

ГОСКОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ
ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОФИЗИКА

Ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том 34, № 1

Нижний Новгород

январь 1991

Содержание

Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. Экспериментальное исследование поглощения в парах воды в окне относительной прозрачности $\lambda=0,2$ мм	3
Фабрикант А. П. Метод радиоакустического зондирования с использованием амплитудно-модулированного радиосигнала	12
Гудин В. А., Дейнеко В. Н., Иванов В. Н., Игнатьев Ю. А., Шавин П. Б. Динамические характеристики сигналов, рассеянных искусственной ионосферной турбулентностью	18
Бойко Г. Н., Ерухимов Л. М., Фролов В. Л. Результаты экспериментальных исследований искусственных низкочастотных амплитудных биений отраженных от ионосферы радиоволн	23
Ваврик Д. М., Чернышов И. Ю. Хаотическая динамика неавтономного двухконтурного генератора	28
Астахов В. В., Безручко Б. П., Пономаренко В. И. Формирование мультистабильности, классификация изомеров и их эволюция в связанных фейгенбаумовских системах	35
Устинов Е. В. Применение преобразования координат Таланова для расчета теплового самовоздействия оптического пучка в потоке газа	40
Герценштейн М. Е., Коротков А. Н., Потемкин В. В., Степанов А. В. О термодинамических ограничениях на механизмы шума $1/f$	47
Мальцев А. А., Серебряков Г. В. Анализ стационарных характеристик адаптивных антенных решеток при наличии флуктуаций волнового фронта полезного сигнала	52
Кириленко А. А., Чумаченко В. П. Характеристики рассеяния уголкового отражателя	58
Лебедев А. Б., Лукин К. А. Численное моделирование стационарных режимов генератора дифракционного излучения ..	62
Власов М. А., Рыхлов А. В., Сафонов В. А. Исследование транспортировки в плотном газе квазистационарного релятивистского электронного пучка. 1. Физическая модель взаимодействия	70
Семененко В. Н. Многообразие режимов стрикционной параметрической генерации акустических колебаний в диэлектрических резонаторах	77
Ахмедиев Н. Н., Корнеев В. И., Мицкевич Н. В. Модуляционная неустойчивость в оптическом волокне обусловленная fazовой крос modуляцией	84

Краткие сообщения и письма в редакцию

Волков А. В., Кривоноскин С. Н., Славутский Л. А., Шевцов Б. М. Влияние морского волнения на структуру спутниковых УКВ радиосигналов	89
Ольхов В. М. Об одном режиме трансформации спектра сигнала в нелинейной среде	90
Мишустин Б. А. Об одном представлении функции Грина для бесконечного идеально проводящего клина	92

Валиев Х. В., Хигер Л. Я. О стационарном СВЧ разряде, индуцированном бесконечным синфазным током	96
Усанов Д. А., Орлов В. Е., Коротин Б. Н., Скрипаль А. В. Влияние внешнего СВЧ сигнала на работу СВЧ генератора на туннельном диоде	98

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора), В. В. ЖЕЛЕЗНИКОВ, В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРАТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИКОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН, В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР, В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурашкина

Подписано к печати 16.05.91.

Формат 70×108/16. Бумага офсетная. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 8,75. Усл. кр.-отт. 9,23. Уч.-изд. л. 10,2.
Тираж 1050 экз. Заказ 2432. Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Нижний Новгород, ул. Лядова, 25,
Научно-исследовательский радиофизический институт,
редакция журнала "Известия вузов. Радиофизика". Телефон 36-01-71.

Отпечатано с готового набора.

Нижегородская областная типография управления издательств, полиграфии и книжной торговли, 603116, Нижний Новгород, ул. Гордеевская, 7.

© "Известия высших учебных заведений. Радиофизика", 1991.

УДК 621.371.246:621.3.029.66

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В ПАРАХ
ВОДЫ В ОКНЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ $\lambda=0,2$ ММ

Б. А. Свердлов, Н. И. Бурашов

На эшелеттном вакуумном спектрометре исследована зависимость коэффициента поглощения водяного пара от его концентрации в воздухе в окне относительной прозрачности $\lambda=0,2$ мм. Раздельно определены компоненты коэффициента поглощения, зависящие от абсолютной влажности воздуха линейно и квадратично. С помощью оптических приставок, позволяющих увеличить число отражений излучения в спектрометре примерно в два раза без существенного увеличения длины оптического пути, проведены измерения с целью выявления возможного вклада в измеряемое поглощение адсорбции молекул H_2O на зеркалах установки.

Описываемые ниже измерения преследовали две цели.

1. Получение данных о зависимости коэффициента поглощения паров воды от их концентрации в воздухе. Такие данные необходимы для выяснения природы так называемого избыточного поглощения в водяном паре, т. е. превышения действительной величины поглощения над рассчитанной теоретически для мономеров H_2O . Как известно, сам факт наличия избыточного поглощения надежно установлен экспериментом для окон прозрачности атмосферы, расположенных как в инфракрасной, так и в миллиметровой и субмиллиметровой областях спектра, в том числе и для интересующего нас окна с центром вблизи $\lambda=0,2$ мм [1, 2]. В попытках объяснить избыточное поглощение в литературе рассматриваются различные причины и механизмы. Это возможное отличие используемой в расчетах мономерного поглощения формы крыльев спектральных линий от истинной и зависимость ее от типа уширяющего газа (см., например, [3-5]), поглощение димерами $(H_2O)_2$ [6], изотопозамещенными молекулами воды ($H_2^{17}O$, $H_2^{18}O$, $Hd^{16}O$) [7], водными кластерами [8, 9], оптически прозрачным водным аэрозолем субмикронных размеров [10], молекулярными комплексами H_2O-N_2 [11], а также поглощение, индуцированное при соударениях молекул H_2O-H_2O , H_2O-N_2 , H_2O-O_2 (имеющие оценки [12-14] последнего, правда, противоречивы).

Для оценки роли того или иного механизма в том или ином спектральном участке нужны детальные экспериментальные сведения об особенностях поглощения парами воды, в частности о зависимости коэффициента поглощения водяного пара от влажности исследуемой газовой смеси. В настоящее время для ряда окон прозрачности атмосферы можно считать экспериментально установленным наличие существенной нелинейности в такой зависимости. Однако данных по этому вопросу пока недостаточно. Так, в субмиллиметровой области спектра компоненты коэффициента поглощения, линейно и нелинейно (квадратично) зависящие от влажности, экспериментально определены лишь в двух окнах прозрачности с центрами на $\lambda=0,88$ и $0,73$ мм [15, 16]. Еще для нескольких окон, расположенных в участках $\lambda=0,46-0,7$ и $0,095-0,145$ мм, получены

значения эффективного параметра самоуширения, характеризующего отношение этих компонент [3, 17, 18].

2. Выявление возможных систематических ошибок при измерениях молекулярного поглощения в водяном паре, связанных с адсорбцией молекул H_2O элементами экспериментальной установки. Необходимость учета адсорбции паров H_2O стенками газовых камер и кювет и их рабочими элементами при различного рода измерениях отмечалась неоднократно [10, 19–22], в частности и в связи с наблюдаемым в эксперименте избыточным поглощением в водяном паре [10, 22]. Если влияние адсорбции водяного пара стенками газовых камер и кювет на результаты измерений во многих случаях может быть устранено путем надлежащего контроля его концентрации в исследуемом объеме, то выявление и учет роли молекул H_2O , адсорбированных рабочими элементами установки, например ее зеркалами, представляет собой гораздо более сложную задачу, особенно если учесть, что толщина и структура адсорбированного водяного слоя зависит от многих факторов: материала адсорбента, состояния и чистоты его поверхности, способа увлажнения окружающей газовой смеси и т. д. Иллюстрацией влияния адсорбции водяного пара на получаемые из эксперимента данные могут служить измерения [21] показателя преломления влажного воздуха на частоте 20 МГц с помощью рефрактометра, в котором в качестве чувствительного элемента использовался воздушный конденсатор из инвара. Согласно [21] влияние адсорбции проявляется при относительной влажности $r \geq 60\%$; при $r=90\%$ превышение измеренного показателя преломления над истинным, обусловленное адсорбцией молекул H_2O на рабочих поверхностях конденсатора, составляет около 50%.

Нами предпринята попытка обнаружить влияние адсорбции молекул H_2O дюралюминиевыми зеркалами установки на результаты специально поставленных измерений коэффициента ослабления излучения с длиной волны $\lambda=0,2$ мм окружающим эти зеркала влажным воздухом.

Экспериментальная установка. Процедура измерений. Измерения выполнялись на эшелеттном вакуумном спектрометре [23, 24] с источником излучения – ртутной лампой ДРТ-220 и пневматическим детектором ОАП-7. Монохроматизация излучения в участке близи $\lambda=0,2$ мм осуществлялась отражательной дифракционной решеткой – эшелеттом с периодом штрихов $d=250$ мкм и подобранной комбинацией фильтров: эшелетты с $d=20; 41,7; 41,7$ мкм, работающие в нулевом порядке спектра; комбинированный фильтр $KBr+BaF_2+LiF$ 20112 на полизтиленовой основе [25]; одномиллиметровый плавленый кварц и полуторамиллиметровый тefлон. Оценка спектральной чистоты поступающего на приемник излучения проводилась по методике, изложенной в [23]. Для обеспечения возможности измерений в достаточно широком диапазоне значений абсолютной влажности воздуха средняя температура в камере спектрометра с помощью системы электроподогрева поддерживалась на уровне $T=304 \pm 1,5$ К; отклонение температуры в различных точках объема, занимаемого потоком излучения, от ее среднего значения обычно не превышало ± 1 К.

Величина поглощения излучения в воздухе определялась путем сравнения спектрограмм, зарегистрированных в участке близи центра окна прозрачности в "вакууме" (остаточное давление ~0,1 Тор) и после заполнения камеры спектрометра исследуемой воздушной пробой и выдержки ее в течение 40–50 минут. Во время выдержки, а также в процессе измерений воздух в камере перемешивался вентиляторами. Для уменьшения случайной ошибки измерений спектрограммы в воздухе записывались дважды, а уровень сигнала в вакууме, как правило, записывался и до и после измерений в воздухе. Кроме того, до и после записи каждой спектрограммы проводился контроль чувствительности

приемного устройства путем регистрации калибровочного сигнала.

Спектральное разрешение прибора, определяемое шириной аппаратной функции (на уровне 0,5), составляло $S = 0,8 \text{ см}^{-1}$. Скорость сканирования спектра v и постоянная времени τ приемно-регистрирующего устройства равнялись соответственно $5,7 \cdot 10^{-3} \text{ мкм/с}$ и 30 с, так что на волне $\lambda = 0,2 \text{ мм}$ оптический эквивалент постоянной времени $v\tau = 0,042 \text{ см}^{-1} \ll S$.

Воздушные пробы в зависимости от желаемой влажности и времени года приготавливались тремя способами. 1) В качестве пробы использовался обычный комнатный воздух. С такими пробами получена значительная часть данных в интервале значений абсолютной влажности $\rho \approx 5 - 16 \text{ г/м}^3$ (низкие значения ρ соответствуют осенне-зимнему периоду, высокие - летнему). 2) Пробы с заданной влажностью приготавливались путем увлажнения воздуха в комнате парами воды. Это достигалось с помощью электрокипильника и работой вентиляторов). Крышка камеры спектрометра в процессе приготовления пробы была полностью открыта. Измерения с такими пробами были проведены в диапазоне $\rho \approx 6 - 24 \text{ г/м}^3$. 3) В откаченную камеру спектрометра напускался сначала чистый водяной пар, испаряемый через натекатель из подогреваемой колбы с дистиллированной водой, а затем воздух до достижения давления в камере, равного атмосферному (диапазон $\rho \approx 9 - 31 \text{ г/м}^3$). Парциальное давление сухого воздуха в камере за все время измерений изменялось в пределах 707-772 Тор.

Влажность воздушных проб измерялась в первых двух случаях двумя аспирационными психрометрами М-34**, расположеннымми в комнате близи камеры спектрометра, и подогревным хлористо-литиевым датчиком ППВ-П9, установленным в камере; в третьем случае - только датчиком ППВ-П9. Сопротивление платинового термометра влагочувствительного элемента датчика ППВ-П9 измерялось цифровыми омметром типа Щ-34. Проведение одновременных измерений влажности аспирационными психрометрами, которые до сих пор часто используются в качестве образцового средства измерения, и хлористо-литиевым гигрометром (при поднятой крышке спектрометра) позволяло контролировать правильность показаний последнего. Эти измерения показали, что отличие в значениях ρ , полученных с помощью указанных приборов, в 70% случаев не превышало 3%; максимальная разница составляла около 5%.

С целью выявления влияния адсорбции молекул воды отражающими элементами спектрометра (дюралюминиевые зеркала, эшелетты с отражающей поверхностью из палладия и дюралюминия - всего 10 отражающих элементов) на результаты измерений коэффициента поглощения водяного пара была проведена дополнительная серия измерений при тех же значениях температуры и влажности и при том же спектральном разрешении, что и основная серия, но при существенно

* Необходимость искусственного увлажнения комнатного воздуха при приготовлении проб с низкими влажностями возникала при проведении измерений в зимний период, когда влажность воздуха составляла лишь 3-4 г/м^3 . Измерения поглощения при таких малых значениях ρ не проводились из-за низкой точности получаемых значений коэффициента поглощения вследствие малого ослабления излучения на оптическом пути спектрометра, а также более низкой точности измерения самой влажности.

** Как и в работе [26], психрометрический коэффициент для психрометров М-34 вместо значения $6,62 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, использованного при составлении психрометрических таблиц [27], принимался равным $6,4 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$.

большем числе отражений в спектрометре. Для этого были изготовлены две оптические приставки. Одна из них помещалась перед входной щелью монохроматора, а вторая - после выходной щели. Принцип действия приставки, состоящей из трех плоских и сферического (с радиусом кривизны 300 мм) зеркал, поясняется рис. 1 (см. ка вклейке). Ее зеркала устанавливаются таким образом, чтобы длины оптического пути от щели 5 монохроматора и от плоского зеркала 2 до центра сферического зеркала 3 были равны его радиусу кривизны. В этом случае при установке приставки в рабочее положение геометрия пучка излучения, поступающего в монохроматор (выходящего из него), не нарушается. Как видно из рис. 1, при наличии двух приставок излучение испытывает восемь дополнительных отражений; длина же оптического пути в спектрометре увеличивается при этом незначительно (с 5,53 до 6,73 м). Зеркала приставок, как и большая часть отражающих элементов спектрометра, изготовлены из дюралиюминия.

Результаты и их обсуждение. На рис. 2 представлены зависимости коэффициента поглощения Γ , отнесенного к абсолютной влажности ρ , при которой он измерялся, от относительной влажности воздуха r , полученные из измерений с оптическими приставками (кружочки) и без приставок (крестики). Значения Γ приведены к температуре $T = 304$ К и давлению сухого воздуха $P = 752$ Тор. Видно, что измерения, выполненные с приставками и без них, в исследованном диапазоне относительных влажностей $r = 15\text{--}90\%$ дали практически совпадающие результаты. Ход экспериментальных точек в обеих сериях хорошо описывается линейной функцией r . Обработка данных методом наименьших квадратов привела к следующим значениям параметров аппроксимирующих прямых 1 и 2:

$$1 - \text{без приставок: } \Gamma/\rho[\text{дБ}\cdot\text{км}^{-1}/\text{г}\cdot\text{м}^{-3}] = 32,0(\pm 0,2) + 0,091(\pm 0,004)r[\%],$$

$$2 - \text{с приставками: } \Gamma/\rho[\text{дБ}\cdot\text{км}^{-1}/\text{г}\cdot\text{м}^{-3}] = 32,5(\pm 0,2) + 0,083(\pm 0,003)r[\%].$$

В скобках указаны среднеквадратичные ошибки найденных значений параметров. В частности, для наибольшей в эксперименте относительной влажности $r = 90\%$ (соответствующая ей при $T = 304$ К абсолютная влажность $\rho = 28,58$ г/м³) получаем следующие значения коэффициента поглощения:

без приставок: $\Gamma = 1149 \pm 16$ дБ/км,

с приставками: $\Gamma = 1142 \pm 13$ дБ/км.

Таким образом, проведенными экспериментами вклад в поглощение, связанный с адсорбцией молекул воды на зеркалах приставок, не выявлен. На основании полученных данных можно лишь утверждать, что при $r = 90\%$ эффективный вклад в измеренное поглощение не превосходит $(1142 + 13) - (1149 - 16) = 22$ дБ/км.

Исходя из этого верхнего значения адсорбционного вклада в поглощение, представляет интерес оценить верхнюю границу толщины h адсорбированного слоя воды на зеркалах приставок. Воспользовавшись выражением для коэффициента отражения системы диэлектрический слой + металлическая подложка и данными работы [28] о комплексном показателе преломления воды на волне 0,2 мм, мы получили $h \leq 0,2$ мкм. Для сравнения приведем данные о величине h , оцененной другими авторами. В работе [10] из экспериментов с различными адсорбентами (нержавеющая сталь, тефлон, лак и другие материалы, дюралиюминий среди них, правда, нет) при относительной влажности $r = 85\%$ было найдено, что толщины адсорбированных слоев воды составляют $20\text{:}102$ молекулярных слоев или, учитывая, что расстояние между молекулами в воде примерно равно $2,8 \cdot 10^{-4}$ мкм [29], $h = 0,0056 \pm 0,0286$ мкм. В работе [21] наблюдалась гораздо большие толщины водяного слоя: при $r = 90\text{--}91\%$ для адсорбента инвара в ней двумя разными методами было получено $h \approx 0,1$ и $h \approx 1,8$ мкм.

Перейдем к обсуждению данных по поглощению излучения влажным

воздухом. На рис. 3 показана зависимость величины Γ/ρ от абсолютной влажности ρ , полученная из измерений с оптическими приставками (кружочки) и без приставок (крестики) в широком диапазоне значений ρ - от 5 до 31 г/м³. Данные этого рисунка, как и рис. 2, свидетельствуют о несущественной роли адсорбционного ослабления сигнала на $\lambda = 0,2$ мм. Поэтому при дальнейшей обработке данных наборы значений (Γ_i, ρ_i) ($i = 1, 2, 3, \dots$), полученные с приставками и без приставок, рассматривались как единый массив.

