

Содержание

Лотова Н.А., Корелов О.А. Пространственная структура переходной области солнечного ветра	971
Николаенко А.П. Преобразование электростатического поля атмосферы в сверхнизкочастотное радиоизлучение стартовой ракеты	975
Ерухимов П.М., Каган П.М. Тепловая и термомагнитная неустойчивости неэлектростатической плазмы в слабонеоднородном электрическом поле	982
Заборонкова Т.М., Кондратьев И.Г., Кудрин А.В. Об излучении волн свистового диапазона в магнитоактивной плазме. I	990
Листвин В.Н., Логозинский В.Н. Сдвиг нуля в волоконном кольцевом интерферометре с широкополосным источником излучения	1001
Замек И.Г., Малахов А.Н. Энергетические соотношения между процессами; связанными дискретно-аналоговыми преобразованиями	1011
Гуртовник А.А., Нусинович Г.С. О необходимости учета нефиксированности продольной структуры ВЧ поля при расчете КПД гиротрона	1020
Нечаев В.Е. Аналитическая теория формирования трубчатых электронных пучков различной толщины в сильноточных коаксиальных диодах с магнитной изоляцией	1027
Барминова Е.Е., Чихачев А.С. Трехмерная задача о преобразовании эмиттансов сгустков заряженных частиц в неоднородном магнитном поле	1041
Богданов Ф.Г., Кеванишвили Г.Ш., Чихладзе Г.Г. Дифракция волны H_{10} на индуктивном стержне, расположенном в слое диэлектрика	1050

Краткие сообщения и письма в редакцию

Ниязов Б.А., Султанова Ф.Р., Шаров М.В. Неустойчивость и метастабильный хаос в двухмодовом лазере	1061
Крючков С.В. Увлечение электронов бризерами в сверхрешетке при ионизации примесных центров	1064
Громов Е.М., Накаряков В.М. Сопряженные динамические состояния высокочастотных полей в средах с параболическим барьером плотности	1068
Рудь П.А. Особенности резонансного поглощения СВЧ энергии в волноводно-диэлектрических резонаторах	1071
<u>Сергей Александрович Ахманов</u>	1076

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора),
В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ,
А. Н. КОНДРАТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ,
А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИКОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН,
В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, С. А. ТАГЕР, В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. МУРАШКИНА

Формат 70×108/16. Офсетная бумага. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 9,45. Усл. кр.-отт. 9,45. Уч.-изд. л. 11,20
Тираж 978 экз. Заказ 2082. Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Нижний Новгород, ул. Лядова, 25,
Научно-исследовательский радиофизический институт,
редакция журнала "Известия вузов. Радиофизика". Телефон 36-01-71

Отпечатано с готового набора
Нижегородская областная типография управления издательств,
полиграфии и книжной торговли,
603116, Нижний Новгород, ул. Гордеевская, 7.

УДК 523.62-725

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ПЕРЕХОДНОЙ ОБЛАСТИ
СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА*Н. А. Лотова, О. А. Корелов*

Методом просвечивания исследуется область перехода от дозвукового течения солнечного ветра к сверхзвуковому. В качестве просвечивающих источников используются квазары. Наблюдения проводились в июне 1988 г. на длине волны 2,9 м. Использовались одновременно пять просвечивающих источников, которые сближались с Солнцем на различных гелиоширотах. По данным о радиальной зависимости угла рассеяния радиоволн $2\theta(R)$ определено положение внутренней и внешней границ переходной области. На этой основе получено двумерное отображение пространственной структуры переходной области.

В переходной области солнечного ветра, на расстояниях 10–30 R_{\odot} от Солнца, происходит основное ускорение околосолнечной плазмы, заканчивающееся формированием близкого к радиальному сверхзвукового потока. Переходная область обнаружена в экспериментах по просвечиванию околосолнечной среды радиоизлучением естественных и искусственных источников [1–4]. Вследствие значительной неоднородности поля скоростей, струйной структуры потока в переходной области осуществляется своеобразный режим смешанного течения, который характеризуется сосуществованием и взаимодействием дозвуковых и сверхзвуковых потоков. Присущая таким течениям неустойчивость, сильная турбулизация потока приводят к значительным изменениям параметров среды. Переходная область характеризуется прежде всего увеличением рассеяния радиоволн, свидетельствующим о повышении неоднородности электронной концентрации. Изменяется также форма спектра турбулентности, дисперсия случайной компоненты скорости среды, наблюдается повышение средней концентрации электронов. Параметры переходной области весьма непостоянны во времени, испытывают значительные быстрые изменения, связанные с ходом крупномасштабных локальных процессов на Солнце и в околосолнечной плазме [5, 6]. Сопоставление уже проведенных год за годом наблюдений показывает также реальность значительных медленных систематических изменений состояния переходной области в ходе 11-летнего солнечного цикла [5–7]. Детальное исследование переходной области представляется одной из важнейших задач в изучении Солнца, солнечного ветра и солнечно-земных связей.

Регулярные наблюдения, измерения параметров переходной области с использованием в качестве просвечивающих источников квазаров были начаты в 1985 г. [8]. Наблюдения проводятся на длине волны 2,9 м в режиме сильного рассеяния радиоволн. Именно в этих экспериментах были получены основные сведения о структуре переходной области и об изменениях во времени ее параметров. До недавнего времени в каждой серии наблюдений использовались один или два источника, что весьма

ограничивало возможности исследования реальной пространственной конфигурации переходной области, не позволяло различить гелиоширотную зависимость положения границ переходной области, гелиоширотную асимметрию в зависимости от изменений этих же параметров во времени. Уже имеющиеся данные не исключают того, что асимметрия строения переходной области солнечного ветра не менее значительна, чем хорошо известная асимметрия солнечной короны. Из этих соображений в июне 1988 г. был осуществлен новый эксперимент, в котором были более полно реализованы возможности и преимущества радиоастрономического подхода. Использовались одновременно пять источников - четыре квазара, ЗС 138, ЗС 154, ЗС 165, ЗС 166 и мощный компактный источник ЗС 144, с помощью которых было осуществлено массовое зондирование околосолнечной плазмы.

На рис. 1 представлена геометрия сближения источников с Солнцем

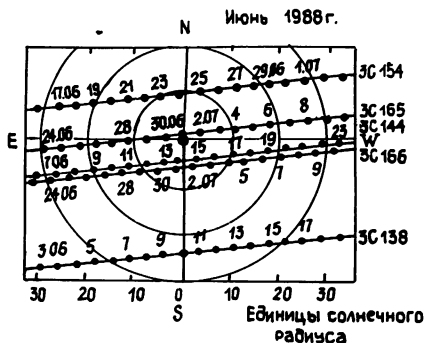


Рис. 1.

в июне 1988 г. Выбор источников позволил провести в течение месяца просвечивание северного и южного полушарий гелиосферы и получить значительно более полное, чем в предыдущих экспериментах, представление о геометрии переходной области в целом. Наблюдения охватывают период с 4 июня по 2 июля 1988 г. Как и в предыдущих сериях [5, 7, 8], они проводились на длине волны 2,9 м на радиотелескопе ДКР-1000 ФИАН, который использовался в схеме интерферометра. Антеннами интерферометра служили две половины

полотна линии восток - запад ДКР-1000, длина базы интерферометра составляла 476 м. Для мощного источника ЗС 144 интерферометр был образован двумя секциями той же линии восток - запад, с базами 910 и 497 м. Измерялись ежедневные значения угла рассеяния радиоволн на околосолнечной плазме, $2\theta(R)$. Методика наблюдений и обработки экспериментальных данных описана в работах [5, 8]. По данным о радиальной зависимости полного угла рассеяния $2\theta(R)$ определялись положения границ области повышенного рассеяния, отождествляемые с внутренней $R_{вн}$ и внешней $R_{внеш}$ границами переходной области, табл.1.

Т а б л и ц а 1

Геометрия переходной области солнечного ветра по данным июня 1988 г.

Источник	Квадрант проекции гелиосферы	$R_{вн}/R_{\odot}$	Соотв. гелиоширота (град.)	$R_{внеш}/R_{\odot}$	Соотв. гелиоширота (град.)
ЗС154	NE NW	-24	17	42 ~42	6 22
		-24	32		
ЗС165	SE	-19	-5		
ЗС144	SE SW	10	-35	22	-20
		12	-15		
ЗС166	SE	20	-26		
ЗС138	SW	25	-73		

Как и ранее, при определении положения границ использовалось сравнение полученного из эксперимента хода радиальной зависимости рассеяния с асимптотическим соотношением $2\theta \sim R^{-1,6}$ [8], справедливым вне переходной области, как в области дозвукового течения, так и в области сформировавшегося сверхзвукового потока. В табл.1 вместе со значениями $R_{вн}$ и $R_{внеш}$ приведены значения гелиошироты источника, соответствующие моменту прохождения границы. На основе этих данных получено двумерное отображение пространственной структуры переходной области солнечного ветра, рис.2. Пунктирной линией и штриховой намечены контуры внутренней и внешней границ переходной области. Положение внешней границы удалось определить в двух случаях по наблюдениям источников ЗС 154 и ЗС 144. Рис.2 не является "мгновенной фотографией" переходной области, наблюдения длились месяц, на результатах могло сказаться вращение Солнца и другие протекающие во времени процессы. Тем не менее, полученная в проведенных наблюдениях резкая, нерегулярная зависимость положения границ переходной области от гелиошироты вряд ли может быть отнесена только за счет изменений во времени. Наибольший интерес здесь представляют результаты восстановления границ переходной области вблизи гелиоэкватора по наблюдениям двух источников ЗС 144 и ЗС 166, проходящих по очень близким траекториям с интервалом в две недели. Наблюдения источника ЗС 144 позволили очень четко зафиксировать близкие к абсолютному минимуму среди всех серий наблюдений расстояния внутренней границы переходной области от Солнца как в фазе сближения, так и в фазе удаления. Двумя неделями позднее наблюдения источника ЗС 166 обнаружили внутреннюю границу переходной области на расстоянии, почти вдвое большем. Даже если учесть возможное влияние вращения Солнца, полученный результат свидетельствует о чрезвычайно сильной асимметрии пространственной конфигурации переходной области, о наличии мощных крупномасштабных потоков плазмы в области перехода от дозвукового течения к сверхзвуковому. Представленные на рис.2 результаты в целом свидетельствуют о том, что значительная асимметрия течения в переходной области солнечного ветра является скорее правилом, чем исключением, дает непосредственное экспериментальное подтверждение существования стройной структуры потока в этой области. Для дальнейшего, по-видимому, большого интерес представляли бы непосредственные сопоставления результатов наблюдений, подобных приведенным выше, с одновременными оптическими исследованиями солнечной короны, с тем, чтобы непосредственно проследить развитие крупных образований, исходящих из близких к Солнцу областей и дающих начало крупномасштабным неоднородностям течения в области формирования сверхзвукового потока.

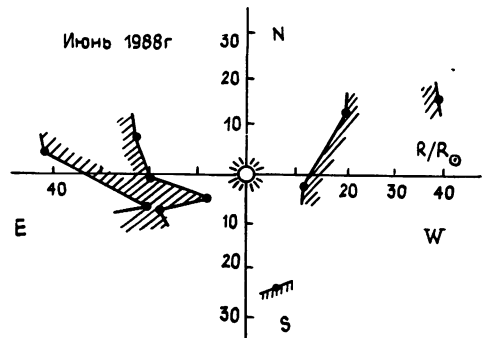


Рис 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Lotova N.A., Blums D.F., Vladimирskij K.V. // Astron. Astrophys. 1985. V. 150. P. 266.

2. Lotova N.A. //Solar Phys. 1988. V. 117. P. 399.
3. Колосов М. А., Яковлев О. И. и др. //Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. С. 1829.
4. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Рубцов С. Н. //Астрон. журн. 1988. Т. 65. С. 1290.
5. Лотова Н. А., Рашковецкий А. А. и др. //Астрон. журн. 1989. Т. 66. С. 114.
6. Лотова Н. А., Владимирский К. В. и др. //Геомагнетизм и аэрномия, 1988. Т. 28. С. 722.
7. Лотова Н. А., Костромин В. И. и др. //Кинематика и физика небесных тел. 1989. Т. 5. С. 59.
8. Lotova N.A., Nagelys Ya.V. //Solar Phys. 1988. V. 117. P. 407.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
АН России

Поступила в редакцию
26 июня 1990 г.

THE SPATIAL CONFIGURATION OF THE SOLAR WIND TRANSSONIC REGION

N. A. Lotova, O. A. Korelov

The sub-to supersonic transition area of the solar wind flow is studied by using simultaneously five natural radio sounding sources. The observations were carried out in June 1988 at 2,9 meter wavelength. As the sources pass different heliolatitudes, a twodimensional mapping of the solar wind transsonic region was obtained.

УДК 550.38

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ АТМОСФЕРЫ В СВЕРХНИЗКОЧАСТОТНОЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ СТАРТУЮЩЕЙ РАКЕТЫ

А. П. Николаенко

Рассмотрено преобразование электростатического поля атмосферы в сверхнизкочастотное радиоизлучение стартовой ракеты. СНЧ поле возникает за счет естественных или искусственных изменений длины проводника, образованного корпусом ракеты и плазмой факела, помещенного во внешнее электростатическое поле атмосферы. Численные оценки СНЧ полей показывают возможность их обнаружения и использования как для исследований высотного профиля электростатического поля атмосферы, так и дистанционного контроля работы двигателей.

В сферическом промежутке между поверхностью Земли и нижней ионосферой существует электростатическое поле, которое называют "полем ясной погоды" [1, 2]. Его напряженность у Земли составляет примерно 100 В/м, убывает с высотой, зависит от времени суток, изменяясь по всей планете синфазно.

Измерения поля ясной погоды проводились не только наземными пунктами, но и с шаров-зондов, а также с помощью ракет, см., например, [3, 7] и библиографию к ним. Эти измерения характеризуются двумя особенностями. Во-первых, прямая регистрация квазистатического электричества затруднительна, поэтому в приборах прибегают к преобразованию постоянной разности потенциалов в переменное напряжение, которое перед измерением усиливает [2 - 7]. Во-вторых, высотные профили электрического поля атмосферы получены для диапазонов высот 0 - 30 км с помощью шаров-зондов и выше 50 - 70 км с помощью ракет. Измерить непрерывный высотный профиль с помощью подвижных носителей от поверхности Земли и кончая высотами нижней ионосферы до сих пор не удавалось.

Ниже обсуждается механизм преобразования электростатического поля атмосферы $E_0(H)$ в сверхнизкочастотное радиоизлучение. Он основан на том, что проводящее тело, образованное металлическим корпусом ракеты и плазмой факела, во время старта имеет флуктуирующую длину и, будучи помещенным в электростатическое поле Земли, порождает переменное поле, которое и предлагается регистрировать в наземном пункте наблюдения, расположенном на некотором удалении от стартовой позиции.

Мы не будем рассматривать эффекты, связанные с преобразованием электростатического поля атмосферы в излучение на движущихся неоднородностях диэлектрической проницаемости в реактивной струе, для чего можно воспользоваться результатами [8]. Ограничимся простейшей моделью пульсирующего по длине проводящего тела, помещенного во внешнее однородное электростатическое поле.

Предположим, что металлический корпус стартовой ракеты совместно с плазмой факела образует проводящий эллипсоид вращения, большая ось которого $2a_0$ вертикальна, т.е. направлена параллельно внешнему полю E_0 , а малые оси равны друг другу, $2b_0 = c_0$. Тогда эллипсоид приобретает в поле E_0 дипольный момент [9, 10]:

$$P = \epsilon_0 E_0 \frac{V}{n} \quad (1)$$

Здесь $V = \frac{4\pi}{3} a_0 b_0 c_0$ — объем эллипсоида, $n = \frac{1-e^2}{e^3} \left(\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right)$ — коэффициент деполяризации, $e = (1 - b_0^2/a_0^2)^{1/2}$ — эксцентриситет эллипсоида, ϵ_0 — диэлектрическая постоянная вакуума.

При условии, всегда выполняющемся на практике, $(b_0/a_0)^2 \ll 1$, легко получить

$$P = 4\pi \epsilon_0 E_0 \frac{a_0^3}{3[\ln(2a_0/b_0) - 1]} \quad (2)$$

Приведем оценки плотности плазмы, при которой на СНЧ ее можно считать идеально проводящей. Для этого необходимо выполнение условия

$$4\pi \frac{\hat{e}^2 N}{m_e \omega \nu_e} \gg 1,$$

где N — концентрация электронов в см^{-3} , \hat{e} и m_e — заряд и масса электрона, ω — круговая частота рассматриваемой нами волны, ν_e — эффективная частота соударений электронов, для которой имеет место соотношение [11]

$$\nu_e = 3,6 \cdot 10^{-10} N_0 T^{1/2}.$$

Здесь T — абсолютная температура атмосферы, N_0 — плотность нейтральных частиц в см^{-3} . Тогда условие идеальной проводимости на частоте ω выполняется у поверхности Земли для плазмы с концентрацией электронов

$$N \gg 50 \omega \text{ [см}^{-3}\text{]}.$$

По мере подъема ракеты над Землей эффективная частота соударений быстро убывает, поэтому при прочих равных условиях электрические размеры факела будут возрастать.

Пусть длина проводящего эллипсоида состоит из постоянной и переменной частей

$$a_0 = \bar{a} + \Delta a(t). \quad (3)$$

Наведенный внешним электростатическим полем дипольный момент также

разбивается на постоянную и переменную составляющие

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_1,$$

где постоянная составляющая

$$\mathcal{P}_0 = \frac{4\pi}{3} \epsilon_0 E_0 \frac{\bar{a}^3}{[\ln(2\bar{a}/b_0) - 1]},$$

а переменная

$$\mathcal{P}_1 = 4\pi \epsilon_0 E_0 \frac{\bar{a}^2 \Delta\alpha(t)}{[\ln(2\bar{a}/b_0) - 1]}. \quad (4)$$

Дипольный момент \mathcal{P}_1 создает в дальней зоне вертикальное электрическое поле

$$E = E_0 \frac{(k\bar{a})^2 \Delta\alpha(\omega)}{\ln(2\bar{a}/b_0) - 1} \frac{\rho^2}{(\rho^2 + H^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Здесь k - волновое число в свободном пространстве, H - высота ракеты над Землей, ρ - дистанция от наземного наблюдателя до точки вертикального старта ракеты по поверхности Земли, $\Delta\alpha(\omega)$ - фурье-компонента переменной составляющей большой полуоси эллипсоида $\Delta\alpha(t)$. В соотношении (5) мы пренебрегли влиянием границ раздела воздух - Земля и воздух - ионосфера, а теперь это влияние предстоит учесть.

В волновой зоне источника, расположенного внутри полости Земля - ионосфера, определяемой условием $\rho \gg h$, где h - эффективная высота ионосферы над Землей, переменный дипольный момент \mathcal{P}_1 создает на низких частотах вертикальное электрическое поле [1]

$$E_r = - \frac{\bar{a}^2 \Delta\alpha(\omega)}{\ln(2\bar{a}/b_0) - 1} E_0 \pi \frac{\nu(\nu + 1)}{r_0^2 h} \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta)]}{\sin \pi \nu}. \quad (6)$$

Здесь r_0 - радиус Земли, θ - угловое расстояние источник - приемник, ν - постоянная распространения электромагнитной волны в промежутке Земля - ионосфера, $P_\nu(x)$ - функция Лежандра.

Формула (6) справедлива на частотах ниже 1,5 - 2,0 кГц, т.е. в той области спектра, где распространяется только ТЕМ-волна.

Естественно предположить, что по крайней мере в первых измерениях высотного профиля электростатического поля атмосферы $E_0(H)$ пункт приема находится не слишком далеко от стартовой позиции ракеты. Поэтому ниже мы приведем расчетные формулы и численные оценки амплитуд ожидаемых полей в зоне электростатики.

На коротких дистанциях $\rho \leq h$ промежуток Земля - ионосфера будем считать плоским. Тогда с учетом электростатической, индукционной и радиационной компонент поля переменного вертикального

электрического диполя \mathcal{P}_1 получим

$$\begin{aligned}
 4\pi\epsilon_0 E_z = & \frac{2\mathcal{P}_1}{(\rho^2 + H^2)^{3/2}} \left\{ k^2 \rho^2 + ik \frac{2H^2 - \rho^2}{(\rho^2 + H^2)^{1/2}} + \frac{2H^2 - \rho^2}{(\rho^2 + H^2)} \right\} \times \\
 & \times \exp[-ik(\rho^2 + H^2)^{1/2}] + 2\mathcal{P}_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_h}{[\rho^2 + (2nh + H)^2]^{3/2}} \times \\
 & \times \left\{ k^2 \rho^2 + ik \frac{2(2nh + H)^2 - \rho^2}{[\rho^2 + (2nh + H)^2]^{1/2}} + \frac{2(2nh + H)^2 - \rho^2}{\rho^2 + (2nh + H)^2} \right\} \times \\
 & \times \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh + H)^2]^{1/2}\} + 2\mathcal{P}_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^n}{[\rho^2 + (2nh - H)^2]^{3/2}} \times \\
 & \times \left\{ k^2 \rho^2 + ik \frac{2(2nh - H)^2 - \rho^2}{[\rho^2 + (2nh - H)^2]^{1/2}} + \frac{2(2nh - H)^2 - \rho^2}{\rho^2 + (2nh - H)^2} \right\} \times \\
 & \times \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh - H)^2]^{1/2}\}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

где R - коэффициент отражения от ионосферы $|R| \leq 1$, [12], Земля предполагается идеально проводящей.

При выполнении условий $k\rho \ll 1$, $\rho < h$, наблюдатель находится в зоне электростатики и соотношение (7) упрощается:

$$\begin{aligned}
 4\pi\epsilon_0 E_z = & 2\mathcal{P}_1 \frac{2H^2 - \rho^2}{(\rho^2 + H^2)^{5/2}} \exp[-ik(\rho^2 + H^2)^{1/2}] + \\
 & + 2\mathcal{P}_1 \sum_{n=1}^{\infty} R^n \frac{2(2hn+H)^2 - \rho^2}{[\rho^2 + (2hn+H)^2]^{5/2}} \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh + H)^2]^{1/2}\} + \tag{8} \\
 & + 2\mathcal{P}_1 \sum_{n=1}^{\infty} R^n \frac{2(2hn-H)^2 - \rho^2}{[\rho^2 + (2hn-H)^2]^{5/2}} \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh - H)^2]^{1/2}\}.
 \end{aligned}$$

Если источник расположен в приземном слое $H/2h \ll 1$, $H^2/\rho^2 \ll 1$, то

$$4\pi\epsilon_0 E_z = -\frac{2\mathcal{P}_1}{\rho^3} \exp(-ik\rho) - \tag{9}$$

$$- \frac{4P_1}{\rho^3} \sum_{n=1}^{\infty} R^n \frac{1 - (2nh/\rho)^2}{[1 + (2nh/\rho)^2]^{5/2}} \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh)^2]^{1/2}\}.$$

Сопоставив формулы (5) и (8), (9), легко убедиться, что при реалистических значениях $R \in [0, 5; 1, 0)$ отражение от стенок волновода Земля - ионосфера способно в ближней зоне увеличить наблюдаемое поле в несколько раз.

Формулы для расчета вертикального электрического поля, создаваемого флуктуациями длины факела стартующей ракеты, сведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Сравнение расчетных формул для свободного пространства и волновода Земля - ионосфера

Свободное пространство	Промежуток Земля - ионосфера
З о н а э л е к т р о с т а т и к и	
$4\pi\epsilon_0 E_z =$ $= P_1 \frac{2H^2 - \rho^2}{(\rho^2 + H^2)^{5/2}} \times$ $\times \exp[ik(\rho^2 + H^2)^{1/2}]$	$4\pi\epsilon_0 E_z = 2P_1 \frac{2H^2 - \rho^2}{(\rho^2 + H^2)^{5/2}} \exp[-ik(\rho^2 + H^2)^{1/2}] +$ $+ 2P_1 \sum_{n=1}^{\infty} R^n \frac{2(2nh+H)^2 - \rho^2}{[(2nh+H)^2 + \rho^2]^{5/2}} \exp\{-ik[\rho^2 +$ $+ (2nh+H)^2]^{1/2}\} + 2P_1 \sum_{n=1}^{\infty} R^n \frac{2(2nh-H)^2 - \rho^2}{[(2nh-H)^2 + \rho^2]^{5/2}} \times$ $\times \exp\{-ik[\rho^2 + (2nh-H)^2]^{1/2}\}$
В о л н о в а я з о н а	
$4\pi\epsilon_0 E_z =$ $= P_1 \frac{(k\rho)^2}{(\rho^2 + H^2)^{3/2}} \exp[-ik(\rho^2 + H^2)^{1/2}]$	$E_r = - \frac{P_1}{4} \frac{\nu(\nu+1)}{r_0^2 h} \frac{P_\nu[\cos(\pi-\theta)]}{\sin \pi\nu}$ $\theta = \rho/r_0$

Результаты расчетов напряженности вертикального электрического поля представлены в табл. 2. Данные были получены при следующих параметрах задачи: $h = 60$ км, $R = 0,6$, что моделирует дневные условия. Следует отметить, что переход к ночной ионосфере $h = 80$ км, $R = 0,9$ практически не изменяет результаты расчетов. В сумме по n учитывалось десять членов $1 \leq n \leq 10$, что обеспечивало погрешность расчета не выше 1%.

Напряженность флуктуационной компоненты вертикального электрического поля в зоне электростатики: $E_0 = 100$ В/м, $\ln(2\bar{a}/b_0) = 3$

Высота подъема ракеты H , км	Дистанция до наблюдателя, км							
	1	3	5	10	20	40	60	100
0	-2000	-74	-16	-2,0	-0,25	-0,03	-0,0086	-0,0018
1	350	-44	-13	-1,9	-0,25	-0,03	-0,0085	-0,0018
3	110	13	-2,7	-1,3	-0,24	-0,029	-0,0085	-0,0018
5	28	12,7	2,8	-0,57	-0,19	-0,028	-0,0083	-0,00018
10	3,9	3,1	2,0	0,36	-0,07	-0,022	-0,0075	-0,0017
20	0,50	0,47	0,42	0,25	-0,046	-0,0078	-0,0048	-0,0015
30	0,15	0,15	0,14	0,11	0,048	0,0025	-0,002	-0,0012
40	0,065	0,064	0,062	0,055	0,034	0,0069	0,0002	-0,0009
50	0,036	0,036	0,035	0,032	0,023	0,0078	0,0015	-0,0006

В зависимости от типа стартующей ракеты размеры проводящего эллипсоида и характер флуктуаций будут изменяться. Данные табл. 2 построены для $E_0 = 100$ В/м и $\ln(2\bar{a}/b_0) = 3$ таким образом, что приведенные в ней величины отвечают полю, измеренному в мВ/м, если стартует "большая" ракета ($\bar{a} = 270$ м, $\Delta a = 135$ м), и в мкВ/м для старта "малой" ракеты ($\bar{a} = 27$ м, $\Delta a = 13,5$ м).

Как видно из результатов расчетов, трансформация поля ясной погоды на флуктуациях длины факела достаточно эффективна и при приемлемых параметрах задачи обеспечивает уверенную регистрацию эффекта.

Необходимо подчеркнуть, что электростатическая и индукционная составляющие поля, см. (6), изменяют знак, проходя через нуль при $\rho = \sqrt{2} H$. Поэтому для фиксированной малой дистанции по мере подъема ракета проходит точку, где ее излучение не регистрируется. Эта точка соответствует углу места около 55° .

В заключение необходимо отметить, что преобразование электростатического поля в излучение позволяет решать не только геофизические, но и диагностические задачи, связанные с режимом работы двигателей ракеты. Так, например, спектральный состав флуктуирующего поля в зоне электростатики определяется исключительно зависимостью $\Delta a(\omega)$. С одной стороны это позволяет ставить задачу диагностики процессов горения, а с другой - дает возможность создать квазимонохроматическое излучение за счет прерывистой работы двигателя.

Таким образом, стартующая ракета совместно с факелом работающего двигателя образует пульсирующий по длине проводящий эллипсоид, находящийся в поле ясной погоды. На частотах пульсаций возникает преобразование электростатического поля атмосферы в

переменное электрическое поле. Напряженность последнего по приведенным оценкам оказывается достаточной для успешной регистрации сигнала на наземных пунктах приема, расположенных вблизи стартовой позиции. Таким образом возникает возможность проведения с Земли измерений высотного профиля электростатического поля атмосферы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блюх П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля - ионосфера. - Киев:Наукова Думка, 1977. - 199 с.
2. Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне СНЧ. /Под ред. М. С. Александрова. - М.:Наука, 1972. - 195 с.
3. Tanaka Y., Ogawa T., Komada M.//JATR. 1977. V 39. P. 523.
4. Ogawa T. et al.//Ant. Record Nat. Inst. Polar Res. Tokyo, Japan. 1979. N 63. P. 252.
5. Ogawa T.//Contr. Geophys. Inst. Kyoto Univ. 1973. N 13. P. 11.
6. Takagi M., Itawa A.//Res. Lett. Atm. Electr. 1983. V. 3. N 1. P. 7.
7. Asuma Y., Kikuchi K.//Res.Lett. Atm. Electr. 1989. V. 3. N 1. P. 13.
8. Конторович В. М. //Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. 8. N 6. С. 1244.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Гостехиздат, 1957. - 532 с.
10. Пановский В., Филиппс Н. Классическая электродинамика. - М.: ГИФМЛ, 1963. - 432 с.
11. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. Изд. 2-е. - М.:Наука, 1972. - 502 с.
12. Galejs J. Terrestrial propagation of long electromagnetic waves.- Pergamon Press, 1972. - 362 p.

Радиоастрономический институт
АН Украины

Поступила в редакцию
21 июля 1990 г.

ATMOSPHERE FIELD CONVERSION INTO ELEX RADIO EMISSION OF THE ROCKET LAUNCHED

A. P. Nikolaenko

The atmosphere field conversion into ELF radio emission of the rocket launched is considered. The length variations (natural or man-made) of the conductor formed by the rocket body and its plasma flare immersed into atmosphere electrostatic field excite the ELF waves. The latter as calculations show, are detectable providing for both atmosphere field height profile registrations and remote control of rocket propulsion system.

УДК 551.510.535

ТЕПЛОВАЯ И ТЕРМОМАГНИТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ В СЛАБОНЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Л. М. Ерухимов, Л. М. Каган

Неэлектростатический подход к проблеме возникновения неоднородной структуры F -слоя ионосферы позволяет предложить механизмы низкочастотной неустойчивости термомагнитного типа. Для различных областей значений параметров ионосферной плазмы возможны следующие режимы: возбуждения мелкомасштабных неоднородностей плотности на частоте дрейфа плазмы либо на втекающих, либо на вытекающих из ионосферы токах в зависимости от знака градиента скорости дрейфа; образования слабоанизотропных неоднородностей давления плазмы; одновременной генерации мелкомасштабных альфвеновских волн и сильноанизотропных флуктуаций давления.

Среди достаточно большого класса неустойчивостей, с помощью которых пытаются объяснить природу неоднородностей верхней ионосферы, в последнее время все большее внимание обращают на себя неустойчивости нагретого типа (см., например, [1 - 4]). При этом обычно предполагается, что нагрев преимущественно вызывается поперечным по отношению к геомагнитным силовым линиям внешним электрическим полем E_{\perp} и осуществляется за счет силы трения о нейтральный газ плазмы, движущейся со скоростью электродинамического дрейфа, $\vec{v}_E = c[\vec{E} \times \vec{H}]/H_0^2$ [7], и заряженных компонент друг о друга

[2] (H_0 - напряженность геомагнитного поля, c - скорость света.)

При значительности неупругих соударений с молекулами во внешнем поперечном электрическом поле температура ионов T_i повышается более существенно, чем температура электронов T_e , и перераспределение плазмы происходит вследствие термодиффузии нагретых ионов. Вместе с тем, продольная проводимость электронов в сильнозамагниченной плазме верхней ионосферы на много порядков больше поперечной ионной (и, тем более, поперечной электронной проводимости). Становится очевидным, что достаточно весьма слабого внешнего продольного электрического поля, чтобы вызвать значительный нагрев электронов и соответствующую термодиффузию плазмы (нагрев электронов во внешнем поле E_{\parallel} рассмотрен в [2].)

К сожалению, продольные внешние поля и токи естественного происхождения (если исключить возмущенные условия авроральной ионосферы) малы, так E_{\parallel} не превышают 10^{-10} - 10^{-11} ед. СГСЭ. Однако нетрудно понять, что если происходит флуктуационное отклонение

магнитной силовой линии, т. е. учитываются возмущения магнитного поля в направлении внешнего электрического поля E_{0x} , перпендикулярного геомагнитному \vec{H}_0 , то нагрев электронов, возникающим электрическим полем $\vec{E}_{\parallel} = -E_{0x} \vec{H}_x / H_0$ может превышать увеличение электронной температуры за счет нагрева поляризационным полем $\vec{E}_{\parallel} = -E_{0\parallel} \vec{N} / N_0$ [2], если $E_{0x} \vec{H}_x / H_0 > E_{0\parallel} \vec{N} / N_0$. Необходимую обратную связь для поддержания возмущений магнитного поля можно обеспечить при наличии неоднородности электрического поля \vec{E}_{0x} в направлении дрейфа плазмы

$$\vec{v}_d = \frac{c[\vec{E}_{0x} \times \vec{H}_0]}{H_0^2}, \text{ или градиента скорости дрейфа плазмы}^*.$$

Очевидно, что фактически указанный эффект сводится к нахождению неустойчивых низкочастотных решений системы квазигидродинамических уравнений двухкомпонентной плазмы совместно с уравнениями Максвелла. Мы ограничимся рассмотрением решений с $\omega \leq \nu_{in}$ и $\omega^2 \ll k^2 c^2$, полагая выполненным условие квазинейтральности.

На начальной стадии развития неустойчивости электромагнитные поля являются слабыми, и инкременты развития неустойчивости могут быть описаны в рамках линейного приближения. При этом при выполнении неравенства

$$\frac{E_{0\parallel} \omega_n \Omega_n \vec{H}_x N_0}{E_{0x} \nu_0 \nu_{in} H_0 \vec{N}} > 1$$

нагрев электронов является определяющим, и изменением ионной температуры можно пренебречь. Здесь ω_n и Ω_n - гирос частоты электронов и ионов; ν_0 и ν_{in} - электронная и ион-нейтральная частоты столкновений.

Переходя в фурье-представление, можно получить дисперсионное уравнение 4-го порядка для безразмерной частоты $\bar{\omega}^* = (\omega - i\gamma + \vec{v}_d \vec{k}) / D_m k^2$ с комплексными коэффициентами (см. Приложение).

Строгое решение найденного дисперсионного уравнения является достаточно громоздким и мало обозримым. Однако если ограничиться областью значений параметров, соответствующих F-слою ионосферы, то можно провести ряд упрощений и выделить три аналитических решения. Наиболее низкочастотное решение, описывающее эволюцию малых возмущений плотности плазмы, можно записать как $\bar{\omega}_1^* \approx -A_0 / A_1$, полагая, что $\bar{\omega}_1^* \ll \bar{\omega}_{2,3,4}^*$. Последнее справедливо, когда $|A_0| \ll |A_1|$. Для рассматриваемых высот ионосферы это эквивалентно условию $\delta_3 \nu_0 \ll 2\Omega_n^2 D_m k^2 / \nu_{in}^2$ (D_m - коэффициент диффузии магнитного поля, а δ_3 - эффективная доля энергии, теряемая электроном при соударении), которое достаточно хорошо выполняется для наблюдаемых параметров F-слоя.

