


Рис 4.5.

Рис. 4. Амплитуды полей показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром;  $\alpha_1=0,2, \alpha_3=0,01, \Delta=0,3, I_0=I_0^{opt}, \eta_s=0,3, \eta_c=0,327$ .

Рис. 5.  $\alpha_1, \alpha_3$  - те же, что и на рис. 4. Сплошными линиями показаны амплитуды поля в "холодном" резонаторе и в случае его нефиксированной структуры поля, пунктиром - их фазы, штрихпунктиром показано гауссово распределение поля:

$$\Delta=0,3, I_0=2I_0^{opt}, \eta_c=0,19, \eta_s=0,13, \eta_c=0,14.$$

Во многих случаях можно аппроксимировать поле в резонаторе гауссовой структурой (она изображена на рис. 5). При использовании ее в качестве фиксированной структуры поля кпд при тех же значениях параметра получается равным 0,14, что находится между результатами, полученными при использовании холодной структуры поля и при рассмотрении самосогласованной системы уравнений.

Из приведенного рассмотрения следует, что при значениях параметров гиротрона, близких к оптимальным по кпд, расчеты, проведенные в рамках самосогласованной системы уравнений и в приближении заданной структуры поля, согласуются друг с другом в пределах относительной погрешности не выше 10 процентов, причем

изменение величин входного и выходного конусов не дает существенного сдвига в этой пропорции (аналогичные выводы были получены в работах [2,3] при рассмотрении конкретных гиротронов, предназначенных для работы на первой и второй гармониках гирочастоты).

Те же результаты получаются при варьировании расстройки циклотронного резонанса в широких пределах в том случае, когда параметр тока сохраняет величину, близкую к оптимальной по КПД. Это позволяет использовать приближение фиксированной структуры поля как для расчета КПД гиротрона вплоть до токов, немного превышающих оптимальный, так и для расчета режимов включения гиротрона [9].

В то же время при увеличении тока различия между результатами, полученными при рассмотрении разных моделей, начинают раньше сказываться в тех случаях, когда расстройка циклотронного резонанса соответствует более низким стартовым токам, поскольку в такой ситуации та же величина тока соответствует большей "надпороговости" генератора. Тем не менее при расстройках, близких к оптимальным по КПД, приближение фиксированной структуры поля представляется возможным использовать при расчетах КПД даже при токе, вдвое превышающем оптимальное значение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И. //Сб. Гиротрон. - Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 122.
2. Fliflet A.W., Read M.E., Chu K.R., Seeley R. //Int. J. Electronics. 1982. V. 53. N 6. P.505.
3. Bone E. //Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1986. V. 7. N 12. P. 1863.
4. Нусинович Г. С., Эрм Р. Э. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1972. Вып. 8. С. 55.
5. Власов С. Н., Жислин Г. М., Орлова И. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. N 8. С. 1236.
6. Ланс Дж. М. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. - М.: ИЛ, 1962.
7. Нусинович Г. С., Павельев А. Б. Препринт ИПФ АН СССР N 196. Горький, 1988.
8. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. //Сб. Гиротрон. -Горький. ИПФ АН СССР, 1981. С. 41.
9. Нусинович Г. С. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1974. Вып. 3. С. 44.

Институт прикладной физики  
АН России

Поступила в редакцию  
25 мая 1990 г.

#### ON THE NECESSITY OF TAKING INTO ACCOUNT THE NONFIXING THE LONGITUDINAL STRUCTURE OF RF FIELD IN CALCULATIONS OF THE GYROTRON EFFICIENCY

*A. A. Gurtovnik, G. S. Nusinovich*

In powerful gyrotrons with open resonators having the diffraction Q-factor close to the minimum one, the longitudinal structure of RF field can be affected by an electron beam. In the present paper the problem of the necessity to take into account this effect when calculating the efficiency of the gyrotron using a resonator with a conventional shape is investigated. It is shown that in a wide region of gyrotron parameters being of the most practical interest, this effect is relatively small and, consequently, one can determine the gyrotron efficiency in the cold-cavity approximation of the axial structure of the RF field.