Ход экспериментальных точек на рис. 3 с полной определенностью свидетельствует о нелинейной зависимости Γ от ρ . Поскольку в рассматриваемом окне прозрачности не зависящая от влажности воздуха часть коэффициента поглощения пренебрежимо мала*, для аппроксимации этой зависимости нами использована функция вида

$$\Gamma/\rho = a + b\rho. \quad (1)$$

Экспериментальные значения параметров a и b и их среднеквадратичные ошибки, определенные методом наименьших квадратов, приведены в таблице, а сама аппроксимирующая функция изображена на рис. 3 прямой 1. В таблице представлены и теоретические значения указанных параметров. Через b_{c-y} и b_d обозначены компоненты квадратичной по ρ части Γ , обусловленные, соответственно, самоуширением спектральных линий мономеров и поглощением димерами: $b = b_{c-y} + b_d$. Буквами с черточками сверху обозначены эффективные в полосе пропускания спектрометра величины параметров, буквами без черточек - величины для монохроматического излучения. "Экспериментальные" значения параметров для монохроматического излучения получены по формулам

$$a^{\text{эксп}} = \bar{a}^{\text{эксп}} \frac{a^{\text{теор}}}{\bar{a}^{\text{теор}}}, \quad b^{\text{эксп}} = \bar{b}^{\text{эксп}} \frac{b^{\text{теор}}}{\bar{b}^{\text{теор}}}, \quad \text{т. е. в предположении,}$$

что процентный эффект усреднения из-за немонохроматичности излучения в спектрометре для теоретической и измеренной величины один и тот же. Данные таблицы соответствуют частоте 50,1 см⁻¹, на которой поглощение в окне минимально.

При теоретическом расчете поглощения мономерами водяного пара, кроме поглощения молекулами H₂¹⁶O, учитывался вклад приходящихся на рассматриваемое окно прозрачности линий вращательного спектра изотопозамещенных молекул HDO и D₂C, а также линии 49,840 см⁻¹ молекул H₂¹⁶O, находящихся в колебательном состоянии (0,1,0).

Коэффициент поглощения молекул H₂¹⁶O рассчитывался с использованием формы спектральной линии по кинетическому уравнению аналогично [32]. При этом полуширины линий для влажного воздуха находились с помощью выражения

* Коэффициент поглощения сухого воздуха $\Gamma_{\text{сух. возд.}}$ в приземном слое атмосферы в окне прозрачности $\lambda = 0,2$ мм определяется главным образом индуцированным поглощением в азоте и молекулярным поглощением в кислороде, имеющем две спектральные линии, приходящиеся на склоны окна (их резонансные частоты 48,928 и 50,874 см⁻¹). Оценки $\Gamma_{\text{сух. возд.}}$, выполненные для условий эксперимента согласно данным [30, 31], дают для центральной части окна значения, не превышающие 0,5 дБ/км.

$$\Delta\nu_{1j}^{\text{H}_2\text{O-возд}} = \frac{P}{760} \left(\frac{T}{300} \right)^{-n_{1j}} \Delta\nu_{1j}^{\text{H}_2\text{O сух. возд.}} + \frac{e}{760} \left(\frac{T}{300} \right)^{-m_{1j}} \Delta\nu_{1j}^{\text{H}_2\text{O-H}_2\text{O}}, \quad (2)$$

где e - парциальное давление водяного пара. Парциальные полуширины $\Delta\nu_{1j}^{\text{H}_2\text{O-сух. возд.}}$, $\Delta\nu_{1j}^{\text{H}_2\text{O-H}_2\text{O}}$ и их температурные показатели n_{1j} , m_{1j}

брались из работ [33, 34] (с учетом поправки, сделанной в [34] относительно табличных данных [33]). Энергетические термы и частоты линий взяты по [35, 36]. Дипольный момент молекулы H_2^{16}O был принят равным 1,8546 Д [37, 38]. Значения остальных параметров, входящих в расчетную формулу, взяты теми же, что и в [32].

Данные, необходимые для расчета поглощения молекулами HDO и D_2O , заимствованы из работ [37-41]. Частоты и интегральные интенсивности линий H_2^{16}O колебательного состояния (0,1,0) содержатся в атласе [42].

Полуширины линий HDO , D_2O и H_2^{16}O (0,1,0) принимались равными 0,1 см^{-1} .

Результаты расчета коэффициента поглощения мономеров водяного пара для $\rho=7,5 \text{ г/м}^3$, $T = 300 \text{ К}$, $P = 752 \text{ Тор}$ представлены на рис. 4. Вертикальными отрезками 1, 2, 3 в верхней части рис. 4 показаны положения и величины поглощения в пике линий H_2^{16}O (0,1,0), HDO и D_2O соответственно. Здесь же указана и ширина аппаратной функции спектрометра S , при которой проводились измерения. Теоретические зависимости "удельных" коэффициентов поглощения мономеров Γ/ρ и $\bar{\Gamma}/\rho$ от ρ на частоте 50,1 см^{-1} , по которым определялись значения параметров a , \bar{a} , b_{c-y} , \bar{b}_{c-y} , приведены на рис. 3 (прямые 2 и 3).

Теоретические данные о поглощении димерами $(\text{H}_2\text{O})_2$ заимствованы из работы [43], где они приведены для $T = 296 \text{ К}$. Пересчет димерного поглощения к $T=304 \text{ К}$ выполнялся с использованием его температурной зависимости по [10].

Из табл. 1 видно, что измеренное значение линейной по влажности компоненты коэффициента поглощения на 19% больше расчетного.

Таблица 1

Теоретические и экспериментальные данные о поглощении водяным паром в окне прозрачности $\lambda=0,2 \text{ мм}$ ($T=304 \text{ К}$, $P=752 \text{ Тор}$)

Параметры	a	b_{c-y}	$b_{\bar{d}}$	b	\bar{a}
Теория	26,3	0,192	0,025	0,217	27,3
Эксперимент	$31,3 \pm 0,3$	-	-	$0,255 \pm 0,010$	$32,5 \pm 0,2$

Параметры	b	σ
Теория	0,221	$5,9(5,2)$
Эксперимент	$0,26 \pm 0,01$	$5,8 \pm 0,3$

Примечания. 1) Значения a , \bar{a} даны в $\text{дБ} \cdot \text{км}^{-1} / \text{г} \cdot \text{м}^{-3}$, значения b_{c-y} ,

$b_{\text{д}}$, b , \bar{b} - в $\text{дБ} \cdot \text{км}^{-1} / \text{с}^2 \cdot \text{м}^{-6}$.

2) В скобках указано значение σ , полученное без учета димерного поглощения.

Отметим, что превышение эксперимента над расчетом в отношении этой компоненты установлено и для ряда других окон прозрачности: $\lambda=0,73$ и $0,88$ мм [16], $\lambda=1,4$ мм [44, 45], $\lambda=2,18$ мм [46], $\lambda=8,7$ мм [47]. Согласно [3-5, 44] расхождение данных вероятнее всего связано с отличием истинной формы далеких крыльев спектральных линий молекул H_2O от принимаемой в расчетах. Поскольку в окне прозрачности $\lambda=0,2$ мм основной вклад в поглощение (-60%) дают линии, удаленные от центра окна более чем на 50 полуширин, это предположение можно отнести и к данному окну. Разумеется, нельзя пока исключать и возможность вклада в измеренную величину $\sigma_{\text{эксп}}$ за счет других упоминавшихся выше механизмов поглощения (поглощение молекулярными комплексами $\text{H}_2\text{O}-\text{N}_2$, поглощение молекулами N_2 и O_2 , индуцируемое при соударениях с молекулами H_2O), поскольку на данном этапе экспериментальных исследований специфика вкладов разной природы в линейную по ρ часть коэффициента поглощения водяного пара неразличима.

При обсуждении данных о квадратичной по ρ части коэффициента поглощения полезно воспользоваться наряду с параметром b эффективным параметром самоширокения σ . При использовании этого параметра зависимость поглощения от влажности, согласно теории молекулярного поглощения, приобретает вид

$$\Gamma/\rho = \gamma(P + \sigma e), \quad (3)$$

где γ - параметр, зависящий от температуры. На основании (1) и (3) получаем

$$\sigma = \frac{P}{gT} \cdot \frac{b}{a}, \quad (4)$$

где $g=3,46 \cdot 10^{-3} \text{ Тор} \cdot \text{м}^3 / \text{г} \cdot \text{К}$. Вычисленные по формуле (4) теоретические и экспериментальные значения σ приведены в последнем столбце таблицы.

Из таблицы видно, что экспериментальное значение σ в пределах погрешности измерений совпадает с теоретическим. В отношении же параметра b согласия данных нет: измеренное значение b больше расчетного на 17,5%. Поскольку, как видно из (4), $b-a\sigma$, это превышение следует считать обусловленным более высоким в сравнении с расчетом значением линейной по ρ части Γ .

В заключение сопоставим полученные данные с результатами упоминавшихся выше измерений [1, 2]. В [1] и [2] для монохроматического коэффициента поглощения, отвечающего стандартным атмосферным условиям ($\rho = 7,5 \text{ г/м}^3$, $T = 293 \text{ К}$, $P = 752,4 \text{ Тор}$), на $\lambda=0,2$ мм получены значения 254 ± 24 и 267 ± 6 дБ/км соответственно. Отметим, что в свое время обработка данных в [1, 2] проводилась по упрощенной методике - в предположении линейной зависимости Γ от ρ и без учета изменения температуры и давления воздуха в процессе измерений. Впоследствии результаты работы [2] были пересмотрены в соответствии с более строгой методикой, изложенной в [49]. Однако результирующие поправки оказались несущественными: для окна $\lambda=0,2$ мм переобработка данных практически не изменила результат, для

* Исключение составляют лишь данные измерений [48] на волне $\lambda=2,7$ мм. Выполненная нами обработка приведенной в [48] экспериментальной зависимости Γ от ρ дала для линейной компоненты значение, примерно на 18% меньшее теоретического.

остальных окон, исследованных в [2], поправки менее 4%. Используя полученные из настоящих измерений значения a и b и теоретическую зависимость поглощения от температуры, для стандартных атмосферных условий получаем $\Gamma = 268 \pm 3$ дБ/км, что согласуется с результатами измерений [1, 2].

Авторы выражают благодарность И. А. Раковой за расчеты на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рядов В. Я., Шаронов Г. А. // Радиотехника и электроника. 1966. Т. 11. N 6. С. 1037.
2. Фурашов Н. И. // Оптика и спектроскопия. 1966. Т. 20. N 3. С. 427.
3. Burch D.E. // J. Opt. Soc. Am. 1968. V. 58. N 10. P. 1383.
4. Жевакин С. А., Рядов В. Я., Фурашов Н. И. Тезисы докл. XI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. - Казань: Гос. ун-т, 1975. Ч. 2. С. 5.
5. Фомин В. В. Молекулярное поглощение в инфракрасных окнах прозрачности. - Новосибирск: Наука, 1986. - 234 с.
6. Викторова А. А., Жевакин С. А. // ДАН СССР. 1970. Т. 194. N 3. С. 543.
7. Соколов А. В. В кн.: Итоги науки и техники. Радиотехника. - М., 1974. Т. 5. С. 5.
8. Gebbie H.A. // Nature. 1982. V. 296. 1. April. P. 422.
9. Carlon H.R. // Atm. Terr. Phys. 1982. V. 44. N 1. P. 19.
10. Liebe H.J. In: Atmospheric water vapor/Ed A. Deepak, T.D. Wilkerson, L.H. Ruhnke. Academic Press, 1980. P. 143.
11. Вигасин А. А., Членова Г. В. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1986. Т. 22. N 22. С. 30.
12. Frenkel L. // J. Molec. Spectr. 1968. V. 26. N 2. P. 227.
13. Станкевич В. С. // Тезисы докл. XII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. - М.: Наука, 1978. Ч. 2. С. 56.
14. Гайкович К. П., Наумов А. П. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. N 8. С. 1763.
15. Tanton G.A., Mitra S.S. et al. // Fourth Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves. Dec. 10-15, 1979. The Americana of Bal Harbour Miami Beach, Florida. Post-Deadline Digest Contributions and Program Additions and Changes. P. 27.
16. Furashov N.I., Katkov V.Yu. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1985. V. 6. N 8. P. 751.
17. Bean B.L., White K.O. // Sixth Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves. Dec. 7-12, 1981. Miami Beach, Florida, USA, P.T-4-1.
18. Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. N 6. С. 671.
19. Burch D.E., France W.J., Williams D. // Appl. Opt. 1963. V. 2. N 6. P. 585.
20. Howard J.N. // Appl. Opt. 1963. V. 2. N. 11. P. 1196.
21. Turner H.E., Hay D.R. // Canad. J. Phys. 1970. V. 48. N 21. P. 2517.
22. Зражевский А. Ю. Диссертация. - М.: ИРЭ АН СССР, 1976. - 216 с.
23. Аверков С. И., Аникин В. И. и др. // ПТЭ. 1963. N 1. С. 108.
24. Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Опт. и спектр., 1974. Т. 36. N. 5 С. 861.
25. Рудявская И. Г., Чернявская Н. А. и др. // ЖПС. 1971. Т. 15. N. 6. С. 1122.
26. Свердлов Б. А., Фурашов Н. И. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. N 9. С. 1087.
27. Беспалов Д. П., Матвеев Л. Т. и др. Психометрические таблицы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
28. Золотарев В. М., Демин А. В. // Опт. и спектр. 1977. Т. 43. N 2. С. 271.
29. Юхневич Г. В. Инфракрасная спектроскопия воды. - М.: Наука, 1973. - 208 с.

30. Stone N.W.B., Read L.A.A. et al. // Canad. J. Phys. 1984. V. 62. P. 338.
31. Boreiko R.T., Smithson T.L. et al. // JQSRT. 1984. V. 32. N 2. P. 109.
32. Жевакин С. А., Наумов А. П. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. N 9-10. С. 1213.
33. Benedict W.S., Kaplan L.D. // J.Chem.Phys. 1959. V. 30. N 2. P. 388.
34. Benedict W.S., Kaplan L.D. // JQSRT. 1964. V. 4. N 3. P. 453.
35. Pugh L.A., Rao K.N. // J.Molec.Spectr. 1973. V. 47. N 3. P. 403.
36. Flaud J.-M., Camy-Peyret C., Maillard J.P. // Molec.Phys. 1976. V. 32. N 2. P. 499.
37. Clough S.A., Beers Y., Klein G.P., Rothman L.S. // J.Chem.Phys. 1973. V. 59. N 5. P. 2254.
38. Dyke T.R., Muenter J.S. // J.Chem.Phys. 1973. V. 59. N 6. P. 3125.
39. Messer J.K., De Lucia F.C., Helminger P. // J.Molec.Spectr. 1984. V. 105. N 1. P. 139.
40. Johns J.W.C. // J.Opt.Soc.Am. 1985. V.B2. N 8. P. 1340.
41. Kell G.S. In: Water. A comprehensive treatise. V. 1. The Physics and Physical Chemistry of Water. Plenum Press, 1972. P. 363.
42. Flaud J.-M., Camy-Peyret C., Toth R.A. Water vapour line parameters from microwave to medium infrared. Pergamon Press, 1981. -259 p.
43. Bohlander R.A., Emery R.J. et al. In: Atmospheric Water Vapor/ Ed. A.Deepak, T.D.Wilkerson, L.H.Ruhnke . Academic Press, 1980. P. 241.
44. Кукин Л. М., Ноздрин Ю. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. N 10. С. 2017.
45. Saito S., Tanaka H. et al. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1986. V. 7. N 6. P. 795.
46. Liebe H.J. // Frequenz. 1987. V. 41. N 1-2. P. 31.
47. Becker G.E., Autler S.H. // Phys. Rev. 1946. V. 70. N 5. P. 300.
48. Llewellyn-Jones D.T., Knight R.J. // II Int.Conf.Antennas and Propag. Heslington, 13-16 Apr. 1981. Pt.2. London-New York, 1981. P.81.
49. Рядов В. Я., Фурашов Н. И. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15. N 10. С. 1475.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
31 октября 1989 г.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF ABSORPTION IN WATER VAPOUR IN THE WINDOW OF RELATIVE TRANSPARENCY $\lambda = 0,2$ mm

B.A.Sverdlov, N.I.Furashov

A dependence of the absorption coefficient of water vapour on its concentration in air in the window of relative transparency $\lambda=0,2$ mm is investigated by the echelle vacuum spectrometer. Components of the absorption coefficient depending on the absolute air humidity linear and quadratically are defined separately. Measurements are carried out also to find out a possible contribution into absorption due to H_2O molecule adsorption by optical elements of the spectrometer. Optical attachments are used for that which permit to increase the number of reflections in the spectrometer by approximately twice as much without essential increase of the optical path length.

УДК 551.501.724:551.596

МЕТОД РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОГО РАДИОСИГНАЛА*

А. Л. Фабрикант

Рассмотрена возможность использования миллиметровых радиоволн для радиоакустического зондирования атмосферы. Радиоволны рассеиваются на естественных неоднородностях (каплях, аэрозолях и т. п.), концентрация которых осциллирует в поле звуковой волны. Если амплитуда излучаемого радиосигнала модулирована, то частота модуляции рассеянного радиосигнала оказывается смещенной на величину доплеровского сдвига. Измеряя сдвиг частоты модуляции, можно определить скорость звука в зондируемом объеме.

Радиоакустическое зондирование (РАЗ) атмосферы основано на использовании обратного рассеяния монохроматических радиосигналов возмущениями плотности в цуге бегущей звуковой волны [1]. Эффективность такого метода определяется когерентным сложением радиосигналов, отраженных от разных частей акустического волнового пакета, при выполнении условия Брэгга

$$\lambda_r = 2 \lambda_s, \quad (1)$$

где λ_r и λ_s - длины радио- и звуковых волн. Распространяющийся акустический волновой пакет играет роль движущегося сферического "зеркала", фокусирующего отраженные радиоволны на приемной антенне. Доплеровский сдвиг частоты отраженных радиоволн позволяет определить локальную скорость звука и, соответственно, температуру.

В условиях реальной атмосферы ветровой снос акустического зеркала и турбулентные искажения фазы, разбивающие сферический волновой фронт звуковой волны на некоррелированные "осколки", ограничивают дальность действия метода РАЗ до высот ≤ 1 км [1]. Увеличение предельной дальности РАЗ возможно за счет использования более длинных волн [2]. Однако переход в диапазон метровых длин волн значительно увеличивает трудности технической реализации направленных радио- и акустических антенн, при этом ухудшается пространственная разрешающая способность метода.

