

ГОСКОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОФИЗИКА

Ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том 34, № 4

Нижний Новгород

апрель 1991

Содержание

Акопян Э.А., Матевосян Г.Г. Зависимость потерь энергии заряженной частицей в плазме от знака ее заряда в сильном электрическом поле	347
Таранухин В.Д. Режимы усиления импульсов когерентного излучения в многоуровневых средах типа "синглэт-мультиплет"	352
Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. Критические явления в односторонне связанных системах Фейгенбаума ..	357
Минина Г.П. Исследование системы фазовой автоподстройки частоты генератора с гистерезисом в цепи управления	365
Плужников А.Д. Анализ систем пространственно-временной обработки сигналов на фоне пассивных помех	371
Гайкович К.П. Определение источников тепла по тепловому излучению полупространства со стационарным распределением температуры	381
Гирка В.А., Гирка И.А. Азимутальные поверхностные волны в неоднородном плазменном цилиндре	386
Скобелев С.П., Мухамедов Л.П. Алгоритмы метода вспомогательных источников для анализа волноводно-диэлектрических периодических структур	392
Гершман А.Б., Турчин В.И., Угриновский Р.А. Статистический анализ точностных характеристик нелинейных методов определения угловых координат источников в антенных решетках с неизвестной глобальной геометрией	403
Андронова И.А., Геликонов В.М., Мамаев Ю.А., Туркин А.А. Функциональные возможности волоконного интерферометра Саньяка как микрофазометра	412
Лыгин В.К., Цимринг Ш.Е., Шевцов Б.И. О диокотронной неустойчивости винтовых электронных пучков	419
Трубецков Д.И., Шепелева Е.Я. Элементарная кинематическая теория предгенерационного режима гирогенератора со встречной волной	426
Ханкина С.И., Яковенко В.М. Переходное излучение поверхностных колебаний на границе металл-полупроводник	436
Голованов О.А. Электродинамический анализ устройств СВЧ с полупроводниковыми нелинейными средами	442
Жигальский Г.П., Федоров А.С. Исследование избыточного шума МДП-структур в квазиволновесных условиях	453
Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н., Остриков К.Н. Резонансная генерация второй гармоники поверхностной волны на границе плазма-металл	460

Краткие сообщения и письма в редакцию

Мейланов Р.П. Локализация квантовых волн в случайно-неоднородных тонких пленках	469
Винокурова С.И., Смирнов М.Т., Чухланцев А.А. Радиационная модель системы рассеивающий слой - широховатая поверхность в СВЧ диапазоне	472
Патышев К.В., Славутский Л.А. Восстановление профиля открытого волновода по спектру нормальных волн	476

Аннотации депонированных статей

Тарновский А.С. Об уравнении движения заряженной частицы
во внешнем электромагнитном поле в цилиндрических коор-
динатах

435

Редакционная коллегия

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, В. Л. ГИНЗБУРГ (главный
редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ, (зам. главного редактора), В. В. ЖЕЛЕЗНИКОВ,
В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРАТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ,
В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИКОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН,
В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР, В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурашкина

Подписано к печати 6.09.91 г.

Формат 70x108/16. Офсетная бумага. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 11, 90. Усл. кр.-отт. 11, 9. Уч.-изд. л. 13, 9 .
Тираж 984 экз. Заказ. 4254 . Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Нижний Новгород, ул. Лядова, 25,
Научно-исследовательский радиофизический институт,
редакция журнала "Известия вузов Радиофизика". Телефон 36-01-71.

Отпечатано с готового набора.

Нижегородская областная типография управления издательств
полиграфии и книжной торговли, 603116, Нижний Новгород,
ул. Гордеевская, 7.

УДК 533. 951

ЗАВИСИМОСТЬ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ В ПЛАЗМЕ ОТ ЗНАКА ЕЕ ЗАРЯДА В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э. А. Акопян, Г. Г. Матевосян

Рассмотрены потери энергии быстрой заряженной частицей в плазме, помещенной в сильное однородное электрическое поле. Показано, что вследствие различных законов движения относительно электронов плазмы положительно и отрицательно заряженных пробных частиц разница величин потерь их энергий становится существенной.

1. В работе [1] получено выражение для потерь энергии пробной быстрой заряженной частицей, движущейся в плазме, помещенной в поле слабой внешней однородной электромагнитной волны ($r_{qe}/r_{De} < 1$, где $r_{qe} = r_q - r_e$ — разность амплитуд осцилляций пробного заряда и электронов плазмы, r_{De} — дебаевский радиус электронов плазмы), причем учитывались осцилляции под действием внешнего поля как пробной частицы, так и электронов плазмы. Как следует из результатов работы [1], в этом случае потери энергии заряженной частицей оказываются зависящими от знака заряда проходящей частицы. Эта зависимость возникает вследствие того, что при наличии внешнего поля положительно и отрицательно заряженные пробные частицы двигаются по разным законам относительно электронного газа плазмы (в противофазе и в фазе с ним). Однако в случае слабых полей разница между значениями потерь энергии положительно и отрицательно заряженных частиц невелика. При учете осцилляций только пробной частицы [2] или только электронов плазмы [3] нет указанной разницы в законах движения пробного заряда относительно электронов плазмы, и, как следствие этого, выражения для потерь, полученные в работах [2, 3], от знака заряда пробной частицы не зависят.

В настоящей работе исследованы потери энергии заряженной частицей, движущейся в плазме во внешнем однородном электрическом поле. Проведен анализ выражения для потерь энергии в случае сильных полей ($r_{qe}/r_{De} \geq 1$).

2. Основные соотношения. Пусть через электрически нейтральную плазму, помещенную во внешнее однородное электрическое поле $\vec{E}(t) = E_0 \sin \omega_0 t$, пролетает заряженная частица, скорость которой больше тепловых скоростей частиц плазмы. Скорость частицы будем считать много меньше световой, так что электрическое поле, создаваемое пробной частицей и частицами плазмы, можно считать потенциальным. Скорость частицы и электрическое поле в плазме находятся как решения системы самосогласованных уравнений Власова:

$$m_q (d^2 \vec{r}_p / dt^2) = q(E_0 \sin \omega_0 t + \delta \vec{E}),$$

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v}_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}_\alpha} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} (\vec{E}_0 \sin \omega_0 t + \delta \vec{E}) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}_\alpha} = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \delta \vec{E} = 4\pi q \delta(\vec{r} - \vec{r}_p) + 4\pi \sum_{\alpha}^{\infty} e_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f_\alpha dv.$$

Здесь q , m_q , \vec{r}_p - заряд, масса и радиус-вектор проходящей частицы, $\delta \vec{E}$ - поле в плазме, e_α , m_α , f_α - заряд, масса и функция распределения для частиц плазмы сорта α . Положим в (1) $\vec{r}_p = \vec{r}_0 + \vec{r}_1$ и, считая \vec{r}_1 и $\delta \vec{E}$ малыми добавками к \vec{r}_0 и \vec{E}_0 ($|\vec{r}_1| \ll |\vec{r}_0|$, $|\delta \vec{E}| \ll |\vec{E}_0|$), найдем из системы (1) траекторию движения частицы в нулевом приближении и поле $\delta \vec{E}$ (подробно метод решения системы (1) для этого случая изложен в работе [3]):

$$\delta \vec{E} = -i \frac{4\pi q}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} \frac{\vec{k}}{k^2} \exp(i\vec{k}\vec{r}_e \sin \omega_0 t) \times \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\vec{k}\vec{r}_{qe}) \exp(-i\vec{k}u t + in\omega_0 t + i\vec{k}\vec{r})}{\epsilon[(\vec{k}u - n\omega_0), \vec{k}]} . \quad (2)$$

В выражении (2) \vec{r}_q и \vec{r}_e - амплитуды осцилляций заряженной частицы и электронов плазмы: $\vec{r}_q = (q\vec{E}_0/m_q \omega_0^2)$, $\vec{r}_e = (e\vec{E}_0/m \omega_0^2)$, e , m - заряд и масса электрона, $\vec{r}_{qe} = \vec{r}_q - \vec{r}_e$, $J_n(\vec{k}\vec{r}_{qe})$ - функция Бесселя порядка n , $\epsilon(\omega, \vec{k})$ - диэлектрическая проницаемость невозмущенной плазмы в пренебрежении вкладом положительных ионов. Подставляя выражение для $\delta \vec{E}$ в систему (1), найдем первую поправку к скорости движения пробной частицы:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= - \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3 m_q} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} \frac{\vec{k}}{k^2} \sum_{m \neq n} \frac{J_n(\vec{k}\vec{r}_{qe}) J_m(\vec{k}\vec{r}_{qe}) \exp[t(n-m)\omega_0]}{(n-m)\omega_0 \epsilon[(\vec{k}u - n\omega_0), \vec{k}]} - \\ &- i \frac{4\pi q^2}{(2\pi)^3 m_q} t \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k} \frac{\vec{k}}{k^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(\vec{k}\vec{r}_{qe})}{\epsilon[(\vec{k}u - n\omega_0), \vec{k}]} . \end{aligned} \quad (3)$$

3. Пусть внешнее электрическое поле \vec{E} перпендикулярно скорости поступательного движения частицы \vec{u} . Потери энергии заряженной частицы за единицу времени определим выражением

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{mv^2}{2} = q(\vec{u} - \vec{v}_q \cos \omega_0 t + \vec{v}_1)(\vec{E}_0 \sin \omega_0 t + \delta \vec{E}). \quad (4)$$

Отбрасывая в выражении (1) квадратичный по δE член, после усреднения по периоду внешнего поля получим для средних за период внешнего поля потерь энергии за единицу времени величину

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{16\pi^2 q^2}{(2\pi)^3} \frac{\omega_L}{u} \int_0^{k_{De}} dk \int_0^{\pi/2} d\varphi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k(n\omega_0 + \omega_L)}{k^2 + (n\omega_0 + \omega_L^2)/u^2} J_n^2(kr_{qe} \cos\varphi),$$

где $k_{De} = 1/r_{De}$, r_{De} - дебаевский радиус электронов. Формула (5) получена с учетом того, что наибольший вклад в выражения для потерь энергии заряженной частицей дают при интегрировании области прозрачности для плазменных волн, излучаемых частицей ($\omega/kv_{Te} > 1$).

Отбрасывая в сумме выражения (5) слагаемые порядка $(\omega_L/\omega_0)^2$ и проведя суммирование, получим

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} = & - \frac{q^2 \omega_L^2}{\pi u} \int_0^1 dk \int_0^\pi dx k J_0^2 \left(\frac{kr_{qe}}{r_{De}} \sin x \right) \left\{ \frac{1}{k^2 + (v_{Te}/u)^2} + \right. \\ & \left. + \frac{2\pi x}{\alpha^2} \frac{\operatorname{sh} k(\pi-2x)/\alpha}{\operatorname{sh} k\pi/\alpha} + \frac{\pi^2}{\alpha^2} \frac{\operatorname{ch} 2kx/\alpha}{\operatorname{sh}^2 k\pi/\alpha} - \frac{1}{k^2} \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\alpha = v_{Te}\omega_0/u\omega_L$, J_0 - функция Бесселя нулевого порядка.

При выполнении условия $r_{qe}/r_{De} < 1$, раскладывая функцию Бесселя в ряд, ограничиваясь слагаемыми порядка $(r_{qe}/r_{De})^2$, получим выражение для потерь энергии легкой заряженной частицей [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} = & - \frac{q^2 \omega_L^2}{2u} \left\{ \left(1 + \frac{r_{qe}^2 \omega_L^2}{2u^2} \right) \ln \left(1 + \frac{u^2}{v_{Te}^2} \right) - \frac{3r_{qe}^2 k_{De}^2}{4} - \right. \\ & \left. - \frac{r_{qe}^2 \omega_0^2}{2u^2} \ln \left(1 + \frac{k_{De}^2 u^2}{\omega_0^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

В отсутствие внешнего поля формулы (6), (7) переходят в известное [4] выражение для поляризационных потерь энергии частицей, проходящей через плазму. В настоящей работе исследуется более общая формула [6].

Как видно из формулы (6), величина потерь энергии заряженной частицей при прочих равных условиях зависит от знака заряда пробной частицы, поскольку от него зависит выражение $r_{qe} = (q/m_q - e/m)E_0/\omega_0^2$, входящее в аргумент функции Бесселя.

Для количественной оценки этой зависимости удобно воспользоваться безразмерной величиной B , равной

$$B = \left[\frac{dw(r_q - r_e)}{dt} - \frac{dw(-r_q - r_e)}{dt} \right] / \left[\frac{dw(r_q - r_e)}{dt} \right]^{-1} \cdot 100\%, \quad (8)$$

представляющей собой отношение разности потерь энергий отрицательно и положительно заряженных частиц к величине потерь отрицательно заряженной частицы, выраженное в процентах.

Нами был проведен анализ выражения B для случая электрона и позитрона. В этом случае, поскольку пробный электрон осциллирует с электронами плазмы, величина r_{qe} для него равна нулю и потери

электрона описывается просто выражением для потерь при отсутствии внешнего поля; для позитрона величина r_{qe} оказывается равной $r_{qe} = 2r_e = 2eE_0/m\omega_0^2$. Выражение B принимает при этом следующий вид:

$$B = \left[-\frac{2u}{\pi q^2 \omega_L^2} \frac{dv(2r_e)}{dt} + \ln\left(1 + \frac{u^2}{v_{Te}^2}\right) \right] / \left[\ln\left(1 + \frac{u^2}{v_{Te}^2}\right)^{-1} \right] \cdot 100\%. \quad (9)$$

По формуле (9) был проведен численный расчет зависимости величины B от r_e/r_{De} при следующих значениях параметров: $\omega_L/\omega_0 = 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-1}; 10^{-2}$. Как показал анализ результатов, величина B слабо зависит от отношения (ω_L/ω_0) . На рисунке приведен график зависимости B от отношения r_e/r_{De} при $(\omega_L/\omega_0) = 10^{-1}$. Как видно из приведенного рисунка, значение величины B растет с ростом амплитуды внешнего поля и становится порядка 60%, когда амплитуда поля достигает величин, при которых амплитуда осцилляций позитрона на порядок превышает дебаевский радиус электронов плазмы.

Указанная разница в величинах потерь энергии электрона и позитрона возникает вследствие того, что в системе координат, связанной с электронами плазмы, пробный электрон совершает равномерное прямолинейное движение ($r_{qe} = 0$) и поэтому как бы не испытывает воздействие внешнего поля. В той же системе координат позитрон, в отличие от электрона, под действием внешнего поля колеблется с амплитудой, равной $2r_e$. Другими словами,

внешнее поле как бы "существует" для позитрона и "не существует" для электрона. Как отмечалось и в более ранних работах [1, 2], наличие внешнего поля при выполнении определенных условий приводит к подавлению излучения на ленгмюровской частоте, что и является причиной возникновения разницы между потерями энергий положительно и отрицательно заряженных частиц.

В заключение отметим следующее обстоятельство. При получении формулы для потерь предполагалось, что плазма устойчива. Однако хорошо известно, что в плазме, находящейся в сильном электромагнитном поле, возникают параметрические неустойчивости со значительными инкрементами. Это накладывает ограничение на время, в течение которого частица движется в плазме, а именно время пролета частицы через плазму должно быть меньше или порядка времени, в течение которого развиваются параметрические неустойчивости. Как следствие этого возникают ограничения на толщину слоя плазмы, через который пролетает частица. Проведем некоторые оценки. Так, при плотности электронов плазмы $n_e \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$, скорости пробной частицы $\sim 10^9 \text{ см/с}$ получаем следующее значение для ионной ленгмюровской частоты $\omega_{Li} \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ и инкремента $\omega_{Li}(m_e/m_i)^{1/2} \sim 10^7 \text{ с}^{-1}$, что дает ограничение на толщину плазменного слоя $l \leq 100 \text{ см}$.

В заключение авторы выражают благодарность Л. М. Горбунову за полезные обсуждения и интерес к работе.

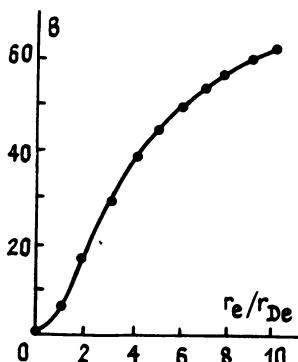


Рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акопян Э. А., Матевосян Г. Г. //Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 10 . С. 1310.
2. Тавдгириձե Տ. Լ., Ցինցաձե Հ. Լ. //ԽԷԹՓ. 1970. Т. 58. С. 975.
3. Алиев Ռ. Մ., Գորբունով Լ. Մ., Բամազաշվիլի Պ. Բ. //ԽԷԹՓ. 1971. Т. 61. С. 1477.
4. Силин В. П., Ружадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. - М.: Атомиздат, 1961.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила в редакцию
1 марта 1990 г.

CHARGED PARTICLE ENERGY LOSSES IN A PLASMA PLACED IN HIGH-INTENSITY ELECTRIC FIELD, AS A FUNCTION OF THE CHARGE SIGN

E. A. Acopyan, G. G. Matevosyan

Energy losses of a fast charged particle moving in a plasma are considered, when plasma is placed in high-intensity electric field. It is shown that due to various character of positive or negative charge motion with respect to plasma electrons, the difference between their energy losses is significant.

УДК 621.378.325

**РЕЖИМЫ УСИЛЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
В МНОГОУРОВНЕВЫХ СРЕДАХ ТИПА "СИНГЛЕТ - МУЛЬТИПЛЕТ"**

В. Д. Таранухин

Разработана упрощенная модель взаимодействия импульсного излучения с многоуровневой средой типа "синглет - мультиплет". Показано, что когерентность в системе уровней мультиплета может приводить к качественно новым режимам усиления - генерации импульсов излучения с крутым фронтом, потере когерентности усиления, а также к немонотонной зависимости предельной энергии усиливаемых импульсов от их длительности.

1. Спектр усиления ряда активных сред включает оптические переходы из верхнего в несколько нижних состояний (рис. 1). Это могут быть электронно-колебательные переходы в молекулах (например, эксимерных [1, 2]), переходы в разные состояния сверхтонкой структуры в атомах [3], а также переходы в вырожденное или квазивырожденное нижнее состояние. Частным случаем таких сред являются трехуровневые среды Λ -конфигурации [4]. Строгое описание усиления лазерного излучения в таких средах возможно лишь численно. Однако при большом числе нижних состояний N численные расчеты становятся трудоемкими и не выявляют общих физических закономерностей процесса. Поэтому актуальной является разработка приближенных аналитических моделей. В [5], например, система нижних уровней моделировалась одним уровнем, распадающимся за время, равное обратной ширине полосы усиления. При таком подходе не учитываются внутренние "степени свободы" мультиплета, которые в определенных условиях играют важную роль [4]. В настоящей работе показано, что когерентность в системе нижних уровней может приводить к качественно новым режимам усиления и влиять на предельную энергию усиливаемых импульсов.

2. Не останавливаясь на природе синглет-мультиплетного перехода, рассмотрим усиление достаточно короткого импульса излучения, который резонансно взаимодействует сразу с N оптическими переходами: $\tau_i \gg \Delta\Omega$, где τ_i - длительность импульса, $\Delta\Omega$ - частота расщепления мультиплета (рис. 1). Число уравнений для элементов матрицы плотности ρ_{ik} ($i, k = 0, 1, \dots, N$), описывающих этот процесс, достаточно велико

($\sim N^2/2$), и разработка любой модели, поддающейся анализу, возможна лишь при определенных упрощениях. Покажем, что в случае приближенно-го равенства дипольных моментов d всех оптических переходов число актуальных материальных уравнений можно существенно сократить. Такое сокращение достигается суммированием уравнений для соответствующих

элементов ρ_{ik} . При этом для величин $\varphi = -2id \sum_{k=1}^N \rho_{0k}^*$, $n = \rho_{00} -$

$- \sum_{k=1}^N \rho_{kk} / N$ и $\sigma = \sum_{i,k=1}^N \rho_{ik}^* / N$ (штрих у суммы означает, что $i \neq k$) получим

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \frac{\mathcal{P}}{T_2} = -\frac{d^2}{\hbar} N(n - \sigma) \epsilon; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{2\hbar} \frac{N+1}{N} \mathcal{P} \epsilon; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\sigma}{T_3} = \frac{1}{2\hbar} \frac{N-1}{N} \mathcal{P} \epsilon, \quad (3)$$

где ϵ и \mathcal{P} - медленные амплитуды поля импульса и поляризации среды (в условиях резонансного взаимодействия их можно считать действительными величинами), n - эффективная инверсия населенностей, а величины σ по аналогии с [4] назовем низкочастотной когерентностью. Система (1)-(3) становится замкнутой при добавлении укороченного уравнения

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{2\pi\omega_0 N_0}{c\tilde{n}} \mathcal{P} - \frac{\alpha}{2} \epsilon, \quad (4)$$

где ω_0 - центральная частота излучения, N_0 - концентрация активных частиц, \tilde{n} - показатель преломления, обусловленный нерезонансными переходами, α - коэффициент линейных потерь, z и t - длина усиления и время в сопровождающей системе координат. В (1)-(3) T_2 характеризует

усредненное время релаксации элементов ρ_{ok} , а T_3 - недиагональных элементов мультиплета ρ_{1k} . Время же релаксации населенностей T_1 предполагается достаточно большим (в масштабе длительности импульса) и соответствующий член в (2) опущен. Отметим также, что система (1)-(3) при $N = 1$ переходит в обычные уравнения для поляризации и инверсии резонансной двухуровневой среды, а при $N = 2$ соответствует модели Кочаровской и Ханина [4].

Существенное уменьшение числа материальных уравнений не только упрощает численный анализ задачи, но и позволяет аналитически проанализировать возможные режимы усиления.

3. Время релаксации поляризации (или высокочастотной когерентности) T_2 определяется скоростью дефазировки как верхнего (δ_B), так и нижних (δ_H) состояний, а время релаксации низкочастотной когерентности T_3 - только скоростью δ_H . В силу ряда причин (например, наличия в одном из состояний постоянного дипольного момента, пересечения электронных термов и др.) δ_B и δ_H могут существенно различаться. Соответственно этому рассмотрим следующие случаи: $T_2 \approx T_3$ ($\delta_B \approx \delta_H$), $T_2 \approx 2T_3$ ($\delta_B \ll \delta_H$) и $T_2 \ll 2T_3$ ($\delta_B \gg \delta_H$).

a) $T_2 \approx T_3$. В зависимости от соотношения между τ_H и T_2

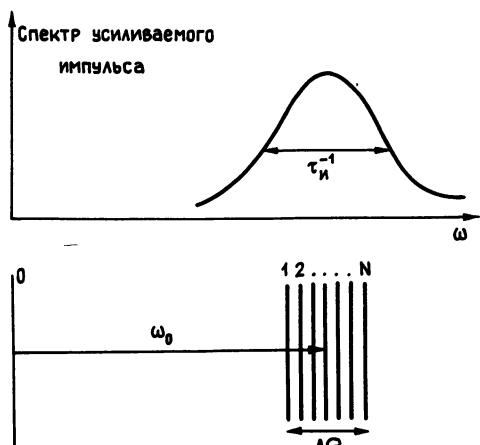


Рис. 1.

усиление будет либо когерентным (КУ), либо некогерентным (НКУ) (рис. 2). В последнем случае в (1) и (3) можно опустить производные $\partial^2/\partial t^2$ и $\partial\sigma/\partial t$. При этом для интенсивности излучения I и инверсии получим

$$\frac{\partial I}{\partial z} = \left(g_0 N \frac{n}{1 + I/I_3} - \alpha \right) I; \quad (5)$$

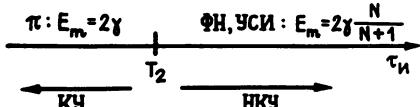


Рис. 2.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{N+1}{2 E_s} \frac{nI}{1 + I/I_3}, \quad (6)$$

где $g_0 = 4\pi\omega_0^2 T_2 N_0 / c\tilde{h}$ и $E_s = c\tilde{h}^2 / 8\pi d^2 T_2$ – характеристические значения коэффициента усиления слабого сигнала и энергия насыщения в случае двухуровневой среды ($N = 1$), $I_3 = 2E_s/T_3(N-1)$.

При $I < I_3$ решения системы (5), (6) хорошо изучены: при $\alpha = 0$ – это решение Франца – Нодвика (ФН) [6], в котором энергия насыщения и коэффициент усиления слабого сигнала равны, соответственно, $E_H = -2E_s/(N+1)$ и $g = g_0 N$, а при $\alpha \neq 0$ – решение, описывающее импульс, энергия которого стремится к стационарному значению*

$$E_s = (g/\alpha) E_H = 2\gamma N / (N+1), \quad (7)$$

где $\tau = (g_0/\alpha) E_s$. Зависимость $E_s(N)$ показывает возрастание эффективности усиления при увеличении числа уровней мультиплета. Такое увеличение может происходить, в частности, при уменьшении τ_n , если под N понимать число уровней, "накрываемых" спектром импульса, а полное число уровней в мультиплете $N_p > N$.

Если же отношение I/I_3 не мало, то система (5), (6) допускает новое решение, при котором не только энергия стремится к стационарному значению, близкому к E_s (7), но и огибающая импульса стремится к стационарной форме

$$I_{ct}(t) = I_{max} \exp(-t/\tau_{ct}), \quad (8)$$

которая соответствует крутому (ударному) фронту (при $t = 0$) с $I_{max} = I_3(g/\alpha - 1)$ и экспоненциальному спаду с $\tau_{ct} = T_3(N-1)/(N+1)$. Назовем такой импульс ударным стационарным импульсом (УСИ). Отметим, что решение (8) строго, по-видимому, не реализуется, так как условие некогерентности усиления по мере формирования УСИ (особенно на его фронте) нарушается, и строгое определение формы импульса требует учета когерентных эффектов.

В области когерентного усиления (рис. 2) членом σ/T_3 в (3) можно пренебречь, и для величины $m = n - \sigma$ из (2) и (3) получим

$$\partial m / \partial t = - \mathcal{P} E / \hbar. \quad (9)$$

Теперь уравнения (4), (1) и (9) имеют такой же вид, как и для двухуровневой среды ($N = 1$), в которой роль инверсии играет m . Как известно [8], в этом случае возможно солитонное решение – стационарный π -импульс:

*Огибающая импульса в этом случае стационарной формы не имеет [7] и стремится при $z \rightarrow \infty$ к δ -функции.

$$I(t) = I_0 \text{ch}^{-2}(t/\tau_0), \quad (10)$$

который инвертирует среду ($n \rightarrow -1/N$). Его длительность $\tau_0 = T_2 \times \times (g_0 N/\alpha - 1)^{-1} \sim N^{-1}$, а пиковая интенсивность $I_0 = E_s T_2 / N \tau_0^2 \sim N$. Отметим также, что энергия импульса (10) от N не зависит и равна $E_s \approx 2\gamma$, т.е. в два раза больше, чем в некогерентном случае (7) при $N = 1$ и равна (7) при $N \rightarrow \infty$.

б) $T_2 \approx 2 T_3$. В этом случае картина режимов усиления в целом имеет такой же вид, как и на рис. 2. Только при $\tau_i \geq T_2$ (когда некогерентным приближением пользоваться еще нельзя, а производной $d\sigma/dt$ в (3) уже можно пренебречь, например, при $\tau_i \geq (3 + 5) T_3$) уравнение (1) приобретает такой же вид, как и для двухуровневой среды, но с эффективными значениями $a_{\text{эфф}}^2 = a^2 N$ и $T_2 \text{эфф} = T_2(1 + + I/I_3)^{-1}$. Из последнего соотношения следует, что при достаточно большой интенсивности излучения степень некогерентности усиления возрастает. Потеря когерентности происходит вследствие уширения линии усиления за счет низкочастотной когерентности. Отметим, что за счет специального возбуждения низкочастотной когерентности [4] возможен и обратный эффект — эффект сужения линии.

в) $T_2 < T_3$ (рис. 3). Картина режимов в этом случае в области $\tau_i <$

$< T_2$ и $\tau_i > T_3$ имеет прежний вид (ср. с рис. 2). Новой является область $T_2 < \tau_i < T_3$, в которой справедливо уравнение (9). Уравнения (4), (1) и (9) в этой области при $\alpha = 0$ приводят к решению Франца — Нодвика с $a = g_0 N$ и $E_s = E_s/N$, а при $\alpha \neq 0$ — к стационарному значению энергии $E_s = \gamma$. Видно, что на линейной стадии эффективность усиления

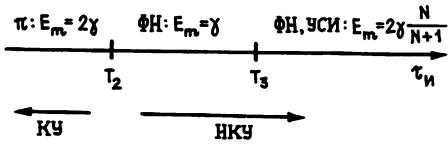


Рис. 3

с ростом N возрастает (как и при $\tau_i > T_3$). Однако в режиме глубокого насыщения энергия импульса от N не зависит и является такой же, как при усилении в двухуровневой среде ($N = 1$). Следовательно, зависимость предельной энергии импульса от его длительности имеет немонотонный характер: в области $\tau_i > T_3$ с уменьшением τ_i (если оно сопровождается ростом эффективного значения N) происходит рост энергии ($E_s = 2\gamma N/(N + 1)$), а при переходе в область $\tau_i < T_3$ энергия уменьшается до $E_s = \gamma$, а при дальнейшем уменьшении τ_i и переходе в область когерентного усиления снова возрастает до $E_s = 2\gamma$.

4. Таким образом, проведенный анализ показывает, что наряду с высокочастотной существенное влияние на характер усиления оказывает и низкочастотная когерентность в системе нижних уровней. Последняя может приводить, в частности, к генерации импульсов с крутым фронтом. Кроме того, низкочастотная когерентность в определенных условиях приводит к потере когерентности усиления. Наряду со сложной структурой отдельных оптических переходов [5] это обстоятельство может объяснять некогерентный характер усиления мощных пикосекундных

и субпикосекундных импульсов в усилителях на эксимерных молекулах [9, 10]. С другой стороны, специальное возбуждение низкочастотной когерентности [4], как уже отмечалось, может приводить к обратному эффекту - сужению линии усиления. Это позволяет (при сохранении эффективности усиления) уменьшить уровень инверсии активной среды и, соответственно, уровень спонтанного излучения [10, 11], которое в средах с большим коэффициентом усиления ограничивает предельные параметры усиливаемого импульса [1, 12].

Влияние низкочастотной когерентности может проявляться также и в немонотонной зависимости предельной энергии усиливаемого импульса от его длительности. Из измерений такой зависимости возможно определение эффективных значений T_2 и T_3 .

Наконец, отметим, что основные результаты, полученные для сред с инверсией, сохраняются и для поглощающих сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. Corkum P.B., Taylor R.S. // IEEE J. Quant. Elektron. 1982. V.QE-18. P.1962.
2. Rokni M., Mangano J.A. et al. // IEEE J. Quant. Elektron. 1978. V.QE-14. P.464.
3. Belenov E.M., Kryukov P.G. et al. // J.Opt.Soc.Am. 1988.V.B5.P.946.
4. Кочаровская О.А., Ханин Я.И. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48. С.581.
5. Платоненко В. Т., Тишина Е. Н. // Квантовая электроника. 1988. Т.15. С.303.
6. Franz L.M., Nodvik J.// J.Appl. Phys. 1963. V.34. P.2346.
7. Icsevgi A., Lamb W.E., Jr.// Phys. Rev. 1969. V.185. P.517.
8. Ханин Я.И. Динамика квантовых генераторов. - М. : Сов. радио, 1975. Гл. 3.
9. Szatmari S., Schäfer F.P.// Appl. Phys. 1984. V.B33. P.219.
- 10.Watanabe S., Endoh A. et al. // Opt. Lett. 1988. V.13. P.580.
- 11.Endoh A., Watanabe M., Watanabe S. // Opt. Lett. 1987. V.12. P.906.
- 12.Ахманов С. А., Вальшин А. М. и др. // Квантовая электроника. 1986. Т.13. С.1992.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
24 января 1990 г.

THE MODES OF COHERENT PULSE AMPLIFICATION IN MULTILEVEL SINGLET-MULTIPLLET MEDIA

V.D. Taranukhin

The simplified model is developed of pulse radiation interaction with multilevel singlet-multiplet media. It is shown that multiplet coherency can result in the new modes of amplification (the generation of steepened pulses, the loss of amplification coherency) and the nonmonotonic dependence of the pulse limit energy on the pulse duration.

УДК 517.9

КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ ФЕЙГЕНБАУМА

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, И. Р. Сатаев

Исследуется переход к хаосу в двух системах Фейгенбаума с однонаправленной связью в зависимости от трех параметров (управляющие параметры подсистем и константа связи). Продемонстрировано существование иерархии типов критического поведения по возрастающей коразмерности: имеются фейгенбаумовские критические поверхности, ограниченные трикритическими линиями и пересекающиеся по бикритической линии. В свою очередь, эти линии пересекаются в мультикритической точке нового типа. Обсуждаются динамические режимы вблизи указанных критических ситуаций; в частности, вблизи бикритической линии реализуется гиперхаос, а вблизи трикритической - мультистабильность. Данна таблица универсальных критических показателей.

В контексте задач нелинейной динамики под критическим поведением понимается совокупность явлений, возникающих при переходе динамических систем к хаосу и характеризующихся некоторыми свойствами масштабной инвариантности (скейлинга) в пространстве управляющих параметров. Простейший и наиболее изученный тип критического поведения связан с переходом к хаосу по Фейгенбауму через последовательность бифуркаций удвоения периода, и ему присущ однопараметрический скейлинг с универсальной масштабной константой $\delta = 4,66920$ [1].

Чрезвычайно интересной с точки зрения критических явлений оказывается задача о поведении двух систем Фейгенбаума при наличии однонаправленной связи между ними, когда первая система воздействует на вторую, а вторая не влияет на первую [2]. В настоящей работе мы покажем, что глобальный анализ пространства всех существенных параметров задачи вскрывает целую иерархию типов критического поведения, характеризующихся одно-, двух- и трехпараметрическим скейлингом. Этот анализ позволяет понять закономерности сосуществования и взаимного расположения критических точек, линий и поверхностей различного типа в пространстве параметров. Некоторые из рассматриваемых типов критического поведения оказываются связанными с возникновением мультистабильности, что позволяет изучать и классифицировать мультистабильные состояния в рамках теории критических явлений.

С точки зрения физических приложений, системы с однонаправленной связью ассоциируются, в частности, с проблемой турбулентности, развивающейся вниз по потоку [3]. Они могут также конструироваться искусственно, например, в радиотехнике и оптике с целью создания устройств с новыми функциональными возможностями (генераторы шума, бистабильные и мультистабильные элементы памяти и т. д.).

1. Модельные уравнения. Двойная Фейгенбаумовская точка. Как обычно при изучении критических явлений, обратимся к модельной системе, которая в нашем случае конструируется из двух логистических отображений

$$x_{n+1} = 1 - \lambda x_n^2, \quad y_{n+1} = 1 - Ay_n^2 - Bx_n^2, \quad (1)$$

где x, y - динамические переменные, характеризующие состояния первой и второй подсистем, λ и A - управляющие параметры, B - константа связи.

Если положить $B = 0$, то система (1) распадается на две

несвязанные системы Фейгенбаума, демонстрирующие удвоения периода и переход к хаосу при изменении соответствующих управляющих параметров λ и A . Пусть значения этих параметров таковы, что в обеих подсистемах реализуются устойчивые циклы периода 2^k . Тогда составная система обладает 2^k состояниями, отличающимися сдвигом колебаний в подсистемах друг относительно друга на целое число единиц дискретного времени. Эти режимы модифицируются, но остаются устойчивыми и при включении связи, если величина ее достаточно мала.

Таким образом, в системе (1) заведомо имеется мультистабильность (хотя обсуждаемый механизм ее возникновения не единственный, см. ниже). Геометрически за формированием мультистабильных состояний можно проследить, рассматривая трансформацию плоскости параметров (A, B) при увеличении λ . Когда λ переходит

через бифуркационное значение $\lambda_1 = 0,75$, первая подсистема претерпевает первое удвоение периода. Начиная с этого момента на плоскости (A, B) появляется точка сборки $(\lambda_1, 0)$, в которой сходятся две линии складок, ограничивающих область существования двух разных 2-циклов составной системы. Плоскость (A, B) можно представить теперь состоящей из двух частично перекрывающихся листов 1 и 2 (рис. 1а), соответствующих упомянутым двум циклам. Скачок с первого листа на второй имеет место при переходе через левую, а обратно -

при переходе через правую линию складок. После следующей бифуркации удвоения в первой подсистеме каждый из двух листов, в свою очередь, раздваивается. На каждом из них появляется точка сборки $(\lambda_2, 0)$, в которой соединены друг с другом вновь возникшие листы и сходятся линии складок, являющиеся их краями (рис. 1б). При дальнейшем увеличении параметра λ процесс формирования новых сборок и раздвоения листов продолжается и при $\lambda_c = 1,401155$ число листов и

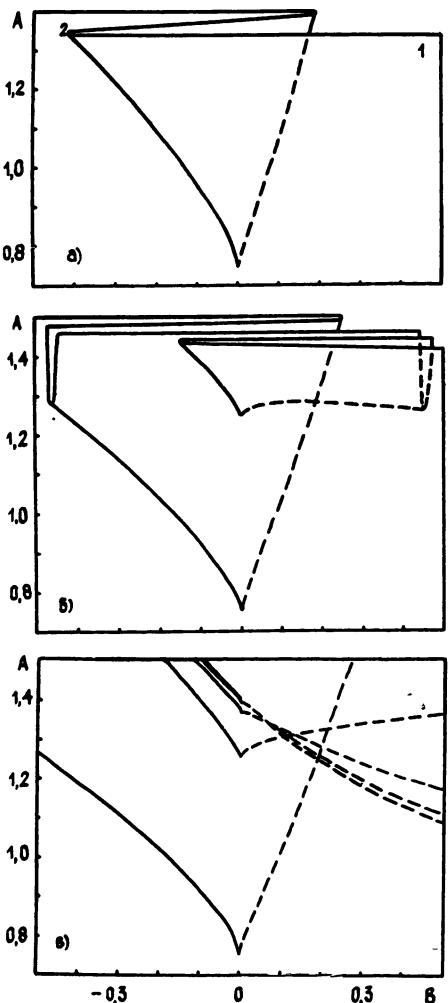


Рис 1

при переходе через правую линию складок. После следующей бифуркации удвоения в первой подсистеме каждый из двух листов, в свою очередь, раздваивается. На каждом из них появляется точка сборки $(\lambda_2, 0)$, в которой соединены друг с другом вновь возникшие листы и сходятся линии складок, являющиеся их краями (рис. 1б). При дальнейшем увеличении параметра λ процесс формирования новых сборок и раздвоения листов продолжается и при $\lambda_c = 1,401155$ число листов и

точек сборки бесконечно. Сборки накапливаются в пределе к точке $(\lambda_c, \lambda_c, 0)$ в пространстве параметров (λ, Λ, B) , которую будем называть *двойной фейгенбаумовской точкой* и обозначать DF . В том же смысле, в каком удвоения периода связаны с критической точкой индивидуального отображения, описанный процесс размножения мультистабильных состояний ассоциируется с *двойной фейгенбаумовской точкой*.

Перемещаясь по любому из листов, можно наблюдать разнообразные режимы и бифуркации. Далее ограничимся изучением одного выделенного листа, который образует лицевую сторону поверхностей, показанных на рис. 1, и который будем называть *синфазным листом*. Терминология объясняется тем, что при продолжении по параметрам в точку нулевой связи режимы, отвечающие этому листу, превращаются в синфазные колебания несвязанных подсистем.

Скейлинговые свойства окрестности двойной фейгенбаумовской точки на синфазном листе вытекают из ренормгруппового анализа, проведенного в [3, 4]. Структура пространства трех параметров инвариантна относительно изменения масштабов по собственным направлениям $\Lambda_1 = \lambda$, $\Lambda_2 = A + B$, $\Lambda_3 = B$, соответственно, в $\delta_1 = \delta_2 = 4,66920$ и $\delta_3 = 2$ раза.

2. Трикритическое поведение. Проведенное обсуждение и рис. 1 дают лишь предварительное представление о структуре пространства параметров. Обратимся к более детальному рассмотрению и начнем вновь с ситуации, когда в первой подсистеме реализуется 2-цикл.

На рис. 2а показана карта динамических режимов на плоскости (A, B) при $\lambda = 0,85$ (синфазный лист). На рисунке можно видеть линии бифуркаций удвоения периода, накапливающиеся к фейгенбаумовским критическим линиям F - границам возникновения хаоса. В области существования 4-циклов располагается новая точка сборки c_2 . В ней сходятся линии складок - края новых листов, на которые раздвоился синфазный лист. В области между линиями складок система имеет два различных устойчивых режима, а на самих линиях происходит жесткий переход между этими режимами. Фрагмент карты, показанный на рис. 2б и изображающий в увеличенном виде окрестность точки c_2 , демонстрирует множество сборок и складок на базе циклов периода $8, 16, 32\dots$. При этом линии удвоений периода разного порядка огибают разные точки сборки и перестают поэтому сходиться к фейгенбаумовской линии, которая, следовательно, обрывается в некоторой точке. Эта точка служит пределом определенной последовательности точек сборки (табл. 1) и называется *трикритической точкой*. Трикритические точки были введены в рассмотрение в работе [5] при анализе одномерного двухпараметрического отображения четвертой степени. Наша задача может быть преобразована к этой форме в случае, когда период колебаний в первой подсистеме равен двум.

Таблица 1

Точки сборки, сходящиеся к трикритической точке T_1 при $\lambda = 0,85$

N	A _N	B _N	Y _N	$\frac{A_{\infty} - A_N}{A_{\infty} - A_{2N}}$	Y _N /Y _{2N}
4	1,283293	0,891207	0,113696	-0,466	1,613
8	1,330607	0,716126	-0,070483	1,992	1,616
16	1,314539	0,701132	0,043617	2,551	1,659
32	1,304689	0,701732	-0,026291	2,740	1,679
64	1,300657	0,702751	0,015662	2,809	1,686
128	1,299164	0,703224	-0,009287	2,845	1,689
256	1,298629	0,703407	0,005498		
∞	1,298339	0,703509		2,85713	1,69030

Используя дважды второе уравнение (1), найдем отображение, описывающее изменение состояния второй подсистемы за две итерации:

$$y_{n+2} = [1 - Bx_1^2 - A(1 - Bx_0^2)] + 2(1 - Bx_0^2) A^2 y_n^2 - A^3 y_n^4.$$

Здесь $x_{0,1} = [1/2 \pm (\lambda - 3/4)^{1/2}] / \lambda$ - элементы 2-цикла первой подсистемы. После замены переменной $y \rightarrow y[1 - Bx_1^2 - A(1 - Bx_0^2)^2]$ имеем

$$y_{n+2} = 1 + ay_n^2 + by_n^4, \quad (2)$$

где

$$a = 2(1 - Bx_0^2)(1 - Bx_1^2 - A(1 - Bx_0^2)^2)A^2,$$

$$b = -[A(1 - Bx_1^2 - A(1 - Bx_0^2)^2)]^3. \quad (3)$$

Пересчетом по формуле (3) находим, что трикритические точки, имеющие на плоскости (a,b) координаты $(-2, 81403; 1, 40701)$ и $(0; -1, 59490)$ [5] располагаются на плоскости (A,B) при $\lambda = 0,85$ в точках $(1,29834; 0,70351)$ и $(1,23075; 1,08446)$. На рис. 2 они обозначены T_1 и T_2 .

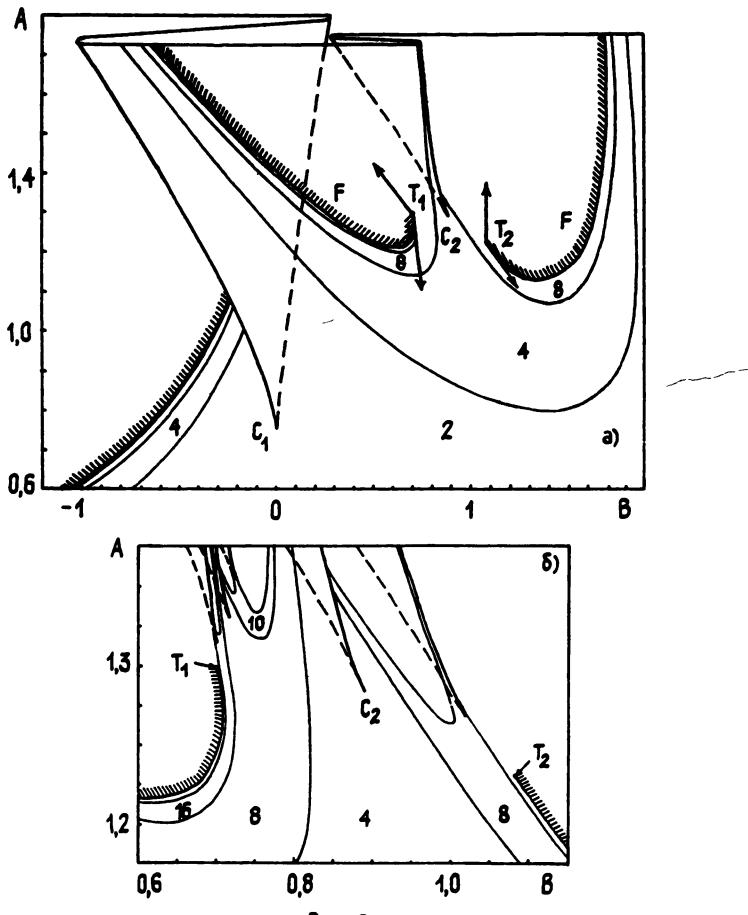


Рис 2

В соответствии с развитым в [5] ренормгрупповым анализом вблизи каждой из трикритических точек имеет место двухпараметрический скейлинг с масштабными константами $\delta_1 = 7,28469$ и $\delta_2 = 2,85713$.

Соответствующие собственные направления на плоскости (A, B) показаны стрелками. Первое из них идет вдоль линии, на которой динамика второй подсистемы при некотором выборе переменной описывается отображением (2) с $a = 0$, а второе - вдоль фейгенбаумовской критической линии. С другой стороны от трикритической точки по этому же направлению к ней сходится по закону геометрической прогрессии с показателем δ_2 последовательность сбороок (табл. 1), что можно положить в основу алгоритма поиска трикритических точек.

Отметим, что термин трикритическая точка введен по аналогии с теорией фазовых переходов: так называют точку, в окрестности которой реализуются фазовые переходы и первого, и второго рода. Переходы первого рода ассоциируются с жесткими бифуркациями на линиях складок, а второго рода - с мягким возникновением хаоса через удвоения периода.

Пусть теперь значение параметра первой подсистемы таково, что она демонстрирует цикл периода 4. Тогда конфигурация областей на плоскости (A, B) становится более сложной, но новых типов критического поведения не обнаруживается. То же самое можно сказать и о ситуациях, когда циклы в первой подсистеме имеют период 8, 16 и т. д.

3. Бикритическое поведение и мультикритическая точка ВТ. Пусть теперь управляющий параметр первой подсистемы λ равен критическому значению $\lambda_c = 1,401155$. Тогда при увеличении управляющего параметра второй подсистемы λ у границы возникновения хаоса будет наблюдаться еще один тип критического поведения, названный в [2] бикритическим. Бикритическую линию на плоскости (A, B) можно найти, проследив за эволюцией фейгенбаумовской линии во второй подсистеме при $\lambda \rightarrow \lambda_c$. На рис. 3 показано, как располагается эта линия на плоскости (A, B) при значениях λ , отвечающих порогу потери устойчивости 2-, 4-, 8-, 16-циклов первой подсистемы. Из рисунка видно, что при приближении параметра λ к критическому значению фейгенбаумовские линии на плоскости (A, B) накапливаются к бикритической линии В, а трикритические точки - к некоторой точке ВТ.

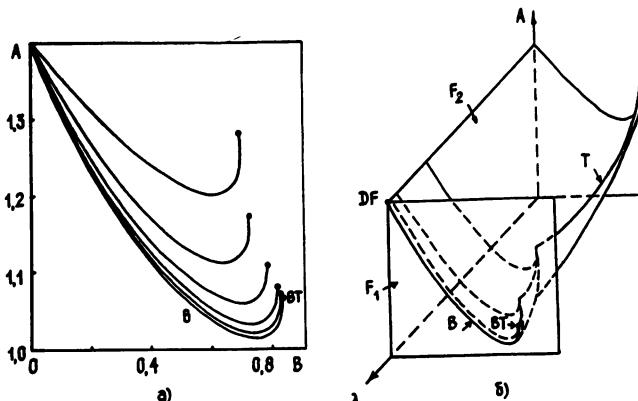


Рис. 3.

Вблизи бикритической линии в пространстве (λ, A, B) имеет место двухпараметрический скейлинг с константами $\delta_1 = 4,66920$ и $\delta_2 = 2,392724$. Первое собственное направление совпадает с осью λ , вдоль второго к бикритической линии в сечениях (λ, A) подходят Фейгенбаумовские критические линии второй подсистемы.

Точка BT - это мультикритическая точка нового типа, окрестность которой характеризуется трехпараметрическим скейлингом с масштабными константами $\delta_1 = 4,66920$, $\delta_2 = 2,654654$, $\delta_3 = 1,541720$. Собственное направление, связанное с константой δ_1 , - это ось λ , для δ_2 -линия, вдоль которой сходятся к BT трикритические точки. Для δ_3 -направление вдоль бикритической линии. (Табл. 2.)