*Один из возможных механизмов образования неоднородного поля E_{0x} , см. [8].

Кроме того, коэффициент при третьей степени $(i\bar{\omega}^*)$ примерно равен отношению гирочастот электронов и ионов к частотам столкновений: $|A_3| \approx \omega_H \Omega_H / \nu_e \nu_{in}$, что составляет порядка 10^7 для рассматриваемых высот и, следовательно, позволяет пренебречь четвертой степенью $(i\bar{\omega}^*)^4$. В результате выражения для решений, отвечающих флуктуациям магнитного поля и давления (температуры) плазмы, можно получить как корни соответствующего квадратного уравнения. При выполнении определенных условий каждое из трех решений может быть неустойчиво. Неустойчивый режим наиболее низкочастотного решения реализуется при отрицательных значениях свободного члена дисперсионного уравнения. Общее выражение для инкремента неустойчивости включает в себя уже известные механизмы неустойчивости: тепловой, из-за нагрева электронов поляризационным полем [2] ($L_y = \infty$) и градиентный, аналогичный механизму образования E_s за счет ветрового сдвига [9] ($Q_e = 0$). Наличие слабонеоднородного внешнего электрического поля и нагрева электронов за счет поля $\vec{E}_{||} \sim \sim E_{ox} \vec{H}_x / H_0$ приводит к возможности появления неустойчивого режима, соответствующего термомагнитной градиентной неустойчивости (ТМГН) при выполнении следующих условий:

$$\frac{V_d}{L_y} < D_m (S k_{||}^2 + k_{\perp}^2) + \frac{2}{3} \delta_{\varepsilon} \nu_e + \alpha_T D_{\alpha||} k^2; \quad (1)$$

$$v_d u_{o||} \left(\delta_{\varepsilon} \nu_e + \frac{v_d}{L_y} \right) > \delta_{\varepsilon} \nu_e D_{\alpha||} D_m \mu^{-1} k_{||} k; \quad (2)$$

$$\nu_e \nu_{in} / \omega_H \Omega_H < k_{||}^2 / k^2 < \nu_{in}^2 / \Omega_H^2. \quad (3)$$

Здесь $D_{\alpha||} = \frac{T_e + T_i}{M \nu_{in} + m \nu_{en}}$ - коэффициент продольной амбиполярной

диффузии, $S = \omega_H \Omega_H / \nu_{en} \nu_{in}$, $\alpha_T \approx \frac{4}{3}$, $\mu = \frac{m \nu_{en}}{M \nu_{in}}$, $u_{o||}$ - относительная

скорость заряженных компонент плазмы вдоль \vec{H}_0 , $D_m = c^2 \nu_{en} / \omega_0^2$.

Критерий (1) - (3) аналогичен полученному авторами в [8], где не учитывались сносовые члены.

Инкремент ТМГН максимален для неоднородностей, степень анизотропии которых $k_{||} / k \approx \sqrt{\nu_e \nu_{in} / \omega_H \Omega_H}$. Из (2) также с очевидностью следует, что в зависимости от знака градиента скорости дрейфа плазмы ТМГН может возбуждаться либо на втекающих, либо на вытекающих из ионосферы токах. Время развития неустойчивости $\gamma^{-1} \approx L_y \nu_{en} / v_d \nu_e$ составляет от десятых долей секунды до нескольких секунд. (Для $v_d \approx 400$ м/с $\nu_{en} / \nu_e \approx 0,1$ и $L_y \approx 1$ км $\gamma^{-1} \approx 0,25$ с, а $l \approx 45$ м.) При этом инкремент развития неустойчивости (в отличие от пороговых значений) не зависит от степени вытянутости неоднородности.

Для решений, отвечающих возмущениям магнитного поля и давления плазмы, также возможны неустойчивые режимы. Их два. Первый приводит к одновременной генерации мелкомасштабных альфвеновских волн (АВ) ($\lambda_A < L_y$ и $\lambda_{Ay} < \lambda_{A\parallel}$) и сильно анизотропных флуктуаций давления (температуры) плазмы ($\lambda_A = 1$, $1/l_{\parallel} < \sqrt{v_e v_{in}/\omega_H \Omega_H}$) при выполнении условий

$$v_d/L_y < \alpha_T D_{a\parallel} k^2 \quad (4)$$

и

$$\frac{4}{3} \mu \frac{u_{0\parallel}^2}{D_m} \sin^2 \alpha + \frac{v_d}{L_y} > D_m \left(SK_{\parallel}^2 + \frac{v_e}{v_{en}} k^2 \right) + \frac{2}{3} \delta_3 v_e \quad (5)$$

В зависимости от того, что является источником возбуждения флуктуаций: продольный ток или градиент скорости дрейфа плазмы, масштабы АВ и неоднородностей давления могут составлять от 560 м ($u_{0\parallel} = 1$ км/с) до 800 м ($v_d = 600$ м/с, $L_y = 1$ км). При этом в последнем случае они, естественно, должны быть меньше характерного размера неоднородности внешнего электрического поля. Масштабы возбуждаемых флуктуаций тем меньше, чем больше величина продольного тока или градиента скорости дрейфа плазмы.

Инкремент неустойчивости в этом случае записывается как

$$\gamma_{2,3} = \frac{1}{2} \frac{v_d}{L_y} + \frac{2}{3} \mu \frac{u_{0\parallel}^2}{D_m} \sin^2 \alpha \quad (6)$$

а частоты

$$\Omega_{2,3} \approx \pm \frac{v_A v_s}{v_{in}} \sqrt{\alpha_T \frac{\omega_H \Omega_H}{v_e v_{in}}} \left(k_{\parallel}^2/2 + \frac{v_e v_{in}}{\omega_H \Omega_H} k^2 \right) - v_d k_y \quad (7)$$

Время развития неустойчивости $\gamma_{2,3}^{-1}$ составляет порядка 1,5 с для $u_{0\parallel} = 1$ км/с и 3,3 с для $v_d = 600$ м/с и $L_y = 1$ км соответственно.

В экспериментах по активному воздействию на ионосферу могут возникать (пусть на короткие времена τ_1 , важно лишь, чтобы τ_1 было больше $\gamma_{2,3}^{-1}$) гораздо более мощные продольные токи, что в свою очередь должно привести к генерации АВ и давления с существенно меньшими масштабами и временами развития.

Второй неустойчивый режим связан с образованием слабоанизотропных (неравенство (3)) неоднородностей давления плазмы. Возбуждение этой неустойчивости возможно, даже когда неравенство (5) не выполняется. Необходимым условием этого является

$$\cos^2 \alpha + v_e v_{in}/\omega_H \Omega_H > 4\alpha_T v_s^2/v_A^2 \quad (8)$$

где $v_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi MN}}$ — альфвеновская скорость, а $v_s = \sqrt{\frac{T_e + T_i}{M}}$ —

скорость ионного звука. Пороговые значения скорости дрейфа плазмы определяются как

$$v_d^{\text{пор}} = \sqrt{\alpha_T D_{\text{a||}} D_m} k. \quad (9)$$

При $v_d^{\text{пор}} \approx 600$ м/с для $D_{\text{a||}} \approx 10^9$ см²/с, $D_m \approx 10^7$ см²/с, $\alpha_T \approx 4/3$ это соответствует образованию стометровых, слабоанизотропных (см. (8)) неоднородностей давления (температуры) плазмы. Инкремент

неустойчивости $\gamma_2 \approx \frac{v_d^2}{D_m (S \cos^2 \alpha + v_e/v_{\text{on}})}$ максимален при $\cos^2 \alpha =$

$= \frac{v_e v_{\text{in}}}{\omega \Omega_n}$ и время развития неустойчивости для тех же значений

ионосферных параметров составляет порядка $0,3$ с*.

Таким образом, в рамках рассматриваемой гидродинамической модели для ионосферной плазмы F-слоя, благодаря развитию неустойчивостей термомагнитного типа возможны режимы:

возбуждения мелкомасштабных неоднородностей плотности плазмы на частоте дрейфа плазмы либо на вытекающих, либо на вытекающих из ионосферы токах в зависимости от знака градиента скорости дрейфа;

одновременной генерации мелкомасштабных альфвеновских волн и сильноанизотропных флуктуаций давления (температуры)**;

образования мелкомасштабных слабоанизотропных неоднородностей давления (температуры) плазмы.

В заключение заметим, что при превышении продольной скоростью электронов порогового значения $v_{e||} \approx \sqrt{2\delta_{\ominus}} v_{Te}$ появляется возможность усиления АВ за счет модуляции продольного ионосферного тока электронов. Кроме того, как показывают оценки, учет поперечного градиентного тока ионов (вдоль оси y), возбуждающего компоненту h_x , приводит к снижению требования анизотропии неоднородностей. Этим вопросам, однако, будет посвящена отдельная работа.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Дисперсионное уравнение для безразмерной частоты $\bar{\omega}^* = (-\vec{v}_d \vec{k} + \Omega - i\gamma)/D_m k^2$ для неэлектростатических возмущений в плазме с замагниченными и изотермическими ионами ($\Omega_n \gg v_{\text{in}}$ и $T_i = \text{const}$) выглядит следующим образом:

*Решение, отвечающее возмущениям магнитного поля, описывает затухание альфвеновских волн на удвоенной частоте дрейфа плазмы.

**В реальной ионосфере, по-видимому, не реализуется.

$$(i\bar{\omega}^*)^4 + A_3(i\bar{\omega}^*)^3 + A_2(i\bar{\omega}^*)^2 + A_1(i\bar{\omega}^*) + A_0 = 0,$$

где комплексные коэффициенты A_i выражаются через параметры плазмы как .

$$\operatorname{Re} A_0 = b(2/3f_T - Q_n) \left\{ \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \alpha + S^2(\alpha) - 2 \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2 \cos 2\alpha \right\} -$$

$$- \bar{\Omega}_d \frac{2}{3} f_T [S(\alpha) 3\bar{\Omega}_d + S\Omega_\wedge \cos \alpha] + \frac{2}{3} f_T \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} \times$$

$$\times \left[4 \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2 - S(\alpha) S \right] - \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} b Q_{nx} \frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \alpha,$$

$$\operatorname{Im} A_0 = -b \left(\frac{2}{3} f_T - Q_n \right) [\bar{\Omega}_d S(\alpha) (1 + 2\sin^2 \alpha) + 3\Omega_\wedge S \cos \alpha] -$$

$$- \bar{\Omega}_d \frac{2}{3} f_T \left\{ \frac{\Omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \alpha + \frac{v_e^2}{v_{en}^2} + 2 \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2 \right\},$$

$$\operatorname{Re} A_1 = S(\alpha) S \left[\frac{2}{3} f_T + \alpha_T b - \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} \right] - 2 \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2 \left[\frac{2}{3} f_T + \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} + \right.$$

$$\left. + \alpha_T b \cos 2\alpha \right] - S \bar{\Omega}_d \Omega_\wedge \cos \alpha - S \frac{2}{3} f_T \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} + \alpha_T b \cos 2\alpha -$$

$$- S \bar{\Omega}_d \Omega_\wedge \cos \alpha - S \frac{2}{3} f_T \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} + b Q_{nx} \frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \alpha \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{Im} A_1 = -\bar{\Omega}_d \left[\frac{10}{3} \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2 + S(\alpha) \left(S + \alpha_T b - \frac{2}{3} f_T \right) \right] -$$

$$- \Omega_\wedge S \cos \alpha \left[\alpha_T b + 2 \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} + 2f_T \right],$$

$$\operatorname{Re} A_2 = S \left[S(\alpha) + \frac{2}{3} f_T + \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} \right] - 2 \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \Omega_\wedge^2,$$

$$\operatorname{Im} A_2 = 2 \frac{\Omega_H}{\nu_{in}} \Omega_\wedge^2 - \bar{\Omega}_d \left[\frac{\nu_o}{\nu_{on}} + 2 \frac{\bar{\Omega}_d}{k_y L_y} + 2S(\alpha) + \frac{4}{3} f_T + \alpha_T b (1 + \sin^2 \alpha) \right],$$

$$A_3 = S - 2i\bar{\Omega}_d.$$

Кроме принятых, в основном тексте введены обозначения

$$S(\alpha) = S \cos^2 \alpha + \nu_o / \nu_{on}, \quad \Omega_\wedge = u_{oll} k_y / D_m k^2,$$

$$\bar{\Omega}_d = k_y \nu_d / D_m k^2, \quad f_T = \delta_3 \nu_o / D_m k^2, \quad b = \frac{D_{all}}{D_m},$$

$$Q_n = \frac{4}{3} \frac{D_{all} e^2 E_{0ll}^2}{D_m k^2 (T_{e0} + T_{i0})^2} \frac{\nu_{in} \omega_H}{\nu_{on} \bar{\Omega}_d},$$

$$Q_{hx} = \frac{4}{3} \frac{D_{all} E_{0ll} E_{0x} e^2}{D_m k^2 (T_{e0} + T_{i0})^2} \frac{\omega_H \nu_{in}}{\nu_o \bar{\Omega}_d},$$

откуда, учитывая упрощения, сделанные в основном тексте, получаем

$$i\omega_1^* \approx -A_0/A_1,$$

$$i\omega_{2,3}^* \approx \left\{ -A_2 \pm \sqrt{\left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + d^2} \right) / 2} \pm i \sqrt{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + d^2} \right) / 2} \right\} / 2A_3,$$

где $\alpha = \operatorname{Re} \{A_2^2 - 4A_1 A_3\}$, $d = \operatorname{Im} \{A_2^2 - 4A_1 A_3\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляков С. В., Яхно В. Г. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 2. С. 251.
2. Ерухимов Л. М., Каган Л. М., Мясников Е. Н. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1982. Т. 22. № 5. С. 721.
3. Гельберг М. Г. Неоднородности высокоширотной ионосферы. - Новосибирск: Наука, 1986. - 193 с.
4. Ерухимов Л. М., Максименко О. И., Мясников Е. Н. // Ионосферные исследования. 1980. № 30. С. 27.
5. Готская И. В., Каган Л. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 1. С. 22.
6. Каган Л. М. Препринт НИРФИ № 292. Горький, 1989.
7. Ерухимов Л. М., Каган Л. М., Савина О. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 8. С. 1032.

8. Ерухимов Л. М., Каган Л. М. Тепловая и термомагнитная неустойчивости неэлектростатической плазмы в слабонеоднородном электрическом поле. //Препринт N 310. - Горький: НИРФИ, 1990. - 18 с.
9. Гершман Б. Н., Каменецкая Г. Х., Игнатьев Ю. А. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя E на различных широтах. - М.: Наука, 1976.

Научно-исследовательский радиофизический
институт

Поступила в редакцию
5 июня 1990 г.

HEATING AND THERMOMAGNETIC INSTABILITIES OF NONELECTROSTATIC
PLASMA IN WEAKLY INHOMOGENEOUS ELECTRIC FIELD

L.M. Erukhimov, L.M. Kagan

Low frequent instability mechanisms of thermomagnetic type (nonelectrostatic approaching) are considered to explain ionospheric F-layer irregular structure. Depending on ionospheric parameters values following regims are possible: small-scale density irregularity excitation either at "incoming" or "out coming" from ionosphere current depending on drift velocity gradient sign; weakly anisotropic plasma pressure irregularity creation; simultaneous generation of small-scale Alfven waves and strongly anisotropic pressure inhomogeneities.

УДК 533.951

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ВОЛН СВИСТОВОГО ДИАПАЗОНА В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ. I

Т. М. Заборонкова, У. Г. Кондратьев, А. В. Кудрин

Исследуется излучение кольцевого электрического тока в магнитоактивной плазме в свистовом диапазоне частот. Особое внимание сосредоточено на вопросе об изменении распределения излучаемой мощности по спектру возбуждаемых волн (плазменные волны, волны конической рефракции, вистлеры) с изменением параметров излучателя. Установлено, что в условиях, близких к ионосферным, в достаточно широком интервале значений радиусов кольца основная часть мощности излучения идет в волны конической рефракции. Показано, что учет неоднородности тока вдоль кольца имеет принципиальное значение и может, в частности, приводить к существенному увеличению относительного вклада плазменных волн.

1. Проблеме излучения электромагнитных волн заданными электрическими и магнитными токами в магнитоактивной плазме в свистовом диапазоне частот ω

$$\omega_L \ll \omega \ll \omega_H \ll \omega_p \quad (1)$$

(ω_p - плазменная частота, ω_H - гирочастота электронов, ω_L - нижняя гибридная частота) посвящено довольно большое число работ (см., например, [1 - 6]). Рассматриваются, как правило, линейные и кольцевые излучатели дипольного типа с простейшими распределениями тока: треугольным и прямоугольным для линейных излучателей и однородным - для кольцевых. Повышенный интерес вызывает при этом вопрос о распределении излучаемой энергии между собственно свистовыми волнами (вистлерами) и квазиэлектростатическими (плазменными) волнами. На примере отдельных излучателей, в частности, однородного кольцевого электрического тока [6], показано, что при достаточно малых электрических размерах $k_0 l v^{1/2} \ll 1$ ($k_0 = \omega/c$, $v = \omega_p^2/\omega^2$, l - эффективный размер излучателя) практически вся излучаемая мощность идет в плазменные волны, а при сравнительно больших электрических размерах $k_0 l g^{1/2} \gg 1$ ($g = v/u^{1/2}$, $u = \omega_H^2/\omega^2$) - в вистлеры. Во всей же промежуточной и весьма протяженной области значений параметров таких излучателей существенную роль в формировании поля излучения играет, по-видимому, оставшаяся часть пространственного спектра, охватывающая такое интересное и важное физическое явление, как коническая рефракция. Этому, не получившему достаточного обсуждения моменту уделяется значительное внимание в данной работе.

Мы ограничимся рассмотрением только кольцевых электрических и

магнитных токов, вызывающих в последнее время повышенный интерес, в частности, в связи с последующими перспективными нелинейными обобщениями [7, 8]. Соответствующие магнитные токи обнаруживают ряд принципиальных отличий от аналогичных электрических токов (на что, как ни странно, нет указаний в литературе) и потому требуют отдельного детального обсуждения, которое составит содержание второй части работы. Это тем более целесообразно, что с магнитными кольцевыми токами сейчас связывают определенные надежды на увеличение эффективности излучения в некоторых частотных и пространственных интервалах.

Настоящая, первая, часть работы, таким образом, целиком посвящена кольцевым электрическим токам. Оговоримся сразу же, что, как оказалось, учет всегда имеющей место (и особенно заметной при сравнительно больших электрических размерах) неоднородности тока в таких излучателях является принципиальным и приводит, в частности, к значительному (и не всегда желательному) увеличению доли излучаемой энергии, идущей в плазменные волны. Привычное однородное распределение в диапазоне частот (1) представляет собой в известном смысле некоторый вырожденный случай. Однако, поскольку такое распределение используется в большинстве работ (см. [2, 4 - 6]), а также для возможности последующего сопоставления, именно с него мы и начнем рассмотрение. Вместе с тем, однородное распределение иногда оказывается просто практически предпочтительным, поэтому важно установить условия, при которых неоднородность распределения соответствующего кольцевого тока можно не учитывать.

2. Как известно [9], в указанном интервале частот (1) тензор диэлектрической проницаемости холодной бесстолкновительной замагниченной ($\vec{H}_0 \parallel Oz$) плазмы выглядит так:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & -ig & 0 \\ ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\epsilon = v/u$, $g = v/u^{1/2}$, $\eta = -v$. При этом распространяющейся является только необыкновенная волна, поверхность волновых векторов которой описывается выражением

$$n_{\parallel}(n_{\perp}) = \left[\epsilon - \frac{n_{\perp}^2}{2} \left(1 + \frac{\epsilon}{\eta} \right) + \sqrt{\frac{n_{\perp}^4}{4} \left(1 - \frac{\epsilon}{\eta} \right)^2 - n_{\perp}^2 \frac{g^2}{\eta} + g^2} \right]^{1/2}. \quad (3)$$

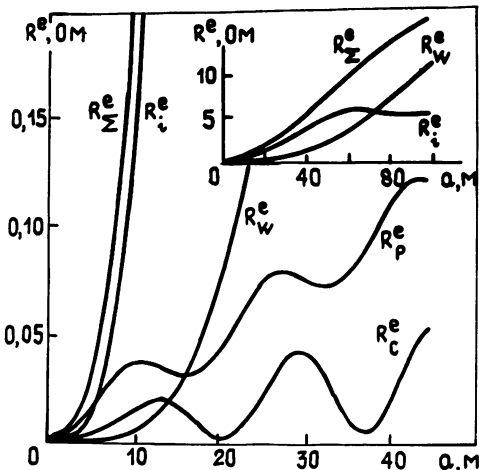


Рис. 1.

Здесь значки \parallel и \perp отмечают направления вдоль и поперек внешнего магнитного поля, а сами составляющие волнового вектора \vec{k} нормированы на $k_0 = \omega/c$: $n_{\parallel} = k_{\parallel}/k_0$, $n_{\perp} = k_{\perp}/k_0$; значение n_{1s} (см. рис. 1) отвечает углу Стори и находится из условия $n'_{\parallel}(n_{1s}) = 0$, значение n_{1c} отвечает конической рефракции и находится из условия $n'_{\parallel}(n_{1c}) = 0$ при $n_{1c} \neq 0$ (штрих означает дифференцирование по аргументу).

Полная мощность P_{Σ} , излучаемая заданными гармоническими во

времени ($e^{-i\omega t}$) электрическими $\vec{j}^{\circ}(\vec{r})$ и магнитными $\vec{j}^{\circ}(\vec{r})$ токами, может быть подсчитана по реакции излучения:

$$P_{\Sigma} = P_{\Sigma}^{\circ} + P_{\Sigma}^{\circ} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int (\vec{j}^{\circ}, \vec{E}) d\vec{r} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int (\vec{j}^{\circ}, \vec{H}) d\vec{r}. \quad (4)$$

Эта формула с помощью несложных, но громоздких преобразований переписывается в следующем, удобном для дальнейших расчетов спектральном виде*:

$$P_{\Sigma}^{\circ, \circ} = \frac{\omega^2}{4\pi c^3 |\eta|} \int \frac{(n^2 - \epsilon)(n_{\perp}^2 + |\eta|) |F^{\circ, \circ}(\vec{n})|^2 d\vec{n}_{\perp}}{n_{\parallel} n_{\perp}^2 [n_{\perp}^4 (1 + \epsilon/|\eta|)^2 + 4n_{\perp}^2 g^2 / |\eta| + 4g^2]^{1/2}}, \quad (5)$$

где

$$F^{\circ}(\vec{n}) = j_x^{\circ}(\vec{n}) \left(n_x + \frac{ign_y}{n^2 - \epsilon} \right) + j_y^{\circ}(\vec{n}) \left(n_y - \frac{ign_x}{n^2 - \epsilon} \right) + j_z^{\circ}(\vec{n}) \frac{n_{\parallel} n_{\perp}^2}{n^2 - \eta},$$

$$F^{\circ}(\vec{n}) = j_x^{\circ}(\vec{n}) \left(\frac{\eta n_y}{n_{\perp}^2 - \eta} + \frac{ign_x}{n^2 - \epsilon} \right) n_{\parallel} + j_y^{\circ}(\vec{n}) \left(-\frac{\eta n_x}{n_{\perp}^2 - \eta} + \frac{ign_y}{n^2 - \epsilon} \right) n_{\parallel} - j_z^{\circ}(\vec{n}) \frac{ign_{\perp}^2}{n^2 - \epsilon},$$

$$\vec{n} = \vec{n}_{\perp} + n_{\parallel} (n_{\perp}) \vec{z}^0, \quad \vec{j}^{\circ, \circ}(\vec{n}) = \int \vec{j}^{\circ, \circ}(\vec{r}) \exp(-ik_0 \vec{n} \vec{r}) d\vec{r}.$$

Для получения каких-то конкретных результатов необходимо конкретизировать распределение токов.

3. Рассмотрим вначале круговой электрический ток с однородным симметричным распределением вдоль кольца:

$$\vec{j}^{\circ}(\vec{r}) = \vec{\varphi}^0 I_0^{\circ} \delta(\rho - a) \delta(z) \quad (6)$$

(ρ, φ, z - цилиндрические координаты). Выражение (5) тогда преобразуется к виду

$$P_{\Sigma}^{\circ} = \frac{I_0^{\circ 2}}{c} 2\pi^2 (k_0 a)^2 \frac{g^2}{|\eta|} \times \int_0^{\infty} \frac{n_{\perp}^2 + |\eta|}{n^2 - \epsilon} \frac{n_{\perp}}{n_{\parallel}} \frac{J_1^2(k_0 a n_{\perp}) dn_{\perp}}{[n_{\perp}^4 (1 + \epsilon/|\eta|)^2 + 4n_{\perp}^2 g^2 / |\eta| + 4g^2]^{1/2}} \quad (7)$$

где $J_n(\zeta)$ - функция Бесселя. В общем случае значение интеграла, входящего в формулу (7), может быть получено лишь численно.

*При написании (5) исправлены некоторые неточности, допущенные в [2].

Результатам соответствующих численных расчетов мы предположим некоторое аналитическое рассмотрение.

Во-первых, определим значение P_p° мощности, и излучаемой в плазменные волны. Для этого в качестве нижнего предела интегрирования в (7) возьмем $n_{1c} \approx |\eta|^{1/2}$ и учтем, что при $n_{\perp} \approx |\eta|^{1/2}$ имеем $n_{\parallel} \approx (n_{\perp}^2 + |\eta|)/n\sqrt{u}$, $n^2 \gg g \gg \varepsilon$. В результате получим

$$P_p^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{8\pi}{3} (k_0 a)^3 g [1 - G_p(\xi_c)], \quad (8)$$

где

$$G_p(\xi) = \frac{\pi}{2\xi} \{ [\xi J_0(\xi) - \frac{1}{2} J_1(\xi)]^2 + (\xi^2 - \frac{3}{4}) J_1^2(\xi) \},$$

$\xi_c = k_0 a n_{1c} \approx k_0 a |\eta|^{1/2}$. Для излучателя малых электрических размеров $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ отсюда приходим к известной формуле [4, 6]

$$P_p^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{8\pi}{3} (k_0 a)^3 g [1 - \frac{3\pi}{16} (k_0 a) |\eta|^{1/2}]. \quad (9)$$

Во-вторых, определим ту часть P_w° мощности P_{Σ}° , которая излучается в вистлеры. Для этого в качестве верхнего предела интегрирования в (7) возьмем $n_{\perp} = n_{1s}$. Мощность P_w° будет равна

$$P_w^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{2} g^{-1/2} G_w(\xi_s), \quad (10)$$

где $G_w(\xi_s) = \xi_s^2 [J_0^2(\xi_s) + J_1^2(\xi_s)] - 2\xi_s J_0(\xi_s) J_1(\xi_s)$, $\xi_s = k_0 a n_{1s} \approx 2^{1/2} 3^{-1/4} k_0 a g^{1/2}$. В предельных случаях $k_0 a g^{1/2} \ll 1$ и $k_0 a g^{1/2} \gg 1$ приходим соответственно к формулам

$$P_w^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{12} (k_0 a)^4 g^{3/2} \alpha^{\circ}; \quad (11)$$

$$P_w^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \pi g^{-1/2} \xi_s \left(1 + \frac{\cos 2\xi_s}{2\xi_s} \right) \quad (12)$$

(α° - численный коэффициент порядка единицы).

В-третьих, оценим оставшуюся часть P_i° полной мощности излучения P_{Σ}° , соответствующую промежуточной области значений

переменной интегрирования n_{\perp} в выражении (7): $n_{1s} \leq n_{\perp} \leq n_{1c}$. Здесь не удастся, к сожалению, получить обобщенный (даже таких сложных, как (8) и (10)) выражений, и потому приходится довольствоваться формулой, отвечающей предельному случаю $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$:

$$P_1^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{2^{3/2}} (k_0 a)^4 \frac{g^2}{\varepsilon^{1/2}}. \quad (13)$$

При получении выражений (10) - (13) мы воспользовались известными аппроксимирующими соотношениями (см. [9]): $n^2 = g / \cos \vartheta$ ($\cos \vartheta = n_{\parallel} / n$) и $n_{\parallel} (n_{1s}) / n (n_{1c}) \approx 3^{-1/2}$, справедливыми в свистовом диапазоне частот (1) практически всюду, кроме узкой области углов $\vartheta \sim \pi/2$. В рамках данной аппроксимации содержащийся в (11) коэффициент $\alpha^{\circ} = 0,77$. Заметим, что выбранные парциальные мощности P_w° , P_1° , P_p° полностью перекрывают весь пространственный спектр возбуждаемых квазиплоских волн, и в силу энергетической ортогональности $P_{\Sigma}^{\circ} = P_w^{\circ} + P_1^{\circ} + P_p^{\circ}$.

Представляет самостоятельный интерес значение P_c° мощности, идущей в так называемые волны конической рефракции, которые условно можно выделить таким образом: $n_{1c} - n_{1s}/2 \leq n_{\perp} \leq n_{1c} + n_{1s}/2$. Как нетрудно получить,

$$P_c^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \pi^2 (k_0 a)^2 \frac{g}{|\eta|^{1/2}} \sum_{k=0}^1 \left[J_k^2 \left(\xi_c - \frac{\xi_s}{2} \right) - J_k^2 \left(\xi_c + \frac{\xi_s}{2} \right) \right] \quad (14)$$

(величины ξ_c , ξ_s определены в (8), (10)). В случае $k_0 a g^{1/2} \ll 1$ при $k_0 a n_{1c} \neq \nu_1^{(*)}$ ($\nu_1^{(*)}$ - нули функции Бесселя $J_1(\zeta)$) (14) упрощается к виду

$$P_c^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} 2\pi^2 (k_0 a)^2 \frac{g^{3/2}}{|\eta|} J_1^2(k_0 a |\eta|^{1/2}). \quad (15)$$

Таким образом, для рассматриваемого кольцевого излучателя малых электрических размеров $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ имеем

$$P_w^{\circ} \ll P_c^{\circ}, \quad P_w^{\circ} \ll P_1^{\circ} \ll P_p^{\circ} \sim P_{\Sigma}^{\circ}, \quad (16)$$

так что практически вся излучаемая мощность приходится на плазменные волны, тогда как для излучателя больших электрических размеров $k_0 a g^{1/2} \gg 1$

$$P_p^{\circ} \ll P_w^{\circ} \sim P_{\Sigma}^{\circ}, \quad (17)$$

и почти вся излучаемая мощность приходится на вистлеры. Более точные

и конкретные утверждения могут быть сделаны на основании результатов численных расчетов, к обсуждению которых мы и переходим.

Соответствующие результаты представлены на рис. 1 в виде графиков зависимости полного $R_{\Sigma}^{\circ} = 2P_{\Sigma}^{\circ}/I_0^{\circ 2}$ и парциальных $R_w^{\circ} = 2P_w^{\circ}/I_0^{\circ 2}$, $R_1^{\circ} = 2P_1^{\circ}/I_0^{\circ 2}$, $R_p^{\circ} = 2P_p^{\circ}/I_0^{\circ 2}$ сопротивлений излучения от радиуса излучателя a при заданных значениях $\omega = 1,88 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$, $\omega_p = 5,64 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$ ($N_0 = 10^6 \text{ см}^{-3}$), $\omega_H = 8,78 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ ($H_0 = 0,5 \text{ Э}$), отвечающих условиям земной ионосферы (укажем также значения $|\eta|^{1/2} = 299,1$, $g^{1/2} = 43,8$). Парциальные сопротивления излучения соответствуют здесь по-прежнему следующим интервалам значений n_1 : R_w° - интервалу $(0, n_{1s})$, R_1° - интервалу (n_{1s}, n_{1c}) , R_p° - интервалу (n_{1c}, ∞) . Очевидно, что $R_{\Sigma}^{\circ} = R_w^{\circ} + R_1^{\circ} + R_p^{\circ}$. Кроме того, на рис. 1 изображена зависимость сопротивления излучения в волны конической рефракции $R_c^{\circ} = 2P_c^{\circ}/I_0^{\circ 2}$ от радиуса a .

Согласно представленным данным, при достаточно малых значениях a основная доля излучаемой мощности идет в плазменные волны. С увеличением a постепенно возрастает роль промежуточного спектрального участка, так что при $a = a_1 = 5,5 \text{ м}$ сопротивления излучения в квазиэлектростатическую и промежуточную области сравниваются: $R_p^{\circ}(a_1) = R_1^{\circ}(a_1)$. Затем в довольно протяженном интервале значений a - вплоть до $a = a_2 = 71 \text{ м}$, где сравниваются сопротивления излучения в промежуточную и вистлеровскую области, $R_1^{\circ}(a_2) = R_w^{\circ}(a_2)$, - определяющей является именно промежуточная область. И только при весьма больших значениях a ($a > a_2$) основная доля излучаемой мощности идет в вистлеры. Сопротивление излучения в волны конической рефракции носит ярко выраженный осцилляторный характер, что, разумеется, существенно сказывается на диаграмме направленности вдоль внешнего магнитного поля.

4. Перейдем теперь к неоднородному кольцевому электрическому току.

Плотность этого тока зададим в виде

$$\vec{j}^{\circ}(\vec{r}) = \vec{\varphi}^0 \left\{ I_0^{\circ} + i_0^{\circ} \begin{pmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{pmatrix} \right\} \delta(\rho - a) \frac{b}{\pi(b^2 + z^2)}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (18)$$

Необходимость "размазывания" распределения тока по координате z связана с тем, что в отличие от однородного электрического тока (6) полная излучаемая мощность здесь, как мы увидим, расходится при $b \rightarrow 0$. Общее выражение (5) для полной мощности излучения принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 P_{\Sigma, m}^{\circ} = & \frac{2\pi^2}{c|\eta|} \int_0^{\infty} [(n_1^2 + |\eta|) \exp(-2k_0 b n_{\parallel})] / [n_{\parallel} n_{\perp} (n^2 - \varepsilon) \times \\
 & \times [n_{\perp}^4 (1 + \varepsilon/|\eta|)^2 + 4n_{\perp}^2 g^2 / |\eta| + 4g^2]^{1/2}]^{-1/2} \{ (k_0 a n_{\perp})^2 \times \\
 & \times g^2 [I_0^{\circ 2} J_1^2(k_0 a n_{\perp}) + (1/2) i_0^{\circ 2} J_{\perp}^{\prime 2}(k_0 a n_{\perp})] + \\
 & + (1/2) i_0^{\circ 2} (n^2 - \varepsilon) m J_{\perp}^2(k_0 a n_{\perp}) \}^2 dn_{\perp}, \quad m = 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{19}$$

Остановимся для сравнения на тех же частных случаях, которые обсуждались выше применительно к однородному кольцевому току (6). Чтобы не загромождать текст довольно сложными формулами, мы приведем результаты, относящиеся только к случаю $m = 1$.

Мощность $P_{p,1}^{\circ}$, уходящая в плазменные волны, при дополнительных условиях $k_0 b \varepsilon^{1/2} \ll 1$, $\varepsilon^{1/2} b \ll |\eta|^{1/2} a$ описывается выражением

$$\begin{aligned}
 P_{p,1}^{\circ} \approx & \frac{1}{c} \frac{8\pi}{3} (k_0 a)^3 g \left\{ I_0^{\circ 2} [1 - G_p(\xi_c)] - \frac{13}{30} i_0^{\circ 2} \left[1 + \frac{8}{13} G_p(\xi_c) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{21}{13} Q_p(\xi_c) - \frac{9\pi}{52} \frac{J_1^2(\xi_c)}{\xi_c^3} + \frac{6\pi}{13} \frac{J_1(\xi_c) J_0(\xi_c)}{\xi_c^2} \right] \right\} + \\
 & + \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi}{k_0 a \sqrt{\varepsilon |\eta|}} \left\{ \ln \left(\frac{4a}{b} \sqrt{\frac{|\eta|}{\varepsilon}} \right) - 2 - \right. \\
 & \left. - \frac{\pi}{12} \xi_c^3 {}_3F_4 \left(\frac{3}{2}, 2, \frac{3}{2}, 2, 2, 3, \frac{5}{2}, -\xi_c^2 \right) \right\},
 \end{aligned} \tag{20}$$

где

$$Q_p(\xi) = \frac{\pi}{2\xi} \{ [\xi J_1(\xi) - (1/2) J_0(\xi)]^2 + (\xi^2 + (1/4) J_0^2(\xi)) \},$$

${}_3F_4$ - обобщенная гипергеометрическая функция (см. [10]).