В настоящей работе предлагается модификация метода РАЗ, основанная на использовании коротковолновых СВЧ радиосигналов с амплитудной модуляцией и длинноволнового звука. Волны сантиметрового и более коротковолновых диапазонов не могут быть использованы для РАЗ атмосферы, так как звук соответствующих частот быстро затухает. В то же время РЛС на сантиметровых и миллиметровых волнах широко используются для радиолокации туманов, облаков и осадков [3]. Ниже мы рассмотрим способ, позволяющий использовать для РАЗ волны огибающей модулированного СВЧ излучения, рассеянного на естественных атмосферных неоднородностях**. Этот способ основан на

** Статья представлена автором на диске.

Ранее рассматривались возможности использования синусоидально модулированного излучения для локации пространственных неоднородностей рассеивающей среды, см., например, [4].

измерении доплеровского сдвига частоты модуляции рассеянных радиосигналов, возникающего, если концентрация некогерентных рассеивателей (например, облачных капель) осциллирует в поле бегущей звуковой волны.

Рассмотрим уравнение радиолокации [3]:

$$P_r = P_0 \sigma \frac{G_e^2 \lambda_e^2}{(4\pi r)^3} , \quad (2)$$

где P_0 и P_r - мощность излучаемого и принимаемого радиосигналов, r - высота зондирования, G_e - коэффициент усиления антены РЛС вдоль оси диаграммы направленности (ДН), σ - сечение рассеяния цели. Если рассеяние происходит в объеме $V = 4\pi r^2 l / G_e$, то сечение рассеяния $\sigma = \int \eta dV$, где η - удельное сечение рассеяния. Из формулы (2) следует выражение для мощности принимаемого нестационарного непрерывного радиосигнала, рассеянного на объеме, занятом распространяющимся звуковым импульсом, длина которого $l = c_s t$, а передний фронт находится на высоте $r_0(t) = c_s t$:

$$P_r(t) = \frac{G_e^2 \lambda_e^2}{(4\pi r)^2} \int_{r_0(t)-1}^{r_0(t)} \frac{P_0(t-2r/c_0) \eta(r, t-r/c_0)}{r^2} dr . \quad (3)$$

Здесь c_0 - скорость света, c_s - скорость звука, t - длительность звукового импульса. Будем считать, что мощность излучаемого сигнала промодулирована по закону:

$$P_0(t) = P_e [1 + \cos(\Omega t + \varphi_0)] , \quad (4)$$

а удельное сечение рассеяния модулируется звуковой волной с числом Маха M , так что

$$\eta(r, t) = \eta_0 [1 + M \cdot \Pi(r_0 - 1, r_0) \cos(\omega_s t - k_s r)] , \quad (5)$$

где η_0 - невозмущенное удельное сечение рассеяния, ω_s и k_s - частота и волновое число звуковой волны, а функция

$$\Pi(r_1, r_2) = \begin{cases} 0 & \text{при } r < r_1 \\ 1 & \text{при } r_1 < r < r_2 \\ 0 & \text{при } r > r_2 \end{cases} . \quad (6)$$

Радиоволны, рассеянные на неоднородностях, находящихся вне звукового пакета, остаются модулированными, так же как и излучаемый РЛС сигнал, - по закону (4)*. В то же время, сигнал, рассеянный в слое $r_0 - 1 < r < r_0$, содержит частоту модуляции, отличную от Ω .

Рассмотрим амплитуду колебаний мощности со сдвигом частоты модуляции. Для этого подставим (4) и (5) в формулу (3). Полагая $r_0 = c_s t$ и учитывая, что $\omega_s r_0 / c_0 \ll 1$, получим величину мощности принимаемого радиосигнала с частотой модуляции $\tilde{\Omega} = \Omega - \Delta\Omega$, где $\Delta\Omega = 2(c_s / c_0)\Omega$:

* Скорость естественных движений атмосферных неоднородностей полагаем малой по сравнению со скоростью звука и пренебрегаем соответствующим доплеровским сдвигом частоты модуляции рассеянных волн.

$$\tilde{P}_r(t) = (M/2) \cdot P_{0r} \left[\frac{\sin(\Delta k l/2)}{\Delta k l/2} \cdot \cos(\tilde{\Omega}t + \Delta k l/2 + \varphi_0) + \right. \\ \left. + \frac{\sin[(2\Omega/c_0 + k_s)l/2]}{(2\Omega/c_0 + k_s)l/2} \cos[\tilde{\Omega}t + (2\Omega/c_0 + k_s)l/2 + \varphi_0] \right]. \quad (7)$$

Здесь $P_{0r} = (4\pi r_0)^{-2} G_e \lambda_e^2 P_e \eta_0 l$ - средняя принимаемая мощность непрерывного радиосигнала, рассеянного в объеме, занятом звуковой волной, $\Delta k = 2\Omega_0/c_0 - k_s$ - расстройка условия Брэгга (1). Имея в виду, что при РАЗ обычно выполняются условия $\Delta k \ll k_s$ и $n = k_s l \gg 1$, мы можем пренебречь вторым слагаемым в (7) и в результате получим

$$\tilde{P}_r(t) = (M/2) \cdot P_{0r} \frac{\sin(\Delta k l/2)}{\Delta k l/2} \cos(\tilde{\Omega}t + \Delta k l/2 + \varphi_0). \quad (8)$$

Измеряя доплеровский сдвиг частоты модуляции $\Delta\Omega$ рассеянного радиосигнала, можно найти скорость движения звукового импульса $c_s = c_0 \Delta\Omega / 2\Omega$. Производя наклонное зондирование под двумя направлениями с противоположными азимутами и одинаковым углом места α , можно определить соответствующие скорости движения звуковой волны: $c_s^\pm = c_s \pm U \sin \alpha$, где U - проекция скорости ветра на плоскость, образованную двумя направлениями зондирования. Эти данные позволяют определить температуру и скорость ветра [5].

Таким образом, рассматриваемая методика РАЗ возможна в атмосфере, содержащей некогерентные рассеиватели, и основана на использовании радиосигналов с амплитудной модуляцией. Как и в "обычном" методе РАЗ, здесь используется пространственный резонанс: совпадение периода акустической решетки с половиной длины радиоволны (условие (1)). При этом условии волны интенсивности радиосигналов, рассеянных на частицах в соседних максимумах плотности в звуковой волне, складываются когерентно, и глубина модуляции рассеянного радиосигнала оказывается максимальной.

Подчеркнем, что несущая частота радиосигналов ω может значительно превышать частоту модуляции, так что

$$\omega_s \ll \Omega = \omega_s \frac{c_0}{2c_s} \ll \omega. \quad (9)$$

Излучение сигналов с достаточно малой длиной волны, например, в сантиметровом или миллиметровом диапазоне длин волн можно осуществлять с высокой направленностью. Это позволяет повысить по сравнению с обычной методикой РАЗ разрешающую способность по углу и, следовательно, увеличить точность измерения температуры и скорости ветра, не создавая при этом радиопомех в широко используемых радио- и телевизионных диапазонах. В то же время, частота ω_s акустического сигнала и связанная с ней условием (9) частота модуляции радиосигнала могут быть достаточно произвольными.

Следует, однако, учесть, что акустические колебания воздуха увлекают за собой частицы аэрозоля с размерами [6]

$$r_k \leq \left(\frac{9 \nu_a}{2 \omega_s} - \frac{p_a}{p_0} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

где p_a и p_0 - плотность воздуха и вещества аэрозоля, ν_a - кинематическая вязкость воздуха. Более крупные капли колеблются с меньшей амплитудой, отставая от движения окружающего их воздуха. В частности, водяные капли с радиусом $r_k \leq 10 \text{ мкм}$, из которых, как правило, состоят облака, участвуют в колебательном движении под действием звукового поля с частотой $f \leq 150 \text{ Гц}$. Следовательно, для проведения РАЗ в облаках по предлагаемой методике необходимо использовать низкочастотный звук.

Оценим теперь максимальную дальность РАЗ с амплитудно-модулированным радиосигналом. Подставляя удельное сечение рассеяния $\eta = Z \cdot \pi^5 / \lambda^4$, выраженное через величину радиолокационной отражаемости Z [3], в формулу (8) при $\Delta k = 0$, получим амплитуду модуляции мощности принимаемого радиосигнала на частоте $\tilde{\omega}$:

$$P_r = \frac{\pi^3 \ln 2}{2} \frac{M I Z}{\theta_e^2 \lambda_e^2 r^2} p_e, \quad (11)$$

где эффективная ширина θ_e диаграммы направленности РЛС выражается через коэффициент усиления $G_e = 32 \ln 2 / \theta_e^2$ в предположении, что ДН аппроксимируется гауссовой кривой [3].

Если рассеивающий объем находится во фраунгоферовой зоне акустической антенны, обладающей коэффициентом усиления G_a и излучающей мощность W_a , то интенсивность звукового поля $I = W_a G_a / (4\pi r^2)$, а соответствующее число Маха равно величине

$$M = \left(\frac{2I}{p_a c_s^3} \right)^{1/2} = r^{-1} \left(\frac{W_a G_a}{2\pi p_a c_s^3} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в формулу (11), получим

$$P_r = \frac{\pi^3 \ln 2}{2} \left(\frac{W_a G_a}{2\pi p_a c_s^3} \right)^{1/2} \frac{P_e I Z}{\theta_e^2 \lambda_e^2} \frac{1}{r^3}. \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что при увеличении дальности зондирования r мощность принимаемого сигнала убывает как r^{-3} быстрее, чем по формуле Маршалла обычной методики РАЗ, дающей закон убывания $\sim r^{-2}$. Однако при учете турбулентных искажений волнового фронта звука применимость формулы Маршалла ограничена лишь очень малой высотой

$$r \leq r_t = (c_n \lambda_a / 2\pi)^{3/4} \theta_e^{-5/8}, \quad (14)$$

на которой поперечный радиус когерентности звуковой волны становится сравнимым с поперечным размером ДН РЛС (c_n - структурная постоянная показателя преломления звука в турбулентной среде [1]). При $r > r_t$ принимаемый сигнал убывает гораздо быстрее - как $r^{-26/5}$ [1].

Для низкочастотного звука - в метровом диапазоне длин волн - эффект турбулентного искажения фронта акустического сигнала значительно слабее [2], что позволяет обеспечить измерения

по предлагаемой выше методике на достаточно больших высотах. Следует также отметить, что современные технические средства для излучения радиосигналов в миллиметровом и сантиметровом диапазонах длин волн обеспечивают более высокую мощность излучения, чем мощность РЛС, обычно используемых в методе РАЗ. Применение таких средств также повышает высоту зондирования.

Для примера оценим возможность зондирования облака со средним размером капель $r_k = 8,5 \text{ мкм}$ и концентрацией капель $N = 600 \text{ см}^{-3}$. Функция распределения Хргиана-Мазина капель по диаметрам $f(D) \sim D^2 \exp(-3D/2r_k)$ (см. [7]) позволяет вычислить величину радиолокационной отражаемости

$$Z = \int f(D) D^6 dD \approx 7N(2r_k)^6 \approx 10^{-19} \text{ м}^{-3}. \quad (15)$$

Если акустическая антenna представляет собой решетку из N сфазированных монопольных излучателей [2], то интенсивность звука во фраунгоферовой зоне определяется величиной

$$G_a W_a = 2N^2 W_0, \quad (16)$$

где W_0 - мощность, излучаемая одним излучателем вблизи акустически жесткой поверхности Земли. Подставляя (16) в формулу (13), получим величину максимальной дальности РАЗ при заданном минимальном уровне мощности принимаемого радиосигнала $P_r = P_{\min}$:

$$r_{\max} = \left[\frac{\pi^2 \ln 2}{2} \left(\frac{\pi W_0}{P_a c_s^3} \right)^{1/2} \frac{NIZ}{\theta_e^2 \lambda_e^2} \frac{P_e}{P_{\min}} \right]^{1/3}. \quad (17)$$

Возьмем значения параметров РЛС (ср. [7]): $\lambda_e = 8 \text{ мм}$, $\theta_e = 0,25^\circ$, $P_{\min} = 10^{-12} \text{ Вт}$. Если в акустическую antennу входят 16 излучателей мощностью $W_0 = 250 \text{ Вт}$ (ср. [2]) с длительностью импульса 1 с ($1 \approx 300 \text{ м}$), то соответствующая РЛС с излучаемой мощностью $P_e = 300 \text{ кВт}$ может осуществлять зондирование по рассмотренному выше способу до высоты $r_{\max} \approx 2 \text{ км}$.

Оценка по формуле (14) для типичной величины $c_n \sim 10^{-3} \text{ м}^{1/3}$ дает значение $r_t \approx 7 \text{ км}$. Следовательно, турбулентные искажения фронта звуковой волны не должны оказывать существенного влияния на дальность РАЗ с амплитудной модуляцией.

В заключение заметим, что предложенный метод может оказаться пригодным для зондирования не только атмосферы, но и других природных сред, а также в лабораторных условиях. Например, используя амплитудную модуляцию лазерного излучения и одновременно излучая звуковые импульсы, можно осуществить измерения профиля температуры приповерхностного слоя океана. Глубина, доступная для такого метода зондирования, определяется масштабом затухания лазерного излучения, распространяющегося вглубь океана.

ЛИТЕРАТУРА

- Каллистратова М. А., Кон А. И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. - М.: Наука, 1985.
- Зиничев В. А., Рапопорт В. О. и др. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 12. С. 76.

3. Роджерс Р. Р. Краткий курс физики облаков. -Л.: Гидрометеоиздат, 1979.
4. Долин Л. С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1977. Т.13. №.10. С.1025.
5. Фабрикант А. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т.31. №.10. С.1160.
6. Каучурин Л. Г. Физические основы воздействия на атмосферные процессы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1978.
7. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. - Л.: Гидрометеоиздат, 1969.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
2 июля 1990 г.

RADIO-ACOUSTIC SOUNDING METHOD
USING THE AMPLITUDE-MODULATED RADIO WAVES

A.L.Fabrikant

A possibility of using millimeter radio waves for radio-acoustic sounding of the atmosphere is considered. Radio waves are scattered by natural inhomogeneities (drops, aerosol particles) which concentration oscillates in the acoustic wave field. If the amplitude of radiated radio wave is modulated then the modulation frequency of a scattered radio wave is shifted due to Doppler effect. Measuring the modulation frequency shift one can determine the sound velocity in the scattering volume.

УДК 621.371.25

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ, РАССЕЯННЫХ ИСКУССТВЕННОЙ ИОНОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

В. А. Гудин, В. Н. Дейнеко, В. Н. Иванов, Ю. А. Игнатьев, П. Б. Шавин

Представлены результаты экспериментальных исследований характеристик сигналов обратного рассеяния (СОР) от искусственной области возмущений верхней ионосферы одновременно на двух трассах возвратно-наклонного зондирования различной протяженности. Приведены данные о развитии СОР при коротких периодах нагрева ионосферы и рассмотрены флуктуации доплеровской частоты этих сигналов.

Исследование параметров сигналов, рассеянных искусственными ионосферными неоднородностями, возникающими при воздействии на ионосферу мощным декаметровым радиоизлучением, позволило определить основные характеристики искусственной области возмущения верхней ионосферы (см., например, [1, 2]). При этом метод возвратно-наклонного зондирования для этих целей представляется одним из перспективных [3, 4].

1. Методика проведения экспериментов. Экспериментальные исследования характеристик сигналов обратного рассеяния от искусственной области возмущения верхней ионосферы проводились с 1987 по 1989 г. в дневное и вечернее время. Для создания области возмущения использовался стенд "Сура" [5], работавший, как правило, на частоте $f_B = 4,785$ МГц с эквивалентной мощностью $P_G = P_3 = 50-75$ МВт циклами различной длительности от 5 с до 5 мин. Излучалась обыкновенная магнитоионная компонента.

Диагностика СОР осуществлялась одновременно из двух пунктов, удаленных от стендса "Сура" на 1300 км (Π_1) и 110 км (Π_2). В Π_1 передатчик пробных волн излучал импульсные сигналы длительностью 100 мкс в диапазоне частот $f_{\Pi_1} = 15-25$ МГц, в Π_2 - импульсные сигналы длительностью 50 мкс в диапазоне $f_{\Pi_2} = 2,9-6,5$ МГц. При приеме обратнорассеянных сигналов от области возмущения в Π_1 выделялись квадратурные компоненты этих сигналов, с помощью анализатора с параллельными фильтрами (полоса анализа 10 Гц, полоса пропускания единичного фильтра 0,1 Гц) исследовался спектр СОР, выделялся максимум спектральной плотности (соответствующий доплеровской частоте сигнала) и вычислялась амплитуда сигнала. В Π_2 при приеме сигналов использовался амплитудный детектор для выделения амплитуды сигнала и фазовый детектор для выделения фазовых флуктуаций, анализ которых производился с помощью анализатора спектра СК4-72 в полосе частот 5 Гц с частотным разрешением $2,5 \cdot 10^{-2}$ Гц.

2. Результаты экспериментов. Вначале остановимся на динамических характеристиках СОР при коротких интервалах нагрева. В последнее время интерес к подобного рода исследованиям резко возрос в связи с обнаружением некоторых особенностей по сравнению со стационарным нагревом (когда длительность нагрева существенно больше времени развития искусственных неоднородностей) (см., например, [6, 7]).

На рис. 1а приведен пример измеренных в П1 значений амплитуд СОР при 5-секундном нагреве ионосферы 11.02.88 г. ($t_{\text{н}} = 17^{\text{h}} 56^{\text{m}}$) одновременно на трех частотах. Как видно из рисунка, уровень СОР от искусственных ионосферных неоднородностей начинает превышать уровень шумов (0 дБ) спустя приблизительно 2 с после включения нагревного стенда и продолжает увеличиваться после выключения нагрева (период нагрева отмечен на оси времени штриховкой). Наиболее ярко эффект достижения максимального значения амплитуды СОР после короткого интервала нагрева (в данном случае равного 5 с) виден на рис. 1б, где период нагрева также отмечен штриховкой. В течение первых пяти секунд паузы происходит дальнейший рост уровня СОР на величину 5-7 дБ. После этого в последующие 30-40 с паузы происходят флуктуации СОР в пределах 5 дБ. В дальнейшем за время более 100 с после выключения нагревного стенда уровень СОР уменьшается примерно на 20 дБ и приближается к уровню шумов.