Таблица 2
Сходимость последовательности трикритических точек
к мультикритической точке BT

λ	A_N	B_N	$\frac{A_\infty - A_N}{A_\infty - A_{2N}}$
1,25	1,279894	0,690210	
1,368099	1,173074	0,721136	1,998
1,394046	1,108720	0,784254	2,506
1,399631	1,080086	0,817598	3,034
1,400829	1,071161	0,828522	2,729
1,401155	1,066	0,83505	2,654

4. Общее обсуждение критической динамики. Подведем некоторые итоги и дадим общее представление о геометрии пространства параметров односторонне связанных систем Фейгенбаума с точки зрения реализующихся в них типов критического поведения. В пространстве (λ, A, B) имеются две Фейгенбаумовские критические поверхности $F1$ и $F2$ (рис. 3б). Первая - это плоскость $\lambda = 1,401155$, а вторая - поверхность сложной формы, являющаяся границей возникновения хаоса во второй системе*. Эти поверхности пересекаются по бикритической линии B . Поверхность $F2$ имеет границу - линию трикритических точек T . Трикритическая и бикритическая линии сходятся и оканчиваются в мультикритической точке BT . Вторым концом бикритической линии служит двойная Фейгенбаумовская точка DF . Отметим, что в любой окрестности трикритической линии, точек BT и DF имеются области мультистабильности и жестких бифуркаций.

Каждому из перечисленных типов критического поведения отвечает определенный набор количественных характеристик (число существенных параметров и динамических переменных, масштабные константы скейлинга в пространстве параметров и в фазовом пространстве, критический мультипликатор 2^k -циклов и др.), которые сведены в табл. 3.

Спектры колебаний второй подсистемы в различных критических ситуациях - Фейгенбаумовской, трикритической, бикритической и в точке BT - обладают четко выраженной иерархической организацией по уровням амплитуд субгармоник и могут быть приближенно описаны рекуррентным соотношением

$$S(\omega) \frac{\alpha^2 + \beta^2 \pm 2\alpha\beta \cos(\pi\omega/2)}{4\alpha^2\beta^2} \rightarrow \begin{cases} S(\omega/2), & \text{знак "+"} \\ S(1-\omega/2), & \text{знак "-"} \end{cases} \quad (4)$$

Поверхность $F2$ на самом деле состоит из множества кусков. На рис. 3б для простоты показан лишь один из них, которому на рис. 2 отвечает участок критической линии от $B = 0$ до первой трикритической точки.

Это обобщение известного результата для фейгенбаумовского спектра, получаемое по той же методике [6, 7]. В формуле (4) α - масштабный фактор для динамической переменной u в соответствующей критической ситуации (см. табл. 3), $\beta = \alpha^2$ - для фейгенбаумовской и бикритической точек, $\beta = \alpha^4$ - для трикритической точки и точки BT .

Как видно из (4), величина $\gamma = (1/4\alpha^2 + 1/4\beta^2)$ характеризует средний перепад между соседними уровнями субгармоник, а коэффициент $\varepsilon = |2\alpha\beta/(\alpha^2 + \beta^2)|$ - степень неравномерности распределения амплитуд субгармоник на данном уровне иерархии. Численные значения величин γ и ε также приведены в табл. 3.

Таблица 3

Числовые характеристики иерархии критической динамики односторонне связанных систем Фейгенбаума

Тип критической точки	n	m	δ	α	μ	$\gamma, \text{дБ}$	ε	χ
Фейгенбаум F	1	1	4,66920	-2,50291	-1,6012	13,35	0,69	0,4498
Трикритическая T	2	1	7,28469 2,85712	-1,69030	-2,0509	10,40	0,40	0,3491 0,6603
Бикритическая B	2	2	4,66920 2,39272	-2,50291 -1,50532	-1,6012 -1,1789	13,35 7,98	0,69 0,92	0,4498 0,7945
Мультикритическая BT	3	2	4,66920 2,65465 1,54172	-2,50291 -1,24166	-1,6012 -1,3980	13,35 6,85	0,69 0,82	0,4498 0,7100 1,6012
Двойная фейгенбаумовская DF	3	2	4,66920 4,66920 2,00000	-2,50291 -2,50291	-1,6012 -1,6012	13,35 13,35	0,69 0,69	0,4498 0,4498

Обозначения: n - число существенных параметров (коразмерность), m - число существенных динамических переменных, δ - масштабный фактор скейлинга в пространстве параметров, α - масштабный фактор скейлинга в фазовом пространстве, μ - мультипликатор 2^n -циклов в критической точке, γ , ε - константы, характеризующие спектр колебаний в критической точке (перепад между субгармониками различного уровня и неравномерность амплитуд в пределах одного уровня), χ - критический индекс для ляпуновского показателя.

Поведение ляпуновских показателей L вблизи критических точек подчиняются скейлинговым соотношениям вида

$$L \rightarrow L/2, \quad \Lambda \rightarrow \Lambda/\delta, \quad (5)$$

где Λ - параметр, отсчитываемый вдоль некоторого собственного направления, а δ - масштабный фактор, отвечающий этому направлению. Отсюда вытекает соотношение для огибающей ляпуновского показателя

$$L \approx \Lambda^\chi, \quad (6)$$

где критический индекс χ определяется как $\chi = \ln 2 / \ln \delta$. Величины χ приведены в табл. 3. Отметим, что при движении в пространстве параметров через бикритическую точку одновременно становятся положительными два ляпуновских показателя, т. е. бикритическое поведение отвечает порогу возникновения гиперхаоса.

5. Заключение. Как известно, одна из ключевых идей в теории бифуркаций, теории катастроф и отчасти в теории фазовых переходов - это идея "движения по коразмерности". В соответствии с ней в

рассмотрение последовательно вводятся и анализируются ситуации, типичные сначала в однопараметрических семействах, затем в семействах с числом параметров 2, 3 и т. д. Результаты настоящей работы наглядно показывают, что аналогичный подход плодотворен и в теории критических явлений у порога возникновения хаоса. С этой точки зрения, основные задачи теории состоят в поиске и классификации типичных вариантов критической динамики в зависимости от числа существенных параметров, в выявлении присущих им свойств универсальности и скейлинга, в нахождении канонических моделей, описывающих каждую критическую ситуацию. Предметом рассмотрения должны служить также закономерности сосуществования типов критического поведения в пространстве параметров динамических систем, методика их поиска и идентификации в эксперименте.

К настоящему времени известно большое число систем, демонстрирующих сценарий перехода к хаосу по Фейгенбауму. Его распространенность обусловлена тем, что фейгенбаумовская критическая точка типичным образом встречается в системах с одним управляющим параметром ($n = 1$, табл. 3). Что можно сказать о возможности реализации других обсуждавшихся здесь типов критической динамики?

Что касается триkritического поведения, то оно становится типичным при наличии двух управляющих параметров и, очевидно, может наблюдаться во многих реальных системах. Анализируемая здесь ситуация однозначно связанных систем является в этом смысле лишь одним из возможных примеров. Практически она может быть реализована, в частности, на основе двух нелинейных колебательных контуров, возбуждаемых внешним периодическим воздействием [2]. Насколько нам известно, вопрос об экспериментальном наблюдении триkritического поведения, обнаруженного пока лишь в формальной математической модели [5], до сих пор не ставился.

Бикритическое поведение и мультикритическая точка ВТ характерны, по-видимому, только для потоковых систем, поскольку введение обратного воздействия второй подсистемы на первую разрушает эти типы критической динамики. Экспериментальное наблюдение бикритического поведения описано в работе [2]. Следует отметить, что такого рода критические явления можно наблюдать и в цепочках из трех, четырех и более элементов с односторонней связью, если допустить независимое управление параметрами подсистем. Для реализации бикритической ситуации необходимо подобрать два параметра, а для точки ВТ - три.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейгенбаум М. //УФН. 1983. Т. 141. № 2. С. 343.
2. Безручко Б. П., Гуляев Ю. В. и др. //ДАН СССР. 1986. Т. 287. № 3. С. 619.
3. Aranson I.S., Gaponov-Grekhov A.V., Rabinovich M.I.//Physica. 1988. V. D33. N 1-3. P. 1.
4. Кузнецов С. П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 8. С. 991.
5. Chang S.-J., Wortis M., Wright J.A.//Phys. Rev. 1981. V. A24. N 5. P. 2669.
6. Huberman B., Zisook A.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 26. N 10. P. 626.
7. Nauenberg M., Rudnik J.//Phys. Rev. 1981. V. B24. N 1. P. 493.

Саратовский филиал Института радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию
25 декабря 1989 г.

УДК 621.316

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОИКИ ЧАСТОТЫ ГЕНЕРАТОРА
С ГИСТЕРЕЗИСОМ В ЦЕПИ УПРАВЛЕНИЯ**

Г. П. Минина

Проведено исследование системы фазовой автоподстройки частоты генератора с гистерезисом в цепи управления. Задача решалась методом "жесткого" гистерезиса. Выявлены существенные отличия такой системы от традиционной системы фазовой автоподстройки с генератором, управляемым варикапом. При изменении некоторых параметров возможно возникновение хаотического движения в системе ФАПЧ.

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) являются важным элементом многих радиотехнических схем, например, синтезаторов частот. Свойства системы ФАПЧ во многом определяются качеством управляемого генератора. Генератор должен перестраиваться с большой степенью линейности, обладать высокой спектральной чистотой. В области СВЧ в последнее время большое распространение получают генераторы с резонаторами из железоиттриевого граната (ЖИГ), обладающие указанными свойствами в большей степени, чем традиционные генераторы с варикапами.

Теоретическое исследование системы ФАПЧ с ЖИГ-генератором было проведено в работе [1]. Считалось, что генератор имеет линейную перестройку частоты в широких пределах. Были обнаружены дополнительные фильтрующие свойства у таких систем. Однако, как показали экспериментальные исследования, генераторы на ЖИГ могут иметь значительный гистерезис в цепи управления [2], причем в генераторах с объемными резонаторами из ЖИГ этот эффект выражен сильнее и принципиально неустраним. Поэтому представляется актуальным исследование системы ФАПЧ с гистерезисом в цепи управления генератором.

Поскольку характерные времена переориентации магнитных доменов в ферромагнетиках порядка 1 мкс, будем считать, что форма генерируемых СВЧ колебаний близка к гармонической, и при расчетах учтем гистерезис только в цепи управления генератором. Заметим, что на более низких частотах форма колебаний может существенно отличаться от гармонической [3].

Железоиттриевый гранат является ферромагнетиком, поэтому можно считать, что он обладает "жестким" гистерезисом [4]. Зависимость частоты генерации $\omega_g(t)$ от управляющего тока $I(t)$ приведена в правом верхнем углу рис. 1. Для удобства начало координат выбрано в начале петли гистерезиса:

$$\omega_g = \omega_0 + \omega_g(t),$$

$$I = I_0 + I(t).$$

На боковых границах петли гистерезиса

$$\omega_g(t) = S_1 I(t) \pm A. \quad (1)$$

На верхней и нижней границе

$$\omega_r(t) = S_2 I(t) \pm B. \quad (2)$$

Смысл констант A , B ясен из рисунка, S_1 и S_2 - крутизна управления частотой на различных участках гистерезисной кривой. Внутри петли гистерезиса

$$\omega_r(t) = S_2 I(t) \pm C, \quad (3)$$

где C - константа, определяемая начальными условиями.

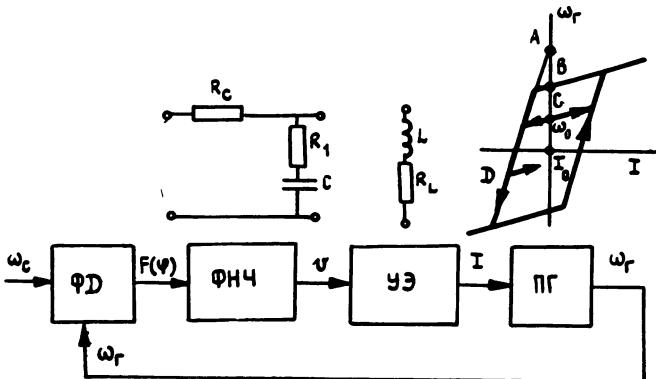


Рис 1

Внутри петли гистерезиса, на верхней и нижней границах крутизна управления частотой током равна S_2 вне зависимости от направления изменения тока.

Если же точка (I, ω) находится на боковой границе (например, точка D на левой границе), то крутизна управления определяется знаком изменения тока: при уменьшении тока крутизна управления равна $S_1 > S_2$, т. е. точка остается на боковой границе, при увеличении - крутизна управления равна S_2 и точка уходит с границы внутрь петли гистерезиса. Для правой границы поведение точки (I, ω) аналогично с точностью до изменения знака тока. Это весьма условный вид гистерезисной кривой. Но даже эта простейшая аппроксимация гистерезиса позволяет выявить многие особенности режимов работы исследуемой системы ФАПЧ.

Блок-схема системы ФАПЧ представлена на рис. 1. Она состоит из фазового детектора ФД с характеристикой $F(\varphi)$, на который подается напряжение управляемого генератора ПГ с частотой $\omega_r(t)$ и опорный сигнал с частотой $\omega_c(t)$. Сигнал ошибки, определяемый разностью фаз подаваемых колебаний $\varphi(t)$, поступает на фильтр низких частот ФНЧ. ФНЧ обычно представляет собой пропорционально интегрирующий фильтр с коэффициентом передачи

$$K_C(p) = (1 + mT_C p)(1 + T_C p),$$

где $T_C = C(R_1 + R_C)$ - постоянная времени фильтра, m - коэффициент пропорциональности.

Выходное напряжение с ФНЧ через усилитель постоянного тока (на

рисунке не показан) подается элемент УЭ. Ток управляющего элемента можно выразить в операторной форме через подаваемое напряжение по формуле

$$I(p) = K_L(p)U(p), \quad (4)$$

где $K_L(p) = [R_L(1 + T_L p)]^{-1}$ — коэффициент УЭ, $T_L = L / R_L$ — постоянная времени УЭ.

Текущая разность фаз между $\omega_r(t)$ и $\omega_c(t)$ описывается выражением

$$\varphi(t) = \int_0^t [\omega_r(t) - \omega_c(t)] dt + \varphi_0, \quad (5)$$

где φ_0 — начальная разность фаз.

Напряжение на выходе фазового детектора $F(\varphi(t))$. Поэтому выражение для управляющего тока во временной области можно привести к виду

$$I(t) = \int_0^t K(t - \theta)F(\varphi(\theta))d\theta, \quad (6)$$

где,

$$K(t - \theta) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} K_L(p)K_c(p) \exp[p(t - \theta)]dp =$$

$$= \begin{cases} K_1 \exp[-(t - \theta)/T_L] + K_2 \exp[-(t - \theta)/T_C] & \text{при } t \geq \theta \\ 0 & \text{при } t < \theta \end{cases},$$

$$K_1 = \frac{1 - mT_C/T_L}{R_L(T_L - T_C)}, \quad K_2 = \frac{1 - m}{R_L(T_C - T_L)}.$$

Процедуру вычисления интеграла по формуле (6) можно упростить. Представим ток $I(t)$ в виде суммы $I(t) = I_1(t) + I_2(t)$, где

$$I_1(t) = \int_0^t \exp[-(t - \theta)/T_L]F(\varphi(\theta))d\theta,$$

$$I_2(t) = \int_0^t K_2 \exp[-(t - \theta)/T_C]F(\varphi(\theta))d\theta.$$

Значения I_1 и I_2 суммарного тока I в следующий момент времени $t + \Delta t$ равны

$$I_1(t + \Delta t) = I_1(t) \exp(-\Delta t/T_L) + \int_t^{t+\Delta t} K_1 \exp[-(t + \Delta t - \theta)/T_L]F(\varphi(\theta))d\theta,$$

$$I_2(t + \Delta t) = I_2(t) \exp(-\Delta t/T_C) + \int_t^{t+\Delta t} K_2 \exp[-(t + \Delta t - \theta)/T_C]F(\varphi(\theta))d\theta,$$

$$I(t + \Delta t) = I_1(t + \Delta t) + I_2(t + \Delta t).$$

Отклик системы управления второго порядка на сигнал фазового детектора может быть выражен через две функции, связанные с двумя слагаемыми импульсной характеристики с разными временами затухания. Для системы n -го порядка число таких слагаемых будет n . Переход от вычисления $I(t)$ по формуле (6) к вычислению $I_{1,2}(t)$ позволяет избежать интегрирования за всю историю системы (от 0 до t) и существенно ускоряет вычислительную процедуру. Зная значение $I(t)$, можно определить частоту $\omega_r(t)$ по схеме гистерезиса, описанной выше (формулы (1)-(3), рис. 1).

Задача решалась методом фазовой плоскости в переменных ω_r , φ . Задавались начальные значения тока $I(0)$, начальное значение разности фаз и частот входного сигнала и подстраиваемого генератора, параметры системы ФАПЧ.

Расчеты, проведенные на ЭВМ, показали, что поведение исследуемой системы имеет ряд существенных отличий от традиционной системы ФАПЧ с генератором, управляемым варикапом.

Основные закономерности поведения системы ФАПЧ с генератором, имеющим гистерезис в цепи управления, следующие:

1) При подстройке частоты в пределах линейного участка внутри гистерезисной петли система ФАПЧ ведет себя как безгистерезисная. Когда величина расстройки превышает величину линейного участка внутри петли гистерезиса так, что при подстройке частота достигает границ гистерезисной петли, на фазовой траектории наблюдаются изломы, связанные с различной крутизной управления частотой s_1 и s_2 на различных участках фазовой траектории.

2) Основной особенностью всех систем с гистерезисом является то, что в зависимости от начальных условий положение особой точки изменяется. Можно говорить уже не об особой точке, а об особой оинии MN на фазовой плоскости (рис. 2, $I(0) = 0$, коэффициент усиления по замкнутой петле ФАПЧ $K = 1$, $T_c/T_L = 10$, $m = 0, 0.5$, $\omega_c = 0$).

3) При определенных параметрах в системе возможно возникновение хаотического движения. Рассмотрим поведение системы ФАПЧ при изменении коэффициента пропорциональности интегрирующего фильтра m . На рис. 3 изображены фазовые портреты (слева) и изменение частоты (справа) при различных m . Рассмотрим, как меняется фазовый портрет при изменении m . Параметры системы: $R = 3$, $T_c/T_L = 10$, $I(0) = 0$, $\omega_c \cdot T_L = 1$.

параметры были выбраны так, что при $m = 0$ (интегрирующий фильтр) захват частоты не было, в системе наблюдалась биения (пределный цикл второго рода) (рис. 3а, $\varphi_0 = 0$). Заметим, что система с пропорционально интегрирующим фильтром работает более устойчиво, чем система с интегрирующим фильтром. При увеличении m фильтрующие свойства системы ФАПЧ изменяются. При безгистерезис-

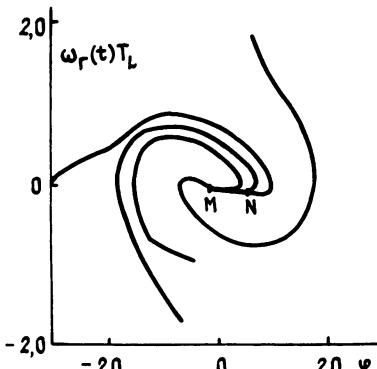


Рис. 2.

ной зависимости частоты от управляющего тока в системе наблюдается захват частоты (устойчивый фокус на фазовом портрете). Гистерезисная зависимость частоты приводит к тому, что точка на фазовой плоскости

"проскаакивает" траектории, ведущие к устойчивому состоянию. На фазовом портрете это выражается в том, что фазовая точка обходит несколько раз точку безгистерезисного захвата ($\omega_r T_L = 1$, $\varphi = 0$), потом происходит набег фазы и она совершает обход другой возможной устойчивой точки ($\omega_r T_L = 1$, $\varphi = 2\pi$) или сразу двух возможных устойчивых точек. Частота в системе при этом совершает хаотические колебания (рис. 3б). Наблюдения за время, большее, чем характерные времена в системе ФАПЧ, показали, что движение в системе не становится регулярным. Небольшое изменение начальных условий приводит к изменению фазового портрета, хаотический характер колебаний сохраняется. Возникновение сложно модулированных колебаний и переход к хаотическому движению наблюдались экспериментально в некоторых диапазонах перестройки генератора со сферическим МГ-генератором [5].

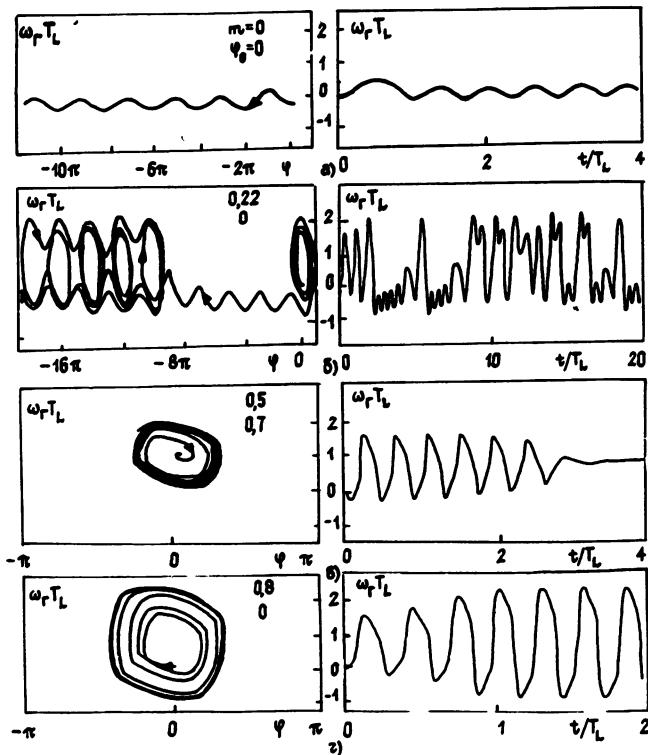


Рис 3.

С увеличением m ($m > 0,26$) в системе может осуществляться захват частоты и система становится устойчивой (рис. 3в). При этом система оказывается чрезвычайно чувствительной к изменению начальной фазы φ_0 . Например, в случае, изображенном на рис. 3в, устойчивый фокус наблюдался при $|\varphi_0| < 0,75$, а при больших значениях начальной фазы система теряла устойчивость и на фазовом портрете возникал предельный цикл первого рода. Поскольку начальная расстройка фаз колебаний произвольна, эта особенность поведения системы ФАПЧ ограничивает возможности ее использования.

При дальнейшем увеличении m ($m > 0,65$) происходит переход через

неустойчивый предельный цикл и выход на устойчивый предельный цикл (рис. 3г, $m = 0, 8$, $\varphi_0 = 0$).

4) При увеличении отношения постоянных времени линейной части системы T_C / T_L , система ФАПЧ становится существенно более устойчивой. Например, при увеличении T_C / T_L в 10 раз в системе вместо хаотических колебаний (рис. 3б) имеется устойчивый захват частот при различных начальных условиях.

Неоднозначность фазы синхронизованных колебаний, обусловленная зависимостью частоты генератора от управляющего тока, критичность к значению начальной фазы, возможность возникновения хаотических режимов определенной аккуратности в выборе конкретных параметров схемы ФАПЧ. В то же время такая система представляет большой интерес в качестве модели сложной автоколебательной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексин Ю. И., Карякин В. Л., Прокофьев В. С. // Электросвязь. 1982. N 11. С.51.
2. Тамм Р.У., Petel G. // Onde elect. 1980. V.60. N 1. P.53.
3. Янкович В. // Труды 5-й Международной конф. по нелинейным колебаниям. - Киев: АН УССР, 1970. Т.4. С.503.
4. Нетущилл А. В. Теория автоматического управления. - М: Высшая школа, 1983. - 437 с.
5. Арансон И. С., Павлов Д. А. // Письма в ЖТФ. 1985. Т.11. Вып. 16. С.993.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
8 февраля 1990 г.

INVESTIGATION OF PHASE-LOCKED OSCILLATOR WITH HYSTERESIS

G. P. Minina

Phase-locked loop with oscillator having hyseresis in control circuit is considered. Essential differences of such system from the traditional one with varactor control were noted. Under some conditions there were multiple modulated oscillations and chaotic movement in the system.

УДК 621.396.677

АНАЛИЗ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ

Л. Д. Плужников

Исследованы возможности пространственного подавления отражений от подстилающей поверхности в импульсно-доплеровском локаторе с повышенной частотой повторения зондирующих импульсов и повышенной скоростью обзора по азимуту. Рассмотрен ряд вариантов реализации систем обработки. Приведены соотношения для оптимизации их параметров и оценки эффективности.

Большое число известных работ (среди них [1-5]) посвящено анализу пространственной и пространственно-временной обработки (ПО и ПВрО) сигналов в антенной решетке (АР) на фоне активных помех при действии сигналов и помех с несовпадающими направлением. В [6,7] показано, что АР позволяет реализовать пространственную селекцию сигналов, отраженных удаленной радиолокационной целью, на фоне пассивных помех (ПП), отраженных близко расположенным объектами, даже при размещении цели и мешающих объектов на одном направлении (но на различных дальностях). Такая задача возникает, если для улучшения временной (частотной, доплеровской) селекции используется непрерывное излучение локатора [6] или повышенная [7] частота повторения зондирующих импульсов (ЧПИ) $f_s = T_s^{-1} > f_R = c(2R_{\max})^{-1}$, где T_s - период следования зондирующих импульсов, c - скорость распространения электромагнитных волн, R_{\max} - дальность действия локатора. В обоих этих

случаях происходит временное наложение отражений, действующих с различными дальностями. В частности, слабые сигналы от дальних целей маскируются мощными ПП от ближних объектов (подстилающей поверхности, местных предметов). При этом оказывается целесообразным повышение скорости обзора (СО) по угловой координате [6, 7], например скорости вращения АР в плоскости обзора, когда за время f_R^{-1} диаграмма направленности (ДН) смещается на угол порядка ширины ДН и появляется возможность использовать преобразование дальностных различий объектов в различия углов на АР отраженных объектами электромагнитных волн [7]. Однако наряду с улучшением пространственной селекции сигналов на фоне ПП от ближних объектов повышение СО приводит к ухудшению [6] качества временной обработки (ВО) при действии ПП от дальних объектов (например, метеообразований), для подавления которых ПО неэффективна. В связи с этим представляет существенный интерес исследование систем ПВрО сигналов на фоне ПП различного происхождения, оптимизация параметров систем и оценка их потенциально достижимой (в частности, при адаптации) эффективности, анализ возможностей упрощения обработки при построении квазиоптимальных систем. Такие задачи решаются ниже для случая повышения ЧПИ.

Модели систем обработки, сигналов и помех, показатель эффективности и критерий оптимизации. Предположим, что N -элементная АР является линейной, эквидистантной (с одинаковыми расстояниями a между ближайшими элементами) и вращается вокруг своего центра со скоростью

Ω рад/с в плоскости обзора (α, R) , где α - угловая координата (азимут), R - радиальная координата (дальность), отсчитываемая от центра АР. Выберем начала отсчета текущего времени t и угла α так, чтобы значение Ωt этого угла определяло нормаль к АР, совпадающую с направлением главного максимума ДН на излучение $G(\epsilon)$, где ϵ - угол, отсчитываемый от нормали, т. е.

$$\epsilon = \alpha - \Omega t. \quad (1)$$

ПВрО реализуется весовым суммированием (рис. 1) K равноотстоящих на T_s временных отсчетов сигналов, принятых каждым из элементов АР с номерами $1, 2, \dots, N$. Упомянутые отсчеты в схеме (рис. 1) формируются на выходах многоотводных линий задержки (МЛЗ). Причем весовому коэффициенту w_{nk} соответствует задержка на время ($K - k$) T_s , $k = \overline{1, K}$, $n = \overline{1, N}$. Совокупность весов w_{nk} (рис. 1) представим вектором-столбцом $\vec{w} = ||\vec{w}_1^T, \vec{w}_2^T, \dots, \vec{w}_K^T||^T$, где вектор $\vec{w}_k = ||w_{1k}, w_{2k}, \dots, w_{Nk}||^T$, T - знак транспонирования.

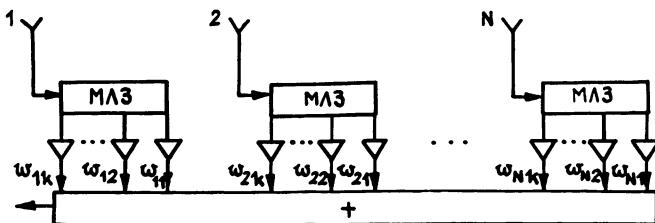


Рис. 1.

Обозначим координаты цели $\alpha = \alpha_s$, $R = R_s$. С учетом кругового обзора (вращения АР) огибающая пачки импульсов, отраженных целью и действующих на АР, определяется формой ДН на излучение и имеет максимум в момент [6, 7]

$$t_{max} = \alpha_s / \Omega + t_s; \quad (2)$$

$$t_s = 2R_s / c. \quad (3)$$

При повышенной ЧПИ момент действия одного из упомянутых импульсов практически совпадает с t_{max} . Тогда моменты действия K импульсов, ближайшие к t_{max} , [8] -

$$t_k = t_{max} + (k - Z) T_s, \quad (4)$$

где $k = \overline{1, K}$; Z - целая часть числа $(K + 1)/2$.

Пространственно-временная структура полезного сигнала может быть описана NK -элементным вектором-столбцом

$$\vec{s}_v = ||\vec{s}^T(t_1), \vec{s}^T(t_2), \dots, \vec{s}^T(t_K)||^T = \sum_{k=1}^K \vec{i}_{k(k)} \otimes \vec{s}(t_k) \quad (5)$$

или многоканальным временным рядом ($N \times K$ -матрицей)

$$\vec{s}_r = ||\vec{s}(t_1), \vec{s}(t_2), \dots, \vec{s}(t_K)|| = \sum_{k=1}^K \vec{i}_{k(k)} \otimes \vec{s}(t_k), \quad (6)$$

где ϕ - знак кронекерова произведения [9]; $\vec{I}_k^{(k)}$ и $\vec{I}_{k(k)}$ - соответственно k -й столбец и k -я строка единичной матрицы I_k порядка K ; вектор, образованный значениями $s_n(t_k)$ комплексных огибающих $s_n(t)$ ($n = \overline{1, N}$) сигнала в 1-, 2-, ..., N -м элементах АР, [7, 8] -

$$\vec{s}(t_k) = ||s_1(t_k), s_2(t_k), \dots, s_N(t_k)||^T = \quad (7)$$

$$= s_A G[\alpha_s - \Omega(t_k - t_s)][\exp(j\omega_s t_k)] \neq \{\alpha_s - \Omega t_k\},$$

комплексное $s_A = \text{const}$; ω_s - доплеровское смещение частоты сигнала; $j = (-1)^{1/2}$; вектор-столбец

$$\vec{\Phi}\{\varepsilon\} = ||\varphi_1\{\varepsilon\}, \varphi_2\{\varepsilon\}, \dots, \varphi_N\{\varepsilon\}||^T; \quad (8)$$

$$\varphi_n \exp \left[j2\pi \frac{\alpha}{\lambda} \left(n - \frac{N+1}{2} \right) \sin \varepsilon \right], \quad (9)$$

$\pi = 3, 14\dots$, λ - рабочая длина волны.

С учетом (2) и (4) формула (7) принимает вид

$$\vec{s}(t_k) = s_{A0} G[(Z - k)\Omega T_s][\exp(jk\omega_s t_s)] \neq \{\Omega[(Z - k)T_s - t_s]\}, \quad (10)$$

где $s_{A0} = s_A \exp[j\omega_s(t_{\max} - ZT_s)]$.

Аналогично (5)-(7) опишем помеху:

$$\vec{U}_v = ||\vec{U}^T(t_1), \vec{U}^T(t_2), \dots, \vec{U}^T(t_K)||^T = \sum_{k=1}^K \vec{I}_k^{(k)} \otimes \vec{U}(t_k); \quad (11)$$

$$\vec{U}_r = ||\vec{U}(t_1), \vec{U}(t_2), \dots, \vec{U}(t_K)||^T = \sum_{k=1}^K \vec{I}_{k(k)} \otimes \vec{U}(t_k); \quad (12)$$

$$\vec{U}(t_k) = ||u_1(t_k), u_2(t_k), \dots, u_N(t_k)||^T, \quad (13)$$

где $u_n(t_k)$ - значение комплексной огибающей помехи в n -м элементе АР.

Корреляционная $NK \times NK$ -матрица помехи [3]

$$\vec{H} = E\{\vec{U}_v^* \vec{U}_v^T\} = \begin{vmatrix} \vec{H}_{a11} & \vec{H}_{a12} & \dots & \vec{H}_{a1K} \\ \vec{H}_{a21} & \vec{H}_{a22} & \dots & \vec{H}_{a2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vec{H}_{aK1} & \vec{H}_{aK2} & \dots & \vec{H}_{aKK} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

где $N \times N$ - блок,

$$\hat{H}_{akl} = E\{\hat{U}^*(t_k)\hat{U}^T(t_l)\} = \hat{H} \begin{cases} (k-1)N + n, & n = \overline{1, N} \\ (l-1)N + p, & p = \overline{1, N} \end{cases}, \quad (15)$$

• обозначает комплексное сопряжение; $E\{\cdot\}$ – обозначение математического ожидания; последняя часть равенства (15) является обозначением матрицы, образованной из элементов матрицы \hat{H} , расположенных на пересечении ее строк с номерами $(k-1)N + n$ и столбцов с номерами $(l-1)N + p$ при $n, p = \overline{1, N}$.

Введем также $K \times K$ -матрицу

$$\hat{H}_{tnp} = E\{(\hat{U}_{r(n)})^* \hat{U}_{r(p)}\} = \hat{H} \begin{cases} (k-1)N + n, & k = \overline{1, K} \\ (l-1)N + p, & l = \overline{1, K} \end{cases}, \quad (16)$$

где $(\cdot)^*$ обозначает эрмитово сопряжение [9]; n -я строка матрицы \hat{U}_r с учетом (12), (13) $\hat{U}_{r(n)} = \|u_n(t_1), u_n(t_2), \dots, u_n(t_K)\|$. Согласно (11)–(16) n - p -й элемент матрицы \hat{H}_{akl} , а также k - l -й элемент матрицы \hat{H}_{tnp} и $[(k-1)N + n]$, $[(l-1)N + p]$ -й элемент \hat{H} определяется однаково:

$$h_{npkl} = E\{u_n^*(t_k)u_p(t_l)\}. \quad (17)$$

Для оценки потенциально достижимой эффективности аддитивных систем обработки предположим помеху стационарной [7]. Тогда, как следует из (14)–(17), матрица \hat{H}_{tnp} теплицева [9], а \hat{H} – блочно-теплицева. При этом, в частности,

$$\hat{H}_{a11} = \hat{H}_{a22} = \dots = \hat{H}_{akk} = \hat{H}_a. \quad (18)$$

Будем полагать помеху суммой ПП и взаимно независимых собственных шумов элементов АР, а ПП представим суперпозицией взаимно независимых отражений от точечных элементов, образующих мешающие объекты. Среди таких объектов можно выделить близко расположенные (например, неподвижные участки подстилающей поверхности на дальностях много меньше R_s) и дальние (например, области метеообразований, перемещающиеся со скоростью ветра). С учетом взаимной независимости составляющих помехи каждая из матриц (14)–(16), (18) может быть представлена суммой [3] трех слагаемых, например,

$$\hat{H}_a = \sigma^2 \hat{I}_N + \hat{H}_{ac} + \hat{H}_{ar}, \quad (19)$$

где первое слагаемое обусловлено собственным шумом с дисперсией σ^2 на выходе каждого элемента АР, второе – ближними мешающими объектами, третье – дальними.

Расчеты по формуле (17) можно провести по методике [7, 8] при гауссовой аппроксимации $G\{\varepsilon\}$. Численные результаты ниже будут приводиться для $N = 17$, $K = 3$, $a/\lambda = 0,5$ и случая, когда при повышенной ЧПИ ($t_s/T_s = 10$) одновременно действуют ПП от близких (с дальности 0, 1 R_s) участков подстилающей поверхности (на 50 дБ выше уровня шума

в каждом элементе АР) и ПП (30 дБ) от дальней перемещающейся (при $\omega_u T = \pi/2$, где ω_u - среднее доплеровское смещение данной ПП) области метеообразований, в которой движется цель. Модуль $|v(\lambda)|$ коэффициента корреляции каждой из этих двух ПП, действующих на какой-либо элемент АР, принят гауссовым со значением $|v(T)| = 0,99$.

При повышенной СО отсутствует [8] возможность такой факторизации матрицы (14), которая позволила бы разделить оптимальную ПВр0 на ПО и ВО. Однако для облегчения практической реализации ПВр0 она может быть искусственно разделена (ценой потерь на неоптимальность) и выполнена по схеме (рис. 2) последовательного соединения пространственного фильтра (ПФ) с весовым вектором $\hat{w}_a = \|v_{a1}, v_{a2}, \dots, v_{an}\|^T$ и временного фильтра (ВФ) с весовым вектором $\hat{w}_t = \|v_{t1}, v_{t2}, \dots, v_{tk}\|^T$.

Выберем в качестве показателя эффективности исследуемых систем (рис. 1 и 2) отношение сигнал-помеха (ОСП) η^2 на выходе, осуществляя оптимизацию их параметров по критерию максимума этого показателя, что при гауссовых помехах эквивалентно максимизации функции правдоподобия [3].

Оптимальная (неразделенная) обработка. ОСП η^2 максимизируется [3] и принимает значение

$$\eta_{\max}^2 = \hat{S}_v^T \hat{H}^{-1} \hat{S}_v^* \quad (20)$$

при обработке (рис. 1) с параметрами

$$w = \alpha \hat{H}^{-1} \hat{S}_v^* \quad (21)$$

где α - произвольная комплексная константа.

Как известно, обработка, соответствующая (21), обеспечивает пространственно-временное подавление (обеление) помехи с корреляционной матрицей \hat{H} и пространственно-временное когерентное накопление сигнала \hat{S}_v , заданного формулами (5), (8)-(10). Однако возможность задать этими формулами сигнал существует лишь при условии временной когерентности [1] не менее K соседних импульсов в отраженной целью пачке и заданном доплеровском смещении ω_s (заданной скорости цели).

Последнее справедливо лишь для отдельных доплеровских каналов многоканальных (по доплеровскому сдвигу частоты) систем обработки. Техническая сложность таких систем зачастую непреимлема, что вынуждает отказаться от выполнения в системе ПВр0 операции когерентного временного (т. е. межимпульсного) накопления сигнала (сохраняя когерентное пространственное, т. е. межэлементное накопление сигнала и пространственно-временное обеление помехи). При этом оптимальная система ПВр0 должна обеспечить максимизацию ОСП для одного отраженного целью импульса, в качестве которого целесообразно выбрать наиболее интенсивный, т. е. действующий в момент $t_k = t_{\max}$, чему согласно (4) соответствует $K = Z$ (остальные импульсы пачки будут обрабатываться квазиоптимально). Тогда аналогично [1] можно использовать формулы (20) и (21), если в них вектор \hat{S}_v определить в отличие от (5) иначе:

$$\hat{S}_v = \hat{I}_k^{(2)} \otimes \hat{S}(t_z). \quad (22)$$

Результаты расчетов по формулам (3), (4), (7)-(10), (17), (20), (22) при указанных ранее условиях представлены кривой 1 на рис. 3, где относительная СО $\gamma = \Omega t_z / \theta$, а $\theta \approx \lambda / [a(N-1)]$ - ширина ДН $G(\epsilon)$

по уровню половинной мощности (остальные кривые на рис. 3 соответствуют другим алгоритмам обработки при тех же условиях). Как видно (рис. 3), существует оптимум СО ($\gamma \approx 2,5$): при уменьшении СО эффективность ПВр0 снижается из-за ухудшения пространственного подавления ПП, а при увеличении – из-за ухудшения временного подавления [7].

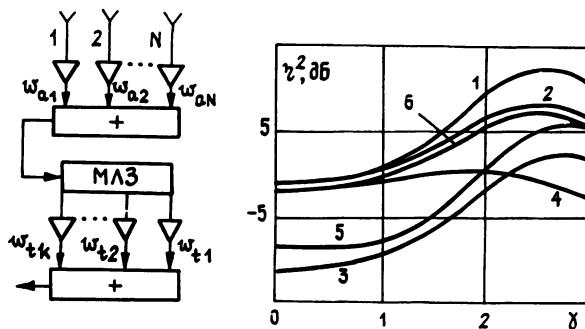


Рис 2.3.

Квазиоптимальная (разделенная) обработка. Мощность сигнала на выходе системы ПВр0 должна максимизироваться в момент t_k действия на эту систему последнего из K наиболее интенсивных импульсов, отраженных целью. При этом значения комплексных огибающих сигнала и помехи на выходе схемы (рис. 2) соответственно

$$s(t_k) = \vec{w}_a^T \vec{s}_r \vec{w}_t = \vec{w}_t^T \vec{s}_r^T \vec{w}_a; \quad (23)$$

$$u(t_k) = \vec{w}_a^T \vec{U}_r \vec{w}_t = \vec{w}_t^T \vec{U}_r^T \vec{w}_a. \quad (24)$$

Их мощности

$$\sigma_s^2 = s^*(t_k)s(t_k); \quad (25)$$

$$\sigma_u^2 = E\{u^*(t_k)u(t_k)\} = \vec{w}_a^* \vec{H}_{wa} \vec{w}_a = \vec{w}_t^* \vec{H}_{wt} \vec{w}_t. \quad (26)$$

Согласно (24), (26) $N \times N$ -матрица и ее n -, p -й элемент

$$\vec{H}_{wa} = E\{\vec{U}_r^* \vec{w}_t^* \vec{w}_t^T \vec{U}_r^T\}; \quad (27)$$

$$h_{wAnp} = \vec{w}_t^* \vec{H}_{tnp} \vec{w}_t; \quad (28)$$

$K \times K$ -матрица и ее k -, l -й элемент

$$\vec{H}_{wt} = E\{\vec{U}_r^* \vec{w}_a^* \vec{w}_a^T \vec{U}_r^T\}; \quad (29)$$

$$h_{wtkl} = \vec{w}_a^* \vec{H}_{akl} \vec{w}_a. \quad (30)$$

Максимизация выходного ОСП

$$\eta^2 = \sigma_s^2 / \sigma_u^2 \quad (31)$$

эквивалентна [3] минимизации квадратичной формы (26) при заданном значении (25) или (23):

$$\vec{W}_a^T \vec{S}_r \vec{W}_t = \vec{W}_t^T \vec{S}_r^T \vec{W}_a = s_0, \quad (32)$$

где s_0 - ненулевое комплексное число.

По известным [1-3] причинам (бесконечно большое число точечных отражателей, образующих реальные мешающие объекты, ненулевая ширина сплошного спектра ПП) при $\vec{W}_a * \vec{\delta}_n$ ($\vec{\delta}_n$ - нулевой N -элементный вектор-столбец) и $\vec{W}_t * \vec{\delta}_k$ невозможно полное подавление помехи, т. е. в (2) $\sigma_u^2 > 0$. Это означает [3, 9] положительную определенность эрмитовых матриц (27) и (29). Тогда необходимые и достаточные условия [3, 5, 9] минимума квадратичной (относительно \vec{W}_a или относительно \vec{W}_t) формы (26) при ограничении (32) описываются уравнениями

$$\frac{\partial}{\partial \vec{W}_a} L = \vec{\delta}_n; \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{W}_t} L = \vec{\delta}_k, \quad (34)$$

где функционал Лагранжа

$$L = \vec{W}_a^+ \vec{H}_{nt} \vec{W}_a + \xi [\vec{W}_t^T \vec{S}_r^T \vec{W}_a - s_0] + \xi^* [\vec{W}_t^+ \vec{S}_r^+ \vec{W}_a^* - s_0^*] = \\ = \vec{W}_t^+ \vec{H}_{nt} \vec{W}_t + \xi [\vec{W}_a^T \vec{S}_r \vec{W}_t - s_0] + \xi^* [\vec{W}_a^+ \vec{S}_r^* \vec{W}_t^* - s_0^*] \quad (35)$$

является выпуклым на выпуклом множестве значений \vec{W}_a или значений \vec{W}_t и при варьировании любого из этих двух векторов имеет один экстремум - минимум; ξ - множитель Лагранжа.

Из (33), (34) следует [5, 10] итеративный алгоритм:

$$\vec{W}_a(i+1) = \vec{W}_a(i) - \vec{\lambda}_a(i) \frac{\partial}{\partial \vec{W}_a} L; \quad (36)$$

$$\vec{W}_t(i+1) = \vec{W}_t(i) - \vec{\lambda}_t(i) \frac{\partial}{\partial \vec{W}_t} L, \quad (37)$$

где $\vec{W}_a(i)$ и $\vec{W}_t(i)$ - значения \vec{W}_a и \vec{W}_t , соответственно, на i -й итерации; $\vec{W}_a(0)$ и $\vec{W}_t(0)$ не нулевые; $\vec{\lambda}_a(i)$ и $\vec{\lambda}_t(i)$ - действительные симметричные невырожденные матрицы порядков N и K соответственно, выбираемые из соображений обеспечения устойчивости и ускорения сходимости алгоритма.

Формулы (3), (4), (8) - (10), (14) - (17), (27) - (30), (35) - (37) и методика вычисления комплексного градиента [3] позволяют определить оптимальные векторы $\vec{W}_a = \vec{W}_{a, \text{opt}}$ и $\vec{W}_t = \vec{W}_{t, \text{opt}}$ как установленные значения $\vec{W}_a(i)$ и $\vec{W}_t(i)$ соответственно.

При отказе от когерентного временного накопления сигнала заменим (5) аналогично (22):

$$\vec{S}_r = \vec{I}_{K(2)} \otimes \vec{S}(t_z). \quad (38)$$

Результаты расчетов по формулам (3), (4), (8) - (10), (14)-(17), (23)-(31), (35)-(38) представлены кривой 2 (рис. 3). Эти результаты показывают, что разделенная ПВрО, проигрывая более сложной

оптимальной неразделенной обработке (кривая 1) по достижимому ОСП (на 4 дБ при оптимальном $\gamma \approx 2,5$), все же позволяет значительно повысить ОСП по сравнению с традиционным случаем низких С0 ($\gamma \rightarrow 0$).

Рассмотренный алгоритм обеспечивает совместную (т. е. взаимосвязанную) оптимизацию параметров ПФ и ВФ, содержащихся в системе (рис. 2). При этом используются матрицы \vec{H}_{wt} и \vec{H}_{wt}^* . В схеме (рис. 2) можно оценить \vec{H}_{wt} по формуле (29), так как элементы вектора $\vec{U}_r^T \vec{W}_a$ формируются на отводах МЛЗ. Однако эта схема не формирует элементы, позволяющие оценить матрицу \vec{H}_{wt}^* , и поэтому не дает возможности реализовать адаптацию на основе данного алгоритма совместной оптимизации.

Хорошо известны [1-3] возможности практического осуществления раздельной (независимой) адаптации ПФ и ВФ, когда каждый из них максимизирует ОСП на своем выходе, а не на выходе всей системы (рис. 2). Максимизация ОСП на выходе ПФ с учетом (6), (7), (13), (15), (18), (38) обеспечивается при [3]

$$\vec{W}_{a \text{ opt}} = \xi' \vec{H}_{wt}^{-1} \vec{S}^*(t_z), \quad (39)$$

а условие максимизации ОСП на выходе ВФ следует из (34), (35) и (38):

$$\vec{W}_{t \text{ opt}} = \xi^* \vec{H}_{wt \text{ opt}}^{-1} [\vec{I}_K^{(2)} \otimes \vec{S}^*(t_z)] \vec{W}_{a \text{ opt}}^*, \quad (40)$$

где $\vec{H}_{wt \text{ opt}} = \vec{H}_{wt}$ при $\vec{W}_a = \vec{W}_{a \text{ opt}}$, а ненулевые комплексные скаляры ξ' и ξ^* могут выбираться произвольно.

Результаты расчетов по формулам (3), (4), (8)-(10), (14) - (17), (23)-(31), (39), (40) представлены кривой 3 (рис. 3) и показывают, что независимость оптимизации ПФ и ВФ вызывает дополнительные потери. Это объясняется тем, что при движении цели в одной из областей мешающих отражателей (см. выше) вызванные ими ПП действуют на АР под углами (относительно нормали), близкими к направлению прихода полезного сигнала (т. е. соответствующими [6, 7] основному лепестку приемной ДН), и поэтому не могут быть эффективно подавлены с помощью ПФ. Значит, операцию подавления таких ПП целесообразно было бы возложить на ВФ (что и обеспечивается в случае совместной оптимизации). Их влияние при максимизации ОСП на выходе ПФ приводит лишь к искажениям (по сравнению со случаем совместной оптимизации) основного лепестка приемной ДН, а следовательно, и формы этой ДН (рост ее боковых лепестков) на направлениях действия ПП от ближних объектов. В результате ухудшается подавление ПП от ближних объектов с помощью ПФ.