При $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ от (20) переходим к следующей простой и наглядной формуле:

$$P_{p,1}^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{8\pi}{3} (k_0 a)^3 g + \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^2 \frac{g}{|\eta|^{1/2}} +$$

$$+ \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi}{k_0 a \sqrt{\epsilon |\eta|}} \left\{ \ln \left(\frac{4a}{b} \sqrt{\frac{|\eta|}{\epsilon}} \right) - 2 \right\}. \quad (21)$$

Последнее слагаемое в (21) отвечает фактически появлению эффективного поперечного (по отношению к \vec{H}_0) электрического дипольного момента, вносящего при малых a определяющий вклад в величину $P_{p,1}^{\circ}$. Таким образом, мощность, излучаемая током (18) в плазменные волны, а следовательно, и полная излучаемая мощность при $b \rightarrow 0$ (при переходе в (18) к δ -функции по z : $\delta(z)$), логарифмически расходятся в отличие от случая однородного кольцевого электрического тока (6), где эти мощности остаются конечными и описываются формулой (8). Соответствующие отличия наглядно проявляются и в характере возбуждаемого пространственного спектра: распределение вида (18) при $b \ll a$, $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ в случае $i_0^{\circ} = 0$ (однородное распределение) наиболее эффективно возбуждает плазменные волны с характерным поперечным масштабом $2\pi/k_0 n_{\perp} \sim a$; в случае же неоднородного распределения ($i_0^{\circ} \neq 0$) весьма эффективно возбуждаются плазменные волны и гораздо меньшими масштабами - вплоть до $2\pi/k_0 n_{\perp} \sim b \ll a$, что в конечном счете и приводит к расходимости при стремлении b к нулю. Следовательно, однородное азимутально-симметричное распределение (6) является в известном смысле вырожденным случаем, поскольку при $b \rightarrow 0$ любое (даже сколь угодно малое) нарушение однородности может кардинально изменить пространственный спектр возбуждаемых плазменных волн.

Мощность $P_{w,1}^{\circ}$, излучаемая в вистлеры, выглядит здесь так (при $k_0 b g^{1/2} \ll 1$):

$$P_{w,1}^{\circ} \approx \frac{\pi^2}{2c} g^{-1/2} \left\{ I_0^{\circ 2} G_w^2(\xi_s) + \frac{1}{2} i_0^{\circ 2} \left[\xi_s^2 J_0^2(\xi_s) + (\xi_s^2 - 2) J_1^2(\xi_s) \right] \right\}. \quad (22)$$

При $k_0 a g^{1/2} \ll 1$ и $k_0 a g^{1/2} \gg 1$ из (22), соответственно, имеем

$$P_{w,1}^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{12} (k_0 a)^4 g^{3/2} \alpha^{\circ} + \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{4 \cdot 3^{1/2}} (k_0 a)^2 g^{1/2} \beta^{\circ}; \quad (23)$$

$$P_{w,1}^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \pi g^{-1/2} \xi_s \left(1 + \frac{\cos 2\xi_s}{2\xi_s} \right) + \frac{i_0^{\circ 2}}{2c} \pi g^{-1/2} \xi_s \quad (24)$$

(по оценкам, $\alpha^{\circ} = 0,77$, $\beta^{\circ} = 1,15$).

Мощность $P_{1,1}^{\circ}$, излучаемая в промежуточную область, при $k_0 b g^{1/2} \ll 1$, $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ принимает вид

$$P_{1,1}^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{2^{3/2}} (k_0 a)^4 \frac{g^2}{\varepsilon^{1/2}} + \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{12} (k_0 a)^2 \frac{|\eta|^{3/2}}{g}. \quad (25)$$

Наконец, мощность, идущая в волны конической рефракции, равна ($k_0 b \varepsilon^{1/2} \ll 1$)

$$P_{c,1}^{\circ} \approx \frac{2\pi^2}{c} (k_0 a)^2 \frac{g^{3/2}}{|\eta|} \left\{ I_0^{\circ 2} J_1^2(\xi_c) + \frac{1}{2} i_0^{\circ 2} \left[J_0(\xi_c) - \frac{J_1(\xi_c)}{\xi_c} \right]^2 + \frac{1}{2} i_0^{\circ 2} \frac{|\eta|}{(k_0 a)^2 g^2} J_1^2(\xi) \right\}. \quad (26)$$

В случае $k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ формула (26) дает

$$P_{c,1}^{\circ} \approx \frac{I_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{2} (k_0 a)^4 g^{3/2} + \frac{i_0^{\circ 2}}{c} \frac{\pi^2}{4} (k_0 a)^2 \frac{|\eta|}{g^{1/2}}. \quad (27)$$

Таким образом, для кольцевого излучателя малых электрических размеров $k_0 b g^{1/2} \ll k_0 a |\eta|^{1/2} \ll 1$ с неоднородным распределением тока (18) почти вся мощность излучения уходит в плазменные волны:

$$P_{w,1}^{\circ} \ll P_{c,1}^{\circ}, \quad P_{w,1}^{\circ} \ll P_{1,1}^{\circ} \ll P_{p,1}^{\circ} \sim P_{\Sigma,1}^{\circ}. \quad (28)$$

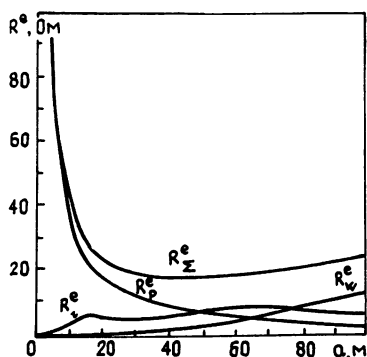


Рис 2

С увеличением радиуса рамки a излучаемая мощность перераспределяется по спектру возбуждаемых плоских волн в общих чертах аналогично рассмотренному выше случаю однородного кольцевого тока (6). Существенное отличие, однако, состоит в том, что величины a_1 (прежде всего) и a_2 , при которых сравниваются соответствующие парциальные мощности: $P_{p,1}^{\circ}(a_1) = P_{1,1}^{\circ}(a_1)$, $P_{1,1}^{\circ}(a_2) = P_{w,1}^{\circ}(a_2)$, в случае неоднородного тока ($i_0^{\circ} \neq 0$) сдвигаются в сторону больших значений. Это наглядно иллюстрируется представленной ниже табл. 1, отвечающей

простейшему распределению с $m = 1$ в (18), выбранным ранее (рис. 1) значениям параметров ω , N_e , N_0 и $b = 10^{-2}$ м.

i_0°/I_0°	$\alpha_1, \text{м}$	$\alpha_2, \text{м}$
0	5,5	71
0,01	7,2	71,8
0,05	12,2	72
0,1	16,7	72,1
0,5	48	75
$\infty (I_0^\circ=0)$	177	126

Зависимости полного $R_{\Sigma,1}^\circ = 2P_{\Sigma,1}^\circ/I_0^{\circ 2}$ и парциальных $R_{p,1}^\circ = 2P_{p,1}^\circ/I_0^{\circ 2}$, $R_{1,1}^\circ = 2P_{1,1}^\circ/I_0^{\circ 2}$, $R_{w,1}^\circ = P_{w,1}^\circ/I_0^{\circ 2}$ сопротивлений излучения от радиуса a для одного из приведенных в таблице значений $i_0^\circ/I_0^\circ = 0,5$ изображены на рис. 2. Обращает на себя внимание нарастающий с уменьшением a участок кривых $R_{p,1}^\circ(a)$ и $R_{\Sigma,1}^\circ(a)$, характерный для соответствующего электрического диполя. Нарастание происходит вплоть до аномально малых значений $a \sim b\epsilon^{1/2}|\eta|^{-1/2}$, не представляющих практического интереса, при $a \rightarrow 0$ $R_{p,1}^\circ$ и $R_{\Sigma,1}^\circ$ естественно, спадают до нуля.

5. Итак, учет неоднородности распределения кольцевого электрического тока имеет принципиальное значение и может приводить к существенному увеличению доли излучаемой мощности, идущей в плазменные волны. Если такое увеличение является нежелательным, необходимо обеспечивать максимальную однородность распределения. Условия такой "однородности", т.е. условия на предельно допустимую неоднородность (в нашем случае на отношение i_0°/I_0°), которая еще незначительна, извлекаются из представленных выше формул и, вообще говоря, довольно жесткие.

В заключение заметим, что все проведенное рассмотрение свидетельствует о насущной необходимости и важности построения теории тонких антенн в таких средах, позволившей бы находить реальные распределения токов. Вместе с тем довольно понятно, что даже в линейных условиях воздействие антенны на окружающую плазму может приводить к заметным изменениям излучательных характеристик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акиндинов В.В., Еремин С.М., Лишин И.В. //Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. №5. С. 833.
2. Беллестин Н.С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 1. С. 22.
3. Wang T.N.C., Bell T.F. //Radio Science. 1969. V.4. N2. P.167.
4. Bell T.F., Wang T.N.C. //IEEE Ant. Propag. 1971. V.AP-19. N 4. P.517.
5. Wang T.N.C., Bell T.F. //IEEE Ant. Propag. 1972. V.AP-20. N 3. P. 394.
6. Голубятников Г.Ю., Егоров С.В. и др. //ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 4. С. 124.

7. Вдовиченко И. А., Марков Г. А. и др. //Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. N 5. С. 216.
8. Марков Г. А. //Физика плазмы. 1988. Т. 14. N 9. С. 1094.
9. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука, 1967. - 684 с.
10. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. - М.: Наука, 1983. С. 40, 218, 745.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
12 июня 1990 г.

RADIATION OF WAVES IN WHISTLER RANGE IN MAGNETOACTIVE PLASMA. I

T. M. Zaboronkova, I. G. Kondrat'ev, A. V. Kúdrin

Radiation of the ring electric current in magnetoactive plasma in whistler frequency range is investigated. Particular attention is concentrated on the problem of the radiating power distribution variation over the spectrum of excited waves (plasma waves, waves of conical refraction, whistlers) with the variation of the radiator parameters. It is stated that under the conditions close to the ionospheric ones in a sufficiently wide interval of the ring radius values the main part of the radiation power is expended on waves of conical refraction. It is shown that the consideration of the current inhomogeneity along the ring is of the principal value and can lead in particular to an essential increase of the relative contribution of plasma waves.

УДК 681.7.068

**СДВИГ НУЛЯ В ВОЛОКОННОМ КОЛЬЦЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ
С ШИРОКОПОЛОСНЫМ ИСТОЧНИКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ***В. Н. Листвин, В. Н. Логозинский*

Показано, что поляризационный сдвиг нуля волоконного кольцевого интерферометра (ВКИ) определяется в основном стоковыми компонентами излучения, поляризованными по кругу и линейно под углом 45° к оси поляризатора. Двулучепреломляющий элемент между поляризатором и ответвителем в сочетании с широкополосным излучателем приводит к исчезновению сдвига нуля ВКИ, причем независимо от взаимной ориентации поляризатора ответвителя и двулучепреломляющего элемента.

При распространении некогерентного излучения в одномодовом волоконном световоде (ОВС) происходит деполяризация излучения вследствие частотной зависимости относительных фазовых сдвигов поляризационных мод световода. В волоконном кольцевом интерферометре это приводит к частичному усреднению сдвига нуля, вызванного анизотропией элементов ВКИ.

Принципиальная возможность использования эффекта деполяризации излучения для усреднения сдвига нуля обсуждалась в литературе [1]. Сдвиг нуля в первом порядке малости по амплитудному коэффициенту экстинкции ϵ возникает при интерференции волн, одна из которых прошла на входе и выходе ВКИ через разрешенное направление поляризатора, а другая прошла на входе через запрещенное направление, а на выходе - через разрешенное направление поляризатора. Эти волны проходят разный оптический путь, поэтому сдвиг в первом порядке по ϵ будет зависеть от разности фазовых набегов этих волн. При наличии "деполяризующего" световода в ВКИ разность фазовых набегов волн будет изменяться с частотой излучения, и, следовательно, ее можно усреднить с помощью широкополосного источника.

Деполяризующие свойства световода проявляются по-разному в зависимости от того, где он расположен - перед поляризатором [2], между поляризатором и контуром [3] или непосредственно в контуре ВКИ [4], и оттого, как ориентированы оси двулучепреломления световода относительно разрешенного направления поляризатора. Ориентация осей двулучепреломления в ВКИ изменяется неконтролируемым образом - локальные микроповороты вызываются случайными нерегулярностями световода (в этой работе они не рассматриваются); повороты световода как целого возникают при изготовлении элементов цельноволокнистого интерферометра.

В нашей работе показано, что разворот осей двулучепреломления сильнодвулучепреломляющего, как и однополяризационного, ОВС в контуре ВКИ приводит к сдвигу нуля, не зависящему от частоты излучения. Кроме того, показано, что разворот осей двулучепреломления световода, расположенного между поляризатором и контуром ВКИ, не приводит к

появлению сдвига нуля, а частотно-зависимый фазовый набег поляризационных мод в этом световоде преобразует не зависящую от частоты компоненту в сдвиге нуля ВКИ в зависящую от частоты. При этом "деполяризующие" свойства световода, расположенного между поляризатором и контуром, не зависят от ориентации его осей двулучепреломления, что упрощает применение такого способа уменьшения сдвига нуля в ВКИ.

Сдвиг нуля ВКИ (общее выражение)

Представим волну, вышедшую из ВКИ (рис. 1), в виде суммы двух волн: \vec{a} - волны, совершающей обход контура по часовой стрелке, и \vec{b} - против часовой стрелки. Каждая из этих волн при обходе контура приобретает вследствие эффекта Саньяка дополнительный набег фаз $\varphi_c/2$. Запишем выражение для интенсивности излучения на выходе ВКИ, пренебрегая зависимостью φ_c от частоты излучения:

$$I = \langle (\vec{E}_a(t) e^{i\varphi_c/2} + \vec{E}_b(t) e^{-i\varphi_c/2})^* (\vec{E}_a(t) e^{i\varphi_c/2} + \vec{E}_b(t) e^{-i\varphi_c/2}) \rangle = I_1 + \langle \vec{E}_a^* \vec{E}_b + \vec{E}_b^* \vec{E}_a \rangle \cos \varphi_c + i \langle \vec{E}_a^* \vec{E}_b - \vec{E}_b^* \vec{E}_a \rangle \sin \varphi_c, \quad (1)$$

где $\vec{E}(t)$ - аналитический сигнал случайного векторного колебания, соответствующий частично поляризованному излучению, распространяющемуся в ОВС. Знак + означает эрмитово сопряжение, $\langle \rangle$ - знак усреднения по ансамблю статистически однородных источников излучения.

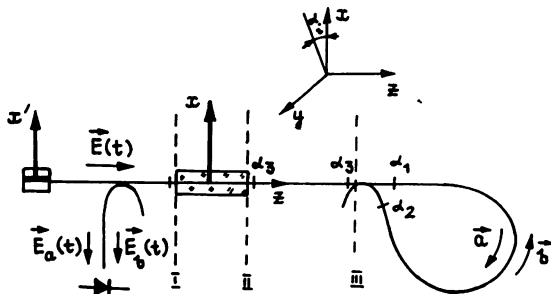


Рис. 1.

Схема ВКИ. Ось x направлена вдоль разрешенного направления поляризатора; α_i - углы разворота осей двулучепреломления ОВС.

Второе слагаемое в (1) описывает изменение интенсивности на выходе ВКИ по закону $\cos \varphi_c$, как и в случае одномодового интерферометра Саньяка. В ОВС распространяются две поляризационные моды, поэтому в интерферометре возникает дополнительный сдвиг фаз (третье слагаемое). Этот дополнительный сдвиг фаз отсутствует в схеме ВКИ с поляризационной фильтрацией или при использовании деполяризованного источника излучения [5, 6].

Преобразуем (1), введя обозначения для сдвига нуля φ :

$$I = I_1 + M \cos(\varphi + \varphi_c),$$

$$\varphi = \arcsin \frac{i}{M} \langle \vec{E}_a^+ \vec{E}_b - \vec{E}_b^+ \vec{E}_a \rangle, \quad (2)$$

$$M = 2(\langle \vec{E}_a^+ \vec{E}_b \rangle \langle \vec{E}_b^+ \vec{E}_a \rangle)^{1/2}.$$

Примем, что источник излучения стационарный, а ОВС - линейная система с постоянными параметрами. Тогда мы можем использовать спектральное разложение для поля ВКИ:

$$\vec{E}(t) = 2 \int_0^{\infty} \vec{e}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (3)$$

При малых потерях основной моды ОВС является идеальным пространственным фильтром, а связь основной моды с вытекающими модами световода можно не учитывать. В таком ОВС деполаризация обусловлена в основном частотной зависимостью фазовых сдвигов поляризационных мод, а вклад эффектов рассеяния пренебрежимо мал. Эволюцию комплексной амплитуды $\vec{e}(\omega)$ поляризационных мод ОВС можно описать с помощью матрицы $[2 \times 2]$, совпадающей в приближении плоских волн с матрицей Джонса:

$$\vec{E}_{a,b}(t) = 2 \int_0^{\infty} \hat{U}_{a,b}(\omega) \vec{e}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (4)$$

Во взаимной схеме ВКИ (рис. 1) поляризационный фильтр выделяет одну моду, волны \vec{a} и \vec{b} проходят навстречу через одни и те же элементы ВКИ и, таким образом, матрицы \hat{U}_a и \hat{U}_b связаны друг с другом. Матрицы Джонса каждого отдельного элемента интерферометра для прямой и обратной волны связаны операцией транспонирования [5, 8]. Встречные волны \vec{a} и \vec{b} проходят элементы контура ВКИ в обратном порядке, и, следовательно, матрицы контура ВКИ $\hat{C}_a = \sum_{i=1}^N \hat{C}_i \equiv \hat{C}$, $\hat{C}_b = \sum_{i=N}^1 \hat{C}_i^T = \hat{C}^T$ также связаны операцией транспонирования. С другой стороны, так как волны \vec{a} и \vec{b} проходят туда и обратно через один и тот же фильтр, то $\hat{U}_a = \hat{F}^T \hat{C}_a \hat{F}$, $\hat{U}_b = \hat{F}^T \hat{C}_b \hat{F}$ и $\hat{U}_a = \hat{U}_b^T \equiv \hat{U}$.

Учитывая, что спектральные амплитуды излучения δ -коррелированы и что $\langle \vec{e}^+ \hat{U} \vec{e} \rangle = \langle \sum_{i,j} e_i^+ U_{ij} e_j \rangle = \text{Sp } \hat{U} \hat{g}_0$, где \hat{g}_0 - матрица спектральных плотностей источника излучения [7], выражения для φ и M можно представить в виде

$$\varphi = \arcsin \frac{i}{M} \int_0^{\infty} d\omega \text{Sp}[(\hat{U}^* \hat{U} - \hat{U}^* \hat{U}^T) \hat{g}_0],$$

$$N = \left(\int_0^{\infty} d\omega \operatorname{Sp} \hat{U}^* \hat{U} \hat{g}_0 \int_0^{\infty} d\omega \operatorname{Sp} \hat{U}^* \hat{U}^T \hat{g}_0 \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что сдвиг зануляется, когда источник излучения полностью деполаризован ($\hat{g}_0(\omega) = B(\omega)\hat{E}$, где \hat{E} - единичная матрица) и когда матрица \hat{U} симметрична.

Влияние поляризационной анизотропии элементов сдвига нуля ВКИ зависит оттого, как они расположены в контуре ВКИ. Сдвиг нуля появится только при наличии поляризационной анизотропии в элементах контура ВКИ, через которые волны \vec{a} и \vec{b} проходят во встречном направлении. Через поляризационные элементы, расположенные между поляризатором и контуром (между плоскостями II и III, рис. 1), волны \vec{a} и \vec{b} проходят в одном и том же направлении, и их поляризационная анизотропия приводит только к изменению величины сдвига нуля. Это видно из того, что во взаимной схеме ВКИ $\hat{U} = \hat{F}^T \hat{C} \hat{F}$, и поэтому если матрица \hat{C} симметрична, то матрица \hat{U} также симметрична вне зависимости от вида матрицы \hat{F} .

Учет влияния элементов, расположенных между поляризатором и приемником излучения, упрощается, если можно пренебречь их дихроизмом. Тогда можно полагать, что интерференция излучения происходит непосредственно на выходе поляризатора в плоскости I (рис. 1). Источник излучения также можно рассматривать находящимся в этой плоскости, если ввести эквивалентную матрицу спектральных плотностей,

$$\hat{g} = \hat{\Lambda} \hat{g}_0 \hat{\Lambda}^+ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Q_0 + Q_1 & Q_2 + iQ_3 \\ Q_2 - iQ_3 & Q_0 - Q_1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\hat{\Lambda}$ - матрица, описывающая поляризационную анизотропию элементов, расположенных между источником излучения и поляризатором.

Для того чтобы учесть влияние поляризационного фильтра, воспользуемся его эквивалентным представлением в виде линейного поляризатора с матрицей $\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$, помещенного между двумя фазовыми пластинками с матрицами \hat{V}_1 и \hat{V}_2 :

$$\hat{F} = \hat{V}_2 \hat{\Lambda} \hat{V}_1. \quad (7)$$

Действие первой фазовой пластинки учтем, включив ее в матрицу $\hat{\Lambda}$, приводящую к изменению состояния поляризации на входе линейного поляризатора. Действие второй фазовой пластинки учтем, включив ее в матрицу \hat{V} , описывающую поляризационную анизотропию элементов, расположенных между линейным поляризатором и контуром ВКИ.

Следовательно, задача определения сдвига нуля в ВКИ с произвольным поляризатором сводится к соответствующей задаче с

линейным поляризатором. При этом спектральные и поляризационные свойства источника излучения описываются матрицей \hat{g} , а матрица \hat{U} связана с матрицей контура ВКИ \hat{C} соотношением

$$\hat{U} = \hat{\Lambda} \hat{B}^T \hat{C} \hat{B} \hat{\Lambda} \equiv \hat{\Lambda} \hat{N} \hat{\Lambda}. \quad (8)$$

Подставим (8) в (5), тогда выражение для φ в первом порядке малости по ε и выражение для M в нулевом порядке по ε можно представить в виде

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{N} \int_0^{\infty} d\omega \operatorname{Im}[\nu_{11}^* (c_{21} - c_{12}) g_{21}],$$

$$M = \int_0^{\infty} d\omega |\nu_{11}|^2 g_{11}, \quad (9)$$

где $g_{21} = Q_2 - iQ_3$ и c_{12} , c_{21} - соответственно недиагональные элементы матрицы спектральной плотности \hat{g} и матрицы контура ВКИ \hat{C} , Q_2 и Q_3 - спектральные параметры вектора Стокса, ν_{11} и $g_{11} = (Q_0 + Q_1)/2$ - диагональные элементы матриц \hat{N} и \hat{g} .

Таким образом, в рассматриваемом приближении сдвиг нуля обусловлен только компонентами излучения, поляризованными по кругу (Q_3) и поляризованными линейно под углом 45° к разрешающему направлению (Q_2).

Матрицы Джонса элементов ВКИ

1. *Суперлюминесцентный диод (СЛД)*. В режиме усиления спонтанного излучения в изотропной среде отсутствует корреляция между ортогонально-поляризованными компонентами поля и излучение полностью деполаризовано. Однако в СЛД различаются коэффициенты усиления ортогонально-поляризованных мод планарного волновода, поэтому излучение СЛД частично поляризовано, так что $\langle E_x E_y^* \rangle = 0$, $\langle |E_x|^2 \rangle / \langle |E_y|^2 \rangle = 0,5 + 0,8$ (ось y' лежит в плоскости p/n -перехода, ось x' перпендикулярна этой плоскости). Компоненты E_x и E_y , одинаковым образом зависят от частоты излучения, и матрицу спектральных плотностей СЛД можно факторизовать, представив ее в виде произведения нормированной спектральной плотности излучения

$$B(\omega) \propto \exp\left[\frac{i(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega^2}\right] \text{ на матрицу когерентности } \hat{g}(\omega) = B(\omega) \hat{J}_\alpha,$$

где

$$\hat{J}_\alpha = \int_0^{\infty} \hat{g}_0(\omega) d\omega = \hat{R}(-\alpha) \hat{J} \hat{R}(\alpha) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 + iS_3 \\ S_2 - iS_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{J} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \langle |E_{x'}|^2 \rangle, & 0 \\ 0, & \langle |E_{y'}|^2 \rangle \end{pmatrix}, \quad (10)$$

α - угол между нормалью к плоскости p/n -перехода и разрешенным направлением линейного поляризатора.

При $\alpha = 0$ $S_2 = S_3 = 0$ и, как следует из (9), сдвиг отсутствует. При изменении угла α состояние поляризации на входе в поляризатор изменяется и появляется компонента $S_2 = \sin\alpha \cos\alpha (\langle |E_{x'}|^2 \rangle - \langle |E_{y'}|^2 \rangle)$.

В цельноволокном кольцевом интерферометре состояние поляризации на входе в поляризатор (плоскость $\bar{1}$) зависит не только от угла α , но и от параметров поляризационной анизотропии световодов и смесителя, расположенных между источником излучения и поляризатором (выражение (6)). Их действие приводит как к появлению линейно поляризованной компоненты (S_2), так и компоненты излучения, поляризованной по кругу (S_3). Параметры анизотропии этих волоконных световодов и, соответственно, состояние поляризации на входе в поляризатор при изменении внешних условий изменяются случайным образом. При оценке величины сдвига будем полагать, что $S_1 \approx S_2 \approx S_3$ и что излучение частично поляризовано со степенью поляризации $p = (1/S_0)(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2} = 0, 2$.

2. Волоконно-оптический ответвитель. В сварном ответвителе связь между пространственными модами световодов осуществляется в зоне сплавления. В этой зоне модовое пятно сравнимо с сечением световода и поэтому влияние параметров анизотропии световода на связь между световодами мало. Экспериментально наблюдаемая величина поляризационной анизотропии сварной зоны составляет несколько процентов, что связано с ее чисто геометрической анизотропией.

Изготовление сварного ответвителя сопровождается релаксацией механических напряжений типа скрутки с их последующим запоминанием. А так как при изготовлении отсутствует контроль этих напряжений, оси двулучепреломления световодов на входе и выходе из зоны сплавления могут быть ориентированы произвольным образом. В рамках этой модели матрицы Джонса ответвителя (на "проход" и на "отражение"), пренебрегая поляризационной анизотропией в зоне сплавления, можно представить в виде

$$\hat{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{E}, \quad \hat{D} = \frac{i}{\sqrt{2}} \hat{E}, \quad (11)$$

где \hat{E} - единичная матрица.

3. Волоконно-оптический поляризатор. Он представляет собой линейный дихроичный элемент, расположенный между двумя отрезками световодов. Поскольку ось x направлена вдоль разрешенного направления поляризатора, его матрица Джонса диагональна:

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix}.$$

Отсчет углов разворота осей двулучепреломления световодов, как видно из рисунка, ведется от оси x - разрешенного направления поляризатора.

4. ОВС. На длине биений поглощение излучения в кварцевых световодах мало, поэтому при рассмотрении поляризационных эффектов можно не учитывать дихроизм в ОВС. Тогда матрица Джонса ОВС унитарна, и по теореме эквивалентности ее можно представить как комбинацию линейной фазовой пластинки с фазовой задержкой ψ и вращателя $\hat{R}(\alpha)$:

$$\hat{L} = \hat{R}(\alpha_2) \hat{\Phi}(\psi) \hat{R}(\alpha_1) e^{i\xi}. \quad (12)$$

Это представление позволяет единым образом описать как слабодвулучепреломляющие ОВС, так и ОВС с сильным линейным двулучепреломлением. В слабодвулучепреломляющем ОВС параметры α_1 , α_2 и ψ не имеют определенного физического смысла и могут изменяться в широких пределах при изменении внешних условий, а их зависимость от частоты в полосе излучения суперлюминесцентного диода можно пренебречь. В сильнодвулучепреломляющих ОВС в отсутствие случайной связи между поляризационными модами эти параметры имеют следующий смысл: α_1 и α_2 - разворот осей двулучепреломления относительно разрешенного направления поляризатора, и они, естественно, не зависят от частоты излучения, $\psi = (\beta_1 - \beta_2)L/2$ зависит от частоты приблизительно по линейному закону; здесь β_1 и β_2 - постоянные распространения поляризационных мод, L - длина световода в контуре, $\xi = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} L$.

Сильнодвулучепреломляющие ОВС, не сохраняющие поляризацию излучения на всей длине, соответствуют промежуточному случаю и не могут быть корректно описаны в рамках этой модели.

Влияние разворота осей двулучепреломления ОВС на сдвиг нуля ВКИ

1. Слабодвулучепреломляющий ОВС в контуре ВКИ. В отсутствие поляризационной анизотропии в элементах, расположенных между поляризатором и контуром,

$$\hat{C} = \hat{D}^T \hat{R}(\alpha_2) \hat{\Phi}(\psi) \hat{R}(\alpha_1) \hat{T}, \quad \hat{B} = \hat{E}, \quad \hat{N} = \hat{C}.$$

Пренебрегая зависимость α_1 , α_2 и ψ от частоты излучения, из (9) получаем

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{M} [S_3 \sin 2(\alpha_1 - \alpha_2) (1 + \cos 2\psi) + S_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cos(\alpha_1 + \alpha_2)],$$

$$M = [\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2) \cos^2 \psi + \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2) \sin^2 \psi] (S_0 + S_1). \quad (13)$$

В отсутствие системы стабилизации состояния поляризации в контуре α_1 , α_2 и ψ - независимые случайные величины и поэтому коэффициент M и сдвиг нуля ВКИ φ могут изменяться в широких пределах. Система стабилизации поляризации определяет связь между

этими величинами. В качестве оценки сдвига нуля можно положить

$$\langle \varphi^2 \rangle^{1/2} = \frac{\langle (M - \langle M \rangle)^2 \rangle^{1/2}}{\langle M \rangle} \epsilon p. \text{ При } \epsilon = 10^{-2}, p = 0,2 \text{ и } \frac{\langle (M - \langle M \rangle)^2 \rangle^{1/2}}{\langle M \rangle} =$$

$$= 0,1 \text{ получаем } \langle \varphi^2 \rangle^{1/2} = 2 \cdot 10^{-4}.$$

2. Сильнодвулучепреломляющий ОВС в контуре ВКИ. В сильнодвулучепреломляющем ОВС, где $|\gamma(\psi)| < 1$, $\gamma(\psi) = \int_0^{\infty} B(\omega) \exp(i\psi) d\omega$ - комплексная функция когерентности, из (9) имеем

$$\varphi = \frac{\epsilon S_3}{2M} \sin 2(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$M = \frac{1}{4} [\cos^2(\alpha_1 - \alpha_2) + \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2)](S_0 + S_1). \quad (14)$$

Сдвиг зануляется при $\alpha_1 = \alpha_2$, когда оси двулучепреломления ОВС на входе и выходе контура совпадают. Коэффициент M зависит не только от разности $\alpha_1 - \alpha_2$, но и от их суммы. При произвольных значениях α_1 и α_2 фазовая ошибка может достигать значительных величин. Так, при $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi/4$ $M/M_{\max} = 1/2$ и $|\varphi| \approx \epsilon p/2 = 10^{-3}$.

Для практических приложений существенна не сама величина сдвига нуля ВКИ, а его флуктуации. Учитывая, что состояние поляризации излучения на входе в поляризатор может изменяться случайным образом при изменении внешних условий, полученную выше оценку можно рассматривать как оценку дисперсии сдвига нуля.

Таким образом, разворот осей двулучепреломления световодов в контуре ВКИ приводит к появлению компоненты в сдвиге нуля в первом порядке малости по ϵ , которая не усредняется даже в случае, когда разность групповых запаздываний поляризационных мод в контуре значительно превосходит время когерентности источника излучения.

Качественно это объясняется тем, что при развороте осей двулучепреломления ОВС в контуре ВКИ на одну и ту же поляризационную моду ОВС проектируются как волна, прошедшая на входе через разрешенное направление поляризатора, так и волна, прошедшая через запрещенное направление поляризатора. При круговом входном состоянии поляризации излучения на входе в ВКИ (S_3) эти волны сдвинуты по фазе на $\pi/2$ и их интерференция на выходе приводит к появлению в отклике ВКИ дополнительной квадратурной компоненты $S_3 \epsilon \sin \varphi_c$, что, в свою очередь, приводит к появлению сдвига нуля $\sim S_3(\epsilon/M)$. Так как в контуре ВКИ эти две волны соответствуют одной и той же поляризационной моде, то их вклад в сдвиг не зависит от разности постоянных распространения поляризационных мод в контуре и, следовательно, оценка (14) может быть применена не только к сильнодвулучепреломляющему ОВС, но и, например, к однополяризационному ОВС в контуре ВКИ.

3. Сдвиг нуля ВКИ с "деполяризующим" ОВС. Как уже отмечалось ранее, поляризационная анизотропия элементов, расположенных между поляризатором и контуром ВКИ, не приводит к появлению невязимой фа-

зовой ошибки, а только изменяет ее величину. Но действие этих элементов может привести к преобразованию не зависящей от частоты излучения компоненты в сдвиге нуля в зависящую от частоты, и, следовательно, она может быть усреднена в полосе излучения СЛД. Рассмотрим влияние на сдвиг нуля ВКИ отрезка световода, расположенного между поляризатором и контуром ВКИ, с большим двулучепреломлением. Пусть оси двулучепреломления световода развернуты на угол α_3 относительно разрешенного направления поляризатора, тогда

$$\hat{B} = \hat{R}(-\alpha_3) \hat{\Phi}(\eta) \hat{R}(\alpha_3).$$

Учитывая, что η - разность фазовых набегов поляризационных мод в световоде - зависит линейно от частоты излучения, из (9) при $|\gamma(\psi)| \ll 1$ находим

$$\varphi = \frac{\epsilon}{2M} \sin 2(\alpha_1 - \alpha_2) [S_3 \operatorname{Re} \gamma(\eta) - S_2 \cos 2\alpha_3 \operatorname{Im} \gamma(\eta)]. \quad (15)$$

Как видно из (15), при $|\gamma(\eta)| \ll 1$, т.е. когда волоконный световод, расположенный между поляризатором и контуром ВКИ, проявляет деполаризующие свойства, сдвиг нуля в первом порядке по ϵ усредняется, причем эффективность усреднения практически не зависит от угла разворота световода. Масштабный коэффициент также слабо зависит от угла разворота деполаризующего световода α_3 . При $\alpha_3 = 0, \pi/2$ он достигает максимального значения, совпадающего с (14), а при $\alpha_3 = \pi/4, 3\pi/4$ - минимального значения,

$$M \frac{\pi}{4} = \frac{S_0 + S_1}{8} [1 + \cos^2(\alpha_1 - \alpha_2) + \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2)].$$

Таким образом, в работе получены соотношения для сдвига нуля ВКИ и проанализирована его зависимость от группового запаздывания поляризационных мод и разворота осей двулучепреломления. Показано, что отрезок "деполаризующего" световода, расположенный между поляризатором и контуром, независимо от его ориентации уменьшает величину сдвига нуля, обусловленную разворотом осей двулучепреломления в контуре ВКИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fridericks R.J., Ulrich R. // Electron.Lett. 1984. V.20. P.330.
2. Müller R.P., Burns W.K. // Electron.Lett. 1983. V.19. P.187.
3. Jones J., Parker J.W. // Electron.Lett. 1986. V.22. N 1. P.54.
4. Bohm K., Marten P., Petermann K., Weidel E. // Electron.Lett. 1981. V.17. N 10. P.352.
5. Schiffner G., Leeb W.R., Krammer H., Wittmann J. // Appl.Opt. 1979. V.18. N 13. P.2096.
6. Козел С.М., Колесов Ю.И., Листвин В.Н., Шаталин С.В. // Опт. и спектр. 1985. Т.59. Вып.1. С.180.
7. Грудикин А.Б., Сулимов В.Б. // Труды ИОФАН. 1987. Т.5. С.18.
8. Молчанов В.Я., Скромный Г.В. // Сб. Квантовая электроника. - М.: Сов. радио, 1971. N 4. С.3.