Подобный эффект наблюдался и в П2 при исследовании СОР на низкой частоте $f_{\text{п}} = 2,95$ МГц (см. рис. 2). Здесь, как и ранее, период нагрева отмечен на оси времени штриховкой. Из рисунка видно, что СОР появляется спустя примерно 2,5 с после начала нагрева, а максимального значения (28 дБ) амплитуда СОР достигает спустя около 5 с после окончания нагрева. Далее происходит релаксация уровня СОР, продолжающаяся 1-3 мин. Анализ экспериментальных данных показал, что время появления сигнала обратного рассеяния после включения нагревного комплекса составляло 1,5-4 с.

Остановимся далее на спектральных характеристиках сигналов, рассеянных искусственными ионосферными неоднородностями. Эксперименты в П1 показали, что динамика максимума спектральной плотности флуктуаций СОР ($f_{\text{д}}$) имеет ряд особенностей при продолжительных сеансах нагрева ионосферы (4-5 мин). Из рис. 3 видно, что наряду с сеансами, в которых $f_{\text{д}}$ носит хаотический характер (рис. 3а), довольно часто наблюдалась регулярная динамика $f_{\text{д}}$, появлявшаяся в квазирегулярных (с периодом 20-60 с) изменениях $f_{\text{д}}$ (рис. 3б). Заметим, что подобная динамика одновременно проявлялась на трех пробных частотах, разнесенных друг относительно друга на 2-5 МГц. На рис. 3 нагрев начался на 50 мин и заканчивался на 55 мин. После окончания нагрева на стадии релаксации уровня СОР регулярность изменения в большинстве сеансов $f_{\text{д}}$ пропадала (рис. 3б), хотя в некоторых сеансах наблюдений она продолжалась до полной релаксации СОР после окончания нагрева. При исследовании динамики частотных спектров в П2 на низкой пробной частоте $f_{\text{п}} = 2,95$ МГц регулярности с периодами 20-60 с в поведении доплеровской частоты выявлено не было. Однако в этом пункте четко прослеживаются вариации с периодами 15-30 мин., которые соответствуют (по временным масштабам) прохождению внутренних гравитационных волн [8].

В феврале 1988 г. были проведены одновременные измерения доплеровских частот с разных участков СОР (см. рис. 4) с высоким пространственным разрешением*. Здесь показана динамика максимумов доплеровских спектров $f_{\text{д}}$ (звездочки) для переднего фронта (рис. 4а), середины (рис. 4б) и заднего фронта (рис. 4в) сигнала обратного рассеяния от искусственной области возмущения при продолжительности нагрева 5 с. Как видно из рис. 4, в доплеровском спектре переднего фронта СОР все абсолютные максимумы имеют отрицательное смещение, в то время как для середины и заднего фронта СОР максимумы доплеровского спектра имеют положительное смещение.

3. Обсуждение результатов. Остановимся вначале на определении

* Длительность стробирующих импульсов составляла 1-2 мкс.

некоторых параметров искусственных ионосферных неоднородностей, ответственных за формирование сигнала обратного рассеяния. Как известно (см., например, [9]), основной вклад в интенсивность обратного рассеяния на анизотропных неоднородностях электронной концентрации в борновском приближении вносят неоднородности с поперечным размером

$$l_1 \approx \lambda_0 / 2n, \quad (1)$$

где n - показатель преломления среды в точке рассеяния и λ_0 - длина пробной радиоволны в вакууме. Следовательно, за формирование СОР по наблюдениям в П1 на пробных частотах $f_{\text{П}} \approx 15-25$ МГц ($\lambda_0 = 15-20$ м, $n=1$) ответственны неоднородности электронной концентрации с $l_1 \approx 7-10$ м.

Оценки поперечных размеров неоднородностей, формирующих СОР по наблюдениям в П2 на низкой пробной частоте по формуле (1), вызывают определенные трудности. Это связано с тем, что угловые размеры области возмущения, занятой искусственными ионосферными неоднородностями, довольно велики. В этом случае размеры области, участвующей в формировании СОР, сравнимы с расстоянием от источника пробных волн до этой области. Результаты численного моделирования показали [10], что коэффициент преломления в точках рассеяния меняется в пределах $0,1 \leq n \leq 0,5$. Исходя из (1) с учетом $\lambda_0 = 100$ м можно получить, что за СОР в П2 ответственны неоднородности с $l_1 \approx 100-500$ м. Таким образом, из приведенных выше оценок следует, что неоднородности электронной концентрации, участвующие в формировании сигнала обратного рассеяния от искусственной области возмущения для трасс различной протяженности, существенно отличаются по размерам. Важно и то, что за возбуждение неоднородностей различного масштаба ответственны разные механизмы генерации при воздействии мощного радиоизлучения на ионосферную плазму. В настоящее время можно считать твердо установленным, что генерация искусственных ионосферных неоднородностей с $l_1 \approx 50$ м происходит из-за тепловой параметрической неустойчивости (см., например, [11]), а генерация неоднородностей с $l_1 \approx 100$ м - из-за самофокусировочной (см., например, [12]).

Исследования динамики мелкомасштабных ионосферных неоднородностей с $l_1 \approx 3-10$ м показали [1, 7], что существует время задержки t_n начала развития искусственных неоднородностей относительно момента включения нагревного стенда. Было получено, что t_n возрастает с ростом l_1 и составляет единицы секунд для $l_1 \approx 3$ м. В случае так называемых "перегревных" режимов нагрева ионосферы, когда следующий период нагрева начинается на стадии релаксации неоднородностей, возбужденных предыдущим нагревом, время задержки составляло $t_n \approx 0,05-0,1$ с для $l_1 \approx 3$ м и $t_n \approx 0,1-0,2$ с для $l_1 \approx 7$ м (эквивалентная мощность излучения нагревного стенда была $P_{\text{Э}} \approx 150$ МВт). Из сопоставления времени задержки, полученной по наблюдениям в П1, с приведенными в [1] видно, что для одинаковых масштабов неоднородностей это время хорошо совпадает.

При сопоставлении результатов одновременных наблюдений динамики СОР в П1 и П2 обращает на себя внимание тот факт, что время появления рассеянных сигналов сравнимо друг с другом. Выше отмечалось, что за формирование этих сигналов ответственны существенно разные по масштабам искусственные неоднородности. Поэтому вопрос о начальном этапе формирования СОР и, соответственно, о начальном этапе возбуждения неоднородностей в широком интервале из размеров остается открытым.

Наиболее существенными, на наш взгляд, являются результаты

экспериментального исследования динамики спектральных характеристик СОР. Квазипериодические колебания f_d , подобные приведенным на рис. 3б, зарегистрированы для искусственных ионосферных неоднородностей, по-видимому, впервые. Наличие подобных колебаний доплеровской частоты СОР может быть обусловлено двумя причинами: прохождением через область возмущения акусто-гравитационных волн [8] или генерацией этих колебаний в самой области возмущения при радионагреве ионосферы. В связи с тем, что в большей части наблюдений регулярность изменений f_d пропадала на начальной стадии релаксации уровня СОР, можно сделать заключение об искусственном происхождении источника генерации этих квазипериодических колебаний f_d . Приведенные на рис. 4 данные свидетельствуют о наличии регулярных и направленных в противоположные стороны (в данном случае к центру области возмущения) горизонтальных движений искусственных ионосферных неоднородностей, ответственных за формирование СОР*. Оценки показывают, что проекция скорости перемещения неоднородностей на линию, соединяющую П1 и область возмущения, составляет $v \approx 20-30$ м/с.

На основе изложенных выше экспериментальных результатов и проведенного обсуждения можно сделать следующие основные выводы: в динамике искусственной области возмущения выявлены новые особенности, выразившиеся в квазипериодических изменениях доплеровской частоты СОР с периодами 20-60 с, и наличие регулярных, направленных к центру области возмущения движений неоднородностей со скоростями 20-30 м/с;

время появления СОР после начала нагрева ионосферы на трассах протяженностью 1300 км (диапазон пробных частот 15-25 МГц) и около 110 км (пробная частота 2,95 МГц) мало отличаются друг от друга, составляя около 1-2 с и 1,5-4 с соответственно.

В заключение авторы выражают благодарность Е. А. Бенедиктову и Г. И. Григорьеву за полезные замечания при обсуждении работы, С. А. Дмитриеву за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерухимов Л. М., Метелев С. А., Митякова Э. Е. и др. // В сб.: Термовые нелинейные явления в плазме. - Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 7.
2. Беленов А. Ф., Бубнов В. А., Ерухимов Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 12. С. 1805.
3. Алебастров В. А., Бенедиктов Е. А., Иванов В. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 2. С. 147.
4. Алебастров В. А., Бенедиктов Е. А., Иванов В. Н. и др. // Препринт НИРФИ № 173. Горький, 1983.
5. Белов И. Ф., Бычков В. В., Гетманцев Г. Г. и др. // Препринт НИРФИ № 167. Горький, 1983.
6. Зюзин В. А., Комраков Г. П., Насыров А. М. и др. // Тезисы докл. на Международном симпозиуме по модификации ионосферы мощным радиоизлучением. - М.: ИЗМИРАН, 1986. С. 75.
7. Беленов А. Ф., Ерухимов Л. М., Зюзин В. А. и др. // Препринт НИРФИ № 233. Горький, 1987.
8. Авакян С. В., Дробжев В. И., Краснов В. М. и др. Волны и излучение верхней атмосферы. - Алма-Ата: Наука КазССР, 1981. - 168 с.
9. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. - М.: Наука, 1978. - 464 с.

*Ранее подобная модель радиальных движений неоднородностей обсуждалась в работе Белая, Беленова и др. (препринт НИРФИ № 285. Горький, 1989).

- 10.Бахметьева Н. В., Гончаров Н. П., Игнатьев Ю. А. и др. //Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т.29. N 5. С.799.
- 11.Грач С.М., Карапшин А.Н., Митяков Н. А. и др. //Физика плазмы. 1978. Т.4. N 6. С.1321.
- 12.Васьков В.В., Гуревич А. В. //Геомагнетизм и аэрономия. 1976. Т. 16. N 1. С. 50.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
1 сентября 1989 г.

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF SIGNALS SCATTERED BY ARTIFICIAL
IONOSPHERIC TURBULENCE

V.A.Gudin, V.N.Dejneko, V.N.Ivanov, Yu.A.Ignat'ev, P.B.Shavin

The experimental results are presented for the investigation of characteristics of back scattered signals (BSS) by artificial region of upper ionosphere disturbances simultaneously at two paths of reciprocal oblique sensing of different length. The data are given on BSS development at short periods of the ionosphere heating and fluctuations of these signal Doppler frequency are considered.

УДК | 550.388.2

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ИСКУССТВЕННЫХ
НИЗКОЧАСТОТНЫХ АМПЛИТУДНЫХ БИЕНИЙ ОТРАЖЕННЫХ ОТ
ИОНОСФЕРЫ РАДИОВОЛН

Г. Н. Бойко, Л. М. Ерухимов, В. Л. Фролов

Исследованы характеристики квазисинусоидальных амплитудных биений отраженных от ионосфера сигналов мощного радиоизлучения и пробных волн на частотах, близких к частоте волны накачки. В качестве возможного механизма их образования рассматривается взаимодействие волн в присутствии пространственной периодической решетки плотности плазмы, образованной в поле стоячей волны мощного радиоизлучения. Сопоставление экспериментальных данных с предложенной моделью показывает их хорошее соответствие.

В 1987-1988 гг. на нагревном стенде "Сура" (г. Горький) было выполнено несколько циклов исследований взаимодействия мощного радиоизлучения с плазмой F-области ионосферы, явившихся продолжением работ [1-5]. В этих измерениях было обращено внимание, что при меньших, чем пороги образования "пичков", мощностях волны накачки (ВН) O-поляризация на пробных волнах (ПВ) с $f_{\text{ПВ}} \approx f_{\text{ВН}}$ имело место появление низкочастотных биений, часто носящих почти правильную синусоидальную форму изменения амплитуды с $T \sim 1-3$ с. На рис. 1 в качестве примера приведены осциллограммы отраженных от ионосферы сигналов ПВ на трех различных отстройках относительно $f_{\text{ВН}}$. Из этого рисунка также ясно видно, что флуктуации той же природы присутствуют и в отраженном сигнале собственно ВН. Важно, что эти биения появляются практически сразу после включения ВН и наблюдаются только во время импульса нагрева. При достаточно длительном импульсе нагрева имеет место постепенное увеличение их периода. В некоторых случаях при высоком уровне мощности ВН и хорошо развитом эффекте после окончания воздействия наблюдаются быстро затухающие релаксационные колебания с периодом в несколько сотен миллисекунд.

Нами были проведены эксперименты с использованием X-поляризации мощного излучения, показавшие наличие биений амплитуды отраженных от ионосферы сигналов и в этом случае. На рис. 2 приведены осциллограммы одного из сеансов таких наблюдений (см. вклейку).

Наиболее полные исследования эффекта появления искусственных биений амплитуды отраженных от ионосферы сигналов ВН и ПВ с близкими к $f_{\text{ВН}}$ частотами были выполнены в марте 1989 г., когда проводились сравнительные измерения их свойств при O- и X-поляризациях ВН для двух значений ее частоты: $f_{\text{ВН}1}=5750$ кГц и $f_{\text{ВН}2}=9310$ кГц. Результаты измерений пороговых мощностей ВН ($P_{\text{Э.П.}}$) появления биений на сигналах собственно ВН и ПВ с $\Delta f=\pm 3$ кГц, а также отвечающие условиям проведения эксперимента параметры ионосферы (критическая частота f_{OF2} , высота отражения ВН h и масштаб слоя вблизи уровня отражения

ВН Л) приведены в табл. 1*.

Таблица 1

	9310 (Х)	9310 (О)	5750 (Х)	5750 (О)
$P_{\text{Э.п}}(\text{ВН})$	4 МВт	≤ 1 МВт	16 МВт	0,2 МВт
$P_{\text{Э.п}}(\text{ПВ})$	8 МВт	1-2 МВт	32 МВт	0,6 МВт
f_{ofz}	13,5 МГц	10-12 МГц	13,4 МГц	7,5-8 МГц
h	225 км	230 км	190 км	237 км
L	30 км	50 км	5 км	37 км

Эти измерения позволили определить следующие особенности наблюдавшегося явления.

а) Для волн Х-поляризации появление искусственных биений на отраженном сигнале ВН регистрируется при более высоких ее мощностях, чем для волн О-поляризации (см. табл. 1); наблюдается понижение пороговых мощностей и усиление эффекта при приближении $f_{\text{ВН}}$ к f_{ofz} .

б) Биения на ПВ даже близких отстроек ($\Delta f = \pm 3$ кГц) обнаруживаются только при мощностях воздействия, приблизительно вдвое превышающих ту мощность, при которой наблюдается их появление в отраженном сигнале самой мощной волны. Для ПВ с $\Delta f = \pm 3$ кГц глубина модуляции амплитуды приблизительно вдвое меньше по сравнению с ВН; амплитуда биений ослабляется еще в 3-5 раз для $\Delta f = +10$ кГц по сравнению с $\Delta f = +3$ кГц, оставаясь заметно сильнее вариаций амплитуды для ПВ с $\Delta f = -10$ кГц, где они довольно часто уже практически неразличимы. Только в редких случаях имело место появление слабых искусственных биений для ПВ с $|\Delta f| \approx 30-100$ кГц.

в) Для приблизительно одинаковых ионосферных условий (близкие значения h и L) пороговые мощности появления биений для $f_{\text{ВН}} = 5750$ кГц были, по крайней мере, в 3-4 раза меньше, чем для $f_{\text{ВН}} = 9310$ кГц.

г) Сдвиг фазы между биениями на ВН и ПВ зависит от величины отстройки и ее знака.

д) Для волн обеих поляризаций при увеличении мощности ВН период квазисинусоидальных биений уменьшается от $T \approx 3$ с для малых уровней мощности до $T \approx 0,6-1$ с. При этом для волн О-поляризации приближение $\tilde{P}_{\text{Э.п}}$ к $P_{\text{Э.п}}(\text{CCB})$ ($P_{\text{Э.п}}(\text{CCB})$ - пороговая мощность стрикционного самовоздействия ВН) осцилляции амплитуды начинают приобретать все более сложную форму за счет появления субгармоник частоты биений, которые в большинстве случаев не находят своего отражения в изменении формы биений амплитуды ПВ (см., например, импульсы 1 и 3 на рис. 1). Появление биений на отраженных сигналах ВН и ПВ близких отстроек имеет место и при достижении мощности ВН значения $P_{\text{Э.п}}(\text{CCB})$ и только при превышении ее в 1,5-2 раза мы наблюдаем переход к режиму образования "пичковых" осцилляций.

е) Появление искусственных биений имеет место только в условиях спокойной ионосфера при низком уровне естественных флуктуаций отраженных сигналов ПВ. Биения не наблюдаются при нагреве ионосферной плазмы мощным радиоизлучением, когда появляются сильные искусственные неоднородности. Отмечается (в течение $\Delta t \geq 1$ мин) влияние на характеристики биений предыдущего цикла воздействия, которое может проявляться, например, в уменьшении периода осцилляций для последующих импульсов ВН по сравнению с первым импульсом после длительной паузы. Влияние последействия и его длительность увеличивались с ростом мощности ВН.

* Величина $P_{\text{Э.п}}$ определялась нами с учетом линейного поглощения на пути следования волны до точки отражения по появлению биений на записях сигналов на ленте самописца, т.е. когда глубина модуляции амплитуды достигала значения $\sim 2\%$.

В целом, хотя искусственные квазипериодические флуктуации уровня отраженных от ионосферы сигналов ВН и ПВ близких отстроек появляются при воздействии мощным радиоизлучением любой поляризации и имеют близкие характерные периоды осцилляций ($T=1-3$ с), полного тождества их развития не наблюдается. Последнее может быть следствием существования плазменного резонанса для волн О-поляризации в области их отражения от ионосферы.

Обсуждение результатов. Приведенные выше экспериментальные данные позволяют сделать некоторые выводы относительно механизма образования биений.