Выбирая вместо (39) $\vec{W}_{a \text{ opt}} = \xi' \vec{S}^*(t_z)$, устраним влияние параметров ПП на приемную ДН, сохраняя согласование ПФ с полезным сигналом. Однако потери в ОСП при этом не уменьшаются (кривая 4 на рис. 3), что связано с отсутствием в данном случае пространственного обеления помехи. Потери удается уменьшить, минимизируя мощность помехи на выходе ПФ при ограничении

$$\hat{\lambda} \hat{w}_a = \hat{v}, \quad (41)$$

где $D \times N$ -матрица $\hat{\lambda}$ имеет ранг D , а $\hat{v} = ||v_1, v_2, \dots, v_D||^T$ - заданный вектор. Если строка

$$\hat{\lambda}_{(d)} = \hat{\delta}^T \{\epsilon_d\}, \quad (42)$$

то (41) задает значения приемной ДН [3] на углах

$$\epsilon = \epsilon_d \quad (d = \overline{1, D}). \quad (43)$$

При условии (41) получим [3]

$$\hat{w}_{a_{opt}} = \hat{H}_a^{-1} \hat{\lambda}^* [\hat{\lambda} \hat{H}_a^{-1} \hat{\lambda}^*]^{-1} \hat{v}. \quad (44)$$

Сформулируем основной лепесток приемной ДН в направлении прихода полезного сигнала, задав $D = 3$, $\epsilon_d = \epsilon_2 + (d - 2)\theta / 2$, $\hat{v} = -||2^{-1/2}, 1, 2^{-1/2}||^T$ и выбрав в качестве ϵ_2 угол действия на АР импульса, отраженного целью и соответствующего формуле (38), т. е. $\epsilon_2 = \alpha_s - \Omega t_z = -\Omega t_s$, что записано с учетом (1), (2), (4), (43). При этом, используя в расчетах соотношения (42), (44) вместо (39), вычислим кривую 5 (рис. 3). Сравнение кривых 2 и 5 показывает, что в данном случае потери, вызванные независимостью оптимизации ПФ и ВФ, сокращаются до 2 дБ.

После определения $\hat{w}_{a_{opt}}$ можно вычислить частотную характеристику ВФ [3]. Это вычисление при использовании формул (40) и (44) показывает следующее. При низкой СО ($\gamma = 0, 01$), когда невозможна пространственная селекция отражений с использованием дальностных различий [6-8], ВФ настраивается на рабочую наибольшей мощной ПП, которая действует с малой дальности $0, 1 R_s$ и имеет нулевое доплеровское смещение. При повышенной СО ($\gamma = 3$), когда ПП с малой дальности ослабляется за счет ПО, полоса задерживания ВФ формируется в окрестности ненулевого доплеровского смещения, соответствующего ПП с дальности R_s . Следовательно, при повышенной СО оптимизация системы разделенной ПВРО приводит к распределению функций между ПР и ВО: ПО обеспечивает подавление ПП с малых дальностей, а ВО - с больших. Это позволяет улучшить подавление помех, которые действуют с различных дальностей и имеют несовпадающие энергетические спектры, даже в том случае, когда число таких помех превышает порядок ВФ. Таким образом, появляются возможности упрощения ВФ (понижения его порядка). Кроме того, с учетом сказанного (об использовании ПО для подавления ПП с малых дальностей) и (19) можно заменить формулу (39) следующей:

$$\hat{w}_{a_{opt}} = \xi' (\sigma^2 \hat{I}_N + \hat{H}_{ac})^{-1} \hat{s}^*(t_z). \quad (45)$$

При этом анализ показывает, что для любой ДН на излучение вектор $\hat{w}_{a_{opt}}$ слабо чувствителен к распределению близко расположенных (на дальностях, много меньших R_s , с которых действуют наиболее интенсивные ПП) мешающих объектов в плоскости обзора. Так, кривая 6 (рис. 3) соответствует формуле (45), в которой \hat{H}_{ac} вычислено при допущении о действии ПП с дальности $0, 01 R_s$, хотя ближние мешающие объекты находятся на дальности $0, 1 R_s$. Как видно, при этом качество

обработки для оптимальной СО весьма близко к достигаемому совместной оптимизацией ПФ и ВФ (кривая 2). Значит, при повышенной СО реализация системы (рис. 2) может быть упрощена за счет использования неадаптивного ПФ с параметрами, обеспечивающими подавление интенсивных ПП от близко расположенных объектов.

Таким образом, при повышенной частоте повторения зондирующих импульсов и обнаружения удаленных целей на фоне пассивных помех от распределенных по дальности подвижных и неподвижных объектов повышение скорости обзора по угловой координате до определенного оптимума обеспечивает существенный выигрыш в отношении сигнала - помеха даже в случае квазиоптимальной пространственно-временной обработки (разделенной на пространственную и временную), позволяет в этом случае не использовать адаптацию пространственного фильтра и упростить временной фильтр, понижая его порядок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ширман Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. - М.: Радио и связь, 1981. - 416 с.
2. Обработка сигналов в многоканальных РЛС / Под редакцией А. П. Лукошкина. - М.: Радио и связь, 1983. - 328 с.
3. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1986. - 448 с.
4. Ермолаев В. Т., Краснов Б. А., Флаксман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т.29. № 10. С.1192.
5. Самойленко В. И., Грубрин И. В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т.20. № 9. С.13.
6. Плужников А. Д.; Рындык А. Г. // Радиотехника и электроника. 1987. Т.32. № 10. С.2220.
7. Плужников А. Д., Рындык А. Г., Кашаев С. М. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1988. Т.31. № 4. С.15.
8. Плужников А. Д., Рындык А. Г., Кашаев С. М. // Радиотехника. 1988. № 4. С.51.
9. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. - М.: Наука, 1984. - 320 с.
10. Табак Д., Кую Б. Оптимальное управление и математическое программирование. - М.: Наука, 1975. - 280 с.

Нижегородский политехнический
институт

Поступила в редакцию
13 февраля 1990 г.

THE ANALYSIS OF SYSTEMS OF SPACE-TIME SIGNAL PROCESSING ON THE BACKGROUND OF CLUTTERS

A. D. Pluzhnikov

The space rejection possibility of land clutter_s in high PRF pulse-Doppler radar with high azimut scanning velocity is investigated. Several types of space-time signal processing are considered. The relations of parameter optimization and formulas for efficiency estimation are determined.

УДК 621.371 : 551.526

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА ПО ТЕПЛОВОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ
ПОЛУПРОСТРАНСТВА СО СТАЦИОНАРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ**

К. П. Гайкович

Получено уравнение для яркостной температуры теплового излучения полупространства, выражающее ее зависимость от глубинного распределения тепловых источников. Показано, что на основе этого уравнения можно решать задачи восстановления как распределения тепловых источников, так и подповерхностного профиля температуры. Возможности развитого подхода показываются на примере восстановления параметров промерзшего слоя грунта по его радиотепловому излучению.

С развитием средств и методов радиометрии все большее внимание привлекают возможности подповерхностного зондирования различных сред (почвогрунтов, водных и биологических сред) на основе измерения спектра их радиотеплового излучения. Такого рода задачи рассматривались, в частности, в [1-7]. В ряде ситуаций плодотворным оказался подход, основанный на совместном решении уравнений переноса излучения и теплопроводности, позволивший получить термоэволюционные уравнения [5, 7], устанавливающие прямые соотношения между эволюцией граничных условий на поверхности (температуры или теплового потока) и динамикой наблюдаемых яркостных температур. Используя введенную в анализ временную зависимость, оказалось возможным сформулировать и решить ряд задач, связанных с восстановлением подповерхностного профиля, тепловой истории и определением параметров излучающего полупространства [5, 7].

В данной работе мы рассмотрим другой, но близкий по смыслу случай, когда распределение температуры в полупространстве стационарно и существуют распределенные по глубине тепловые источники. Такого рода задачи возникают при зондировании биологических тканей, при наличии в среде тепловых источников иной природы, например, областей, в которых происходит фазовый переход.

1. Теоретический анализ. Рассмотрим модель плоского полупространства $z \leq 0$ с коэффициентами поглощения γ и теплопроводности k . Пусть функция тепловых источников $W(z)$ зависит только от глубины. В этом случае одномерное уравнение теплопроводности имеет вид

$$k(d^2T/dz^2) = W(z). \quad (1)$$

Яркостная температура теплового излучения при измерениях в nadir удовлетворяет известному соотношению

$$T_{\lambda}(\lambda) = (1 - R) \int_{-\infty}^0 T(z) \gamma(\lambda) e^{\gamma z} dz, \quad (2)$$

где R - коэффициент отражения на границе полупространства (в

далнейшем для простоты полагаем $R = 0$.

Дважды выполняя интегрирование по частям в (2), имеем

$$T_{\lambda}(\lambda) = T(0) - \frac{1}{\gamma} \frac{dT}{dz}(0) + \int_{-\infty}^0 \frac{d^2T}{dz^2} \frac{1}{\gamma} e^{\gamma z} dz. \quad (3)$$

Подставляя (1) в (3), получаем соотношение

$$T_{\lambda}(\lambda) = T(0) - \frac{1}{\gamma} \frac{dT}{dz}(0) + \frac{1}{\gamma k} \int_{-\infty}^0 W(z) e^{\gamma z} dz. \quad (4)$$

Учитывая далее, что тепло может переходить только через верхнюю границу, для потока тепла J через поверхность $z = 0$ получаем

$$J = k \frac{dT}{dz}(0) = \int_{-\infty}^0 W(z) dz. \quad (5)$$

Подставляем (5) в (4), тогда имеем искомое соотношение

$$T_{\lambda}(\lambda) = T(0) + \frac{1}{\gamma k} \int_{-\infty}^0 W(z) (e^{\gamma z} - 1) dz. \quad (6)$$

Если использовать другую возможность выбора пределов при интегрировании по частям, то легко получить аналог выражения (6), но вместо $T(0)$ туда войдет температура глубоких слоев $T(-\infty)$, что в ряде случаев может оказаться более удобным:

$$T_{\lambda}(\lambda) = T(-\infty) + \frac{1}{k} \int_{-\infty}^0 W(z) \left[\frac{1}{\gamma} (e^{\gamma z} - 1) - z \right] dz. \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) представляют собой интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода относительно функции источников $W(z)$ (поверхностная температура может быть измерена контактным способом или в ИК диапазоне). Как известно [7], решение этого уравнения является некорректной задачей и требует привлечения достаточной априорной информации о функции $W(z)$. На основе восстановленного распределения $W(z)$ путем интегрирования (1) можно восстановить подповерхностный температурный профиль $T(z)$. Возникает естественный вопрос, в чем преимущество рассматриваемого подхода по сравнению с решением аналогичной задачи (2) непосредственно для $T(z)$, как это сделано, например, в [4]. Дело в том, что априорная информация о функции $W(z)$, в частности о локализации тепловых источников, может быть более доступной и иметь более удобный вид, чем для распределения $T(z)$, особенно когда источники занимают небольшой интервал глубин. Именно такая ситуация имеет место в случае, когда зондируется промерзший слой грунта и источники тепла локализованы в зоне фазового перехода. Глубина зоны перехода изменяется весьма медленно, поэтому задача квазистационарна.

2. Определение параметров промерзшего слоя грунта по радиометрическим данным. В феврале – марте 1987 г. были выполнены измерения теплового излучения глинисто-песчаной почвы на длинах волн 3; 9 и 13 см. При измерениях антенная система располагалась под плоским металлическим экраном для компенсации отражения ($R = 0$). Одновременно выполнялись контактные измерения $T(z)$. Глубина промерзшего слоя за время измерений менялась от 95 до 105 см. Результаты восстановления $T(z)$ на основе уравнения (2) и оценки

параметров грунта изложены нами в [5, 6].

Рассмотрим возможности анализа полученных данных на основе уравнения (6). Пренебрежем толщиной и движением зоны фазового перехода, тогда функция тепловых источников может быть представлена в виде

$$W(z) = A \delta(z^*). \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6), имеем

$$T_{\text{я}} = T(0) + (A/\gamma k) (e^{\gamma z^*} - 1). \quad (9)$$

Подставляя (8) в (7), можно получить аналогичное выражение для случая, когда известно значение $T(-\infty)$.

Из (9) можно определить мощность источника тепла в зоне фазового перехода

$$A = \frac{(T_{\text{я}} - T(0)) \gamma k}{e^{\gamma z^*} - 1} \quad (10)$$

или, выбирая длину волны достаточно малой, так что $(-\gamma z^*) \gg 1$,

$$A = \gamma k (T(0) - T_{\text{я}}). \quad (11)$$

Из (11) находим, что градиент температуры в промерзшем слое

$$\frac{dT}{dz} = \begin{cases} A/k, & z \geq z^* \\ 0, & z < z^* \end{cases} \quad (12)$$

и профиль температуры

$$T(z) = \begin{cases} T(0) - (A/k)z, & z \geq z^* \\ 273 \text{ K}, & z < z^* \end{cases} \quad (13)$$

Из (11) и (13) находим глубину промерзания

$$z^* = (T(0) - 273, 15) k/A. \quad (14)$$

На рис. 1 представлены заимствованные из [6] результаты измерения промерзшего грунта для двух дней наблюдения (точки - контактные измерения температуры в зависимости от глубины; звездочки - яркостные температуры почвы на длинах волн $\lambda = 3, 9$ и 13 см, представленные в зависимости от глубины скрин-слоя $d = 1/\gamma(\lambda)$; сплошные - профили $T(z)$ из (13), на основе которых сделаны оценки z^* согласно (14)). С учетом параметров грунта [6, 8] для сухого грунта получаем оценку $k \approx 2 \cdot 10^{-3}$ кал/см·град·с. Также на основе полученных в [6] данных мы имеем $\gamma \approx 0, 31/\lambda \text{ см}^{-1}$. Из (11) по значениям $T_{\text{я}}$ ($\lambda = 13$ см) и $T(0)$ (см. рис. 1) определяем мощность источника тепла в зоне фазового перехода

$$A = \begin{cases} -4, 7 \cdot 10^{-5} \text{ кал}/\text{см}^2\text{с} & (16. 02. 87) \\ -1, 2 \cdot 10^{-4} & (24. 02. 87) \end{cases}$$

а из (14) - оценку глубины промерзания

$$z^* = \begin{cases} 79 \text{ см} & (16. 02. 87) \\ 89 \text{ см} & (24. 02. 87) \end{cases}$$

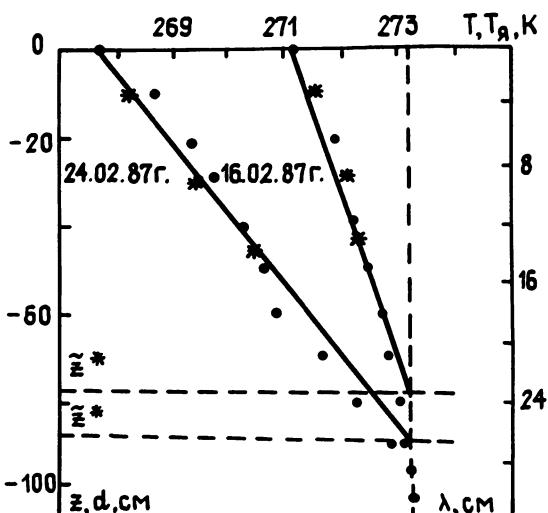


Рис. 1.

Учитывая, что с 16 по 24. 02 происходило постепенное понижение температуры, примем за среднее значение скорости выделения тепла при замерзании воды $\lambda = 8 \cdot 10^{-5}$ кал/см²-с. Тогда через сечение 1 см² за 8 суток было выделено количество тепла $Q \approx 52$ кал и, следовательно, замерзла масса жидкой воды $m \approx 0,65$ г. За это время глубина промерзания увеличилась примерно на 10 см, что позволяет сделать оценку объемного влагосодержания грунта $W_{H_2O} \approx 6,5\%$.

Отметим роль снежного покрова при измерениях: с одной стороны, сухой снежный покров прозрачен в СМ диапазоне и не препятствует измерениям излучения почвы, с другой - благодаря малой теплопроводности он стабилизирует температуру поверхности грунта, что обеспечивает применимость условия стационарности $T(z)$ с хорошей точностью.

Итак, в случаях, когда источник тепла локализован на некоторой плоской поверхности, уравнения (6), (7) имеют точное решение. В случае распределенных источников решение может быть найдено методами, развитыми в [3, 4, 6] для решения аналогичной неоднородной задачи восстановления температурного профиля.

На основе полученных уравнений, выраждающих зависимость яркостной температуры полупространства от распределения тепловых источников по глубине, выполнен анализ данных измерений теплового радиоизлучения промерзшего грунта. Получены оценки глубины промерзания и скорости выделения скрытого тепла в зоне фазового перехода, а также на основе данных о средней скорости увеличения толщины промерзшего слоя определена его влажность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шутко А. М. СВЧ радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. -М.: Наука, 1986. - 190 с.

2. Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М., Шульгина В. М. // ДАН СССР. 1970. Т. 194. № 6. С. 1313.
3. Гайкович К. П., Резник А. Н. и др. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 7. С. 761.
4. Гайкович К. П., Сумин М. И., Троицкий Р. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 9. С. 1104.
5. Гайкович К. П., Резник А. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. № 11. С. 1343.
6. Гайкович К. П., Резник А. Н., Троицкий Р. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 33. № 12. С. 1467.
7. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. - М.:Наука, 1979. - 288 с.
8. Чудновский А. Ф. Теплофизика почв. - М.:Наука, 1976. - 497 с.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
20 февраля 1990 г.

DETERMINATION OF HEAT SOURCES BY THERMAL EMISSION OF HALFSPACE
WITH STATIONARY TEMPERATURE DISTRIBUTION

K. P. Gaikovich

The equation for halfspace brightness temperature related with depth distribution of heat sources is derived. It is shown that on the basis of the equation it is possible to solve both the problems of retrieval the heat sources distribution and subsurface temperature profile. The fitness of those methods are shown for the case of the retrieval of frozen soil parameters from its thermal radio emission.

УДК 533. 951

АЗИМУТАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНОМ ПЛАЗМЕННОМ ЦИЛИНДРЕ

В. А. Гирка, И. А. Гирка

Исследуется влияние неоднородностей плотности плазмы и внешнего аксиального магнитного поля на спектры электромагнитных поверхностных волн, распространяющихся по азимуту в волноводах с цилиндрической геометрией. Рассмотрены случаи линейного изменения профиля плотности плазмы и слабой радиальной неоднородности внешнего постоянного магнитного поля, определены декременты затухания этих волн.

1. В работе [1] были исследованы дисперсионные свойства азимутальных поверхностных волн (АПВ), распространяющихся поперек внешнего магнитного поля, для модели однородного плазменного цилиндра. Было показано, что учет кривизны системы существенно влияет на свойства электромагнитных поверхностных волн. Свойства различных поверхностных волн в неоднородной полуограниченной плазме, соприкасающейся с металлом, исследовались в работах [2-4]. Неоднородность профиля плотности и внешнего магнитного поля, характерная для газовой лабораторной плазмы, влияет на дисперсионные свойства не только объемных, но и поверхностных волн. Вследствие этого использовавшаяся модель ограничивает область практического применения результатов [1].

Спектры АПВ в цилиндре с произвольным профилем плотности плазмы могут быть определены только численными методами. В настоящей работе исследованы дисперсионные свойства АПВ при линейном изменении плотности плазменного цилиндра больших размеров (радиус плазмы значительно больше глубины проникновения волны в плазму), а также рассмотрено влияние неоднородности внешнего постоянного магнитного поля на дисперсию АПВ. При этом мы ограничились только НЧ диапазоном этих

волн ($\sqrt{\Omega_1^2 + \omega_1^2} < \omega < \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2/4} - |\omega_e| / 2$, где $\Omega_{e,1}$ и $\omega_{e,1}$ – соответственно ленгмировские и циклотронные частоты электронов и ионов, поскольку в ВЧ области $\omega > \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2}$ фазовая скорость АПВ больше скорости света в вакууме, что существенно ограничивает возможность использования этих волн в радиотехнике).

2. Пусть плазменный цилиндр радиуса R_1 , отделенный от коаксиального металлического кожуха радиуса R_2 диэлектриком с $\epsilon_0 \approx 1$, находится в постоянном магнитном поле $\vec{H}_0 \parallel \vec{z}$. Вдоль границы плазмы может распространяться [1] АПВ с компонентами поля $E_r, E_\phi, H_z \sim \exp(im\varphi - i\omega t)$. Поведение $H_z(r)$ определяется уравнением

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{r}{k_1^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} - [1 + q(r)] H_z = 0, \quad (1)$$

где $k_1^2 = k^2(\theta \varepsilon_2 - \varepsilon_1)$, $k_c = \omega$, $\theta = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$, $\varepsilon_{1,2}$ - компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной магнитоактивной плазмы,

$$q(r) = m^2 / (k_1^2 r^2) - (m / r) \delta(\theta / k_1^2) / \partial r. \quad (2)$$

Плазму считаем плотной ($\Omega_0 > |\omega_0|$) и слабостолкновительной (частота столкновений электронов $\nu \ll \omega$). Плотность плазмы вблизи границы полагаем изменяющейся по закону

$$\begin{cases} n(r) = n(R_1) + (r - R_1) (dn/dr)|_{r=R_1}, & r \leq R_1 \\ n(r) = 0, & R_1 < r \leq R_2 \end{cases}. \quad (3)$$

Поскольку в большом ($R_1 \gg |m|\delta_1$, где $\delta_1 = \delta_0(R_1)$, $\delta_0 = c / \Omega_0$) плазменном цилиндре для частот АПВ $|q(r)| \ll 1$, то решение уравнения (1) может быть найдено по теории возмущений в виде $H_z = H_z^{(0)} + H_z^{(1)} + \dots$

($|H_z^{(n+1)}| \ll |H_z^{(n)}|$), где

$$H_z^{(0)} = C_1 u'(a) + C_2 v'(a); \quad (4)$$

$$H_z^{(1)} = u'(a) \int\limits_{a_1}^a v'(a) g \, da - v'(a) \int\limits_{a_2}^a u'(a) g \, da; \quad (5)$$

$$g = - \frac{\delta_0^2}{r} \frac{\partial H_z^{(0)}}{\partial r} + q(r) H_z^{(0)} - \frac{k^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \times$$

$$\times \left(\delta_0^4 r \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \frac{\partial H_z^{(0)}}{\partial r} \right), \quad \left| \frac{g}{H_z^{(0)}} \right| \ll 1, \quad (6)$$

$a(r) = \delta_1^{-2} k_0^{-2} + k_0(R_1 - r)$, $k_0^3 = - d(\delta_0^{-2}) / dr$ при $r = R_1$, $u'(a)$ и $v'(a)$ - производные функций Эйри в обозначениях Фока [5] по аргументу. Исходя из асимптотики функций Эйри большого аргумента

$$u'(a \rightarrow \infty) \approx a^{1/4} \exp((2/3)a^{3/2}),$$

$$v'(a \rightarrow \infty) \approx \frac{-1}{2} a^{1/4} \exp(-(2/3)a^{3/2}) \quad (7)$$

и выбирая решение в виде поверхностной волны, определим константы $C_1 = 0$, $a_1 = a(0)$, $a_2 = a(R_1)$, если плотность плазмы увеличивается при удалении от границы $r = R_1$ ($k_0 > 0$), и $C_2 = 0$, $a_2 = a(0)$, $a_1 = a(R_1)$, если $k_0 < 0$. Кроме указанных требований высокой плотности плазмы и больших размеров плазменного цилиндра для справедливости полученного решения в виде (4), (5) необходимо, чтобы плотность менялась не слишком резко ($k_0^2 \delta_1^2 \ll 1$):

$$|\delta_0 d \ln(n(r)) / dr|_{r=R_1} \ll 1. \quad (8)$$

Условие (8) выполняется, если $|\kappa_0^3| \leq 1 / (\delta_1^2 R_1)$.

Подставив решение (4) - (6) в дисперсионное уравнение [1]

$$\frac{m}{R_1} \Theta(R_1) + \frac{1}{H_z} \frac{dH_z}{dz} \Big|_{r=R_1} = -\frac{k^2(R_1)}{k} \times \\ \times \frac{N'(kR_1) J'(kR_2) - J'(kR_1) N'(kR_2)}{J(kR_1) N'(kR_2) - N(kR_1) J'(kR_2)}, \quad (9)$$

полученное при использовании следующих граничных условий: непрерывность E_φ и H_z при $r = R_1$ и $E_\varphi(R_2) = 0$, и воспользовавшись асимптотиками функций Эйри большого аргумента ($a \gg 1$), найдем выражение для частоты НЧ АПВ при $k(R_2 - R_1) \ll 1$:

$$\omega \approx \frac{m|\omega_e|/2}{R_1/\delta + \Delta R_1^2/\delta^2} + \sqrt{\frac{m^2 \omega_e^2 / 4}{(R_1/\delta + \Delta R_1^2/\delta^2)^2} + \frac{\Delta m^2 \Omega_e^2(R_1)}{R_1/\delta + \Delta R_1^2/\delta^2}}, \quad (10)$$

где $\delta = \delta_1(1 + \kappa_0^3 \delta_1^3 / 4)$, $\Delta = R_2 / R_1 - 1$.

При $\delta = \delta_1$ выражение (10) совпадает с полученным в случае однородной плазмы [1]. Из (10) следует, что если плотность плазмы убывает от границы раздела, то эффективная глубина проникновения δ АПВ в плазму и значение ω меньше, чем в случае однородной плазмы. Отметим, что в глубине плазмы профиль плотности может и отличаться от линейного: переходить, например, в параболический или другой нелинейный - это не влияет на полученное решение.

3. При решении задач о распространении волн в газовой плазме термоядерных ловушек часто используется следующая зависимость плотности от радиуса вблизи границы:

$$\begin{cases} n(r) = (r - R_1) (dn/dr) \Big|_{r=R_1}, & r \leq R_1 \\ n(r) = 0, & R_1 < r \leq R_2 \end{cases}. \quad (11)$$

В этом случае при $\omega > |\omega_e|$ наблюдается резонансное затухание АПВ.

Считаем, что $|dn/dr|_{r=R_1} \sim n(0) / R_1$, а в глубине плазмы плотность становится однородной и $|\epsilon_1(0)| \gg 1$. Тогда при выполнении условий $\kappa_0^2 \gg k^2$, $k_0 R_1 \gg |\omega_e m| / \omega$ в большом ($R_1 \gg \kappa_0^{-1}$) плазменном цилиндре решение уравнения (1) в виде (4) - (6) при $a = \kappa_0(R_1 - r)$ справедливо при $R_1 - r \gg k^2 / \kappa_0^3$. В области $0 \leq R_1 - r \ll \kappa_0^{-1}$ решение (1) найдем методом узкого слоя [6]:

$$H_z = H_z(R_1) + H_z(R_1) \int_{R_1}^r dr' k_1^2 \times \quad (12)$$

$$\times \left[d + \int_{R_1}^{r'} dr \frac{H_z(r)}{H_z(R_1)} \left(1 + \frac{m^2}{r^2 k_1^2} - \frac{m}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{\theta}{k_1^2} \right) \right) \right].$$

Константа интегрирования d определяется из граничных условий при $r = R_1$:

$$d = \frac{-1}{k} \frac{J'_n(kR_2) N'_n(kR_1) - N'_n(kR_2) J'_n(kR_1)}{J'_n(kR_2) N'_n(kR_1) - N'_n(kR_2) J'_n(kR_1)}. \quad (13)$$

Произведя сшивку полученных выражений для $H_z(r)$ (4)–(6) и (12) при $k^2 / k_0^3 \ll R_1 - r \ll k_0^{-1}$, получим

$$\omega \approx \left[\frac{\Delta m^2 c^2}{\Delta R_1^2 + v_1 R_1 / k_0} + \frac{v_1^2 m^2 \omega_e^2}{9k_0^4 (\Delta R_1^2 + v_1 R_1 / k_0)^2} \right]^{1/2} + \\ + \frac{v_1 m |\omega_e|}{3k_0^2} \left[\Delta R_1^2 + \frac{v_1 R_1}{k_0} \right]^{-1}, \quad (14)$$

где $v_1 = -v(0)/v'(0) \approx 1,37$. Сравнение (10) и (14) позволяет сделать вывод о том, что зависимость частоты АПВ от параметров плазмы в случае линейного профиля плотности (11) аналогична имевшей место для однородной плазмы [1] при замене δ_1 на k_0^{-1} .

Если частота АПВ $\omega > |\omega_e|$, то вблизи границы плазмы появляется точка ленгмюровского резонанса ($\text{Re } \epsilon_1$), в результате чего затухание поверхностной волны существенно увеличивается. Выбирая зависимость электромагнитных возмущений от времени в виде $\exp(-i\omega t - \gamma t)$, где ω определена формулой (14), найдем декремент затухания АПВ $\gamma = \gamma_c + \gamma_r$, учитывая компонентах тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{1,2}$ малую частоту столкновений электронов [2]. Столкновительное затухание АПВ определяется декрементом

$$\gamma_c = \frac{\nu}{3} \left[1 + \frac{2m|\omega_e|}{3R_1 k_0 \omega} \right] \left[\frac{2m|\omega_e|}{3R_1 k_0 \omega} + \frac{2k_0 m^2 \Delta}{\nu_1 k^2 R_1} \right]^{-1}. \quad (15)$$

При определении затухания, обусловленного наличием точки резонанса, достаточно учесть мнимую часть ϵ_1 во входящей в первое слагаемое уравнения (1) величине k_1^2 . Полученный таким образом декремент затухания

$$\gamma_r = \frac{\pi \omega m^2 k_0}{\psi k^2 R_1^2} \left(1 - \frac{m |\omega_e|}{3R_1 \omega k_0} \right) \times$$

$$\times \left[v_1 + \frac{\Delta k_0}{k^2 R_1} \left(k^2 R_1^2 + m^2 - \frac{2m^3 |\omega_e|}{3R_1 \omega k_0} \right) \right]^{-1}, \quad (16)$$

где $\psi = (d\epsilon_1/dr)_{r=R_1} > 0$. Выражение (16) для γ_r справедливо и в случае свободной плазмы ($\vec{H}_0 = 0$).

Из (16) следует, что резонансное затухание АПВ тем сильнее, чем больше расстояние от точки резонанса до границы и чем ближе граница плазмы к металлическому волноводу, что соответствует результатам, полученным для других типов поверхностных волн [2]. Столкновительное затухание γ_c АПВ, распространяющейся вдоль границы плазма - металл (случай $\Delta = 0$), больше, чем γ_c в случае распространения ее вдоль границы плазма-диэлектрик. Это объясняется тем, что в первом случае АПВ распространяется только по одну сторону границы плазмы, а во втором - по обе.

4. Исследуем влияние слабой радиальной неоднородности внешнего магнитного поля $\vec{H}_0(r)$ на спектры АПВ в случае с однородным профилем плотности. Решая в этом случае (1) методом эталонных уравнений, для поля АПВ в плазме имеем

$$H_z = A(r) I_m(b), \quad (17)$$

где $A = \text{const} \sqrt{bk_1^2/(rb_1)}$, $b = \int_0^r k_1 \sqrt{1 - (m/r)d(\theta/k_1^2)/dr} dr$, $b_1 = db/dr$, $I_m(b)$ - модифицированная функция Бесселя. Такое решение справедливо при

$$\left| \frac{m}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{\theta}{k_1^2} \right) \right| \ll 1, \quad (18)$$

что соответствует приближению слабой неоднородности. Подставив выражение для поля (17) в дисперсионное уравнение (9), найдем поправку ω_1 к частоте АПВ в плотной плазме при $|m| \gg 1$, обусловленную неоднородностью поля \vec{H}_0 :

$$\omega_1 = \frac{-m\xi\omega^2}{2\sqrt{m^2 + R_1^2/\delta_1^2}} \left[m\omega + 2\Delta - \frac{m^2 \Omega_e^2}{|\omega_e(R_1)|} \right]^{-1}, \quad (19)$$

где $\xi = R_1 d \ln H_0/dr$ при $r = R_1$ - параметр неоднородности. В силу условия (18) $|\xi| \ll R_1^2 \omega / (|m\omega_e(R_1)| \delta_1^2)$. Из (19) можно получить выражение для ω_1 в других предельных случаях: $k_1 R_1 \ll 1$ и $|m| \ll k_1 R_1$. Знак ω_1 обратен знаку произведения $(m\xi)$. Если ширина слоя диэлектрика мала, $\Delta < |\omega_e(R_1)|\omega / (|m|\Omega_e^2)$, настолько, что АПВ становятся односторонними ($m > 0$), то во внешнем магнитном поле, убывающем от границы, частота АПВ меньше, чем в случае однородного магнитного поля. Это соответствует полученной в [1] зависимости частоты от величины \vec{H}_0 . Если же $\Delta < |\omega_e(R_1)|\omega / (|m|\Omega_e^2)$, то вследствие

эффекта невзаимности АПВ с противоположными знаками азимутального числа m влияние неоднородности \vec{H}_0 сильнее для волн с $m < 0$.

5. На основании вышесложенного можно сделать следующие выводы. Влияние неоднородности плотности плазмы для случая линейно меняющегося у границы ее профиля на дисперсию АПВ по сравнению со случаем однородной плазмы сводится к замене глубины проникновения этой волны в плазму другим, эффективным значением этого параметра. Анализ выражений для декрементов затухания АПВ свидетельствует об их соответствии результатам, полученным для других типов поверхностных волн. Величины декрементов возрастают с ростом азимутального волнового вектора $|m|/R_1$. Поправка к частоте АПВ, обусловленная слабой радиальной неоднородностью внешнего постоянного магнитного поля, при заданном значении параметра неоднородности ξ уменьшается с увеличением ширины диэлектрического слоя, модуля азимутального числа, радиуса плазмы и плотности плазмы, а также с уменьшением величины внешнего магнитного поля $\vec{H}_0(R_1)$. Влияние неоднородности $\vec{H}_0(r)$ сильнее оказывается на АПВ, распространяющихся в сторону вращения электронов плазмы в магнитном поле.

Полученные результаты представляются полезными при разработке радиотехнических устройств, использующих поверхностные моды. В этом смысле АПВ удобны, поскольку они легко возбуждаются кольцевыми потоками заряженных частиц и выводятся из волновода [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гирка В. А., Гирка И. А., Кондратенко А. Н., Ткаченко В. И. //Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 5. С. 1031.
2. Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. - М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Бакунов М. И. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 1. С. 25.
4. Азаренков Н. А., Остриков К. Н. //Тезисы докл. 5-й конференции "Взаимодействие электромагнитных излучений с плазмой". - Ташкент, 1989. С. 174.
5. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. - М.: Сов. радио, 1970.
6. Гирка И. А., Степанов К. Н. //ДАН УССР. Сер. А. 1988. № 7. С. 61.
7. Гирка В. А., Гирка И. А., Олефир В. П., Ткаченко В. И. //Тезисы докл. 5-й конференции "Взаимодействие электромагнитных излучений с плазмой". - Ташкент, 1989. С. 204.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
26 декабря 1989 г.

AZIMUTHAL SURFACE WAVES IN INHOMOGENEOUS PLASMA CYLINDER

V. A. Girka, I. A. Girka

Influence of plasma density and external axial magnetic field inhomogeneities on the spectrum of electromagnetic surface waves, which spread along the azimuth, in waveguides of cylindrical geometry is investigated. Such cases were under the consideration: for linear change of plasma density profile and slight radial inhomogeneity of external constant magnetic field. The damping coefficients of these waves are determined.

УДК 621.396.677

АЛГОРИТМЫ МЕТОДА ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ВОЛНОВОДНО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

С. П. Скобелев, Л. Л. Мухамедов

Рассмотрена задача об излучении H -волны из периодической решетки плоских волноводов с диэлектрическими вставками и выступающими диэлектрическими стержнями, имеющими произвольную гладкую границу. Предложены два алгоритма решения задачи, основанные на методе вспомогательных источников. Приведены результаты тестирования алгоритмов и примеры расчетов парциальных диаграмм направленности и коэффициентов отражения решеток.

В антенной технике широкое применение находят антенные решетки (AP) волноводно-стержневого типа, так как использование в качестве излучателей диэлектрических стержней, выступающих из волноводов, в одних случаях позволяет обеспечить возможность широкоугольного однолучевого сканирования, а в других - формировать секторные парциальные диаграммы направленности (ПДН) решетки [1].

В настоящее время наиболее развитыми являются методы анализа волноводно-диэлектрических структур, кусочно-однородных в продольном направлении [2, 3]. Однако практика показывает, что характеристики структур могут существенно зависеть не только от размеров, но и от формы стержней. В литературе описаны алгоритмы для анализа AP со стержнями произвольной формы [4, 5], но в [4] вообще не приведено численных результатов, а в [5] приведены результаты только для тестовых вариантов AP без стержней. Такая ситуация объясняется, по-видимому, сложностью алгоритмов и требованием больших затрат времени и памяти ЭВМ, и поэтому модификация существующих и создание новых, более эффективных, алгоритмов продолжает оставаться актуальной проблемой.

Ниже для анализа одномерно-периодических структур предлагаются два алгоритма, основанные на методе вспомогательных источников (МВИ), который в [6] применялся к расчету характеристик решетки волноводов в присутствии препятствий. Предлагаемые алгоритмы отличаются от [6] отсутствием источников, охватывающих периодическую ячейку структуры, что позволяет сводить задачу к системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) существенно более низкого порядка.

1. Постановка задачи и первый алгоритм решения. Рассмотрим одномерно-периодическую с периодом b волноводно-диэлектрическую структуру, однородную вдоль оси z прямоугольной декартовой системы координат (x, y, z) и расположенную в этой системе, как показано на рис. 1. Волноводы ширины a заполнены слоями диэлектрика S_2 , S_3 и S_4 с относительными диэлектрическими проницаемостями ϵ_2 , ϵ_3 и ϵ_4 соответственно. Толщины слоев S_2 и S_3 , соответственно, равны h_2 и h_3 . Диэлектрические стержни с проницаемостью ϵ_1 , примыкающие к раскрывам волноводов и закрывающие их, образуют область S_1 , а область

S_0 является свободным пространством с проницаемостью $\epsilon_0 = 1$. Границу стержня с областью S_0 будем считать гладкой, стенки волноводов и фланцы – идеально проводящими, относительную магнитную проницаемость – всюду равной единице.

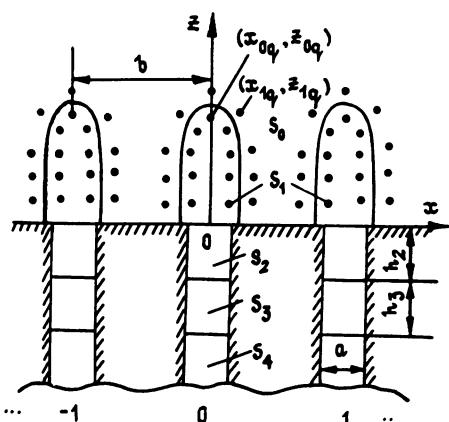


Рис. 1.

Пусть каждый волновод структуры возбуждается одной из H_{10} -волн, поляризованной по оси y . Будем считать, что волны имеют единичную амплитуду, а фазовый набег от волновода к волноводу равен π . Требуется определить поле, рассеянное структурой. При указанных условиях отличными от нуля являются компонента электрического поля E_y и компоненты магнитного поля H_x и H_z , определяемые через E_y из уравнений Максвелла. Полное электрическое поле в областях S_0 и S_1 будем искать, соответственно, в виде

$$E_{0y}(x, z) = \sum_{q=1}^P J_{0q} E_{0yq}(x, z); \quad (1)$$

$$E_{1y}(x, z) = \sum_{q=1}^P J_{1q} E_{1yq}(x, z) + \sum_{s=-\infty}^{\infty} C_s \exp(i\alpha_s x + \Gamma_{1s} z), \quad (2)$$

где

$$E_{1yq}(x, z) = k_0 \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp[i\alpha_s(x - x_{jq})] \times \\ \times [\exp(\Gamma_{js}|z - z_{jq}|) - \exp(\Gamma_{js}(z + z_{jq}))]/\Gamma_{js}, \quad (3)$$

$$\alpha_s = (u + 2\pi s)/b, \quad \Gamma_{js} = i(k_j^2 - \alpha_s^2)^{1/2} = -(\alpha_s^2 k_j^2)^{1/2}, \quad k_j = 2\pi\sqrt{\epsilon_j}/\lambda,$$

j – номер области, λ – длина волны в вакууме, зависимость от времени принята в виде $\exp(-i\omega t)$. Выражения (1) – (3) являются полями периодической системы сферических вспомогательных электрических токов, расположенных в точках, показанных на рис. 1. К полю источников в (2) добавлена сумма пространственных гармоник амплитуды C_s , уходящих от раскрытия волноводов.

Рассматривая далее только один период структуры, полное поле в областях S_2 и S_4 волновода с номером 0 запишем в виде

$$E_{2y}(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \exp(-\gamma_{2n} z) + B_n \exp(\gamma_{2n}(z + h_2))] \varphi_n(x); \quad (4)$$

$$E_{4y}(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} [\delta_{1n} \exp(\gamma_{4n}(z + h_4)) + R_n \exp(-\gamma_{4n}(z + h_4))] \varphi_n(x), \quad (5)$$

где

$$\varphi_n(x) = \sin(n\pi(x + a/2)/a), \quad (6)$$

$$\gamma_{jn} = i(k_j^2 - (n\pi/a)^2)^{1/2} = -((n\pi/a)^2 - k_j^2)^{1/2}, \quad h_4 = h_2 + h_3.$$

Амплитуды B_n и R_n связаны с амплитудой падающей волны и амплитудами A_n формулами

$$B_n = \delta_{1n} S_{42n} + A_n S_{22n} \exp(\gamma_{2n} h_2); \quad (7)$$

$$R_n = \delta_{1n} S_{44n} + A_n S_{24n} \exp(\gamma_{2n} h_2), \quad (8)$$

где S_{1jn} – элементы матрицы рассеяния слоя S_3 в окружении S_2 и S_4 .

Поля (2) и (4), а также их производные по z в плоскости $z = 0$ должны удовлетворять условиям непрерывности, из которых с использованием ортогональности функций $\exp(i\alpha_s x)$ на периоде, ортогональности (6) в сечении волновода и с учетом (7) получим формулы

$$C_s = (a/b) \sum_{n=1}^{\infty} (\delta_{1n} \eta_n + A_n \xi_n^+) Q_{ns}; \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[0,5 \gamma_{2n} \xi_n^- \delta_{m1} + (a/b) \xi_n^+ \sum_{s=-\infty}^{\infty} \Gamma_{1s} Q_{ms}^* Q_{ns} \right] -$$

$$-2k_0 \sum_{q=1}^P J_{1q} \sum_{s=-\infty}^{\infty} Q_{ms}^* \exp(-i\alpha_s x_{1q} + \Gamma_{1s} z_{1q}) =$$

$$= \eta_1 \left[0,5 \gamma_{2n} \delta_{m1} - (a/b) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \Gamma_{1s} Q_{ms}^* Q_{1s} \right], \quad m = 1, 2, \dots, \quad (10)$$

где

$$\xi_n^{\pm} = 1 \pm S_{22n} \exp(2\gamma_{2n} h_2), \quad \eta_n = S_{42n} \exp(\gamma_{2n} h_2),$$

$$Q_{ns} = n\pi \frac{\exp(i\alpha_s a/2) - (-1)^n \exp(-i\alpha_s a/2)}{(n\pi)^2 - (\alpha_s a)^2}.$$

Далее, в соответствии с МВИ, удовлетворяя в точках (x_p, z_p) , $p = 1, 2, \dots, P$, на границе стержня с областью S_0 условиям непрерывности электрических полей (1) и (2), касательных составляющих соответствующих магнитных полей, и учитывая (9), получим уравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \xi_n^+ F_n(x_p, z_p) + \sum_{q=1}^P [J_{1q} E_{1yq}(x_p, z_p) - J_{0q} E_{0yq}(x_p, z_p)] = \\ = - \eta_1 F_1(x_p, z_p); \quad (11)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \xi_n^+ G_n(x_p, z_p) + \sum_{q=1}^P [J_{1q} H_{1\tau q}(x_p, z_p) - J_{0q} H_{0\tau q}(x_p, z_p)] = \\ = - \eta_1 G_1(x_p, z_p); \quad p = 1, 2, \dots, P, \quad (12)$$

где

$$F_n(x, z) = (a/b) \sum_{s=-\infty}^{\infty} Q_{ns} \exp(i\alpha_s x + \Gamma_{1s} z),$$

$$G_n(x, z) = \frac{i}{k_0} \left[\tau_x(x, z) \frac{\partial}{\partial z} - \tau_z(x, z) \frac{\partial}{\partial x} \right] F_n(x, z),$$

$$H_{j\tau q}(x, z) = H_{jxq}(x, z)\tau_x(x, z) + H_{jzq}(x, z)\tau_z(x, z),$$

$\tau_x(x, z)$, $\tau_z(x, z)$ – компоненты единичного вектора $\vec{\tau}(x, z)$, касательного к границе стержня в точке (x, z) . Компоненты магнитных полей H_{jxq} и H_{jzq} определяются из уравнений Максвелла и (3).

После решения полученной СЛАУ (10) – (12) методом редукции числа волноводных гармоник, можно рассчитать рассеянное поле, а также характеристики структуры, среди которых наибольший интерес представляет коэффициент отражения $R_1(u)$ в одномодовых областях S_4 , определяемый из (8), и ПДН, которую запишем в нормированном с учетом падающей мощности виде [7]

$$F(\theta) = (2k_0 b / \gamma_{41} a)^{1/2} T_0(k_0 b \sin \theta) \cos \theta, \quad (13)$$

где θ – угол наблюдения, отсчитываемый от оси z , $T_0(u)$ – амплитуда нулевой пространственной гармоники, уходящей от концов стержней в свободное пространство, определяемая соотношением

$$T_s(u) = -2k_0 \sum_{q=1}^P J_{0q} \exp(-i\alpha_s x_{0q}) \operatorname{sh}(\Gamma_{0s} z_{0q}) / \Gamma_{0s},$$

полученным из (1). Первичный контроль точности расчетов может быть осуществлен проверкой выполнения условия баланса энергии

$$|R_1(u)|^2 + (2b/\gamma_{41} a) \sum_s |T_s(u)|^2 \operatorname{Im} \Gamma_{0s} - 1 = 0. \quad (14)$$

2. Второй алгоритм решения. Представление поля в области S_1 в виде сумм пространственных гармоник (2) позволяет применять приведенный выше алгоритм также и к случаям, когда область S_1 представляет собой сплошное диэлектрическое покрытие, имеющее

периодическую границу с областью S_0 . Однако если ограничиться рассмотрением только структур со стержнями, разделенными промежутками, то можно построить более эффективный алгоритм, который приводится ниже.

Оставляя представления полей (1), (4) и (5) неизменными, полное электрическое и магнитное поле в стержне, примыкающем к волноводу с номером 0, в отличие от (2) будем искать в виде суперпозиции цилиндрических волн

$$E_{1y}(x, z) = \int_{-a/2}^{a/2} E(x') e_y(x', x, z) dx' + \sum_{q=1}^p J_{1q} E_{1yq}(x, z), \quad (15)$$

$$\vec{H}_1(x, z) = \int_{-a/2}^{a/2} E(x') \vec{h}_y(x', x, z) dx' + \sum_{q=1}^p J_{1q} \vec{H}_{1yq}(x, z),$$

где $E(x) = E_{1y}(x, 0)$ – электрическое поле в апертуре волновода,

$$e_y(x', x, z) = -\frac{i}{2} \frac{\partial H_0^{(1)}(k_1 \rho)}{\partial z} = \frac{i k_1 z H_1^{(1)}(k_1 \rho)}{2 \rho}, \quad (16)$$

$H_0^{(1)}(z)$ и $H_1^{(1)}(z)$ – функции Ханкеля первого рода нулевого и первого порядков соответственно, $\rho = ((x - x')^2 + z^2)^{1/2}$,

$$E_{1yq}(x, z) = H_0^{(1)}(k_1 \rho_q^-) - H_0^{(1)}(k_1 \rho_q^+), \quad (17)$$

$\rho_q^\pm = ((x - x_{1q})^2 + (z - z_{1q})^2)^{1/2}$, (x_{1q}, z_{1q}) – координаты нитей тока, расположенных вне рассматриваемого стержня, \vec{h} и \vec{H}_{1q} – вектор-функции, определяемые, соответственно, через (16) и (17) из уравнений Максвелла.

Для касательных к раскрыву компонент магнитного поля из (15) и (4) легко получить выражения

$$H_{1x}(x, 0) = -\frac{1}{2k_0} \left(\frac{d^2}{dx^2} + k_1^2 \right) \int_{-a/2}^{a/2} E(x') H_0^{(1)}(k_1 |x - x'|) dx' + \sum_{q=1}^p J_{1q} H_{1xq}(x, 0); \quad (18)$$

$$H_{2x}(x, 0) = -\frac{i}{k_0} \sum_{n=1}^M \gamma_{2n} (A_n \xi_n^- - \eta_n \delta_{1n}) \varphi_n(x) + \frac{i}{k_0} \left(\frac{d^2}{dx^2} + k_1^2 \right) \sum_{n=M+1}^{\infty} \frac{\gamma_{2n} \xi_n^-}{\beta_n} A_n \varphi_n(x), \quad (19)$$

причем в (19) $\beta_n = (n\pi/a)^2 - k_1^2$, а $M \geq 1$ будем выбирать так, чтобы

ξ_n^+ и β_n при $n > M$ не обращалось в нуль при изменении параметров структуры в заданных пределах. Условие непрерывности электрического поля в апертуре волновода $E_{1y}(x, 0) = E_{2y}(x, 0) = E(x)$, а также ортогональность функций (6) в сечении волновода позволяют из (4) и (7) получить соотношение

$$\frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} E(x') \varphi_n(x') dx' = A_n \xi_n^+ + \eta_n \delta_{1n}. \quad (20)$$

Для $n > M$ определим A_n из (20) и подставим полученное выражение в (19). Приравнивая далее (18) и (19) и обращая дифференциальный оператор, после проведения простых выкладок получим интегральное уравнение

$$\int_{-a/2}^{a/2} E(x') G(x, x') dx' = C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_1 x - \quad (21)$$

$$- \sum_{q=1}^P J_{1q} f_q(x) - \sum_{n=1}^M (A_n \xi_n^- - \eta_n \delta_{1n}) g_n(x), \quad |x| < a/2,$$

в котором

$$G(x, x') = k_0 H_0^{(1)}(k_1 |x - x'|) + \frac{4ik_0}{a} \sum_{n=M+1}^{\infty} \frac{\gamma_{2n} \xi_n^-}{\beta_n \xi_n^+} \varphi_n(x) \varphi_n(x'),$$

$$f_q(x) = - \frac{2k_0^2}{k_1} \int_{-a/2}^x H_{1xq}(x', 0) \sin k_1(x - x') dx', \quad (22)$$

$$g_n(x) = \frac{ik_0 \gamma_{2n}}{k_1} \left[\frac{\sin k_1(x + a/2) - \varphi_n(x)}{k_1 - n\pi/a} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin k_1(x + a/2) + \varphi_n(x)}{k_1 + n\pi/a} \right],$$

C_1 и C_2 – константы, определяемые из условия $E(\pm a/2) = 0$ известными способами (см., например, [8]).