PHASE SHIFT IN FIBER RING INTERFEROMETER
WITH BROAD-BAND LIGHT SOURCE

V.N. Listvin, V.N. Logozinskij

The phase shift in a fiber ring interferometer (FRI) depends mainly on the Stock's components being light-circularly polarized and lineary polarized at the angle of 45° with respect to the polarizer axis. A birefringent element between the polarizer and the coupler in combination with a low coherence light source results in vanishing phase shift for FRI independently on mutual orientation of coupler, polarizer and birefringent element.

УДК 621.371; 621.317

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ПРОЦЕССАМИ,
СВЯЗАННЫМИ ДИСКРЕТНО-АНАЛОГОВЫМИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ**

И. Г. Замек, А. Н. Малахов

Выявлен класс дискретно-аналоговых преобразований, обладающих свойством инвариантности по отношению к энергетическим характеристикам преобразуемых процессов. Это свойство заключается в том, что энергетические характеристики непрерывного процесса и импульсного, полученного из непрерывного путем дискретно-аналогового преобразования, точно совпадают независимо от соотношения между полосой спектра частот преобразуемого процесса и частотой дискретизации. Показана возможность практического применения преобразований этого вида для измерения энергетических характеристик широкополосных процессов и волновых полей с помощью низкочастотной аппаратуры.

История изучения свойств дискретного представления непрерывных процессов насчитывает почти семь десятилетий, за которые было опубликовано большое число работ (см., например, [1-6]. В [6] приведена библиография, содержащая около 250 источников). Несмотря на большое число публикаций ряд свойств дискретного и дискретно-аналогового преобразований рассмотрены недостаточно. Настоящая статья посвящена изучению соотношения мощностей непрерывного процесса $X(t)$ и процесса $V(t)$, полученного в результате дискретно-аналогового преобразования $X(t)$. Основное внимание уделено случаю, когда полоса спектра дискретизируемого процесса превышает частоту дискретизации. В этом случае возникают сильное наложение спектра и значительные искажения формы дискретизируемого процесса.

1. При дискретно-аналоговом преобразовании непрерывного процесса $X(t)$ образуется последовательность $V(t)$ импульсов одинаковой формы $g(t)$ с амплитудой, модулированной значениями дискретных отсчетов $X(nT)$:

$$V(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT)g(t - nT), \quad (1)$$

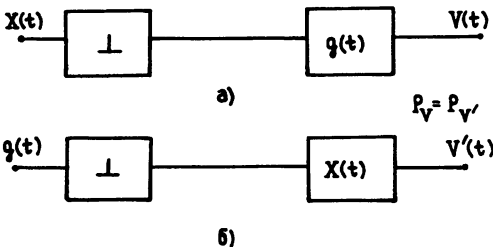


Рис. 1.

T - период взятия отсчетов. Как известно (см., например, [2]), дискретно-аналоговую обработку можно представить в виде преобразования непрерывного процесса $X(t)$ линейной импульсной системой, содержащей импульсный элемент и эквивалентный аналоговый фильтр с импульсной переходной характеристикой $g(t)$, рис. 1а. Связь спектров процессов $V(t)$ и $X(t)$ рассматривалась в литературе в основном для тех случаев, когда

$X(t)$ является детерминированным или случайным стационарным процессом [1-9], и определяется выражением

$$S_v(\omega) = \frac{G(\omega)}{T^2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} S_x(\omega - p\Omega_0), \quad (2)$$

где $S_v(\omega)$ - спектральная плотность мощности процесса $V(t)$; $G(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2$ - квадрат модуля спектра импульса $g(t)$ (частотная характеристика эквивалентного фильтра); $S_x(\omega)$ - спектральная плотность мощности процесса $X(t)$; $\Omega_0 = 2\pi/T$ - частота дискретизации.

Для средней мощности импульсного процесса $V(t)$ из (2) получаем известную формулу

$$\langle V^2 \rangle = P_v = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \sum_{p=-\infty}^{\infty} S_x(\omega + p\Omega_0) d\omega. \quad (3)$$

2. Меняя в (3) порядок интегрирования и суммирования и производя замену переменной ω на $\omega + p\Omega_0$, можно представить (3) в виде

$$P_v = \frac{1}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \sum_{p=-\infty}^{\infty} G(\omega + p\Omega_0) d\omega. \quad (4)$$

Этот результат может быть интерпретирован следующим образом: если в линейной импульсной системе, представленной на рис. 1а, входной процесс и импульсную переходную характеристику $g(t)$ аналогового фильтра поменять друг с другом местами, то мощности процессов на выходах полученной (рис. 1б) и исходной систем будут одинаковы. Подчеркнем, что преобразования спектров в этих двух случаях будут существенно отличаться друг от друга. Из (4) видим, что мощность процесса $V(t)$ будет пропорциональна мощности процесса $X(t)$:

$$P_v = KP_x, \quad (5)$$

если выполняется условие

$$\frac{1}{T^2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} G(\omega + p\Omega_0) = K = \text{const.} \quad (6)$$

Соотношение (6) определяет класс дискретно-аналоговых преобразований, инвариантных относительно энергетических характеристик процессов $X(t)$ и $V(t)$. Здесь замечательно то, что по форме и полосе спектра частот процессы $X(t)$ и $V(t)$ могут существенно отличаться друг от друга.

Рассмотрим несколько примеров дискретно-аналоговых преобразований, обладающих указанным свойством инвариантности (6).

Пример 1. Пусть импульсная переходная характеристика $g(t)$ имеет вид прямоугольного импульса длительности T . Подобное устройство, образующее примыкающие друг к другу импульсы прямоугольной формы с амплитудой, определяемой дискретными значениями $X(nT)$, в литературе

по дискретной обработке сигналов и измерительной технике получило название устройства взятия выборок (Sample and Hold) или устройства дискретизации. В рассматриваемом случае функция $G(\omega)$ имеет вид

$$G(\omega) = \frac{\sin^2 \omega T / 2}{(\omega / 2)^2} \quad (7)$$

Подставляя $G(\omega)$ в (4) и учитывая, что $\sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\omega + p\Omega_0)^2} = \frac{T^2}{4\sin^2(\omega T / 2)}$

[7], нетрудно показать*, что функция $G(\omega)$ данного вида удовлетворяет условию (6), причем $K \equiv 1$. Следовательно, при таком дискретно-аналоговом преобразовании мощности процессов $X(t)$ и $V(t)$ равны $P_v = P_x$.

Из (2) и (7) запишем спектральную плотность мощности процесса $V(t)$:

$$S_v(\omega) = \frac{\sin^2(\omega T / 2)}{(\omega T / 2)^2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} S_x(\omega + p\Omega_0). \quad (8)$$

Из (8) видим, что если процесс $X(t)$ может быть как угодно широкополосным, то полученный из него процесс $V(t)$ является низкочастотным, так как высокочастотные компоненты спектра

$\sum_{p=-\infty}^{\infty} S(\omega + p\Omega_0)$ подавляются множителем $\frac{1}{T^2} G(\omega) = \frac{\sin^2(\omega T / 2)}{(\omega T / 2)^2}$, резко спадающим при частотах $\omega > \pi / T$. Таким образом, в результате взятия отсчетов $X(nT)$ и запоминания их на длительность периода дискретизации образуется низкочастотный импульсный процесс $V(t)$, эффективное значение (мощность) которого в точности равно эффективному значению (мощности) непрерывного широкополосного процесса $X(t)$.

Установленные свойства инвариантных дискретно-аналоговых преобразований позволяют использовать их, например, для измерения мощности (эффективного значения) широкополосных процессов с помощью низкочастотных измерительных устройств. Полоса частот существующих измерителей эффективных значений составляет, как правило, десятки мегагерц. Преобразуя входной процесс с помощью линейной импульсной системы, обладающей свойством инвариантности (6), можно осуществить измерения в полосе вплоть до нескольких гигагерц с помощью низкочастотного измерителя. Исключение могут составлять лишь дискретные гармонические составляющие, которые строго синфазны с частотой дискретизации, если такие составляющие содержатся в исследуемом сигнале. Правильный учет и этих составляющих легко осуществить, применяя фазовую модуляцию последовательности дискретизирующих импульсов относительно фазы дискретных гармоник [10, 11].

Пример 2. Пусть функция $g(t)$ в (1) имеет вид $g(t) = \sin \Delta t / \Delta t$. При этом $G(\omega)$ оказывается равномерна в интервале частот $[-\Delta; \Delta]$ и равна нулю вне этого интервала. Легко видеть, что $G(\omega)$ будет удовлетворять условию (6) с $K \equiv 1$ в том случае, когда $\Delta = \Omega_0 / 2$, так

как $\sum_{p=-\infty}^{\infty} G(\omega + p\Omega_0)$ представляет собой равномерный спектр, составленный из полос шириной 2Δ , вплотную примыкающих друг к другу.

*См. также Интегралы и ряды. Прудников А. П., Бычков Д. А., Маричев О. И. - М.: Наука, 1981. С. 685, 5.1.25. 3 при $b = 0$.

Если полоса спектра процесса $X(t)$ меньше $\Omega_0/2$, то в рассматриваемом случае (1) переходит в известное преобразование Котельникова. При этом $V(t) = X(t)$ и, следовательно, $P_V = P_X$.

Особый интерес представляет другой случай, когда полоса спектра частот процесса $X(t)$ много шире $\Omega_0/2$ (т.е. не выполняется известное условие теоремы Котельникова). При этом форма и спектры процессов $X(t)$ и $V(t)$ будут существенно отличаться друг от друга, а мощности совпадать. При этом процесс $V(t)$ является низкочастотным - его спектр ограничен частотой $\Omega_0/2$. Следовательно, для измерения мощности или эффективного значения широкополосных процессов с помощью низкочастотной аппаратуры может быть использовано также и данное дискретно-аналоговое преобразование.

Еще один достаточно широкий класс функций $G(\omega)$, при которых мощности процессов $X(t)$ и $V(t)$ равны, рассмотрен в [12].

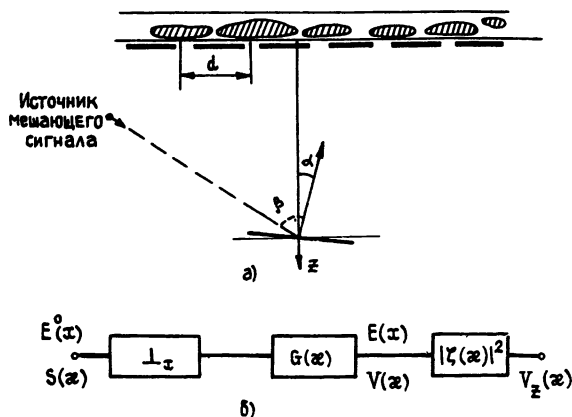


Рис 2

3. Наличие известной аналогии между колебательными и волновыми явлениями [13] позволяет использовать полученные в данной работе результаты при решении некоторых волновых задач. Рассмотрим дифракцию плоской волны на периодическом дифракционном экране, перед которым расположен слой со случайными неоднородностями (рис. 2а). Поле $E(x)$ на выходе дифракционного экрана представляет последовательность импульсов со случайной амплитудой E_n , форма которых определяется коэффициентом пропускания щели экрана $A(x)$:

$$E(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n A(x - nd), \quad (9)$$

где $E_n = E_x^0(nd)$ - выборки случайно-неоднородного поля $E^0(x)$ перед экраном (на выходе слоя, содержащего случайные неоднородности); d - период экрана. Обозначим угловой спектр поля на выходе слоя со случайными неоднородностями через $S(\alpha)$. Угловой спектр поля за дифракционным экраном можно записать (см. [13])

$$V(\alpha) = \frac{1}{d^2} G(\alpha) \sum_{p=-\infty}^{\infty} S(\alpha - k_0 p), \quad (10)$$

где $G(\alpha) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} A(x) \exp(i\alpha x) dx \right|^2$; $k_0 = 2\pi/d$. Легко видеть, что

преобразование углового спектра поля в рассматриваемой дифракционной задаче можно представить, по аналогии с временной дискретизацией, как результат пространственной дискретизации поля импульсной системой, приведенной на рис. 2б (знак \perp_x введен для отличия от случая временной дискретизации). Пусть мы принимаем излучение от экрана с помощью антенны с диаграммой направленности $\Gamma(\alpha)$, расположенной на расстоянии Z от экрана. Пространство за экраном действует аналогично пространственному фильтру с частотной характеристикой [13]:

$$|\zeta(\alpha)|^2 = \begin{cases} 1 & \text{при } \alpha^2 \leq k^2 \\ \exp(-2\sqrt{\alpha^2 - k^2}) & \text{при } \alpha^2 > k^2 \end{cases}, \quad (11)$$

где $k = 2\pi/\lambda$; λ - длина волны. Запишем для углового спектра поля в плоскости антенны (рис. 2б):

$$V_z(\alpha) = |\zeta(\alpha)|^2 \frac{1}{d^2} G(\alpha) \sum_{p=-\infty}^{\infty} S(\alpha - \frac{2\pi}{d} p). \quad (12)$$

Предположим, что диаграмма направленности антенны $\Gamma(\alpha)$ существенно уже не только функции $|\zeta(\alpha)|^2$, что всегда выполняется, но и углового спектра поля $G(\alpha)$. Тогда для среднего квадрата выхода антенны при малых углах α , используя соотношения (8.16) и (8.17) работы [13], из (10) получим

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{d^2} \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(\alpha + k\alpha)|^2 \sum_{p=-\infty}^{\infty} S(\alpha - pk_0) d\alpha, \quad (13)$$

где α - угол между нормалью к плоскости антенны и нормалью к дифракционному экрану. Выражение (13) является аналогом выражения для мощности процесса при дискретизации во времени (3). Для расчета среднего квадрата выхода антенны может быть использовано выражение, аналогичное (4):

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{d^2} \int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha) \sum_{p=-\infty}^{\infty} |\Gamma(\alpha + k\alpha - pk_0)|^2 d\alpha. \quad (14)$$

Из результатов данной работы следует, что для антенны с размером апертуры, совпадающим с периодом d дифракционного экрана, средний квадрат выхода будет равен интенсивности поля волны. Действительно, диаграмма направленности такой антенны имеет вид $\Gamma(\alpha) = \sin \alpha d/2 \times (\alpha/2)^{-1}$, и, как следует из полученных выше результатов, входящая в

(14) сумма $\frac{1}{d^2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} |\Gamma(\alpha + k\alpha - pk_0)|^2 \equiv 1$. Следовательно, в этом

случае средний квадрат выхода антенны точно равен интенсивности I поля на выходе слоя, содержащего случайные неоднородности:

$$\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(\alpha) d\alpha \equiv I. \quad (15)$$

Установленное свойство может быть использовано, например, для измерения интенсивности флуктуирующего излучения, угловой спектр

которого шире диаграммы направленности антенны. При измерении интенсивности поля с широким угловым спектром антенной с "узкой" диаграммой направленности (без периодического экрана) необходимо было бы осуществить сканирование антенны, производить многократные измерения, применять специальную обработку результатов измерений. При этом результат измерения будет приближенным. В то же время сочетание периодического экрана и антенны, апертура которой равна периоду экрана, позволяет точно измерить интенсивность излучения в результате одного измерения без применения сканирования и специальной обработки.

Другим примером эффективного применения такого сочетания антенны и дифракционного экрана является случай, когда измерения интенсивности флуктуирующего излучения с широким угловым спектром приходится проводить при наличии мешающего сигнала с узким угловым спектром, приходящего с некоторого направления β (рис. 2а). При сканировании антенны с "узкой" диаграммой направленности, необходимым для измерения интенсивности излучения с широким угловым спектром, в результате измерения неизбежно войдет и интенсивность мешающего сигнала. Применение сочетания периодического экрана и антенны, апертура которой равна периоду экрана, позволяет измерить полную интенсивность излучения и в то же время существенно снизить влияние мешающего сигнала на результаты измерений путем ориентации антенны минимумом ее диаграммы направленности на источник мешающего сигнала.

В заключение следует подчеркнуть, что в настоящей работе отнюдь не введен новый вид оценок мощности. Установленное равенство мощности широкополосного входного и низкочастотного преобразованного процессов при инвариантных дискретно-аналоговых преобразованиях носит характер точной зависимости. Об оценке мощности можно говорить, лишь рассматривая измерение преобразованного низкочастотного процесса реальным измерителем с конечным временем усреднения, который, собственно, и дает такую оценку. Здесь не возникает новых, по сравнению с известными, проблем со смещенностью и состоятельностью оценки мощности обычного низкочастотного аналогового процесса. Однако анализ оценки мощности позволяет определить, каким дополнительным требованиям должна удовлетворять частота дискретизации при измерении мощности реальным измерителем. Этот вопрос рассмотрен в Приложении к статье.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Свойства оценок мощности процессов при дискретно-аналоговых преобразованиях

1. Рассмотрим статистические характеристики оценок мощности, которые мы получаем с помощью инвариантных дискретно-аналоговых преобразований. Наибольший интерес представляет инвариантное дискретно-аналоговое преобразование типа выборки и запоминания (пример 1) в связи с простотой его реализации. Предположим, что оценку \tilde{P}_v мощности P_v процесса $V(t)$, образующегося на выходе устройства взятия выборок, мы получаем с помощью интегратора с конечным временем интегрирования $T_{\text{и}}$:

$$\tilde{P}_v = \int_0^{T_{\text{и}}} h(t) V^2(t) dt, \quad (\text{П. 1})$$

где весовая функция $h(t)$ выбирается из условия несмещенности и

состоятельности оценки [14]. Наиболее часто в качестве весовой функции $h(t)$ выбирают функцию вида

$$h(t) = \begin{cases} 1/T_H & \text{при } 0 \leq t \leq T_H \\ 0 & \text{при } t < 0, t > T_H \end{cases}. \quad (\text{П. 2})$$

Примем, что время усреднения T_H кратно периоду дискретизации $T_H = (2N + 1)T$. За время T_H на вход интегратора поступит лишь часть $V_N(t)$ бесконечной последовательности $V(t)$ импульсов

$$V_N(t) = \sum_{n=-N}^N X(nT)g(t - nT). \quad (\text{П. 3})$$

При этом (П. 1) можно записать в виде

$$\tilde{P}_V = \frac{1}{T_H} \int_0^{T_H} V_N^2(t) dt. \quad (\text{П. 4})$$

Подставляя (П. 3) в (П. 4), получим

$$\tilde{P}_V = \frac{1}{T_H} \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N}^N X(nT)X(kT) \int_0^{T_H} g(t - nT)g(t - kT) dt. \quad (\text{П. 5})$$

Учтем, что в рассматриваемом случае $g(t - nT)$ представляют собой неперекрывающиеся прямоугольные импульсы. При этом подынтегральное выражение в (П. 5) будет равно нулю при $k \neq n$ и равно T при $k = n$. Подставляя $T_H = T(2N + 1)$, из (П. 5) запишем

$$\tilde{P}_V = \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N X^2(nT). \quad (\text{П. 6})$$

Правая часть выражения (П. 6) представляет собой оценку \tilde{P}_x мощности процесса $X(t)$, полученную по дискретным отсчетам [14]. Как видим, оценка мощности процесса $V(t)$, полученная с помощью аналогового интегратора, совпадает с оценкой мощности процесса $X(t)$, получаемой по дискретным отсчетам $X(nT)$. Заметим, что равенство оценок выведено без предположения о стационарности процесса $X(t)$. Следовательно, оценки мощности процессов $V(t)$ и $X(t)$ будут совпадать как для стационарного, так и нестационарного процесса $X(t)$ с конечной мощностью.

Рассмотрим характеристики оценки мощности - смещенность и состоятельность. Допустим, что $X(t)$ - стационарный случайный процесс. Математическое ожидание оценки (П. 6)

$$\langle \tilde{P}_V \rangle = \left\langle \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N X^2(nT) \right\rangle = \langle X^2(nT) \rangle. \quad (\text{П. 7})$$

Как видим, математические ожидания оценок мощности процессов $V(t)$ и $X(t)$ совпадают и являются несмещенными. Из (П. 6) можно записать дисперсию $D[\tilde{P}_V]$ оценки

$$D[\tilde{P}_V] = \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{n=-N}^N \sum_{k=-N}^N \langle X^2(nT)X^2(kT) \rangle - \langle X^2 \rangle^2. \quad (\text{П. 8})$$

Наиболее интересен случай, когда полоса спектра частот процесса $X(t)$ существенно превышает частоту дискретизации. В этом случае выборки процесса $X(t)$ попарно независимы и выражение (П. 8) можно записать в виде

$$D[\tilde{P}_v] = \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{n=-N}^N \langle X^4(nT) \rangle - \langle X^2 \rangle^2. \quad (\text{П. 9})$$

Для гауссова случайного процесса $X(t)$ из (П.9) получим [14]

$$D[\tilde{P}_v] = \frac{2\sigma_x^4}{2N+1}, \quad (\text{П. 10})$$

где σ_x - среднее квадратическое отклонение процесса $X(t)$. Подставляя в (П. 10) выражение для $2N + 1 = T_H/T$, (П. 10) представим в виде

$$D[\tilde{P}_v] = \frac{2\sigma_x^4}{T_H/T}. \quad (\text{П. 11})$$

Как видим, мощность процесса $X(t)$ тем точнее можно определить по оценке мощности процесса $V(t)$, чем большее число выборок исследуемого процесса берется за время интегрирования T_H .

Таким образом, при измерении мощности широкополосного процесса $X(t)$ описанным методом мы тем сильнее можем снизить полосу частот преобразованного процесса $V(t)$, чем ниже частота дискретизации. С уменьшением полосы частот преобразованного процесса мы можем применить для измерения его мощности все более низкочастотный измеритель. Однако частоту дискретизации нельзя взять сколь угодно низкой, так как чрезмерное ее уменьшение приводит к увеличению дисперсии результатов измерения мощности. Поэтому при использовании для измерения мощности преобразованного процесса $V(t)$ измерителя с полосой частот Π и временем интегрирования T_H частота дискретизации должна удовлетворять следующему условию:

$$2\pi/T_H < \Omega_0 < (3 + 5)\Pi. \quad (\text{П. 12})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. - М.: Физматгиз, 1963. - 968 с.
2. Папулис А. // ТИИЭР. 1966. Т.54. N 7. С. 34.
3. Маркюс Ж. Дискретизация и квантование: Пер. с франц. - М.: Энергия, 1969. - 144 с.
4. Горяинов В. Т., Журавлев А. Г., Тихонов В. И. Примеры и задачи по статистической радиотехнике: Учебное пособие для вузов / Под ред. В. И. Тихонова. - М.: Сов. радио, 1970. - 600 с.
5. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Учебник для вузов. Изд. 2-е переработанное и дополненное. - М.: Сов. радио, 1971. - 672 с.
6. Джерри А. Д. // ТИИЭР. 1977. Т.65. N 11. С. 53.
7. Замек И. Г., Малахов А. Ч. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т.25. N 1. С. 61.
8. Игнатъев Н. К. Дискретизация и ее приложения. - М.: Связь, 1980. - 264 с.

9. Левин Б. Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. - М.: Сов. радио, 1957. - 496 с.
10. Сизмур М., Бруэртон Д. Электроника 23 (русский перевод). 1981. Т.54. С. 56.
11. Техническое описание стробвольтметра 9301 А ф. Racal - Dana Instr. Ltd.
12. Замек И. Г. // Техника средств связи. Сер. Рит. 1982. Вып. 2. С. 3.
13. Зверев В. А. Радиооптика. - М.: Сов. радио, 1975. - 304 с.
14. Куликов Е. И. Методы измерения случайных процессов. - М.: Радио и связь, 1986. - 272 с.

Поступила в редакцию
19 июня 1990 г.

THE ENERGY CHARACTERISTIC RELATIONS OF PROCESSES
TIED UP BY ANALOG-TO-DISCRETE CONVERSIONS

I. G. Zamek, A. N. Malachov

In this paper the class of analog-to-discrete conversions possessing invariant quality of energy characteristic of conversion processes is revealed. This quality is power equality of continuous process and impulsive process obtained as a result of analog-to-discrete conversion continuous process independently of correlation between continuous process bandwidth and discretization frequency. The use of such conversions in practice for measuring power characteristic of wideband processes and wave fields by means of narrowband measuring apparatus is shown.

УДК 621.385.6

О НЕОБХОДИМОСТИ УЧЕТА НЕФИКСИРОВАННОСТИ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ВЧ ПОЛЯ ПРИ РАСЧЕТЕ КПД ГИРОТРОНА

А. А. Гуртовник, Г. С. Нусинович

В мощных гиротронах с открытыми резонаторами, обладающими близкой к минимальной дифракционной добротностью, продольная структура ВЧ поля может меняться в результате влияния электронного пучка. В работе исследуется вопрос о необходимости учета этого эффекта при определении КПД гиротронов с резонаторами традиционной формы. Показано, что в широкой области значений параметров гиротрона, представляющей наибольший практический интерес, данный эффект достаточно мал и, следовательно, можно определять КПД в приближении фиксированной продольной структуры ВЧ поля.

Одним из наиболее очевидных средств повышения мощности гиротрона является увеличение тока электронного пучка и рабочего напряжения. Для того чтобы при этом избежать перегруппировки электронов в сильном ВЧ поле, необходимо уменьшать дифракционную добротность резонатора. По мере приближения дифракционной добротности обычно используемого в гиротронах открытого цилиндрического резонатора к минимальной величине $Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}} = 4\pi(L/\lambda)^2$, определяемой отношением длины регулярной части резонатора L к длине волны λ , все более существенным становится влияние электронного пучка на продольную структуру ВЧ поля [1]. При этих условиях исследование гиротрона, строго говоря, уже нельзя проводить в предположении фиксированной структуры поля, т.е. ограничиваться рассмотрением влияния поля на электронный пучок, необходимо учитывать также обратное влияние электронного пучка на структуру поля, а значит, рассматривать самосогласованным образом уравнение для продольного распределения поля и уравнение движения электронов [1-3].

Поиск решения такой системы, возможный только численными методами, представляет собой задачу на собственные функции и собственные значения системы нелинейных дифференциальных уравнений. Решение этой задачи требует значительного времени счета для каждого режима и тщательного выбора начального приближения (что обеспечивает сходимость численного метода), в то время как интегрирование уравнений движения в предположении фиксированной структуры поля является прямой численной задачей и проводится гораздо быстрее. Все это делает актуальным вопрос о применимости приближения фиксированной структуры ВЧ поля в практически важных случаях. Для ответа на этот вопрос необходимо сравнить результаты вычислений, проводимых в рамках той и другой модели. Для нескольких конкретных гиротронов такое сравнение было описано, например, в [2] и [3]. В настоящей работе предпринята попытка провести такое сравнение в обобщенной модели гиротрона [1], позволяющей применить полученные

результаты к широкому кругу гиротронов с близкими к оптимальным параметрами.

1. Уравнения гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. Будем рассматривать гиротрон с аксиально-симметричным пространством взаимодействия, пренебрегая разбросом скоростей и радиусов ведущих центров электронов, а также полями пространственного заряда. Вслед за [4] запишем уравнения движения электронов в виде

$$\frac{da}{d\zeta} - \frac{i}{n}(\Delta + |a|^2 - 1)a = i(a^{n-1})^* f(\zeta), \quad (1)$$

где $\zeta = \frac{\pi\beta_{\perp 10}^2}{\beta_{\parallel 0}} \frac{L}{\lambda}$ - безразмерная продольная координата ($\beta_{\perp 10}$ и $\beta_{\parallel 0}$ - отношение поперечной и продольной компонент невозмущенной скорости электрона к скорости света), a - комплексная величина, характеризующая поперечный импульс электрона; она выражается через отношение квадрата поперечного импульса к его начальной величине $v = v_{\perp}^2 / v_{\parallel 0}^2$ и фазу циклотронного вращения электрона ϑ , отсчитываемую относительно критической частоты ВЧ колебаний: $a = \sqrt{v} \exp(-i\vartheta/n)$, $\Delta = \frac{2}{\beta_{\perp 10}^2} \frac{\omega - n\omega_{H0}}{\omega}$ - приведенная расстройка между частотой колебаний и n -й резонансной гармоникой гирочастоты электрона. Функция $f(\zeta)$ характеризует амплитуду автоколебаний. Граничное условие к уравнению (1) имеет вид $a(0) = e^{-i\vartheta_0/n}$, где $\vartheta_0 \in [0, 2\pi]$.

В приближении фиксированной структуры поля $f(\zeta) = f_c(\zeta)F$, где $f_c(\zeta)$ - заданное продольное распределение ВЧ поля (здесь и далее индексом "с" будут отмечаться величины, относящиеся к приближению фиксированной структуры поля, а индексом "s" - величины, относящиеся к уравнениям с нефиксированной структурой поля), амплитуда F колебаний определяется уравнением баланса активных мощностей [4]

$$\eta_1^{-1} F^2 \mu^{2(3-n)} = I_{oc},$$

где $\eta_1 = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |a(\mu)|^2 d\vartheta_0$ - поперечный кпд гиромонотрона, μ - безразмерная длина регулярного участка волновода, играющего роль резонатора, I_{oc} - параметр тока, пропорциональный электронному току пучка:

$$I_{oc} = 0,24 \cdot 10^{-3} I_0 \frac{1}{\gamma_0} \left(\frac{\pi\beta_{\perp 10}}{\beta_{\parallel 0}} \right)^{2(3-n)} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^{5-2n} \left(\frac{n^n}{2^n n!} \right)^2 \frac{J_{n-n}^2(k_{\perp} R_0)}{(\nu^2 - m^2) J_n^2(\nu)}$$

В последней формуле $k_{\perp} \approx k = 2\pi/\lambda$, R_0 - радиус тонкого трубчатого пучка в резонаторе, ν - m -й корень уравнения $J'_n(\nu) = 0$, $\nu = k_{\perp} R_r$, R_r - радиус стенки резонатора, I - ток пучка в амперах, γ_0 - релятивистский фактор электронов.

В общем случае функция $f_c(\zeta)$ определяется уравнением неоднородной струны [5]

$$\frac{d^2 f_c}{d\zeta^2} + \gamma_c^2(\zeta) f_c = 0. \quad (2)$$

с граничным условием

$$\frac{df_c}{d\zeta} - |\gamma_c| f_c = 0, \quad \zeta = 0$$

в закритическом входном сужении резонатора и условием излучения

$$\frac{df_c}{d\zeta} + i\gamma_c f_c = 0, \quad \zeta = \mu$$

в выходном сечении, где резонатор сопрягается с выходным волноводом. Параметр γ_c связан с продольным волновым числом $k_{||}$ соотношением $\gamma_c =$

$$= \frac{k_{||}}{k} \frac{2\beta_{||0}}{\beta_{10}^2}. \text{ Представляя радиус резонатора в виде } R_r = R_r^{(0)} + \tilde{r}, \text{ где}$$

$R_r^{(0)}$ - радиус регулярной части, а \tilde{r} описывает измерение профиля

$$\text{стенки, величину } \gamma_c^2 \text{ можно записать в виде } \gamma_c^2 = \gamma_{c0}^2 + \frac{8\beta_{||0}^2}{\beta_{10}^4} \frac{\tilde{r}}{R_r^{(0)}},$$

$$\text{где } \gamma_{c0}^2 = \left(\frac{2\beta_{||0}}{\beta_{10}^2} \right)^2 \left[\left(\frac{\omega R_r^{(0)}}{c\nu} \right)^2 - 1 \right].$$

В качестве собственного числа задачи можно выбрать относительную расстройку между собственной и критической частотой в регулярном сечении резонатора $\Omega_c = \frac{\omega_c - \omega_{кр}}{\omega_{кр}}$, связанную с $k_{||}$

$$\text{соотношением } k_{||}^2 = 2k_1^2 \Omega_c. \text{ Из сравнения видно, что } \gamma_{c0}^2 = \frac{8\beta_{||0}^2}{\beta_{10}^4} \Omega_c.$$

Поиск решения уравнения (2) осуществлялся методом градиентного спуска [6]. В качестве критерия поиска была выбрана невязка в выходном сечении резонатора, которая минимизировалась в процессе вычислений. Для нахождения начального приближенного значения Ω_c

можно пользоваться соотношениями $\Omega' \sim 2\Omega'' \sim 1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}}$, поскольку, во-первых, $Q = \frac{k'}{2k''} = \frac{1 + \Omega'}{2\Omega''} \sim \frac{1}{2\Omega''}$, а во-вторых, вводя $Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}} = 4\pi(L/\lambda)^2$, можно записать $k' = \sqrt{k_1^2 + (\pi/2L)^2} \approx k_1 [1 + (\pi/2)(1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}})] \approx k_1 (1 + \Omega')$, откуда $\Omega' \sim 1/Q_{\text{дифр}}^{\text{мин}}$.

2. Уравнения гиротрона с нефиксированным продольным распределением поля. Система уравнений гиротрона с нефиксированным продольным распределением ЕЧ поля включает в себя уравнение движения электронов (1) и уравнение, определяющее структуру поля, на формирование которой оказывает влияние электронный пучок [1]:

$$\frac{d^2 f}{d\zeta^2} + \gamma_s^2 f = I_{0s} \langle a \rangle^*.$$

Здесь I_{0s} - параметр тока, определенный несколько иначе, чем в (1), а именно:

$$I_{0s} = 16 \frac{eI}{m_0 c^3} \frac{\beta_{\parallel 0} \beta_{\perp 0}^{2(n-4)}}{\gamma_0} \left(\frac{n^n}{2^n n!} \right) \frac{J_{n-n}^2(kR_0)}{(\nu^2 - m^2) J^2(\nu)}.$$

В качестве собственного числа удобно выбрать приведенную расстройку между частотой колебаний рабочей моды и критической частотой регулярного участка волновода, образующего резонатор [6]:

$\Omega_s = (2/\beta_{\perp 0}^2)[(\omega - \omega_{кр})/\omega_{кр}]$. Тогда, как нетрудно убедиться, в регулярном участке $\gamma_s^2 = (4\beta_{\parallel 0}^2/\beta_{\perp 0}^2)\Omega_s$. При этом Δ в уравнении движения представляется в виде $\Delta = \Delta_0 + \Omega_s$, где $\Delta_0 = (2/\beta_{\perp 0}^2) \times [(\omega_{кр} - p\omega_{но})/\omega_{кр}]$ - относительная расстройка между критической частотой и n -й гармоникой гирочастоты электронов. Граничные условия к уравнению (3) имеют тот же вид, что и к уравнению (2). Наряду с Ω_s собственным числом задачи является значение $df/d\zeta$ во входном сечении резонатора, т.е. при $\zeta = 0$. Вычисления происходят по той же схеме, что и решение уравнения (2).