Поскольку изменения амплитуды начинают регистрироваться уже спустя 200 мс после начала воздействия и исчезают практически сразу с выключением ВН, их нельзя связывать с обычными крупномасштабными искажениями профиля концентрации плазмы вблизи уровня отражения мощного радиоизлучения, которые, как хорошо известно, имеют существенно большие времена развития и релаксации.

Нельзя объяснить появляющиеся биения как суперпозицию прямой и рассеянной на искусственной периодической решетке плотности плазмы волн, так как коэффициент рассеяния радиоволн на этой решетке при уровнях модности ВН $\tilde{P}_3 < 40$ МВт очень мал: амплитуда рассеянных волн, согласно [6], оказывается на 40-70 дБ ниже уровня зеркального отражения. Существование биений при малых уровнях мощности ВН (ниже пороговых мощностей развития струкционной и тепловой параметрических неустойчивостей электромагнитных волн в плазме), а также и при X-поляризации волн убеждают нас, что биения не являются результатом изменения амплитуды отраженного сигнала за счет развития каких-либо механизмов отбора энергии от ВН (ПВ). В пользу этого, по существу, свидетельствует квазисинусоидальная форма биений с практически постоянной амплитудой и частотой в течение, по крайней мере, 3-5 с после начала воздействия.

С учетом всего вышесказанного в основе интерпретации эффекта появления биений должен, по-видимому, лежать механизм, связанный с изменением фазы отраженного от возмущенной области ионосферы сигнала. Рассмотрим одну из возможных моделей.

Хорошо известно (см., например, [7, 10, 12]), что в плоскослоистых средах с периодически изменяющимся значением показателя преломления вблизи области пространственного резонанса решетки с падающей на нее волной имеет место их сильное взаимодействие, приводящее к заметным изменениям фазового набега распространяющейся волны. В нашем случае эта решетка образуется в поле стоячей волны мощного радиоизлучения под воздействием пондеромоторной силы и легко обнаруживается в экспериментах по резонансному рассеянию [6]. Важным обстоятельством здесь является продавливание плазмы полем мощной радиоволны на уровне ее отражения. При этом согласно расчетам [8, 9, 13] изменение высоты отражения может достигать нескольких сотен метров, увеличиваясь с ростом мощности падающего на ионосферу радиоизлучения. Такой эффект увеличения высоты отражения ранее наблюдался в экспериментах по локации искусственной плазменной линии в Аресибо [14], а также при измерениях фазы отраженного сигнала [11]. По данным [11] частота отраженной волны составляла 0,2-0,5 Гц, что соответствует измеренным в наших экспериментах периодам биений.

В целом картина явления нам представляется следующим образом. Мощная волна создает за счет сил струкционного давления решетку плотности плазмы, соответствующую структуре поля стоячей волны. За счет продавливания плазмы эта решетка в первое время после включения ВН постепенно смешается вверх по высоте, т. е. отраженная волна оказывается сдвинутой по частоте относительно падающей. В такой системе волны, бегущие в прямом и обратном направлениях, оказываются сильно связанными между собой и в силу еще до конца не ясных в настоящее время причин с разностной частотой оказывается промодулирована амплитуда отраженного от ионосферы сигнала. При этом с увеличением мощности ВН (увеличением глубины амплитудной модуляции)

появляются вторые и, возможно, следующие гармоники частоты биений, как это наблюдалось в экспериментах [10] с двойной частотой накачки, и отраженный от ионосфера сигнала принимает более сложную форму.

В пользу такой модели говорят следующие экспериментальные факты. Наблюдающиеся в некоторых случаях после выключения ВН релаксационные колебания соответствуют по своему периоду характерному времени быстрозатухающих осцилляций плотности при распаде решетки [6]. Далее, по полосе частот, где наблюдается появление биений на ПВ ($\Delta f = 3-6$ кГц), можно, следя [12], определить коэффициент модуляции квадрата фазовой скорости волны при прохождении ее решетки, а по нему - вариации плотности плазмы. Оценки показывают, что $\Delta N/N \approx 10^{-5}$, что полностью соответствует величине изменения плотности за счет действия пондеромоторной силы: $\Delta N/N = e^2 E^2 / 4\pi\omega^2 k(T_0 + T_1)$. Отсюда видно,

что с ростом частоты радиоволны величина $\Delta N/N$ уменьшается как ω^{-2} , а следовательно, должна уменьшаться и глубина модуляции амплитуды биений. Последнее находит свое подтверждение в изменении пороговой мощности, при которой биения начинают выделяться на ленте самописца (обнаружимая глубина биений на уровне 2% и выше) при переходе с частоты 9310 кГц (0) на 5750 кГц (0). Отметим, что в случае волн O -поляризации необходимо, по-видимому, учитывать также дополнительное увеличение силы стрикционного давления за счет возбуждающихся плазменных волн, которая из-за частотной зависимости пороговой мощности стрикционной параметрической неустойчивости возрастает с уменьшением f_{BH} [11].

При сравнении результатов измерений на одной и той же частоте ВН с разными поляризациями необходимо иметь в виду, что для волн O -поляризации действие пондеромоторной силы увеличивается приблизительно на 4 дБ по отношению к волнам X -поляризации за счет усиления эффекта разбуживания поля вблизи точки отражения [15]. Кроме того, как было замечено выше, при использовании волн O -поляризации возбуждение плазменных волн также будет приводить к усилению решетки.

Наконец, увеличение частоты биений с ростом мощности ВН соответствует увеличению скорости продавливания плазмы под действием поля мощной радиоволны.

Относительные различия в величине эффекта на ПВ положительных и отрицательных отстроек следуют заметить, что согласно [7] для ПВ с $\Delta f > 0$ относительное влияние решетки оказывается более сильным и широкополосным по сравнению с $\Delta f < 0$. Здесь, однако, необходимо иметь в виду, что все расчеты в [7] выполнены для существенно более высоких потоков энергии ВН, чем те, при которых проводились наши эксперименты. Поэтому, хотя картина кажется достаточно ясной, необходимо провести более детальные расчеты.

В заключение заметим, что появление рассмотренных в настоящей работе искусственных флуктуаций уровня отраженного сигнала ВН, период которых был сравним с длительностью импульса воздействия для измерений [2, 5], и привело в этих работах к ошибочному выводу, что пороговые мощности образования "пиков" ниже порога развития эффекта стрикционного самовоздействия мощной радиоволны. Однако, поскольку "пиковые" осцилляции появляются только при обычной поляризации ВН, ясно, что они не могут быть прямым продолжением развития эффекта, приводящего к появлению низкочастотных биений.

Таким образом, проведенные исследования низкочастотных биений амплитуды отраженных от ионосферы сигналов ВН и ПВ близких отстроек еще раз продемонстрировали влияние структуры поля мощной радиоволны вблизи уровня ее отражения на характер развития взаимодействия ВН с плазмой в первый момент времени после начала воздействия.

Авторы выражают свою признательность А. И. Карапшину за полезные дискуссии и сотрудникам, обслуживающим стенд "Сура", за помощь в проведении измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов В. Л. Диссертация. Горький, 1979.
2. Ерухимов Л. М., Метелев С. А., Митяков Н. А., Фролов В. Л. //Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23. № 3. С. 433.
3. Бойко Г. Н., Зюзин В. А., Комраков Г. П. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 5. С. 656.
4. Березин И. В., Бойко Г. Н., Волков В. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 6. С. 702.
5. Метелев С. А. Диссертация. Горький, 1984.
6. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гольцова Ю. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 2. С. 131.
7. Fejer J.A. //J.Geophys.Res. 1983. V.88. N A1. P.489.
8. Fejer J.A., Ierkis H.M. et.al. //J.Geophys.Res. 1983. V.88. N A3. P.2083.
9. Muldrew D.B. // J.Geophys.Res. 1986. V.91. N A4. P.4572.
10. Huang Z.H., Fejer J.A. //Radio Sci. 1987. V.22. N 4. P.663.
11. Ерухимов Л. М., Ковалев В. Я. и др. //Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27. № 5. С. 758.
12. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. - М.: Наука, 1979.
13. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. - М.: Наука, 1973.
14. Duncan L.M., Sheerin J.P.//J.Geophys.Res. 1985. V.90. N A9. P.8371.
15. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. - М.: Наука, 1967.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
1 сентября 1989 г.,
после доработки
6 июня 1990 г.

EXPERIMENTAL RESULTS OF INVESTIGATIONS OF ARTIFICIAL LOW FREQUENCY AMPLITUDE BEATINGS OF RADIO WAVES REFLECTED BY THE IONOSPHERE

G.N.Bojko, L.M.Erukhimov, V.L.Frolov

Characteristics of quasi-sinusoidal amplitude beatings of powerful radiations signals and probe waves reflected by the ionosphere at frequencies close to the frequency of the pump wave have been investigated. As a possible mechanism of their formation the wave interaction is considered in the presence of spatial periodic lattice of the plasma density being formed in the field of the powerful radiation standing wave. A comparison between the experimental data and the model suggested shows a good correlation.

УДК 621.373

ХАОСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА НЕАВТОНОМНОГО ДВУЖКОНТУРНОГО ГЕНЕРАТОРА

Д. М. Ваврик, И. Ю. Чернышов

На примере экспериментального исследования неавтономного двухконтурного генератора изучены закономерности возникновения хаоса в результате взаимодействия квазилинейных осцилляторов. Проанализирована эволюция колебательных режимов при переходе от нерезонансного к резонансному взаимодействию осцилляторов и исследованы характерные сценарии разрушения квазипериодических колебаний.

В данной работе мы возвращаемся к анализу колебаний резонансного двухконтурного генератора с внешним гармоническим воздействием. Исследования такого генератора, выполненные еще в 20+30-х годах [1-4], в основном сформировали представления о динамике многомодовых систем. Сейчас понятно, что эти результаты требуют пересмотра и дополнения, поскольку в общем случае динамика двух связанных синхронизируемых осцилляторов является более сложной. Их асинхронным режимам возбуждения могут соответствовать не только квазипериодические [1-4], но и стохастические колебания (СК) [5-9]. Целью данной работы является экспериментальное исследование хаотической динамики двухконтурного генератора, выполненного по классической схеме [1-4] и при тех же условиях, когда возбуждаемые колебания являются узкополосными, а их математическое описание возможно в рамках асимптотических методов усреднения.

Закономерности возникновения хаоса, так же как и периодических и квазипериодических колебаний, существенно зависят от типа взаимодействия между осцилляторами — резонансного (фазового) и нерезонансного (энергетического). К настоящему времени основные результаты о разрушении квазипериодических колебаний получены для случая резонансного взаимодействия нескольких мод (см., например, [5-7, 10-12]). Однако общие закономерности разрушения колебаний с тремя и более независимыми частотами изучены пока мало. Роль нерезонансного взаимодействия мод в формировании хаотической динамики практически не изучена, хотя имеются доказательства возможности возникновения СК и при энергетическом взаимодействии слабонелинейных осцилляторов [9, 13]. Необходимо также учитывать, что почти в любой реальной многомодовой системе при вариации ее параметров происходит изменение характера взаимодействия между модами и в значительной области параметров его разделение на энергетическое и фазовое становится невозможным. Исследуемый генератор представляет собой простейшую и вместе с тем достаточно общую физическую модель, которая позволяет изучить все указанные режимы межмодового взаимодействия и характерные для них сценарии разрушения квазипериодических колебаний.

1. Физическая модель. В экспериментах исследовались неавтономные режимы колебаний генератора метрового диапазона длин волн ($\lambda \approx 10$ м), выполненного по известной схеме [1-4]. С целью получения достаточно общих результатов использовался генератор с регулируемой степенью неизохронности автоколебаний. Для осуществления такой регулировки в анодный контур через емкость связи подключена нелинейная емкость $C(U)$, представляющая собой

обратносмещенный варикап. При этом наблюдалось практически линейное уменьшение частоты автоколебаний f_a с увеличением U_a^2 , где U_a - амплитуда автоколебаний. Однако следует подчеркнуть, что описываемые далее хаотические режимы колебаний существуют в конечной области изменения параметров и при сколь угодно малой степени неизохронности, а ее увеличение приводит к расширению этих областей и к повышению интенсивности СК. Сценарии перехода к хаосу неавтономного генератора, как оказалось, в значительной мере зависят от характеристик автономной системы, которые в основном определяются диаграммой Вина, представляющей зависимость нормальных частот автогенератора f_{a1}, f_{a2} от расстройки между парциальными частотами $\xi = \nu_1 - \nu_2$. Следует отметить один общий результат, заключающийся в том, что при подаче внешнего колебания СК возбуждаются только при $k > k_{kp}$, где k_{kp} - критическое значение коэффициента связи k между контурами. Напомним, что при $k > k_{kp}$ в автономном генераторе в определенном диапазоне изменения ξ возможно возбуждение автоколебаний с двумя различными частотами f_{a1} и f_{a2} . При $k > k_{kp}$ в неавтономном генераторе не наблюдалось новых, по сравнению с известными, режимов колебаний и их многообразие исчерпывается возбуждением одночастотных или двухчастотных устойчивых колебаний [14]. Конечно, и в этом случае возможен перевод генератора в хаотический режим путем увеличения амплитуды внешнего сигнала U_c до значений $U_c > U_a$, что соответствует сильно нелинейному режиму колебаний, для которого существуют свои специфические закономерности возникновения хаоса. Мы исследуем другую предельную ситуацию $U_c \ll U_a$, когда возбуждение СК обусловлено именно взаимодействием квазилинейных осцилляторов и описание хаотических режимов возможно в рамках классических укороченных уравнений динамики двухмодовых систем [9, 13].

2. Разрушение квазипериодических колебаний при нерезонансном взаимодействии мод. Путем регулировки коэффициента связи между контурами генератора изменялась расстройка между собственными частотами ξ и тем самым изучалось как резонансное, так и нерезонансное взаимодействие между модами. Рассмотрим сначала случай нерезонансного взаимодействия, когда величина k/k_{kp} достаточно большая. Эксперименты показали, что здесь возможно возникновение СК при условии, если расстройка ξ выбрана в области затягивания на диаграмме Вина или вблизи этой области. Например, при $k/k_{kp} = 4$ наиболее интенсивные СК возбуждались при изменении ξ в интервале от $-0,37$ МГц до $-0,3$ МГц, находящемся вблизи области затягивания. Рассмотрим закономерности эволюции динамики системы, при $\xi = -0,33$ МГц в зависимости от параметров внешнего воздействия - частоты f , отсчитываемой от парциальной частоты дополнительного контура $\nu_2 = 27,30$ МГц, и нормированной амплитуды $\mu = 20 \lg(U_c/U_a)$. Общая бифуркационная диаграмма неавтономных режимов колебаний на плоскости параметров $f - \nu_2$, μ дана на рис. 1 (см. на вклейке).

При изменении частоты f наблюдается резонансное возбуждение колебаний в окрестности частот активной ($f - \nu_2 \approx 0,05$ МГц) и пассивной ($f - \nu_2 \approx -0,5$ МГц) мод. Ширина резонансных кривых значительно меньше расстояния по частоте между ними Δf , а величина Δf существенно меньше величины этих частот. В силу этого для них невозможно выполнение сильного резонансного соотношения типа $f_{a1}/f_{a2} = m/n$, где m и n - относительно небольшие числа. Это позволяет утверждать, что в этом случае осуществляется нерезонансное взаимодействие мод.

Подтверждением этому является также наблюдаемое поведение системы вблизи клюва синхронизации (область C^2), не отличающееся от случая одномодового генератора. При выходе из этой области в результате седло-узловой бифуркации возбуждаются двухчастотные колебания, которым в фазовом пространстве системы соответствует двумерный тор T_2^2 с базовыми частотами f и f_{a2} . При увеличении μ появляется гистерезис на границах C^2 , обусловленный неизохронностью системы: при адиабатическом увеличении частоты f границы области C^2 определяются сплошными кривыми l_{c3}, l_{c4} , а при обратном - штриховыми.

Динамика колебаний при выборе частоты f вблизи собственной частоты пассивной моды f_1 является более разнообразной. При малых U_c/U_d ($\mu=25$ дБ) ее влияние не приводит к качественному изменению режима возбуждения; наблюдается только увеличение интенсивности спектральной составляющей на частоте f в окрестности значений $f=f_1$ (значения $f=f_1$ выделены на рис. 1 штрихпунктирной кривой). При дальнейшем увеличении μ на линии l_0 в результате бифуркации Андронова-Хопфа возбуждается третья независимая частота с образованием в фазовом пространстве трехмерного эргодического тора T^3 . Трехмерный тор T^3 является устойчивым в конечной области изменения параметров. Начиная с некоторых значений μ , он разрушается и на его основе возникает странный аттрактор CAT_1^3 . Теоретические исследования [9] показали, что при этом в фазовом пространстве системы может образовываться притягивающее множество типа странныго аттрактора Шильникова [15]. Области существования CAT_1^3 на рис. 1 закрашены и выделены точками. В первом случае в фазовом пространстве существует единственный аттрактор, а во втором - два: хаотический и регулярный.

Переход $T^3 \rightarrow CAT_1^3$ при нерезонансном взаимодействии мод происходит через последовательность бифуркаций удвоения трехмерного тора без предварительной потери им гладкости. Линии бифуркаций удвоения T^3 обозначены на рис. 1 как l_i^1 ($i=1, 2, \dots$).

Возникновение CAT_1^3 в результате удвоения T^3 является типичным при движении по частоте f в направлении к собственной частоте активной моды f_{a2} (см. рис. 1). При подходе к области хаоса с другой стороны по f наблюдается жесткий переход от T_2^2 к CAT_1^3 и обратно, который, как правило, сопровождается гистерезисом в небольшом диапазоне частот.

Со стороны больших значений μ область хаоса ограничена областью C^1 , где существуют одночастотные синхронные колебания, возникающие в результате асинхронного подавления колебаний активной моды с собственной частотой f_{a2} . Границы области C^1 зависят от направления изменения частоты f ; они определяются сплошными кривыми l_{c1} и l_{c2} при увеличении f и штриховыми - при обратном движении по частоте. В результате возникает конкуренция как между различными регулярными состояниями, так и между регулярными и хаотическими. Область существования СК, отмеченная на рис. 1 точками, может наблюдаться только при изменении частоты внешнего воздействия в направлении от

f_1 к f_{a2} . При таком движении по f наблюдается следующая цепочка бифуркаций: $T_2^2 \rightarrow T^3 \rightarrow \text{CAT}_1^3 \rightarrow C^1 \rightarrow T_2^2$. При обратном движении по частоте - другая последовательность смены режимов: $T_2^2 \rightarrow C^1 \rightarrow T^3 \rightarrow T_2^2$ без возникновения СК. Область существования хаоса ограничена по амплитуде внешнего воздействия и сверху: начиная с определенных значений в системе возможно существование только синхронных колебаний и биений.