Разобьем апертуру волновода на N интервалов точками с координатами

$$x'_{0, n} = \mp a/2, \quad x'_{\nu} = a(\nu - 0, 5)/(N - 1) - a/2, \quad \nu = 1, \dots, N - 1$$

и будем аппроксимировать электрическое поле в апертуре ступенчатой функцией так, что $E(x) = E_{\nu}$ при $x \in (x'_{\nu-1}, x'_{\nu})$. Тогда выражение (20), а также выражение (21), удовлетворяемое в N точках с координатами $x_{\mu} = (x'_{\mu-1} + x'_{\mu})/2$, можно переписать в виде СЛАУ

$$- A_n \xi_n^+ + \sum_{\nu=1}^N E_\nu F_{n\nu} = \eta_n \delta_{1m}, \quad m = 1, \dots, N; \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N A_n \xi_n^- g_n(x_\mu) + \sum_{\nu=1}^N E_\nu G_{\mu\nu} + \sum_{q=1}^P J_{1q} f_q(x_\mu) = \\ = C_1 \cos k_1 x_\mu + C_2 \sin k_1 x_\mu + \eta_1 g_1(x_\mu), \quad \mu = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$F_{n\nu} = \frac{2}{m\pi} \left[\cos \frac{m\pi(x'_\nu + a/2)}{a} - \cos \frac{m\pi(x'_{\nu-1} + a/2)}{a} \right],$$

$$G_{\mu\nu} = k_0 \int_{x_{\nu-1}}^{x'_\nu} H_0^{(1)} (k_1 |x_\mu - x'|) dx' - 2ik_0 \sum_{n=M+1}^{\infty} \frac{\gamma_{2n} \xi_n^-}{\beta_n \xi_n^+} \varphi_n(x_\mu) F_{n\nu}. \quad (25)$$

Наконец, удовлетворяя условиям непрерывности электрических полей (1) и (15) и касательных компонент соответствующих магнитных полей в точках (x_p, z_p) на границе стержня с областью S_0 , дополним систему (23) и (24) уравнениями

$$\sum_{\nu=1}^N E_\nu F'_\nu(x_p, z_p) + \sum_{q=1}^P [J_{1q} E_{1yq}(x_p, z_p) - J_{0q} E_{0yq}(x_p, z_p)] = 0; \quad (26)$$

$$\sum_{\nu=1}^N E_\nu G'_\nu(x_p, z_p) + \sum_{q=1}^P [J_{1q} H_{1\tau q}(x_p, z_p) - J_{0q} H_{0\tau q}(x_p, z_p)] = 0, \quad (27)$$

в которых

$$F'_\nu(x, z) = \int_{x'_{\nu-1}}^{x'_\nu} e_y(x', x, z) dx',$$

$$G'_\nu(x, z) = \vec{t}(x, z) \int_{x'_{\nu-1}}^{x'_\nu} \vec{h}(x', x, z) dx'. \quad (28)$$

В полученной СЛАУ (23), (24), (26) и (27) для заданных геометрических и материальных параметров структуры при каждом новом значении фазы и требуется заново рассчитывать только матричные элементы, стоящие при неизвестных J_{0q} , что и делает приведенный в данном разделе алгоритм более эффективным, чем предыдущий. После решения полученной СЛАУ расчеты радиотехнических параметров структуры и первичный контроль точности расчетов осуществляются также, как и в первом алгоритме.

3. Результаты расчетов. Приведенные выше алгоритмы были реализованы в виде пакетов прикладных программ на Фортране. При этом

для улучшения сходимости рядов пространственных гармоник вида (3) применялся метод Куммера [9], после чего полученные разностные ряды сходились не хуже, чем s^{-3} . Интегралы в (22), (25) и (28) вычислялись с применением метода Симпсона, причем диагональные элементы (25) вычислялись с предварительным выделением и аналитическим интегрированием логарифмической особенности функции Ханкеля. Вычисление функций Ханкеля от не равных нулю аргументов проводилось с использованием быстрых алгоритмов, построенных на основе формул, приведенных в [10].

Таблица

N	$\sin \theta$	$ F $	$ R_1 $	$\operatorname{Re} R_1$	$\operatorname{Im} R_1$	Метод
1	0.0	0.968129	0.249361	-0.205289	-0.141553	A1(12)
		0.968358	0.249536	-0.205546	-0.141489	A1(18)
		0.968363	0.249540	-0.205552	-0.141488	A1(24)
		0.968364	0.249540	-0.205552	-0.141488	МЧО
		0.968246	0.250000	-0.209225	-0.136838	Факториз
	0.6	0.884955	0.142909	0.122631	-0.073380	A1(12)
		0.885279	0.142608	0.122424	-0.073140	A1(18)
		0.885285	0.142601	0.122419	-0.073134	A1(24)
		0.885286	0.142599	0.122417	-0.073134	МЧО
		0.885253	0.142857	0.120351	-0.076967	Факториз
	0.8	0.547525	0.000435	0.000359	-0.000244	A1(12)
		0.547718	0.000010	0.000009	-0.000006	A1(18)
		0.547722	0.000000	0.000000	-0.000000	A1(24)
		0.547722	0.000000	0.000000	-0.000000	МЧО
		0.547723	0.000000	0.000000	0.000000	Факториз
2	0.0000	0.7852	0.6192	-0.5972	-0.1637	МЧО
		0.7853	0.6192	-0.5971	-0.1638	A1(12)
		0.7851	0.6190	-0.5970	-0.1638	A1"(32)
		0.7838	0.6209	-0.5997	-0.1607	A2(31)
	0.7501	0.7926	0.2240	-0.2097	-0.0787	МЧО
		0.7926	0.2240	-0.2097	-0.0787	A1(12)
		0.7920	0.2240	-0.2093	-0.0797	A1"(32)
		0.7922	0.2244	-0.2108	-0.0770	A2(31)
	0.8750	0.4611	0.3489	-0.3471	-0.0294	МЧО
		0.4611	0.3484	-0.3471	-0.0293	A1(12)
		0.4609	0.3479	-0.3466	-0.0300	A1"(32)
		0.4608	0.3494	-0.3483	-0.0271	A2(31)
3	0.0000	0.9627	0.2705	-0.2598	-0.0756	МЧО
		0.9626	0.2710	-0.2601	-0.0760	A1(12)
	0.3500	0.0353	0.9993	-0.9506	0.3082	МЧО
		0.0425	0.9990	-0.9517	0.3039	A1(12)
	0.7501	0.6686	0.5693	-0.3021	-0.4826	МЧО
		0.6685	0.5693	-0.3023	-0.4825	A1(12)
	0.8750	0.4266	0.4981	-0.3045	-0.3942	МЧО
		0.4266	0.4981	-0.3045	-0.3942	A1(12)

Для проверки работы программ был проведен ряд тестовых расчетов коэффициентов отражения и ПДН структур, примеры которых приведены в таблице, где $\sin \theta = u/k_0 b$ - синус угла фазирования, λ_1 и λ_2 в столбце "Метод" соответствуют случаям применения первого и второго алгоритмов, в скобках указано число точек коллокации на периоде границы областей S_0 и S_1 .

Первый пример относится к решетке волноводов с параметрами $a = b = 0,625\lambda$, находящейся в свободном пространстве. Воображаемая граница областей S_0 и S_1 представляла собой прямую, проведенную параллельно раскрыву на расстоянии $0,25\lambda$ от последнего. Вспомогательные источники располагались на прямых, лежавших по обе стороны границы на расстояниях $0,02\lambda$ от нее. При использовании первого алгоритма и метода частичных областей (МЧО) учитывались 13 волноводных гармоник. Число учитываемых пространственных гармоник в МЧО равнялось 200. Результаты расчетов в данном примере и в примерах 2 и 3 соответствуют синфазному возбуждению ($u = 0$), возбуждению, при котором $u = 2\pi - k_0 b$ (точки изломов характеристик), и противофазному возбуждению ($u = \pi$). В последних строках для каждого возбуждения приведены результаты, рассчитанные по строгим формулам метода факторизации [11].

Во втором примере рассматривалась помещенная в свободное пространство решетка с параметрами $b = 0,5714\lambda$, $a = 0,9b$ (см. [7], с. 202). Число учитываемых волноводных гармоник в первом алгоритме и в МЧО, а также число пространственных гармоник в МЧО были такими же, как и в первом примере. В строках A1 результаты соответствуют случаю, когда граница между областями S_0 и S_1 , как и в первом примере, являлась прямой линией. Граница находилась на расстоянии $0,5\lambda$ от раскрыва, источники располагались на прямых, проходивших по обе стороны границы на расстояниях $0,3\lambda$ от последней. В строках A1" и A2 приведены результаты для случаев границы стержня в виде полуокружности радиуса $r_0 = a/2$. Источники располагались на полуокружностях с радиусами $r_0 \pm 0,03\lambda$ для A1" и $r_0 \pm 0,07\lambda$ для A2.

Отметим, что в этом случае расчет характеристик для 11 значений угла фазирования по второму алгоритму требовал в 2,5 раза меньше времени, чем по первому.

В третьем примере рассматривалась решетка волноводов с $a = b = 0,5714\lambda$, покрытая слоем диэлектрика с $\epsilon_1 = 3,0625$ и толщиной $0,5\lambda/\sqrt{\epsilon_1}$ (см. [7], с. 254). Источники располагались на прямых, проходивших на расстоянии $0,095\lambda$ от границы диэлектрика с пространством. При расчетах по МЧО учитывались 11 волноводных и по 90° прошедших и отраженных пространственных гармоник. В данном примере наряду с указанными выше случаями возбуждения приведены результаты для случая $\sin\theta = 0,35$, при котором ПДН имеет провал.

При всех расчетах проводилась проверка выполнения соотношения энергетического баланса (14). Для рассмотренных примеров погрешность выполнения (14) не превышала 10^{-5} .

На рис. 3 и 4 в качестве примеров приведены результаты расчетов характеристик возбуждаемых H_{10} -волнами решеток со стержнями, геометрия которых задается параметрами, указанными на рис. 2. Приведенные на рис. 3 характеристики соответствуют решетке с параметрами $a = 0,22\lambda$, $b = 0,55\lambda$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 6$, $h_0 = 0$, $r_0 = r_1 = a/2$. Длина стержня $h_1 = 0,795\lambda$ обеспечивает наилучшее согласование решетки

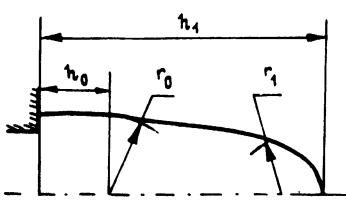


Рис 2

при синфазном возбуждении.

Видны эффекты ослепления решетки,

аналогичные отмеченный в [3]. На рис. 4 показаны характеристики решетки с параметрами $a = 0,57\lambda$, $b = 0,91\lambda$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 2$. Параметры стрелкой $h_0 = 0$, $h_1 = 1,4\lambda$, $r_0 = 0,3\lambda$, $r_1 = 0,15\lambda$ путем численного экспериментирования подобраны так, чтобы избежать отмеченных выше эффектов ослепления и приблизить форму ПДН к секторной при хорошем согласовании. Те же результаты получаются для аналогичной решетки, у которой $\epsilon_4 = 1$, а область S_3 представляет собой четвертьволновой согласующий трансформатор, удаленный от раскрыва на расстояние, при котором взаимодействие трансформатора с раскрытом волновода по высшим гармоникам пренебрежимо мало. Для сравнения на рис. 4 штриховой линией показана ПДН структуры той же геометрии с $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon_4 = 1$.

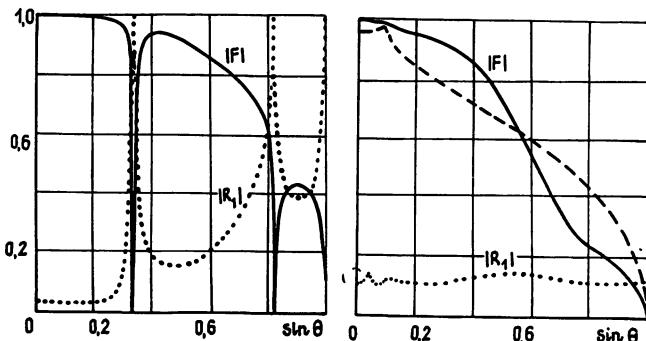


Рис 3.4

Таким образом, в данной работе приведены простые и эффективные, на наш взгляд, алгоритмы для расчета характеристик одномерно-периодических волноводно-диэлектрических структур, возбуждаемых H -волнами. Приведены также результаты их численной реализации, показывающие, что алгоритмы могут обеспечивать высокую точность расчетов. Без затруднений приведенные алгоритмы могут быть модифицированы для анализа аналогичных структур, возбуждаемых волнами другой поляризации. Представляется перспективным обобщение изложенного подхода и на трехмерные векторные задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мейлукс Р. Дж. // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 3. С. 43.
2. Виниченко Ю. П., Захарьев Л. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1972. Т. 17. № 6. С. 1382.
3. Lewis L.R., Hessel A., Knittel G.H. // IEEE Trans. Antennas. Propag. 1972. V.AP-20. N 6. P.712.
4. Коваленко А. Н. // Труды МИРЭА. Электродинамика, антенны и техника СВЧ. 1974. Вып. 70. С. 60.
5. Ильинский А. С., Косич Н. Б. // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. № 6. С. 1171.
6. Малакшинов Н. П., Смагин А. С. // Межвуз. сб. науч. трудов. - М. : МИРЭА, 1987. С. 58.
7. Амитет И., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. - М. : Мир, 1974.
8. Васильев Е. Н., Малушков Г. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 4. С. 530.

9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. - М. : Наука, 1977. С.135.
10. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица М., Стиган И. - М. : Наука, 1979.
11. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. - М. : Сов. радио, 1966.

Научно-исследовательский
институт радиофизики

Поступила в редакцию
21 февраля 1990 г.

ALGORITHMS OF THE AUXILIARY SOURCES METHOD
FOR ANALYSIS OF WAVEGUIDE-DIELECTRIC
PERIODIC STRUCTURES

S.P. Skobelev, L.L. Mukhamedov

The problem of H -waves radiation from a periodic array of plane waveguides with dielectric plugs and protruding dielectric rods of an arbitrary smooth border is considered. Two algorithms based on the auxiliary sources method are proposed for solving the problem. The results of testing algorithms and the examples of array element patterns and reflection coefficients calculations are presented.

УДК 621.391

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ
МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ В АНТЕННЫХ
РЕШЕТКАХ С НЕИЗВЕСТНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ**

А. Б. Гершман, В. И. Турчин, Р. А. Угриновский

Проведен статистический анализ точностных характеристик одномерного метода (ESPRIT) определения угловых координат источников излучения в антенных решетках с неизвестной глобальной геометрией и его двумерного обобщения. Приведено сравнение аналитических результатов и данных численного моделирования.

1. В настоящее время для определения угловых координат (УК) внешних источников излучения в антенных решетках (AP) широко используются нелинейные методы [1-3], позволяющие достигать повышенной разрешающей способности по сравнению с классическим линейным методом. Для эффективной реализации данных процедур как правило необходимы полные априорные сведения о геометрии AP. Однако, в некоторых случаях (например, при использовании решеток со случайным расположением элементов [4]) глобальная геометрия AP может быть неизвестной. В работах [5, 6] предложен нелинейный одномерный метод определения УК источников с помощью AP с неизвестной глобальной геометрией и заданной локальной геометрией специального вида (ESPRIT). Данный метод основан на свойствах обобщенных собственных чисел пар авто- и взаимокорреляционных матриц входных сигналов AP. Двумерное обобщение метода ESPRIT проведено в [7, 8]. В [8] сформулировано правило, позволяющее избежать неоднозначности при оценке УК, возникающей в двумерном случае.

В настоящей работе проводится статистический анализ точностных характеристик методов [5, 8] в случае одного источника излучения. При анализе используется процедура отыскания обобщенных собственных чисел, отличная от изложенных в [9] и позволяющая упростить практическую реализацию рассматриваемых методов. Проводится сравнение полученных аналитических соотношений и результатов численного моделирования.

2. Рассмотрим одномерный метод оценивания УК, предложенный в [5]. В этой работе предполагалось, что рассматриваемая AP имеет $2N$ приемных элементов и состоит из двух подрешеток размерности N , одна из которых имеет произвольные неизвестные характеристики элементов и геометрию, а другая является точной копией первой подрешетки и образована путем ее параллельного переноса под действием постоянного вектора сдвига \vec{A} . Подобная постановка задачи в [5] обусловлена простотой технической реализации такой AP, которая представляет из себя N одинаково ориентированных в пространстве групп приемных элементов, каждая из которых состоит из двух элементов с идентичными характеристиками, разнесенных на одинаковое расстояние $|\vec{A}|$. Взаимное расположение этих групп может быть случайным и неизвестным.

Предположим, что на входы такой AP поступает аддитивная смесь стационарных случайных сигналов от I узкополосных точечных источников излучения с одинаковой центральной частотой, находящихся

в дальней зоне АР. Собственные шумы будем считать статистически независимыми по элементам и равными по мощности в каждом элементе. Для определения УК источников в [5] предлагается использовать свойства пучка матриц

$$P(\gamma) = R_{BB} - \sigma_w^2 E_N - \gamma R_{BC}, \quad (1)$$

где

$$R_{BB} = \langle B(t)B^*(t) \rangle = AQA^* + \sigma_w^2 E_N, \quad (2)$$

$$R_{BC} = \langle B(t)C^*(t) \rangle = AQ\tilde{E}^*A^*$$

- автокорреляционная матрица входных сигналов первой подрешетки и взаимокорреляционная матрица входных сигналов первой и второй подрешеток соответственно, σ_w^2 - мощность собственного шума в приемном элементе, E_N - единичная матрица размерности $N \times N$, $B(t)$ и $C(t)$ - векторы размерности N входных сигналов первой и второй подрешеток, $A = (F_1, F_2, \dots, F_I)$ - прямоугольная матрица размерности $N \times I$, F_i - вектор амплитудно-фазового распределения, наводимого i -м источником излучения в элементах первой подрешетки, Q - автокорреляционная матрица комплексных амплитуд источников размерности $I \times I$,

$$\tilde{E} = \text{diag}\{\exp(jk\Delta m_1), \exp(jk\Delta m_2), \dots, \exp(jk\Delta m_I)\} \quad (3)$$

- диагональная унитарная матрица размерности $I \times I$, $\Delta = |\vec{\lambda}|$, $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, λ - длина волны, $m_i = \cos(\theta_i)$ - направляющий косинус i -го источника, γ - комплексное число, $(+)$ и $\langle \cdot \rangle$ - знаки эрмитова сопряжения и статистического усреднения соответственно. Переписывая (1) с учетом (2) в виде

$$P(\gamma) = AQ(E_I - \gamma \tilde{E}^*)A^*, \quad (4)$$

нетрудно показать [5, 6], что

$$\text{Rang}(P(\gamma)) = \begin{cases} I-1 & \text{при } \gamma_i = \exp(jk\Delta m_i), i=1, 2, \dots, I \\ I & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (5)$$

По определению [10], γ_i , $i=1, 2, \dots, I$ - обобщенные собственные числа матричной пары $\{R_{BB} - \sigma_w^2 E_N, R_{BC}\}$. Соотношение (5) позволяет определить УК θ_i , $i=1, 2, \dots, I$ в случае, если известны корреляционные матрицы

R_{BB} , R_{BC} и мощность собственного шума σ_w^2 . При большом числе приемных элементов ($N > 1$) эффективность цифровой реализации данного метода зависит от быстродействия алгоритма отыскания обобщенных собственных чисел. В работе [9] предложен такой алгоритм, однако, он основан на операции сингулярного разложения матрицы размерности $N \times N$ и, следовательно, требует порядка N^4 операций комплексного умножения при цифровой реализации. Рассмотрим более простой с вычислительной точки зрения алгоритм отыскания обобщенных собственных чисел. В соответствии с (5) коэффициент $a_i(\gamma)$ при I -й степени λ характеристического многочлена $\det\{P(\gamma) - \lambda E_N\}$ матрицы $P(\gamma)$ будет равен нулю тогда и только тогда, когда $\text{Rang}(P(\gamma)) = I-1$. Но, поскольку I -й коэффициент характеристического многочлена есть сумма всех главных миноров I -го

порядка этой матрицы [10], $q_1(\gamma)$ есть многочлен степени I относительно γ :

$$q_1(\gamma) = c_0 \gamma^I + c_1 \gamma^{I-1} + \dots + c_I \quad (6)$$

и, следовательно, обобщенные собственные числа есть корни этого многочлена. Коэффициенты многочлена $q_1(\gamma)$ можно определить следующим образом. Возьмем набор из $I+1$ произвольных различных чисел γ_i , $i=0, 1, \dots, I$ и вычислим s_i , $i=0, 1, \dots, I$ – суммы главных миноров I -го порядка матриц $P(\gamma_i)$, $i=0, 1, \dots, I$. Тогда коэффициенты c_0, c_1, \dots, c_I определяются как решения системы линейных уравнений

$$c_0 \gamma_i^I + c_1 \gamma_i^{I-1} + \dots + c_I = s_i, \quad i=0, 1, \dots, I. \quad (7)$$

а обобщенные собственные числа – как корни многочлена (6). В отличие от алгоритмов [9], рассмотренный метод не требует сингулярного разложения матриц размерности $N \cdot N$, поскольку он основан на более простых с вычислительной точки зрения операциях: на решении системы линейных уравнений размерности $I+1$ и на вычислении определителей матриц размерности $I+1$, где $I < N$. В случае, когда число источников мало по сравнению с числом элементов в подрешетке ($I \ll N$), выигрыш в вычислительной эффективности может оказаться весьма существенным. Кроме того, предложенный алгоритм позволяет провести аналитическое исследование статистических характеристик метода ESPRIT и его двумерного обобщения.

3. Переидем к статистическому анализу точностных характеристик метода ESPRIT в случае $I=1$. Будем искать дисперсию оценки УК источника при условии конечного числа статистически независимых выборок J , считая, что используется рассмотренный выше алгоритм отыскания обобщенных собственных чисел. Учитывая, что на практике матрицы R_{BB} и R_{BC} оцениваются на конечном временном интервале, будем иметь следующие соотношения для оценок этих матриц:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{BB} &= \frac{1}{J} \sum_{i=1}^J B(t_i) B^*(t_i), \\ \hat{R}_{BC} &= \frac{1}{J} \sum_{i=1}^J B(t_i) C^*(t_i). \end{aligned} \quad (8)$$

По аналогии с [3] введем матрицы ошибок:

$$\varepsilon = \hat{R}_{BB} - R_{BB}, \quad \delta = \hat{R}_{BC} - R_{BC}. \quad (9)$$

Считая каждую компоненту векторов $B(t_i)$ и $C(t_i)$ комплексным гауссовым случайным процессом с нулевым средним значением, учитывая (8) и временную статистическую независимость выборок входных сигналов и используя формулу для размыкания комплексных гауссовых случайных величин [11], получаем, что

$$\begin{aligned}
<\varepsilon_{iz} \varepsilon_{pq}^*> &= <\delta_{iz} \delta_{pq}^*> = \frac{1}{J} (R_{BB})_{ip} (R_{BB}^*)_{zq}, \\
<\varepsilon_{iz} \varepsilon_{pq}> &= \frac{1}{J} (R_{BB})_{iq} (R_{BB})_{pz}, \\
<\delta_{iz} \delta_{pq}> &= \frac{1}{J} (R_{BC})_{iq} (R_{BC})_{pz}, \\
<\varepsilon_{iz} \delta_{pq}^*> &= \frac{1}{J} (R_{BB})_{ip} (R_{BC}^*)_{zq}, \\
<\delta_{iz} \delta_{pq}> &= \frac{1}{J} (R_{BC})_{iq} (R_{BB})_{pz},
\end{aligned} \tag{10}$$

где (*) - знак комплексного сопряжения. Выборочную оценку матрицы $P(\gamma)$ запишем в виде

$$\hat{P}(\gamma) = \hat{R}_{BB} - \sigma_{\text{ш}}^2 E_N - \gamma \hat{R}_{BC}, \tag{11}$$

где для простоты считается, что мощность собственного шума известна точно. Отметим, что это предположение соответствует ситуации, когда мощность собственного шума измеряется заранее по числу выборок, существенно превышающему J .

Коэффициент характеристического многочлена $\det\{\hat{P}(\gamma) - \lambda E_N\}$ матрицы $\hat{P}(\gamma)$ при I -й степени λ

$$\hat{q}_I(\gamma) = \hat{c}_0 \gamma^I + \hat{c}_1 \gamma^{I-1} + \dots + \hat{c}_I. \tag{12}$$

В рассматриваемом случае одного источника ($I=1$)

$$\hat{q}_1(\gamma) = \hat{c}_0 \gamma + \hat{c}_1. \tag{13}$$

Учитывая, что сумма главных миноров первого порядка есть след матрицы, имеем, что $\hat{q}_1(\gamma) = \text{Tr}(\hat{P}(\gamma))$. Вычисляя по этой формуле значения $\hat{q}_1(\gamma)$ при $\gamma=0$ и $\gamma=1$ с учетом соотношений

$$\begin{aligned}
R_{BB} &= \sigma_{\text{ш}}^2 E_N + \sigma_1^2 F_1 F_1^*, \\
R_{BC} &= \sigma_1^2 \exp(-jk\Delta m_1) F_1 F_1^*, \\
F_1^* F_1 &= N
\end{aligned} \tag{14}$$

и формул (9), (13), получаем, что

$$\begin{aligned}
\hat{c}_0 &= -(\sigma_1^2 N \exp(-jk\Delta m_1) + \text{Tr}(\delta)), \\
\hat{c}_1 &= \sigma_1^2 N + \text{Tr}(\varepsilon).
\end{aligned} \tag{15}$$

Единственное обобщенное собственное значение γ_1 матричной пары $\{\hat{R}_{BB} - \sigma_{\text{ш}}^2 E_N, \hat{R}_{BC}\}$ есть решение линейного уравнения

$$\hat{c}_0 \gamma + \hat{c}_1 = 0 \tag{16}$$

со случайными коэффициентами c_0 , c_1 , зависящими от величин $\text{Tr}(\epsilon)$, $\text{Tr}(\delta)$. Для статистических характеристик этих величин с учетом (10) получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\langle \text{Tr}(\epsilon) \rangle &= \langle \text{Tr}(\delta) \rangle = 0, \\ \langle \text{Tr}(\epsilon)^2 \rangle &= \langle |\text{Tr}(\epsilon)|^2 \rangle = \langle |\text{Tr}(\delta)|^2 \rangle = -\frac{1}{J} \text{Tr}(R_{\text{BB}}^2), \\ \langle \text{Tr}(\delta)^2 \rangle &= \frac{1}{J} \text{Tr}(R_{\text{BC}}^2), \\ \langle \text{Tr}(\epsilon) \text{Tr}(\delta) \rangle &= \langle \text{Tr}(\epsilon)^* \text{Tr}(\delta) \rangle = \frac{1}{J} \text{Tr}(R_{\text{BB}} R_{\text{BC}}).\end{aligned}\quad (17)$$

Будем искать решение (16) в виде

$$\hat{\gamma}_1 = \gamma_1 + \Omega, \quad (18)$$

где $\gamma_1 = \exp(jk\Delta t_1)$, а Ω – случайная величина. Учитывая (15), получаем, что

$$\Omega = \frac{\text{Tr}(\epsilon) - \gamma_1 \text{Tr}(\delta)}{\text{Tr}(\delta) + \sigma_1^2 N \gamma_1^*}. \quad (19)$$

Используя (17), а также полагая, что мощность источника достаточно велика ($\sigma_1^2 N \gg \sigma_{\text{III}}^2$) и что число выборок существенно превышает единицу ($J \gg 1$), будем иметь

$$\frac{\langle |\text{Tr}(\delta)|^2 \rangle}{\sigma_1^4 N^2} \approx \frac{1}{J} \ll 1 \quad (20)$$

и, следовательно, можно воспользоваться разложением знаменателя (19) в ряд. Ограничиваюсь двумя членами разложения, получаем

$$\Omega \approx \frac{\text{Tr}(\epsilon) - \gamma_1 \text{Tr}(\delta)}{\sigma_1^2 N \gamma_1^*} \left(1 - \frac{\text{Tr}(\delta)}{\sigma_1^2 N \gamma_1^*} \right). \quad (21)$$

Используя (17), из (21) будем иметь

$$\begin{aligned}\langle \Omega \rangle &= -\frac{\gamma_1}{JN(\sigma_1/\sigma_{\text{III}})^2}, \\ \langle \Omega^2 \rangle &= \frac{\gamma_1^2}{JN(\sigma_1/\sigma_{\text{III}})^4}, \\ \langle |\Omega|^2 \rangle &= \frac{2}{JN(\sigma_1/\sigma_{\text{III}})^2} \left(1 + (\sigma_1/\sigma_{\text{III}})^{-2} \right).\end{aligned}\quad (22)$$

С другой стороны, решение уравнения (16) можно представить в следующем виде:

$$\hat{\gamma}_1 = \gamma_1 (1 + \alpha) \exp(j\eta), \quad (23)$$

где α и η характеризуют амплитудные и фазовые ошибки оценивания обобщенного собственного числа γ_1 при использовании конечного числа выборок. Считая, что $\langle \alpha^2 \rangle \ll 1$ и $\langle \eta^2 \rangle \ll 1$ (т. е., что J достаточно велико), будем иметь

$$\Omega \approx \gamma_1 (\alpha + j\eta). \quad (24)$$

Из соотношений (22) и (24) получаем

$$\begin{aligned} <\eta>=0, \quad <\alpha>=-\frac{1}{JN(\sigma_1/\sigma_{III})^2}, \\ <\eta^2>=\frac{1}{JN(\sigma_1/\sigma_{III})^2}(1+0.5(\sigma_1/\sigma_{III})^{-2}), \\ <\alpha^2>=\frac{1}{JN(\sigma_1/\sigma_{III})^2}(1+1.5(\sigma_1/\sigma_{III})^{-2}). \end{aligned} \quad (25)$$

Тогда с учетом (23), (25) окончательно будем иметь следующие выражения для точностных характеристик одномерного метода ESPRIT [5] в случае одного источника излучения:

$$\begin{aligned} <\delta\theta>=0, \\ <\delta\theta^2>=\frac{1}{(2\pi)^2 JN(\Delta/\lambda)^2 (\sigma_1/\sigma_{III})^2 \sin^2 \theta_1} (1+0.5(\sigma_1/\sigma_{III})^{-2}), \end{aligned} \quad (26)$$

где $\delta\theta=\theta_1-\hat{\theta}_1$, θ_1 - истинная УК источника, $\hat{\theta}_1$ - оценка УК θ_1 , полученная рассматриваемым методом с использованием J статистически независимых выборок входных сигналов АР. При большом отношении сигнал/шум ($(\sigma_1/\sigma_{III})^2 \gg 1$) второе выражение (26) упрощается:

$$<\delta\theta^2>=\frac{1}{(2\pi)^2 JN(\Delta/\lambda)^2 (\sigma_1/\sigma_{III})^2 \sin^2 \theta_1}. \quad (27)$$

Таким образом, точность определения УК источника снижается при уменьшении числа выборок, числа элементов АР, отношения сигнал/шум, проекции волнового фронта источника на локальную базу Δ и отношения размера локальной базы к длине волны. При этом точность оценки θ_1 в конечном итоге определяется характерными размерами локальной геометрии АР, хотя наличие большого числа групп элементов с одинаковой локальной геометрией приводит к повышению точности пеленгации источника за счет эффекта усреднения по числу этих групп. Отметим также, что согласно (26) оценка УК источника в рамках сделанных приближений является несмешенной.

4. Перейдем теперь к статистическому анализу точностных характеристик двумерного обобщения [8] метода ESPRIT. Поскольку в двумерном случае две подрешетки не обеспечивают однозначного определения пар УК, полагаем, что АР состоит из трех подрешеток, первая из которых имеет произвольные неизвестные характеристики элементов и геометрию, а две другие образованы путем параллельного переноса первой под действием двух постоянных, неколлениарных векторов сдвига Δ и Δ' [7, 8]. Такая АР представляет из себя N произвольным образом расположенных друг относительно друга групп приемных элементов. Каждая такая группа состоит из трех элементов с идентичными характеристиками и имеет одинаковую локальную геометрию.

В [8] показано, что для однозначного определения УК требуется найти J пар чисел $\{\gamma, \xi\}$, при которых одновременно понижается на единицу ранг следующих матриц:

$$\begin{aligned} P(\gamma)=R_{BB}-\sigma_{III}^2 E_N - \gamma R_{BC}, \\ M(\xi)=R_{BB}-\sigma_{III}^2 E_N - \xi R_{BD}, \\ G(\gamma, \xi)=P(\gamma)+M(\xi), \end{aligned} \quad (28)$$

где автокорреляционная матрица сигналов, принятых первой подрешеткой, определяется первым из соотношений (2), а

$$R_{BC} = \langle B(t) C^*(t) \rangle = A Q \xi_1^* A^* \quad (29)$$

$$R_{BD} = \langle B(t) D^*(t) \rangle = A Q \xi_2^* A^*$$

- взаимокорреляционные матрицы сигналов, принятых первой и второй, а также первой и третьей подрешетками. Здесь $D(t)$ - вектор входных сигналов третьей подрешетки,

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \text{diag}\{\exp[jk(\Delta_x m_1 + \Delta_y n_1)], \dots, \exp[jk(\Delta_x m_I + \Delta_y n_I)]\}, \\ \xi_2 &= \text{diag}\{\exp[jk(\Delta'_x m_1 + \Delta'_y n_1)], \dots, \exp[jk(\Delta'_x m_I + \Delta'_y n_I)]\} \end{aligned} \quad (30)$$

- диагональные унитарные матрицы размерности $I \times I$; $\Delta_x, \Delta_y, \Delta'_x, \Delta'_y$ - проекции векторов \vec{A} и \vec{A}' на оси X и Y декартовой системы координат (оси выбираются в плоскости, определяемой векторами \vec{A} и \vec{A}'), $m_i = \cos(\theta_i)$ и $n_i = \cos(\psi_i)$ - направляющие косинусы для i -го источника. УК источников определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \exp[jk(\Delta_x m_i + \Delta_y n_i)], \\ \xi_i &= \exp[jk(\Delta'_x m_i + \Delta'_y n_i)], \end{aligned} \quad (31)$$

где $\{\gamma_i, \xi_i\}$, $i=1, 2, \dots, I$ - I пар чисел γ и ξ , при которых одновременно понижается на единицу (с I до I-1) ранг матриц (28).

На практике корреляционные матрицы R_{BB} , R_{BC} и R_{BD} известны неточно, так как оцениваются по конечному числу статистически независимых выборок векторов входных сигналов. Оценки матриц R_{BB} и R_{BC} определяются соотношениями (8). Оценка матрицы R_{BD} имеет аналогичный вид:

$$\hat{R}_{BD} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^J B(t_i) D^*(t_i). \quad (32)$$

В двумерном случае выражения для точностных характеристик могут быть получены по аналогии с одномерным случаем, однако вычисления носят существенно более громоздкий характер. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные выражения для данных характеристик для случая $I=1$, справедливые в рамках тех же предположений, которые использовались при выводе соотношений (26), (27):

$$\langle \delta \theta \rangle = \langle \delta \psi \rangle = 0, \quad (33a)$$

$$\langle \delta \theta^2 \rangle = \frac{\lambda^2 (\Delta_y^2 + \Delta'_y^2 - \Delta_y \Delta'_y)}{(2\pi)^2 J N (\Delta_x \Delta'_y - \Delta'_x \Delta_y)^2 (\sigma_1 / \sigma_{III})^2 \sin^2 \theta_1}, \quad (33b)$$

$$\langle \delta \psi^2 \rangle = \frac{\lambda^2 (\Delta_x^2 + \Delta'_x^2 - \Delta_x \Delta'_x)}{(2\pi)^2 J N (\Delta_x \Delta'_y - \Delta'_x \Delta_y)^2 (\sigma_1 / \sigma_{III})^2 \sin^2 \psi_1}, \quad (33b)$$

$$\langle \delta \theta \delta \psi \rangle = \frac{\lambda^2 (\Delta_x \Delta_y + \Delta'_x \Delta'_y - 0.5 (\Delta_x \Delta'_y + \Delta'_x \Delta_y))}{(2\pi)^2 J N (\Delta_x \Delta'_y - \Delta'_x \Delta_y)^2 (\sigma_1 / \sigma_{III})^2 \sin \theta_1 \sin \psi_1}, \quad (33g)$$

где $\delta\theta = \theta_1 - \hat{\theta}_1$, $\delta\psi = \psi_1 - \hat{\psi}_1$.

Из полученных соотношений следует, что двумерные оценки УК являются несмещеными, а также, что точность пеленгации источника как и в одномерном случае снижается при уменьшении числа выборок, числа элементов подрешетки, отношения сигнал/шум и проекций волнового фронта на локальные базы \tilde{A} и \tilde{A}' . Кроме того, в двумерном случае пеленгационная способность зависит не только от длин векторов \tilde{A} и \tilde{A}' , но и от взаимного расположения данных векторов. Следует отметить, что в двумерном случае имеется взаимная корреляция ошибок $\delta\theta$ и $\delta\psi$, которая описывается соотношением (33г). Соотношения (33б), (33в) переходят в (27) при $\Delta_x=0$, $\Delta_y=\Delta$, $\Delta'_x=\Delta$, $\Delta'_y=0$, что соответствует ортогональному расположению векторов \tilde{A} и \tilde{A}' . При этом точностные характеристики одномерного метода [5] и двумерного метода [8] становятся одинаковыми.

5. В заключение приведем результаты численного моделирования работы одномерного метода [5] в условиях выборочного формирования корреляционных матриц. Данное моделирование проводилось для решетки регулярной структуры, как частного случая случайной решетки. Считалось, что АР линейная и эквидистантная, ее элементы изотропны, а разбиение на подрешетки было выбрано таким же, как в работе [7], и

показано на рис.1. Вторая подрешетка задавалась сдвинутой относительно первой на $\Delta=d/2$ вправо вдоль линии апертуры. Считалось, что $d=\lambda/2$, $N=4$, а также что на АР воздействует сигнал от одиночного точечного источника излучения с $(\sigma_1/\sigma_{ш})^2=20$ дБ. В первом численном эксперименте фиксировалась УК источника ($\theta_1=30^\circ$) и варьировалось

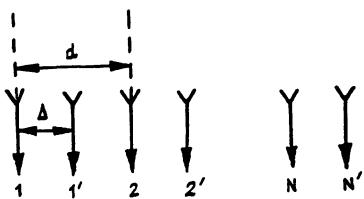


Рис. 1.

число выборок J . На рис. 2 точками изображены значения среднеквадратичного отклонения σ_θ оценки УК источника, полученные с помощью моделирования при различных объемах выборки J . При этом для каждого значения J проводилось усреднение по десяти независимым испытаниям. На этом же рисунке плавной кривой изображена теоретическая зависимость $\sigma_\theta(J)$, полученная по формуле (27). Во втором численном эксперименте фиксировался объем выборки ($J=2000$) и варьировалась УК источника. Соответствующие значения σ_θ изображены точками на рис. 3.

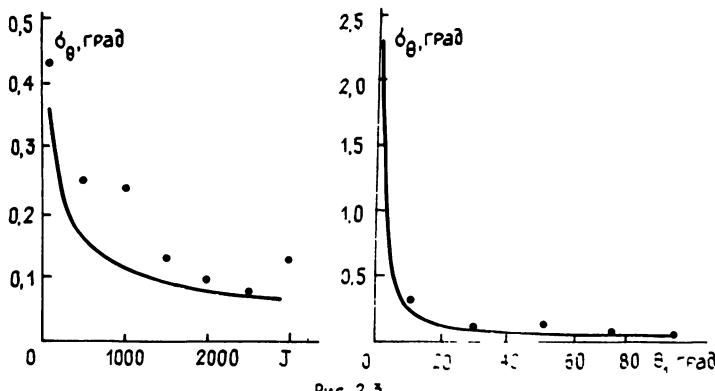


Рис 2,3

Данные усреднены по десяти независимым испытаниям для каждого значения УК. Плавной кривой представлена теоретическая зависимость $\sigma_e(\theta_1)$, полученная по формуле (27). Сравнение теоретических результатов и данных численного моделирования свидетельствует об их достаточно хорошем соответствии, хотя теоретическая оценка σ_e дает несколько заниженные значения этого параметра.

Таким образом, соотношения (26), (27), (33) могут быть использованы при расчете пеленгационной способности методов [5, 8] оценивания УК источников излучения в АР с неизвестной глобальной геометрией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейбриэл У. Ф. // ТИИЭР. 1980. Т. 68. № 6. С. 19.
2. Джонсон Д. Х. // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 9. С. 126.
3. Гершман А. Б., Ермолов В. Т., Флаксман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 11. С. 1374.
4. Loo Y. T. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1964. V. 12. N 3. P. 257.
5. Полградж А., Рой Р., Кайлатх Т. // ТИИЭР. 1986. Т. 74. № 7. С. 165.
6. Roy R., Paulraj A., Kailath T. // Proc. Soc. Photo.-Opt. Instrum. Eng. 1986. V. 696. P. 94.
7. Манжос В. Н., Руднев Л. Н. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1989. Т. 32. № 4. С. 69.
8. Гершман А. Б., Угриновский Р. А. // Радиотехника. 1990. № 1. С. 71.
9. Золтовски М. // ТИИЭР. 1987. Т. 75. № 11. С. 122.
10. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. -М.: Наука, 1988. -552с.
11. Евсиков Ю. А., Чапурский В. В. Преобразование случайных процессов в радиотехнических устройствах. -М.: Высшая школа, 1977. -264с.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
10 мая 1990 г.

STATISTICAL PERFORMANCE OF NONLINEAR BEARING ESTIMATION ESPRIT-TYPE METHODS IN ANTENNA ARRAYS WITH UNKNOWN GENERAL GEOMETRY

A. B. Gershman, V. I. Turchin, R. A. Ugrinovsky

A statistical performance of ESPRIT-type bearing estimation methods in antenna arrays with unknown general geometry for one- and two-dimensional cases is studied. Analytical and simulation results are compared.

УДК 681.7.068

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВОЛОКОННОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА САНЬЯКА КАК МИКРОФАЗОМЕТРА

И. А. Андронова, В. М. Геликонов, Ю. А. Мамаев, А. А. Туркин

Рассмотрены возможности использования кольцевого волоконного интерферометра в качестве равноплечего микрофазометра для измерения фазовой модуляции, которая может возникать при каком-либо физическом воздействии (акустический сигнал, магнитное поле и т. д.). Проанализированы условия получения максимальной чувствительности датчика для случая, когда в кольце размещен оптический делитель с 90-градусным фазовым сдвигом или когда на одном из концов волоконного кольца применяется дополнительная фазовая модуляция. Экспериментально возможностями кольцевого микрофазометра продемонстрированы на макете цельноволоконного интерферометра Саньяка на длину волны 0,85 мкм; измеренная предельная чувствительность $3 \cdot 10^{-7}$ рад.

Идея использования кольцевого волоконного интерферометра для целей гироскопии [1] основана на том, что такой интерферометр является равноплечим, т. е. начальная разность фаз волн, распространяющихся во встречных направлениях, в отсутствие вращения равна нулю. Однако уже первые эксперименты, проведенные с интерферометрами на изотропных волокнах, показали отличие от нуля начальной разности фаз. Поэтому в большинстве работ, которые были опубликованы по кольцевым волоконным гироскопам, уделялось достаточно много внимания возможным причинам, приводящим к появлению на выходе интерферометра невзаимного фазового сдвига, не связанного с вращением, и методам его устранения.

К настоящему времени причины появления паразитной невзаимности достаточно хорошо изучены и предложены пути ее преодоления (пространственная и поляризационная фильтрация, использование широкополосных источников, двупреломляющего волокна и т. д.), созданы макеты достаточно равноплечих интерферометров на высококачественном двупреломляющем волокне.

Учитывая большие научные и технические усилия, предпринимаемые на пути разработки высокостабильных равноплечих кольцевых волоконных интерферометров для целей гироскопии, представляется интересным проанализировать альтернативные возможности их использования как микрофазометров и как дифференциальных микрофазометров. Следует отметить, что хотя чувствительность кольцевого интерферометра к внешним воздействиям была известна специалистам с начала исследований и упоминание о кольцевых датчиках в акустике содержится в обзоре [2], непоследовательного анализа характеристик таких датчиков, путей их оптимизации и анализа предельных возможностей не проводилось. Цель данной работы - провести теоретический и экспериментальный анализ характеристик и предельных возможностей кольцевых равноплечих интерферометров как микрофазометров, которые могут быть использованы для построения динамических фазометрических датчиков, в том числе диффе-

ренициальных датчиков таких физических величин, как акустический сигнал, магнитное поле и др.

Для того чтобы понять преимущество равноплечей схемы перед традиционными схемами двуплечих интерферометров типа Маха - Цендера, Майкельсона и т. п., проанализируем выражение для порогового сигнала в традиционных схемах. Выражение для порогового значения измеряемой фазы $\Phi_{\text{пор}}$ на частоте наблюдения F при отношении сигнал/шум, равном единице, используя результаты [3], запишем в следующем виде:

$$\Phi_{\text{пор}}(F) = \sqrt{\left[\frac{e}{i\gamma^2} (1 + \xi^2) + \left(\frac{2\pi\Delta l}{c} \right)^2 \Delta\nu_F^2 \right] \Delta F}, \quad (1)$$

при этом первый член в подкоренном выражении - результат дробового эффекта (e - заряд электрона, i - фототок, пропорциональный интенсивности света, γ - коэффициент видности интерференционной картины) и флюктуаций интенсивности лазера $\xi^2 = M_F^2 i / (4e)$ (M_F^2 - спектральная плотность флюктуаций интенсивности на частоте наблюдения F), второй член - результат влияния частотных флюктуаций ($\Delta\nu_F^2$ - спектральная плотность частотных флюктуаций), существенно зависящий от разности длин плеч Δl интерферометра, c - скорость света, ΔF - полоса приема.

Отсюда видно, что основным источником шума в таких схемах является частотные флюктуации запитывающего лазерного источника, вклад которых пропорционален разности длин плеч.

В случае полупроводниковых источников техническая ширина линии составляет единицы и десятки мегагерц; снижение пороговой чувствительности за счет частотных флюктуаций даже при небольшом неравенстве длин плеч интерферометра может быть значительным. Поэтому создаются компенсационные схемы с автоподстройкой, позволяющие не только поддерживать режим интерференции, необходимый для получения максимальной чувствительности, но и компенсировать возникающую разность длин плеч.

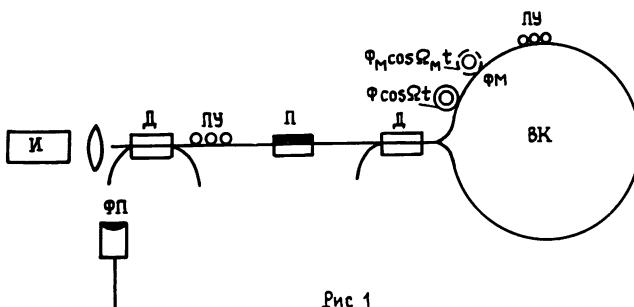


Рис 1

Рассмотрим наиболее распространенную схему кольцевого волоконного интерферометра, в которой используется фазовая модуляция на одном из концов волоконного кольца (рис. 1). Свет от источника И с помощью линзовой системы вводится в одномодовое волокно, далее излучение проходит через волоконный делитель Д, поляризационный управитель ПУ, волоконный поляризатор П и второй делитель Д. В волоконном кольце ВК расположен фазовый модулятор ФМ и дополнительный поляризационный управитель ПУ. С выхода делителя излучение попадает на фотоприемник ФП. В фототоке i на выходе интерферометра на частоте модуляции Ω имеются составляющие интенсивности, зависящие от разности фаз $\Delta\phi$ встречных волн и амплитуды фазовой модуляции Φ как

$$i = \alpha I_0 [1 + J_0(\psi) \cos \Delta\varphi + 2J_1(\psi) \sin \Delta\varphi \cos \Omega(t - \tau/2) -$$

$$- 2J_2(\psi) \cos \Delta\varphi \cos 2\Omega(t - \tau/2) + \dots], \quad (2)$$

где I_0 – интенсивность излучения на выходе интерферометра, α – коэффициент пропорциональности между фототоком и интенсивностью света, $J_n(\psi)$ – функция Бесселя n -го рода m -го порядка, $\psi = 2\Phi \sin(\Omega t/2)$, $t = Ln/c$ – время прохождения волной по кольцу длиной L в случае расположения модулятора на конце волоконного кольца, n – показатель преломления волокна. Два знака в (2) соответствуют расположению сигнальной катушки на одном из двух противоположных концов волокна.