Необходимо отметить, что смысл γ_s^2 и Ω_s теперь существенно иной, чем γ_c^2 и Ω_c в уравнении (2), поскольку в уравнении (2) фигурирует собственная частота колебаний "холодного" резонатора ω_c , а в уравнении (3) - частота автоколебаний, которая в рассматриваемом режиме стационарной генерации является действительной величиной, несколько отличающейся от ω_c в силу электронного смещения частоты. Ввиду этого никаких предположений о величине Ω_s в случае нефиксированной структуры поля априори сделать не удастся.

3. Основные результаты. Для исследования был выбран гиротрон со значением приведенной длины резонатора $\mu \approx 12$, что позволяет получить мощную генерацию с высоким кпд (см., например, [4,8]). Входной и выходной конусы резонатора гиротрона описывались с помощью безразмерных параметров $\alpha_{1,3} = (2\beta_{\parallel 0}/\pi\beta_{\perp 0}^4)(\lambda/R)\text{tg } \theta_{1,3}$, где $\theta_{1,3}$ - углы раскрывов. Длина выходного раскрыва $\Delta\zeta$ выбиралось равной пяти, длина входного закритического сужения выбиралась такой, чтобы поле в начальном сечении резонатора удовлетворяло неравенству $|f(\zeta = 0)| \leq 0,01 |f_{\text{макс}}|$.

Результаты расчетов, выполненных для самосогласованной системы уравнений (1), (3) и в приближении фиксированной структуры поля (1), (2), сравнивались при различных углах раскрыва входного и выходного конусов (соответственно параметров α_1 и α_3) и для различных значений параметров тока I_0 и расстройки циклотронного резонанса Δ_0 . При оптимальных по кпд параметрах I_0 и Δ_0 ($I_{0s} \approx 6,4 \cdot 10^{-3}$, $\Delta_0 \approx 0,5$) и фиксированном значении $\alpha_1 = 0,2$

исследовалась зависимость кпд от величины параметра α_3 . Расчеты проведены для $\alpha_3 = 0,1; 0,05$ и $0,01$. Продольная структура ВЧ поля для последнего случая показана на рис. 1. Значения кпд для всех трех случаев приведены в табл. 1. Из нее следует, что относительные различия в кпд во всех случаях лежат в пределах 10 процентов. Из приведенных на рис. 1 данных видно, что в области, где поле нарастает, его амплитуды и фазы в обоих случаях практически совпадают, что и обеспечивает близость результатов.

Таблица 1

α_3	η_c	η_a
0,1	0,57	0,619
0,05	0,58	0,63
0,01	0,63	0,62

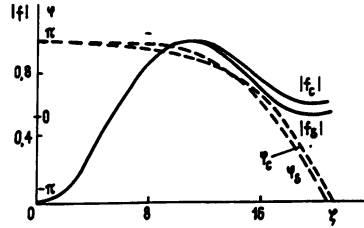


Рис. 1. $\alpha_1=0,2$, $\alpha_3=0,01$. Амплитуды поля показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром. Значения кпд: $\eta_c=0,626$ и $\eta_a=0,6$; $\Delta=0,5$; $I_0=I_0^{opt}$.

Напротив, вблизи выходного сечения структуры могут значительно различаться, но, так как фаза поля начинает быстро меняться (режим бегущей волны), электроны выходят из синхронизма с волной и перестают участвовать в энергообмене. Ввиду этого представляет интерес исследовать различия именно на нарастающем участке поля. Это особенно важно в тех случаях, когда во входной части резонатора поле имеет плавно нарастающий "хвост", улучшающий группировку электронов и повышающий вследствие этого кпд. Как показали расчеты, проведенные для $\alpha_1=0,01$, $\alpha_3=0,000275$ (при этом длину входного закритического раскрыва пришлось увеличить до 19, а μ уменьшить до 6), для того чтобы приблизительно сохранить общую длину, в этом случае имеются незначительные

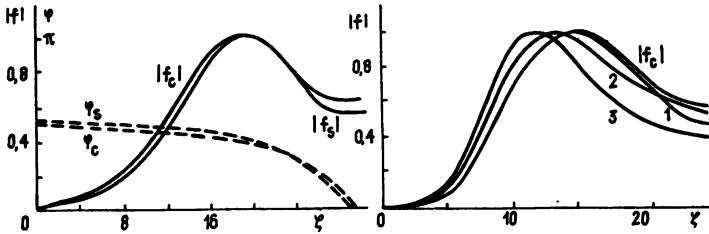


Рис. 2,3.

Рис. 2. $\alpha_1=2,75 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_3=0,01$, $\Delta=0,5$, $I_0=I_0^{opt}$, $\mu=6$, длина входного сужения $\Delta z_{вх}=18,6$. Амплитуды поля показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром. Значения кпд: $\eta_c=0,64$, $\eta_a=0,69$.

Рис. 3. Амплитуды полей: $\alpha_1=0,05$, $\alpha_3=0,01$, $\Delta=0,5$;

- 1 - нефиксированная структура поля при токе I_0^{opt} ; $\eta_{a1}=0,568$, $\eta_{c1}=0,6$; 2 - то же при токе $I_0=2I_0^{opt}$, $\eta_{a2}=0,43$, $\eta_{c2}=0,47$;
3 - то же при токе $I_0=3I_0^{opt}$, $\eta_{a3}=0,237$, $\eta_{c3}=0,31$.

различия в продольных структурах поля (рис. 2), которые не влекут за собой существенной разницы в кпд. Значения кпд составляют 0,644 и 0,691 соответственно для "холодной" и самосогласованной структуры полей.

Увеличение тока вдвое по сравнению с оптимальным также дает незначительную разницу в результатах. При выбранных параметрах углов $\alpha_1 = 0,1$ и $\alpha_3 = 0,05$ и оптимальной расстройке циклотронного резонанса $\Delta_0 = 0,5$ кпд "холодной" и самосогласованной моделей составил 0,563 и 0,565 соответственно. Дальнейшее увеличение тока (до $I_{0s} \approx 1,9 \cdot 10^{-2} \approx 3I_{0s}^{opt}$) уже приводит к более существенным различиям (рис. 3), причем максимум поля в рамках самосогласованной модели существенно смещается в сторону катода; кпд при этом падает до $\eta_s = 0,23$.

При расстройке циклотронного резонанса, далекой от оптимальной, и оптимальном токе различия между результатами, полученными в двух исследуемых приближениях, остаются в пределах 10 процентов относительной погрешности, хотя и растут при уменьшении выходного раскрыва (рис. 4, где $\Delta_0 = 0,3$). Увеличение тока вдвое по сравнению с оптимальным при той же расстройке $\Delta_0 = 0,3$ и тех же параметрах α_1 , α_3 , как видно из рис. 5, приводит к тому, что структура поля, вычисленная в рамках самосогласованной теории, значительно отличается от "холодной", причем максимум смещается с сторону входного конуса; относительная разница в кпд также становится значительной ($\eta_s = 0,133$, $\eta_c = 0,19$).

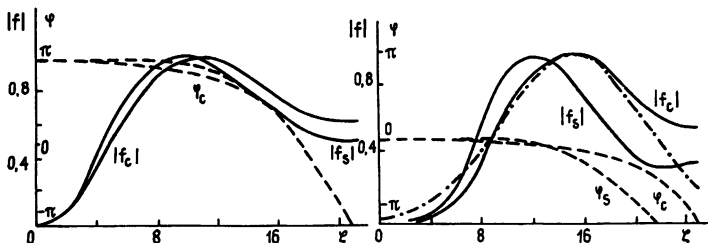


Рис 4,5

Рис. 4. Амплитуды полей показаны сплошными линиями, фазы - пунктиром; $\alpha_1=0,2$, $\alpha_3=0,01$, $\Delta=0,3$, $I_0=I_0^{opt}$, $\eta_s=0,3$, $\eta_c=0,327$.

Рис. 5. α_1 , α_3 - те же, что и на рис. 4. Сплошными линиями показаны амплитуды поля в "холодном" резонаторе и в случае его нефиксированной структуры поля, пунктиром - их фазы, штрихпунктиром показано гауссово распределение поля:

$$\Delta=0,3, I_0=2I_0^{opt}, \eta_c=0,19, \eta_s=0,13, \eta_c=0,14.$$

Во многих случаях можно аппроксимировать поле в резонаторе гауссовой структурой (она изображена на рис. 5). При использовании ее в качестве фиксированной структуры поля кпд при тех же значениях параметра получается равным 0,14, что находится между результатами, полученными при использовании холодной структуры поля и при рассмотрении самосогласованной системы уравнений.

Из приведенного рассмотрения следует, что при значениях параметров гиротрона, близких к оптимальным по кпд, расчеты, проведенные в рамках самосогласованной системы уравнений и в приближении заданной структуры поля, согласуются друг с другом в пределах относительной погрешности не выше 10 процентов, причем

изменение величин входного и выходного конусов не дает существенного сдвига в этой пропорции (аналогичные выводы были получены в работах [2,3] при рассмотрении конкретных гиротронов, предназначенных для работы на первой и второй гармониках гирочастоты).

Те же результаты получаются при варьировании расстройки циклотронного резонанса в широких пределах в том случае, когда параметр тока сохраняет величину, близкую к оптимальной по КПД. Это позволяет использовать приближение фиксированной структуры поля как для расчета КПД гиротрона вплоть до токов, немного превышающих оптимальный, так и для расчета режимов включения гиротрона [9].

В то же время при увеличении тока различия между результатами, полученными при рассмотрении разных моделей, начинают раньше сказываться в тех случаях, когда расстройка циклотронного резонанса соответствует более низким стартовым токам, поскольку в такой ситуации та же величина тока соответствует большей "надпороговости" генератора. Тем не менее при расстройках, близких к оптимальным по КПД, приближение фиксированной структуры поля представляется возможным использовать при расчетах КПД даже при токе, вдвое превышающем оптимальное значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И. //Сб. Гиротрон. - Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 122.
2. Fliflet A.W., Read M.E., Chu K.R., Seeley R.//Int. J.Electronics. 1982. V. 53. N 6. P.505.
3. Bone E.//Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1986. V. 7. N 12. P. 1863.
4. Нусинович Г. С., Эрм Р. Э. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1972. Вып. 8. С. 55.
5. Власов С. Н., Жислин Г. М., Орлова И. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. N 8. С. 1236.
6. Ланс Дж. М. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. - М.: ИЛ, 1962.
7. Нусинович Г. С., Павельев А. Б. Препринт ИПФ АН СССР N 196. Горький, 1988.
8. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. //Сб. Гиротрон. -Горький. ИПФ АН СССР, 1981. с. 41.
9. Нусинович Г. С. //Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1974. Вып. 3. С. 44.

Институт прикладной физики
АН России

Поступила в редакцию
25 мая 1990 г.

ON THE NECESSITY OF TAKING INTO ACCOUNT THE NONFIXING THE LONGITUDINAL STRUCTURE OF RF FIELD IN CALCULATIONS OF THE GYROTRON EFFICIENCY

A. A. Gurtovnik, G. S. Nusinovich

In powerful gyrotrons with open resonators having the diffraction Q-factor close to the minimum one, the longitudinal structure of RF field can be affected by an electron beam. In the present paper the problem of the necessity to take into account this effect when calculating the efficiency of the gyrotron using a resonator with a conventional shape is investigated. It is shown that in a wide region of gyrotron parameters being of the most practical interest, this effect is relatively small and, consequently, one can determine the gyrotron efficiency in the cold-cavity approximation of the axial structure of the RF field.

УДК 537.533.3

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ РАЗЛИЧНОЙ ТОЛЩИНЫ В СИЛЬНОТОЧНЫХ КООКСИАЛЬНЫХ ДИОДАХ С МАГНИТНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

В. Е. Нечаев

Дан анализ задачи формирования пучка в коаксиальном диоде с трубчатым катодом различной толщины как в неограниченно сильных, так и конечных изолирующих магнитных полях. Развита методика определения основных характеристик пучков на базе инвариантов задачи формирования и предварительного решения задачи транспортировки квазиоднородных по плотности пучков с различным вихрем обобщенного импульса. Найдены необходимые условия, определяющие возможность формирования квазиоднородных пучков, и прослежена эволюция их характеристик с изменением геометрических и электрических параметров системы.

Известны решения задачи формирования релятивистского электронного пучка (РЭП) в коаксиальном диоде с магнитной изоляцией (КДМИ) в неограниченно сильном магнитном поле с тонкостенного трубчатого катода [1] и некоторых других вариантов катодов: двойных коаксиальных [2,3], сплошных [2,4] (с различными радиальными распределениями плотности в пучке), а также в конечном магнитном поле с очень тонкого катода, допускающего применение безвихревых моделей пучка, в частности, бриллюэновской [5,6]*.

В настоящей работе даются решения задачи формирования как в неограниченно сильных, так и в конечных магнитных полях с катодов различной толщины (в том числе и как угодно тонких - в пределе). При этом основное внимание уделяется возможностям формирования квазиоднородных по плотности трубчатых потоков, наиболее привлекательных для практических приложений [8]. Сначала находится приближенное аналитическое решение задачи транспортировки ламинарного РЭП с произвольным вихрем обобщенного импульса, плавно переходящее в пределе нулевого вихря в известное - бриллюэновское. Эта модель затем используется для нахождения характеристик сформированного РЭП (на выходе КДМИ) и подшивается к прикатодной области с помощью инвариантов, среди которых ключевая роль принадлежит сохранению осевого потока импульса частиц и поля от катода до однородного участка канала транспортировки.

Основные особенности формирования сначала анализируются на слаборелятивистской модели, позволяющей выявить качественно все главные закономерности и эволюции решений в наиболее удобной форме, а известный принцип подобия сводит к найденным решениям различные возможные варианты режимов КДМИ. Предлагаемая методика позволяет

*Безвихревые двухпоточные модели в области собственно диода (вокруг катода) и отдельно в канале транспортировки проанализированы ранее в [7].

установить допустимые функции радиального распределения плотности и отсечь невозможные; в частности, однородные по плотности пучки в сильном магнитном поле не могут быть сформированы начиная с некоторой их толщины (с ростом релятивизма эта особенность усугубляется). В заключение приведены примеры расчета формирования РЭП мегавольтной энергии в режимах сильного магнитного поля с катодов различной толщины и безвихревого РЭП с тонкостенного катода вблизи отсечки - при минимальном изолирующем магнитном поле.

1. Общие положения и основные соотношения. При аналитических расчетах статического формирования интенсивных пучков в осесимметричных системах, в том числе типа КДМИ, возможные радиальные распределения плотности электронов и их энергии на участке транспортировки определяются [1-6] с учетом сохранения потока импульса частиц и поля в осевом направлении:

$$\oint \left[N p_z \dot{\beta} + \dot{z}_0 \frac{E^2 + H^2}{2} - E_z \dot{E} - H_z \dot{H} \right] dS = 0. \quad (1)$$

Здесь и всюду далее используется удобная (см., например, [7]) система единиц, в которой заряд и масса электрона, а также скорость света равны $e = m = c = 1$. В такой системе единица тока соответствует 17,04 кА, потенциала - 511 кВ; напряженность магнитного поля 1 см^{-2} - 1,704 кЭ. Используются следующие обозначения основных физических величин: $N = 4\pi n_e$, где n_e -

концентрация; $\dot{\beta}$ - скорость электронов, $\vec{p} = \gamma \dot{\beta}$ - их импульс, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ - релятивистский масс-фактор, или энергия электронов; \vec{E} , \vec{H} - электрическое и магнитное поле, $\vec{E} = -\nabla\phi$, ϕ - электростатический потенциал; I - полный ток пучка, \vec{J} - плотность тока; R - внутренний радиус анодной трубы, R_k - внешний радиус катодного цилиндра, δ_k - толщина трубчатого катода; a, b - внутренний и внешний радиусы сформированного пучка, $\delta = b - a$ - толщина пучка, δ_B - толщина электронной втулки вокруг катода.

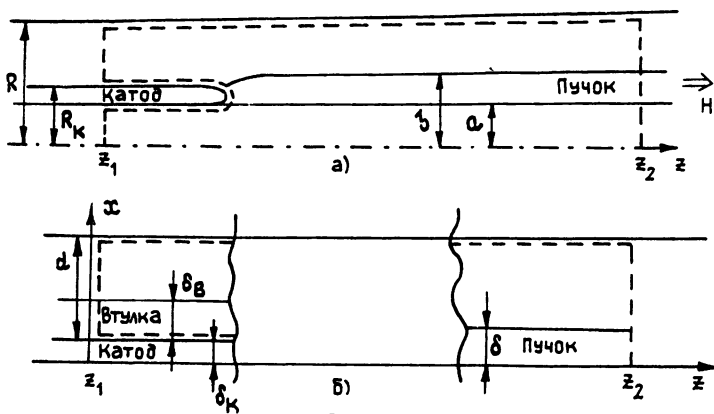


Рис 1

Наиболее просто полезная информация из (1) извлекается для простейших конфигураций КДМИ "классического" типа (рис. 1а), на поверхностях которых $E_z = 0$, на эмиттирующем торце катода $\vec{E} = 0$ в

силу ограничения тока полем объемного заряда. Контур интегрирования (1) охватывает, как показано пунктиром на рис. 1, вакуумный объем с электронным потоком, ограничения по z устанавливаются в однородных областях вокруг катода (z_1) и в канале транспортировки (z_2). Вокруг катода, как в магнетронном диоде, может существовать электронная втулка (как показано на рис. 1б - для плоской модели КДМИ), поперечный размер которой управляется внешним магнитным полем.

Согласно (1) поток импульса электронов сформированного пучка определяется разностью давления полей на левой и правой границах области интегрирования (рис. 1)

$$\int_a^b p_z J_z r dr = \int_{z_2}^{z_1(r)} \int_0^R \frac{E_r^2 + H_\theta^2 - H_z^2}{8\pi} r dr, \quad (2)$$

где граница $z_1(r) \equiv z_1$ в вакууме и, кроме того, охватывает поверхность эмиттера с $\vec{E} = 0$. Ранее (2) применялось в [5,6] для расчета формирования РЭП в конечных магнитных полях с очень тонкого катода ($\delta = b - a \rightarrow 0$) на основе однопоточной, бриллюэновской модели безвихревого пучка. Чаше аналогичное выражение использовалось для случая неограниченно сильного магнитного поля [1-4], в этом случае конфигурации H_θ , H_z при $z_1(r)$, z_2 совпадают и с учетом интеграла энергии $\gamma = 1 + \Phi$ (все электроны рождаются на эквипотенциальном катоде с $\Phi_k = 0$) из (2) следует

$$\int_a^b \gamma \beta^2 \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\gamma}{dr} \right) dr = \int_{z_2}^{z_1(r)} \frac{1}{2} \int_0^R \left(\frac{d\gamma}{dr} \right)^2 r dr. \quad (3)$$

Отсюда с учетом величины полей $d\gamma/dr$ в вакуумном зазоре при $z_{1,2}$ следует, что на выходе КДМИ могут реализоваться лишь такие монотонно нарастающие распределения энергии $\gamma(r)$, для которых выполняется равенство

$$(\gamma_b - 1)(\gamma_b^2 + \gamma_b - 2\Gamma) = -\gamma_b \ln(R/b) \int_a^b \left(1 + \frac{2}{\gamma^2} \right) \left(\frac{d\gamma}{dr} \right)^2 r dr, \quad (4)$$

где $\gamma_b = \gamma(r = b)$. При заданном анодном напряжении $U = \Gamma - 1$ и отношении радиусов анода и катода R/b ($R_k \rightarrow b$ при $H_z \rightarrow \infty$) распределением $\gamma(r)$ можно управлять в некоторых пределах с помощью изменения профиля торца катода, меняя при этом условия начального ускорения в различных слоях потока [8]. С помощью (4) был получен ряд результатов для формирования сильно замагниченного РЭП: в первую очередь, фундаментальное решение для случая тонкого катода [1], а также для некоторых других конфигураций пучков [2-4].

Ниже дается решение задачи формирования РЭП в КДМИ с трубчатыми катодами различной толщины, при этом профили торцевой поверхности не конкретизируются; они соответствуют различным радиальным распределениям плотности в пучках. С целью получения аналитических решений предварительно строится приближенная теория транспортировки на базе ламинарных моделей произвольно замагниченных РЭП. Плодотворность ламинарных моделей общеизвестна, а оправданием их применения может послужить то обстоятельство, что масштаб неоднородности пучка обычно существенно превосходит ларморовский радиус ($\delta \gg r_L/H$).

2. Ламинарная модель РЭП на участке транспортировки. Ламинарные модели позволяют исследовать интегральные характеристики пучков и сглаженные поперечные распределения концентрации, скоростей и собственных полей. В отличие от традиционного описания пучков в зависимости от условий на катоде, приводящего для интенсивных РЭП к значительным вычислительным и аналитическим трудностям [9], целесообразно задачу ставить "против движения" (как, например, в [10]); сначала найти возможные и интересующие равновесные конфигурации РЭП, а затем поставить им в соответствие условия формирования на катоде с помощью интегралов движения и инвариантов. Такой путь решения для РЭП в произвольном внешнем магнитном поле был намечен в [11].

В квазиплоском приближении ($dr \rightarrow dx$, $r d\theta \rightarrow dy$) с учетом интеграла энергии $\gamma - \Phi = 1$, баланса сил $\nabla\Phi = [\beta\vec{H}]$ и уравнений поля $\text{rot } \vec{H} = -\Delta\Phi \vec{\beta}$ характеристики трубчатого РЭП в однородном канале транспортировки удобно находить из условия силового равновесия слоев заряженной жидкости $[\vec{H} \text{ rot } \vec{H}] = \Delta\gamma\nu$, имеющего интеграл

$$H_y^2 + H_z^2 - \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)^2 = \text{const} \equiv H_0^2, \quad (5)$$

и квадратичной формы для $\text{rot } \vec{H}$:

$$\left(\frac{dH_y}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dH_z}{dx}\right)^2 = \left(\frac{d^2\gamma}{dx^2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right). \quad (6)$$

На внутренней поверхности пучка $d\gamma/dx = 0$, $H_y = 0$, $H_z = H_0$, $\gamma = \gamma_0$ при $x = 0$.

Согласно (5), (6) возможность варьировать равновесные конфигурации предоставляется с помощью какого-либо одного удобного предположения. Так, при однородной осевой скорости $\beta_z = \beta_0$, когда $H_0 = -\beta_0(d\gamma/dx)$, получается поток Бриллюэна:

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_0 \text{ch } H_0 x, & p_z &= \gamma_0 \beta_0 \text{ch } H_0 x, & p_y &= \text{sh } H_0 x, \\ H_z &= H_0 \text{ch } H_0 x, & H_y &= \beta_0 \gamma_0 H_0 \text{sh } H_0 x, \end{aligned} \quad (7)*$$

отличающийся нулевым вихрем обобщенного импульса ($\text{rot } \vec{p} - \vec{H} = 0$). Все электроны такого потока, согласно [12], эмиттируются катодом, поверхность которого не пересекается магнитным полем (т.е. совпадает с магнитной поверхностью).

С трубчатых катодов конечной толщины формируются вихревые пучки, и по мере роста магнитного поля вихрь ($dp_y/dx - H_z$) неограниченно увеличивается. Описать эту ситуацию можно, найдя решение (5), (6) при $\gamma = \gamma_0 \text{ch } kx$ для различных k/H_0 . При не очень сильно изменяющихся γ в пределах трубчатого пучка (как это бывает на практике) такое решение соответствует не сильно нарастающей концентрации ($N \sim d^2\gamma/dx^2$) от внутренней границы $x = 0$ до внешней $x = \delta$, если $k\delta \leq 1$. Точное решение имеет сложную интегральную форму, приведем здесь приближенное - в виде рядов:

$$H_z = H_0 + \frac{K^2}{H_0} (\text{ch } kx - 1) - \frac{K^2}{6H_0} \left(1 - \frac{K^2}{H^2}\right) (\text{ch } kx - 1)^2 + \dots,$$

*Здесь и далее изменен знак H_y для удобства записи.

$$H_y = \gamma_0 \beta_0 k \operatorname{sh} kx + \frac{k}{6\gamma_0 \beta_0} \left(1 - \frac{k^2}{H_0^2}\right) \operatorname{ch}^3 kx + \dots \quad (8)$$

Ряды (8) быстро сходятся, если $k^2 \delta^2 \approx \frac{H_y \delta}{\gamma \beta} \approx \frac{2I\delta}{\beta \gamma b} \ll 1$, что практически всегда выполняется для трубчатых РЭП. Диамагнетизм $\Delta H_z / H_z \approx \frac{2I^2}{b^2 \gamma^2 \beta^2 H^2}$ обычно очень мал. Если не искать дальнейших членов ряда для H_y , то можно указать и более точную формулу:

$$H_y = \gamma_0 \beta_0 k \operatorname{sh} kx + \frac{1}{2\gamma_0 \beta_0} \left(1 - \frac{k^2}{H_0^2}\right) (\operatorname{ch} kx - \operatorname{arctg} \operatorname{sh} kx). \quad (9)$$

Максимальное значение H_y^{\max} , определяющее полный ток РЭП, следует из (9) для $x = \delta$. Скоростная структура согласно (8), (9) и уравнению поля $\operatorname{rot} \vec{H} = -\Delta \gamma \vec{\beta}$ определяется следующими выражениями:

$$\beta_y \approx \frac{k}{H_0 \gamma_0} \operatorname{th} kx, \quad p_y \approx \frac{k}{H_0} \operatorname{sh} kx, \\ \beta_z = \beta_0 + (1 - k^2/H_0^2) (2\gamma_0^2 \beta_0)^{-1} \operatorname{th}^2 kx. \quad (10)$$

Максимальная поперечная скорость составляет $\beta_y^{\max} \approx \frac{2I}{Hb\gamma^2\beta}$, а расслоение продольных

$$\left(\frac{\Delta \beta_z}{\beta_0}\right)^{\max} \approx \frac{I}{\gamma^3 \beta^3 b} \left(\delta - \frac{2I}{b\gamma\beta H_0}\right). \quad (11)$$

Из представленных решений видно, что с уменьшением магнитного поля по мере приближения к бриллюэновским условия ($H_0 \rightarrow k$) исчезает расслоение продольных скоростей (10) и растет диамагнетизм (8) вместе с поперечными скоростями (10). Одно из фундаментальных условий формирования - закон изменения p_y от катода до канала транспортировки

$$p_y = \int_0^x H_z dx - \int_0^{x_k} H_{zx} dx_k \quad (12)$$

- позволяет в соответствии с (8), (10) поставить каждой координате x в пучке координату x_k на катоде. В квазиоднородном магнитном поле ($H_k = H_0$) расширение потока от катода составляет

$$x/x_k = \left(1 - \frac{k^2}{H_0^2}\right)^{-1}. \quad (13)$$

Сильно замагниченный пучок проецирует геометрию эмиттера без изменений. С уменьшением магнитного поля толщина пучка растет как

$$\delta = \delta_k + \frac{2I}{H_0^2 b \gamma \beta}. \quad (14)$$

Отсюда видно, как изменяется толщина трубчатого РЭП по мере изменения магнитного поля (ток и энергия меняются медленно). В предельных ситуациях реализуются "крайние" состояния: при $\delta_k \rightarrow 0$ - близкие к бриллюэновскому с $\delta \gg \delta_k$, а при $H \rightarrow \infty$ - сильно замагниченные с $\delta \rightarrow \delta_k$. Постановку вопроса о состояниях пучка с $H \rightarrow \infty$ и одновременно $\delta_k \rightarrow 0$ следует признать некорректной (процесс формирования существенно зависит от соотношения поперечного размера края эмиттера и ларморовского масштаба).

В силу (14) относительное расслоение продольных скоростей (11) просто выражается через толщину эмиттера δ_k , оно равно $I\delta_k/\gamma^3\beta^3b$. Тот факт, что в расслоение входит именно δ_k , можно объяснить также из несложных физических соображений и выкладок (с учетом поперечных скоростей). При неоднородной плотности в числитель входит $I\delta_k^{\partial\phi\phi} = 2 \int_0^{\delta_k} I(x)dx$, где $I(x)$ - ток слоя пучка, ограниченного сверху координатой x .

3. Анализ формирования пучков на базе слаборелятивистских моделей. Слаборелятивистские модели, характеризующиеся относительной простотой (связанной, в частности, с возможностью пренебрежения собственными магнитными полями потоков), позволяют качественно проанализировать картину формирования и эволюцию параметров РЭП. Для этого ниже с использованием принципа подобия будут рассмотрены некие универсальные решения, не зависящие конкретно от ускоряющего напряжения U .

3а. Случай $H \rightarrow \infty$. Для сильно замагниченного слаборелятивистского пучка основное уравнение формирования (4) приобретает вид

$$\phi_b(3\phi_b - 2U) = -3 \ln(R/b) \int_a^b \left(\frac{d\phi}{dr} \right)^2 r dr. \quad (15)$$

Удобно описывать формирование при любых напряжениях U , введя нормированный потенциал $\varphi = \phi/U$ и геометрический фактор g , связанный с распределением потенциала (и концентрации) внутри пучка:

$$g = 3 \ln(R/b) \frac{\int_a^b (d\varphi/dr)^2 r dr}{(1 - \varphi_b)^2} = \frac{3 \int_a^b (d\varphi/dr)^2 r dr}{\ln(R/b) (r (d\varphi/dr))_{r=b}^2}. \quad (16)$$

Тогда потенциал наружной кромки пучка равен

$$\varphi_b = \frac{1 + g \pm \sqrt{1 - g}}{3 + g}. \quad (17)$$

Видно, что формируются только пучки с $g \leq 1$, при $g = 1$ происходит смыкание ветвей высокоэнергетичных и низкоэнергетичных состояний*. Требование $g < 1$ существенно ограничивает допустимые распределения плотности в пучке. В частности, сплошные пучки ($a = 0$) с однородной

*В отличие от задач транспортировки, в которых каждому g соответствует непрерывная зависимость $I(\varphi_b)$, а каждому значению тока I два значения φ_b , здесь в задаче формирования каждому g соответствуют только два разных состояния пучка, при этом $I(\varphi_b)$ совпадают только при $g = 1$.

концентрацией согласно (16) не могут быть сформированы, если $\ln(R/b) < 0,75$. Это было показано и в [4], где установлен более общий критерий для релятивистских пучков.

Для квазиплоского аналога цилиндрической конструкции КДМИ (рис. 1б) с помощью преобразований $x = a \ln(r/a)$, $d = a \ln(R/R_k)$ ($R_k = b$ при $H = \infty$) выражения (15), (16) приводятся к виду

$$\varphi_b(3\varphi_b - 2) = -3d \int_0^\delta \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx = -g(1 - \varphi_b)^2; \quad (18)$$

$$g = \frac{3}{d} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)_{x=\delta}^{-2} \int_0^\delta \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 dx. \quad (19)$$

Эти выражения наиболее удобны для простейших расчетов и оценок. Примеры возможных структур для плоской модели и их точных цилиндрических аналогов, позволяющих переносить результаты с плоской модели на цилиндрическую конструкцию, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Концентрация	$d\varphi/dx$	g	d_{\min}/δ	Цилиндрический аналог: N/U
Однородная $N = k^2 U$	$k^2 x$	δ/d	1	$\frac{k^2 a^2}{r^2}$
Нарастающая $N = Uk^{m+1} x^{m-1}$	$k^{m+1} x^m$	$\frac{3\delta}{(2m+1)d}$	$\frac{3}{2m+1}$	$\frac{m(ka)^{m+1} (\ln \frac{r}{a})^{m-1}}{r^2}$
Убывающая $N = Uk^2 \text{ch}^{-2} kx$	$k \text{th} kx$	$\frac{3(k\delta - \text{th} k\delta)}{k d \text{th}^2 k\delta}$	$\frac{3(k\delta - \text{th} k\delta)}{k \delta \text{th}^2 k\delta}$	$\frac{k^2 a^2}{r^2 \text{ch}^2 (ka \ln(r/a))}$

Видно, что однородный по плотности пучок может быть сформирован только при $d > \delta$. Пучки с нарастающей к внешнему краю концентрацией формируются при малом зазоре $d < \delta$, и нарастание концентрации тем значительнее, чем меньше d/δ . Пучки с убывающей концентрацией $N(x)$ могут быть сформированы только в случаях значительных зазоров $d > \delta$. Эти закономерности формирования объясняются особенностями экранирования поля у эмиттирующей поверхности катода (очевидно чем меньше d/δ , тем труднее обеспечить равномерность поля и концентрации вблизи торца катода).

При квазиоднородной концентрации пучка его ток на единицу длины по циклической координате y , совпадающий с собственным полем H_y^{\max} , определяется как

$$H_y^{\max} = N \int_0^\delta \sqrt{2\Phi_0 + Nx^2} dx = U^{3/2} k \varphi_0 \frac{\text{arcsh}(k\delta/\sqrt{2\Phi_0})}{(\text{sh}\xi \text{ch}\xi + \xi)}. \quad (20)$$

Удобно рассчитывать величину $H_y^{\max} d/U^{3/2}$, зависящую только от δ/d , т.е. подчиняющуюся слаборелятивистскому принципу подобия. Схема

расчета формирования однородного пучка: по заданной $g = \delta/d$ из (17) определяется потенциал φ_b (при $x = \delta$), затем $k\delta = \sqrt{(1 - \varphi_b)\delta/d}$ (по величине поля между пучком и стенкой), минимальная энергия $\varphi_0 = \varphi_b - \frac{k^2\delta^2}{2}$ (при $x = 0$) и ток (20). Результаты приведены в табл. 2. Видно, что по мере роста толщины δ/d ток пучка слабо возрастает, а по энергии пучок значительно расслаивается и происходит заметное торможение электронов. Низкоэнергетичная ветвь равновесных состояний (отмеченная *), как известно, неустойчива.

Таблица 2

$g = \delta/d$	φ_b	φ_0	$H_y^{\max} d/U^{3/2}$
0	2/3	2/3	0,385
0,25	0,651	0,607	0,389
0,5	0,631	0,544	0,395
0,75	0,6	0,45	0,400
1	0,5	0,25	0,406
0,75	0,333	0,083	0,376 *
0,5	0,226	0,033	0,327 *
0,25	0,118	0,008	0,244 *
0	0	0	0 *

Для сравнения укажем, что максимальный ток транспортировки тонкого пучка ($\delta \rightarrow 0$) в $\sqrt{2}$ раз превышает сформированный в КДМИ и достигается при $\varphi_b = 1/3$.

3б. Случай $\delta_x \rightarrow 0$. С тонких катодов формируются пучки, близкие

к безвихревым, и для их описания можно пользоваться бриллюэновской моделью. Основное уравнение формирования для этого случая получается из (2) с учетом изменения давления электрического поля вокруг катода (рис. 1б) в бриллюэновской втулке объемного заряда. С использованием главных соотношений для физических величин во втулке и пучке

$$\begin{array}{l}
 z = z_1: \\
 \eta = \delta_B/d, \quad U = \frac{H_{кр}^2 d^2}{2} \quad (\delta_B = d), \\
 U = H^2 d^2 \left(\eta - \frac{\eta^2}{2} \right), \\
 \frac{d\phi}{dx} = H^2 x \quad (x \leq \delta_B)
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 z = z_2: \\
 U - \phi_0 = H^2 d^2 \left(\xi - \frac{\xi^2}{2} \right) \\
 \frac{d\phi}{dx} = H^2 x \quad (x \leq \delta) \\
 \xi = \delta/d, \quad \beta_z = \sqrt{2\phi_0}
 \end{array}
 \right.
 \quad (21)$$

из (2) находится поток импульса электронов

$$\beta_z^2 H^2 \delta = \frac{1}{2} \int_{z_2}^{z_1} \int_0^d \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 dx, \quad (22)$$

а затем однозначная связь толщины пучка с толщиной втулки

$$\xi = \frac{9 - 4\eta - \sqrt{81 - 120\eta + 48\eta^2}}{8} \quad (23)$$

Вблизи критического режима магнитной изоляции ($\eta = \delta_B/d \approx 1$) толщина пучка составляет $\delta \approx \delta_B/4$, в сильном магнитном поле $\delta \approx \delta_B/3$.