3. Эволюция динамики колебаний при переходе к резонансному взаимодействию мод. Для понимания эволюции динамики системы рассмотрим первоначально промежуточную ситуацию, при которой совместно проявляется энергетическое и фазовое взаимодействие между модами. Этот случай удобнее всего проанализировать исходя из бифуркационной диаграммы режимов на плоскости параметров $f-\nu_2, \xi$ (см. рис. 2). В отличие от случая, приведенного на рис. 1, здесь выбрана меньшая величина коэффициента связи - $k/k_{kp}=1,8$, а $\mu=-20$ дБ. На рис. 2 также приведены зависимости собственных частот автономной системы (отсчитываемые по оси абсцисс) от расстройки ξ (ветви диаграммы Вина): сплошными и штриховыми линиями, отмеченными как f_{a2} и f_{a1} , изображены частоты активных мод, которые в начальный момент времени соответственно возбуждены и не возбуждены; штрихпунктирная кривая - собственная частота пассивной моды f_1 . При возбуждении в начальный момент автоколебаний на другой ветви диаграммы Вина дополнительно появляется область хаотических колебаний CAT_1^2 , выделенная на рисунке штриховыми линиями.

Области синхронных колебаний, возникающие в окрестности значений $f=f_{a1}$ и $f=f_{a2}$, обозначены как C^1 и C^2 , а также сохранены используемые на рис. 1 обозначения их границ l_{ci} ($i=1,2,3,4$). В окрестности C^1 и C^2 существуют биения на базе частот f , f_{a1} (область T_1^2) и f , f_{a2} (область T_2^2) соответственно. Переходы между состояниями T_1^2 и T_2^2 при изменении параметра расстройки происходят жестко на выделенной линии l_p .

Рассмотрим, как трансформируется механизм разрушения трехчастотных колебаний. Наличие фазового взаимодействия между модами приводит к потере гладкости трехмерными торами, которые возникают на линии l_o (см. рис. 2). В результате трехчастотных комбинационных резонансов возникают резонансные трехмерные торы T_p^3 , характеризующиеся различными значениями числа вращения $m/n = \theta = |f-f_{a1}|/|f-f_{a2}|$ ($m,n=1,2,3\dots$), которое определяет отношение частот биений между частотой внешнего воздействия и собственными частотами системы. Наблюдаемые в эксперименте значения θ приведены на рисунке. При движении внутри области существования T_p^3 наблюдаются бифуркации удвоения с возникновением тор-аттрактора CAT_2^2 . Вблизи пересечения клров с различными θ существуют области хаоса CAT_2^3 (на рисунке закрашены), где возникновение хаоса обусловлено разрушением T^3 в результате потери им гладкости. Подобное сочетание хаотических областей является типичным при разрушении квазипериодических

колебаний (см., например, [11, 12]). Специфика заключается в том, что разрушение T^3 обусловлено именно трехчастотным комбинационным взаимодействием, а не обычными двухчастотными резонансами типа $\xi/f_{a_1} = m/n$. Возникновение хаоса в результате комбинационного трехчастотного взаимодействия характерно для квазилинейных (резонансных) систем (см. также [16, 17]).

Изменением закономерностей разрушения T^3 не исчерпывается качественное изменение в динамике системы при переходе от нерезонансного к резонансному взаимодействию мод. Здесь становится возможным возникновение хаоса непосредственно через разрушение двумерных торов, в том числе через бифуркации удвоения эргодического тора. На плоскости параметров, приведенной на рис. 2, такой сценарий реализуется в области, расположенной между линиями l_{c_2} и l_3 , а также в выделенной штриховыми линиями прямоугольной области, если в начальный момент возбуждены автоколебания на частоте f_{a_1} . В каждой из этих областей на выделенных линиях l_2^i ($i=1, 2, \dots$) наблюдается удвоение тора T_1^2 и его разрушение на линии l_2^{kp} с образованием ленточного аттрактора CAT_1^2 . Отметим, что в отличие от всех рассмотренных ранее случаев интенсивные СК возбуждаются только в полосе пропускания моды с собственной частотой f_1 . Подобный сценарий разрушения квазипериодических колебаний наблюдается и в синхронизируемом одноконтурном резонансном генераторе при наличии дополнительной составляющей в спектре внешнего воздействия [17].

Обращаясь к рис. 2, рассмотрим дальнейшую смену режимов колебаний при уменьшении расстройки между f и f_{a_2} . Необходимо выделить два случая: первый, когда расстройка ξ выбрана выше линии l_p и в генераторе невозможно возбуждение автоколебаний на второй моде, и второй, когда ξ находится в области затягивания и возможно возбуждение обеих мод. В первом случае при движении по f и пересечении линии l_3 тор T_1^2 теряет гладкость и возникает негладкий тор T_3^2 . По сравнению с аналогичными характеристиками для T_1^2 здесь происходит существенное повышение интенсивности комбинационных составляющих в спектре и появление складок на торе. При дальнейшем уменьшении $|f-f_2|$ наблюдается мягкое разрушение T_3^2 с возникновением тор-аттрактора CAT_h^2 , который существует в весьма узком диапазоне частот. Для CAT_h^2 наибольшая интенсивность СК наблюдается в полосе пропускания первой моды.

При движении по параметру ξ из области существования T_3^2 в область затягивания автогенератора на линии l_{kp} происходит мягкое возбуждение колебаний на второй моде и в фазовом пространстве системы возникает трехмерный тор T^3 . Однако трехчастотные колебания здесь являются неустойчивыми, и их разрушение приводит к возникновению СК (область CAT_3^2 на рис. 2). Для аттрактора CAT_3^2 характерно возбуждение интенсивных СК в полосах пропускания каждой из мод резонатора с одновременным частотным перекрытием их полос пропускания. На линии l_3 , разделяющей области существования CAT^2 и

CAT_3^2 , наблюдается явление перемежаемости "хаос \rightleftarrows хаос" между двумя типами аттракторов. Переходы " $CAT_3^2 \rightleftarrows T_h^2 \rightleftarrows T_1^2$ " также осуществляются через перемежаемость.

Структурная неустойчивость T^3 может приводить не только к возникновению странного аттрактора CAT_3^2 , но и двумерных торов (T_p^3) при выполнении комбинационного резонанса между f , f_{a1} и f_{a2} , когда осуществляется "захват" частоты колебаний второй моды f_{a2} комбинационными частотами T_1^2 . В результате в области существования CAT_3^2 возникают резонансные полосы (на рис. 2 не отмечены), ширина которых по f и расстояние между ними уменьшается с уменьшением расстройки $f - f_{a2}$. Число витков резонансных торов при переходе к соседней резонансной полосе с увеличением f увеличивалось на единицу.

Дальнейшая эволюция колебательных режимов в генераторе при уменьшении k/k_{kp} и соответственно расстройки между частотами f_{a1}, f_{a2} характеризуется исчезновением областей существования "грубых" трехчастотных колебаний. В силу этого в системе не реализуются переходы к хаосу, связанные с возникновением аттракторов CAT_2^2 и CAT_2^3 . Основными сценариями возникновения СК остаются: удвоение эргодических торов T_1^2 с возникновением ленточного аттрактора CAT_1^2 и мягкое разрушение T_p^3 (аттрактора CAT_3^2). Расположение этих областей хаоса на плоскости параметров $f - \nu_2$, ξ остается примерно таким же, как и на рис. 2, однако происходит их монотонное уменьшение при $k/k_{kp} \rightarrow 1$.

При малых амплитудах внешнего воздействия ($\mu < -24$ дБ) закономерности смены колебательных режимов и их характеристики практически не отличаются от случая нерезонансного взаимодействия мод (см. рис. 1). Диапазон изменения μ , в котором возбуждаются СК, также практически не изменяется. Характерным здесь является перекрытие полос пропускания обеих мод и слияние областей синхронных колебаний при превышении μ некоторого критического значения. При этом зависимость амплитуды синхронных колебаний от частоты внешнего сигнала и закономерности перехода к режиму биений в основном напоминают случай одноконтурного неизохронного генератора. Различия заключаются в том, что при определенных уровнях внешнего воздействия в области гистерезиса возможно возбуждение СК путем разрушения эргодического тора T_2^2 , возникающего в результате седло-узловой бифуркации [18]. В силу этого вблизи границ полосы синхронизации наблюдается конкуренция между регулярными одночастотными и хаотическими колебаниями.

Проведенные систематические экспериментальные исследования СК двухконтурного генератора позволили дополнить и расширить представления о неавтономных режимах колебаний связанных квазилинейных осцилляторов. Необходимым условием возникновения хаоса является существование двух нетривиальных стационарных состояний автономной системы в некотором диапазоне изменения параметров. В этом случае СК возбуждаются и в квазилинейном пределе независимо от режима взаимодействия между модами. При переходе от нерезонансного к резонансному взаимодействию осцилляторов существенно изменяются сценарии возникновения хаоса.

При нерезонансном взаимодействии мод переход к хаосу осуществляется в результате бифуркаций удвоения эргодического трехмерного тора. В другом предельном случае - при резонансном взаимодействии мод - реализуются два основных пути перехода к хаосу: через бифуркации удвоения двумерных эргодических торов и через мягкое разрушение трехмерного тора. В промежуточной области параметров наряду с указанными сценариями хаос возникает и в результате потери трехмерным тором гладкости, бифуркаций удвоения резонансных трехмерных торов, потери двумерным тором гладкости.

Обнаруженные закономерности возникновения хаоса не зависят от типа нелинейного элемента, способа подачи внешнего сигнала в систему и отражают общие свойства динамики двухмодовых неавтономных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Pol B. //Phil. Mag. Ser. 6. 1922. V. 43. N 256. P. 700.
2. Андронов А. А., Витт А. А. //ЖТФ. 1934. Т. 4. Вып. 1. С. 122.
3. Майер А. Г. //Ученые записки ГГУ. 1937. Вып. 6. С. 3.
4. Берштейн И. Л., Иконников Е. И. //ЖТФ. 1934. Т. 4. Вып. 1. С. 172.
5. Вышкинд С. Я. //Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. N. 10. С. 1451.
6. Рабинович М. И., Фабрикант А. Л. //ЖЭТФ. 1979. Т. 77 N 2. С. 617.
7. Tousi S., Bajaaj A.K.//Trans.ASME. J.Appl.Mech. 1985.V.52.N 6. P.446.
8. Капеко К. //Progr. Theor. Phys. 1983. V. 69. N 5. P. 1427.
9. Белогорцев А. Б., Ваврик Д. М., Третьяков О. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. N 2. С. 238.
10. Арансон И. С., Рульков Н. Ф. //ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 9. С. 1656.
11. Анищенко В. С., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. N 5. С. 565.
12. Дмитриев А. С., Панас А. И. //Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 12. С. 713.
13. Белогорцев А. Б., Ваврик Д. М., Третьяков О. А. //ДАН УССР. 1987. N 11. С. 36.
14. Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. -М.: Наука, 1987.-384 с.
15. Шильников Л. П. //ДАН СССР. 1965. Т. 160. С. 558.
16. Белогорцев А. Б., Ваврик Д. М., Третьяков О. А. //ЖЭТФ. 1987. Т. 92. N 4. С. 1316.
17. Ваврик Д. М., Чернышов И. Ю. //Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35. N 1. С. 151.
18. Афраймович В. С., Шильников Л. П. //В сб.: Методы качественной теории дифференциальных уравнений. -Горький.: Гос. ун-т, 1983. С. 3.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
15 июня 1989 г.

CHAOTIC DYNAMICS OF THE NON-AUTONOMOUS GENERATOR WITH TWO OSCILLATORY CIRCUITS

D.M.Vavriv, I.Yu.Chernyshov

The experimental investigation of a radio-frequency generator with oscillatory circuits is presented. Excitation of dynamic chaos resulting from the interaction of quasilinear oscillators in the presence of an external harmonic force is studied. We analyse the evolution of dynamical regimes under the conditions when the character of mode interaction changes from resonant to non-resonant and investigate the typical destruction mechanisms of quasiperiodical oscillators.

УДК 517. 9

ФОРМИРОВАНИЕ МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТИ, КЛАССИФИКАЦИЯ ИЗОМЕРОВ
И ИХ ЭВОЛЮЦИЯ В СВЯЗАННЫХ ФЕЙГЕНБАУМОВСКИХ СИСТЕМАХ

В. В. Астахов, Б. П. Беэрчко, В. И. Пономаренко

Рассмотрены механизмы формирования мультистабильности в связанных фейгенбаумовских системах, проведена классификация возможных видов колебаний, прослежены закономерности в росте числа изомеров с увеличением количества ячеек и периода цикла, исследована их эволюция при изменении параметров системы.

Для исследования свойств и закономерностей пространственно-временного хаоса в качестве простейших моделей часто используются системы, представляющие собой большое количество однородных элементов, связанных между собой в цепочку [1-4]. Элементом цепочки выбирают какую-либо из хорошо изученных нелинейных систем с низкой размерностью фазового пространства, демонстрирующих типичные переходы к хаосу. Одной из таких широко распространенных моделей является цепочка из фейгенбаумовских элементов. На наш взгляд, в выявлении характерных особенностей сложного пространственно-временного поведения таких цепочек могут помочь исследования связанных систем с небольшим числом элементов. Следует подчеркнуть, что это относится не непосредственно к пространственно-временным процессам, а к механизму формирования мультистабильности и классификации возможных видов колебаний. Дело в том, что еще до порога возникновения хаоса в таких системах наблюдается большое количество одновременно существующих устойчивых состояний. Процесс их образования и классификация возможных видов состояний, как будет показано ниже, являются общими для цепочек с различным числом элементов. Детальное исследование связанных систем с небольшим числом элементов носит не только вспомогательный характер, но имеет и самостоятельное значение из-за наличия в них мультистабильности. Системы же с мультистабильностью привлекают к себе интерес в связи с возможностью их использования в качестве элементов памяти [1]. В работе исследуются механизмы формирования мультистабильности в связанных фейгенбаумовских системах с дискретной группой симметрии по отношению к временному сдвигу, проводится классификация возможных видов колебаний, прослеживаются закономерности в росте числа видов колебаний с увеличением количества ячеек и периода цикла, исследуется их эволюции при изменении параметров системы.

Обратимся к исследованию трех связанных в цепочку фейгенбаумовских систем. Численно изучалась система отображений вида

$$\begin{aligned} X_1(n+1) &= A - X_1^2(n) + K_1(X_1^2(n) - X_2^2(n)), \\ X_2(n+1) &= A - X_2^2(n) + K_2(2X_2^2(n) - X_1^2(n) - X_3^2(n)), \\ X_3(n+1) &= A - X_3^2(n) + K_3(X_3^2(n) - X_2^2(n)), \end{aligned} \quad (1)$$

где A – параметр нелинейности, K_1, K_2, K_3 – коэффициенты связи. Там, где специально не оговаривается, будем полагать $K_1 = K_2 = K_3 = K$. Экспериментально исследовалась три резистивно-связанных

колебательных контура с нелинейностью в виде p -перехода, синфазно возбуждаемых гармоническим сигналом при значениях параметров, соответствующих фейгенбаумовскому переходу к хаосу*. Параметру A в отображениях (1) соответствует амплитуда внешнего воздействия, коэффициенту связи K соответствует величина, обратная сопротивлению связи. Система (1) обладает симметрией по отношению к замене

$$(x_1, x_2, x_3) \longleftrightarrow (x_3, x_2, x_1). \quad (2)$$

В пределе нулевой связи каждый из элементов цепочки с увеличением параметра нелинейности демонстрирует последовательность удвоений периода, что иллюстрирует хорошо известная бифуркационная диаграмма ("дерево Фейгенбаума"), представленная на рис. 1 (см. на вклейке). Так как фейгенбаумовская система имеет характерную структуру временной реализации, т. е. значения динамической переменной изменяются во времени в определенной закономерности, каждый режим периода $2^n T$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$, T - шаг итераций или период внешнего воздействия) может быть записан последовательностью 2^n символов, каждый из которых соответствует конкретной ветви бифуркационной диаграммы (отсчет будем начинать с максимального значения последовательности, которому присвоим номер 1 (рис. 1)). Теперь состояние каждого элемента цепочки в фиксированный момент времени будет характеризоваться одним из этих символов.

Каждый временной режим колебаний с периодом $2^n T$ может быть реализован с различным пространственным распределением состояний по цепочке. Конкретный временной режим с определенным пространственным распределением будем обозначать $2^n T^{i,j,k}$, где i, j, k соответствуют конкретным символам указанной последовательности. Отсчет будем проводить начиная с максимального значения в первом осцилляторе, что что соответствует $i=1$, j и k принимают значения от 1 до 2^n . Таким образом, данная классификация характеризует поведение системы как в пространстве, так и во времени. Режимы с одинаковым временным периодом будем называть изомерами, как было предложено в [6]. Очевидно, что число изомеров зависит от числа ячеек в цепочке и периода цикла. Так, в цепочке из трех ячеек с каждым последующим удвоением число изомеров будет возрастать в четыре раза, для четырех - в восемь раз, для пяти - в шестнадцать раз и т. д. В общем виде для N ячеек и режима периода $2^n T$ будет $(2^n)^{N-1}$ изомеров.

Для исследования их эволюции при изменении параметров системы полезно построить эволюционную схему в пределе нулевой связи с ростом параметра нелинейности. Поскольку в соответствии с бифуркационной диаграммой отдельной фейгенбаумовской системы (рис. 1) при удвоении периода $2^n T$ каждая ветвь s на "дереве Фейгенбаума" порождает две ветви s и $s + 2^n$, то схема эволюции изомеров для трех элементов в пределе нулевой связи будет иметь вид, представленный на рис. 2. Ясно, что нетрудно построить подобную схему эволюции и для большего числа элементов.