Анализ выражения (2) показывает, что интерферометр Саньяка может быть использован двояким образом: либо при наличии стационарной модуляции для измерения разности фаз $\Delta\varphi$, либо при наличии достаточно большой стационарной фазовой невзаимности – для измерения фазовой модуляции, возникающей на одном из концов волоконного кольца. Для малых амплитуд модуляции $\Phi \ll \pi/2$ из (2) после разложения соответствующей функции Бесселя в ряд получаем, что Φ выражается через амплитуду первой гармоники фототока $i(\Omega)$ следующим образом:

$$\Phi = i(\Omega) / [2\alpha I_0 \sin \Delta\varphi \sin(\Omega t/2)]. \quad (3)$$

В отсутствие фазовой невзаимности ($\Delta\varphi = 0$) кольцевой интерферометр является уже квадратичным датчиком; при этом квадрат искомой фазы выражается через амплитуду второй гармоники фототока:

$$\Phi^2 = i(2\Omega) / [\alpha I_0 \sin^2(\Omega t/2)]. \quad (4)$$

Для повышения чувствительности измерения Φ , как следует из (3), желательно, чтобы $|\sin(\Omega t/2)| \approx 1$ и $|\sin \Delta\varphi| \approx 1$. Выполнение первого условия для всех Ω невозможно, поэтому надо выбирать длину волокна так, чтобы это условие было выполнено для рабочего диапазона частот. При уменьшении частоты чувствительность датчика будет падать (выделение сигнала осуществляется с помощью фазового детектора); такая ситуация типична для интерференционных фазометрических схем с гетеродинным приемом, в которых пороговый сигнал растет при уменьшении частоты модуляции.

Выполнение условия $|\sin \Delta\varphi| = 1$, т. е. $\Delta\varphi = \pm 90^\circ$, возможно на пути создания невзаимного набега фазы с помощью эффекта Фарадея в волокне; однако это условие можно также реализовать при помощи оптического делителя на выходе интерферометра с применением поглощающих слоев [4]. Использование поглощающего делителя в волоконном интерферометре Саньяка было предложено в [5], где делительная пластинка была выполнена из оптически тонкой пленки германия, нанесенной на стеклянную подложку. В случае одного поглощающего слоя 90-градусный сдвиг достигается, вообще говоря, при различных интенсивностях отраженного и прошедшего света. Для того чтобы примерно уравнять интенсивности отраженного и прошедшего лучей при сохранении 90-градусного фазового сдвига, можно использовать двухслойную металлизированную структуру с интерференционным диэлектрическим слоем поверх металлической пленки. Проведенный нами расчет показал, что на волне 0,63 мкм такой оптический делитель можно получить на основе пленки никеля толщиной ~ 115 Å с диэлектрическим слоем из ZnS с фазовой толщиной 155° или пленки кобальта толщиной ~ 130 Å с покрытием из ZnS с фазовой толщиной 145°, а на волне 0,85 мкм – на основе пленки никеля толщиной ~ 120 Å и слоя из ZnS с фазовой толщиной 153°.

или пленки кобальта толщиной ~ 105 Å с покрытием из Zn S с фазовой толщиной 162°.

Измерение фазовой модуляции с помощью интерферометра Саньяка можно осуществить и без оптического делителя с поглощением, а используя дополнительный фазовый модулятор (обозначен пунктиром на рис. 1), создающий фазовую невзаимность за счет его несимметричного расположения по отношению к распространяющимся в волоконном кольце встречным волнам (в частности, на одном из концов волокна). В этом методе измерения свет, проходящий через волокно, будет испытывать двойную модуляцию — одна будет осуществляться на катушке собственно датчика (чувствительного элемента) какой-либо физической величины ($\Phi \cos \Omega t$), а другая — с помощью дополнительного фазового модулятора ($\Phi_M \cos \Omega_M t$). При этом длина волокна на катушке датчика и фазового модулятора много меньше общей длины интерферометра.

В этом случае выражение для фототока на выходе интерферометра, как нетрудно получить, используя результаты [1], будет иметь следующий вид:

$$i = \alpha I_0 \{ 1 + J_0(\psi) J_0(\psi_M) \cos \Delta\varphi + 2J_1(\psi) J_0(\psi_M) \sin \Delta\varphi \times$$

$$\times \cos \Omega(t - \tau/2) + 2J_1(\psi) \cos \Delta\varphi [J_1(\psi_M) \cos(\Omega + \Omega_M)(t - \tau/2) +$$

$$+ J_1(\psi_M) \cos(\Omega - \Omega_M)(t - \tau/2) - J_3(\psi_M) \cos(\Omega + 3\Omega_M)(t - \tau/2) -$$

$$- J_3(\psi_M) \cos(\Omega - 3\Omega_M)(t - \tau/2) + \dots] + \dots \}, \quad (5)$$

где $\psi_M = 2\Phi_M \sin(\Omega_M \tau/2)$.

Из (5) следует, что при $\Delta\varphi = 0$ искомый сигнал Φ будет измеряться на частотах, соответствующих сумме или разности частоты модуляции Ω_M (а также ее нечетных гармоник) и частоты сигнала Ω . Верхний и нижний знаки относятся, соответственно, к случаям расположения сигнальной и модулирующей катушек на одном и противоположных концах волокна. Наличие двух знаков в (5) позволяет сделать вывод, что любое изменение фазы в волокне, проводимое симметрично относительно центра волоконного кольца, не проявляется в выходном сигнале. Поэтому кольцевой интерферометр можно использовать не просто как фазометрический датчик, но и как дифференциальный датчик, который измеряет разность воздействия на две одинаковые сигнальные катушки, расположенные на двух симметрических концах волоконного кольца.

Следует отметить, что при использовании интерферометра Саньяка для измерения вращения оптимизация рабочей точки определяется из условия $\sin \Delta\varphi = 0$ (в отсутствие вращения). В том случае, когда интерферометр Саньяка используется как микрофазометр, оптимальная рабочая точка соответствует условию $\sin \Delta\varphi = 1$ и при этом изменения $\Delta\varphi$ на величину много меньше $\pi/2$ не столь критичны, как в первом случае. При использовании когерентных источников обратное рассеяние может вносить погрешности, поскольку пути, проходимые рассеянными и основными волнами, различны и за счет разности путей на результаты интерференции могут оказывать влияние частотные флуктуации. Пороговый сигнал кольцевого микрофазометра, исходя из (2), можно записать в виде

$$\Phi_{\text{пор}} = \sqrt{e/i\gamma^2(1 + \xi^2)\Delta F} [2 \sin \Delta\varphi \sin(\Omega t/2)]^{-1} \quad (6)$$

для случая невзаимного делителя, и в виде

$$\Phi_{\text{пор}} = \sqrt{e/i\gamma^2(1 + \xi^2)\Delta F} [2J_1(\psi_m) \sin(\Omega t/2)]^{-1} \quad (7)$$

- в случае двойной фазовой модуляции.

Экспериментальное исследование работы интерферометра Саньяка как микрофазометра проводилось на макете, созданном для исследования чувствительности интерферометра к вращению [6]. Макет цельноволоконного кольцевого интерферометра на волну 0,85 мкм был собран по стандартной схеме (см. рис. 1), хорошо известной в литературе [7]. Макет содержал 500 м изотропного цилиндрического волокна, намотанного на катушку диаметром 18 см. Источником излучения служил одномодовый многочастотный полупроводниковый лазер ИЛПН-204, работающий на волне 0,85 мкм. Запуск света в волокно проводился за счет юстировки торца волокна в фокальной плоскости линзовой системы на выходе лазера. Коэффициент ввода составлял ~15%. В качестве волоконных элементов использовались полированные делители с твердеющей иммерсией, поляризатор с металлической пленкой, изготовленный на основе половинки делителя [8,9]. Коэффициент экстинкции поляризатора был ~50 дБ. Все элементы (делители и поляризатор) соединялись с помощью сварки. Контроль потерь в сварочных стыках, в делителях и поляризаторе показал, что они не превышают 0,3 дБ в каждом. Модуляция фазы излучения осуществлялась подачей переменного напряжения на пьезоцилиндр диаметром 30 мм, на который была намотана небольшая часть (~2,5 м) волокна интерферометра. Несовершенство созданного макета состояло в появлении на выходе дополнительной разности фаз, нестабильность которой приводила к дрейфу выходного сигнала в отсутствие вращения.

Несмотря на несовершенство макета (наличие дрейфа) проведение измерений с целью демонстрации работоспособности и чувствительности схемы в режиме микрофазометрии оказалось возможным благодаря наличию двух поляризационных управителей (поляризационные управители описаны в [10]), с помощью которых можно было провести компенсацию начальной разности фаз и оптимизацию мощности выходного сигнала. Поскольку в интерферометре не было двух одинаковых катушек, на пьезомодулятор подавалось два напряжения: модулирующее напряжение с частотой 200 кГц и амплитудой $\Phi_m \approx 1$ и второе напряжение на частоте от 200 Гц до 180 кГц, имитирующее сигнал, для которого выполнялось условие $\psi \ll 1$. При подаче на пьезоцилиндр одного из двух напряжений на выходе фотоприемника наблюдались лишь четные гармоники частот модуляции. При подаче же обоих напряжений появлялись спектральные компоненты на частотах $(2k + 1) \Omega_m \pm \Omega$ (где $k = 0, 1, 2, \dots$), как видно на фото рис. 2а, причем амплитуда сигнала на частоте $\Omega_m \pm \Omega$ существенно превышала амплитуду сигнала на второй гармонике 2Ω в отсутствие модулирующего напряжения.

На эксперименте был получен линейный отклик сигнала на указанных частотах от Φ (при $\psi \ll 1$) в случае двойной модуляции и показана возможность получения его максимального значения подбором величины модулирующего напряжения, что соответствует максимуму функции Бесселя $J_1(\psi_m)$. Кроме того, фото на рис. 2б демонстрирует спектральные компоненты сигнала на выходе интерферометра при подаче опорной модуляции в виде меандра на частоте ~ 2 кГц. Сложная форма отклика на меандр связана с преобразованием сигнала пьезоцилиндром.

Перейдем к рассмотрению пороговой чувствительности.

Экспериментальное исследование флуктуаций проводилось при фототоке на выходе интерферометра $\sim 2 \text{ мА}$. При таком токе превышение избыточных флуктуаций для полупроводникового лазера ИЛПН-204 над дробовым шумом составило $\xi \approx 2,4$, что соответствует, согласно (7), минимальному значению порогового сигнала $\Phi_{\text{пор}} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ рад}$ при оптимальных условиях наблюдения ($J_1(\psi_M) = \max$) для сигналов, частоты которых удовлетворяют условию $\Omega\tau \approx \pi$ (при длине волокна 500 м это условие выполняется для частот $\Omega \approx 200 \text{ кГц}$). При понижении частоты сигнала пороговое значение растет как $\sin^{-1}(\Omega\tau/2)$.

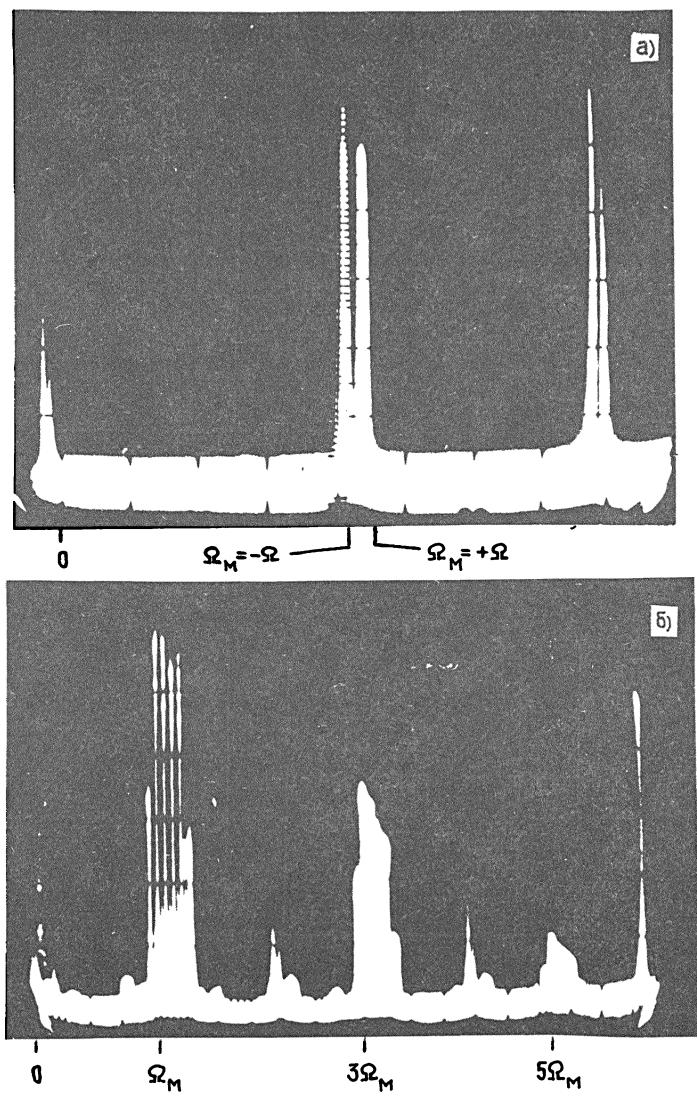


Рис 2

В заключение отметим преимущества и недостатки использования волоконного интерферометра Санъчча в микрофазометрии. Преимущество

рассмотренной схемы состоит в том, что она представляет из себя равноплечую схему и поэтому позволяет избавиться от частотных флуктуаций используемых источников света. Кроме того, она позволяет использовать широкополосные источники, в том числе суперлюминесцентные диоды и многочастотные лазеры. Недостатком является падение предельной чувствительности при уменьшении частоты внешнего воздействия. В этом отношении схема кольцевого интерферометра аналогична гетеродинному приему, который непригоден для измерения квазистатических изменений фазы. Кольцевой интерферометр по сравнению с двуплечими схемами требует длины волокна значительно большей (порядка нескольких сотен метров), чем нужно для создания собственно чувствительного элемента. Таким образом, проведенное рассмотрение и эксперимент показали возможность использования интерферометра Саньяка в качестве микрофазометра.

Авторы выражают благодарность В. И. Леонову за помощь в создании макета цельноволоконного кольцевого интерферометра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fiber-optic rotation sensors and related technologies. / Ed. S.Ezekiel, H.J.Arditty. - Berlin: Springer- Verlag, 1982.
2. Лямшев Л. М. //УФН. 1987. Т. 151. N 3. С. 479.
3. Берштейн И. Л., Зайцев Ю. И. и др. //Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 5. С. 973.
4. Raines K.W., Downs M.J.//Optica Acta. 1978. V.25. N 7. P.549.
5. Ulrich R., Johnson M.//Optics Lett. 1979. V. 4. N 5. P.152.
6. Андronова И. А., Геликонов В. М., Гусовский Д. Д. и др. //ЖТФ. 1990. Т. 60. N 2. С. 216.
7. Bergh R.A., Lefevre H.C., Shaw H.J.//Optics Lett. 1981. V. 6. N 10. P 502.
8. Gruchmann D., Petermann K., Staudigel L., Weidel E.//Proc. 9-th Europ. Conf. Comm., ECOC-83. North Holland, Elsevier Science Publ., 1983. Р. 305.
9. Геликонов В. М., Гусовский Д. Д., Коноплев Ю. Н. и др. //Квантовая электроника. 1990. Т. 17. N 1. С. 87.
10. Lefevre H.C.//Electron. Lett. 1980. V. 16. N 20. P. 778.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
12 февраля 1990 г.

FUNCTIONAL POTENTIALITIES OF A FIBRE SAGNAC INTERFEROMETER AS MICROPHASOMETER

I. A. Andronova, V. M. Gelikonov, Yu. A. Mamaev, A. A. Turkin

The possibilities are considered to use a ring fibre interferometer as an equal-armed microphasometer for measuring phase modulation which can arise under any physical action (acoustic signal, magnetic field, etc). The conditions are analysed for obtaining the maximal detector sensitivity in the case when the optical divider with a quadrature shift is placed in a ring or when at one of the ends of the fibre ring the additional phase modulation is utilized. The potentialities of the ring phasometer are experimentally demonstrated using a model of all-fibre Sagnac interferometer at the wavelength $0,85 \mu$; the measured limit sensitivity is $3 \cdot 10^{-7}$ rad.

УДК 537.533

О ДИОКОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВИНТОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В. К. Лыгин, Ш. Е. Цимлинг, Б. И. Шевцов

Проведено исследование неустойчивости полых винтовых электронных пучков на модели, представляющей собой ламинарный пучок со сглаженным распределением плотности объемного заряда на периферии пучка. Результаты численного анализа неустойчивости свидетельствуют о существенном влиянии краевого распределения заряда на конфигурацию областей неустойчивости и значения инкрементов.

1. Движение электронов, приводящее к диокотронной неустойчивости (ДН) тонких пучков в магнитном поле, преимущественно носит дрейфовый характер, при котором быстрое (циклотронное) вращение частиц не играет существенной роли (см., например, [1]). Это указывает на то, что ДН может иметь место и в полых винтовых электронных пучках (ВЭП), применяющихся в МЦР [2], в которых осцилляторная энергия частиц является превалирующей. Данное утверждение, по-видимому, справедливо при достаточно малых азимутальных индексах, характеризующих возмущение поперечного распределения плотности объемного заряда, когда масштабы пространственных вариаций существенно превосходят ларморовский радиус и шаг. Специфика винтовых пучков МЦР, толщина которых сравнима с ларморовским радиусом, проявляется, однако, в поведении частиц вблизи краев пучка. Модель в виде пучка с прямоугольным распределением плотности пространственного заряда [1] здесь едва ли пригодна, и более адекватным, применительно к исследованию ДН, может служить пучок с плавным спаданием плотности объемного заряда на периферии, обусловленным циклотронным вращением электронов.

Так, на рис. 1а показано распределение $\bar{\rho} = \rho v_z / 2$ нормированной плотности объемного заряда в упрощенной модели ВЭП, ведущие центры которого при невозмущенном движении частиц образуют плоский слой толщины w . Распределение ρ , как легко показать, определяется формулой

$$\rho = \begin{cases} \frac{2 \cdot \frac{j}{V_z} \frac{r_1}{w}}{\pi} \left(\arcsin\left(\frac{y+w}{r_1}\right) - \arcsin\left(\frac{y}{r_1}\right) \right), & 0 \leq y \leq r_1 - w \\ \frac{2 \cdot \frac{j}{V_z} \frac{r_1}{w}}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{y}{r_1}\right) \right), & r_1 - w \leq y \leq r_1 \end{cases} . \quad (1)$$

Здесь ρ - плотность объемного заряда, j - плотность тока, r_1 - ларморовский радиус, V_z - продольная к магнитному полю скорость частиц, y - расстояние от границы слоя до точки наблюдения. Как видно, функция $\rho(y)$ имеет максимум. Однако по мере утолщения слоя высота максимума уменьшается, а ширина области, в которой ρ монотонно спадает до нуля, стремится к r_1 .

Внутри слоя распределение плотности объемного заряда также слабо неоднородно. Указанные результаты относятся к случаю моноскоростного пучка. При учете реального разброса осцилляторных скоростей (см., например, [3]) высота максимума еще более снижается и неоднородность сводится практически к монотонному спаданию плотности объемного заряда в граничных областях пучка, толщина которых порядка ларморовского радиуса.

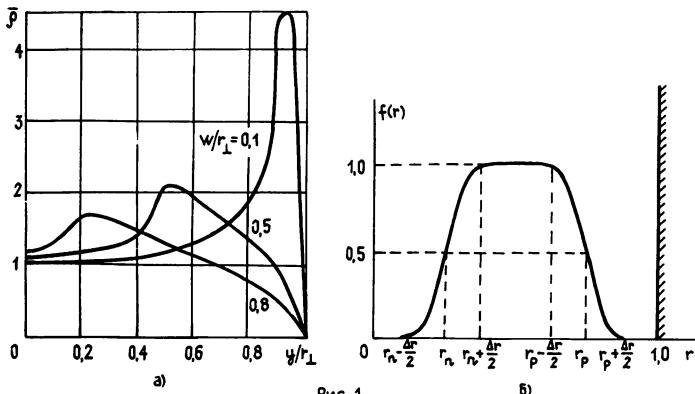


Рис 1

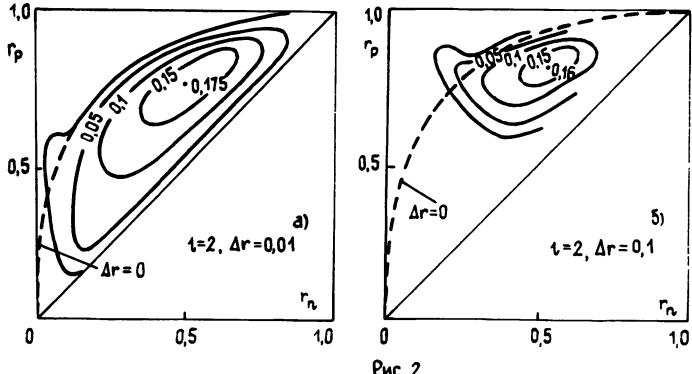


Рис 2

Другим фактором, приводящим к размыванию краев пучка, может быть миграция активного вещества катода в область за границы эмиттирующего пояска [4].

Линейная стадия ДН исследована подробно для резко ограниченных полых пучков с равномерным по радиусу распределением плотности объемного заряда (см., например, [1, 5, 6]). Отметим, что даже в этих простейших случаях дисперсионные уравнения громоздки и их исследование производится по существу лишь численно. Ниже приводятся основные уравнения и результаты расчета ДН в пучках с заданной переменной по радиусу плотностью пространственного заряда. Рассматривается полый аксиально-симметричный электронный пучок в цилиндрическом металлическом канале при наличии однородного магнитного поля \vec{B}_0 , направленного по оси z пучка. Принимается в качестве основного приближения, что движение частиц винтового пучка в дрейфовом приближении определяется теми же уравнениями, что и в пучке с прямолинейными траекториями. Анализ основан на прямом численном поиске комплексных собственных значений (инкрементов) краевой задачи, к которой сводятся самосогласованные линеаризованные уравнения пучка. Исследуется пространственная ДН. Известно, что ДН носит конвективный характер. Поэтому если во входной области пучка отсутствуют временные возму-

щения, но существуют статические нарушения азимутальной симметрии, то развивается чисто пространственная неустойчивость. На достаточных длинах первоначально практически аксиально-симметричный пучок распадается на систему жгутов (нелинейная стадия ДН), что неоднократно регистрировалось экспериментально [7, 8]. В рассматриваемом случае ВЭП указанная постановка задачи диктуется тем, что в магнетронно-инжекторных пушках МЦР, формирующих витовые пучки, применяются режимы температурного ограничения эмиссии. Для них нарушения азимутальной однородности эмиттирующей поверхности существенно определяют асимметрию начального распределения плотности тока и объемного заряда.

2. Представим возмущения потенциала в пучке рядом Фурье:

$$\delta\varphi(r, \theta, z, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \delta\varphi^{(1)}(r, k_z) \exp[i(l\theta + k_z z - \omega t)], \quad (2)$$

где l – азимутальный индекс возмущений, k_z – продольное волновое число. Система самосогласованных уравнений для Фурье-амплитуд электростатического потенциала $\delta\varphi^{(1)}(r, k_z)$ включает уравнение непрерывности, уравнение Пуассона и уравнения движения. Эти уравнения приводят после выражения малых возмущений плотности и скоростей частиц через $\delta\varphi^{(1)}(r, k_z)$ к дифференциальному уравнению относительно $\delta\varphi^{(1)}$ (см., например, [1]). Указанное уравнение для нерелятивистских пучков малой плотности ($\omega_p^2 \ll \Omega_0^2$) при условии

$$|\omega - l\omega_1(r)|^2 \ll \Omega_0^2 \quad (3)$$

и в длинноволновом приближении ($k_z R_c \ll 1$) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r, k_z) \right] - \left(\frac{l}{r} \right)^2 \delta\varphi^{(1)}(r, k_z) = \\ = \Phi(r) l \frac{d\omega_p^2}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r, k_z). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\Omega_0 = (e/m)(B_0/c)$ – циклотронная частота, R_c – радиус проводящего цилиндрического канала, через который проходит пучок, e , m – заряд и масса электрона, c – скорость света, $\omega_p = \frac{e}{m} \frac{E_r^{(0)}(r)}{r}$ – равновесная дрейфовая угловая скорость вращения ведущих центров вокруг оси симметрии z , $E_r^{(0)}(r) = -\frac{m}{c} \frac{1}{r} \int_0^r \xi \omega_p^2(\xi) d\xi$ – радиальная компонента невозмущенного электростатического поля, $\omega_p = [4\pi(e^2/m) \times n^{(0)}(r)]^{1/2}$ – плазменная частота, $n^{(0)}(r)$ – невозмущенное распределение плотности частиц,

$$\Phi(r) = [\Omega_0 r (\omega - l\omega_p(r) - k_z v_z^{(0)})]^{-1}.$$

Отметим, что неравенство (3) эквивалентно условию применимости дрейфового приближения. В частности, уравнение (4) может быть

получено непосредственно, если в качестве уравнений движения использовать дрейфовые уравнения:

$$v_r = \frac{1}{\Omega_0} - \frac{e}{m} E_\theta(r, \theta, z, t), \quad v_\theta = - \frac{1}{\Omega_0} - \frac{e}{m} E_r(r, \theta, z, t),$$

где v_r, v_θ – соответственно радиальная и азимутальная компоненты скорости ведущего центра, E_r, E_θ – радиальная и азимутальная компоненты электростатического поля, усредненные по быстрым осцилляциям вращающихся частиц, r, θ, z – координаты ведущего центра. Амплитуды $\delta\varphi^{(1)}$ должны обращаться в нуль на стенке цилиндрического канала:

$$\delta\varphi^{(1)}(R_c, k_z) = 0. \quad (5)$$

Запишем (4) в безразмерных переменных:

$$\frac{d^2}{dr^2} \delta\varphi^{(1)}(r, X) = \left[\frac{l^2}{r^2} - \frac{2lD(r)}{\Omega - X - lF(r)} \right] \delta\varphi^{(1)}(r, X) - \frac{1}{2} \frac{d}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r, X), \quad (6)$$

где $r = r'/R'_c$ – радиус, $X = k_z' v_z' / \omega_z'$ – волновое число, $\omega_p' = \bar{\omega}_p'^2 / 2\Omega_0'$ – диокотронная частота, $\Omega = \omega' / \omega_p'$ – частота возмущений, $F(r) = (2/r^2) \times \int_0^r \xi f(\xi) d\xi$ – отношение угловой дрейфовой скорости к ω_p' , $f(\xi) = \omega_p'^2 / \bar{\omega}_p'^2$ – плазменная частота или плотность объемного заряда пучка, $\bar{\omega}_p'$ – максимальное значение плазменной частоты, $D(r) = \frac{1}{r} \times \int dr / dr$ – геометрический фактор. Штрихами отмечены размерные переменные. Границное условие (5) в этом случае принимает вид

$$\delta\varphi^{(1)}(1, X) = 0. \quad (7)$$

Численное решение уравнения (6) сводится к нахождению собственных комплексных значений X и собственных функций $\delta\varphi^{(1)}(r, X)$, удовлетворяющих условию (7). Во внутренней области полого пучка, где отсутствует пространственный заряд, уравнение (6) сводится к следующему:

$$\frac{d^2}{dr^2} \delta\varphi^{(1)}(r, X) - \frac{l^2}{r^2} \delta\varphi^{(1)}(r, X) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r, X) = 0. \quad (8)$$

Решение этого уравнения, конечное на оси, имеет вид

$$\delta\varphi^{(1)}(r, X) = Ar^l, \quad (9)$$

где A – константа. Согласно (9)

$$\frac{r}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r, X) = \frac{l}{r} \delta\varphi^{(1)}(r, X). \quad (10)$$

Примем в качестве начальной точки при интегрировании (6) $r = r_\epsilon$, где r_ϵ принадлежит внутренней области полого пучка. Вследствие однород-

ности (6) можно положить

$$\delta\varphi^{(1)}(r_\varepsilon, X) = 1. \quad (11)$$

Тогда из (10)

$$\frac{r}{dr} \delta\varphi^{(1)}(r_\varepsilon, X) = \frac{1}{r_\varepsilon}. \quad (12)$$

Границные условия (11), (12) вместе с (7) сводят краевую задачу для (6) к задаче на собственные значения. Нетривиальные решения (6) в этом случае существуют при дискретных собственных значениях X .

Представим X и $\delta\varphi^{(1)}(r, X)$ в комплексной форме:

$$X = X_1 + iX_2; \quad (13)$$

$$\delta\varphi^{(1)}(r, X) = \delta\varphi_1^{(1)}(r, X) + i\delta\varphi_2^{(1)}(r, X). \quad (14)$$

Тогда (7) эквивалентно равенству

$$[\delta\varphi_1^{(1)}(1, X)]^2 + [\delta\varphi_2^{(1)}(1, X)]^2 \geq 0. \quad (15)$$

Поскольку при произвольных X $[\delta\varphi^{(1)}(1, X)]^2 \geq 0$, то задача сводится к отысканию локального минимума (равного нулю) на плоскости параметров (X_1, X_2) . При этом $X_{2, \text{opt}} = \text{Im}(X_{\text{opt}})$ определяет искомый инкремент пространственной ДН. Возможно также непосредственное нахождение комплексных нулей (7), например, методом Ньютона.

Интегрирование (6) с начальными условиями (11), (12) проводилось методом Адамса - Башфорта. Поиск $\delta\varphi^{(1)}(r, X_{\text{opt}})$ осуществлялся двумя способами: методом Ньютона и нахождением локального минимума $|\delta\varphi^{(1)} \times (r, k_z)|^2$ методом Розенброка (см., например, [9]) с поиском частных минимумов по ортогональным направлениям методом "золотого сечения" [10]. В первом случае поиск заканчивался при условии

$$|X_{j-1} - X_j| \leq 0,001,$$

где X_{j-1}, X_j - значения искомого параметра X на двух последовательных итерациях.

3. Описанный алгоритм был применен для анализа областей ДН при $\Omega = 0$ (статические возмущения) и размытых граничных распределений плотности пространственного заряда. Последние в окрестности границ пучка задавались кубическими многочленами, удовлетворяющими условиям плавного сопряжения с постоянной плотностью заряда в центральных областях пучка и с нулевой плотностью вне пучка (рис. 1б):

$$\frac{d}{dr} f(r_1) = 0, \quad f(r_1) = 0 \quad (r_1 = r_n - \frac{\Delta r}{2}),$$

$$\frac{d}{dr} f(r_2) = 0, \quad f(r_2) = 1 \quad (r_2 = r_n + \frac{\Delta r}{2}),$$

$$\frac{d}{dr} f(r_3) = 0, \quad f(r_3) = 1 \quad (r_3 = r_p - \frac{\Delta r}{2}),$$

$$\frac{d}{dr} f(r_4) = 0, \quad f(r_4) = 0 \quad (r_4 = r_p + \frac{\Delta r}{2}).$$

На рис. 2-4 приведены рассчитанные области ДН на плоскости параметров (r_n, r_p) для возмущений с азимутальными индексами $i = 2, 3, 4$ и значений $\Delta r = 0; 0,01; 0,005; 0,1$. Границы областей соответствуют линиям постоянного инкремента. Видно, что размывание границ пучка сужает при прочих равных условиях область ДН в случае достаточного удаления пучка от стенок канала. Для пучков, транспортируемых вблизи проводящих стенок, области ДН слабо зависят от Δr . В промежуточных случаях размывание границ приводит к локальному расширению областей ДН. Указанные эффекты, однако, ослабевают с ростом i . Заметим, что начальные точки граничных кривых при $\Delta r > 0$ смещаются от прямой $r_p = r_n$, на которой пучок имеет нулевую толщину.

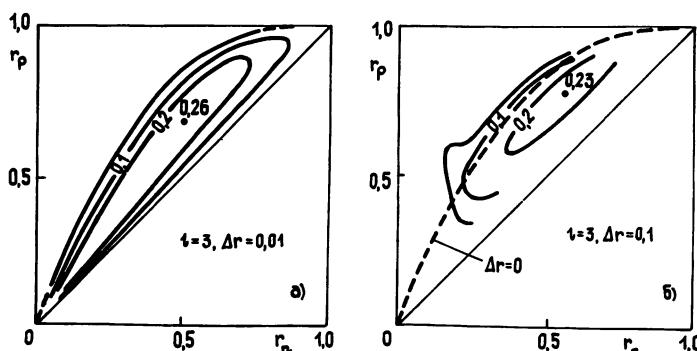


Рис. 3

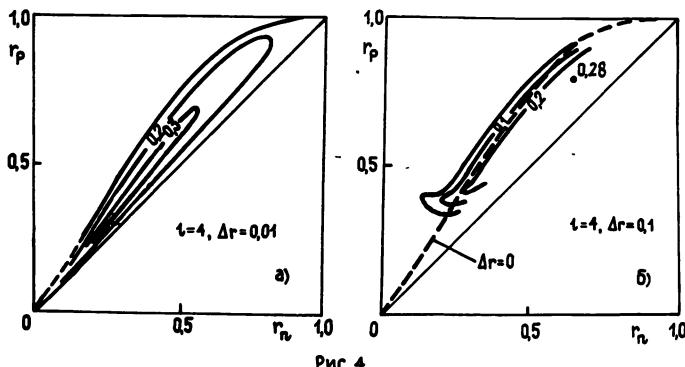


Рис. 4.

Что касается значений инкрементов неустойчивости, то, как следует из приведенных рисунков, увеличение Δr приводит к сужению областей, где инкременты имеют относительно большие величины, смещение их в сторону стенки канала и уменьшение значений $(Im X)_{max}$.

В общем случае можно констатировать, что неоднородность распре-

деления плотности пространственного заряда, характерная для ВЭП (размытие границ пучка), существенно влияет на конфигурацию областей ДН и значения инкрементов неустойчивости во всей плоскости параметров пучка, за исключением участков, примыкающих к проводящей стенке дрейфового канала.

В заключение отметим, что использованный здесь численный метод позволяет легко исследовать линейную стадию ДН при любом радиальном распределении плотности объемного заряда, включая многолучевые азимутально-симметричные потоки.

Авторы признательны В. Е. Нечаеву, М. И. Петелину и В. К. Юллатову за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дэвидсон Р. К. Теория заряженной плазмы: Пер. с англ. /Под ред. А. А. Коломенского. - М.: Мир, 1978. С.215.
2. Гольденберг А. А. и др. Адиабатическая теория и траекторный анализ пушек гиротронов (Гиротрон). - Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С.86.
3. Цимлинг Ш. Е. Формирование винтовых электронных пучков (Лекции по электронике СВЧ: 3-я зимняя школа-семинар инженеров). - Саратов: Гос.ун-т, 1974. С.3.
4. Кудинцев Г. А. и др. Термозелектронные катоды. - М.: Энергия, 1966.
5. Иванов В. С. и др. // Физика плазмы. 1981. Т.7. № 4. С.784.
6. Каландия З. В. и др. // ЖТФ. 1983. Т.53. № 10. С.1889.
7. Webster H.F. // J.Appl.Phys. 1955. V.26. P.1386.
8. Kyhl R.L., Webster H.F. // IRE Trans.Electron Divices. 1956. V.ED-6. P.172.
9. Кураев А. А., Ковалев Н. С., Колесов С. В. Численные методы оптимизации в задачах электроники СВЧ. - Минск: Наука и техника, 1975.
10. Калиткин Н. Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
26 января 1990 г.

ON DIOCOTRON INSTABILITY OF HELICAL ELECTRON BEAMS

V. K. Lygin, Sh. E. Tsimring, B. I. Shevtsov

The diocotron instability of hollow helical electron beams is investigated by a model which is a laminar beam with smooth distribution of the space charge density at the beam periphery. The results of numerical analysis of spatial instability point out to the significant influence of the edge distribution of space charge upon the stability region shape and the increment values.

УДК 621.385.69

**ЭЛЕМЕНТАРНАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПРЕДГЕНЕРАЦИОННОГО
РЕЖИМА ГИРОГЕНЕРАТОРА СО ВСТРЕЧНОЙ ВОЛНОЙ***

Д. И. Трубецков, Е. Я. Шелепева

На примере гирогенератора со встречной волной проведен теоретический анализ предгенерационного режима гирогенераторов в кинематическом приближении. Электронный пучок предполагается предварительно промодулированным и по смещениям, и по скоростям. Расчеты электромагнитных полей в волноводе проведены в рамках линейной теории в приближении заданного поля и заданных смещений. В предположении, что все входные и выходные величины — случайные функции времени, сделан переход к среднеквадратичным значениям этих величин, а затем к их спектральным плотностям. При этом предполагается, что все флуктуационные процессы стационарны и могут быть рассмотрены с позиций гармонического анализа шумов. Приведены зависимости спектральных плотностей от относительного угла пролета нормальных волн в волноводе и электронном потоке.

1. В предгенерационном режиме, когда ток электронного пучка меньше пускового, а внешний сигнал во входном устройстве отсутствует, генератор представляет собой усилитель флуктуаций в электронном потоке и тепловых шумов в колебательной или волноведущей системе. Спектр шума на выходе генератора непрерывно меняется при изменении тока пучка от нуля до пускового значения. Первоначальный шумовой сигнал усиливается, и при токах пучка, больших пускового значения, из него "развивается" регулярный сигнал.

Для электронных СВЧ приборов с распределенным взаимодействием в настоящее время детально разработана теория предгенерационного режима только для генераторов обратной волны О- и М-типов (ЛОВО и ЛБВМ) [1]. Для них построена теория в приближении заданного тока и заданного поля, а также решена самосогласованная задача с учетом влияния сил пространственного заряда в пучке на процессы взаимодействия. Получены простые аналитические соотношения для спектральной плотности мощности шума на выходе ЛОВ и проведено сравнение теоретических результатов с данными экспериментальных исследований предгенерационного режима таких генераторов.

В настоящей работе для анализа выбрана модель гирогенератора со встречной волной, в которой винтовой электронный поток взаимодействует с полем встречной электромагнитной волны в волноведущей системе. Как будет показано ниже, результаты, полученные для

*Работа доложена на 6-м семинаре по релятивистской высокочастотной электронике, г. Свердловск, 16-18 мая 1989 г.

ЛОВО, являются частным случаем результатов для анализируемой модели*.

Очевидно, что исследование предгенерационного режима полезно для понимания физики явлений, связанных с формированием шумового спектра и возникновением колебаний в генераторе со встречной волной (гиро-ГВВ), для оценки времени установления колебаний в генераторе, а также для выяснения возможности использования гири-ГВВ как узкополосного источника шума, электрически перестраиваемого в некоторой полосе частот. Кроме того, анализируемая модель оказывается наиболее общей из известных для генераторов со встречной волной, поскольку позволяет рассматривать как квадратичную, так линейную группировки электрона.

2. Следуя методике работы [2], рассмотрим движение электронного потока в статическом магнитном поле \vec{B}_0 , направленном вдоль оси z волноведущей системы, и ВЧ поле бегущей электромагнитной волны $\vec{E} = v_0 \dot{\vec{e}} \exp[j(\omega t - hz)]$, $\vec{B} = v_0 \dot{\vec{B}} \exp[j(\omega t - hz)]$. В предположении, что ВЧ поле слабо возмущает статическое движение электронов и что $\beta_{||} \ll \beta_{\perp}$, $\beta_{\perp}^2 \ll 1$, в обозначениях работы [2]** будем иметь

$$\begin{aligned}\bar{r}^{(1)} - \omega_H(1 + \beta_{\perp}^2)r_0 \dot{\phi}^{(1)} - \beta_{\perp}^2 \omega_H^2 r^{(1)} &= -\frac{e}{m_0}(1 - \frac{1}{2} \beta_{\perp}^2)E_{rg}, \\ (1 + \beta_{\perp}^2)r_0 \ddot{\phi}^{(1)} + \omega_H(1 + \beta_{\perp}^2)\dot{r}^{(1)} &= -\frac{e}{m_0}(1 - \frac{1}{2} \beta_{\perp}^2)E_{\phi g},\end{aligned}\quad (1)$$

$$\bar{z}^{(1)} = -\frac{e}{m_0}(1 - \frac{1}{2} \beta_{\perp}^2)E_{zg}.$$

Представим (см. [2]) действующие на электрон поля в виде разложения в ряд Фурье $\vec{G} = \sum_n \vec{G}_n \exp[j(n\omega_H - hv_{||})\tau] e^{j\omega t}$, $\vec{G}_n = G_n \vec{R}_0 + G_{\phi n} \vec{\Phi}_0 + G_{zn} \vec{Z}_0$, \vec{R}_0 , $\vec{\Phi}_0$, \vec{Z}_0 – единичные векторы. Тогда решение системы уравнений (1) можно также искать в виде ряда

$$\begin{aligned}\vec{r}^{(1)} &= \sum_n \vec{r}_n^{(1)} \exp[j(n\omega_H - hv_{||})\tau] e^{j\omega t}, \quad \vec{r}_n^{(1)} = r_n^{(1)} \vec{R}_0 + \\ &+ r_n \phi^{(1)} \vec{\Phi}_0 + z_n^{(1)} \vec{Z}_0.\end{aligned}$$

*В работе [5] приведены асимптотические уравнения для универсальной схемы генератора встречной волны с инерционной группировкой (система уравнений (2.15)). Эти уравнения совпадают с уравнениями (1.33)–(1.35) из [1] для ЛОВО, если в последних пренебречь влиянием сил пространственного заряда в пучке и распределенных потерь в волноведущей системе на процессы взаимодействия. Поэтому все результаты предгенерационного режима для ЛОВО справедливы и для моделей генераторов, описываемых системой уравнений (2.15) из [5].

**В дальнейшем всюду пользуемся обозначениями работы [2], не вводя и не объясняя их в тексте.

Учитывая далее, что $F_{rn} = g_{rn} \exp[j(n\omega_H - h\nu_{11})\tau]$, $F_{\phi n} = g_{\phi n} \exp[j(n\omega_H - h\nu_{11})\tau]$, $F_{zn} = g_{zn} \exp[j(n\omega_H - h\nu_{11})\tau]$, $\frac{d}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} + j\omega = j(\omega - h\nu_{11} + n\omega_H) = j\Delta\omega_n$, перепишем уравнения движения (1) следующим образом:

$$(\frac{d}{d\tau} + j\omega)^2 r_n^{(1)} - \omega_H^2(1 + \beta_1^2) \frac{d}{d\tau} + j\omega) r_0 \phi_n^{(1)} - \beta_1^2 \omega_H^2 r_n^{(1)} = -\frac{e}{m} V_0 F_{rn},$$

$$(1 + \beta_1^2) (\frac{d}{d\tau} + j\omega)^2 r_0 \phi_n^{(1)} + \omega_H^2(1 + \beta_1^2) (\frac{d}{d\tau} + j\omega) r_n^{(1)} = -\frac{e}{m} V_0 F_{\phi n},$$

$$(\frac{d}{d\tau} + j\omega)^2 z_n^{(1)} = -\frac{e}{m} V_0 F_{zn}. \quad (2)$$

Предположим, что пучок на входе в пространство взаимодействия предварительно промодулирован и по смещениям, и по скоростям. Начальные условия для систем уравнений (2) в этом случае будут такими:

$$\begin{aligned} r_n^{(1)}(0) &= R(0), & r_0 \phi_n^{(1)}(0) &= r_0 \Phi(0), & z_n^{(1)}(0) &= 0, \\ r_n^{(1)}(0) &= V(0), & r_0 \phi_n^{(1)}(0) &= r_0 W(0), & z_n^{(1)}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

при $\tau = 0$.

Интегрируя систему уравнений (2) при начальных условиях (4) в приближении заданных электромагнитных полей (задаются поля волны постоянной амплитуды с постоянной распространения h_0), находим для ВЧ смещений следующие выражения:

$$\begin{aligned} r_n^{(1)} &= R(0) e^{-j\omega\tau} \{ j \frac{\omega}{\omega_H} \sin \omega_H \tau + (2 + \beta_1^2) \cos \omega_H \tau - (1 + \beta_1^2) \} + \\ &+ r_0 \Phi(0) e^{-j\omega\tau} \{ \beta_1^2 \sin \omega_H \tau + j \frac{\omega}{\omega_H} \cos \omega_H \tau - j \frac{\omega}{\omega_H} \} + \\ &+ \frac{1}{\omega_H} V(0) e^{-j\omega\tau} \sin \omega_H \tau + \frac{1}{\omega_H} r_0 W(0) e^{-j\omega\tau} (1 + \beta_1^2) (\cos \omega_H \tau - 1) + \\ &+ \frac{e}{m} V_0 g_{\phi n} e^{-j\omega\tau} \frac{1}{\omega_H} \left\{ \frac{1}{j\Delta\omega_n} [\exp(j\Delta\omega_n \tau) - 1] + \frac{j\Delta\omega_n}{(\Delta\omega_n)^2 - \omega_H^2} \times \right. \\ &\times [\exp(j\Delta\omega_n \tau) - \cos \omega_H \tau - j \frac{\omega}{\Delta\omega_n} \sin \omega_H \tau] \} + \frac{e}{m} V_0 g_{rn} e^{-j\omega\tau} \times \\ &\times \frac{1}{(\Delta\omega_n)^2 - \omega_H^2} \{ \exp(j\Delta\omega_n \tau) - \cos \omega_H \tau - j \frac{\omega}{\Delta\omega_n} \sin \omega_H \tau \}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} r_0 \phi_n^{(1)} &= R(0) e^{-j\omega\tau} \{ -\omega_H \beta_1^2 \tau + \beta_1^2 \sin \omega_H \tau + j \frac{\omega}{\omega_H} \cos \omega_H \tau - j \frac{\omega}{\omega_H} \} + \\ &+ r_0 \Phi(0) e^{-j\omega\tau} (j\omega \tau \beta_1^2 + (1 + \beta_1^2) j \frac{\omega}{\omega_H} \sin \omega_H \tau + (2 + \beta_1^2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos \omega_H \tau - (1 + \beta_{\perp}^2) \} + \frac{1}{\omega_H} V(0) e^{-j\omega \tau} (1 - \cos \omega_H \tau) + \\
& r_0 w(0) e^{-j\omega \tau} [-\beta_{\perp}^2 \tau + \frac{1}{\omega_H} (1 + \beta_{\perp}^2) \sin \omega_H \tau] - \frac{e}{m} V_0 g_{\varphi n} e^{-j\omega \tau} \times \\
& \times \frac{\beta_{\perp}^2}{1 + \beta_{\perp}^2} \frac{1}{(\Delta \omega_n)^2} \{ 1 + j\Delta \omega_n \tau - \exp(j\Delta \omega_n \tau) \} + \\
& + \frac{e}{m} V_0 g_{\varphi n} e^{-j\omega \tau} \frac{1}{(\Delta \omega_n)^2 - \omega_H^2} \{ \exp(j\Delta \omega_n \tau) - \cos \omega_H \tau - j \frac{\Delta \omega_n}{\omega_H} \sin \omega_H \tau \} - \\
& - \frac{e}{m} V_0 g_{rn} e^{-j\omega \tau} \frac{1}{\omega_H} \{ \frac{1}{j\Delta \omega_n} [\exp(j\Delta \omega_n \tau) - 1] + \\
& + \frac{j\Delta \omega_n}{(\Delta \omega_n)^2 - \omega_H^2} [\exp(j\Delta \omega_n \tau) - \cos \omega_H \tau - j \frac{\Delta \omega_n}{\omega_H} \sin \omega_H \tau] \}; \quad (5) \\
z_n^{(1)} &= \frac{e}{m} V_0 g_{zn} e^{-j\omega \tau} \frac{1}{(\Delta \omega_n)^2} \{ 1 + j\Delta \omega_n \tau - \exp(j\Delta \omega_n \tau) \}, \quad (6)
\end{aligned}$$

теперь $\Delta \omega_n = \omega - h_0 v_{11} + n \omega_H$. Для того чтобы применить соотношения (4)–(6) для исследования предгенерационного режима работы гиро-ГВВ, будем считать, что радиальные $R(0)$ и азимутальные $\Phi(0)$ ВЧ смещения в пучке, а также радиальные $V(0)$ и азимутальные $w(0)$ ВЧ скорости на входе в пространство взаимодействия обусловлены шумовыми флуктуациями смещений и скорости и представляют собой случайные функции времени. Предположим также, что все флуктуационные процессы стационарны и могут быть рассмотрены в рамках гармонического анализа шумов [3].