Таблица 3

$H/H_{кр} = h$	$\eta = \delta_B/d$	$\xi = \delta/d$	δ/δ_B	φ_b	φ_0	$H_y^{max} d/U^{3/2}$
1	1	0,25	0,25	0,625	0,562	0,530
1,25	0,4	0,128	0,320	0,652	0,626	0,447
1,67	0,2	0,0655	0,328	0,660	0,648	0,414
2,29	0,1	0,0333	0,333	0,663	0,658	0,399
$\rightarrow \infty$	$1/2h^2$	$1/6h^2$	1/3	2/3	2/3	0,385

Результаты расчета формирования по мере роста магнитного поля показаны в табл. 3. Расчет объясняет (см. также [5, 6]) известное из экспериментов возрастание тока пучка по мере уменьшения магнитного поля, однако при этом энергия электронов не снижается по сравнению с энергией транспортировки тонкого замагниченного пучка, как в случае утолщения катода (табл. 2), а, наоборот, несколько возрастает, т.е. состояния сформированного пучка располагаются на диаграмме ток - энергия (рис. 2) по другую сторону от названной кривой

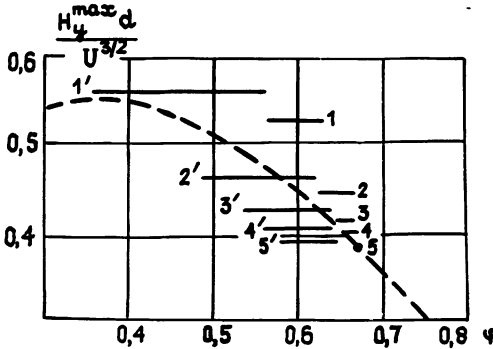


Рис. 2.

транспортировки. Этим состояниям на рис. 2 соответствуют отрезки прямых, пронумерованные от 1 до 5 последовательно для $H/H_{кр} = 1; 1,25; 1,67; 2,29; \infty$ (или $\delta_B/d = 1; 0,4; 0,2; 0,1; 0$).

зв. Общая модель ($\delta \neq 0, H \neq \infty$). В соответствии с (2) потоки импульсов электронов и поля вокруг катода (z_1) и в канале транспортировки (z_2) совпадают:

$$\int_{z_2}^{z_1} \left[\beta_z^2 \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 \right] dx = 0. \quad (24)$$

Отсюда для пучка с плотностью, отличной от бриллюэновской ($\rho \equiv N/N^2 < 1$), в системе формирования с $\delta_k \neq 0$ (рис. 1б) можно с учетом соответствующих граничных условий получить следующее уравнение формирования:

$$4(\rho\xi) \left(\eta - \frac{\eta^2}{2} \right) - (3 + \xi_k)(\rho\xi)^2 + \frac{4}{3}(\rho\xi)^3 = \eta^2 \left(1 - \frac{2}{3} \eta \right), \quad (25)$$

объединяющее относительные размеры $\xi = \delta/d$, $\xi_k = \delta_k/d$, $\eta = \delta_b/d$. Расчет удобно проводить, задавая толщину катода ξ_k , путем перебора толщины околоскатодной втулки η или магнитного поля (21), что позволяет из (25) определить последовательно $\rho\xi = \xi - \xi_k$ (13), т. е. толщину пучка ξ и его относительную концентрацию ρ . Далее определяются крайние потенциалы

$$\varphi_b = \varphi_0 + \frac{\rho\xi^2}{2\eta - \eta^2} = 1 - \frac{\rho\xi(1 - \rho\xi)}{\eta - \eta^2/2} \quad (26)$$

и собственное магнитное поле (ток) пучка

$$\frac{H_y^{\max} d}{U^{3/2}} = \frac{kd \varphi_0}{\sqrt{1 - \rho}} (\operatorname{sh}\bar{\xi} \operatorname{ch}\bar{\xi} + \bar{\xi}), \quad \operatorname{sh}\bar{\xi} = k\delta\sqrt{\frac{1 - \rho}{2\varphi_0}}. \quad (27)$$

Такая модель включает в себя разобранные выше случаи $H \rightarrow \infty$ (3а), $\delta_k = 0$ (3б), а также позволяет анализировать критические условия магнитной изоляции. В последнем случае, когда $\eta = 1$, из (25) следует

$$\xi_k = \frac{(\rho\xi - 1)^2 (4\rho\xi - 1)}{3(\rho\xi)^2}. \quad (28)$$

При $\xi_k > \xi_k^{\max} = 0,464$ однородные по плотности пучки в критическом режиме не могут быть получены. Из сравнения с $\xi_k^{\max} = 1$ при $H \rightarrow \infty$ (табл. 1) можно заключить, что по мере ослабления магнитного поля однородные пучки формируются с катодов меньшей толщины, а при фиксированной толщине катода пучки имеют тенденцию уплотняться от центральных слоев к периферии.

Расчет формирования однородного пучка по приведенной здесь схеме для конечных толщин катода при различной степени замагниченности демонстрирует плавную эволюцию области параметров на плоскости "энергия - ток пучка"; для $\xi_k = 0,4$ такая область приведена на рис. 2 (состояния пронумерованы от 1' до 5') в сравнении со случаем формирования бриллюэновского пучка ($\xi_k = 0$, нумерация от 1 до 5). Показана только высокоэнергетичная (устойчивая) ветвь состояний, другая ветвь характеризуется большей плотностью и низкими потенциалами*. Видно, что с увеличением толщины катода область состояний пучка смещается влево по оси энергий, расслоение по энергии увеличивается, ток пучка меняется весьма мало для каждого фиксированного $H/H_{кр}$, но заметно нарастает с приближением к условию отсечки ($H \rightarrow H_{кр}$). Видно, что эволюция областей состояний происходит в окрестности кривой транспортировки тонкого пучка (пунктир), и только состояния слабовихревых потоков с очень тонких катодов, когда $\delta \gg \delta_k$ (14), отходят от этой кривой в сторону больших энергий (см. также табл. 3).

4. Формирование мегавольтных РЭП. Учет релятивизма и собственных магнитных полей пучка не приводит к принципиальным затруднениям, однако делает вычисления значительно более громоздкими,

*Третий корень (25) $\rho\xi > 1$ должен быть отброшен: $\varphi_b < 1$ в (26).

особенно при несильных магнитных полях. Рассмотрим два примера.

4а. Случай $H \rightarrow \infty$. Согласно (8), (9) и граничным условиям имеем

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_0 \operatorname{ch} kx, & H_y &\approx \gamma_0 \beta_0 k \operatorname{sh} kx + \\ &+ \frac{k}{2\gamma_0 \beta_0} (\operatorname{sh} kx - \operatorname{arctg} \operatorname{sh} kx), & & (29) \\ \Gamma/\gamma_b - 1 &= kd \operatorname{th} k\delta. \end{aligned}$$

Пучки с таким распределением потенциала и полей, квазиоднородные при $k\delta < 1$, представляют наибольший практический интерес; реализация близких состояний достигается подбором профиля поверхности [8]. Согласно уравнению формирования (4) для таких РЭП

$$\begin{aligned} (\gamma_b - 1)(\gamma_b^2 + \gamma_b - 2\Gamma) &= -(\Gamma - \gamma_b) \times \\ &\times \left[\frac{\gamma_b^2}{2} \left(1 - \frac{2k\delta}{\operatorname{sh} 2k\delta} \right) + 2 \left(\frac{k\delta}{\operatorname{th} k\delta} - 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (30)$$

каждому $k\delta$ соответствуют два положительных корня γ_b (высоко- и низкоэнергетичные состояния). По этим γ_b из (29) последовательно рассчитываются γ_0 , kd , δ/d , $H_y^{\max}d$. Результаты для типичного $\Gamma = 3$ ($U = 1,022$ кВ) показаны в табл. 4. Качественных отличий от слабoreлятивистского случая (табл. 2) нет. Только максимально возможные $\delta/d = 0,6$, а не 1. С ростом релятивизма квазиоднородные РЭП формируются с более тонких или дальше отстоящих от анода катодов. При фиксированных δ/d и заданной форме катода с ростом релятивизма формируются все более неоднородные, уплотненные к периферии РЭП, что согласуется с результатом [2] для сплошных катодов и объясняется все более сильным экранированием внутренних областей торца катода полями объемного заряда по мере роста напряжения на катоде и плотности тока пучка. Для сравнения укажем, что предельному току транспортировки тонкого пучка соответствует $H_y^{\max}d = 1,122$ (на 30% больше сформированного) при $\gamma_b = \gamma_0 = 1,442$.

Таблица 4

δ/d	γ_b	γ_0	$H_y^{\max}d$
0	2	2	0,866
0,215	1,95	1,838	0,888
0,472	1,852	1,588	0,921
0,599	1,701	1,328	0,942
0,462	1,441	1,098	0,912
0,27	1,255	1,028	0,86
0	1	1	0

4б. Случай $\delta_k = 0$. В конечных магнитных полях ограничимся здесь расчетом формирования РЭП в приближении бесконечно тонкого катода, когда все потоки можно считать безвихревыми. Состояние электронной

втулки вокруг катода описывается следующими выражениями:

$$\gamma = \text{ch } Bx, \quad H_y = B_y \text{ ch } Bx, \quad p_y = \frac{B_z}{B} \text{ sh } Bx, \quad (31)$$

$$E_x = B \text{ sh } Bx, \quad H_z = B_z \text{ ch } Bx, \quad p_z = \frac{B_y}{B} \text{ sh } Bx, \quad B = \sqrt{B_z^2 + B_y^2},$$

где B_y , B_z - составляющие магнитного поля на катоде (под втулкой) при $z = z_1$. В силу импульсного характера собственных полей пучка сохраняется магнитный поток: например при отсечке, т.е. в критическом режиме магнитной изоляции ($\Gamma = \text{ch } Bd$) это дает $Hd = \frac{B_z}{B} \text{ sh } Bd$, где H - внешнее поле.

Для области транспортировки ($z = z_2$) согласно (7) имеем внутри пучка

$$H_z = H_0 \text{ ch } H_0 x, \quad \gamma = \gamma_0 \text{ ch } H_0 x, \quad p_y = \text{sh } H_0 x, \quad (32)$$

$$H_y = \beta_0 E_x, \quad E_x = \gamma_0 H_0 \text{ sh } H_0 x, \quad p_z = \beta_0 \gamma.$$

С учетом граничных условий выполняются соотношения

$$\Gamma/\gamma_0 = \text{ch } H_0 \delta + (H_0 d - H_0 \delta) \text{ sh } H_0 \delta, \quad (33)$$

$$Hd = \text{sh } H_0 \delta + (H_0 d - H_0 \delta) \text{ ch } H_0 \delta,$$

причем последнее выражает сохранение потока магнитного поля во время импульса (с учетом диамагнетизма РЭП).

При формировании сохраняются $H_y^{\text{max}} d$ (осевой ток при z_1 и z_2) и поток импульса (2), что дает для критического режима

$$\Gamma \sqrt{1 - \frac{H^2 d^2}{\Gamma^2 - 1}} \text{ arch } \Gamma = \sqrt{\gamma_0^2 - 1} H_0 d \text{ sh } H_0 \delta; \quad (34)$$

$$\text{arch}^2 \Gamma \left\{ -1 + 2 \left(1 - \frac{H^2 d^2}{\Gamma^2 - 1} \right) \right\} = -H_0^2 d^2 + 2(\gamma_0^2 - 1) H_0 d \text{ sh } H_0 \delta (\Gamma/\gamma_0). \quad (35)$$

Четыре уравнения (33) - (35) позволяют для КДМИ с заданным напряжением $U = \Gamma - 1$ найти величины γ_0 , δ/d , $H_0 d$, Hd , определяющие состояние РЭП. Другие величины легко находятся в соответствии с (31). Например, для диода с $\Gamma = 3$ ($U = 1022$ кВ) получается

$$\begin{array}{lll} Hd = 2,771 & \gamma_0 = 1,778 & Bd = 1,763 \\ H_0 d = 2,681 & \gamma_b = 1,841 & B_z d = 1,727 \\ \delta/d = 0,0995 & H_y^{\text{max}} d = 1,065 & B_y/B_z = 0,204 \end{array}$$

В отличие от слаборелятивистского варианта (табл. 3) сформированный безвихревой РЭП имеет значительно меньшую толщину (в 2,5 раза) и малое расслоение энергий (3,5%); в прикатодной электронной втулке очень велик диамагнетизм, заметен он и в самом пучке (также 3,5%); с ростом магнитного поля и по мере сжатия потоков диамагнетизм в пучке становится незначительным, а в электронной втулке он равен, согласно (31), максимальной γ электронов (для критического режима составляет 300%).

5. Заключительные замечания. Здесь дан анализ задачи формирования РЭП в КДМИ при конечных магнитных полях и толщинах трубчатого катода, при этом из решения обратной задачи ("навстречу потоку") найдены основные необходимые условия, определяющие возможность формирования квазиоднородных по плотности пучков. Достаточные условия, связанные в первую очередь с профилированием торцевой эмиттирующей поверхности, могут быть найдены только из конкретных численных моделирований и базируются на известных физических принципах [8]. Из представленных выше решений видно, что и в приближении неограниченно сильного магнитного поля с уменьшением толщины катода, и в приближении бесконечно тонкого катода с ростом магнитного поля состояния пучка асимптотически стремятся к найденному впервые в [1].

Когда настоящая работа была завершена и в основной части написана, появилась попытка опровержения отмеченного решения [1], предпринятая на основе модели с бесконечно тонким катодом и неограниченным магнитным полем [13]. Однако на фоне многократного подтверждения фундаментального результата [1], основанного на корректной модели с тонким (но не бесконечно) катодом как в различных - по методам измерения энергии электронов - экспериментах, так и при многократных численных моделированиях, результат [13] представляется, по крайней мере, нуждающимся в строгой проверке.

Автор признателен Н. Ф. Ковалеву и Ш. Е. Цимрингу за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федосов А. И., Литвинов Е. А. и др. // Изв. вузов. Физика. 1977. N 10. С. 134.
2. Нечаев В. Е. // Физика плазмы. 1979. Т. 5. N 3. С. 706.
3. Нечаев В. Е., Солюянов Е. И., Фукс М. И. // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. N 2. С. 113.
4. Беломытцев С. Я., Литвинов Е. А. и др. // Физика плазмы. 1981. Т. 7. N 1. С. 86.
5. Фукс М. И. // ЖТФ. 1982. Т. 52. N 4. С. 675.
6. Нечаев В. Е. // Тезисы докл. IV Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. - Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1982. Ч. 1. С. 241.
7. Воронин В. С., Лебедев А. Н. // ЖТФ. 1973. Т. 43. N 12. С. 2591.
8. Гром Ю. Д., Нечаев В. Е. и др. // Тезисы докл. IV Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. - Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1982. Ч. 1. С. 163.
9. Reizer M. // Phys. of Fluids. 1977. V. 20. N 3. P. 477.
10. Данилов В. Н. // ПМТФ. 1968. N 1. С. 3.
11. Нечаев В. Е. // Тезисы докл. V Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. - Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1984. Ч. 1. С. 171.
12. Gabor D. // Proc. IRE. 1945. V. 11. N 11. P. 792.
13. Шафер В. Ю. // Краткие сообщения по физике ФИАН. 1989. N 6. С. 37.

ANALYTICAL THEORY OF FORMING ANNULAR ELECTRON BEAMS
OF VARIOUS THICKNESS IN HIGH-CURRENT COAXIAL
DIODES WITH MAGNETIC INSULATION

V. E. Nechayev

The problem of beam formation in a coaxial diode with an annular cathode of various thickness both in indefinitely strong magnetic fields and in finite insulating magnetic fields is analysed. The methods of determining the principle beam characteristics are developed involving the invariants of formation and the preliminary solution of the transportation problem for the beams of quasihomogeneous density with different vortices of the generalized momentum. The conditions providing the possibility for the quasihomogeneous beam formation are found, and the evolution of beam characteristics with varying geometric and electric parameters of the system is described.

УДК 539.12

ТРЕХМЕРНАЯ ЗАДАЧА О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЭМИТТАНСОВ СГУСТКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. Е. Барминова, А. С. Чухачев

Изучается преобразование эмиттансов сгустка заряженных частиц в неоднородном магнитном поле, характеризующемся постоянным градиентом. Для решения самосогласованной задачи с учетом собственного заряда используется модификация "модели Капчинского", позволяющая рассматривать пространственно ограниченные сгустки в виде трехосных эллипсоидов. Приведенные результаты численных расчетов описывают динамику сгустка в фазовом пространстве и могут быть использованы при создании конкретных ускоряющих систем.

Поведение сгустков заряженных частиц в постоянном неоднородном магнитном поле представляет большой интерес для различных ускорительных устройств, например, типа рейстректов, устройств для параллельного переноса пучков, для ввода - вывода пучков в циклических ускорителях, а также устройств, в которых используются поворотные магниты для уменьшения габаритов [1].

Задача о движении сгустка в постоянном неоднородном магнитном поле рассматривалась также в работе [2]. Результаты работы [2] применимы для сгустков, имеющих большой размер вдоль магнитной силовой линии - много больший обоих поперечных размеров. В настоящей работе рассматривается противоположный случай: размер сгустка вдоль силовой линии считается меньшим двух остальных размеров. Поворот сгустков в магнитном поле существенно изменяет конфигурацию в фазовом пространстве, что может сильно увеличить потери частиц в процессе формирования ускоренных сгустков. Изменение конфигурации в фазовом пространстве и связанное с этим изменением преобразование эмиттансов в однородном магнитном поле изучалось в работах [3,4]. В этих работах полностью пренебрегалось влиянием неоднородности поля на входе в магнит, т.е. считалось, что размеры сгустка много больше размера неоднородности поля. Здесь, по-видимому, достаточно решения двумерной задачи, так как вдоль поля на частицы не действуют силы (воздействие сил собственного заряда предполагалось пренебрежимо малым).

В настоящей работе будут учитываться силы со стороны собственного пространственного заряда, причем размеры сгустка считаются малыми в сравнении с характерным размером неоднородности поля. Для изучения динамики заряженных сгустков в фазовом пространстве может быть использована "модель Капчинского" [5]. Отметим, что сама по себе эта модель обеспечивает самосогласованное описание только достаточно длинных сгустков, когда движение вдоль продольной оси можно считать заданным, а разброс продольных скоростей равным нулю. Вопрос о построении самосогласованной модели для описания пространственно ограниченных сгустков с постоянной плотностью заряда решался в ряде работ, из которых отметим [6 - 8].

Модель, предложенная в [6], не обеспечивает точного постоянства плотности, которое необходимо для наличия инварианта уравнений движения частиц, при помощи которого становится возможным решение самосогласованной задачи. Модель работы [7] описывает сгустки с постоянной плотностью в сферически- и аксиально-симметричных задачах, что не подходит для проблемы, изучаемой в настоящей работе. По-видимому, наиболее близкой к модели данной работы является модель [8], в которой предполагается наличие линейной связи между интегралами движения, соответствующими трем координатам.

1. Предположим, что сгусток заряженных нерелятивистских частиц движется в направлении x . Внешнее магнитное поле характеризуется постоянным градиентом ($H' = \text{const}$): $H_z = H'x$, $x \geq 0$; $H_z = 0$, $x < 0$. При этом $H_x = H'z$, $H_y = 0$. В системе координат x_1, y_1, z_1 , связанной с центром сгустка и движущейся поступательно, уравнения движения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \omega' x_0 \dot{y}_1 + \omega' \dot{y}_0 x_1 + \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \\ \dot{y}_1 = -\omega' \dot{x}_0 x_1 - \omega' x_0 \dot{x}_1 + \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} \\ \dot{z}_1 = -\omega' \dot{y}_0 z_1 + \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial z_1} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $x_0(t), y_0(t)$ - координаты центра эллипсоидального сгустка в лабораторной системе координат, $\omega' = \frac{eH'}{mc}$, c - скорость света. Потенциал Φ равномерно заряженного эллипсоида с полуосями R_x, R_y, R_z в случае $R_z < R_y \leq R_x$ можно представить в виде

$$\frac{e\Phi}{m} = \frac{e\Phi_0}{m} + \frac{3q}{2} (K_x x_2^2 + K_y y_2^2 + K_z z_2^2), \quad (2)$$

где x_2, y_2, z_2 - система координат, связанная с главными осями сгустка, $q = \frac{e^2 N}{m}$, $N = \frac{4\pi}{3} n_0 R_x R_y R_z$ - полное число частиц в сгустке, e и m - соответственно заряд и масса частицы, n_0 - плотность частиц внутри эллипсоида, Φ_0 - потенциал в центре эллипсоида. При этом (см. [9])

$$K_x \approx \frac{2(K - E)}{\epsilon^2 R_x^3}, \quad K_y \approx \frac{2(E - K(1 - \epsilon^2))}{R_x R_y^2}, \quad (3)$$

$$K_z \approx \frac{2}{R_x R_y R_z} \left(1 - \frac{R_z E}{R_x \sqrt{1 - \epsilon^2}} \right),$$

где K и E - полные эллиптические интегралы 1- и 2-го рода

соответственно, $\varepsilon = \sqrt{1 - R_x^2/R_y^2}$ - аргумент интегралов K и E . Если координаты (x_2, y_2, z_2) и (x_1, y_1, z_1) связаны между собой соотношениями

$$x_2 = x_1 \cos \theta + y_1 \sin \theta, \quad y_2 = -x_1 \sin \theta + y_1 \cos \theta, \quad (*)$$

то уравнения (1) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \omega' x_0 \dot{y}_1 + (\omega' \dot{y}_0 + M_1) x_1 + M_2 y_1 \\ \dot{y}_1 = (-\omega' \dot{x}_0 + M_2) x_1 - \omega' x_0 \dot{x}_1 + M_3 y_1 \\ \dot{z}_1 = (-\omega' \dot{y}_0 + M_4) z_1 \end{cases} \quad (4)$$

где

$$M_1 = 3q(K_y + \cos^2 \theta (K_x - K_y)), \quad M_2 = (3q/2) \sin 2\theta (K_x - K_y), \quad (5)$$

$$M_3 = 3q(K_x - \cos^2 \theta (K_x - K_y)), \quad M_4 = 3qK_z.$$

Поскольку уравнение для z_1 не зависит от координат x_1 и y_1 , инвариант, характеризующий движение по этой оси, может быть записан в виде, не зависящем от движения в плоскости симметрии магнита:

$$I_z = L \dot{z}_1 - \dot{L} z_1,$$

где $L(t)$ удовлетворяет тому же уравнению, что и z_1 : $\dot{L} - \omega_3^2 L = 0$, где $\omega_3^2 = \omega' \dot{y}_0 - M_4$.

Так как это уравнение имеет два линейно независимых решения L_1 и L_2 , можно использовать два инварианта: $I_z^{(1,2)} = L_{1,2} \dot{z}_1 - \dot{L}_{1,2} z_1$. Движение в плоскости x_1, y_1 можно описывать при помощи инварианта 2-го порядка I_{xy} . Положим

$$\begin{aligned} I_{xy} = & A_1 \dot{x}^2 + 2A_2 \dot{x}\dot{y} + A_3 \dot{y}^2 + B_1 x^2 + 2B_2 xy + B_3 y^2 + \\ & + C_1 \dot{x}\dot{y} + C_2 \dot{x}y + C_3 x\dot{y} + C_4 xy. \end{aligned}$$

Из условия $dI/dt = 0$ получим следующую систему уравнений для A_i, B_j, C_k :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{A}_1 = -2A_2 + \omega_H C_1 \\ \dot{A}_2 = -A_3 - A_1 M_1 + 0,5(\omega_H C_3 - C_1(M_2 - \omega' \dot{x}_0)) - A_1 \omega' \dot{y}_0 \\ \dot{A}_3 = -2A_2(M_1 + \omega' \dot{y}_0) - C_3(M_2 - \omega' \dot{x}_0) \\ \dot{B}_1 = -2B_2 - \omega_H C_1 \\ \dot{B}_2 = -B_3 - B_1 M_3 - 0,5(\omega_H C_2 + C_1 M_2) \\ \dot{B}_3 = -2B_2 M_3 - C_2 M_2 \\ \dot{C}_1 = C_2 - C_3 + 2\omega_H(B_1 - A_1) \\ \dot{C}_2 = -C_4 - C_1 M_3 - 2(A_1 M_2 - \omega_H B_2) \\ \dot{C}_3 = -C_4 - C_1(M_1 + \omega' \dot{y}_0) - 2A_2 \omega_H - 2B_1(M_2 - \omega' \dot{x}_0) \\ \dot{C}_4 = -C_2(M_1 + \omega' \dot{y}_0) - C_3 M_3 - 2A_2 M_2 - 2B_2(M_2 - \omega' \dot{x}_0) \end{array} \right. \quad (6)$$

Здесь $\omega_H = \omega' x_0$. Отметим, что инвариант существует только в случае линейных уравнений движения, для чего следует потребовать постоянства плотности частиц внутри эллипсоида. Покажем, что этому условию удовлетворяет функция распределения следующего вида:

$$f = \kappa \delta(I_{xy} + I_z^{(1)2} - I_0) \delta(I_z^{(2)}), \quad (7)$$

где κ - нормировочная константа. Действительно, непосредственное вычисление плотности дает

$$n = n_0 \sigma \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2} - \frac{z^2}{R_z^2} \right), \quad (8)$$

где $R_x = \sqrt{I_0} L_2 / \omega_0$, $\omega_0 = L_1 \dot{L}_2 - \dot{L}_1 L_2 = \text{const}$. Для величин полуосей R_x и R_y можно получить

$$R_x = \left(2 / (\Lambda + B - \sqrt{(\Lambda - B)^2 + C^2}) \right)^{1/2}, \quad R_y = \left(2 / (\Lambda + B + \sqrt{(\Lambda - B)^2 + C^2}) \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где

$$\Lambda = A_3 - \frac{1}{\Lambda} (A_2^2 B_1 - \frac{1}{2} A_2 C_1 C_3 + \frac{1}{4} A_1 C_3^2),$$

$$B = B_3 - \frac{1}{\Lambda} (A_1 B_2^2 - \frac{1}{2} B_2 C_1 C_2 + \frac{1}{4} B_1 C_2^2),$$

$$C = C_4 - \frac{1}{\Lambda} (A_1 B_2 C_3 + A_2 B_1 C_2 - A_2 B_2 C_1 - \frac{1}{4} C_1 C_2 C_3),$$

$$\Lambda = A_1 B_1 - C_1^2 / 4.$$

Можно также убедиться, что эмиттанс сгустка, соответствующий координате z , равен нулю, что следует из соотношения $L_2 \dot{z} \equiv \dot{L}_2 z$. Кроме того, можно получить выражения для средних величин, поясняющих физический смысл коэффициентов квадратичной формы $I = I_{xy} + I_z^{(1)2}$:

$$\begin{aligned} \overline{\dot{x}_1^2} &= \frac{B_1}{2\Lambda}, & \overline{\dot{y}_1^2} &= \frac{A_1}{2\Lambda}, & \overline{\dot{x}_1 \dot{y}_1} &= -\frac{C_1}{2\Lambda}, & \overline{z^2} &= \frac{\dot{L}_2^2}{\omega_0^2} \\ \overline{x_1^2} &= \frac{B}{2(AB - C^2/4)}, & \overline{y_1^2} &= \frac{A}{2(AB - C^2/4)}, & \overline{z^2} &= \frac{L_2^2}{\omega_0^2}, \\ \overline{x_1 y_1} &= -\frac{C}{2(AB - C^2/4)}, & \overline{\dot{x}_1 x_1} &= \frac{B((1/4)C_1 C_3 - A_2 B_1)}{\Lambda(AB - C^2/4)}, \\ \overline{\dot{y}_1 y_1} &= \frac{A((1/4)C_1 C_2 - A_1 B_2)}{\Lambda(AB - C^2/4)}, & \overline{\dot{z} z} &= \frac{\dot{L}_2 L_2}{\omega_0^2}, \\ \overline{\dot{x}_1 y_1} &= \frac{A(B_1 C_2 - B_2 C_1)}{4\Lambda(AB - C^2/4)}, & \overline{x_1 \dot{y}_1} &= \frac{B(A_2 C_1 - A_1 C_3)}{4\Lambda(AB - C^2/4)}. \end{aligned}$$

Здесь полагаем для простоты $I_0 = 1$. Для z -й компоненты уравнений движения (4) очевидно

$$\dot{R}_z + \omega_3^2 R_z = 0. \quad (10)$$

Равенство нулю правой части (10) объясняется нулевым эмиттансом в z -направлении.

Динамика эмиттанса в плоскости $z = 0$ представляет наибольший интерес. Определим поперечный эмиттанс ϵ_{\perp} как объем в четырехмерном пространстве, ограниченном гиперповерхностью $I_{xy} = I_0$:

$$\epsilon_{\perp} = \int_{A_1 \dot{x}_1^2 + \dots + C_4 x_1 y_1 \leq I_0} dx_1 dy_1 dx_1 dy_1. \quad (11)$$

Положим $\dot{x}_1 = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$, $\dot{y}_1 = -\xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$. Если угол α удовлетворяет условию $\operatorname{tg} 2\alpha = C_1 / (B_1 - A_1)$, то форма I_{xy} не будет содержать член с $\xi\eta$. После приведения I_{xy} к координатам (x_2, y_2) посредством (*) получим

$$I_{xy} = P\xi^2 + Q\eta^2 + x_2^2/R_x^2 + y_2^2/R_y^2. \quad (12)$$

Здесь

$$P = \frac{1}{2}(A_1 + B_1 - \sqrt{(A_1 - B_1)^2 + C_1^2}), \quad Q = \frac{1}{2}(A_1 + B_1 + \sqrt{(A_1 - B_1)^2 + C_1^2}).$$

Для ε_1 имеем

$$\varepsilon_1 = \int \int \int d\xi \, d\eta \, dx_2 \, dy_2 = \frac{1}{2} \int \int d\xi \, dx_2 \cdot \int \int d\eta \, dy_2. \quad (13)$$

$$P\xi^2 + Q\eta^2 + x_2^2/R_x^2 + y_2^2/R_y^2 \leq 1_0 \quad P\xi^2 + x_2^2/R_x^2 \leq 1_0 \quad Q\eta^2 + y_2^2/R_y^2 \leq 1_0$$

Последнее равенство определяет поперечный эмиттанс как половину произведения "условных эмиттансов", соответствующих главным осям сгустка. Определение "условный эмиттанс" связано с тем, что разбиение на реальные эмиттансы возможно лишь в том случае, когда полностью разделяются переменные в уравнениях движения (1). Из требования сохранения фазового объема (13) следует, что для системы (6) существует инвариант вида

$$\Lambda(AB - C^2/4) \equiv \text{const}. \quad (14)$$

Соотношение (14) использовано нами для проверки точности численного решения системы (6), а (13) - для исследования эффекта "перекачки эмиттансов".

2. Для изучения преобразования эмиттансов следует решить систему уравнений (6) с учетом уравнения движения центра сгустка

$$\dot{x}_0(t) = \pm \sqrt{v_0^2 - \omega'^2 x_0^4(t)}/4 \quad (15)$$

и уравнения (10) для $R_z(t)$. Система в целом представляет собой задачу Коши, т.е. заданы начальные условия при $t = 0$ (на входе сгустка в магнит). Для движения центра сгустка имеем

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t)|_{t=0} &= 0, & \dot{x}_0(t)|_{t=0} &= v_0, \\ \dot{y}_0(t)|_{t=0} &= -d_0, & \dot{y}_0(t)|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

При движении в магнитном поле с постоянным градиентом центр сгустка достигает точки $x_0 = x_{0\text{max}} = \sqrt{2v_0/\omega'}$ и движется в обратном направлении.

Для R_z начальные условия

$$\dot{R}_z|_{t=0} = 0, \quad R_z|_{t=0} = R_z^{(0)}. \quad (17)$$

В плоскости (x, y) сгусток характеризуется функциями $A_1(t)$, $B_1(t)$, $C_k(t)$. Положим, что при $t = 0$

$$A_2 = B_2 = C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0, \quad (18)$$

тогда значения $A_{1,3}$ и $B_{1,3}$ отличны от нуля, а оси x_1 и y_1 совпадают с главными осями эллиптического сечения и осями эллипса скоростей. Начальные значения $A_{1,3}$ и $B_{1,3}$ будут взяты такими, чтобы $R_x^{(0)} = 0,1 l_0$, $R_y^{(0)} = (0,03 + 0,9) l_0$, $\dot{R}_x^{(0)} = 0$, $\dot{R}_y^{(0)} = 0$, $P = A_1 = 100$, $Q = B_1 = 100$, что соответствует $\overline{\Delta v_x^2} = 10^{-12} v_0^2$, $\overline{\Delta v_y^2} = 10^{-12} v_0^2$.

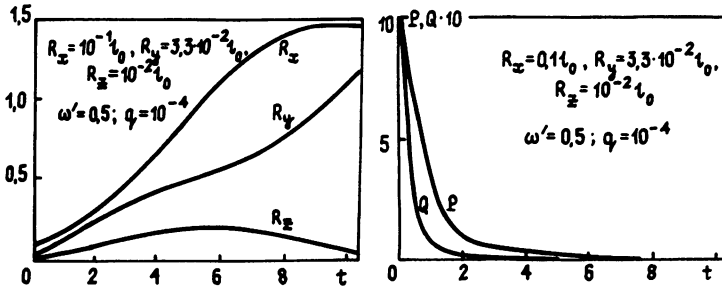


Рис. 1.2.

На рис. 1 приведены зависимости, характеризующие изменение величин полуосей эллипсоидального сгустка во времени. Заметим, что для удобства в качестве единиц взяты длина $l_0 = \sqrt{2v_0/\omega'}$ и время $\tau_0 =$

$= \sqrt{2/v_0\omega'}$. Величины R_x и R_y монотонно растут из-за наличия конечного эмиттанта и электростатического расталкивания. Величина R_z изменяется немонотонно вследствие существования силы Лоренца, вызванной наличием составляющей магнитного поля H_x при $z \neq 0$ и противодействующей расталкиванию. Отметим, что при определенных параметрах ω' , q и $R_{x,y}^{(0)}$ $R_z(\tau)$ может монотонно убывать с

момента влета сгустка в магнит, когда компрессия в неоднородном магнитном поле будет преобладать над собственным расширением независимо от расплывания сгустка в плоскости (x_2, y_2) . Зависимости величин $P(\tau)$ и $Q(\tau)$, характеризующие динамику "эллипса скоростей", изображены на рис. 2. Интересно отметить, что если различающиеся примерно в три раза на входе в магнит радиусы R_x и R_y становятся

близкими по величине на выходе, то с величинами $\overline{\Delta v_x^2}$ и $\overline{\Delta v_y^2}$ ситуация обратная: изотропное распределение скоростей преобразуется в резко анизотропное $-P/Q \sim 10$ (см. [4]). Однако такой наглядный результат наблюдается лишь при небольших градиентах ω' . При увеличении ω' отношения R_x/R_y и P/Q на выходе уменьшаются, причем отсутствие пропорции говорит о появлении эффекта "перекачки эмиттансов". Рис. 3 представляет квадрат преобразования эмиттансов k^2 в неоднородном магнитном поле как функцию градиента угловой частоты, и следовательно, градиента магнитного поля $\left(\omega' = \frac{e}{mc} \frac{H}{l_0}\right)$

при различных значениях начальной величины $R_y^{(0)}$. Начальные значения

$\overline{\Delta v_x^2}$ и $\overline{\Delta v_y^2}$ сохраняются постоянными и равными $10^{-12} v_0^2$.