Остановимся подробнее на исследовании динамики системы (1). Указанные для вырожденного случая виды изомеров имеют место и при конечной связи. На рис. 3 показана схема эволюции изомеров с ростом параметра нелинейности при фиксированном значении связи $K=0,005$. При $A < 0,75$ в системе имеется синфазный изомер T^{111} . С ростом A наблюдается последовательность бифуркаций удвоения синфазных изомеров, завершающаяся возникновением синфазного стохастического

* В работе [5] было показано, что динамика подобной экспериментальной системы из двух контуров хорошо описывается двумя квадратичными отображениями с таким же типом связи, как в [1].

режима. Значения, при которых происходят бифуркации удвоения, точно совпадают с соответствующими бифуркационными значениями одиночной системы. Последовательность мягких бифуркаций с удвоением периода синфазных номеров образует основную ветвь А эволюционной схемы (рис. 3).

Синфазный изомер T^{111} порождает помимо $2T^{111}$, сменяющего его мягким образом, изомеры $2T^{121}$, $2T^{112}$ и $2T^{122}$, которые становятся основаниями новых ветвей мягких переходов между колебательными режимами схемы эволюции изомеров*. Изомеры $2T^{111}$ и $2T^{121}$ являются самосимметричными в том смысле, что замена переменных (2) переводит точки на цикле в точки того же цикла. Изомеры $2T^{112}$ и $2T^{122}$ являются взаимосимметричными: при замене (2) точки на одном изомере переходят в соответствующие точки на другом изомере. Каждый цикл в цепочке удвоений синфазных режимов, так же как для T^{111} , порождает помимо самосимметричного синфазного цикла с удвоенным периодом самосимметричный несинфазный цикл и два взаимосимметричных цикла, образующих основания новых ветвей эволюционной схемы. Так, например, кроме $4T^{111}$ еще наблюдается самосимметричный $4T^{131}$ и два взаимосимметричных $4T^{113}$, $4T^{133}$ и т. д. (см. рис. 3а). Рассмотрим эволюцию самосимметричных несинфазных циклов на примере изомера $2T^{121}$ (см. рис. 3б). С ростом параметра нелинейности наблюдается цепочка мягких переходов с удвоением периода $2T^{121}$, $4T^{121}$, $8T^{161}$, $16T^{1,14,1}$ (ограничиваясь изомерами периода 16Т). Каждый из циклов в перечисленной цепочке удвоений, помимо указанных, образующих ветвь Б мягких переходов, порождает еще один самосимметричный и два взаимосимметричных цикла (см. рис. 3б). Каждый из самосимметричных циклов эволюционирует аналогичным образом. Эволюцию взаимосимметричных изомеров рассмотрим на примере эволюции циклов $2T^{112}$ и $2T^{122}$. С ростом параметра А на базе каждого из циклов наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода (ветви Б' и Б'' на рис. 3в). Следует отметить, что циклы одинакового периода на каждой из ветвей являются взаимосимметричными в смысле замены (2). Помимо циклов, образующих ветви Б' и Б'', возникают еще по три цикла с одинаковым периодом. Например, помимо $4T^{112}$ существуют изомеры $4T^{114}$, $4T^{132}$, $4T^{134}$, порожденные изомером $2T^{112}$. Изомер $2T^{122}$, помимо $4T^{144}$, порождает взаимосимметричные перечисленные изомеры $4T^{122}$, $4T^{124}$, $4T^{142}$. Пара изомеров, симметричных друг другу, порождает изомеры, также обладающие взаимной симметрией. При обратном движении по параметру А самосимметричный и взаимосимметричные циклы жестко сменяются самосимметричным циклом с тем же периодом, как показано на рис. 3а, б стрелками. Жесткий переход с самосимметричного цикла на самосимметричный происходит при большем значении параметра, чем для соответствующих взаимосимметричных режимов, исчезающих одновременно. Изомеры, изображенные на рис. 3в, при обратном движении по параметру А также жестко переходят на режимы, образующие ветви мягких переходов. Так, например, режим $4T^{134}$ вначале жестко сменяется режимом $4T^{114}$, после чего происходит жесткий перескок на $4T^{112}$. Изомер $4T^{132}$ жестко сменяется изомером $4T^{112}$. Предсказанные в пределе нулевой связи изомеры существуют не при всех значениях К. Часть из них наблюдается

*Порождаются эти виды изомеров из предшествующего синфазного в пределе нулевой связи. Задача о выяснении конкретных типов бифуркаций при конечной значении К, приводящих к указанным несинфазным циклам, в рамках данной работы не ставилась.

только при очень малых значениях коэффициента связи. С его увеличением происходит их постепенное исчезновение. С целью более детального исследования динамики системы в зависимости от коэффициента связи проведем разбиение плоскости параметров $A-K$ на характерные режимы.

На рис. 4 показана структура плоскости параметров $A-K$, построенная экспериментально для системы трех резистивно связанных в цепочку нелинейных колебательных контуров, синфазно возбуждаемых гармоническим сигналом. Динамика этой экспериментальной системы в интересующей нас области значений параметров хорошо описывается системой отображений (1). Структуру плоскости параметров удобно представлять в виде листов, соответствующих эволюции различных колебательных режимов. На рис. 4а показана эволюция синфазного изомера T^{111} , что соответствует ветви A на рис. 3. Независимо от коэффициента связи при увеличении параметра A наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода, завершающаяся возникновением режима синфазных стохастических колебаний. На рис. 4б, в показана эволюция изомеров $2T^{121}$ и $2T^{112}$ (ветви B и B' на рис. 3). Эволюция изомера $2T^{122}$ аналогична $2T^{112}$. Области существования исходных изомеров $2T^{121}$, $2T^{112}$ ограничены снизу линиями 1. При перемещении по плоскости параметров вверх наблюдается также последовательность мягких переходов, что и в численных экспериментах. Изомеры, показанные на схеме эволюции на рис. 3, наблюдаются также и в физическом эксперименте, однако на рис. 4 показаны только те из них, которые образуют цепочки мягких переходов. Из рис. 4б, в видно, что линии бифуркационных переходов для несинфазных режимов с увеличением коэффициента связи поднимаются вверх. Поэтому при фиксированном значении A с увеличением коэффициента связи K число одновременно существующих изомеров будет уменьшаться и начиная с некоторого значения K в системе будет существовать только синфазный изомер.

В системе трех диссипативно связанных фейгенбаумовских элементов все существующие изомеры с увеличением параметра нелинейности эволюционируют к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Возникновение квазипериодического режима и перехода к хаосу через разрушение тора при численном и экспериментальном исследовании не наблюдалось. Однако уже при небольшой деформации системы эволюция тех же самых изомеров качественно меняется. Так, в системе (1) при $K_1=K_3=K$ и $K_2=K/2$, что

дает частичную невзаимность связи между элементами, изомер $2T^{121}$ с увеличением параметра A претерпевает бифуркацию рождения тора. С ростом надкритичности тор увеличивается в размерах, затем происходит потеря гладкости и образование тор-аттрактора. Изомеры $2T^{112}$ и $2T^{122}$ по-прежнему эволюционируют к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Динамика синфазных режимов также остается прежней. Переход к хаосу через разрушение квазипериодических движений происходит в цепочках и со взаимной связью типа (1), но это зависит от количества элементов цепочки. При нечетном количестве квазипериодические движения не возникают, при четном возникают. Причем рождение тора прорисходит из самосимметричных изомеров, имеющих вид: для цепочки из двух элементов $2T^{12}$, из четырех - $2T^{1221}$, из шести - $2T^{122112}$, из восьми - $2T^{12211221}$, из шестнадцати - $2T^{122112211221}$ и т. д. Квазипериодические движения возникают также из изомеров с большим периодом $4T$, $8T$, $16T$, ... и с соответствующей пространственной структурой $4T^{13}$, $4T^{1331}$, ..., $8T^{15}$, $8T^{1551}$, $8T^{155115}$, ... Все они обладают самосимметричностью и возникли из соответствующих синфазных изомеров. Отличия в динамике цепочек из четного и нечетного

количества элементов имеются только при небольших N , когда еще не проявляются пространственно-временные процессы.

Предложенная классификация изомеров и естественным образом связанный с ней механизм формирования мультистабильности в пределе нулевой связи не зависят от количества фейгенбаумовских элементов в цепочке и позволяют предсказать какие виды изомеров, в принципе, могут существовать в системе. С увеличением связи все многообразие изомеров не сохраняется. Для систем с диссилативной связью дальше всех существуют изомеры, возникшие непосредственно из синфазных режимов с небольшим периодом. Начиная с некоторых значений K остается только ветвь А синфазных режимов.

На наш взгляд, полученные результаты могут оказаться полезными как для анализа систем с мультистабильностью, которые могут быть использованы в качестве элементов памяти, так и при изучении пространственно-временных процессов в цепочках из большого числа фейгенбаумовских элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kaneko K. Collapse of tori and genesis of chaos in dissipative systems. - Singapore: World Scientific, 1986.
2. Анищенко В.С., Арансон И.С. //ДАН СССР. 1986. Т. 286. № 5. С.1120.
3. Кузнецов С.П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т.29. № 8. С.883.
4. Alstrom P., Ritala R.K. //Phys.Rev.A. 1987. V.35. N 1. P.300.
5. Астахов В.В., Безручко Б.П. и др. //Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 3. С.60.
6. Ikeda K., Matsumoto K. //Physica. 1987. V. 29D. N 1-2. P.223.

Саратовский филиал
Института радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию
30 ноября 1989 г.

MULTISABILITY FORMATION, GLASSIFICATION OF ISOMERS AND THEIR EVOLUTION IN COUPLED FEIGENBAUM SYSTEMS

V.V.Astakhov, B.P.Bezruchko, V.I.Ponomarenko

Multistability formation mechanisms in coupled Feigenbaum systems are investigated, the classification of possible oscillation types is carried out, relationships in growth of isomers number with the increased cell number and cycle period, isomer evolution by system parameter variation is studied.

УДК 535.211+533.6

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ ТАЛАНОВА ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕПЛОВОГО САМОВОЗДЕЙСТВИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА В ПОТОКЕ ГАЗА

Е. В. Устинов

Преобразование координат Таланова обобщено на случай самовоздействия оптического пучка в потоке газа. С помощью полученного преобразования решена задача о распространении оптического пучка на трассах протяженностью много большей, чем длина теплового самовоздействия.

При распространении когерентного излучения в среде с кубической нелинейностью существует эквивалентность между коллимированным и сфокусированными пучками, которая была впервые установлена Талановым с помощью специального преобразования координат [1]. В этой же работе было отмечено, что аналогичная эквивалентность имеет место также и для некоторого (весьма узкого) круга задач нелинейной оптики. Целью настоящей работы является обобщение преобразования координат Таланова на случай теплового самовоздействия пучка излучения в потоке газа и создание на его основе нового метода расчета распространения интенсивных оптических пучков на трассах, имеющих протяженность, существенно превышающую длину теплового самовоздействия.

Распространение пучка излучения в поперечном потоке слабопоглощающего газа описывается, как известно, уравнением квазиоптики с начальными и краевыми условиями [2]

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -i \frac{v_1^2 u}{2F} - i p_1(x, y) F N u - \frac{N_\alpha}{2} u, \\ u|_{z=0} = u_0(x, y), \quad u|_{x, y \rightarrow \pm \infty} \longrightarrow 0. \quad (1)$$

Здесь $u(x, y)$ - комплексная функция электромагнитного поля, $I=uu^*$ - безразмерная интенсивность (отнесенная к характерной интенсивности I_0), $F=(2\pi/\lambda)(a/L^2)$ - число Френеля, λ - длина волны излучения, a - радиус пучка, L - характерное расстояние в направлении распространения, $N_\alpha = \alpha L$ - параметр поглощения, α - коэффициент поглощения излучения, N - параметр нелинейности или самовоздействия, который в общем случае может быть функцией z за счет изменения v_0 или α по трассе. Последний определяется по формуле

$$N = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{L^2 (n_0 - 1) \alpha I_0}{p_0 V_0^\alpha}, \quad (2)$$

где n_0 , p_0 , V_0 - соответственно показатель преломления, давление и перпендикулярная к оптическому пучку составляющая скорости невозмущенного газового потока, κ - показатель адиабаты. Функция $p_1(x, y)$, определяемая из уравнений гидродинамики, есть безразмерное возмущение плотности газа, вызванное поглощением излучения.

Масштабом возмущения плотности (величиной, на которую обезразмеривается ρ_1) является параметр $(\kappa-1)\kappa^{-1}(\alpha I_0 a/p_0 V_0)$. Поперечные координаты x, y обезразмерены на радиус пучка a , продольная координата z отнесена к L . Ось z направлена вдоль газового потока.

В дозвуковом потоке для $\rho_1(x, y)$ можно получить следующее уравнение и граничные условия [2]:

$$\left[(1-M^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \frac{\partial \rho_1(x, y)}{\partial x} = -v_1^2 I(x, y), \quad (3)$$

$$\rho_1 \Big|_{x \rightarrow -\infty} = 0, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \Big|_{x, y \rightarrow \pm\infty} = 0,$$

где $M = V_0/c$ - число Маха, c - скорость звука. В случае конвективного газодинамического режима ($M=0$) задача (3) имеет простое решение

$$\rho_1 = - \int_{-\infty}^x (x_1, y) dx_1. \quad (4)$$

В сверхзвуковом потоке ($M>1$) возмущение плотности выражается через I в виде [2]

$$\rho_1(x, y) = \int_{-\infty}^x \left\{ -I(x_1, y) + \frac{M^2}{2\beta^2} \left[I\left(x_1, y - \frac{x-x_1}{\beta}\right) + I\left(x_1, y + \frac{x-x_1}{\beta}\right) \right] \right\} dx_1, \quad (5)$$

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1}.$$

Рассмотрим преобразование координат Таланова:

$$x' = \frac{x}{1-z/z_f}, \quad y' = \frac{y}{1-z/z_f}, \quad z' = \frac{z}{1-z/z_f}; \quad (6)$$

$$u(x, y, z) = \frac{1}{1-z/z_f} u'(x', y', z') \exp\left(-\frac{iF}{2z_f} \frac{x+y}{1-z/z_f}\right). \quad (7)$$

При этом возмущение плотности ρ_1 , входящее в уравнение (1) на любом газодинамическом режиме в соответствии с формулами (3)-(5), будет преобразовываться следующим образом:

$$\rho_1(x, y) = \frac{1}{1-z/z_f} \rho'_1(x', y') \quad (8)$$

(ρ'_1 определяется уравнениями (3)-(5) с заменой x и y на x' и y' , I на $I' = u' u'^*$).

В дополнение к преобразованию координат Таланова (6), (7) будем преобразовывать также и параметры N и N_α , которые могут быть функциями продольной координаты z , по формулам

$$N(z) = \frac{N'(z')}{1-z/z_f}, \quad N_\alpha(z) = \frac{N'_\alpha(z')}{(1-z/z_f)^2}. \quad (9)$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что задача теплового самовоздействия (совместное решение уравнения оптики (1) и одного из гидродинамических уравнений (3)-(5)) остается инвариантной к системе преобразований (6)-(9).

В качестве примера рассмотрим задачу (1) для сфокусированного на расстояние z_f пучка с соответствующим начальным распределением

функции поля $u_0 \exp[iF/2z_f(x^2+y^2)]$. Параметр N_α для простоты положим равным нулю (слабое поглощение), а параметр самовоздействия выберем в виде $N(z)=N_0/(1-z/z_f)$, где N_0 - константа. Согласно определению (2) такой вид $N(z)$ имеет место для случая вращающегося вокруг фокуса пучка. В соответствии с преобразованием (6)-(9) решение данной задачи $u(x,y,z)$ будет связано с решением эквивалентной задачи u' следующим образом:

$$u(x,y,z) = \frac{1}{1-z/z} u' \left(\frac{x}{1-z/z_f}, \frac{y}{1-z/z_f}, \frac{z}{1-z/z_f} \right) \exp \left(\frac{iF}{2z_f} \frac{x^2+y^2}{1-z/z_f} \right).$$

где u' - решение задачи (1) для коллимированного пучка с $N=N_0=\text{const}$.

Таким образом, распределение интенсивности в условиях самовоздействия сфокусированного (в точку z_f) пучка на трассе длиной z при условии вращения вокруг фокуса будет в точности подобно распределению интенсивности коллимированного пучка на трассе длиной $z/(1-z/z_f)$ при постоянной скорости бокового обдува*.

Укажем на следующие возможности применения найденного преобразования координат в численных расчетах.

Во-первых, оно может использоваться в качестве теста при апробировании различных методов решения задачи теплового самовоздействия. Так, решив две (или более) эквивалентные задачи и сравнив результаты, можно судить о точности того или иного численного алгоритма. Следует отметить, что данный тест является, по-видимому, единственным для задач теплового самовоздействия излучения в газовом потоке, поскольку на сегодняшний день неизвестно ни одного аналитического решения данной задачи, исключая случай геометрической оптики и слабой тепловой нелинейности.

Во-вторых, преобразование координат Таланова можно использовать в тех случаях, когда размер пучка существенно меняется вдоль трассы. Традиционно данное преобразование использовалось при расчетах сфокусированных пучков излучения в условиях относительно слабого самовоздействия и при больших числах Френеля [3]. В таких ситуациях изменение поперечного размера пучка вдоль трассы примерно соответствует случаю распространения излучения в вакууме в рамках геометрической оптики. При переходе к рассмотрению эквивалентного коллимированного пучка с использованием преобразования координат Таланова получается, что его размер остается приблизительно неизменным и это удобно для исследования.

Кроме случаев распространения сфокусированных пучков, при которых размер светового пятна сильно меняется по трассе, аналогичная ситуация может возникнуть и при распространении коллимированного пучка излучения. Так, если протяженность трассы существенно превосходит дифракционную длину $L_D=ka^2$ либо длину теплового

самовоздействия $L_t = \left(\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{\rho_0 V_0 a}{(\rho_0 - 1) \alpha I_0} \right)^{1/2}$, то размер пучка на мишени будет существенно превосходить свой начальный диаметр. В такой ситуации при расчете распространения излучения обычными методами (без применения адаптивных сеток) приходится заводить большие

*Аналогия с вращением в случае скорости бокового обдува, сравнимой со скоростью звука, будет верна лишь в том случае, если скорость звука будет меняться по трассе вращающегося пучка пропорционально скорости потока, что необходимо для выдерживания числа $M=\text{const}$ вдоль трассы. В случае малой скорости обдува (медленное вращение) возмущение плотности ρ_1 не зависит от M (формула (4)) и указанное ограничение снимается.