3. Подставляя выражения (4)–(6) в уравнение возбуждения встречной волны заданными ВЧ смещениями и проводя интегрирование, найдем ВЧ электрические поля, возбуждаемые в волноведущей системе предварительно промодулированным винтовым пучком. Напомним, что уравнения возбуждения встречной волны имеют вид [2]

$$\vec{E} = V_{-s} \vec{E}_{-s}, \quad \vec{B} = V_{-s} \vec{B}_{-s}, \quad V_{-s} = \frac{I_0}{N_s} j\omega \int_{\tau(z)}^{\tau^{(1)}} \vec{r}_{\tau}^{(1)} \vec{G}_{-s}^* (\vec{r}^{(0)}) d\tau, \quad (7)$$

как и в работе [2] учтем только резонансные слагаемые (постоянные распространения нормальных волн в "невозмущенном" волноводе и электронном потоке должны быть близки). Тогда из уравнений (7) с учетом выражений (4)–(6) для среднеквадратичного значения напряженности ВЧ электрического поля встречной волны на выходе гиро-ГВВ находим

$$|\overline{E(0)}|^2 = \frac{|G_s|^2 I_0^2 (\omega \tau_1)^2}{N_s^2} |G_{\varphi}|^2 \frac{F_1(\Phi_0)}{F_2(\Phi_0)} + \frac{|\overline{E(1)}|^2}{F_2(\Phi_0)}; \quad (8)$$

$$F_1(\Phi_0) = 2 \frac{1 - \cos \Phi_0}{\Phi_0^2} \left\{ \frac{|G_r|^2}{|G_{\varphi}|^2} [(1 + \beta_{\perp}^2) |\overline{R(0)}|^2 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2} r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + (1 + \beta_1^2) \frac{r_0^2}{\omega_H^2} |\overline{W(0)}|^2 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2} |\overline{R(0)}|^2 + (1 + \beta_1^2) r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 + \\
& + \frac{1}{\omega_H^2} |\overline{V(0)}|^2 \Big\} + (\omega_H \tau_1)^2 \beta_1^4 \frac{(2 + \Phi_0^2 - 2 \cos \Phi_0 - 2 \Phi_0 \sin \Phi_0)}{\Phi_0^4} \Big\{ |\overline{R(0)}|^2 + \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_H^2} r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 + \frac{r_0^2}{\omega_H^2} |\overline{W(0)}|^2 \Big\} + 2(\omega \tau_1) \beta_1^2 \frac{(2 - 2 \cos \Phi_0 - \Phi_0 \sin \Phi_0)}{\Phi_0^3} \times \\
& \times \left\{ - |\overline{R(0)}|^2 + (1 + \beta_1^2) r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 \right\} + \frac{2 \operatorname{Re}(G_r^* G_\varphi)}{|G_\varphi|^2} (\omega_H \tau_1) \beta_1^2 \times \\
& \times \frac{(1 - \cos \Phi_0)}{\Phi_0^2} \left\{ (1 + \beta_1^2) |\overline{R(0)}|^2 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2} r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 + \frac{r_0^2}{\omega_H^2} \times \right. \\
& \times (1 + \beta_1^2) |\overline{W(0)}|^2 \Big\} + \frac{2 \operatorname{Im}(G_r^* G_\varphi)}{|G_\varphi|^2} \left\{ 2(1 + \beta_1^2) \frac{\omega}{\omega_H} [|\overline{R(0)}|^2 - \right. \\
& \left. - r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2] \frac{(1 - \cos \Phi_0)}{\Phi_0^2} - (\omega_H \tau_1) \beta_1^2 \frac{(2 - 2 \cos \Phi_0 - \Phi_0 \sin \Phi_0)}{\Phi_0^3} \times \right. \\
& \times [(1 + \beta_1^2) |\overline{R(0)}|^2 + \frac{\omega^2}{\omega_H^2} r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 + \frac{r_0^2}{\omega_H^2} (1 + \beta_1^2) |\overline{W(0)}|^2] \Big\}, \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2(\Phi_0) = 1 + 2V_0(2\pi CN)^3 \left\{ \frac{(2 - 2 \cos \Phi_0 - \Phi_0 \sin \Phi_0)}{\Phi_0^3} + D \frac{(1 - \cos \Phi_0)}{\Phi_0^2} + \right. \\
+ V_0(2\pi CN)^3 \left[\frac{(\Phi_0^2 + 4 - 4 \cos \Phi_0 - 4\Phi_0 \sin \Phi_0 + \Phi_0^2 \cos \Phi_0)}{\Phi_0^6} + \right. \\
\left. + \frac{D^2 (2 + \Phi_0^2 - 2 \cos \Phi_0 - 2\Phi_0 \sin \Phi_0)}{2\Phi_0^4} \right] + \quad (10)
\end{aligned}$$

$$+ D \frac{(4 - \Phi_0 + \Phi_0^2 + \Phi_0^2 \cos\Phi_0 + \Phi_0 \cos\Phi_0 - 4 \cos\Phi_0 - 4\Phi_0 \sin\Phi_0)}{\Phi_0^5} \Big\},$$

где

$$(2\pi CN)^3 = (e/m) (I_0/N_s) \omega \tau_1^3 K_0, \quad K_0 = \frac{\beta_\perp^2}{1 + \beta_\perp^2} |G_\varphi|^2 - |G_z|^2;$$

$$D = \frac{S_M}{2\omega_H \tau_1 K_0}, \quad S_M = 4 \operatorname{Im} (G_r^* G_\varphi),$$

$\tau_1 = \tau(1)$, $\Phi_0 = \Delta\omega \tau_1$ – относительный угол пролета нормальных волн в волноводе и электронном потоке, $E(1)$ обусловлена тепловыми шумами согласованной нагрузки.

При выводе соотношений (8)–(10) использовано сформулированное выше допущение о том, что $E(0)$, $E(1)$, $R(0)$, $\Phi(0)$, $V(0)$, $W(0)$ – случайные функции времени, что позволило перейти к их среднеквадратичным значениям $|\overline{E(0)}|^2$, $|\overline{E(1)}|^2$, $|\overline{R(0)}|^2$, $|\overline{\Phi(0)}|^2$, $|\overline{V(0)}|^2$, $|\overline{W(0)}|^2$, а затем и к соответствующим спектральным плотностям. В частности, спектральную плотность мощности шума (СПМШ) на выходе гирогенератора можно записать в следующем виде:

$$S(\Phi_0) = \frac{|\overline{E(0)}|^2}{2h_0^2 K \Delta f}, \quad (11)$$

где $|\overline{E(0)}|^2$ определяется выражением (8), $K = \frac{2}{N_s} \frac{h_0}{h_0^3} K_0$, $\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi}$ – полоса частот анализа [3].

Величина Φ_0 зависит от частоты, поэтому выражения (8)–(11) неявно описывают спектр сигнала на выходе гирогенератора в предгенерационном режиме.

Ограничимся в дальнейшем анализом составляющей S_Φ , обусловленной азимутальными шумовыми флуктуациями на входе в пространство взаимодействия, выражение для которой с учетом формул (8), (9) и (11) имеет вид

$$S_\Phi(\Phi_0) = \frac{|G_s|^2 I_0(\omega \tau_1)^2 |G_\varphi|^2}{2 N_s^2 h_0^2 K \Delta f} r_0^2 |\overline{\Phi(0)}|^2 \left\{ \frac{2(1 - \cos\Phi_0)}{\Phi_0^2} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{|G_r|^2}{|G_\varphi|^2} \frac{\omega^2}{\omega_H^2} + (1 + \beta_\perp^2)^2 + \frac{\operatorname{Re} (G_r^* G_\varphi)}{|G_\varphi|^2} (\omega_H \tau_1) \beta_\perp^2 \frac{\omega^2}{\omega_H^2} - \right.$$

$$\left. \frac{2 \operatorname{Im} (G_r^* G_\varphi)}{|G_\varphi|^2} (1 + \beta_\perp^2) \frac{\omega}{\omega_H} \right] + (\omega \tau_1) \beta_\perp^2 \frac{(2 - 2 \cos\Phi_0 - \Phi_0 \sin\Phi_0)}{\Phi_0^3} \times$$

$$\times \left[(1 + \beta_1^2) - \frac{\omega}{\omega_B} \frac{\operatorname{Im}(G_r^* G_\varphi)}{|G_\varphi|^2} \right] + (\omega \tau_1)^2 \beta_1^4 \frac{(2 - 2 \cos \Phi_0 - 2 \Phi_0 \sin \Phi_0 + \Phi_0^2)}{\Phi_0^4} \right] \times \\ \times \frac{1}{F_2(\Phi_0)} . \quad (12)$$

Кроме того, рассмотрим составляющую S_T , которая определяется процессом усиления немодулированным электронным потоком тепловых шумов согласованной нагрузки, расположенной на коллекторном конце, и может быть представлена формулой

$$S_T(\Phi_0) = \frac{|\overline{E(I)}|^2}{2h^2 k \Delta f} \frac{1}{F_2(\Phi_0)} = \frac{k T_0}{F_2(\Phi_0)}, \quad (13)$$

где $kT_0 \Delta f$ - тепловая мощность шума во входной цепи, k - постоянная Больцмана, T_0 - абсолютная температура входной цепи.

4. Для проведения расчетов СПМШ необходимо знать среднеквадратичные значения флюктуаций смещений и скоростей. Ограничимся в качестве примера выводом соотношения для среднеквадратичного значения флюктуаций азимутальных смещений $|\overline{\Phi(0)}|^2$.

Пусть в пространство взаимодействия влетает с интервалом времени T и со значением азимутальной координаты φ последовательность зарядов. Угловая плотность, создаваемая одним электроном, дается выражением $j = e \delta(t - t_{вл}) \delta(\varphi - \varphi_{вл})$, $t_{вл}$, $\varphi_{вл}$ - время влета и азимут влета. Разлагая это выражение в двойной ряд Фурье по t (в интервале $[0, T]$) и по φ (в интервале $[0, 2\pi]$), легко получить при $z = 0$ для амплитуд гармоник плотности тока следующее соотношение:

$$j_{n\omega} = 2|e|/T\pi.$$

В случае $N = I_0 T / |e|$ некоррелированных последовательностей зарядов с различными равномерно распределенными координатами φ (I_0 - постоянная составляющая тока) для среднеквадратичного значения гармоники угловой плотности встреливаемого тока имеем

$$|j_{n\omega}|^2 = \frac{4|e|I_0 \Delta f}{\pi^2}, \quad (14)$$

где $\Delta f = 1/T$ - ширина полосы частот анализа. Полагая далее, что плотность встреливаемого тока изменяется по закону $j = j_0 + j_{n\omega} \cos(n\varphi - \omega t)$, а $\varphi = \varphi_0 + \varphi_{n\omega} \sin(n\varphi_0 - \omega t)$, и используя формулу (14), для среднеквадратичной величины флюктуаций азимутальных смещений окончательно находим

$$|\overline{\Phi(0)}|^2 = \frac{16|e|\Delta f}{n^2 j_0}, \quad j_0 = \frac{I_0}{2\pi}. \quad (15)$$

Формула (15) является аналогом известной формулы для дробового эффекта.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости СПМШ от величины Φ_0 для некоторой модели гиро-ГВВ ($\omega = 30$ ГГц, $\omega_h = 30$ ГГц, $v_\perp/v_{\parallel\parallel} = 1$). Явную зависимость СПМШ можно получить, представив Φ_0 в узком интервале частот $\Delta\omega$ около частоты $\omega_{\text{пуск}}$, соответствующей значению угла пролета $\Phi_{0\text{пуск}}$, в виде

$$\Phi_0 = \Phi_{0\text{пуск}} + \frac{\partial\Phi_0}{\partial\omega} \Big|_{\omega=\omega_{\text{пуск}}} \Delta\omega.$$

Пусковое значение $\Phi_{0\text{пуск}}$ определяется из условия самовозбуждения гиро-ГВВ ($E(1) = 0$), и в случае $D = 0$ имеем $\Phi_{0\text{пуск}} = -\pi$.

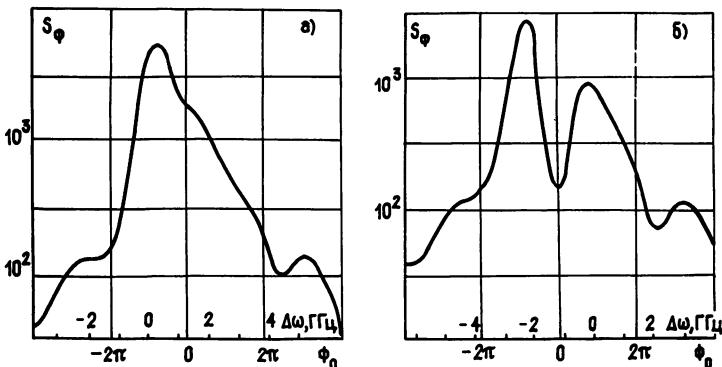


Рис 1

Зависимости $S_\Phi = S_\Phi(\Delta\omega)$ для $D = 0$ и $D = -0,2$ представлены на рис. 1а, б, где по оси ординат в логарифмическом масштабе отложены значения S_Φ в относительных единицах, а по оси абсцисс — значения Φ_0 и соответствующие им значения $\Delta\omega = \omega - \omega_{\text{пуск}}$. Как и следовало ожидать при $D = 0$ (коэффициент D характеризует относительную величину взаимодействия М-типа [4]), когда существенно только взаимодействие 0-типа потока с ВЧ полем, вид зависимости $S_\Phi(\Phi_0)$ качественно совпадает с зависимостью СПМШ на выходе лампы обратной волны типа 0 (ЛОВ0) в предгенерационном режиме (см. [1]). Любопытно, что при этом в выражении для $S_\Phi(\Phi_0)$ присутствуют слагаемые, аналогичные составляющим СПМШ, обусловленным как модуляцией тока, так и модуляцией скорости пучка на входе в пространство взаимодействия ЛОВ0. Учет взаимодействия типа М пучка с электромагнитной волной (при взаимодействии пучка со встречной волной в линии передачи $D < 0$ [4]) приводит к появлению в зависимости $S_\Phi(\Phi_0)$ острого минимума при $\Phi_0 = 0$, который становится "глубже" по мере увеличения $|D|$. При этом значения как основного, так и побочных максимумов уменьшаются. Это связано с тем, что при отрицательных D уменьшается общая эффективность взаимодействия.

Зависимости составляющей СПМШ $S_t(\Phi_0)$ для двух значений D представлены на рис. 2. Расчеты, проведенные по формулам (12), (13) показывают, что составляющая СПМШ F_Φ намного больше тепловой

составляющей S_T .

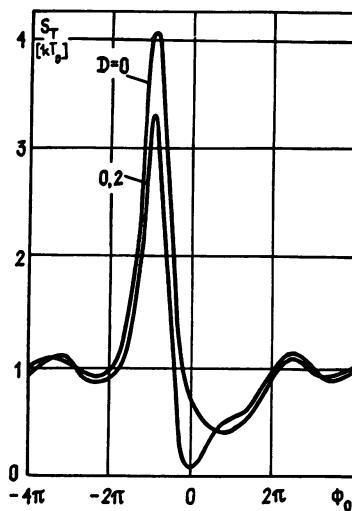


Рис.2.

5. Представленные выше результаты иллюстрируют наиболее простой подход к анализу предгенерационного режима гиро-ГВВ. Уже в рамках элементарной теории ясна важность взаимодействия типа M в формировании шумового спектра генератора. Дальнейшее развитие теории состоит в решении самосогласованной задачи с учетом большего числа источников шума, а также некоторых факторов, влияющих на процесс взаимодействия (например сил пространственного заряда в пучке).

ЛИТЕРАТУРА

1. Электроника ламп с обратной волной. /Под ред. В. Н. Шевчика и Д. И. Трубецкова. - Саратов: Гос. ун-т, 1975. С.33.
2. Гапонов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т.4. № 3. С.547.
3. Шумы в электронных приборах. / Под ред. Л. Д. Смуллина и Г. А. Хаусса: Перевод с англ. - М.: Энергия, 1964. Гл. 3.
4. Шевчик В. Н. Взаимодействие электронных пучков с электромагнитными волнами. - Саратов: Гос. ун-т, 1963. Гл. 8.
5. Братман В. Л. и др. Релятивистская высокочастотная электроника. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979. с.265.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
12 февраля 1990 г.

ELEMENTARY KINEMATIC THEORY OF PREOSCILLATION REGIME IN A GYRO-OSCILLATOR WITH A BACKWARD WAVE

E. Ya. Shepeleva, D. I. Trubetskoy

Theoretical analysis of the preoscillation regime in a gyro-oscillator is carried out in the kinematic approximation by the example of the backward wave gyro-oscillator. Electron beam is

assumed to be preliminary modulated both by the displacements and by the velocities. The corresponding electromagnetic fields are calculated by means of the expression for the excitation of the waveguide by the electron beam. The calculations are carried out in the linear approximation and in the approximation of given fields and given displace ments. In the assumption that all input and output values are the random functions of the time, the transition to the mean square of these values and then to their spectral densities is done. All the fluctuation processes are proposed to be stationary and can be considered by means of the harmonic analysis of noise. Spectral den- sity dependencies on the relative transit angle of normal waves in the waveguide and in the electron beam are presented.

Аннотации депонированных статей

УДК 530.12; 531. 12/13

ОБ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

А. С. Тарновский

Показано, что преобразованиям Галилея, не изменяющим модуль вектора электрической напряженности, в пространстве скоростей инерциальных систем отсчета относительно исходной системы соответствует поверхность - цилиндр, параметры которого выражаются через векторы заданного электромагнитного поля.

Показано, что вектор скорости заряженной частицы, движущейся с нерелятивистской скоростью в заданном поле, описывает траекторию, лежащую на поверхности цилиндра, соответствующего постоянным значениям модуля вектора электрической напряженности.

Предложено уравнение движения заряженной частицы записывать в пространстве скоростей в цилиндрических координатах, одна из координатных поверхностей которых совпадает с рассмотренным цилиндром. Использование предложенной системы координат приводит к упрощению расчетов траекторий заряженных частиц на ЭВМ.

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 3267-В91. Деп. от 30 июля 1991 г.

УДК 539. 922/924

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ
НА ГРАНИЦЕ МЕТАЛЛ - ПОЛУПРОВОДНИК

С. И. Ханкина, В. И. Яковенко

На границе металл - полупроводник исследовано взаимодействие поверхностных волн с потоком заряженных частиц, пересекающих границу раздела сред. Определены инкременты нарастания, найдены мощности спонтанного излучения.

Известно, что поверхностные волны могут распространяться вдоль границы металл - пьезополупроводник, пьезодиэлектрик, плазма, если в последней учтена пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости [1-3]. В этих случаях выполнение граничных условий обеспечивается продольными и поперечными полями, частично обусловленными пьезоэффектом или тепловым движением электронов.

Настоящая статья посвящена исследованию возбуждения поверхностных волн на границе металл - полупроводник потоком заряженных частиц, пересекающим границу раздела сред. В отличие от потоковых неустойчивостей гидродинамического типа в твердом теле рассмотрены кинетические неустойчивости, вызванные процессами распада и слияния частица - волна - частица. Такой механизм реализуется для малых плотностей потока частиц, когда длина волны пространственного заряда превосходит глубину проникновения поверхностной волны.

Пусть полупроводник занимает полупространство $y > 0$, $y < 0$ - идеально проводящая среда. В отсутствие потока частиц электромагнитные свойства полупроводника описываются системой уравнений, состоящей из уравнений Максвелла и уравнений гидродинамики, которые в квазистатическом приближении имеют вид*

$$\operatorname{rot} \vec{E} \approx 0, \quad \operatorname{div} \epsilon_0 \vec{E} = 4\pi n_e, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} n_0 \vec{v} = 0,$$

$$n \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{e}{m} \vec{E} - \frac{\vec{v} p}{m n_0}. \quad (1)$$

Здесь e , m , n_0 , v - заряд, эффективная масса, равновесная концентрация, эффективная частота соударений электронов; ϵ_0 - диэлектрическая постоянная решетки, p - давление электронного газа. В случае невырожденного газа $p = nT$, T - температура электронов в энергетических единицах, в вырожденном газе $p = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \times \frac{\hbar^2}{m} n^{5/3}$. Зависимость всех переменных величин в (1) от координат и времени предполагается экспоненциальной $\sim \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$.

*Использование квазистатического приближения связано с тем, что медленные волны (фазовая скорость волны много меньше скорости света в среде) наиболее эффективно взаимодействуют с потоками частиц.

В полупроводнике, как это следует из системы (1), могут распространяться волны с глубиной проникновения $1/\alpha_{y_1}$ и $1/\alpha_{y_2}$, где

$$\alpha_{y_1}^2 = -\alpha_x^2 - \alpha_z^2, \quad \alpha_{y_2}^2 = -\alpha_x^2 - \alpha_z^2 + \frac{\omega(\omega + iv) - \omega_p^2}{\tilde{v}^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m\epsilon_0}, \quad \tilde{v}^2 = v_T^2 = T/m - в невырожденном газе электронов, в вырожденном - \tilde{v} = v_F = \frac{(3\pi^2)^{1/2}}{m} \hbar L^{1/3}.$$

Таким образом, пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости среды приводит к возникновению дополнительной ветви α_{y_2} , и, следовательно, к введению дополнительного граничного условия. Таковым является требование зеркального отражения электронов проводимости от границы раздела сред, т. е. нормальная составляющая скорости электронов обращается в нуль на плоскости $y = 0$. Кроме того, при $y = 0$ равна нулю тангенциальная компонента электрического поля ($E_x|_{y=0} = 0$). При $y = \pm \infty$ должны выполняться условия излучения.

В области частот $\omega_p > \omega > \alpha_1 v_T$ из граничных условий следует, что вдоль поверхности металла - полупроводник распространяются волны - "термоплазмоны" с законом дисперсии*

$$\omega^2 = \omega_p^2 \alpha_1 v_T = \omega_p^2 \alpha_1 r_d, \quad (2)$$

$\alpha_1^2 = \alpha_x^2 + \alpha_z^2$, r_d - дебаевский радиус. (В случае статистики Ферми v_T и r_d заменяются, соответственно, на v_F и радиус Ферми - Томаса.) Можно показать, что в структуре металл - полупроводник - металл существуют волны с законом дисперсии: в области частот $\omega_p > \omega$

$$\omega_1^2 = \omega_p^2 \alpha_1 v_T \operatorname{th}(\alpha_1 a) \operatorname{cth}(\omega_p a/v_T)$$

при $\omega_p < \omega$

$$\omega_2^2 = \omega_p^2 (\alpha_1 / \alpha_{y_2}) \operatorname{cth}(\alpha_1 a) \operatorname{tg}(\alpha_{y_2} a), \quad (3)$$

$\alpha_1 > 0$, $2a$ - размеры полупроводникового слоя вдоль оси y . В волне ω_1 преобладают тангенциальные компоненты электрического поля, в волне ω_2 наибольшей является нормальная компонента.

Рассмотрим взаимодействие волн (2) и (3) с частицей заряда q , которая движется из $-\infty$ в $+\infty$ вдоль оси y с постоянной скоростью v_0 . В этом случае уравнение Пуассона записывается в виде

$$\operatorname{div} \epsilon_0 \vec{E} = 4\pi \rho n + 4\pi q \delta(y - v_0 t) \delta(x) \delta(z) \quad (4)$$

и уравнение для определения концентрации носителей заряда становится неоднородным:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial y^2} + (-\alpha_1^2 + \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{v_T^2}) n = \frac{eqn_0 \exp(i\omega y/v_0)}{2\pi^2 m \epsilon_0 v_0 v^2}. \quad (5)$$

*Термоплазмоны могут распространяться вдоль границы полупроводник - диэлектрик, если диэлектрик обладает достаточно большой диэлектрической проницаемостью (ϵ_1). Тогда $\omega^2 = \omega_p^2 \alpha_1 v_T [\epsilon_1 / (\epsilon_0 + \epsilon_1)]$ при выполнении условий $\omega_p > \alpha_1 v_T > (\epsilon_0 / \epsilon_1) \omega_p$.

В полуограниченной среде $y > 0$ (здесь и дальше для определенности рассматриваются невырожденные полупроводники) выражение для концентрации состоит из двух слагаемых:

$$n(y, \alpha_1, \omega) = A \exp(i\alpha_{y2}y) - \frac{en_0 qv_0 \exp(i(\omega/v_0)y)}{2\pi^2 m \epsilon_0 v_T^2 (\omega^2 - \alpha_{y2}^2 v_0^2)}. \quad (6)$$

Первое слагаемое - решение однородного уравнения Лапласа, второе - решение неоднородного уравнения:

$$E_y(y, \alpha_1, \omega) = A \exp(-\alpha_1 y) - \frac{4\pi e i \alpha_{y2}}{\epsilon_0 (\alpha_1^2 + \alpha_{y2}^2)} A_1 \exp(i\alpha_{y2}y) - \\ - \frac{i\omega q v_0^2 \exp(i(\omega/v_0)y) [\omega^2 (1 - v_0^2/v_T^2) + \alpha_1^2 v_0^2]}{2\pi^2 \epsilon_0 (\omega^2 - \alpha_{y2}^2 v_0^2) (\omega^2 + \alpha_1^2 v_0^2)}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = i\alpha_x E_y. \quad (7)$$

Коэффициенты A и A_1 выражаются через параметры частицы из граничных условий на плоскости $y = 0$. Тогда

$$E_y = \frac{qv_0^3}{\pi \epsilon_0} \int_0^\infty d\alpha_1 J_0(\alpha_1 \rho) \alpha_1 \int_0^\infty d\omega e^{-i\omega t} (\omega^2 + \alpha_1^2 v_0^2)^{-1} (\omega^2 - \alpha_{y2}^2 v_0^2)^{-1} \times \\ \times \left[\alpha_1 \left[\omega^2 \left(\frac{\omega^2}{v_T^2} - \frac{\omega^2}{v_0^2} + i \frac{\omega}{v_0} \frac{\omega_p}{v_T} \right) e^{-\alpha_1 y} - \omega_p^2 \left(\frac{\omega^2}{v_T^2} - \frac{\omega^2}{v_0^2} + i \frac{\omega^3}{\alpha_1 v_0 v_T^2} \right) \right] \times \right. \\ \left. \times [\omega(\omega + i\nu) - \omega_p \alpha_1 v_T]^{-1} + i \frac{\omega}{v_0} \left(\frac{\omega^2}{v_T^2} - \frac{\omega^2}{v_0^2} - \alpha_1^2 \right) e^{i(\omega/v_0)y} \right], \quad (8)$$

$$\rho^2 = x^2 + z^2.$$

Потери энергии частицы, пересекающей границу металл - полупроводник, равны

$$W = qv_0 \int_{-\infty}^{\infty} E_y(y = v_0 t, x = z = 0) dt. \quad (9)$$

В плоскости комплексного переменного ω подынтегральное выражение в (8) имеет простые полюса в точках

$$\omega = \pm (\omega_p \alpha_1 v_T)^{1/2} - i \frac{\nu}{2}, \quad \omega = \pm i \alpha_1 v_0, \quad \omega = i \omega_p \frac{v_0}{v_T}.$$

Первая пара полюсов дает поле возбуждаемых зарядом термоплазмонов, вторая и третья пары - кулоновское поле заряда. В точке, где находится движущийся заряд ($y = v_0 t, x = z = 0$), действующее на него кулоновское поле равно нулю [4]. Физически это связано с тем, что кулоновское поле заряда не может ни тормозить, ни ускорять заряд.

В результате интегрирования по переменным ω и t получим, что потери энергии частиц равны

$$W = \int_0^\infty W(\omega_1) d\omega_1, \quad (10)$$

где $W(\omega_1) = - \frac{q^2 v_0^2 \omega_p \omega_1}{2\pi \epsilon_0 (\omega_1 v_T + \omega_p (v_0^2/v_T^2))(\omega_p + \omega_1 (v_0^2/v_T)) v_T}$ - спектральная плотность потерь энергии частицы.

Поскольку время взаимодействия частицы с полем поверхности волны $t = 1/\omega_1 v_0$, то спектральная плотность потерь энергии частицы в единицу времени имеет вид $\tilde{W}(\omega_1) = \omega_1 v_0 W(\omega_1)$.

Предположим, что под действием постоянного поля из металла в полупроводник инжектируется поток электронов. Рассматривается баллистический механизм переноса заряда, при котором частицы потока пролетают пространство взаимодействия с полем волны без столкновений. Процесс взаимодействия потока заряженных частиц с электромагнитными колебаниями носит либо коллективный (с участием волн пространственного заряда (ВПЗ)), либо индивидуальный (заряженная частица - волна) характер. Ниже рассмотрено индивидуальное взаимодействие, которое реализуется при малых концентрациях электронов пучка и описывается кинетическим уравнением для термоплазмонов. (Условие малости концентрации электронов пучка означает, что время пролета частицей пространства взаимодействия с поверхностью волной мало по сравнению с периодом колебаний ВПЗ. Иными словами, длина волны ВПЗ значительно превосходит область локализации поверхностного термоплазмона вблизи границы раздела сред, т.е. $\omega_0 < \omega_1 v_0$, ω_0 - плазменная частота электронов пучка.)

Зная потери энергии одной частицы на возбуждение волны с данным $\vec{\omega}$, можно найти потери энергии потока частиц и тем самым определить число термоплазмонов $N_{\vec{\omega}}$ с волновым вектором $\vec{\omega}$, возникших в результате спонтанного излучения.

Так как потери энергии электронов пучка равны

$$\frac{\partial \mathcal{E}_b}{\partial t} = \sum_i \frac{2\pi n_i v_{1oy} W_i(x)}{L_x L_z} \rightarrow 2\pi L_y \int W(p, x_1) \frac{p_y}{m_0} f(\vec{p}) d\vec{p}$$

(суммирование ведется по всем состояниям i электронов пучка, n_i - число заряженных частиц в состоянии i ; $m_0 \vec{v} = \vec{p}$, $f(\vec{p}) = n/(2\pi\hbar)^3$ - импульс и функция распределения электронов пучка; $L_{x,y,z}$ - размеры системы в направлениях x , y , z , V - объем системы; L_y - величина порядка глубины проникновения поверхности волны в полупроводник, $L_{x,z} = \frac{2\pi}{\omega_x, z} n_{x,z}$, $x_{x,z}$ - целые числа), то

$$\hbar \omega_b \frac{\partial N_{\vec{\omega}}}{\partial t} = -2\pi L_y \int W(p, \omega_1) \frac{p_y}{m_0} f(\vec{p}) d\vec{p}. \quad (11)$$

Так как выражение (11) определяет спонтанное излучение (и тем самым матричный элемент гамильтонiana взаимодействия электронов с термоплазмами), то для величины $N_{\vec{\omega}}$ можно записать кинетическое

уравнение, в котором учтены процессы как испускания, так и поглощения термоплазмонов [5, 6]:

$$\frac{\partial N_{\vec{z}}}{\partial t} = \frac{2L V}{\hbar^2} \int d\vec{p}_1 d\vec{p}_{y_2} |W_{k_1 \vec{z} k_2 \vec{z}}|^2 \delta(E_1 - E_2 - \hbar\omega_{\vec{z}}) \times \\ \times \{f(\vec{p}_1) + N_{\vec{z}}[f(\vec{p}_1) - f(p_{y_2}, p_{1\tau})]\}, \quad (12)$$

$E_{1,2}$ - энергия электронов в состояниях k_1 и k_2 , $W_{k_1 \vec{z} k_2 \vec{z}}$ - матричный элемент гамильтониана взаимодействия $|W_{k_1 \vec{z} k_2 \vec{z}}|^2 \sim \frac{2\pi\hbar W(z_1)p^2}{\omega_{\vec{z}} m_0^2 V}$.

Если функция распределения электронов в пучке имеет вид

$$f(\vec{p}) = n_{ob} \delta(p_y - p_{y0}) \delta(p_x) \delta(p_z), \quad (13)$$

то в приближении $m_0 v \gg \hbar \vec{z}$, $m_0 v^2/2 \gg \hbar\omega_{\vec{z}}$ из (12) получим

$$\frac{\partial N_{\vec{z}}}{\partial t} \approx \frac{\omega_{ob}^2 m_0 v_0 v_t}{2\epsilon_0 \hbar \omega_{\vec{z}} \omega_p} \left(1 + N_{\vec{z}} \frac{2\hbar\omega_{\vec{z}}}{m_0 v_0^2} \right), \quad v_0 \approx v_t. \quad (14)$$

Таким образом, поверхностные колебания становятся неустойчивыми, так как при взаимодействии с термоплазмонами процессы индуцированного излучения преобладают над процессами поглощения. Это связано с тем, что электронная система является неравновесной и вероятность перехода в состояние с меньшей энергией для электронов превышает вероятность перехода в состояние с большей энергией. В первом случае она пропорциональна $(p_0^2 - 2m_0 \hbar\omega_{\vec{z}})^{-1/2}$, во втором - $(p_0^2 + 2m_0 \hbar\omega_{\vec{z}})^{-1/2}$.

Из (14) следует, что

$$N_{\vec{z}} = \frac{1}{2} \frac{m_0 v_0^2}{\hbar\omega_{\vec{z}}} (e^{\alpha t} - 1), \quad \alpha = \frac{\omega_{ob}^2 v_t}{\epsilon_0 \omega_p v_0}. \quad (15)$$

(Если в потоке электронов учитывается их тепловой разброс, то при $v_0 \approx v_t$ инкремент неустойчивости (15) уменьшается на величину $\omega_{ob}^2 z_1 (v_0^2 + 3v_t^2)/\epsilon_0 \omega_p^2 v_0$.) Учитывая столкновения, в правую часть уравнения (14) необходимо добавить член $- \frac{\nu}{2} N_{\vec{z}}$, где $\nu/2$ - декремент затухания термоплазмона. Однако для типичных параметров полупроводника (например, в InSb $\nu \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $v_t \sim 10^8 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, $v_0 \approx v_t$, $L_y \sim 10^4 \text{ см}$, $n_{ob} \sim 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) $\alpha \gg \nu$ и интерес представляет спонтанное излучение. Мощность спонтанного излучения $\hbar\omega_{\vec{z}} \frac{\partial N_{\vec{z}}}{\partial t}$ на частоте $\omega \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$ порядка 10^{-6} Вт . Инкремент неустойчивости термоплазмонов частоты $\omega_1^2 = \omega_p^2 v_t^2 \text{ th}(z_1 \alpha)$ в результате взаимодействия с потоком электронов, пересекающим по нормали к границе структуру металл - полупроводник - металл (- $asysa$ - полупроводник), равен

$$\alpha = \gamma \left[\frac{\omega_1}{\omega_p} \left(1 - \frac{v_0^2}{v_T^2} \right) \cos \left(\frac{\omega_1}{v_0} a \right) - \frac{v_0}{v_T} \operatorname{cth} \left(\frac{\omega_p}{v_T} a \right) \sin \left(\frac{\omega_1}{v_0} a \right) \right]^2, \quad (16)$$

$$\gamma = \frac{\omega_{0b}^2 \omega_p^3 \alpha_\perp v_0 \omega_1^4 / 2a}{\epsilon_0 v_T (\omega_1^2 + \alpha_\perp^2 v_0^2) (\omega_1^2 + \omega_p^2 (v_0^2/v_T^2)) \operatorname{cth}(\omega_p a/v_T)}$$

и зависит от соотношения как между длиной волны и размерами пластины, так и между временем пролета частицы через пластину и периодом термоплазменных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bleustein J.L. // Appl.Phys.Lett. 1968. V.13. N 7. P.412.
2. Гуляев Ю.В. // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т.9. N 1. С.63.
3. Азаренков Н.А., Кондратенко А.Н. // Укр. физ. журн. 1985. Т.30. N 5. С.718.
4. Калмыкова С.С., Курилко В.В. // Укр. физ. журн. 1989. Т.155. Вып. 4. С.681.
5. Яковенко В.М., Яковенко И.В. // Укр. физ. журн. 1984. Т.29. N 12. С.1830.
6. Яковенко И.В. // Укр. физ. журн. 1986. Т.31. N 7. С.1074.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
22 января 1990 г.

TRANSITIONAL RADIATION OF SURFACE OSCILLATIONS ON THE METAL - SEMICONDUCTOR BOUNDARY

S. I. Khankina, V. M. Jakovenko

The interaction of surface waves with beam of charged particles crossing the media interface has been investigated on the metal - semiconductor boundary. The growth increments are determined and the spontaneous radiation powers are obtained.

УДК 621.378.2

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСТРОЙСТВ СВЧ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ СРЕДАМИ

О. А. Голованов

Предложен электродинамический подход решения задач дифракции для устройств СВЧ с полупроводниковыми нелинейными средами. На основе метода поперечных сечений построен вычислительный алгоритм нахождения дескрипторов нелинейных автономных блоков в виде коротких отрезков волновых каналов с полупроводниковыми нелинейными средами. Вычислительный алгоритм построен в предположении, что объемный заряд в области полупроводника является неизвестной величиной. Решение исходной задачи ищется как соединение нелинейных автономных блоков по определенным правилам (декомпозиционный подход). Обосновывается необходимость такого подхода. Приведены результаты математического моделирования - исследования усилителя в интегральном исполнении на арсениде галлия.

1. Построение математической модели.

Главное направление разработок в современной СВЧ микроэлектронике составляют работы по созданию монолитных интегральных схем на основе арсенида галлия. Несмотря на то что в технологии полупроводниковой электроники СВЧ достигнуты в последние годы значительные успехи, электродинамический подход к расчету устройств СВЧ полупроводниковой электроники в нелинейных режимах работы в настоящее время отсутствует как в отечественных, так и в зарубежных научных работах. Это ведет к значительным трудностям при разработке и проектировании устройств СВЧ полупроводниковой электроники.

Рассмотрим полупроводник арсенида галлия. Для него уравнения Максвелла имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + e(n \vec{v}_{\text{др}} \times \vec{E}) - D_F \text{ grad } n, \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{div } \vec{D} &= e(n - N_D), \quad \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \end{aligned} \tag{1}$$

где \vec{E} , \vec{H} - напряженности электрического и магнитного полей, \vec{B} - напряженность электрической индукции, $\vec{v}_{\text{др}}(\vec{E})$ - дрейфовая скорость электронов, n - концентрация электронов, e - заряд электрона (для устранения лишних знаков в формулах (1) и последующих электрону приписан положительный знак), N_D - концентрация легирующей примеси, D_F - коэффициент диффузии, ϵ , μ - относительные электрическая и

магнитная проницаемости полупроводника, ϵ_0 , μ_0 - электрическая и магнитная постоянные.

Математическое моделирование имеет смысл, если известны величины $\vec{v}_{\text{др}}(\vec{E})$, D_F , N_D , ϵ , μ в уравнениях (1). Представим вектор дрейфовой скорости $\vec{v}_{\text{др}}$ в виде

$$\vec{v}_{\text{др}} = |\vec{v}_{\text{др}}| (\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma), \quad (2)$$

где $|\vec{v}_{\text{др}}|$ - модуль вектора $\vec{v}_{\text{др}}$; \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} - единичные орты, направленные, соответственно, вдоль осей $0x$, $0y$, $0z$; α , β , γ - углы между вектором $\vec{v}_{\text{др}}$ и осями $0x$, $0y$, $0z$. При построении математической модели считаем, что вектор $\vec{v}_{\text{др}}$ параллелен вектору \vec{E} ; модуль вектора $|\vec{v}_{\text{др}}|$ в (2) зависит только от модуля вектора $|\vec{E}|$ и не зависит от направления вектора \vec{E} . Такие упрощения вполне обоснованы [1] и вписываются в современную феноменологическую теорию эффекта Ганна.

Скалярная зависимость $|\vec{v}_{\text{др}}| = |\vec{v}_{\text{др}}(|\vec{E}|)|$ определяется из эксперимента, при этом, как правило, используется метод СВЧ нагрева [1]. Аппроксимируем эту скалярную зависимость на интервале E_1 до E_2 , используя равномерное приближение, многочленом вида

$$|\vec{v}_{\text{др}}| = a_1 |\vec{E}| + a_2 |\vec{E}|^2 + \dots + a_n |\vec{E}|^n, \quad (3)$$

где a_1, a_2, \dots, a_n - коэффициенты аппроксимации. Подставляя (3) в (2) и, учитывая параллельность векторов $\vec{v}_{\text{др}}$ и \vec{E} , получаем векторный аналог

$$\vec{v}_{\text{др}}(\vec{E}) = (a_1 + a_2 |\vec{E}| + \dots + a_n |\vec{E}|^{n-1}) \vec{E} \quad (4)$$

скалярной зависимости (3), который в дальнейшем будет использоваться в уравнениях (1) при построении вычислительного алгоритма.

Данные для арсенида галлия относительно зависимости коэффициента D_F диффузии от напряженности электрического поля крайне противоречивы в современной научной литературе, поэтому будем полагать, что при $T = 300 \text{ K}$ D_F не зависит от \vec{E} , а его значение находится в пределах $200 - 400 \text{ см}^2/\text{с}$ [1]. Дополнительным соображением в пользу такого упрощения является и то, что в присутствии диффузионного тока баланс энергии меняется, причем эффективная температура электронов перестает быть функцией только поля.

Решение нестационарных и нелинейных уравнений Максвелла (1) - достаточно сложная математическая задача. Сведем уравнения (1) к системе связанных пар стационарных уравнений Максвелла, полагая, что источники электромагнитного поля гармонические с частотами $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$. Если источники поля нестационарные, то предварительно электромагнитные сигналы представляются рядами Фурье (периодические сигналы) или интегралами Фурье (непериодические сигналы) с последующей дискретной выборкой на основе теоремы Котельникова.

Представляя функции $\vec{E}(t)$, $\vec{H}(t)$, $\vec{D}(t)$, $|E(t)|$, $n(t)$ в виде рядов по всевозможным комбинационным частотам, составленным из частот гармонических источников и внося эти ряды в уравнения (1), учитывая при этом выражение (4), получаем следующую систему связанных пар уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{H}(\omega_m) - i\omega_m \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) \vec{E}(\omega_m) = \vec{J}(\omega_m) - \vec{Z}(\omega_m),$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\omega_m) + i\omega_m \mu_0 \mu(\omega_m) \vec{H}(\omega_m) = 0,$$

$$\operatorname{div} \vec{D}(\omega_m) = e(n(\omega_m) - N_D), \quad \vec{D}(\omega_m) = \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) \vec{E}(\omega_m),$$

$$\vec{J}(\omega_m) = e \left[a_1 \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M n(\omega_i) \vec{E}(\omega_i) \gamma_{ij} + \dots + \right] \quad (5)$$

$$+ a_2 \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \sum_{k=-M}^M \dots \sum_{l=-M}^M n(\omega_i) E(\omega_j) \vec{E}(\omega_k) \gamma_{ijkl} + \dots +$$

$$+ a_n \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \sum_{k=-M}^M \dots \sum_{l=-M}^M n(\omega_i) E(\omega_j) E(\omega_k) \dots \vec{E}(\omega_l) \gamma_{ijkl\dots l},$$

$$\vec{Z}(\omega_m) = e D_F \operatorname{grad} n(\omega_m), \quad m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

где ω_m - комбинационные частоты ($\omega_m > 0$, $\omega_{-m} = -\omega_m$, $\omega_0 = 0$); M - количество учтенных комбинационных частот; $\vec{E}(\omega_m)$, $\vec{H}(\omega_m)$, $\vec{D}(\omega_m)$, $E(\omega_m)$, $n(\omega_m)$ - коэффициенты в рядах по комбинационным частотам;

$$\gamma_{ijkl\dots l} = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_i + \omega_j + \omega_k + \dots + \omega_l \neq \omega_m \\ 1, & \text{если } \omega_i + \omega_j + \omega_k + \dots + \omega_l = \omega_m \end{cases}.$$

Рассмотрим задачу дифракции в волновом канале (волновод, полосково-щелевая линия) на нелинейной полупроводниковой неоднородности - на рис. 1 неоднородность находится между сечениями s_1 и s_2 . Приближенное решение этой задачи (5) будем искать в виде

$$\vec{E}^N(\omega_m) = \sum_{n=1}^N (a_n^t(\omega_m) \vec{e}_n^t(\omega_m) + a_n^z(\omega_m) \vec{e}_n^z(\omega_m)),$$

$$\vec{H}^N(\omega_m) = \sum_{n=1}^N (b_n^t(\omega_m) \vec{h}_n^t(\omega_m) + b_n^z(\omega_m) \vec{h}_n^z(\omega_m)), \quad (6)$$

$$\vec{n}^N(\omega_m) = \sum_{n=1}^N n_n^z(\omega_m) \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) \vec{e}_n^z(\omega_m) \vec{z}_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M,$$

где N - число учтенных типов волн в волновом канале; $a_n^t(\omega_m)$, $b_n^t(\omega_m)$, $a_n^z(\omega_m)$, $b_n^z(\omega_m)$, $n_n^z(\omega_m)$ - неизвестные функции продольной координаты z ; $\vec{e}_n^t(\omega_m)$, $\vec{h}_n^t(\omega_m)$, $\vec{e}_n^z(\omega_m)$, $\vec{h}_n^z(\omega_m)$ - поперечные и продольные компоненты нормальных волн в волновом канале. В волновом канале нормальные волны

$$\vec{E}_k^{\pm}(\omega_m) = [\vec{e}_k^t(\omega_m) \pm \vec{e}_k^z(\omega_m)] \exp(\mp i\Gamma_k(\omega_m)z), \quad (7)$$

$$\vec{H}_k^{\pm}(\omega_m) = [\pm \vec{h}_k^t(\omega_m) + \vec{h}_k^z(\omega_m)] \exp(\mp i\Gamma_k(\omega_m)z),$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где $\Gamma_k(\omega_m)$ - постоянные распространения волн, являются решением уравнений Максвелла

$$\text{rot } \vec{H}_k^{\pm}(\omega_m) = i\omega_m \epsilon_0 \epsilon_1(\omega_m) \vec{E}_k^{\pm}(\omega_m), \quad (8)$$

$$\text{rot } \vec{E}_k^{\pm}(\omega_m) = -i\omega_m \mu_0 \mu_1(\omega_m) \vec{H}_k^{\pm}(\omega_m),$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

В выражениях (7) и (8) знак "+" соответствует прямым, знак "-" - обратным волнам. Поперечные компоненты нормальных волн нормированы:

$$\int_{S_1} [\vec{e}_k^t(\omega_m), \vec{h}_n^t(\omega_m)] d\vec{s} = \delta_{kn} R_k(\omega_m), \quad (9)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M; \quad k, n = 1, 2, \dots, N,$$

где δ_{kn} - символ Кронекера; $R_k(\omega_m)$ - коэффициент нормировки.

Подставляя (6) в (5) с учетом (7) - (9) и проектируя с использованием базисов $\{\vec{e}_k^t(\omega_m)\}$, $\{\vec{h}_k^t(\omega_m)\}$, $\{\vec{e}_k^z(\omega_m)\}$, $\{\vec{h}_k^z(\omega_m)\}$, получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{db_k^t(\omega_m)}{dz} = -i\Gamma_k(\omega_m) b_k^z(\omega_m) - Y_k^t(\omega_m) + \sum_{n=1}^N (i\omega_m A_{kn}^t(\omega_m) \times$$

$$\times b_n^z(\omega_m) - i\omega_m B_{kn}^t(\omega_m) a_n^t(\omega_m) - G_{kn}(\omega_m) n_n^z(\omega_m)),$$

$$\frac{da_k^t(\omega_m)}{dz} = -i\Gamma_k(\omega_m) a_k^z(\omega_m) + \sum_{n=1}^N (i\omega_m C_{kn}^t(\omega_m) a_n^z(\omega_m) - i\omega_m D_{kn}^t(\omega_m) b_n^t(\omega_m)),$$

$$\frac{dn_k^z(\omega_m)}{dz} = \varphi_k^z(\omega_m), \quad \frac{da_k^z(\omega_m)}{dz} = \psi_k^z(\omega_m), \quad (10)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

решаемых совместно с системами линейных уравнений:

$$\sum_{n=1}^N (i\omega_m A_{kn}^z(\omega_m) b_n^t(\omega_m) - i\omega_m B_{kn}^z(\omega_m) a_n^t(\omega_m) - eD_F A_{kn}^z(\omega_m) \varphi_n^z(\omega_m)) = Y_k^z(\omega_m),$$

$$\sum_{n=1}^N (D_{kn}^z(\omega_m) b_n^z(\omega_m) - C_{kn}^z(\omega_m) a_n^t(\omega_m)) = 0,$$

$$\sum_{n=1}^N (i\Gamma_n(\omega_n)B_{kn}^z(\omega_n)\alpha_n^t(\omega_n) + A_{kn}^z(\omega_n)\psi_n^z(\omega_n) - eA_{kn}^z(\omega_n)n_n^z(\omega_n)) = \\ = - F_k(\omega_n),$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где

$$A_{kn}^t(\omega_n) = \frac{1}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \varepsilon_0 \varepsilon(\omega_n) \vec{e}_n^t(\omega_n) \vec{e}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$B_{kn}^t(\omega_n) = \frac{1}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \varepsilon_0 \varepsilon(\omega_n) \vec{e}_n^t(\omega_n) \vec{e}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$A_{kn}^z(\omega_n) = \int_{S_1} \varepsilon_0 \varepsilon(\omega_n) \vec{e}_n^z(\omega_n) \vec{e}_k^z(\omega_n) ds,$$

$$B_{kn}^z(\omega_n) = \int_{S_1} \varepsilon_0 \varepsilon(\omega_n) \vec{e}_n^z(\omega_n) \vec{e}_k^z(\omega_n) ds,$$

$$C_{kn}^t(\omega_n) = \frac{1}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \mu_0 \mu(\omega_n) \vec{h}_n^t(\omega_n) \vec{h}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$D_{kn}^t(\omega_n) = \frac{1}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \mu_0 \mu_1(\omega_n) \vec{h}_n^t(\omega_n) \vec{h}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$C_{kn}^z(\omega_n) = \int_{S_1} \mu_0 \mu(\omega_n) \vec{h}_n^z(\omega_n) \vec{h}_k^z(\omega_n) ds,$$

$$D_{kn}^z(\omega_n) = \int_{S_1} \mu_0 \mu_1(\omega_n) \vec{h}_n^z(\omega_n) \vec{h}_k^z(\omega_n) ds,$$

$$Y_k^t(\omega_n) = \frac{1}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \vec{J}_{\Sigma n}(\omega_n) \vec{e}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$Y_k^z(\omega_n) = \int_{S_1} \vec{J}_{\Sigma n}(\omega_n) \vec{e}_k^z(\omega_n) ds,$$

$$G_{kn}(\omega_n) = \frac{e D_F}{R_k(\omega_n)} \int_{S_1} \text{grad} (\varepsilon_0 \varepsilon(\omega_n) \vec{e}_n^z(\omega_n) \vec{z}_0) \vec{e}_k^t(\omega_n) ds,$$

$$F_k(\omega_n) = \delta_{\infty} \int_{S_1} N_D \cdot \vec{e}_k^z(\omega_n) \vec{z}_0 ds,$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где S_1 - попечное сечение волнового канала. Величина $\vec{J}_{\Sigma n}(\omega_n)$ вычисляется путем подстановки представления $\vec{E}^N(\omega_n)$ (6) в формулы (5)

для токов $\vec{J}(\omega_m)$.