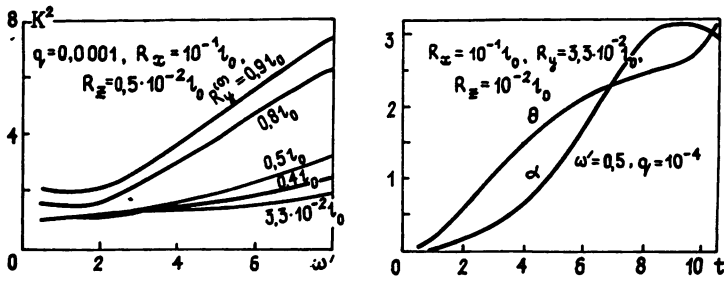


Рис. 3.4.

Параметр q связан с полным числом частиц в сгустке N ($q = e^2 N / m v_0^2 l_0$). Физический смысл получаемых решений требует ограничения на плотность заряда, и в данном случае q не превышает 10^{-4} . Увеличение значения ω' соответствует либо росту N_{\max} при неизменной величине энергии, либо увеличению габаритов магнита (l_0), либо уменьшению энергии поворачиваемого сгустка при неизменных N , l_0 . Поведение сечений гиперэллипсоида в фазовом пространстве $(\dot{x}_1, \dot{y}_1, x_1, y_1)$ можно охарактеризовать углами θ и α , где θ - угол поворота пространственного сечения сгустка $\dot{x}_1 = \dot{y}_1 = 0$, α - угол поворота сечения $x_1 = y_1 = 0$, т.е. плоскости (\dot{x}_1, \dot{y}_1) . На рис. 4 представлены зависимости $\alpha(\tau)$ и $\theta(\tau)$. Желательным является совпадение этих углов на выходе из магнита, так как в этом случае, возможно, полностью отсутствуют потери частиц при дальнейшем ускорении (при наличии на тракте внешних фокусирующих устройств).

ЛИТЕРАТУРА

1. Gulikson R.L. Progress in accelerator technology for strategic defense, NIM, B24/25 (1987), 730.
2. Барминова Е. Е., Чихачев А. С. //Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т.33. № 3. С.366.
3. Кушин В. В. // ЖТФ. 1973. Т.43. Вып. 11. С.2262.
4. Мурин Б. П., Громов Е. В., Кушин В. В. //Труды Радиотехнического ин-та. 1973. № 16. С.348.
5. Капчинский И. М. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. - М.: Атомиздат, 1966.
6. Перельштейн Э. А., Ширков Г. Д. Препринт ОИЯИ Р9- 10468. Дубна, 1977.
7. Чихачев А. С. //ЖТФ. 1984. Т.54. № 9. С.1694.

8. Буданов Ю. А., Швецов В. И. // Труды 10-го Всесоюзного совещания по ускорению заряженных частиц. - Дубна, 1987. Ч. 1. С. 446.
9. Муратов Р. З. Потенциалы эллипсоида. - М.: Атомиздат, 1976.

Опытно-конструкторское бюро
"Горизонт"

Поступила в редакцию
13 июня 1990 г.

THREE-DIMENSIONAL PROBLEM OF EMITTANCE TRANSFORMATION
OF CHARGED PARTICLE BUNCHES IN NONUNIFORM MAGNETIC FIELD

E. E. Barminova, A. S. Chikhachev

The transformation of a charged particle bunch emittance in nonuniform magnetic field with a constant field gradient is studied. The modification of "Kapchinskiy model" is used for the self-consistent problem to be solved with taking into account the significant eigen space charge. This allows one to consider space-finite bunch as ellipsoidal one. The results obtained describe the bunch dynamics in phase space and can be used when concrete acceleration system is created.

УДК 621.372

**ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ H_{10} НА ИНДУКТИВНОМ СТЕРЖНЕ,
РАСПОЛОЖЕННОМ В СЛОЕ ДИЭЛЕКТРИКА**

Ф. Г. Богданов, Г. Ш. Кеванишвили, Г. Г. Чихладзе

Получено строгое решение задачи дифракции волны H_{10} на идеально проводящем круговом цилиндре, расположенном в диэлектрическом слое параллельно боковым стенкам волновода. Исследуются зависимости модуля и фазы коэффициента прохождения системы от параметров волновода. Обнаружены эффекты полного прохождения и отражения падающей волны.

В технике СВЧ широко используются волноводные устройства с различными настроечными элементами: цилиндрическими стержнями, диафрагмами, шайбами, дисками и т.п. [1]. Методы расчета большинства из них хорошо известны и широко применяются на практике [2-4].

Наряду с обычными типами волноводных неоднородностей очевидный интерес представляет рассмотрение комбинированных типов неоднородностей, в частности, цилиндрических стержней в диэлектрическом слое. Такие неоднородности могут использоваться для создания фазовращателей, согласующих трансформаторов, преобразователей типов волн и т.п. Исследование подобных систем до последнего времени наталкивалось на определенные математические трудности, приводящие к известным ограничивающим допущениям [5, 6].

В настоящей работе, на базе работ [7, 8], предложен строгий метод исследования, в основе которого лежит адекватное представление переизлученного поля в виде ряда по мультипольным и пространственным гармоникам.

Постановка задачи. Исследуемая структура в декартовой системе

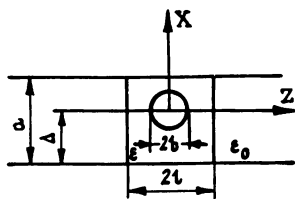


Рис. 1

координат вместе с используемыми обозначениями приведена на рис. 1 в сечении xOz . Здесь a - ширина волновода, b - радиус металлического цилиндра, Δ - расстояние его от боковой стенки волновода, $2l$ - толщина диэлектрического слоя, ϵ , μ_0 - его абсолютные проницаемости.

Предположим, что со стороны положительных значений z на систему падает основная волна прямоугольного волновода H_{10} с электрической составляющей

$$E_y = \sin[t_1(x + \Delta)] e^{ih_1 z} \quad (\text{Im } h_1 < 0) \quad (1)$$

(зависимость от времени выбрана в виде $e^{i\omega t}$), где $t_1 = \pi/a$ и $h_1 = \sqrt{k_0^2 - t_1^2}$ - поперечное и продольное волновые числа волны H_{10} , $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ - волновое число в свободном пространстве, λ_0 - длина волны в вакууме. Поставим задачу о нахождении рассеянного поля, возникающего в волноводе в результате дифракции.

Прежде всего заметим, что, исходя из метода зеркальных изображений, исходная структура может быть преобразована к двухэлементной периодической решетке из бесконечно длинных идеально проводящих цилиндров с периодом $d = 2a$, погруженной в бесконечный плоскопараллельный диэлектрический слой толщиной $2l$ (рис. 2). При этом исходная задача трансформируется к задаче дифракции волны (1) на полупериоде этой решетки, ограниченном боковыми стенками волновода.

Поле падающей волны, переотраженное границами слоя и цилиндрами решетки, порождает бесконечную совокупность пространственных и мультипольных гармоник. В результате для составляющих поля в различных областях волновода можно записать представления

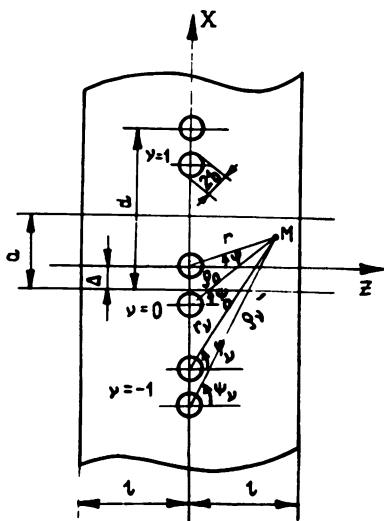


Рис. 2.

$$E_{y1} = E_y + \sum_{p=1}^{\infty} R_p \sin t_p(x + \Delta) e^{-ih'z}, \quad z \geq l,$$

$$E_{y2} = \sum_{p=1}^{\infty} \left[C_p e^{ih'z} + (D_p + A_p^-) e^{-ih'z} \right] \sin t_p(x + \Delta), \quad b \leq z \leq l,$$

$$E_{y3} = E_y \text{ pac} + \sum_{p=1}^{\infty} \left(C_p e^{ih'z} + D_p e^{-ih'z} \right) \sin t_p(x + \Delta), \quad (2)$$

$$-b \leq z \leq b, \quad r_y \geq b,$$

$$E_{y4} = \sum_{p=1}^{\infty} \left[(A_p^+ + C_p) e^{ih'z} + D_p e^{-ih'z} \right] \sin t_p(x + \Delta),$$

$$-l \leq z \leq -b,$$

$$E_{y5} = \sum_{p=1}^{\infty} B_p \sin t_p(x + \Delta) e^{ih'z}, \quad z \leq -l,$$

$$(\operatorname{Im} h_p < 0, \operatorname{Im} h'_p < 0),$$

где

$$E_{y \text{ рас}} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m [H_m^{(2)}(kr_\nu) e^{im\varphi_\nu} - H_m^{(2)}(k\rho_\nu) e^{-im\psi_\nu}],$$

$$r_\nu \geq b, \quad \rho_\nu \geq b \quad (3)$$

- поле, рассеянное решеткой, r_ν , φ_ν и ρ_ν , ψ_ν - цилиндрические координаты точки наблюдения M в локальных цилиндрических системах координат, связанных с ν -й группой цилиндров, $k = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ ($\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$) - волновое число в диэлектрике, $H_m^{(2)}(x)$ - функция Ханкеля 2-го рода, X_m - мультипольные коэффициенты рассеянной цилиндрами волны, R_p и B_p - комплексные амплитуды волн, отраженных и прошедших через диэлектрический слой, A_p^- и A_p^+ - амплитуды волн, переотраженных решеткой, C_p и D_p - амплитуды волн, интерферирующих в слое, $t_p = pr/a$ и $h_p = (k_0^2 - t_p^2)^{1/2}$, $h'_p = (k^2 - t_p^2)^{1/2}$ - поперечные и продольные волновые числа в свободном пространстве и диэлектрике.

Последовательность неизвестных R_p и B_p , определяющих рассеянное поле в дальней зоне, подлежит определению.

2. Ключевая система функциональных уравнений. Неизвестные коэффициенты задачи находятся из граничных условий на поверхностях диэлектрического слоя и идеально проводящего цилиндра и условий сшивания в плоскостях $z = \pm b$:

$$E_{y1} = E_{y2}, \quad \partial E_{y1}/\partial z = \partial E_{y2}/\partial z, \quad z = 1; \quad (4a)$$

$$E_{y2} = E_{y3}, \quad z = b; \quad (4б)$$

$$E_{y3} = E_{y4}, \quad z = -b; \quad (4в)$$

$$E_{y4} = E_{y5}, \quad \partial E_{y4}/\partial z = \partial E_{y5}/\partial z, \quad z = -1; \quad (4г)$$

$$E_{y3} = 0 \quad \text{при} \quad z = b \cos \varphi, \quad x = b \sin \varphi. \quad (4д)$$

Условия (4а) - (4д) после подстановки в них разложений (2) и (3) определяют систему функциональных уравнений относительно неизвестных R_p , C_p , D_p , A_p^+ , A_p^- , B_p и X_m :

$$\sin t_1(x + \Delta) e^{ih_1'1} + \sum_{p=1}^{\infty} R_p \sin t_p(x + \Delta) e^{-ih_p'1} =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} \left[C_p e^{ih_p'1} + (D_p + A_p^-) e^{-ih_p'1} \right] \sin t_p(x + \Delta); \quad (5a)$$

$$h_1 \sin t_1(x + \Delta) e^{ih_1'1} - \sum_{p=1}^{\infty} R_p h_p \sin t_p(x + \Delta) e^{-ih_p'1} =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} h_p' \left[C_p e^{ih_p'1} - (D_p + A_p^-) e^{-ih_p'1} \right] \sin t_p(x + \Delta); \quad (5b)$$

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \left[H_m^{(2)}(k r_{\nu}) e^{im\varphi_{\nu}} - H_m^{(2)}(k \rho_{\nu}) e^{-im\psi_{\nu}} \right] \Big|_{z=b} =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} A_p^- e^{-ih_p' b} \sin t_p(x + \Delta) \Big|_{z=b}; \quad (5B)$$

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \left[H_m^{(2)}(k r_{\nu}) e^{im\varphi_{\nu}} - H_m^{(2)}(k \rho_{\nu}) e^{-im\psi_{\nu}} \right] \Big|_{z=-b} =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} A_p^+ e^{-ih_p' b} \sin t_p(x + \Delta) \Big|_{z=-b}; \quad (5r)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} \left[(A_p^+ + C_p) e^{-ih_p'1} + D_p e^{ih_p'1} \right] \sin t_p(x + \Delta) =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} B_p e^{-ih_p'1} \sin t_p(x + \Delta); \quad (5d)$$

$$\sum_{p=1}^{\infty} h_p' \left[(A_p^+ + C_p) e^{-ih_p'1} - D_p e^{ih_p'1} \right] \sin t_p(x + \Delta) =$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} h_p B_p e^{-ih_p'1} \sin t_p(x + \Delta) \quad (-\Delta \leq x \leq a - \Delta); \quad (5e)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \Phi_n(\alpha, \varphi) = f(\alpha, \varphi) \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi), \quad (5ж)$$

где

$$\Phi_n(\alpha, \varphi) = H_n^{(2)}(\alpha) e^{in\varphi} + \sum_{s=-\infty}^{\infty} J_s(\alpha) \left[Z_{n-s}(kd, 0) - \right. \\ \left. - i^{s-n} H_{n+s}^{(2)}(2k\Delta) - (-1)^n Z_{n+s}(kd, 2k\Delta) \right] e^{is\varphi} \quad (\alpha = kb),$$

$$Z_n(u, v) = i^n \sum_{\nu=1}^{\infty} H_n^{(2)}(\nu u + v) + i^{-n} \sum_{\nu=1}^{\infty} H_n^{(2)}(\nu u - v),$$

$$f(\alpha, \varphi) = - \sum_{p=1}^{\infty} \left[C_p e^{i\alpha'_p \cos \varphi} + D_p e^{-i\alpha'_p \cos \varphi} \right] \sin p(\sigma + \beta \sin \varphi)$$

$$(\alpha'_p = h'_p b, \quad \sigma = 2\pi\Delta/d, \quad \beta = 2\pi b/d, \quad d = 2a).$$

3. Дифракционные характеристики рассеянного поля. Дифракционные характеристики R_p , C_p , D_p и B_p можно выразить через коэффициенты дифракционного спектра A_p^{\pm} поля, рассеянного цилиндрами решетки. Для определения этой связи умножим функциональные уравнения (5а), (5б), (5д), (5е) на $\sin t_p(x + \Delta)dx$ и проинтегрируем их по поперечному сечению волновода. В результате получим выражения

$$R_p = -2i\delta_{p1} e_p d_p e^{2ih_p l} \sin 2h'_p l + A_p^- e^{-i(h'_p - h_p)l} + \\ + 2e_p \left[h'_p A_p^+ + \left(h'_p \cos 2h'_p l + ih_p \sin 2h'_p l \right) A_p^- \right] e^{ih_p l}; \quad (6а)$$

$$B_p = 2a_p e_p h'_p e^{ih_p l} / b_p + A_p^+ e^{-i(h'_p - h_p)l} + \\ + 2e_p \left[h'_p A_p^- + \left(h'_p \cos 2h'_p l + ih_p \sin 2h'_p l \right) A_p^+ \right] e^{ih_p l}; \quad (6б)$$

$$C_p = e_p (a_p d_p / b_p + d_p A_p^- + b_p A_p^+); \quad (6в)$$

$$D_p = e_p (a_p + b_p A_p^- + d_p A_p^+); \quad (6г)$$

где

$$\begin{aligned} a_p &= 2\delta_{p1} h_p e^{ih'_1}, & b_p &= (h'_p - h_p) e^{-ih'_p}, \\ d_p &= (h'_p + h_p) e^{ih'_1}, & e_p &= b_p / (d_p^2 - b_p^2). \end{aligned}$$

В частности, в отсутствие слоя ($\varepsilon = \varepsilon_0$) из (6а) - (6г) получаем

$$R_p = A_p^-, \quad B_p = \delta_{p1} + A_p^+, \quad C_p = D_p = 0,$$

и разложения (2) переходят в обычные представления поля в волноводе с индуктивным стержнем [7].

4. Связь между коэффициентами дифракционного и мультипольного спектров рассеянного поля. Уравнения (5в), (5г) позволяют связать коэффициенты дифракционного (A_p^\pm) и мультипольного (X_m) спектров рассеянного решеткой поля.

С этой целью введем, аналогично [8], вспомогательные функции

$$E_p^\pm = \sin t_p(x + \Delta) e^{\pm ih'_p z} \quad (7)$$

и воспользуемся очевидным тождеством

$$E_p^\pm \Delta E_{y3} - E_{y3} \Delta E_p^\pm = 0, \quad (8)$$

справедливым во внутренней области волновода G , ограниченной плоскостями $z = \pm b$ и поверхностью цилиндра.

Интегрируя (8) по границе области G и используя уравнения (5в), (5г), находим

$$A_p^\pm = \begin{cases} \frac{4}{\pi \sqrt{D'^2 - p^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^{\mp m} X_m \sin(p\sigma \mp m\varphi'_p), & p < D' \\ \frac{4i}{\pi \sqrt{p^2 - D'^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^{\mp m} X_m \sin(p\sigma \mp m\frac{\pi}{2} \mp im\varphi'_p), & p > D' \end{cases}, \quad (9)$$

где

$$\varphi_p = \arctg \frac{p}{\sqrt{D'^2 - p^2}}, \quad \varphi'_p = \operatorname{arth} \frac{\sqrt{D'^2 - p^2}}{p} \quad (D' = D\sqrt{\varepsilon_r}, \quad D = \frac{d}{\lambda_0}).$$

Формулы (9) вместе с формулами (6а) - (6г) связывают все дифракционные коэффициенты рассеянного поля с мультипольными.

5. Ключевая система алгебраических уравнений. Для нахождения мультипольных коэффициентов X_n умножим уравнение (5ж) на $\frac{1}{2\pi} e^{-in\varphi} d\varphi$ и проинтегрируем от нуля до 2π . В результате приходим к бесконечной системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
 X_n H_n^{(2)}(\alpha) + J_n(\alpha) \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \left[Z_{m-n}(kd, 0) - i^{n-m} H_{m+n}^{(2)}(2k\Delta) - \right. \\
 \left. - (-1)^n Z_{m+n}(kd, 2k\Delta) \right] = - J_n(\alpha) \left\{ \sum_{p=1}^{[D']} [C_p i^n \sin(p\sigma - n\varphi_p) + \right. \\
 \left. + D_p i^{-n} \sin(p\sigma + n\varphi_p)] - \sum_{p=[D']+1}^{\infty} [C_p i^n \sin(p\sigma - \frac{n\pi}{2} - in\varphi'_p) + \right. \\
 \left. + D_p i^{-n} \sin(p\sigma + n\frac{\pi}{2} + in\varphi'_p)] \right\} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

После подстановки в (10) формул (6в), (6г) и (9) приходим окончательно к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов X_n :

$$X_n = - \xi_n x_n - \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m Q_{nm} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
 \xi_n = \left(2h_1 e^{ih_1} \left[i^n (h'_1 + h_1) e^{ih'_1} \sin(\sigma - n\varphi_1) + i^{-n} (h'_1 - h_1) e^{-ih'_1} \right. \right. \\
 \left. \left. \times \sin(\sigma + n\varphi_1) \right] \right) \left((h'_1 + h_1)^2 e^{2ih'_1} - (h'_1 - h_1)^2 e^{-2ih'_1} \right)^{-1},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_n = J_n(\alpha) \left(H_n^{(2)}(\alpha) + J_n(\alpha) \left[Z_0(kd, 0) - H_{2n}^{(2)}(2k\Delta) - \right. \right. \\
 \left. \left. - (-1)^n Z_{2n}(kd, 2k\Delta) + \Delta_{nn} \right] \right)^{-1},
 \end{aligned}$$

$$Q_{n,m} = a_n \left[Z_{m-n}(kd, 0) - i^{n-m} H_{m+n}^{(2)}(2k\Delta) - \right. \\ \left. - (-1)^m Z_{m+n}(kd, 2k\Delta) + \Delta_{mn} \right],$$

$$\Delta_{mn} = \sum_{p=1}^{[D']} \gamma_{mn}^p + \sum_{p=[D']+1}^{\infty} \sigma_{mn}^p,$$

$$\gamma_{mn}^p = (4e_p / \pi \sqrt{D'^2 - p^2}) \left\{ d_p \left[i^{m+n} \sin(p\sigma - n\varphi_p) \sin(p\sigma + m\varphi_p) + \right. \right. \\ \left. \left. + i^{-m-n} \sin(p\sigma + n\varphi_p) \sin(p\sigma - m\varphi_p) \right] + b_p \left[i^{-m-n} \sin(p\sigma + n\varphi_p) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin(p\sigma + m\varphi_p) + i^{-m-n} \sin(p\sigma - n\varphi_p) \sin(p\sigma - m\varphi_p) \right] \right\},$$

$$\sigma_{mn}^p = (2ie_p / \pi \sqrt{p^2 - D'^2}) \left\{ d_p \left[(1 + (-1)^{m+n}) \operatorname{ch}(m+n)\varphi'_p - \right. \right. \\ \left. \left. - ((-1)^m e^{2ip\sigma} + (-1)^n e^{-2ip\sigma}) \operatorname{ch}(m-n)\varphi'_p \right] + \right. \\ \left. + b_p \left[(1 + (-1)^{m+n}) \operatorname{ch}(m-n)\varphi'_p - \right. \right. \\ \left. \left. - ((-1)^m e^{2ip\sigma} + (-1)^n e^{-2ip\sigma}) \operatorname{ch}(m+n)\varphi'_p \right] \right\}.$$

Система алгебраических уравнений (11) регуляризируется подстановкой

$$X_n = J_n(\alpha) \hat{X}_n, \quad (12)$$

где \hat{X}_n - новые неизвестные. Поэтому она является фредгольмовой и может исследоваться методом усечения (редукции) при различных параметрах волновода [9].

6. Численные результаты. Система уравнений (11) исследовалась на ЭВМ (БЭСМ-6) при различных параметрах волновода $D = 2a/\lambda_0$, b/a , Δ/a , $1/a$ и $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$.

Сходимость алгоритма и устойчивость решения задачи иллюстрирует следующая таблица зависимости модуля коэффициента прохождения $|V_0|$ от порядка редукции N , вычисленная при различных параметрах волновода ($l/a = 0,15$).

Т а б л и ц а 1

Параметры волновода				Модуль коэффициента прохождения		
ϵ_r	Δ/a	b/a	$2a/\lambda_0$	$N = 1$	$N = 3$	$N = 5$
2,1	0,25	0,05	1,25	0,95203	0,95497	0,95497
			1,50	0,92236	0,91195	0,91196
		0,10	1,25	0,99676	0,99946	0,99946
			1,50	0,93376	0,90748	0,90756
	0,50	0,10	1,25	0,01323	0,14261	0,14262
			1,50	0,07154	0,32308	0,32308
5,4	0,50	0,05	1,50	0,99951	0,81895	0,81890
		0,10		0,99940	0,63290	0,63190

Из приведенной таблицы следует, что при малых значениях параметров b/a , Δ/a и ϵ_r сходимость алгоритма наблюдается уже при $N = 1$. С ростом этих параметров увеличивается и значение порядка редукции N , необходимое для обеспечения требуемой точности.

На рис. 3а, б приведены зависимости модуля $|V_0|$ и фазы $\varphi_b = \arg V_0$ коэффициента прохождения от частотного параметра D , вычисленные при различных относительных радиусах стержня b/a ($b/a = 0,05$ (рис. 3а) и $b/a = 0,1$ (рис. 3б) и проницаемостях слоя ϵ_r (здесь $\Delta/a = 0,25$, $l/a = 0,15$).

Из анализа приведенных зависимостей следует:

1) В отсутствие диэлектрика коэффициент прохождения $|V_0|$ падающей волны монотонно возрастает с ростом частотного параметра D , а его фаза φ_b монотонно убывает с ростом этого параметра. При этом набег фазы $\Delta\varphi = -\varphi_b < 0$ и линия нулевой фазы смещается в сторону падающей волны, т.е. металлический стержень ускоряет падающую на него волну.

2) При наличии диэлектрического слоя коэффициент прохождения $|V_0|$ сначала возрастает с ростом частотного параметра, а затем, достигая максимума, начинает убывать. При не очень больших проницаемостях слоя ϵ_r коэффициент прохождения $|V_0|$ близок к единице в широкой частотной области: наличие слоя "просветляет" систему. При достаточно больших ϵ_r наблюдаются характерные эффекты полного прохождения и отражения падающей волны. При этом число резонансов возрастает с уменьшением радиуса стержня b и увеличением проницаемости слоя ϵ_r .

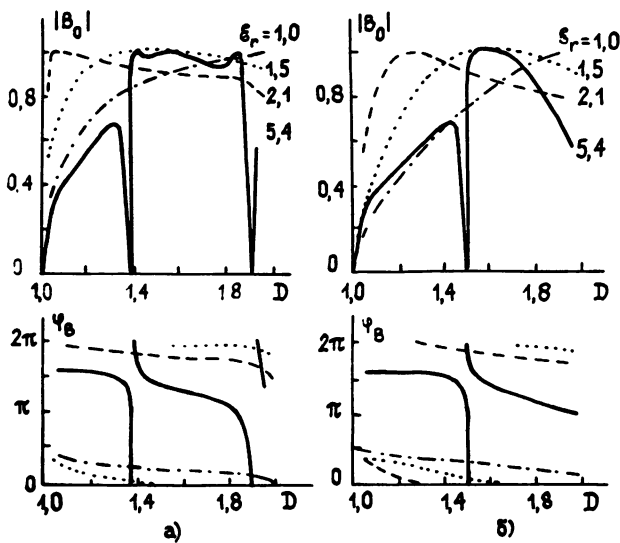


Рис. 3.

Набег фазы падающей волны в присутствии слоя складывается из набег фазы в диэлектрике $\Delta\varphi_1 = 2h'_1 l$ и дополнительного набег фазы $\Delta\varphi_2 = -\varphi_b$. В зависимости от параметров системы дополнительный набег фазы $\Delta\varphi_2$ может быть как положительным, так и отрицательным, и монотонно возрастает с ростом частотного параметра D . В точках полного отражения скорость убывания фазы φ_b резко возрастает.

Дифракционные зависимости системы могут быть объяснены взаимодействием двух противоположных факторов. С одной стороны, наличие слоя приводит к увеличению размеров неоднородности, и как следствие, к уменьшению коэффициента прохождения в области малых D . С другой стороны, с уменьшением длины волны в диэлектрике возрастает коэффициент прохождения через металлический стержень. Взаимодействие этих факторов в области $D - 1 < 1$ приводит при малых ϵ_r к увеличению коэффициента прохождения по сравнению с изолированным стержнем, а при больших ϵ_r - к его уменьшению. С ростом D возрастает влияние второго фактора, и коэффициент прохождения системы возрастает с ростом частотного параметра. При дальнейшем росте D возникают интерференционные явления в слое диэлектрика, что приводит к эффектам полного прохождения. При еще большем D возникают распространяющиеся пространственные гармоники в слое диэлектрика, интерференционные явления приобретают многоволновый характер, что приводит к появлению эффектов полного отражения.

Таким образом, волновод с металлическим стержнем в

диэлектрическом слое обладает рядом специфических дифракционных свойств, которые делают его перспективным для применений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. К., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. - М.: Госэнергоиздат, 1967.
2. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. - М.: Мир, 1974.
3. Левин Л. Теория волноводов. Методы расчета волноводных задач. - М.: Радио и связь, 1981.
4. Галишникова Т. Н., Ильинский А. С. Численные методы в теории дифракции. - М.: Гос. ун-т, 1987.
5. Ямпольский В. Г. //Радиотехника и электроника. 1958. Т.3. N 12. С.1516.
6. Каплун В. А., Кулиш В. Г. //Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т.27. N 5. С.613.
7. Кеванишвили Г. Ш. //Радиотехника и электроника. 1975. Т.20. N 9. С.1810.
8. Богданов Ф. Г., Кеванишвили Г. Ш., Сикмашвили З. И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30. N 3. С.413.
9. Шестопапов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. - Харьков: Гос. ун-т, 1973.

Грузинский политехнический
институт

Поступила в редакцию
6 июля 1990 г.

DIFFRACTION OF THE H_{10} WAVE BY THE INDUCTIVE BAR PLACED IN THE DIELECTRIC LAYER

F. G. Bogdanov, G. Sh. Kevanishvili, G. G. Chikhladse

A strict solution of the problem of diffraction of the H_{10} wave by the ideally conducting circle cylinder placed in the dielectric layer parallel to lateral sides of a waveguide is obtained. Dependences of the module and phase of the passage coefficient of the system on the waveguide parameters are investigated. The effects of the complete passage and reflection of incident wave are discovered.

Краткие сообщения и письма в редакцию

УДК 537.86:530.145:621.379.8

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И МЕТАСТАБИЛЬНЫЙ ХАОС В ДВУХМОДОВОМ ЛАЗЕРЕ

Б. А. Ниязов, Э. Р. Султанова, М. В. Шаров

Хорошо известно, что нелинейные динамические системы могут демонстрировать хаотическое поведение. Однако возможны ситуации, когда хаотическое поведение проявляется на конечном промежутке времени, после чего система релаксирует к регулярному установившемуся состоянию [1 - 6]. Подобный переходной процесс можно в некотором смысле рассматривать как "распад" метастабильного хаотического состояния [1, 2].

Впервые метастабильное хаотическое поведение подробно было описано в [1], где авторы изучили свойства метахаоса в классической системе Лоренца. Позднее [3 - 6] экспериментально и численно были получены метастабильные состояния и в лазерных системах (в основном в одномодовых лазерах с неоднородным уширением линии излучения). Между тем, в этих работах лишь устанавливалось наличие метастабильного хаоса и не исследовались подробно его статистические свойства и их зависимость от параметров системы.

В настоящей работе изучаются неустойчивости в модели двухмодового лазера, предложенной в работах [7], показывается возможность наблюдения хаотических пульсаций в этой системе, а также изучаются свойства обнаруженного метастабильного хаоса.

Полуклассические уравнения в этой модели могут быть записаны в виде [9]

$$\frac{dI}{d\tau} = -2I - 4\delta\rho + 4RnI, \quad \frac{dr}{d\tau} = -2r - 2\delta\rho + RnI, \quad (1)$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -2\rho + 2\delta r + 2Rn\rho, \quad \frac{dn}{d\tau} = -G(n - 1 + nI).$$

Здесь $\tau = \gamma t$ - безразмерное время (γ - скорость релаксации поля в резонаторе), I - величина, пропорциональная полной интенсивности поля, r и ρ пропорциональны, соответственно, действительной и мнимой частям интерференционного члена двух мод, n - разность населенностей, нормированная на ее равновесное значение. Параметр R пропорционален накачке, $\delta = (\omega_2 - \omega_1)/2\gamma$ - безразмерная разность частот мод пустого резонатора, $G = \gamma_{\parallel}/\gamma$ (γ_{\parallel} - скорость релаксации инверсии).

Система (1) имеет три стационарных состояния:

1) стационарное состояние: $I = r = \rho = 0$, $n = 1$, соответствующее отсутствию генерации;

2) симметричное состояние:

$$I = \frac{2R}{\delta^2 + 1} - 1, \quad r = \frac{I}{2} \left(1 - \frac{R}{1+I}\right), \quad \rho = \frac{I\delta}{2}, \quad n = \frac{\delta^2 + 1}{R},$$

которое соответствует одночастотному режиму генерации на промежуточной частоте $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$ с равными амплитудами мод;

3) несимметричное стационарное состояние с различными амплитудами мод:

$$I = R - 1, \quad r = 0, \quad \rho = (R-1)/2\delta, \quad n = 1/R,$$

соответствующее режиму генерации на частотах $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2 \pm \gamma\sqrt{\delta^2 - 1}$.

Асимметричный режим физически реализуется для $R > 1$, $\delta > 1$ и при $\delta > 1$ соответствует практически одномодовой генерации [7].

Области устойчивости стационарных состояний в пространстве параметров (R, δ) в значительной степени зависят от величины G : при $G \geq 2$ пространство параметров оказывается разбитым на три части, в каждой из которых устойчив один из режимов; при $G < 2$ появляется область, где неустойчивы все три стационарных режима. В области неустойчивости могут существовать как предельные циклы, так и хаотические решения, и исследование системы в этом случае требует численного моделирования.

При численном моделировании системы (1) в области неустойчивости параметры были выбраны следующие: $G = 0,3$, $R = 1,2$. Контрольным параметром являлся интервал между частотами пустого резонатора δ . При этом мы ограничивались рассмотрением значений межмодовой расстройки $\delta < 1$, что соответствует возбуждению двух поперечных мод в резонаторе. Заметим, что при этих значениях параметров состояние 2) теряет устойчивость при $\delta = \delta_{гр} = 0,821$.

Результаты численного моделирования показали, что при $0,829 < \delta < 1$ в системе существует устойчивый предельный цикл, соответствующий периодическим пульсациям интенсивности лазера, который при $\delta = 0,829$ теряет устойчивость. При значениях $\delta < 0,829$ пульсации интенсивности носили нерегулярный характер, т.е. в фазовом пространстве системы наблюдался хаотический аттрактор. Переход к хаосу при этом осуществлялся через перемежаемость 3-го рода. Область хаотических пульсаций простирается до нижней границы области неустойчивости $\delta_{гр}$.

Более того, при дальнейшем углублении в область устойчивости симметричного стационарного режима хаотический аттрактор не исчезает, так что в диапазоне $\delta_1 < \delta < \delta_{гр}$, где $\delta_1 \approx 0,806$, наблюдается бистабильность: в зависимости от начальных условий возможна либо стационарная генерация, либо устойчивые хаотические пульсации.

При $\delta < \delta_1$ система вне зависимости от начальных условий релаксирует к стационарному решению. Однако имеется некоторая область начальных условий в фазовом пространстве системы (1) (зависящая от δ) такая, что траектории, выходящие из нее, на некотором временном интервале ведут себя хаотически, а затем регулярным образом стремятся к положению равновесия, т.е. наблюдается метастабильный хаос. Изменение начальных условий в этой метастабильной хаотической области приводит к непредсказуемому изменению числа хаотических осцилляций в переходном процессе.

Для исследования статистических свойств обнаруженного метакхаоса

использовалась методика, предложенная в [1]. Для нескольких значений $\delta < \delta_1$ путем численного моделирования были построены отображения $I_{n+1} = f(I_n)$, где I_n - последовательные максимумы осцилляций интенсивности. Эти отображения в отличие от [1] оказались асимметричными.

Полученные численным моделированием зависимости $I_{n+1} = f(I_n)$ с хорошей точностью аппроксимировались полиномами, и с их помощью изучались свойства метахаоса, в частности, рассчитывались "времена жизни" нестабильных хаотических состояний \bar{n} (средние числа хаотических осцилляций до начала регулярной релаксации).

Изучение гистограмм частотного распределения времен хаотического поведения для различных значений δ позволило сделать заключение о хорошей их аппроксимации экспоненциальным законом распределения вероятностей (ср. с [1]). Это видно из рис. 1, где приведено частотное распределение времен хаотического поведения системы для $\delta = 0,801$ ($\bar{n} = 31,9$), рассчитанное по 15000 реализаций, и для сравнения - точный экспоненциальный закон.

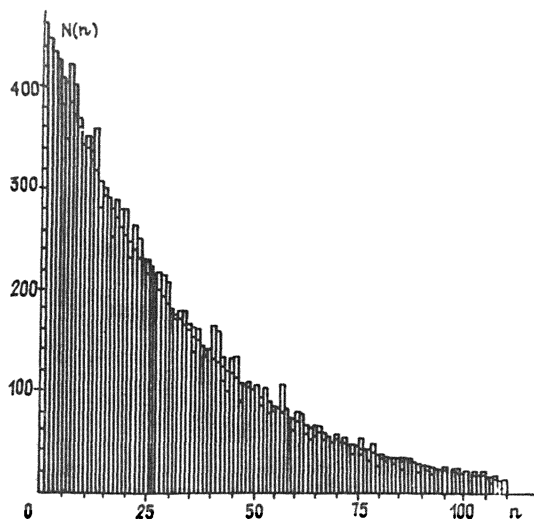


Рис 1

Полученные численным моделированием значения среднего времени хаотического поведения \bar{n} для различных значений межмодовой расстройки δ отмечены крестиками на рис. 2. Как и следовало ожидать, при $\delta \rightarrow \delta_1$ среднее "время жизни" метастабильного хаотического состояния неограниченно возрастает. Величина $\delta_1 = 0,8061$ была определена нами численно. Определено было также значение $\delta_0 = 0,759$, ниже которого метастабильных хаотических состояний в системе не существует [2].

Исходя из выводов работы [1] было сделано предположение, что закон изменения среднего времени хаотического поведения от δ имеет степенной вид:

$$\bar{n} = c / (\delta_1 - \delta)^\beta. \quad (2)$$

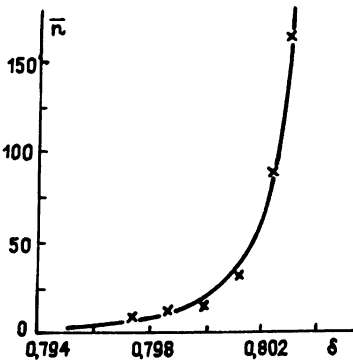


Рис. 2.

Коэффициенты $c = 0,856 \cdot 10^{-4}$ и $\beta = 2,795$ были определены методом наименьших квадратов. По этим значениям была построена кривая, которая удовлетворительно согласуется с полученными точками (см. рис. 2). При этом среднеквадратичная ошибка составила $\sigma_n = 1,25$. Точного совпадения теоретической зависимости с экспериментальной не наблюдается в силу неточности аппроксимации отображений, а также возможной зависимости величины β от контрольного параметра δ [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Йорке Дж., Йорке Е. // В сб.: Странные аттракторы. - М.: Мир, 1981. С. 193.
2. Каплан Д., Йорке Дж. // В сб.: Странные аттракторы. - М.: Мир, 1981. С. 213.
3. Shin M.L., Milonni P.W.; Ackerhalt J.R. // J.Opt.Soc.Amer. B. 1985. V. 2. N 1. P. 130.
4. Milonni P.W., Ackerhalt J.R., Shih M.-L. // Opt. Commun. 1985. V. 53. N 2. P. 133.
5. Harrison R.G., Biswas D.J. // Phys.Rev.Lett. 1985. V. 55. N 1. P. 63.
6. Germev K., Schutte F.J., Tiebel R. // Opt.Commun. 1989. V. 69. N 5/6. P. 438.
7. Островский Л. А. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. N 5. С. 1535.
8. Гапонов А. В., Рабинович М. И., Шапиро М. Ф. // Вестник МГУ. Сер. Физика, астрономия. 1978. Т. 19. N 4. С. 125.
9. Ниязов Б. А., Султанова Ф. Р. // Известия вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. N 3. С. 382.

Ташкентский государственный университет

Поступила в редакцию
28 февраля 1990 г.,
после доработки
12 марта 1991 г.

УДК 539.393:539.219.1:538.569

УВЛЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ БРИЗЕРАМИ В СВЕРХРЕШЕТКЕ ПРИ ИОНИЗАЦИИ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ

С. В. Крючков

В работах [1, 2] (см. также [3]) было показано, что в сверхрешетке (СР) при определенных условиях могут распространяться электромагнитные бризеры. Одним из возможных проявлений

существования бризеров в СР может быть эффект увлечения свободных носителей полем уединенной волны [2]. С другой стороны, известно, что наряду с эффектом увлечения свободных носителей фотонами в полупроводниках существует эффект увлечения электронов при фотоионизации примесных центров [4]. В этой связи представляется актуальным исследование эффекта увлечения электронов бионами в СР в процессе ионизации примесей как еще одного возможного проявления факта существования бризеров в СР. Как и в [4], основной причиной такого увлечения является асимметрия в вероятностях переходов электронов с примесных центров в мини-зону проводимости.

Будем считать, что энергетический спектр электронов СР задается соотношением

$$\epsilon(\vec{p}) = \frac{p_{\perp}^2}{2m} + \Delta(1 - \cos_x d), \quad \hbar = 1. \quad (1)$$

Напряженности электрического $\vec{E} = \{E, 0, 0\}$ и магнитного $\vec{H} = \{0, H, 0\}$ полей биона имеют вид [1]:

$$E = -\frac{1}{ed} \frac{\partial F}{\partial t}, \quad H = \frac{uc}{v^2} E,$$

$$F = 4 \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\alpha \sin [\tilde{\omega}(t - uz/v^2)]}{\operatorname{ch}[\tilde{\omega}_1(t - z/u)]} \right\}, \quad (2)$$

где

$$\alpha = \omega_1/\omega, \quad \omega_1 = (\omega_0^2 - \omega^2)^{1/2}, \quad \beta = u/v,$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad \tilde{\omega} = \gamma\omega, \quad \tilde{\omega}_1 = \gamma\beta\omega_1.$$

ω_0 - обобщенная плазменная частота электрона в мини-зоне, u - скорость распространения биона.

При $\alpha \ll 1$ (легкий бризер)

$$f = 4\alpha \frac{\sin [\tilde{\omega}(t - uz/v^2)]}{\operatorname{ch}[\tilde{\omega}_1(t - z/u)]}. \quad (3)$$

В дальнейшем мы будем иметь дело с легким бризером.

Плотность тока увлечения j_z определяется обычным образом:

$$j_z = \frac{e}{m} \sum_{\vec{p}} p_z f_1(\vec{p}, t). \quad (4)$$

Здесь $f_1(\vec{p}, t)$ - неравновесная добавка к функции распределения (ФР), обусловленная процессами генерации носителей в мини-зоне. Она может быть найдена из уравнения Больцмана, содержащего член генерации $G(\vec{p}, t)$. В работе [4] такая неравновесная добавка к ФР рассчитана для случая, когда член генерации стационарен. Для зависящего от времени члена генерации можно поступить аналогично [5]: не решая уравнения Больцмана, произвести усреднение результата [4] по всем возможным

моментам столкновения электрона. При этом для $f_1(\vec{p}, t)$ получим

$$f_1(\vec{p}, t) = \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) G(\vec{p}, t_1) dt_1. \quad (5)$$

Так как в СР рекомбинация обычно сильно подавлена (время жизни неравновесных носителей на несколько порядков превышает время релаксации импульса τ и время действия бризера на электрон), то процессы рекомбинации мы для простоты не учитываем. Таким образом, используя (5), запишем плотность бризерозлектрического тока

$$j_z = \frac{e}{m} \sum_{\vec{p}} p_z \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) G(\vec{p}, t_1) dt_1. \quad (6)$$

В дальнейшем удобно различать два предельных случая: 1) $L/u \gg \tau$ и 2) $L/u \ll \tau$. Здесь $L = u/\tilde{\omega}_1$ - эффективная ширина бризера. В первом случае можно пренебречь временной зависимостью члена генерации и записать $G(\vec{p}, t) \approx G(\vec{p})$. При этом для тока увлечения получается выражение

$$j_z = \frac{e\tau}{m} \sum_{\vec{p}} p_z G(\vec{p}) = \frac{e\tau}{m} \sum_{\vec{p}} p_z G^-(\vec{p}), \quad (7)$$

где $G^-(\vec{p})$ - антисимметричная часть члена генерации,

$$G^-(\vec{p}) = \frac{1}{2} [G(\vec{p}) - G(-\vec{p})].$$

Заметим, что ток (7) отличен от нуля лишь в течение времени $-L/u$. Во втором случае можно приближенно записать

$$G(\vec{p}, t) \approx \frac{L}{u} G(\vec{p}) \delta(t), \quad (8)$$

и ток увлечения определяется следующим соотношением:

$$j_z = \frac{eL}{m\tau} \theta(t) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sum_{\vec{p}} p_z G^-(\vec{p}). \quad (9)$$

Здесь $\theta(t)$ - ступенчатая функция Хевисайда.

В данной ситуации (когда ток носит импульсный характер) наблюдаемой величиной является заряд q , переносимый через единицу площади поперечного сечения образца при прохождении одного биона

$$q = \int_{-\infty}^{\infty} j_z dt, \quad (10)$$

причем в первом случае интегрирование по t происходит фактически в пределах от $-L/2u$ до $-L/2u$.

В обоих предельных случаях (с точностью до численного множителя порядка единицы) получается одинаковая величина заряда:

$$q = \frac{e\tau}{m} \frac{L}{u} \sum_p p_z G^-(\vec{p}). \quad (11)$$

Функция $G(\vec{p})$ (плотность вероятности ионизации примесных центров единицы объема в 1 с) задается соотношением

$$G(\vec{p}) = N \left| \int_{-\infty}^{\infty} M_{12}(\vec{p}, t) dt \right|^2, \quad (12)$$

где N - концентрация примесей, M_{12} - матричный элемент перехода примесь - мини-зона проводимости [1]:

$$M_{12} = 2^{-3/2} \frac{e\alpha^{3/2}\Delta d}{c} \sin(p_x d) \exp(-i\Omega_p t) \times \\ \times \int d^3r \exp(-\alpha r) \lambda(z, t) \exp(i\vec{p}\vec{r}). \quad (13)$$

Здесь α - обратная величина радиуса локализации примеси, $\Omega_p = \epsilon(\vec{p}) + V_0$, V_0 - глубина залегания примеси, $\lambda(z, t)$ - векторный потенциал.

Интегрируя в (13) и подставляя результат в (12), получим после некоторых преобразований

$$G^-(\vec{p}) = \frac{2^8 \alpha N \alpha^5 \Delta^2 p_z \sin^2(p_x d)}{u(p^2 + \alpha^2)^5} \operatorname{sech}^2[(\pi/2\tilde{\omega}_1)(\delta - \epsilon_p)]. \quad (14)$$

Здесь $\delta = \tilde{\omega} - V_0$. При $\delta > \tilde{\omega}_1$ $G^-(\vec{p})$ имеет острый максимум в точке $\epsilon_p = \delta$. Подстановка (14) в (11) дает в этом случае

$$q = \frac{e \alpha \beta N \Delta^2 \alpha^2 \tau}{4\pi^2 u (mV_0)^4 d}. \quad (15)$$

Сделаем численные оценки. При $N \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $\Delta \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ эВ}$, $\tau \approx 10^{-11} \text{ с}$, $L = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$, $u \approx 10^{10} \text{ см/с}$, $\alpha = (2mV_0)^{1/2} \approx 10^7 \text{ см}^{-1}$, $d \approx 10^{-6} \text{ см}$, $\alpha \approx 0,1$ получаем $q \approx 10^{-12} \text{ Кл/см}^2$. Данная величина по порядку совпадает с зарядом, переносимым бризером при взаимодействии со свободными носителями (при концентрации последних $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$) [2], и вполне доступна экспериментальному наблюдению. При $\tau > 10^{-11} \text{ с}$ (или (и) $N > 10^{16} \text{ см}^{-3}$) рассмотренный в данном сообщении эффект превосходит по величине эффект увлечения свободных электронов.

Автор выражает благодарность Ф. Г. Бассу и М. В. Вязовскому за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крючков С. В., Сыродоев Г. А. // ФТП. 1990. Т. 24. Вып. 5. С. 913.
2. Крючков С. В., Сыродоев Г. А. // ФТП. 1990. Т. 24. Вып. 6. С. 1120.
3. Kryuchkov S.V. // Fifth International Conference on Superlattices and Microstructures. Berlin. GDR. 13 - 16 August. Abstracts. Th-Po-4 // Berlin. 1990.
4. Гринберг А. А., Маковский Л. Л. // ФТП. 1970. Т. 4. Вып. 6. С. 1162.
5. Есаян С. Х., Ивченко Е. Л., Леманов В. В., Максимов А. Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. Вып. 11. С. 462.

Волгоградский государственный
педагогический институт

Поступила в редакцию
31 октября 1990 г.

УДК 533.951

СОПРЯЖЕННЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПОЛЕЙ В СРЕДАХ С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ БАРЬЕРОМ ПЛОТНОСТИ

Е. М. Громов, В. М. Накаряков

Перенос энергии ВЧ поля через закритические барьеры плотности плавно неоднородных сред возможен при возбуждении в среде перестраиваемых по частоте динамических состояний ВЧ поля [1]. В данной работе исследован класс динамических состояний, поля в которых до и после прохождения пакетом вершины барьера описываются функциями, комплексно-сопряженными между собой (сопряженные состояния). Изучена эволюция волновых пакетов, отвечающих данным состояниям в зависимости от параметров пакетов на вершине барьера.

Рассмотрим одномерное волновое поле $\Psi(x, t)$, описываемое одномерным нелинейным уравнением Шредингера (НУШ) в среде с параболическим барьером плотности

$$2i\Psi'_t + \Psi''_{xx} + |\Psi|^2\Psi + \frac{x^2}{4}\Psi = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) заменой независимых переменных

$$\xi = x - \int a(t) dt, \quad t' = t$$

и искомой функции

$$\Psi = \bar{\Psi}(\xi, t) \exp\left(i \int^t \omega(t, \xi) dt\right),$$

$$\omega(t, \xi) = \xi a'_t + \frac{1}{2} a^2 + 2(a'_t)^2$$

сводится к уравнению исходного типа

$$2i\bar{\Psi}'_{t'} + \bar{\Psi}''_{\xi\xi} + |\bar{\Psi}|^2\bar{\Psi} + \frac{\xi^2}{4}\bar{\Psi} = 0 \quad (2)$$

при скорости движения $a(t)$, удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d^2 a}{dt^2} - \frac{1}{4} a = 0. \quad (3)$$

Одно из линейно независимых решений (3) $a(t) = a_1 \operatorname{ch}(t/2)$ отвечает прохождению пакетов ВЧ поля через параболический барьер плотности, а другое - $a(t) = a_2 \operatorname{sh}(t/2)$ - отражению пакетов от барьера плотности с точкой поворота на его вершине. Уравнение (2) для поля $\bar{\Psi}$ инвариантно относительно одновременной замены

$$t \rightarrow -t \quad \text{и} \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi}^*, \quad (4)$$

где $\bar{\Psi}^*$ - поле, комплексно-сопряженное полю $\bar{\Psi}$. Отсюда следует, что решения (2), описываемые в момент времени $t = 0$ действительными функциями

$$\bar{\Psi}(\xi, t = 0) = \bar{\Psi}^*(\xi, t = 0),$$

обладают свойством

$$\bar{\Psi}(\xi, t) = \bar{\Psi}^*(\xi, -t), \quad (5)$$

отвечающим волновым пакетам $\bar{\Psi} = \phi \exp(i\alpha)$ с одной огибающей ϕ и отличающимися знаком фазы α в моменты времени t и $-t$. Решения (2), удовлетворяющие соотношению (5), назовем сопряженными. Так, при скорости движения $a = a_1 \operatorname{ch}(t/2)$ решения (5) отвечают прохождению пакетов ВЧ поля через параболические барьеры плотности, огибающая которых за барьером соответствует огибающей пакетов перед барьером, а фазы отличаются знаком. В случае движения пакетов со скоростью $a = a_2 \operatorname{sh}(t/2)$ решения (5) отвечают обращению волнового фронта пакета $\bar{\Psi}$ при его отражении от барьера. В (2) воспользуемся линзовым преобразованием [2], для чего поле $\bar{\Psi}$ представим в виде

$$\bar{\Psi} = Z(\eta, \tau) (2 \operatorname{ch}(t/2))^{-1/2} \exp\left(i \frac{\xi^2 \tau}{2}\right),$$

где $\eta = \xi/\operatorname{ch}(t/2)$, $\tau = 2t\operatorname{th}(t/2)$. Для $Z(\eta, \tau)$ получим

$$2iZ'_\tau + Z''_{\eta\eta} + \frac{|Z|^2}{\sqrt{4 - \tau^2}} Z = 0. \quad (6)$$

При достаточно малых временах $|\tau| \ll 2$ (что соответствует движению волнового пакета в окрестности вершины барьера) уравнение (6) сводится к хорошо изученному НУШ с постоянными коэффициентами, одним из решений которого является солитон [3] с энергией W_c . Характер эволюции волновых пакетов в этом случае определяется величиной их энергии W_0 по сравнению с W_c . При возрастании $|\tau|$ коэффициент перед нелинейным членом уравнения (6) растет, что

приводит при $|\tau| \rightarrow 2$ к преобладанию нелинейных эффектов над дисперсионными для волновых пакетов со сколь угодно малой начальной амплитудой.

Будем интересоваться сопряженными решениями уравнений (6), для чего поле z в момент $\tau = 0$ положим действительной величиной. Рассмотрение (6) проведено с привлечением численного счета на временном интервале $0 \leq \tau \leq 1,99$. Начальное распределение поля $Z(\eta, 0)$ задавалось в виде действительной функции.

$$Z(\eta, 0) = Z_0 \operatorname{sech}(\eta/L_0). \quad (7)$$

Энергия такого импульса w_0 равна $2L_0 Z_0^2$.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости $|Z(\eta, \tau)|$ от η при $L_0 = 1$ в различные моменты времени τ . Рис. 1 отвечает значению амплитуды $Z_0 = 1$, рис. 2 - $Z_0 = 2,5$. В первом случае, отвечающем условию $w_0 < w_c$, волновой пакет при $|\tau| < 1$ расплывается с сохранением своей формы (рис. 1б). Фаза волнового пакета в этом случае является квадратичной параболой. По мере возрастания коэффициента перед нелинейным слагаемым (6) нелинейные эффекты компенсируют дисперсионные и начинается сжатие пакета (рис. 1в), затем возникает самомодуляция огибающей и пакет распадается на несколько импульсов (рис. 1г).

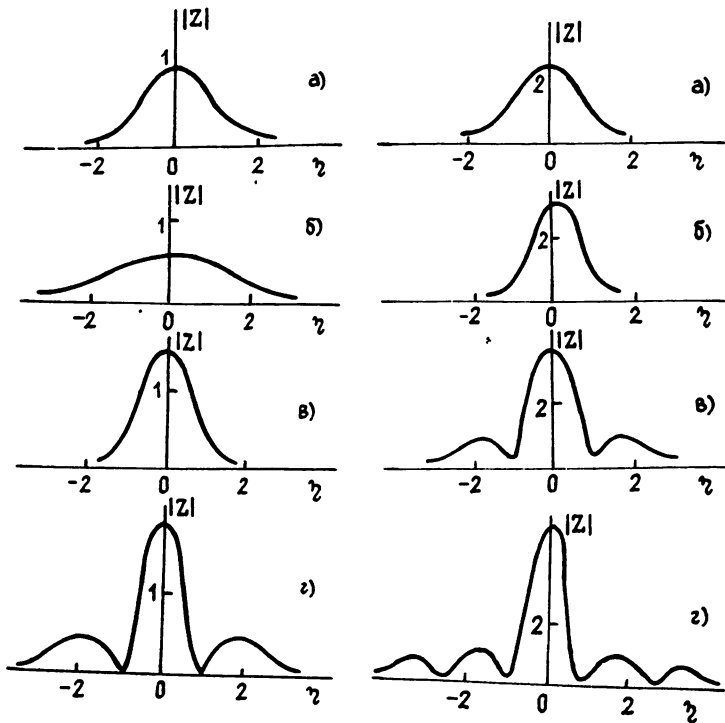


Рис 1,2.

При $L_0 = 1$, $Z_0 = 2,5$ ($w_0 > w_c$) сжатие пакета осуществляется с начального момента времени. Эволюция волнового пакета на всем

временном интервале аналогична завершающей стадии рассмотренного выше случая.

В силу сохранения огибающей пакета своей формы при малых временах возможно описание рассматриваемых процессов с помощью безаберрационного приближения.

Рассмотренные в данной работе сопряженные состояния могут быть использованы как для переноса энергии ВЧ полей через закритические области неоднородных сред, так и для перестройки (вверх и вниз) несущей частоты волнового пакета.

Авторы выражают благодарность В. И. Таланову за интерес к работе и полезные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Громов Е. М. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. С. 631.
2. Власов С. Н., Пискунова Л. В., Таланов В. И. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1602.
3. Виноградова М. Б. и др. Теория волн. - М.: Наука, 1979.

Нижегородский политехнический
институт

Поступила в редакцию
6 ноября 1990 г.

УДК 621.372.8

ОСОБЕННОСТИ РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ СВЧ ЭНЕРГИИ В ВОЛНОВОДНО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРАХ

Л. А. Рудь

В настоящем сообщении изложены некоторые особенности резонансного поглощения СВЧ энергии в волноводно-диэлектрических резонаторах (ВДР) нескольких типов, обнаруженные при совместном исследовании спектральных характеристик свободных колебаний поля в таких структурах и их дифракционных характеристик. Задачи о спектре свободных колебаний рассматривались в строгой постановке, аналогичной [1, 2], а при расчете спектральных и дифракционных характеристик конкретных типов ВДР использовались строгие численные алгоритмы. Численные результаты получены в предположении идеальной проводимости стенок волновода, в качестве диэлектрика выбран фторопласт, для которого при расчетах бралось $\epsilon = 2,03(1 + 4 \cdot 10^{-4}i)$.

Более подробно остановимся на результатах исследования ВДР, образованного диэлектрической пластиной, помещенной в скачкообразном H -плоскостном сужении прямоугольного волновода (см. вставку на рис. 1б). Расчеты проведены с помощью метода частичных областей. На рис. 1а и 1б соответственно показаны зависимости реальной и мнимой частей собственных комплексных частот $\alpha_{11} = \alpha'_{11} + i\alpha''_{11}$ низшего H_{101} -колебания ВДР, содержащего пластину с относительной толщиной $L = l/a_1 = 1$, которая связана с основным волноводом через отрезки

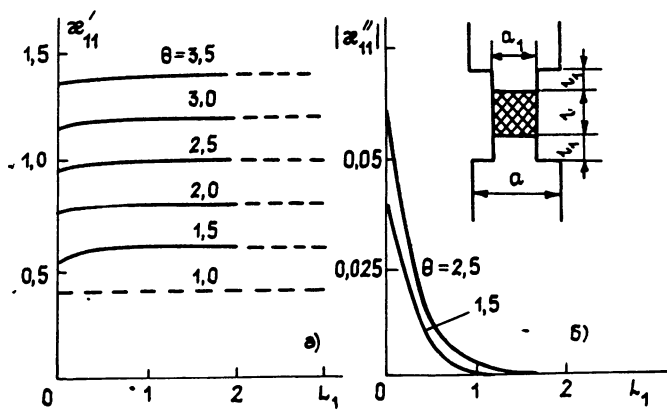


Рис 1.

запредельного волновода изменяющейся длины $L_1 = l_1/a_1$ при разных соотношениях $\theta = a/a_1$. Здесь и далее в качестве частотного параметра использована величина $\bar{x} = \omega a/2\pi c$, где ω - круговая частота, c - скорость света в вакууме. В спектральных задачах при принятой зависимости от времени $\exp(-i\omega t)$ значения \bar{x}'' , $\omega'' < 0$ [1, 2]. Комплекснозначность собственных частот обусловлена наличием потерь на поглощение в диэлектрике и на связь с полубесконечными волноводами.

Главная особенность представленных на рис. 1 зависимостей $\bar{x}_{11}(L_1)$ состоит в том, что при увеличении L_1 , т.е. при уменьшении связи пластины с основным волноводом, они выходят на практически постоянный уровень $\bar{x}_{11} = \theta \bar{x}_{11}$, где \bar{x}_{11} - частота ВДР при $\theta = 1$. Начиная с некоторого L_1 , собственная добротность H_{101} -колебания ($Q_{11} = -\bar{x}'_{11}/2\bar{x}''_{11}$) становится большей $\text{tg}^{-1}\delta = \epsilon'/\epsilon''$ и далее стремится к величине $Q_{11} = 2860$. Для наглядности ветви $\bar{x}'_{11}(L_1)$ при $Q_{11} > \text{tg}^{-1}\delta$ нанесены штрихами, а ветви $|\bar{x}''_{11}(L_1)|$ ввиду близкого расположения друг к другу показаны лишь для двух значений θ .

Естественно ожидать, что свойства рассматриваемых ВДР, обладающих колебаниями с различной добротностью, будут по-разному сказываться на характеристиках рассеяния, формирующихся при возбуждении ВДР H_{10} -волной. В частности, для ВДР с $\theta = 2$ и $L_1 = 0$ заполненное сужение по существу играет роль незапредельной диафрагмы, имеющей плавную частотную зависимость энергии прошедшей волны (см. рис. 2) с максимумами $w_{11}^{(21)} \approx 1$, являющимися откликами на низкодобротные H_{10n} -колебания ($n = 1, 2$). Постепенное увеличение L_1 , приводящее согласно рис. 1 к повышению добротности H_{101} -колебания, обуславливает не только сужение резонансного отклика на него, но и возрастание доли энергии, поглощаемой в диэлектрической пластине при $\bar{x} \approx \bar{x}'_{11}$. Максимальное поглощение $w_\epsilon = 0,5$ имеет место при $L_1 = 1,57$ и $\bar{x} = 0,7968$ (см. точку на рис. 2). На этой же частоте уровни отраженной $w_{11}^{(11)}$ и прошедшей $w_{11}^{(21)}$ энергий практически одинаковы -

$W_{11}^{(11)} = W_{11}^{(21)} = 0,25$. Данный резонанс является откликом на H_{101} -колебание с $Q_{11} = 1410$.

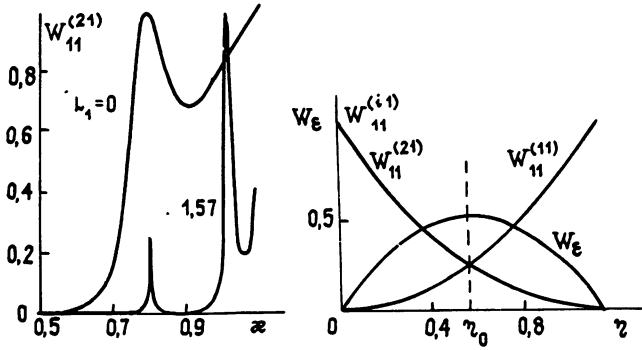


Рис. 2.3.

Если аналогично рис. 2 определить значения величин $W_{11}^{(11)}$, $W_{11}^{(21)}$ и W_ϵ на резонансных частотах отклика на H_{101} -колебания различной добротности, то нетрудно установить характер зависимостей указанных величин от Q_{11} . Результаты таких расчетов показаны на рис. 3 для случая $\theta = 2$, $L = 1$ и изменения параметра L_1 от нуля, где $Q_{11} = 6,3$, до $L_1 = 3$, где $Q_{11} = 2850$. В качестве аргумента на рис. 3 использована величина $\eta = Q_{11} \operatorname{tg} \delta$. Как видно, все кривые на рис. 3 носят характер квадратичных зависимостей, которые в пределах своего изменения описываются формулами

$$W_{11}^{(11)} = \left(\frac{\eta}{2\eta_0}\right)^2, \quad W_{11}^{(21)} = \left(1 - \frac{\eta}{2\eta_0}\right)^2, \quad W_\epsilon = \frac{\eta}{\eta_0} \left(1 - \frac{\eta}{2\eta_0}\right), \quad (1)$$

где для анализируемого случая $\eta_0 = 0,571$. Значение η_0 отмечено на рис. 3 вертикальной штриховой линией, и оно соответствует той приведенной добротности η , при которой наблюдается максимум $W_\epsilon = 0,5$ и равенство $W_{11}^{(11)} = W_{11}^{(21)} = 0,25$. Характерно, что при $\eta = 2\eta_0$ практически вся энергия отражается и ВДР уже не откликается на колебания с добротностями, превышающими $\operatorname{tg}^{-1} \delta$. Значения η_0 зависят от параметров ВДР и особенно от величины $\operatorname{tg} \delta$, однако при $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ они слабо зависят от величины θ . Следует отметить, что формулы (1) получены эмпирическим путем из анализа численных результатов. Их обоснованный вывод (или их строгих аналогов) и нахождение способа определения параметра η_0 представляет самостоятельную задачу.

Подобные исследования были выполнены и для нескольких типов режекторных ВДР, в основе работы которых лежат резонансы на запертых модах [1]. Вначале остановимся на примере ВДР, образованного

H -плоскостным скачкообразным расширением волновода, содержащем вкладыш из фторопласта (рис.4). В качестве "рабочего" колебания такого ВДР было выбрано собственное H_{201} -колебание, структура электрического поля которого показана на вставке рис.4. С использованием алгоритма синтеза ВДР, аналогичного [2], был осуществлен поиск параметров $D = d/a$ и $D_1 = d_1/a$, обеспечивающих при заданных $a_1/a = 0,59$ и $\varepsilon = 0,75$ такую добротность Q_{21} , при которой в задаче дифракции наблюдался бы максимум поглощения в диэлектрике - $W_\varepsilon = 0,5$. Оказалось, что требуемый результат достигается при $Q_{21} = 1500$, когда $D = 0,951$ и $D_1 = 0,518$. Иллюстрирующие этот факт результаты приведены на рис.4, где точкой отмечен уровень $W_\varepsilon = 0,5$. Характерно, что при изменении Q_{21} в широких пределах зависимости $W_{11}^{(11)}(\eta)$, $W_{11}^{(21)}(\eta)$, $W_\varepsilon(\eta)$ также описываются формулами (1), если в них поменять местами выражения для $W_{11}^{(11)}$ и $W_{11}^{(21)}$ и положить $\eta_0 = 0,6$. Качественно иными свойствами рассматриваемый ВДР обладает в окрестности других резонансных точек на рис.4. Они связаны с откликами на H_{301} - и H_{401} - колебания, которые в отличие от H_{201} существуют при незапределённом волноводе связи вкладыша с основным волноводом. Максимумы полей этих колебаний лежат вне диэлектрика, что обуславливает весьма высокий уровень запыриания тракта. В частности, в точке отклика ($\varepsilon = 0,99$) на H_{401} -колебание с $Q_{41} = 2370$ имеем $W_{11}^{(21)} \approx 0,01$ при $W_\varepsilon = 0,17$.

Рис. 5 иллюстрирует АЧХ трапецидальной вставки при значениях $\psi = 15^\circ$ и $l = 6$ мм. Метод расчета таких ВДР предложен в [3]. Зависимости $W_\varepsilon(f)$ нанесены точками, кружками показаны экспериментально полученные значения $W_{11}^{(21)}(f)$ (волновод $11,5,5$ мм²). В исследуемом диапазоне вставка имеет два резонанса при $f = 20,65$ ГГц и $f = 24,65$ ГГц, являющиеся откликами на H_{201} - и H_{202} -колебания с добротностями $Q_{21} = 368$ и $Q_{22} = 2670$ соответственно. Как видно, и в этих типах ВДР существует однозначная связь глубины подавления прошедшей волны с величиной добротности свободных колебаний, порождающих резонансы в задаче возбуждения. Наблюдаемые различия теории и эксперимента объясняются неточностью задания величины $\text{tg}\delta$ при численных расчетах.

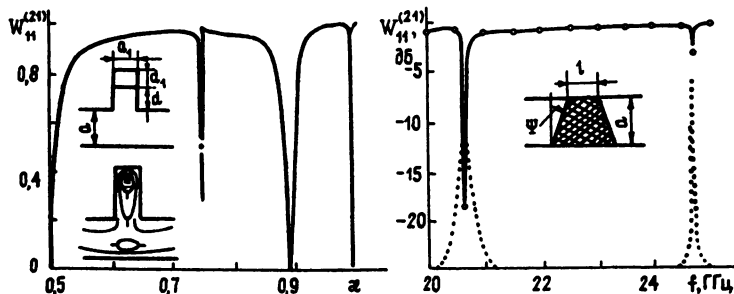


Рис.4.5.

Полученные результаты и выводы, на наш взгляд, дополняют известные сведения о свойствах волноводно-диэлектрических

резонаторов (см., например, работы [1, 3 - 5]) и могут быть полезными при выборе параметров резонансных ячеек полосовых и режекторных фильтров.

Автор признателен Е. А. Свердленко за проведение эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. - Киев: Наукова думка, 1986.
2. Рудь Л. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 5. С. 613.
3. Васильева Т. И., Кириленко А. А., Рудь Л. А. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 3. С. 466.
4. Капилевич Б. Ю. Волноводные диэлектрические фильтры. - М.: Связь, 1980.
5. Моденов В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 3. С. 391.

Институт радиофизики и электроники
АН Украины

Поступила в редакцию
15 августа 1990 г.

Сергей Александрович Ахманов

1 июля 1991 года не стало Сергея Александровича - выдающегося физика, крупного организатора науки и высшего образования. Внезапная нелепая смерть оборвала деятельность этого богато одаренного человека, полного энергии, надежд и планов на будущее.

Сергей Александрович родился в Москве 14 июля 1929 года в семье преподавателей университета. В стенах Московского университета Сергей Александрович был студентом, а затем прошел путь от ассистента до заведующего кафедрой общей физики и волновых процессов Физического факультета.

Сергей Александрович лауреат Ленинской и Ломоносовской премий, заслуженный деятель науки России. Он был научным руководителем Международного лазерного центра Московского университета. В последние годы Сергей Александрович возглавлял Координационный совет межвузовской программы по лазерной физике, был заместителем председателя Научного совета Академии наук по когерентной и нелинейной оптике, организатором всесоюзных и международных конференций по нелинейной оптике, квантовой электронике, оптической спектроскопии.

С. А. Ахманов был членом редколлегии журналов Успехи физических наук, Квантовая электроника, Радиофизика, Quantum Optics, Optics Letters, Nonlinear Optics, организатором и редактором выпусков сигнальной информации ВИНТИ "Колебания и волны".

Сергей Александрович - автор широко известных книг "Проблемы нелинейной оптики" (1964 г.), "Статистические явления в нелинейной оптике" (1971 г.), "Введение в статистическую радиофизику и оптику" (1981 г.), "Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света" (1981 г.), "Оптика фемтосекундных лазерных импульсов" (1988 г.), "Новые физические принципы оптической обработки информации" (1990 г.).

С. А. Ахманов создал научную школу в области нелинейной оптики и квантовой электроники. Его ученики, а это десятки докторов и кандидатов наук, успешно работают у нас и за рубежом.

В памяти многих останутся яркие выступления Сергея Александровича на научных конференциях, школах и семинарах.

С. А. Ахманов обладал редким даром создавать атмосферу творчества, заряжать окружающих энергией и уверенностью в успехе. Он щедро делился знаниями, его критика научных работ была строгой, но конструктивной и полезной. С ним было всегда интересно, а работа под его руководством, напряженная, трудная, приносила людям радость, чувство высокого творчества.