Сформулируем краевые условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (10). На сечениях s_1 и s_2 (рис. 1) падают прямые волны с коэффициентами $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ ($\alpha = 1, 2; k = 1, 2, \dots, N; m = 0, 1, 2, \dots, M$), где α - номер входного сечения. Требуется определить коэффициенты $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ обратных (отраженных) волн. Задавая условия излучения [2] (отсутствие прямых волн в отклике) и учитывая на сечениях s_1 и s_2 непрерывность $\dot{E}_\tau(\omega_m)$, $\dot{H}_\tau(\omega_m)$, $\dot{B}_\gamma(\omega_m)$, где $\dot{E}_\tau(\omega_m)$, $\dot{H}_\tau(\omega_m)$ - касательные составляющие электрического и магнитного полей, $\dot{B}_\gamma(\omega_m)$ - нормальная составляющая электрической индукции, получаем краевые условия

$$c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) + c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = a_{k(\alpha)}^t(\omega_m),$$

$$c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) - c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = b_{k(\alpha)}^t(\omega_m), \quad (11)$$

$$\sum_{n=1}^N B_{kn}^z(\omega_m) (c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) - c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)) = \sum_{n=1}^N A_{kn}^z(\omega_m) a_{n(\alpha)}^z(\omega_m),$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, k, n = 1, 2, \dots, N, m = 0, 1, 2, \dots, M$$

для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (10). Краевые условия (11) записаны в системе координат сечений s_1 и s_2 (введен дополнительный индекс α).

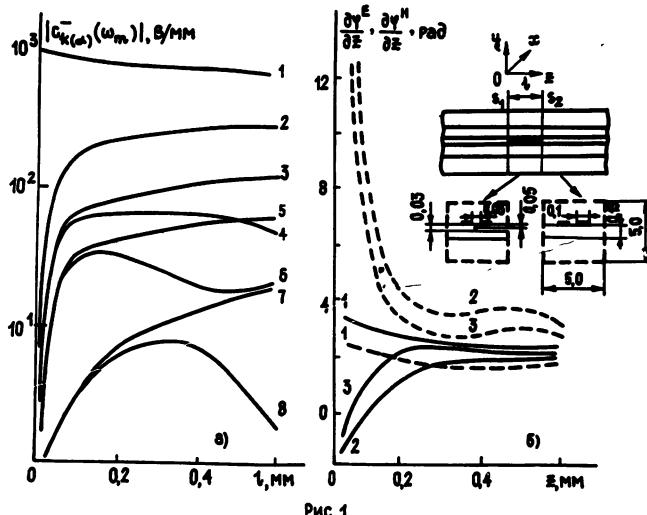


Рис. 1.

Вычислительный алгоритм, построенный на основе метода поперечных сечений, позволяет определить коэффициенты $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ отраженных волн, зная коэффициенты $c_{n(\beta)}^+(\omega_1)$ падающих волн

$$c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = F_{k(\alpha)}(\omega_m; c_{1(1)}^+(\omega_1), c_{1(1)}^+(\omega_2), \dots, c_{1(1)}^+(\omega_n)), \\ c_{1(2)}^+(\omega_1), \dots, \quad (12)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots, N, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n,$$

где $F_{k(\alpha)}(\omega_m; M^*)$ – нелинейная функция, заданная в виде вычислительной процедуры. Эта функция полностью описывает электродинамический режим работы волноводного устройства СВЧ с нелинейной средой, поэтому может быть использована в качестве дескриптора нелинейного автономного блока.

Краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (10) будем решать методом "пристрелки" [3], который позволяет свести краевую задачу к серии задач Коши с варьируемыми начальными условиями $c_{k(1)}^-(\omega_m), n_{k(1)}^z(\omega_m)$ ($k = 1, 2, \dots, N; m = 0, 1, 2, \dots, n$). Система дифференциальных уравнений (10) имеет частные решения, которые быстро возрастают по экспоненциальному закону. Малые ошибки округления, неизбежные при использовании ЭВМ, будут возрастиать по экспоненциальному закону и могут сравняться по величине с самим решением, после чего вычислительный процесс решения задачи Коши продолжать бессмысленно. Особенность вышеописанного алгоритма является то, что устойчивая краевая задача решается через неустойчивые задачи Коши. Решить задачу с "сильной" нелинейностью и значительной волновой протяженностью вдоль оси z из-за неустойчивости задач Коши практически невозможно. Эту трудность можно преодолеть, используя декомпозиционный подход.

Посредством декомпозиции нелинейную область (рис. 1) вдоль оси z расчленим условными границами на подобласти (нелинейные автономные блоки) такой протяженности l , чтобы для них задачи Коши оказались устойчивыми. Дескрипторы $F_{k(\alpha)}(\omega_m; M^*)$ этих нелинейных блоков находятся из решения системы дифференциальных уравнений (10) при краевых условиях (11). Процесс рекомпозиции нелинейных автономных блоков итерационный [4]. Используя разложение в ряд Тейлора функции (12), заменяем нелинейный дескриптор $F_{k(\alpha)}(\omega_m; M^*)$ линейным в виде матрицы рассеяния S и вектора излучения c_Σ^- . Рекомпозиция нелинейных автономных блоков сводится к серии рекомпозиций с линейными блоками.

Метод поперечных сечений совместно с декомпозиционным подходом позволяет исследовать волноводы и полосково-щелевые линии с нелинейными средами, обладающими значительной волновой протяженностью и "сильной" нелинейностью. Разработанные в настоящее время методы [5-7] решения подобных линейных задач непригодны.

2. Полупроводник арсенид галлия в связанный полосковой линии

Для решения нелинейных электродинамических задач метод поперечных сечений впервые был использован в [8]. На рис. 1 показана связанный полосковая линия с полупроводником арсенид галлия (планарный диод Ганна в связанный полосковой линии). Размеры конструкции даны в миллиметрах. Активный слой (область, расположенная под токопроводящими

полосками) имеет следующие параметры: $\epsilon = 12,5$; $\mu = 1$; $D_F = 200 \text{ см}^2/\text{с}$; $n_0 = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ 1/см}^3$. Подложка имеет $\epsilon = 12,5$, $\mu = 1$. Точка наблюдения электрического поля находится между токопроводящими полосками. В модели экран необходим для определения нормальных волн связанный полосковой линии (размеры экрана выбирались такими, что он не влиял на постоянные распространения волн основного нечетного типа). Нормальные волны связанный линии, необходимые для построения алгоритма, находились с помощью метода автономных многомодовых блоков [9]. Количество базисных функций в методе [9] бралось равным 25, что обеспечивало высокую точность нахождения постоянных распространения волн.

Поперечные компоненты нормальных волн нормировались согласно (9) так, что в точке наблюдения (рис. 1) модули напряженности электрических поперечных компонент были равны условно единице. Такая нормировка позволяет судить о напряженностях электрического поля в связанный полосковой линии по значениям коэффициентов (амплитуд) $c_{k(\alpha)}^\pm(\omega)$ падающих и отраженных волн.

Зависимость $|\vec{v}_{dp}|$ дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля для активного слоя, построенная на основе результатов работы [10], аппроксимировалась многочленом (3) пятой степени. Многочлены построены для частот $0,30, 60, 90, 120, 150 \text{ ГГц}$ и отражали математически деградацию характеристик диода Ганна с повышением частоты.

Концентрация легирующей примеси по объему активного слоя распределена равномерно $N_D = \text{const}$. Для моделирования реальных омических контактов под металлическими полосками в активном слое выделены области с кусочно-линейным распределением N_D по вертикали [1] и равномерным распределением N_D по горизонтали. Для хороших омических контактов сопротивление контакта должно быть малым по сравнению с сопротивлением активного слоя.

К диоду Ганна через омические контакты прикладывается постоянное электрическое поле, следовательно, необходимо еще дополнительно решать электростатическую задачу (в уравнениях (5) учитывается нулевая комбинационная частота $\omega_0 = 0$). Электростатическую задачу будем рассматривать как предельный случай электродинамической задачи ($\omega_1 \rightarrow 0$). Такой подход дает возможность строить единообразный вычислительный алгоритм. Постоянное электрическое поле $\vec{E}(\omega_0)$ определяем как поперечную электрическую компоненту нормальной волны основного типа в связанный полосковой линии (нечетный тип волны), полученной для минимально возможной частоты ω_{\min} . Чем меньше ω_{\min} , тем меньше погрешность в определении электростатического поля.

Решаемая задача дифракционная: на сечение s_1 падает волна основного нечетного типа с частотой ω_1 и амплитудой $c_{1(1)}^+(\omega_1)$. Необходимо определить амплитуды $c_{k(\alpha)}^-(\omega)$ отраженных волн. При решении дифракционной задачи в уравнениях Максвелла (5) используются следующие комбинационные частоты $\omega_m = 2\pi m f$ ($m = 0, 1, 2, \dots, M$). Для обеспечения необходимой устойчивости вычислительного алгоритма при решении задач Коши нелинейная область между сечениями s_1 и s_2 (рис. 1) расчленялась на три нелинейных автономных блока. $l_1 = 0,2,1$; $l_2 = 0,3,1$; $l_3 = 0,5,1$

(нумерация длин блоков приведена от сечения s_1).

На рис. 1а приведены результаты расчета коэффициентов $|c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)|$ отраженных волн основных нечетных типов связанный полосковой линии в зависимости от длины полупроводниковой неоднородности. Кривая 1

соответствует $|c_{1(2)}^-(\omega_1)|$, 2 - $|c_{1(1)}^-(\omega_1)|$, 3 - $|c_{1(2)}^-(\omega_2)|$, 4 - $|c_{1(1)}^-(\omega_2)|$, 5 - $|c_{1(2)}^-(\omega_3)|$, 6 - $|c_{1(1)}^-(\omega_3)|$, 7 - $|c_{1(2)}^-(\omega_4)|$, 8 - $|c_{1(1)}^-(\omega_4)|$. Результаты получены при $N = 5$ (количество учтенных нормальных волн в связанный полосковой линии), $M = 5$ (число учтенных комбинационных частот), $E(\omega_0) = 1000$ В/мм (напряженность постоянного электрического поля в точке наблюдения), $c_{1(1)}^+(\omega_1) = 1000$ В/мм (амплитуда падающей волны), $h = 0,01$ мм (шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений (10) в методе Рунге-Кутта), $f = 30$ ГГц. При решении электростатической задачи минимальная частота бралась равной $\omega_{\min} = 0,1$ ГГц. При увеличении ω_{\min} до 5 ГГц результаты математического моделирования практически не изменялись. Дальнейшее расширение базисов N , M практически не изменяло численных результатов.

На рис. 1б показано распределение величин

$$\frac{\partial \phi^E}{\partial z} = \frac{(\partial/\partial z) \arg E(\omega_m)}{\omega_m \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad \frac{\partial \phi^H}{\partial z} = \frac{(\partial/\partial z) \arg H(\omega_m)}{\omega_m \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

по длине неоднородности в точке наблюдения. Для продольно-регулярной связанный полосковой линии эти величины равны и совпадают с относительными постоянными распространения волн. По кривым можно судить о направлениях и фазовых скоростях электрического и магнитного полей внутри нелинейной области. Сплошные кривые на рис. 1б соответствуют $\partial \phi^E / \partial z$, штриховые - $\partial \phi^H / \partial z$. Кривые 1 - ω_1 , 2 - ω_2 , 3 - ω_3 , 4 - ω_4 .

Связанная полосковая линия с диодом Ганна в планарном исполнении как устройство СВЧ не имеет практического применения, но может с успехом использоваться как нелинейный базовый элемент для построения более сложных моделей устройств СВЧ с нелинейными элементами. Такой нелинейный базовый элемент использовался для построения математической модели интегрального усилителя на планарном диоде Ганна.

3. Интегральный усилитель на планарном диоде Ганна

Трехмерная математическая модель интегрального усилителя на планарном диоде Ганна выполнена с учетом реальных омических контактов в диоде (рис. 2) и с учетом накопления объемного заряда. Это позволяет на модели исследовать различные режимы работы усилителя (режим ограниченного накопления объемного заряда, гибридный режим [1]). Такие исследования в настоящее время отсутствуют в отечественных и зарубежных научных работах.

На рис. 2 изображен усилитель на планарном диоде Ганна в интегральном исполнении. Конструкция усилителя выполнена на связанных полосковых линиях и состоит из плавного перехода (область между сечениями s_1 и s_3), планарного диода Ганна (область между s_3 и s_4).

резонатора на связанных полосковых линиях (область между s_4 и s_2). Плавный переход и резонатор выполнены на плате из поликорда ($\epsilon = 9,6$), диод Ганна в конструкции используется как навесной элемент. Экран в реальной конструкции отсутствует, в модели необходим для определения нормальных волн связанных полосковых линий.

Элементы матрицы рассеяния плавного перехода вычислялись согласно методике [11] (плавный переход заменялся ступенчатой моделью). Такой подход позволяет единообразно моделировать плавный переход и полосковый резонатор. Для моделирования интегрального усилителя использовалась десятиступенчатая модель, которая обеспечивала хорошую степень приближения ступенчатой модели к ее плавному прообразу. На стыках, которые необходимы для построения ступенчатой модели и резонатора [2], связанные полосковые линии "сшивались" по $N \cdot M$ типам волн - $N = 5$, $M = 5$. Дальнейшее расширение базиса по N практически не изменяло результатов.

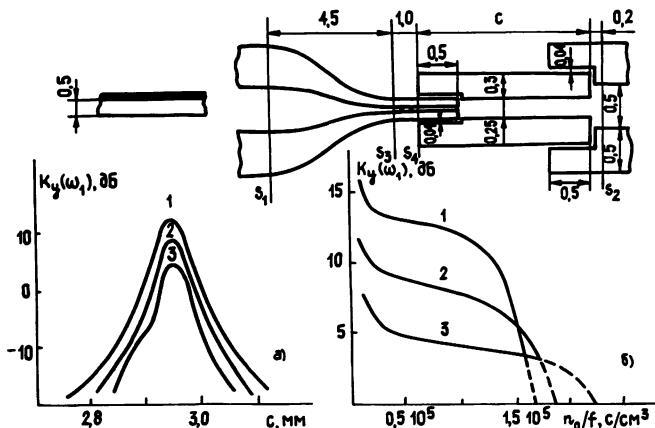


Рис. 2

На рис. 2 приведены результаты расчета коэффициента усиления интегрального усилителя, определяемого как

$$K_y(\omega_1) = 20 \lg(|c_{1(2)}^-(\omega_1)| / |c_{1(1)}^+(\omega_1)|)$$

от длины резонатора и величины n_0/f , где $|c_{1(1)}^+(\omega_1)|$ - модуль амплитуды (коэффициента) падающей волны основного нечетного типа (входное сечение s_1 на рис. 2); $|c_{1(2)}^-(\omega_1)|$ - модуль отраженной волны основного нечетного типа (сечение s_2). Кривые 1 получены при

$c_{1(1)}^+(\omega_1) = 16 \text{ В/мм}$, 2 - $c_{1(1)}^+(\omega_1) = 32 \text{ В/мм}$, 3 - $c_{1(1)}^+(\omega_1) = 48 \text{ В/мм}$. Результаты моделирования получены для диода Ганна с $l = 0,3 \text{ мм}$ при $E(\omega_0) = 1000 \text{ В/мм}$ (постоянное электрическое поле смещения в точке наблюдения), $f = 30 \text{ ГГц}$. Остальные параметры при моделировании диода Ганна как базового нелинейного элемента приведены в разд. 2.

При возрастании усиливаемого сигнала $c_{1(1)}^+(\omega_1)$ увеличивается пассивная часть работы диода Ганна. Это ведет к дополнительным омическим затуханиям электрического поля, что ведет к уменьшению

коэффициента усиления - кривые на рис. 2а. С увеличением отношения n_0/f (рис. 2б) коэффициент усиления уменьшается за счет накопления объемного заряда. Усилитель из режима ограниченного накопления объемного заряда переходит в гибридный режим ($n_0/f > 7 \cdot 10^4$ с/см³). При некоторых значениях n_0/f (эти значения зависят от величины усиливаемого сигнала) накопленный за активную часть работы диода объемный заряд не успевает рассосаться за пассивную часть работы диода. Происходит резкое уменьшение коэффициента усиления (штриховые линии на рис. 2б). Диод Ганна переходит в доменный режим работы.

Результаты математического моделирования получены на многопроцессорном специализированном вычислительном комплексе с помощью системы автоматизированного моделирования устройств СВЧ [12] и использовались при изготовлении экспериментального образца интегрального усилителя на планарном диоде Ганна, работающего в импульсном режиме. Распараллеливание вычислительного процесса осуществлялось по М (количество учтенных временных гармоник). Интегралы в (10) вычислялись с помощью периферийных процессоров численно (из-за сложности получения аналитических выражений для интегралов). Время счета одной точки кривой составляло около 7,3 мин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левинштейн М. Е., Пожела Ю. К., Шур М. С. Эффект Ганна. - М.: Сов. радио, 1975. - 288 с.
2. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ /В. В. Никольский, В. П. Орлов и др. - М.: Радио и связь, 1982. - 272 с.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы. - М.: Наука, 1975. - 632 с.
4. Голованов О. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 7. С. 793.
5. Годунов С. К. // УМН. 1961. Т.16. № 3. С.171.
6. Абрамов А. А. // ЖВМ и МФ. 1961. Т.16. № 2. С.349.
7. Быков А. А., Ильинский А. С. // ЖВМ и МФ. 1979. Т.19. № 3. С.631.
8. Голованов О. А. // Радиотехника и электроника. 1988. Т.33. № 5. С. 938.
9. Никольский В. В., Голованов О. А. // Радиотехника и электроника. 1979. Т.24. № 6. С. 1070.
10. Rees H.D.// Sol-st. Comm. 1969. V.7. N 2. P.267.
11. Голованов О. А. // Радиотехника и электроника. 1987. Т.32. № 1. С. 182.
12. Голованов О. А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29. № 2. С.74.

Поступила в редакцию
21 февраля 1990 г.

УДК 621.382.323

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗБЫТОЧНОГО ШУМА МДП-СТРУКТУР В КВАЗИРАВНОВЕСНЫХ УСЛОВИЯХ

Г. П. Жигальский, А. С. Федоров

Приведены результаты экспериментальных исследований шума МДП-структур. Обнаружено, что наблюдаемый без напряжений смещения на металлическом электроде МДП-структуры шум превышает уровень равновесного шума Найквиста. На основе туннельной модели возникновения шума рассчитан эффективный заряд в окисле, величина которого находится в хорошем соответствии с экспериментальными результатами.

Быстрое развитие в области микро- и наноэлектроники возвратило интерес к исследованиям флуктуационных явлений в МДП-структурах. В основном это обусловлено следующими факторами: возможностью связать измеренные характеристики спектра шума с наиболее важными электрофизическими и надежностными параметрами МДП-приборов [1, 2], а также тем, что тепловой шум является одним из фундаментальных физических ограничений быстродействия и уменьшения размеров элементов интегральных микросхем (ИМС) [3]. При этом обычно считают, что при отсутствии тока через диэлектрик и без освещения МДП-структура находится в состоянии термодинамического равновесия и шум ее определяется формулой Найквиста. Однако для реальных МДП-структур условия термодинамического равновесия (пространственная однородность и стационарность функций распределения носителей заряда и термодинамических потенциалов) в большинстве случаев не могут быть выполнены. Тогда флуктуационные процессы приводят к возникновению фликкерного шума, являющегося характеристикой степени близости системы к равновесию [4-6].

В данной работе исследован избыточный шум МДП-структур при квазиравновесных внешних условиях: отсутствие напряжения смещения на электродах, температурных градиентов и освещения. Полученные результаты позволяют связать возникновение избыточного шума в МДП-структуре с туннельным механизмом перезарядки ловушечных уровней в окисле через поверхностные состояния на границе раздела полупроводник - диэлектрик.

1. Образцы и методика исследований. МДП-структуры сформированы на пластинах кремния КДБ-7,5 (пластины *p*-типа, ориентации {100}, легированные бором до удельного сопротивления 7,5 Ом·см). Слои двуокиси кремния толщиной $d_{\text{ок}} = 5 - 100$ нм получены термическим окислением пластин в атмосфере сухого кислорода с добавкой газообразного хлористого водорода.

Полевые электроды изготовлены методом фотолитографии по алюминию, который осаждался термическим испарением в вакууме на окисленную (рабочую) и обратную стороны пластины. Площадь каждого из полевых электродов на окисле $0,5 \text{ mm}^2$. На обратную сторону пластины осаждался сплошной слой алюминия с целью создания омического контакта между кремнием и металлическим столиком.

Для исследований отобраны структуры, имеющие плотность тока

утечки $J \leq 0,25 \text{ пА/см}^2$ при напряженности поля в диэлектрике $E = 8 \text{ МВ/см}$ (в режиме обогащения), что служит признаком отсутствия в диэлектрике макродефектов типа сквозных пор.

Во время измерений образцы находились в тщательно экранированной, защищенной от света и терmostатированной камере при квазиравновесных условиях (напряжение смещения $U_0 = 0 \text{ В}$).

Температура в камере поддерживалась постоянной в диапазоне $T = 293 - 500 \text{ К}$ с погрешностью $\pm 2,0 \text{ К}$. Кроме этого измерения избыточного шума проводились также при температуре жидкого азота $T = 77 \text{ К}$. При этом МДП-структуру помещали в электрический экран, который погружался в сосуд Дьюара с жидким азотом. Контакт к полевому электроду осуществлялся пружинящим металлическим зондом.

Исследование спектральной плотности мощности (СПМ) шума в диапазоне частот $f = 10 \text{ Гц} - 20 \text{ кГц}$ проводилось по методике [7,8] с помощью анализатора СКЧ-72, а при необходимости измерения производились до 1 МГц селективным микровольтметром Вб-10. Собственный шум измерительного усилителя определялся при замене МДП-структуры на равный ей по емкости (в исследуемом диапазоне частот) конденсатор с воздушным диэлектриком C_B или эквивалентной RC-цепочкой. При этом для исследованных МДП-структур СПМ избыточного шума, как правило, на порядок и более превышала СПМ шума усилителя.

СПМ шума Найквиста $S_{IN}(f)$ и избыточного шума $S_I(f)$ МДП-структур вычислялась с учетом измеренных в рабочем диапазоне частот их емкости C_x и тангенса угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta$ (т.е. действительной части адmittанса $\operatorname{Re} Y = 2\pi f C_x \operatorname{tg} \delta / (1 + \operatorname{tg}^2 \delta)$) по методике, описанной в [8,9].

2. Экспериментальные результаты и их обсуждение. Зависимости СПМ шума от частоты для исследованных без напряжения смещения МДП-структур ($C_x = 100 \text{ пФ}$, $\operatorname{tg} \delta \leq 1 \cdot 10^{-4}$) имеют типичный для фликкерного шума спектр вида $1/f^\gamma$, при $\gamma = 1,2 - 1,5$, на частотах до 1 кГц. При этом СПМ достигает величины $10^{-25} \text{ А}^2/\text{Гц}$ на частоте 10 Гц. При замене МДП-структуры на входе предусилителя на конденсатор емкостью $C_B(f) = C_x(f)$ СПМ шума снижается на 2 - 2,5 порядка величины и на частотах ниже 100 Гц появляется низкочастотное насыщение спектра на уровне $(2 - 5) \cdot 10^{-28} \text{ А}^2/\text{Гц}$. Рассчитанная по формуле Найквиста [8] СПМ шума для этих же МДП-структур не превышает значения $2 \cdot 10^{-30} \text{ А}^2/\text{Гц}$ на частоте 100 Гц. Эксперимент показывает, что равновесный шум Найквиста в исследуемом диапазоне частот не превышает собственного шума усилителя. При этом наблюдаемый шум МДП-структур (при $U_0 = 0$) значительно превышает тепловой шум (на частоте $f = 10 \text{ Гц}$ на пять порядков величины) и на два-три порядка превышает шум измерительного усилителя. Интересно отметить, что значительное превышение низкочастотного контактного шума над шумом Найквиста при комнатной температуре и в отсутствие напряжения смещения наблюдали в окиси алюминия и алюминиевой керамике как для запирающих, так и омических контактов [10] (на частоте 1 Гц СПМ шума превышала шум Найквиста на шесть порядков величины). Наблюдаемый избыточный шум авторы связывают с неравновесными электрохимическими процессами.

Теоретическое рассмотрение флуктуационно-диссилиационной теоремы для случая неравновесных и (или) нелинейных систем показывает, что ее следствия отличны от формулы Найквиста [11]. Видимо, такой случай

наблюдается в исследованных МДП-структурах. При этом причины, приводящие к отклонению от равновесности в МДП-структурах, могут быть различны. Так, наличие внутренних механических напряжений в системе металл-окисел-полупроводник повышает ее свободную энергию и делает ее термодинамически неравновесной [12,13]. Релаксация механических напряжений может происходить в течение длительного времени. Заряд подвижных ионов, заряд на ловушках и неподвижный заряд в окисле также создают отклонение от равновесности в МДП-структуре [14]. На глубоких ловушечных уровнях в окисле заряд может сохраняться многие месяцы. Времена перезарядки ловушек экспоненциально зависят от локального внутреннего электрического поля, создаваемого в граничном слое полупроводника зарядом в окисле [14]. Локальное электрическое поле поддерживает градиент концентрации неосновных носителей заряда в поверхностном слое полупроводника, т.е. создает область пространственного заряда без внешнего поля, что приводит к возникновению режима обеднения в исследованных МДП-структурах (пластины *p*-типа). Можно предположить, что отклонение МДП-структуры от состояния термодинамического равновесия в значительной мере определяется величиной заряда в окисле. Именно поэтому в квазиравновесных условиях можно ожидать наиболее существенного влияния заряда в окисле на энергетический спектр избыточного шума МДП-структур, что подтверждается нашими экспериментами.

Был проведен ряд экспериментов по исследованию изменения избыточного шума одних и тех же МДП-структур в течение двух лет. Исследования показали практически неизменность СПМ шума МДП-структур в течение первого года, но за последующий второй год изменились все электрофизические параметры структур. В частности, тангенс угла потерь увеличился до значения $\tan \delta = 0,1\text{--}0,5$ и наблюдался шум этих МДП-структур вполне соответствовал формуле Найквиста. Полученные результаты подтверждают, что исследуемые МДП-структуры сразу после изготовления не находились в термодинамическом равновесии, но, по-видимому, достигли его через два года.

Понятия термодинамического равновесия и стационарности эквивалентны в смысле требованияния постоянства всех внутренних параметров системы, что относится также и к функциям распределения [15]. При этом исследованные непосредственно после изготовления МДП-структуры нельзя считать термодинамически равновесными. Однако соблюдение условий квазистационарности, когда интервал времени наблюдения τ_H значительно превышает время релаксации первичных флуктуаций τ_p , позволяет рассматривать исследуемый флуктуационный процесс как последовательность равновесных состояний. В нашем случае электрические и тепловые постоянные времени релаксации МДП-структур не превышали $\tau_p = 10\text{--}30$ с, а время наблюдения (определенное числом усредняемых реализаций шума и частотным диапазоном СК4-72) составляло $\tau_H = 10\text{--}20$ мин, так что условие квазистационарности $\tau_p \ll \tau_H$ было выполнено.

На рис. 1 представлены зависимости СПМ шума от частоты для МДП-структур ($d_{\text{ок}} = 20$ нм) с одинаковой плотностью поверхностных состояний $D_{\text{нт}} = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-1}$, но с различной величиной эффективного заряда в окисле $Q_{\text{ок}}$ на единицу площади ($T = 293$ К: 1 - $Q_{\text{ок}} = 230$ нКл/см 2 ; 2 - $Q_{\text{ок}} = 91$ нКл/см 2 ; 3 - $Q_{\text{ок}} = 1,5$ нКл/см 2 ; кривая 4 - $T = 400$ К: $Q_{\text{ок}} = 91$ нКл/см 2). Плотность поверхностных состояний определяли методом Грея-Брауна [16]. Из рис. 1 следует, что для структур с различным зарядом в окисле максимум СПМ шума расположен на разных частотах. Причем частота f_{max} , на которой наблюдается

максимум шума, уменьшается с увеличением $Q_{\text{ок}}$. Характерным при этом является возрастание уровня низкочастотных составляющих шума, сопровождающееся значительным снижением интенсивности флуктуационных явлений на частотах выше f_{max} . Зависимости СПМ шума от частоты для разных температур показывают (рис. 1, кривые 2 и 4), что при нагреве возрастает уровень шума МДП-структур в рассматриваемом частотном диапазоне, но положение максимума шума на оси частот не изменяется. Можно допустить, что появление максимума шума на определенной частоте f_{max} обусловлено туннельными переходами, в которых наиболее эффективным является процесс с постоянной времени $\tau_t = (1/2)\pi f_{\text{max}}$.

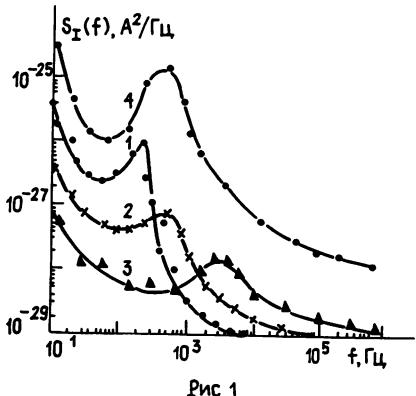


Рис 1

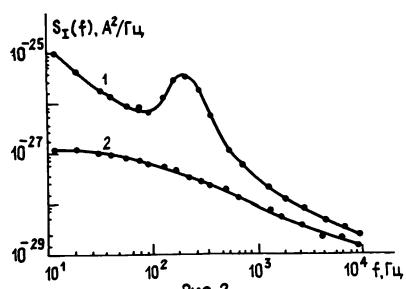


Рис 2

Полученные зависимости шума от температуры свидетельствуют в пользу преобладания туннельного механизма возникновения шума [17, 18]. Действительно, в этом случае характерная постоянная времени τ_t , определяющая частоту f_{max} , экспоненциально зависит от высоты потенциального барьера на границе полупроводника с окислом и слабо зависит от температуры [14]. Напротив, если скорость перезарядки ловушек ограничена механизмами теплового переноса носителей и генерационно-рекомбинационными (ГР) процессами на ловушках, то постоянная времени имеет экспоненциальную зависимость от температуры [14], что не подтверждается экспериментом.

Как известно, наибольший вклад в СПМ шума вносят ловушки, энергетические уровни которых в данный момент близки к энергии Ферми для полупроводника [1, 14, 17, 18]. Характер энергетического распределения ловушек на границе раздела окисел-полупроводник и в окисле относительно середины запрещенной зоны полупроводника определяется индивидуальными свойствами МДП-структур и особенностями технологии их изготовления. В связи с этим для структур, сформированных при других технологических режимах (в частности, отличающихся толщиной диэлектрика), как показали наши исследования, максимум СПМ шума при комнатной температуре может не наблюдаться. Однако охлаждение таких МДП-структур до 77 K (а в других случаях нагрев) приводит к появлению максимума шума (рис. 2, кривая 1 - $T = 77$ K; кривая 2 - $T = 300$ K). При этом увеличение уровня шума при $T = 77$ K связано, по-видимому, с температурной зависимостью положения уровня Ферми в полупроводнике р-типа [14, 17].

Полученные результаты можно интерпретировать на основе модели возникновения шума при термически облегченном туннелировании носителей заряда [1, 17-20]. Если скорость перезарядки ловушек определяется частотой туннельных переходов, то постоянная времени

$$\tau_T = \tau_s \exp \{2z(2m_e^* \cdot e \cdot V_B)^{1/2} / h\}, \quad (1)$$

где $\tau_s \approx 10$ нс - время перезарядки ловушек, расположенных непосредственно на границе раздела полупроводник-диэлектрик [14]; z - толщина слоя окисла, в котором расположены ловушки; $h = \hbar/2\pi$, \hbar - постоянная Планка; m_e^* - эффективная масса электрона ($m_e^* = 0,19 m_0$, m_0 - масса покоя электрона); e - элементарный заряд; V_B - высота потенциального барьера, обусловленная изгибом энергетических зон в полупроводнике на границе с окислом. Соответствующая постоянной времени (1) частота определяется выражением

$$f_{max} = f_s \exp \{-2z(2m_e^* \cdot e \cdot V_B)^{1/2} / h\}, \quad (2)$$

где $f_s = (1/2)\pi\tau_s$. Высота потенциального барьера при отсутствии внешнего электрического поля определяется [14]

$$V_B = |\varphi_k - Q_{ok}/C_{ok}|, \quad (3)$$

где φ_k - контактная разность потенциалов металл-полупроводник ($\varphi_k = -0,9$ В для контакта алюминий - p -кремний); Q_{ok} - эффективный заряд в окисле на единицу площади; C_{ok} - удельная емкость слоя двуокиси кремния ($C_{ok} = \epsilon_1/d_{ok}$, d_{ok} - толщина слоя, $\epsilon_1 \approx 3,5 \cdot 10^{-8}$ пФ/нм). На основании (2) и (3) получаем соотношение, связывающее Q_{ok} и f_{max} (с учетом того, что $\varphi_k < 0$ и $Q_{ok} > 0$):

$$Q_{ok} = C_{ok} \left(\frac{\hbar^2}{8m_e^* e} \right) \left[\left(\frac{1}{z} \right) \ln \left(\frac{f_s}{f_{max}} \right)^2 - |\varphi_k| \right]. \quad (4)$$

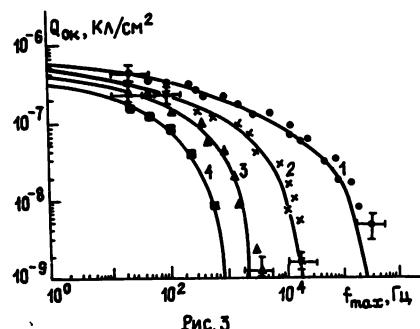


Рис. 3

На рис. 3 точками показана найденная экспериментально методами $C-V$ и $G-V$ - метрии величина заряда в окисле МДП-структур как функция частоты f_{max} , соответствующей максимуму СПМ шума при $T = 300$ К, $D_{1t} = 5 \cdot 10^{10}$ см $^{-2}$ эВ $^{-1}$ (кривые 1, 2, 3), $D_{1t} = 8 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$ эВ $^{-1}$ (кривая 4). Рассчитанные по формуле (4) зависимости $Q_{ok}(f_{max})$ хорошо аппроксимируют экспериментальные точки, полученные для МДП-структур

с различной толщиной слоя двуокиси кремния $d_{ok} = 10-100$ нм (толщина слоев определена с помощью эллипсометра ЛЭМ-6). Принятые значения подгоночного параметра z ($z = 0,90$ нм для $d_{ok} = 100$ нм, кривая 1; $z = 1,55$ нм - $d_{ok} = 50$ нм, кривая 2; $z = 2,10$ нм - $d_{ok} = 20$ нм, кривая 3; $z = 2,014$ нм - $d_{ok} = 10$ нм, кривая 4) соответствуют известным из

литературы данным $z = 1-5$ нм [1, 19, 20]. Практически толщина слоя окисла (вблизи границы раздела с полупроводником), в котором распределены ловушки, определяется технологией формирования МДП-структур и не может быть предсказана заранее.

Были исследованы зависимости СПМ шума $S_1(f = f_{\max})$ от температуры для структур с различным зарядом в окисле ($Q_{\text{ок}} = 91 \text{ нКл/см}^2$ и $Q_{\text{ок}} = 40 \text{ нКл/см}^2$) и относительно невысокой плотностью поверхностных состояний ($D_{1t} = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-1}$, $d = 20 \text{ нм}$), а также для структур с малой величиной заряда ($Q_{\text{ок}} = 1,5 \text{ нКл/см}^2$) и сравнительно высокой плотностью поверхностных состояний ($D_{1t} = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-1}$ при $d = 20 \text{ нм}$). В обоих случаях СПМ шума изменяется с температурой по экспоненциальному закону $S_1(T) \sim \exp\{-E_a/kT\}$, k — постоянная Больцмана. В первом случае энергия активации $E_a \approx 0,5 \text{ эВ}$ для различных значений эффективного заряда в окисле. Однако в случае более высокой плотности поверхностных состояний энергия активации флуктуационных процессов оказывается существенно меньшей величиной, чем при небольших значениях плотности состояний и равной $E_a \approx 0,2 \text{ эВ}$. Это значение энергии соответствует $D_{1t} \approx 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{эВ}^{-2}$ для энергетического распределения плотности поверхностных состояний на границе термического окисла и кремния [14].

Приведенные результаты подтверждают доминирующий характер механизма возникновения избыточного шума при квазиравновесном состоянии путем термически облегченного туннелирования носителей заряда на ловушки в окисле.

Таким образом, в работе экспериментально показано, что наблюдаемые в квазиравновесных условиях значения спектральной плотности мощности шума МДП-структур значительно превышают уровень равновесного шума Найквиста.

Установлено, что положение максимума на зависимостях спектральной плотности мощности шума от частоты определяется величиной эффективного заряда в окисле МДП-структур.

На основе модели туннельных переходов носителей заряда, ограничивающих скорость перезарядки ловушечных уровней, получено выражение, хорошо аппроксимирующее экспериментальные зависимости характерной частоты максимума энергетического спектра шума от величины заряда в окисле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пряников В. С. Прогнозирование отказов полупроводниковых приборов. М.: Энергия, 1978.
2. Ralls K.S., Skocpol W.J. et al. //Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. N 4. P. 228.
3. Goser K. //Microelectron. Reliab. 1988. V. 28. N 4. P. 605.
4. Малахов А. Н. //Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. № 1. С. 54.
5. Малахов А. Н., Якимов А. В. //Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. № 11. С. 2436.
6. Врачев А. С. //Труды МЭИ. 1978. № 375. С. 67.

7. Жигальский Г. П., Беспалов В. П. // Электронная техника. 1979. Сер. 8. Вып. 7(77). С. 26.
8. Жигальский Г. П., Федоров А. С., Болтнев А. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 7. С. 888.
9. Жигальский Г. П., Путря М. Г., Федоров А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 9. С. 1158.
10. Brophy J.J., Smith S.W. // J. Appl. Phys. 1984. V. 56. N 3. P. 801.
11. Бочков Г. Н., Кузовлев Ю. Е., Троицкий В. С. // ДАН СССР. 1984. Т. 276. № 4. С. 854.
12. Верховский Е. И., Епифанов Г. И. // Электроника. Обзоры по электронной технике. Сер. 2. Полупроводниковые приборы. 1972. Вып. 9.
13. Сергеев В. С., Кузнецов О. А., Захаров Н. П., Летягин В. А. Напряжения и деформации в элементах микросхем. - М.: Радио и связь, 1987. - 89 с.
14. Зи С. М. Физика полупроводниковых приборов. Кн. 1. - М.: Мир, 1984. - 455 с.
15. Климонтович Ю. Л. Статистическая физика. - М.: Наука, 1982.- 608 с.
16. Gray P.V., Brawn D.M. // Appl. Phys. Letters. 1966. V. 8. N 31. P. 215.
17. Мак Уортер А. В кн.: Физика поверхности полупроводников/ Под ред. Г. Е. Пикуса - М.: ИЛ., 1959.
18. Christensson S., Lundström I. et al. // Solid-State Electron. 1968. V. 11. P. 797.
19. Jain S. // Semicond. Sci. Technol. 1988. V. 3. P. 963.
20. Lokhdari H., Vuillaume D., Bourgain J.C. // Phys. Rev. B. 1988 - II. V. 38. N 18. P. 13124.

Московский институт
электронной техники

Поступила в редакцию
1 марта 1990 г.

INVESTIGATION OF EXCESS NOISE OF MOS STRUCTURE UNDER THE
QUASI-EQUILIBRIUM CONDITIONS

G. P. Zhigal'skij, A. S. Fedorov

Results of experimental investigations of excess noise of MOS structures are presented. It has been found out, that the noise current spectral density, obtained without external voltage at the structures, was much larger than that predicted by the standart expression for equilibrium Nyquist noise. The effective oxide charge, has been calculated on the basis of tunnel nois model, being in a good agreement with the experimental values.

РЕЗОНАНСНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ПЛАЗМА - МЕТАЛЛ

Н. А. Азаренков, А. Н. Кондратенко, К. Н. Остриков

Рассмотрен процесс резонансной генерации второй гармоники поверхности волны, распространяющейся на границе плазма - металл вдоль внешнего магнитного поля. Исследован периодический процесс обмена энергией между первой и второй гармониками волны.

Волноведущие структуры плазма - металл являются предметом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований в связи с различными приложениями плазменной электроники для решения прикладных задач, таких, как создание новых типов генераторов, усилителей преобразователей электромагнитных волн (ЭМВ), ускорителей заряженных частиц. Волноводные свойства замедляющих структур плазма - металл рассматриваются в ряде работ [1 - 7], поскольку они могут быть основной частью СВЧ плазменных генераторов и усилителей. Для газовой плазмы наиболее характерны цилиндрические волноведущие структуры, однако в экспериментальных условиях часто реализуется ситуация, когда радиус плазменного волновода много больше глубины проникновения поверхностных волн (ПВ), распространяющихся в них. В этом случае плазму можно считать полуограниченной [5, 6]. В полупроводниковых волноведущих структурах плоская геометрия наиболее характерна [8, 9]. При этом системы полупроводник - металл являются элементной основой различных многофункциональных устройств твердотельной электроники. Кроме того, использование данной элементной основы является весьма перспективной для разработки усилителей и генераторов ЭМВ в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн [9]. В нашей работе исследуются поверхностные волны магнитоплазменного типа, и ее результаты могут быть применены как для газовой, так и для полупроводниковой плазмы.

Часто в вышеуказанных случаях приходится иметь дело с волновыми возмущениями конечной амплитуды, когда необходимо учитывать нелинейные эффекты [9 - 14]. Мы будем изучать нелинейный процесс резонансной генерации второй гармоники поверхности волны на границе холодная магнитоактивная плазма - металл, распространяющейся вдоль магнитного поля. Под резонансной генерацией подразумевается процесс, при котором частоты и волновые числа волны накачки и генерируемой волны связаны условиями фазового синхронизма [10]. Этот процесс может быть использован в таких радиофизических приборах, как умножители частоты. Дисперсионные свойства, распределение полей и возбуждение электронными пучками этих ПВ в линейном по амплитуде поля волны приближении рассмотрены в работах [15 - 18]. Волны данного типа обобщенно-поверхностные, являются существенно непотенциальными и существуют в диапазонах частот $\omega < \omega_1$, $\omega_2 < \omega < \omega_e$ ($\omega_{1,e}$ - ионная и электронная циклотронные, ω_2 - нижняя гибридная частоты).

В настоящей работе получим динамическую систему уравнений для медленно меняющихся амплитуд и фаз первой и второй гармоник ПВ в случае их резонансного взаимодействия, найдем аналитические решения этой системы и проследим влияние эффекта самовоздействия волны

основной частоты на взаимодействие гармоник.

Пусть холодная однородная плазма занимает полупространство $x > 0$ и в плоскости $x = 0$ ограничена идеально проводящей металлической поверхностью. Внешнее постоянное магнитное поле \vec{H}_0 направлено вдоль оси z . Будем исследовать волновые возмущения, распространяющиеся на границе плазма - металл вдоль внешнего магнитного поля. Зависимость всех компонент поля от t и z выбираем в виде плоских волн $\exp[i(k_3 z - \omega t)]$, k_3 - волновое число ПВ вдоль направления распространения. Нас будет интересовать диапазон частот $4\omega^2 < \omega_e^2$, поскольку в этом диапазоне хорошо выполняются условия резонансного взаимодействия первой и второй гармоник: $\omega + \omega = 2\omega$ и $2k_3(\omega) = k_3(2\omega)$. При условии $4\omega^2 < \omega_e^2$ и первая, и вторая гармоника являются собственными волнами системы, их частоты и волновые числа связаны линейным дисперсионным уравнением $\omega = (ck_3\omega_e)(\sqrt{2}\Omega_e)^{-1}$, Ω_e - электронная плазменная частота. Для сохранения двумодовости процесса необходимо также выполнение условия $9\omega^2\omega_e^{-2} \sim 1$. В этом случае третья гармоника ПВ является вынужденным возмущением в системе, исчезающим с отключением волны накачки, и ее влиянием на процесс резонансного взаимодействия первых двух гармоник можно пренебречь.

Поскольку рассматриваемые волны являются взаимными [15 - 18], то не нарушая общности, будем рассматривать волны с $k_3 > 0$. В линейном по амплитуде поля приближении в соответствии с результатами [16] для компонент полей ПВ в рассматриваемом диапазоне частот и плотной ($\Omega_e^2\omega_e^{-2} \gg 1$) плазме можно получить следующие выражения:

$$\vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [\vec{E}_1(x) e^{i\psi_1} + \vec{E}_1^*(x) e^{-i\psi_1}],$$

$$\vec{H}^{(1)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [\vec{H}_1(x) e^{i\psi_1} + \vec{H}_1^*(x) e^{-i\psi_1}], \quad \psi_1 = k_3 z - \omega t, \quad (1)$$

$$E_{z1} = E_{y1} = -2iA \exp(-\sigma x) \sin\sigma x, \quad E_{x1} = -2\frac{\omega_e}{\omega}A \exp(-\sigma x) \cos\sigma x,$$

$$H_{x1} = -\frac{\sqrt{2}\Omega_e}{\omega_e} E_{y1}, \quad H_{z1} = \sqrt{2} \frac{\Omega_e}{\omega} A \exp(-\sigma x) [\sin\sigma x - \cos\sigma x],$$

$$H_{y1} = -\sqrt{2} \frac{\Omega_e}{\omega} A \exp(-\sigma x) [\sin\sigma x - \cos\sigma x], \quad \sigma = \frac{\Omega_e}{\sqrt{2}c}.$$

Решения (1) удовлетворяют граничным условиям $E_{y1}(0) = E_{z1}(0) = 0$ [16].

Рассмотрим генерацию второй гармоники ПВ в приближении слабой нелинейности ($\mu = V_E V_\Phi^{-1} \ll 1$, V_E - скорость осцилляции электронов в поле волны, V_Φ - фазовая скорость). В этом приближении можно

получить следующие выражения для вторых гармоник поверхностной волны:

$$\vec{E}^{(2)}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2} [\vec{E}_2(x) e^{2i\psi_1} + \vec{E}_2^*(x) e^{-2i\psi_1}],$$

$$\vec{H}^{(2)}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2} [\vec{H}_2(x) e^{2i\psi_1} + \vec{H}_2^*(x) e^{-2i\psi_1}], \quad (2)$$

$$E_{z2} = -2iB \exp(-\sigma x) \sin \sigma x - 2\sqrt{2} i\mu A [\exp[-\sigma(1-i)x] + \exp[-2\sigma x]],$$

$$E_{x2} = -\frac{\omega_e}{\omega} B \exp(-\sigma x) \cos \sigma x - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\omega_e}{\omega} \mu A \times$$

$$\times [2i \exp[-\sigma(1-i)x] - \exp[-2\sigma x]], \quad H_{x2} = -\frac{\sqrt{2} \Omega_e}{\omega} E_{y2}$$

$$H_{y2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\Omega_e}{\omega} B \exp(-\sigma x) [\sin \sigma x + \cos \sigma x] + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{\Omega_e}{\omega} \times$$

$$\times \mu A [(i+1) \exp[-\sigma(1-i)x] - 3i \exp[-2\sigma x]],$$

$$H_{z2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\Omega_e}{\omega} B \exp(-\sigma x) [\sin \sigma x - \cos \sigma x] - \frac{\Omega_e}{2\omega} \times$$

$$\times \mu A [2(i-1) \exp[-\sigma(1-i)x] + 6 \exp[-2\sigma x]],$$

$$E_{y2} = -2iB \exp(-\sigma x) [\sin \sigma x + d \cos \sigma x] - \sqrt{2} i\mu A [2 \exp[-\sigma(1-i)x] -$$

$$- 3 \exp[-2\sigma x]], \quad d = 1 - \frac{2\Omega_e^2 \omega^2}{c^2 \omega_e^2 k_3^2}, \quad \mu = \frac{eA\Omega_e \sqrt{2}}{m \omega \omega_e c}.$$

Решения (2) удовлетворяют граничному условию $E_{z2}(0) = 0$. Вторые гармоники ПВ (2) генерируются в результате взаимодействия двух волн основной частоты с выполнением законов сохранения $\omega + \omega = 2\omega$ и $2k_3(\omega) = k_3(2\omega)$. Из (2) видно, что при отключении волны основной частоты ($A = 0$) вторая гармоника существует, т.е. является собственной волной системы. В этом случае приближение постоянной амплитуды, которое используется при рассмотрении генерации несобственных высших гармоник системы [5], становится несправедливым. Это обусловлено тем, что приближение постоянной амплитуды справедливо в том случае, когда влиянием возбуждаемой волны на волну накачки можно пренебречь, т.е. при малых амплитудах возбуждаемой волны. Как известно [5, 14], амплитуда несобственных волн системы в μ^{-1} раз меньше амплитуды волны накачки. В случае когда обе гармоники ПВ являются собственными волнами системы, их амплитуды являются величинами одного порядка и влиянием возбуждаемой волны на волну накачки пренебречь уже нельзя. Процесс перекачки энергии становится обратимым, и поэтому надо писать динамические

уравнения для амплитуд взаимодействующих волн. Удовлетворяя решения (2) граничному условию $E_{y2}(0) = 0$ и производя замену $\omega \rightarrow \omega + i \frac{d}{dt}$, $k_3 \rightarrow k_3 - i \frac{d}{dz}$ в полученном дисперсионном уравнении, приходим к уравнению для медленно меняющейся комплексной амплитуды второй гармоники поверхности волны:

$$\left[\frac{d}{dt} + V_g \frac{d}{dz} \right] B = i C_3 A^2, \quad (3)$$

где $V_g = (\omega_c c) (\sqrt{2} \Omega_e)^{-1}$, $C_3 = (e \Omega_e) (\sqrt{2} m c \omega_e)^{-1}$.

Во втором приближении по амплитуде поля наряду с генерацией второй гармоники идет процесс $\omega - \omega = 0$, приводящий к появлению дрейфовых движений и связанных с ними магнитных полей постоянного тока [5]. При рассмотрении этого процесса, как и в работе [14], будем учитывать частоту столкновений электронов $\nu > \Omega_i$, $k_3 V_{Te}$. Первое из них дает нам возможность не учитывать в расчетах ионное движение, а второе – возможность не учитывать тепловое движение электронов. Можно получить следующие выражения для скоростей дрейфа электронов

$$\begin{aligned} \vec{V}^{(0)} &= \frac{1}{2} [\vec{V}_0 + \vec{V}_0^*], \\ V_{y0} &= - \frac{\sqrt{2} e^2 |A|^2 \Omega_e}{4m^2 c \omega_e \nu} \times \\ &\times [-4\exp[-2\sigma(1+i)x] + 4\exp[-2\sigma(1-i)x] + 6i\exp[-2\sigma x]], \\ V_{z0} &= \frac{\sqrt{2} e^2 |A|^2 \Omega_e}{m^2 c \omega_e \nu} \times \\ &\times [(i+1)\exp[-2\sigma(1+i)x] + (i-1)\exp[-2\sigma(1-i)x] + 2i\exp[-2\sigma x]], \\ V_{x0} &= \frac{\sqrt{2} e^2 |A|^2 \Omega_e}{2m^2 c \omega_e^3} \times \\ &\times [3i\exp[-2\sigma(1+i)x] + (1-i)\exp[-2\sigma(1-i)x] + 4i\exp[-2\sigma x]], \end{aligned} \quad (4)$$

и связанных с ними магнитных полей постоянного тока

$$\vec{H}^{(0)} = \frac{1}{2} [\vec{H}_0 + \vec{H}_0^*], \quad (5a)$$

$$H_{z0} = \frac{e |A|^2 \Omega_e^2}{2mc \omega_e \nu} \times$$

$$\times [(i-1) \exp[-2\sigma(1+i)x] + (1+i) \exp[-2\sigma(1+i)x] + 3i \exp[-2\sigma x]],$$

$$H_{y0} = i \frac{e|A|^2 \Omega_e^2}{mc\omega \omega_e \nu} [\exp[-2\sigma(1+i)x] + \exp[-2\sigma(1-i)x] - 2 \exp[-2\sigma x]].$$

Компонента $H_{x0} = 0$, поскольку из уравнения $\operatorname{div} \vec{H}^{(0)} = 0$ следует, что $H_{x0} = \operatorname{const}(x)$, которую можно положить равную нулю, поскольку величины, не зависящие от x , поверхность волну описывать не могут. С дрейфом электронов связано и электрическое поле, единственный ненулевой компонентой которого является

$$E_{x0} = \frac{e|A|^2 \Omega_e^2}{mc\omega \nu} \times$$

$$\times [2(i+1) \exp[-2\sigma(i+1)x] + 2(i-1) \exp[-2\sigma(1-i)x] + 3i \exp[-2\sigma x]], \quad (56)$$

поскольку равенство E_{y0} и E_{z0} нулю следует из уравнения $\operatorname{rot} \vec{E}^{(0)} = 0$

и граничных условий $E_{y0}(0) = E_{z0}(0) = 0$. При рассмотрении процесса $\omega - \omega = 0$ предельный переход $\nu \rightarrow 0$ несправедлив [14]. Из выражений (4), (5) видно, что дрейфовые движения являются вынужденными возмущениями в системе и исчезают при $A = 0$.

При учете самовоздействия волны накачки (процессы $2\omega - \omega = \omega$ и $0 + \omega = \omega$) можно получить выражения для компонент полей первой гармоники ПВ с учетом эффекта самовоздействия, которые ввиду громоздкости мы не приводим. Для медленно меняющейся комплексной амплитуды первой гармоники поверхности волн с учетом эффектов самовоздействия можно получить следующее уравнение:

$$[\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial x}] A = iC_1 A^* B + iC_2 |A|^2 A, \quad (6)$$

где

$$C_1 = \frac{\sqrt{2} e \Omega_e}{20 mc\omega}, \quad C_2^{(0)} = \frac{e^2 \Omega_e^2}{4m^2 c^2 \omega \omega_e \nu} [\frac{33}{80} - 13 \frac{\omega}{\omega_e}],$$

$$C_2^{(2\omega)} = \frac{e^2 \Omega_e^2}{10 m^2 c^2 \omega^2 \omega_e} (\frac{3}{7} - 5 \frac{\omega}{\omega_e} + 15 \frac{\omega^2}{\omega_e^2}). \quad (6a)$$

Величины $C_2^{(2\omega)} |A|^2$ и $C_2^{(0)} |A|^2$ представляют собой нелинейные сдвиги частоты первой гармоники ПВ, обусловленные процессами $2\omega - \omega = \omega$ и $0 + \omega = \omega$ соответственно. Из (6a) видно, что $C_2^{(2\omega)} / C_2^{(0)} \sim \nu/\omega \ll 1$.

Это говорит о том, что вклад второго процесса в самовоздействие ПВ в ω/ν раз больше первого, т.е. основным каналом самовоздействия рассматриваемых волн является взаимодействие волн основной частоты с дрейфовыми потоками. Полученные нами уравнения (3) и (6) представляют собой динамическую систему уравнений для медленно меняющихся амплитуд первой и второй гармоник ПВ. В уравнении (6) опущены члены, описывающие распад волны основной частоты ω на те же собственные возмущения ω_1 , ω_2 , такие, что $\omega = \omega_1 + \omega_2$ и другие

процессы. Но члены, описывающие эти процессы, пропорциональны

произведению фоновых амплитуд $a_1 a_2$, которые значительно (на несколько порядков) меньше λ [4]. Соответственно в уравнениях во втором порядке по μ для a_1, a_2 коэффициенты взаимодействия пропорциональны произведениям $\lambda \cdot a_{2,1}^*$, что тоже значительно меньше, чем λ^2 в (3). Вследствие огромной разницы в амплитудах λ и a_1 член, описывающий самовоздействие в (6), может быть существеннее членов, описывающих взаимодействие.

Систему уравнений (3) и (6) будем решать в системе координат, движущейся с волной ($z' = z - vt$, $t = t'$), т. е. рассмотрим временную эволюцию первой и второй гармоник в движущейся системе координат. Во втором приближении (без учета самовоздействия) решение для временной зависимости амплитуд первой и второй гармоник ПВ имеет следующий вид:

$$\alpha(\tau) = \alpha_{30} + (\alpha_{20} - \alpha_{30}) \operatorname{sn}^2[\varphi(\tau), K], \quad (7)$$

где

$$\varphi(\tau) = (\alpha_{10} - \alpha_{30})^{1/2} \tau + \operatorname{sn}^{-1}[(\alpha_{30}(\alpha_{20} - \alpha_{10})^{-1})^{1/2}, K],$$

$$K = [(\alpha_{20} - \alpha_{30})(\alpha_{10} - \alpha_{30})^{-1}]^{1/2}, \quad \alpha(\tau) = a_0^2 - a^2 = b^2 - b_0^2,$$

$$a_0 = a(\tau = 0), \quad b_0 = b(\tau = 0), \quad a = A\omega^{-1}\sqrt{C_1 C_3},$$

$$b = |B|C_1\omega^{-1}, \quad A = |A|\exp(i\theta_1), \quad B = |B|\exp(i\theta_2),$$

$$\tau = \omega t', \quad \theta = \theta_2 - 2\theta_1, \quad \theta_0 = \theta(\tau = 0),$$

sn – эллиптический синус, $\alpha_{10}, \alpha_{20}, \alpha_{30}$ даны в табл. 1. Во всех случаях выполняются неравенства $\alpha_{30} \leq \alpha \leq \alpha_{20}$. В первом ($a_0^2 b_0^{-2} \gg 1$) случае рассматривается ситуация, когда в начальный момент времени возбуждена первая гармоника и ее начальная амплитуда много больше начальной амплитуды второй гармоники. Поскольку $\operatorname{sn}(\varphi, K)$ – функция периодическая, то (7) описывает периодический процесс перекачки энергии от первой гармоники во вторую. Можно решать и обратную задачу: в начальный момент времени возбуждена вторая гармоника, т. е. $b_0^2 a_0^{-2} \gg 1$, и далее идет нарастание амплитуды первой и уменьшение второй гармоник.

Таблица 1

Решаемая задача		α_{10}	α_{20}	α_{30}
1	$\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 < 1$	$a_0^2\left(1 + \frac{b_0}{a_0} \cos \theta_0\right)$	$a_0^2\left(1 - \frac{b_0}{a_0} \cos \theta_0\right)$	$a_0^2 \frac{b_0^2}{3a_0^2}$
2	$\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 > 1$	$a_0^2\left(1 + \cos \theta_0 \right)$	$a_0^2\left(1 - \cos \theta_0 \right)$	$-b_0^2\left(1 + \frac{a_0^4}{b_0^4} \cos^2 \theta_0\right)$

Решение (7) периодическое с периодом T_{NL} , где

$$T_{NL} = \frac{4}{\omega} \int_0^1 [(1 - s^2)(1 - K^2 s^2)]^{-1/2} ds. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой табличный эллиптический интеграл 1-го рода, s — независимая переменная. При учете самовоздействия решение для $\alpha(\tau)$ имеет вид

$$\alpha(\tau) = \alpha_4 + h_1 [l_1 + \operatorname{sn}^2[\varphi_1(\tau), K_1]]^{-1}, \quad (9)$$

где

$$\varphi_1(\tau) = \delta \tau [(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_4 - \alpha_2)]^{-1/2} + \operatorname{sn}^{-1}\left[\left(\frac{h_1 + \alpha_4 l_1}{\alpha_4}\right)^{1/2}, K_1\right],$$

$$h_1 = (\alpha_3 - \alpha_4) \frac{\alpha_4 - \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_3}, \quad l_1 = \frac{\alpha_4 - \alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_3},$$

$$K_1 = [(\alpha_2 - \alpha_3)(\alpha_4 - \alpha_1)(\alpha_1 - \alpha_3)^{-1}(\alpha_4 - \alpha_2)^{-1}]^{1/2},$$

$$\alpha_4 = \frac{4(a_0^2 \delta^2 + 1)}{\delta^2}, \quad \delta = \frac{C_2 \omega}{C_1 C_3}.$$

Значения α_i , $i = 1 - 3$, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Решаемая задача		α_1	α_2	α_3
1	$\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 < 1$	$\alpha_{10} + a_0^2 \frac{ \delta a_0}{2}$	$\alpha_{10} - a_0^2 \frac{ \delta a_0}{2}$	$\alpha_{30} + a_0^2 \delta^2$

Решения, приведенные в табл. 2, справедливы при выполнении условия $a^2 > b^2$. При нарушении этого условия необходим учет самовоздействия второй гармоники. В табл. 2 α_{10} , $i = 1 - 3$, даются соответствующими выражениями из табл. 1. При $\delta = 0$ решение (9) переходит в (7). При учете самовоздействия решение остается периодическим с периодом

T_{NL1} , где

$$T_{NL1} = \frac{4}{\omega} \int_0^1 [(1 - s^2)(1 - K_1^2 s^2)]^{-1/2} ds. \quad (10)$$

При этом, как видно из табл. 2 и в соответствии с результатами [11], учет самовоздействия волны основной частоты приводит к сужению интервала возможных значений α , т. е. к ослаблению нелинейного эффекта взаимодействия гармоник по сравнению со вторым приближением. Используя выражения (10) и (8), оценим характерные времена, за которые происходит перекачка энергии от одной гармоники к другой.

При $H_0 = 1$ кЭ, $n_0 = 10^{12}$ см⁻³, $\omega \omega_e^{-1} \approx 1/5$, $\omega \nu^{-1} \approx 5$, $\mu = 0,1$, $|A||B|^{-1} \approx 10$ в начальный момент времени и в отсутствие самовоздействия отношение $T_{NL1} T_L^{-1}$ составляет 12,5 ($T_L = 2\pi/\omega$). При учете самовоздействия и тех же параметров плазмы, соотношении частот и начальных амплитуд гармоник $T_{NL1} T_L^{-1} \approx 15,4$. Видно, что эффект самовоздействия волны основной частоты приводит к некоторому увеличению времени нелинейной перекачки энергии, что также свидетельствует об ослаблении нелинейных эффектов в отсутствие самовоздействия.

В заключение исследуем пределы применимости полученных решений. Выше указывалось на возможность преобладания распадных процессами, наиболее эффективным из которых является процесс генерации полуцелых гармоник $\omega = \omega_1 + \omega_2$, где $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$. В этом случае по мере истощения волны основной частоты может нарушиться неравенство $A^2(t) > a_1(t)a_2(t)$, что накладывает ограничения на применимость нашей теории. Ввиду справедливости неравенства $A_0 > a_1 a_2$ характерное время генерации второй гармоники $T_{NL} \sim B_0/A_0^2$ значительно меньше характерного времени распадных процессов $T_p \sim A_0/a_1 a_2$. Поэтому можно принять, что за времена порядка T_{NL} амплитуды a_1 и a_2 полуцелых гармоник того же порядка, что и при $t = 0$. Таким образом, для справедливости нашего рассмотрения достаточно потребовать выполнения неравенства $A^2(t) > a_1(0)a_2(0) \sim a_1^2(0)$. Если принять, что вышеуказанное условие нарушается при $A^2(t) \leq 10 a_1^2(0)$ и в начальный момент времени $A_0 = 100 a_1(0)$, то $A^2(t) \leq 10^{-3} A_0^2$.

Из этого условия следует, что наше рассмотрение справедливо при временах $t \leq T_{NL}/2$. Согласно вышеприведенным результатам, за эти времена амплитуда второй гармоники ПВ становится порядка первой, что свидетельствует о возможности эффективной генерации сигнала удвоенной частоты.

Таким образом, в настоящей статье рассмотрен процесс резонансной генерации второй гармоники поверхностной волны, распространяющейся на границе плазма – металл вдоль внешнего магнитного поля. Получена динамическая система уравнений для медленно меняющихся амплитуд и фаз первой и второй гармоник в случае их резонансного взаимодействия. Найдены аналитические решения этой системы, на основе которых исследован процесс обмена энергией между первой и второй гармониками ПВ. Показано, что исследуемый процесс является периодическим, получены аналитические выражения и приведены

численные оценки для характерного времени нелинейной перекачки энергии. Учтено влияние эффекта самовоздействия волны основной частоты на взаимодействие гармоник. Показано, что этот эффект приводит к ослаблению нелинейных эффектов по сравнению со вторым приближением. Ослабление выражается в сужении интервала возможных значений амплитуд гармоник в ходе процесса обмена энергией и в увеличении характерного времени нелинейного взаимодействия. Указаны пределы применимости полученных решений.

Авторы благодарны В. М. Куклину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рухадзе А. А., Богданевич Л. С. и др. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. - М.: Атомиздат, 1980. - 220 с.
2. Онищенко И. Н., Сотников Г. В. Препринт ХФТИ № 88-24. Харьков, 1988.
3. Алексов Э. Г., Иванов С. Т. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 12. С. 1508.; 1989. Т. 15. № 9. С. 1131.
4. Кондратенко А. Н., Куклин В. М. Основы плазменной электроники. - М.: Энергоатомиздат, 1988. - 320 с.
5. Кондратенко А. Н. Плазменные волноводы. - М.: Атомиздат, 1976. - 232 с.
6. Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 215 с.
7. Айзацкий Н. Н., Балакирев В. А. и др. Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 9. С. 1061.
8. Бразис Р. С. // Лит. физ. сб. 1981. Т. 21. № 4. С. 73.
9. Белецкий Н. Н., Булгаков А. А. и др. Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. - Киев: Наукова Думка, 1984. - 192 с.
10. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Нелинейная теория плазмы. // В сб.: Вопросы теории плазмы. - М.: Атомиздат, 1973. Вып. 7. С. 3.
11. Вильгельмссон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. - М.: Энергоиздат, 1981. - 224 с.
12. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. - М.: Изд-во ВНИИТИ АН СССР, 1964. - 240 с.
13. Бломберген Н. Нелинейная оптика. - М.: Мир, 1966. - 424 с.
14. Grosev D., shivarova A. // J. Plasma Physics. 1984. V.31(2). P.177.
15. Давыдов А. Б., Захаров В. А. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 1. С. 201.
16. Азаренков Н. А., Загинаилов Г. И., Кондратенко А. Н. // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 3. С. 635.
17. Азаренков Н. А., Остриков К. Н. // ЖТФ. 1988. Т. 58. № 12. С. 2393.
18. Азаренков Н. А., Остриков К. Н. Тезисы докл. Всесоюзного семинара "Плазменная электроника". - Харьков, 1988. С. 254.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
8 декабря 1989 г.

RESONANT GENERATION OF THE SECOND HARMONIC OF THE SURFACE WAVE AT THE PLASMA - METAL BOUNDARY

Azarenkov N. A., Kondratenko A. N., Ostrikov K. N.

The process of resonant generation of the second harmonic of the surface wave, propagating along the external magnetic field at the plasma - metal boundary is considered. The periodic process of the energy exchange between the first and the second harmonics of the wave is investigated as well.

Краткие сообщения и письма в редакцию

УДК 539. 216. 22

ЛОКАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ
ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

Р. П. Мейланов

В основе проблемы локализации элементарных возбуждений в конденсированных средах лежит явление интерференции многократно рассеянных волн. После основополагающей работы Андерсона [1] проблеме локализации было уделено значительное внимание и в настоящее время имеется обширная литература [2, 3].

Проблеме локализации коллективных возбуждений в неупорядоченных квантовых средах посвящено значительно меньше работ [4]. Однако в последнее время интерес к этой проблеме резко возрос. Так, в работах [5, 6] исследуется локализация звуковых волн. Исследование локализации электромагнитных волн в твердых телах посвящены работы [7-9]. Отметим, что изучение явлений, связанных с локализацией в классических системах, было начато еще в пятидесятые годы. Результаты этих исследований наиболее полно отражены в монографии [10]. Современное состояние проблемы распространения колебаний в классических случайно-слоистых средах на основе представлений локализации изложено в работе [13].

При рассмотрении локализации коллективных возбуждений используется аппарат диаграммной техники, развитый в [12]. Учет эффектов квантовой интерференции при многократном рассеянии можно рассмотреть и на основе кинетического уравнения [13, 14]. В зависимости от способа решения дисперсионного уравнения для спектра собственных колебаний системы можно определить временную эволюцию волны (дисперсионное уравнение решается для комплексных частот при вещественных значениях волнового вектора) или пространственную эволюцию (дисперсионное уравнение решается для комплексного волнового вектора при вещественных значениях частоты) [15]. В последнем случае длина локализации волны l определяется как $l^{-1} = \text{Im } k_{\text{эфф}}$, где $k_{\text{эфф}}$ - эффективный волновой вектор.

Исследование временной эволюции спектра электромагнитных волн в случайно-неоднородных размерно-квантованных пленках было проведено в работах [16-18]. Дисперсионное уравнение, полученное в работе [16], можно использовать и для определения пространственной эволюции колебаний. Решая уравнение (12) работы [16], для вещественных значений частоты внешнего поля получим следующее выражение для эффективного волнового вектора:

$$\operatorname{Re} k_{\text{эфф}} = k \left\{ 1 + \alpha^2 \exp(-\frac{y^2}{2}) \int_0^\infty dx \frac{x}{x-y} \exp(-\frac{y^2}{2}) \times \right. \\ \left. \times [I_0(yx) - y^{-1} I_1(yx)] \right\}, \quad (1)$$

$$\operatorname{Im} k_{\text{эфф}} = \pi k \exp(-y^2) [y^2 I_0(y^2) - I_1(y^2)] \alpha^2,$$

где $I_0(x)$, $I_1(x)$ – функции Бесселя мнимого аргумента, $y = \sqrt{2kr_c}$, r_c – радиус корреляции неоднородного потенциала, $\alpha = \nu n_p (2g\varepsilon_1)^{-1}$, ν – среднеквадратичная флуктуация неоднородного потенциала, $g = NL^3$, N – концентрация электронов, L – толщина пленки, ε_1 – энергия первой энергетической подзоны пленки, n_p – число заполненных энергетических подзон пленки.

Как следует из решений (1), (2), учет неоднородного потенциала приводит к замене волнового вектора k на эффективный комплексный волновой вектор $k_{\text{эфф}}$. При этом отношение $\xi = \operatorname{Re} k_{\text{эфф}}/k$ связано с увеличением ($\xi > 1$) или с уменьшением ($\xi < 1$) фазового пути волны, а появление $\operatorname{Im} k_{\text{эфф}} > 0$ – с затуханием колебаний за счет перекачки энергии из детерминированной компоненты поля в случайную [10]. Количественная оценка этих эффектов зависит от соотношения между длиной волны λ и радиусом корреляции r_c неоднородного потенциала. Предварительно заметим, что решения (1), (2) получены в предположении $L \ll \lambda$, $L \ll r_c$.

В рамках этих неравенств возможны два случая: $\lambda > r_c$, $\lambda < r_c$ (как и в случае классических систем [19]). В случае $\lambda > r_c$ для длины локализации 1 колебаний имеем

$$l = \lambda (\lambda/r_c)^2 \alpha^{-2} \exp(r_c^2/\lambda^2). \quad (3)$$

Так как $\alpha < 1$, то $L > \lambda$ (естественно, $l > r_c$). Кроме того, $\xi \approx 1 + \alpha^2 > 1$, что соответствует увеличению фазового пути волны. В случае $\lambda < r_c$ имеем

$$l = \lambda (\lambda/r_c) \alpha^{-2}. \quad (4)$$

Поскольку $\lambda/r_c < 1$, а $\alpha^{-2} > 1$, то в рамках неравенства $\alpha < 1$, необходимого для справедливости решений (1), (2), возможны следующие случаи: $\alpha < (\lambda/r_c)$, $l > r_c$; $(\lambda/r_c) < \alpha < (\lambda/r_c)^{1/2}$, $\lambda < l < r_c$; $\alpha \sim (\lambda/r_c)^{1/2}$, $l \sim \lambda$. Последний случай $l \sim \lambda$ означает невозможность распространения волны в системе. Для отношения ξ имеем

оценку $\xi \approx 1 - 3\alpha^2 < 1$. В этом случае длина фазового пути уменьшается.

Для длины локализации колебаний, связанных с когерентными переходами между пленочными энергетическими подзонами получаются решения, совпадающие с (3), (4) с заменой параметра $\alpha \rightarrow \beta = v/\epsilon_F$, где ϵ_F - энергия Ферми.

Отметим, что длина локализации ξ (3), (4) зависит от толщины пленки L , так как $\alpha \sim n_F$, а число заполненных дискретных энергетических подзон n_F зависит от толщины пленки.

Рассмотренные эффекты важны при исследовании высокочастотных свойств систем с двумерными электронными слоями. В качестве конкретной системы, где реализуется случай с флуктуационным потенциалом, может быть двумерная электронная система в гетероструктурах со спейсерным слоем [20].

ЛИТЕРАТУРА

1. Anderson P.W. //Phys. Rev. 1958. V.109. P.1492.
2. Altshuler B.L., Aronov A.G. et al. Quantum theory of Solids/ Ed.I.M.Lifshits. - M., 1982. P. 131.
3. Lee P.A., Ramakrishnam T.W.//Rev. Mod.Phys. 1985. V. 57. P.287.
4. Anderson P.W.//Philos. Mag. 1985. V. B52. P.505.
5. John S., Sompolinsky H., Stephen H.//Phys. Rev. 1983. V. B27. P.5592.
6. Condat C.A., Kirkpatrick T.R./Phys.Rev.1987.V.B36. N 13.P.6782.
7. Pingshend et al.//Phys.Rev. 1986. V.B34. P.6782.
8. Escande D., Souillard B.//Phys.Rev.Lett. 1985.V.52.P.1296.
9. Кособукин В. А. //ФТТ. 1990. Т.32. N 1. С. 227.
10. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. - М.: Наука, 1978. - 464 с.
11. Гредескул С. А., Фрейлихер В. Д. //УФН. 1990. Т.160. N 2.С.239.
12. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. - М.: Физматгиз, 1962. С. 444.
13. Hershfield S., Ambegaokar V.//Phys.Rev. 1986. V.B34.N 4.P.214.
14. Мейланов Р. П. //Изв. вузов. Физика. 1989. Т.32. N 5. С.14.
15. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. - М.: Госатомиздат, 1961. - 244 с.
16. Мейланов Р. П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 1. С.116.
17. Абдурагимов Г. А., Мейланов Р. П., Рахимов Д. М. //ФММ. 1987. Т. 63. N 2. С. 227.
18. Мейланов Р. П., Рахимов Д. М. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т.31. N 5. С.635.
19. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И. // УФН. 1970. Т.102. N 1. С. 3.
20. Пикус Ф. Г., Эфрос А. Л.//ЖЭТФ. 1989. Т. 96. N 3. С. 985.

РАДИАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ РАССЕИВАЮЩИЙ СЛОЙ - ШЕРОХОВАТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ В СВЧ ДИАПАЗОНЕ

С. И. Винокурова, М. Т. Смирнов, А. А. Чухланцев

Ряд природных объектов (растительные и снежные покровы, осадки над водой и сушей и др.) при дистанционном зондировании в СВЧ диапазоне можно моделировать в виде системы рассеивающей слой (РС) - шероховатая поверхность (ШП). Для определения характеристик указанных объектов по результатам совместного СВЧ активного и пассивного зондирования необходимо иметь соответствующую радиационную модель, в которую входили бы общие параметры. Эта модель должна быть достаточно простой для вычисления и иметь требуемую точность. Попытки формальной аппроксимации решения уравнения переноса излучения в системе РС - ШП аналитическими выражениями [1] показывают, что в этом случае число коэффициентов регрессии весьма значительно (до девяти для радиояркостной температуры). Другие используемые модели, например [2-5], удобны для анализа и просты в расчетах, но вопрос об их точности или соответствии строгому (численному) решению остается открытым.

Целью данной работы является получение простых аналитических выражений для коэффициента излучения (КИ) и коэффициента обратного рассеяния (КОР) системы РС-ШП в виде замкнутой системы уравнений и оценка пределов их применимости путем сопоставления с численным решением уравнения переноса методом Монте-Карло. Слой характеризуется интегральным ослаблением τ , альбедо рассеяния единичного объема ω и индикатрисой рассеяния единичного объема $\xi(\theta, \theta')$. Характеристики поверхности определяются коэффициентом зеркального отражения R_z и коэффициентом диффузного отражения R_d с индикатрисой рассеяния $\xi_p(\theta, \theta')$. Вся система предполагается изотермической. Связь указанных характеристик с параметрами упомянутых природных сред известна (в частности, для растительного покрова она найдена в [2,6]) и в данной работе не рассматривается.

Выбор метода Монте-Карло связан с тем, что он позволяет легко изменять геометрию задачи, а расчет КИ и КОР производить одновременно. В данной работе использовались локальные оценки для σ^0 путем прямого моделирования, а для k - по поглощению [7,8]. При рассеянии в слое и на поверхности направление движения кванта изменяется в соответствии с их индикатрисами рассеяния. На поверхности индикатриса представлялась в виде двух компонент: зеркальной - дельта-функция - и диффузной. Индикатрисы рассеяния в слое и диффузного рассеяния на поверхности задавались в виде разложения по полиномам Лежандра с ограниченным числом коэффициентов:

$$\xi(\theta) = x_0 + x_1 \cos \theta + x_2 (3 \cos^2 \theta - 1) / 2. \quad (1)$$

При вылете из системы происходит обрыв траектории и вычисляется число квантов N_θ , вылетевших под углом $\theta \pm \Delta\theta/2$. Коэффициент излучения системы оценивали из соотношения

$$\kappa = N_p / N, \quad (2)$$

где N - полное число симулированных траекторий (квантов), $N_{\text{п}}$ - число поглощенных квантов. КОР системы определяли как

$$\sigma^0 = \frac{2\pi \cos \theta N_{\text{п}}}{\Delta \theta N}. \quad (3)$$

Точность расчета κ и σ^0 оценивалась по 20-50 независимым результатам моделирования при $N = 10000$ и составила менее 0,1% для κ и 2-3% для σ^0 .

Радиояркостную температуру системы РС-III, складывающуюся из излучения подстилающей поверхности, ослабленного слоем, собственного излучения слоя и исходящего излучения слоя, отраженного от поверхности и ослабленного в нем, можно записать в виде

$$T_{\text{я}} = \kappa_{\text{п}} T_{\text{п}} q + T_{\text{c}}(1 - r - q) + T_{\text{c}}(1 - r - q)(1 - \kappa_{\text{п}})q,$$

$$\kappa_{\text{п}} = (1 - R_3 - R_{\text{д}}), \quad (4)$$

где $\kappa_{\text{п}}$ - КИ поверхности, q - коэффициент пропускания, r - коэффициент отражения слоя. Для изотермической системы $T_{\text{c}} = T_{\text{п}} = T$ и КИ системы $\kappa = T_{\text{я}}/T$. В [6,9,10] исходя из требования точности модели при $\tau \gg 1$ или в приближении однократного рассеяния для q и r принимались значения $q = e^{-\tau}$, $r = r_0 = \omega$, при этом КИ системы

$$\kappa = \kappa_{\text{п}} q^2 + (1 - r_0)(1 - q^2), \quad (5)$$

где r_0 - альбедо полубесконечного слоя. Более точной модель будет при использовании в качестве r и q значений, полученных путем решения уравнения переноса в приближении одномерного рассеяния [11],

$$q = \frac{(1 - r_0^2(\theta)) e^{-k\tau \sec \theta}}{1 - r_0^2(\theta) e^{-2k\tau \sec \theta}}, \quad (6)$$

$$r = r_0(\theta) \frac{1 - e^{-2k\tau \sec \theta}}{1 - r_0^2(\theta) e^{-2k\tau \sec \theta}}, \quad (7)$$

$$r_0(\theta) = r_0(0) [1 - \cos \theta \ln(1 + \sec \theta)] / (1 - \ln 2), \quad (8)$$

$$r_0(0) = p\omega(1 - x)/(1 - \omega x + k), \quad (9)$$

$$k = \sqrt{1 - 2\omega x(1 - \omega) - \omega^2}, \quad (10)$$

где x - доля энергии, рассеянной вперед, определяется видом индикаторы рассеяния, угловая зависимость r_0 использована из [2] с учетом результатов [3]. В (9) нами введен эмпирический коэффициент p для учета многомерности рассеяния.

Численные оценки показывают, что в интересующем нас диапазоне значений параметров знаменателем в (6), (7) можно пренебречь и считать $r = r_0(1 - q^2)$, тогда из (4), (6)–(9) нетрудно получить выражение для КИ системы:

$$\kappa = \kappa(1 - (1 - q^2)(1 - r_0q)) + (1 - r_0 - r_0q)(1 - q^2), \quad (11)$$

причем при $r_0q < 1$ соотношение (11) переходит в (5).

КОР системы определяется рассеянием излучения на поверхности, объемным рассеянием в слое, а также перерассеянием поверхностью излучения, рассеянного слоем, и наоборот. В приближении однократного рассеяния с учетом результатов работ [4, 5] для σ^0 нами получено выражение

$$\sigma^0 = \sigma_{\text{п}}^0 e^{-2\tau \sec \theta} + \sigma_c^0 (1 - e^{-2\tau \sec \theta}) = \sigma_{c, \text{п}},$$

$$\sigma_{c, \text{п}} = 2\omega(2R_3 + R_d) \tau \cos \theta e^{-2\tau \sec \theta}, \quad (12)$$

где $\sigma_{\text{п}}^0$ – КОР поверхности, σ_c^0 – КОР слоя. В [14] σ_c^0 определили соотношением $\sigma_c^0 = \sigma/2\alpha$, где σ , α – эффективный поперечник рассеяния и сечение ослабления единичного объема соответственно. В нашей задаче в качестве σ_c^0 в (12) целесообразно взять КОР полубесконечного слоя [2], что делает модель точной при $\tau \gg 1$. При изотропном рассеянии в слое для σ_c^0 в [2, 3] получено выражение

$$\sigma_c^0 = r_0(0) \cos \theta / (1 - \ln 2), \quad (13)$$

где $r_0(0)$ определяется соотношением (9). КОР поверхности определяется величиной R_d и видом индикатрисы рассеяния $\xi_{\text{п}}$. В случае изотропного рассеяния на поверхности

$$\sigma^0 = 2R \cos \theta. \quad (14)$$

В качестве модели КОР системы мы использовали уравнения (12)–(14), при этом оценивали вклад отдельных членов.

При расчетах параметры РС-III изменялись в пределах, характерных для естественных покровов, а именно: $R_d = 0 + 0,3$; $R_3 = 0,2 + 0,7$; $\omega = 0 + 0,5$; $\tau = 0 + 4$. Угол наблюдения изменялся в пределах от нуля до 50° . Использовались индикатрисы рассеяния следующих форм: изотропная ($x_0 = 1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$), рэлеевская (1 , 0 , $0,5$) и асимметричные индикатрисы с коэффициентами (1 , $0,5$, $0,5$) и (1 , $-0,5$, $0,5$).

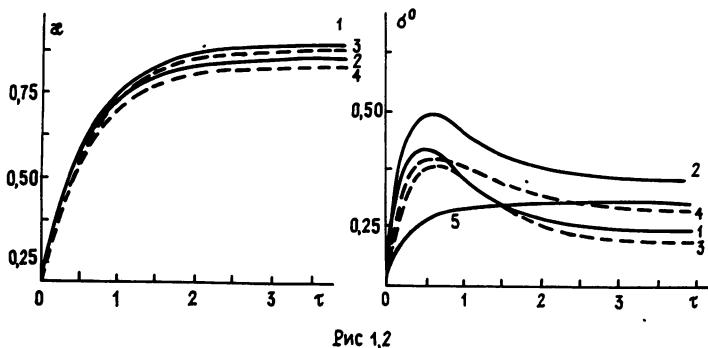


Рис. 1,2

На рис. 1,2 приведены некоторые результаты расчетов зависимостей коэффициентов излучения (рис. 1) и обратного рассеяния (рис. 2) от интегрального ослабления излучения в слое, по аналитической модели с асимметричной индикатрисой с преобладанием рассеяния вперед (кривая 1), назад (2) и методом Монте-Карло с асимметричной индикатрисой с преобладанием рассеяния вперед (кривая 3) и назад (кривая 4). Кривая 5 (на рис. 2) рассчитана по аналитической модели без члена, учитывающего взаимодействие слой - поверхность. Зависимости получены при $R_3 = 0,7$, $R_d = 0,1$, $\omega = 0,5$,

$\theta = 32,5^\circ$. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1) В указанных пределах изменения параметров погрешности модели по сравнению с численным решением уравнения переноса не превышают 0,01 для КИ и 1 дБ для КОР при $\omega < 0,2$ и не превышают соответственно 0,02 и 2 дБ при $0,2 < \omega < 0,5$.

2) Использование коэффициента p , учитывающего неодномерность рассеяния в (9), позволяет повысить точность модели. Наилучшее согласование модели с численными расчетами получено при $p = 0,7$ для КИ и $p = 0,64$ для КОР.

3) При наклонном визировании в модели для КОР необходимо учитывать третий член выражения (12). Вклад этого члена в обратное рассеяние особенно велик при $\tau \approx 0,5$. При уменьшении ω и R_3 значение $\sigma_{c.p.}^0$ уменьшается, но остается значительным и сопоставимым с величиной σ^0 , рассчитанной без учета $\sigma_{c.p.}$. Неучет члена, описывающего перерассеяние, при интерпретации экспериментальных данных, как это делается, например, в [3,4], может привести к неправильным результатам.

4) Вид индикатрисы рассеяния слоя при $\omega < 0,2$ не оказывает существенного влияния на КИ и КОР системы. В этом случае удовлетворительное согласование с численными расчетами дает использование модели с рэлеевской индикатрисой. При $\omega > 0,2$ в модели необходим учет вида индикатрисы рассеяния.

5) Угловая зависимость КИ и КОР в пределах указанных выше погрешностей описывается развитой аналитической моделью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Eom H.J. // *Remote Sens. Environ.* 1986. V. 19. N 2. P.151.
2. Чухланцев А. А. // *Иссл. Земли из космоса.* 1989. N 4. С. 84.
3. Tsang L., Blanchard A.J., Newton R.W. et al. // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1982. V.GE-20. N 4. P.482.
4. Attena E.P.W., Ulaby F.T. // *Radio Sci.* 1978. V.13. N 2. P.357.
5. Dobson M.C., Ulaby F.T. // *IEEE Trans. Geosci. Remote. Sens.* 1986. V.GE-24. N 4. P. 517.
6. Brunfeldt D.R., Ulaby F.T. // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1986. V.GE-24. N 3. P.353.
7. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике/Под ред. Г. И. Марчука. - Новосибирск: Наука, 1976. - 284 с.
8. Смирнов М. Т. // *Изв. АН СССР. Сер. ФАО.* 1984. Т. 20. N 9. С.820.
9. Чухланцев А. А., Шутко А. М. // *Иссл. Земли из космоса.* 1987. N 5. С. 42.
10. Ulaby F.T., Razani M., Dobson M.C. // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1983. V.GE-21. N 1. P.51.
11. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. - М.: Гостехиздат, 1956. - 392 с.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию
2 июля 1990 г.

УДК 537. 874. 3. 029. 62

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ОТКРЫТОГО ВОЛНОВОДА ПО СПЕКТРУ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

К. В. Латышев, Л. А. Славутский

Решение обратной задачи рефракции в атмосфере Земли посвящено значительное число теоретических работ, что связано с развитием методов дистанционной рефрактометрии - восстановлением профиля показателя преломления при радио- и оптическом просвечивании атмосферы с искусственных спутников. При этом используется приближение геометрической оптики (см., например, [1,2]), которое в радиодиапазоне требует точных доплеровских измерений [3], не всегда реализуемых в натурных условиях. С другой стороны, образование тропосферных волноводов различных типов приводит к аномальному загоризонтному распространению радиоволн [4]. В настоящей работе показана возможность восстановления профиля тропосферных волноводов по амплитудному ослаблению радиосигналов в загоризонтной области. При "захвате" в волновод двух и более мод интерференция между ними приводит к пространственным биениям поля (вдоль земной поверхности), по которым могут быть найдены соотношения между постоянными распространения. Для восстановления профиля волновода по собственным значениям мод используется ВКБ-приближение с дисперсионным уравнением, аналогичным правилу квантования Бора - Зоммерфельда.

Подобный подход применялся для оптических волноводов [5] и в задаче отражения электромагнитных волн от неоднородного диэлектрического слоя [6].

Поле в волноводе удобно описывать рядом по нормальным волнам [7]:

$$\psi = \sum_n e^{ixt_n} \Psi(z_1, z_2, t_n), \quad (1)$$

где t_n - комплексные собственные значения мод, x - расстояние вдоль поверхности Земли, $\Psi(z_1, z_2, t)$ - высотная функция, зависящая от координат z_1 и z_2 источника и приемника. Приближенное дисперсионное уравнение для t_n , получаемое из условия сшивки квазиклассических волновых функций, имеет вид [7]

$$\frac{k}{g} \int_{|z| \geq |t|} \sqrt{\pm(u(z) - t)} dz = \frac{2}{3} (-\xi_n)^{3/2} \approx F_n, \quad (2)$$

где $u(z) = g^2(\epsilon(z) - 1 + 2z/R)$, $g = (kR/2)^{1/3}$, k - волновое число, R - радиус Земли, $\epsilon(z)$ - профиль диэлектрической проницаемости, ξ_n - корни функции Эйри, $F_n = \pi(n + 1/4)$ при больших n . Смена знака в подкоренном выражении и изменение пределов интегрирования связаны с аналитическим продолжением решения в область за волноводом, соответствующую проницаемому потенциальному барьеру в квантовой механике. Заметим сразу, что уравнение (2), формально справедливое при больших n , оказывается применимым при $n \geq 2$ (см., например, [8]). В этом случае $\psi(x)$ (z_1 и z_2 фиксированы) испытывает затухающие пространственные осцилляции, связанные с интерференцией "захваченных" мод (минимальные части собственных чисел не слишком велики, рис. 1).

Для получения соотношений для $t_n = p_n + iq_n$ можно решить

задачу аппроксимации $|\psi(x)|^2$ функцией

$$\Phi(\beta, x) = e^{-Q_{kj}x} [A_{kj} \cos(P_{kj}x) + B_{kj} \sin(P_{kj}x)], \quad (3)$$

$$\beta = (P_{kj}, Q_{kj}, A_{kj}, B_{kj}),$$

$$Q_{kj} = q_k + q_j, \quad P_{kj} = p_k - p_j, \\ j = 2, n, \quad k = 1, j-1.$$

В задачах аппроксимации такого класса достаточно надежен метод нелинейных наименьших квадратов [9]. Как показали

расчеты, благодаря наличию осциллирующих множителей в (3) задачу можно существенно упростить практически без потери точности, если сумму диагональных членов $\sum A_{kj} \exp(-Q_{kj}x)$ ($k = j$) заменить при аппроксимации одной экспонентой $C \exp(-Qx)$. В качестве начальных

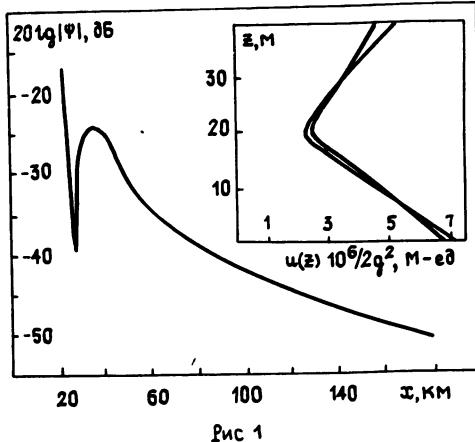


Рис 1

значений выбирались все $Q_{kj} = 0$, а P_{kj} находились из фурье-преобразования $|\psi(x)|^2$. Предлагаемый метод позволяет получать разности между действительными частями $p_k - p_j$ и мнимые части q_j . В случае двух мод имеем $p_1 - p_2$ и $q_1 + q_2$, однако $q_1 < q_2$ (слабый волновод). Использованный для аппроксимации алгоритм [9] устойчиво сходится, если на выбранном участке $\psi(x)$ помещается не менее одного периода пространственных осцилляций и число использованных значений $\psi(x)$ хотя бы в два раза превышает число параметров $P_{kj}, Q_{kj}, A_{kj}, B_{kj}$.

Для восстановления профиля волновода из найденных соотношений для спектра нормальных волн используем уравнение (2), которое после дифференцирования по параметру t допускает обращение по формуле Абеля. Получаем явное выражение для $z(u)$ внутри и вне волновода:

$$z(u) = \frac{2g}{\pi k} \int_{|t|>u} \frac{df}{\sqrt{f(u - t(F))}}. \quad (4)$$

Трудности построения профиля $u(z)$ связаны с дискретным характером подынтегрального выражения в (4). Задача сводится к получению функции, проходящей через точки поворота $u(z) = t_n$. Каждому из комплексных собственных значений соответствуют две точки на высотной зависимости $u(z)$ (внутри и вне волновода). Для нахождения профиля необходимо получить плавную зависимость $t(F)$. В простейшем случае такая зависимость может быть построена в виде полинома, проходящего через узловые точки $t_1(F_1)$. Нами использована следующая процедура. Зададим в (4) $F(t)$ в виде параболы и потребуем, чтобы $z(t_1) - z(t_{1+1})$ соответствовала профилю, линейному на участках $[t_1, t_{s1}]$ и $[t_{s1}, t_{1+1}]$, где $t_{s1} = (t_1 + t_{1+1})/2$, и найдем $F(t_{s1})$ и соответствующие коэффициенты в уравнении параболы. Таким образом 477 находятся дополнительные узловые точки. Проводим гладкую кривую через (t_1, F_1) и в смысле наименьших квадратов через (t_{s1}, F_{s1}) и экстраполируем ее до $t_0 (F = 0)$. Определение t_0 имеет принципиальное значение, поскольку позволяет перейти от разностей $P_{jk} = p_j - p_k$, полученных из функции ослабления, к самим величинам p_j . Поскольку t_1 комплексны, таким образом отдельно строятся зависимости $p(F)$ и $q(F)$. Для получения каждой точки профиля $z_k(u_k)$ вычисление (4) проводится по интервалам $t_0 > t > t_k = u_k$ (внутри волновода) и $u_k = -t_k > t > t_H = \min|t|$ (вне волновода); t_H соответствует точке перегиба высотной зависимости и $t_0 - t_H$ – полный М-дефицит, который может быть определен сразу, без вычисления (4).

Методика позволяет восстанавливать монотонно изменяющуюся разность $\Delta z(u)$ между границами волновода. Однако в реальных задачах распространения радиоволн в атмосфере одна из границ известна: для поверхностных волноводов это поверхность Земли, характеризующаяся импедансными граничными условиями, а волноводы, обусловленные приподнятой инверсией, могут рассматриваться как возмущения на фоне регулярной рефракции [4] ($\varepsilon(z) = 1$ в (2)). При этом необходимо учесть соответствующие поправки в правой части уравнения (2). Импедансные граничные условия на поверхности приводят практически к

изменению лишь мнимой части t_n [7].

На рис. 1 приведены функция ослабления ($z_1 = 26$ м, $z_2 = 3$ м, $k = 60$ м⁻¹), рассчитанная по методу [10], и пример восстановления профиля типа волновода испарения при традиционном задании $u(z)$ в кусочно-линейном виде. Здесь в волновод "захвачены" две моды.

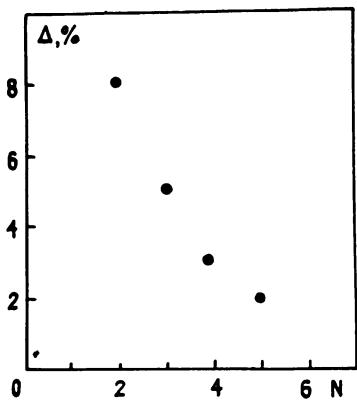


Рис. 2.

ной на рис. 1, при дисперсии $V(x)$, составляющей 10% от $|V(0)|$, изменение t_n не превышало 1%. Таким образом, точность восстановления профиля определяется в основном второй частью алгоритма - вычислением (4). Здесь устойчивость обеспечивается жестким требованием монотонности $z(u)$ на участках $z < z(t_n)$ и $z > z(t_n)$ (что является по сути регуляризацией задачи). Кроме того, в процедуре используются только "захваченные" моды, которые учитываются при аппроксимации $V(x)$ (3), что приводит к ограничению пределов интегрирования точкой t_n .

Таким образом, при аномальной рефракции возмущения высотного профиля показателя преломления могут быть восстановлены в результате простых вычислений по спектру нормальных волн. В случае, когда точность оказывается неудовлетворительной, полученные результаты могут быть использованы в качестве априорной информации при более точном решении обратных задач [11].

Авторы благодарны К. В. Кошелю за предоставление численных расчетов функции ослабления и М. А. Гузеву за конструктивные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайкович К. П., Гурвич А. С., Наумов А. П. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1983. Т. 19. № 7. С. 675.
2. Anderson K.D. // Radio Sci. 1982. V.17. N 3. P.653.
3. Rangaswamy S. // Geophys. Res. Lett. 1976. V.3. N 8. P.483.
4. Кукушкин А. В., Фрейлихер В. Д., Фукс М. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т.30. N 7. С.811.

5. Hertel P., Menzler H.P. // Appl. Phys. 1987. V.44. P.75.
6. Smith P.R., Hopcraft K.I., Burge R.E. // Inverce Problems. 1988. V.4. P.235.
7. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. - М.: Сов. радио, 1970.
8. Грикуров В. Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 9. С.1201.
9. Дж. Дэннис мл., Р. Шнабель. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. - М.: Мир, 1988.
10. Кошель К. В. // Радиотехника и электроника. 1987. Т.22. № 6. С.1305.
11. Левитан Б. М. Обратные задачи Штурма - Лиувилля. - М.: Наука, 1984. - 210 с.

Тихookeанский океанологический
институт ДВО АН СССР

Поступила в редакцию
24 апреля 1990 г.