"буферные области", что резко увеличивает время счета и требуемый объем памяти. Обойти отмеченные трудности удается с помощью расчета самовоздействия эквивалентного сфокусированного пучка. При этом фокусное расстояние z_f удается подобрать таким, чтобы размер пучка не сильно менялся по трассе. Выбор величины z_f следует производить в соответствии с оценками изменения радиуса коллимированного пучка вдоль трассы.

Упрощение, достигаемое с помощью перехода к эквивалентному сфокусированному пучку, продемонстрируем на примере расчета теплового самовоздействия коллимированного пучка на трассе протяженностью много больше длины теплового самовоздействия L_t . В этом случае выполнить расчеты обычным способом не представляется возможным, поскольку размер пучка будет неограниченно возрастать и в конце концов выйдет за пределы расчетной (сеточной) области.

Итак, пусть имеем в штрихованных переменных задачу (1). Скорость ветрового обдува v_0 считаем постоянной. В качестве характерной длины вдоль направления распространения выберем длину теплового самовоздействия L_t (на нее обозначим координату z'). При этом, согласно (2), параметр $N'=1$. Как и раньше, для простоты положим $N_\alpha=0$. В качестве искомой величины выступает распределение безразмерной интенсивности на мишени

$$I'(x', y') = u' u' \Big|_{z=z'_m},$$

где $z'_m \gg 1$ - безразмерное (отнесенное к L_t) расстояние до мишени.

После перехода к эквивалентной задаче для сфокусированного на расстояние z_f пучка (переменные без штрихов) для функции $u(x, y)$ опять будет иметь задачу (1) с соответствующим начальным условием

$$u(x, y) \Big|_{z=0} = u_0 \exp \left[-\frac{iF}{2z_f} (x^2 + y^2) \right], \quad (10)$$

где $u_0 = u' \Big|_{z'=0}$ - начальное условие задачи для коллимированного пучка. Параметр $N(z)$ в задаче для сфокусированного пучка в соответствии с (9) примет вид $N(z) = 1/(1-z/z_f)$, а в качестве искомой функции выступает распределение интенсивности $I(x, y)$ в сечении $z_m = z'_m/(1+z'_m/z_f)$. Согласно формулам (6), (7) имеем связь решений задач для коллимированного и сфокусированного пучков в виде

$$I'(x', y') = \frac{1}{(1+z'_m/z_f)^2} \times \quad (11)$$

$$\times I \left(x = \frac{x'}{1+z'_m/z_f}, y = \frac{y'}{1+z'_m/z_f} \right) \Big|_{z=z_m=z'_m(1+z'_m/z_f)^{-1}}.$$

Для выбора z_f определим, во сколько раз размер области, занятой излучением на мишени, в задаче для коллимированного пучка превзойдет свой начальный диаметр. Для изменения поперечного размера пучка вдоль трассы имеем следующие оценки:

$$\frac{dr}{dz'} = \theta(z'), \quad \frac{d\theta}{dz'} = \frac{I'_0}{r^2},$$

где r - безразмерный (отнесенный к a) радиус пучка, θ - угол расходимости (отнесен к a/L), I'_0 - начальная безразмерная интенсивность пучка (полагается равной единице).

Полученная система легко сводится к обыкновенному дифференци-

альному уравнению, решение которого при $r|_{z'=0}=1$, $\frac{dr}{dz'}|_{z'=0}=0$ есть

$$z' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(r \sqrt{1-1/r} - \ln \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-1/r}}}{\sqrt{1+\sqrt{1-1/r}}} \right)$$

При $z' \gg 1$ имеем $r \gg 1$ и членом $1/r$ можно пренебречь. При этом последняя формула упрощается: $r=\sqrt{2}z'$, т.е. радиус пучка растет пропорционально z' . Выбрав $z_f=0(1)$, в соответствии с формулой (11) получим, что размер пятна в задаче для сфокусированного пучка остается примерно равным начальному, что удобно при исследовании.

Положим $z_f=1$. При $z'_H \gg 1$ комплекс $1+z'_H/z_f$ в формуле (11) может быть заменен на z'_H , вносимая при этом относительная погрешность порядка $1/z'_H$. Кроме того, при $z'_H \rightarrow \infty$ $z_H \rightarrow 1$. Учитывая это, формулу (11) можно окончательно переписать в виде

$$I'(x', y')|_{z'=z'_H} = \frac{1}{z'_H^2} I_1 \left(\frac{x'}{z'_H}, -\frac{y'}{z'_H} \right) \left[1 + O\left(\frac{1}{z'_H}\right) + R(z'_H) \right], \quad (12)$$

где I_1 - решение задачи (1) с начальным условием (10) при $z_f=1$ и $N(z)=1/(1-z)$ в сечении $z=1$. Член $R(z'_H)$ - относительная погрешность, связанная с заменой величины z_H на единицу в формуле (11).

Произведем оценку $R(z'_H)$ по порядку величины. Поскольку оценка является грубой, задачу (1) для сфокусированного пучка можно рассматривать в рамках геометрической оптики:

$$\frac{1}{I} \frac{\partial I}{\partial z} + \left(\frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{I}}{I}, \vec{S} \right) + (\vec{v}_1, \vec{S}) = 0; \quad (13)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + (\vec{S}, \vec{v}_1) \right] \vec{S} = N(z) \vec{v}_1 \rho_1, \quad (14)$$

$$I|_{z=0} = u_0 u_0^*, \quad \vec{S}|_{z=0} = \vec{x}, \quad N(z) = \frac{1}{1-z},$$

где $\vec{S}=(\theta_x, \theta_y)$ - безразмерная (отнесенная к a/L) проекция единичной нормали к волновому фронту на плоскость xy , $\vec{x}=(x, y)$ - радиус-вектор в плоскости xy .

Как было показано ранее, размер пятна на мишени при переходе к задаче о сфокусированном пучке остается по порядку величины равным начальному. Это означает, что в задаче (13), (14) $I(x, y)$, а следовательно, и $\rho_1(x, y)$ остаются $O(1)$ на всем протяжении трассы $0 < z < 1$.

Что касается величины $S(z)$, то из-за особенности $N(z)$ в точке $z=1$ $\vec{S}(z)$ также имеет особенность. Переходя к интегрированию вдоль траектории лучей в уравнении (14), можно получить оценку

$$|\vec{S}(z)| \sim \int_0^z N(z_1) dz_1 = -\ln(1-z).$$

Аналогично, интегрируя уравнение (13), имеем

$$\Delta I = I|_{z=1} - I|_{z=z_H} \sim \int_{z_H}^1 |\vec{S}(z_1)| dz_1 \sim (z_H - 1) \ln(1-z_H) \approx \frac{1}{z'_H} \ln\left(\frac{1}{z'_H}\right),$$

$$R(z'_n) = O\left(-\frac{1}{z'_n} \ln \frac{1}{z'_n}\right).$$

В формуле (12) функция $I_1(x, z)$ определяет распределение интенсивности в дальней зоне коллимированного пучка, т. е. на расстояниях от источника много больше длины теплового самовоздействия. Величина $R(z'_n)$ характеризует точность асимптотики дальнего поля. Условие $|1/z'_n \ln 1/z'_n| < 1$ определяет то расстояние (безразмерную координату z'_n), начиная с которого можно использовать соотношение (12).

Функция $I_1(x, y)$ была найдена численно для трех газодинамических режимов: $M=0$ – конвективный режим, $M=0,8$ – дозвуковой режим, $M=2$ – сверхзвуковой режим. Результаты показаны на рис. 1. В левой колонке изображены изолинии функции $I_1(x, y)$, представлены линии уровня $0,1I_m, 0,25I_m, 0,5I_m, 0,75I_m, 0,9I_m$, где $I_m = \max_{x,y} \{I(x, y)\}$, в правой колонке – графики интенсивности на оси симметрии пучка $I_1(x, y=0)$. Расчеты проведены для гауссова начального распределения интенсивности $I_0'(x', y') = I_0(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ и числа Френеля $F = ka^2/L_T = 3$. Для сверхзвукового режима максимальное значение интенсивности I_m достигается в двух точках вне оси симметрии. Данные точки на рисунке отмечены крестиком, а значение интенсивности в них I_m приведено в правом верхнем углу.

Решение задачи для сфокусированного пучка не вызывает особых сложностей несмотря на особенность $N(z)$ вблизи $z=z_f$. В настоящей работе для численного интегрирования данной задачи использовался алгоритм, предложенный в [4]. Для конвективного и дозвукового режимов при расчетах оказалось удобным переходить к эквивалентному сфокусированному пучку с $z_f=1$, а для сверхзвукового режима к пучку с $z_f=2$. Для получения представленных на рис. 1 результатов использовались сетки с шагами по продольной координате $\Delta_z = z_f/15,5$ и по поперечным координатам $\Delta_{x,y} = 1/128$, где l – размер сетки вдоль осей x и y ($-1/2 < x < 1/2, -1/2 < y < 1/2$). Для дозвукового и конвективного режимов выбиралось значение $l=8$, а для сверхзвукового $l=6,4$ (выбор величины l соответствует размеру пучка в конечном сечении $z=z_f$).

С целью проверки точности полученных результатов были проведены контрольные расчеты для конвективного и сверхзвукового газодинамических режимов на сетках с уменьшенными в два раза шагами Δ_z и $\Delta_{x,y}$. При этом отличие максимума интенсивности составило 6,5% для сверхзвукового режима и 2,5% для конвективного без существенного изменения картины изофот. Для дозвукового режима проверочные расчеты не выполнялись, поскольку данный режим является самым трудным для численного исследования (возмущение плотности не выражается в виде квадратуры от интенсивности), и проведение расчетов с мелкими шагами затруднительно из-за ограниченности машинных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Таланов В. И. //Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11. Вып. 6. С. 303.
2. Кучеров А. Н., Устинов Е. В. //Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 3. С. 299.

3. Wallace J.//J.Opt. Soc. Am. 1972. V.62. N 3. P.373.
4. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D.//Appl. Phys. 1976. V.10. N 2.

Центральный аэрогидродинамический
институт

Поступила в редакцию
5 декабря 1989 г.

APPLICATION OF TALANOF COORDINATE TRANSFORMATIONS
TO THE TREATMENT OF THE THERMAL BLOOMING
OF AN OPTICAL BEAM IN GAS FLOW

E.V.Ustinov

Talanov coordinate transformations was generalized for the case of the thermal blooming of optical beam in a gas flow. The problem of thermal blooming of an beam on traces long with respect to the thermal blooming length was solved using these transformations.

УДК 537.86:519

О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА МЕХАНИЗМЫ ШУМА $1/f^*$

М. Е. Герценштейн, А. Н. Коротков, В. В. Потемкин, А. В. Степанов

Показано, что термодинамика позволяет отбраковывать конкретные равновесные механизмы шума $1/f$.

1. Проблема шума $1/f$ (фликкер-шума) в последнее время привлекает всеобщее внимание [1-4]. Мы будем говорить об электрических "токовых шумах", которые обнаруживаются (проявляются) при пропускании через образец тока. На сегодняшний день механизм возникновения избыточного шума не ясен. Модели, использующиеся для объяснения $1/f$ -шума, можно разбить на два класса: "деградационные" и термодинамически равновесные.

В "деградационных" моделях [5] предполагается, что образец содержит "следы бурного приготовления" и медленно приближается к термодинамически равновесному состоянию - минимуму свободной энергии. Это приближение (старение, деградация) сопровождается флюктуациями, которые и вызывают $1/f$ -шум. Например, если полупроводник неоднородно легирован, то по истечении весьма большого промежутка времени τ_{\max} диффузия приведет к однородному распределению примесей. В деградационных моделях нет термодинамического равновесия, оно устанавливается за τ_{\max} , и тем самым спектр выходит на плато на частотах порядка τ_{\max}^{-1} . Шум $1/f$ при этом имеет низкочастотную границу, что снимает вопрос о расходности интеграла от спектральной плотности шума. Интенсивность шума и время τ_{\max} в деградационных теориях должны быть связаны между собой, и эта связь должна даваться теорией, хотя такие формулы еще никем не были выведены. Время τ_{\max} может быть ограничено снизу - например гарантийным сроком прибора, оценено из тех или иных физических данных, а интенсивность шума измерена. Такие исследования были бы крайне интересны.

В термодинамически равновесных моделях рассматриваются флюктуации около равновесного состояния [6]. В настоящей статье будет показано, что на основании первого и второго начал термодинамики можно высказать некоторые утверждения, касающиеся шумовых свойств, в частности, отбраковывать конкретные равновесные механизмы шума $1/f$.

Отметим два обстоятельства.

При написании статьи мы старались не применять формул и понятий статистической физики и тем самым не использовать предположений об эргодичности [7]. В неэргодических системах может не быть распределения Гиббса, не доказана ФДТ, однако должны быть справедливы первый принцип термодинамики - закон сохранения энергии - и второй принцип - передача тепла идет от горячего тела к холодному. Ниже (например, разд. 2) будет показано, что используя только эти принципы - начала термодинамики, можно сделать определенные утверждения и для неэргодических систем. В силу

* Доложено 29.09.88 г. на У Всеобщей конференции "Флюктуационные явления в физических системах".

сказанного в статье мы предпочли изложение, не использующее формулы для энтропии и распределения Гиббса.

При рассмотрении равновесных моделей время после "приготовления" образца не входит в теорию, и поэтому должны выполняться все требования термодинамики, которая рассматривает термодинамическое равновесие при $-\infty < t < +\infty$. Термодинамика запрещает любое нарушение равновесия, сколь угодно малое, причем неважно, что время накопления, необходимое для обнаружения превышения над уровнем флуктуаций, может превышать возраст Вселенной. Поэтому рассматриваемые случаи термодинамического равновесия аналогичны мысленным экспериментам в квантовой механике [8] - реально их выполнить нельзя, но они имеют доказательную силу при рассмотрении равновесных моделей, не содержащих время явно.

2. Статистическая физика позволяет рассчитывать равновесные флуктуации для эргодических консервативных систем ([6] гл. 12). При $\hbar\omega \ll kT$ справедлива теорема о равнораспределении: на каждую степень свободы приходится энергия $kT/2$. Сопротивление не является термодинамической величиной. Шумовая ЭДС сопротивления R может быть вычислена при рассмотрении системы, состоящей из сопротивления и емкости, соединенных параллельно. Поскольку заряд конденсатора обязан флуктуировать (так как это термодинамическая степень свободы), то будет поток энергии от емкости к сопротивлению. Из условия отсутствия направленных потоков энергии в термодинамическом равновесии можно вычислить шумовую ЭДС [9]:

$$\bar{\varepsilon}^2 = 4kTR \Delta f, \quad (1)$$

где Δf - интервал частот. Подчеркнем, что в (1) $\bar{\varepsilon}^2$ зависит только от величины сопротивления и не зависит от его природы. В связи с этим возникает следующий вопрос: справедлива ли формула (1) для неэргодических систем, когда нельзя пользоваться обычной статистической теорией флуктуаций? Докажем, что поскольку основные положения термодинамики - невозможность вечного двигателя первого и второго рода остаются в силу и для неэргодических систем, то (1) также остается справедливой. Рассмотрим цепь из двух сопротивлений - одно из материала, в котором не выполняется эргодичность, и другое -обычное. С помощью чисто реактивных элементов без потерь можно создать идеальный трансформатор и фильтр с частотной характеристикой, сколь угодно близкой к идеальному фильтру, и заданным волновым сопротивлением. Из термодинамики следует, что спектр флуктуаций шумовой ЭДС одинаков для любых сопротивлений одинакового номинала, так как если спектр неодинаков, то, соединив два таких сопротивления через фильтр, можно добиться, чтобы одно из сопротивлений нагревалось, а другое охлаждалось. Таким образом, нарушение эргодичности внутри сопротивления не должно сказываться на внешних характеристиках.

3. Переходим к вопросу о флуктуациях величины сопротивления образца. Рассмотрим сначала вспомогательную задачу о связи флуктуаций сопротивления образца δR с локальными флуктуациями проводимости $\delta\sigma$ (проводимость может быть неоднородной по образцу).

Будем исходить из равенства поглощаемой электрической мощности и выделяемого джоулева тепла:

$$\oint \varphi j dS = \int \sigma E^2 dV. \quad (2)$$

Здесь $\vec{E} = -\nabla\varphi$, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, $\sigma = \sigma(\vec{r})$, нормаль при интегрировании по поверхности образца направлена внутрь. Варьируя (2) по σ и используя неразрывность тока, легко получить в первом порядке по $\delta\sigma$

$$\oint (\varphi \delta \vec{j} + \vec{j} \delta \varphi) dS = \int \delta \sigma E_0^2 dV, \quad \vec{E}_0 = \vec{E}. \quad (3)$$

Здесь E_0 - среднее значение электрического поля. Рассмотрим для простоты образец с двумя контактами, причем пусть ток I неизменен и

флуктуация сопротивления δR приводит к изменению разности потенциалов u на контактах. Тогда из (3) имеем

$$-\int \delta \sigma E^2 dV = I \delta u = I^2 R (\delta R / R_0), \quad R_0 = \bar{R}. \quad (4)$$

Подчеркнем, что в (4) стоит объемный интеграл от $\delta \sigma$ с весовой функцией E^2 . Пространственные моды флуктуаций $\delta \sigma$, ортогональные весовой функции, не дают вклада в флуктуации сопротивления. Иными словами, важна только одна пространственная мода. Мы хотели бы отметить, что ситуация здесь радикально отличается от теплоемкости — вклад в энергию вещества дают все моды колебаний решетки и поэтому проводится суммирование по всем модам ([6] гл. 6). В связи с этим, на наш взгляд, аналогия между шумами $1/f$ и теплоемкостью спиновых стекол [10, 11] нуждается в более подробном обосновании.

Отметим, что соотношение (4) может быть применено и в случае четырехконтактного метода измерений, если измерительные контакты расположены между токовыми; при этом объемный интеграл берется лишь по области между измерительными контактами.

4. Сопротивление образца не является термодинамической переменной, характеризующей его состояние, что позволяет избежать противоречия с бесконечностью дисперсии при $1/f$ -шуме. Однако проводимость вещества зависит от его микросостояния, в первом порядке $\delta \sigma = \sum S_k \eta_k$, где S_k — постоянные, η_k — координаты, характеризующие микросостояние. Если все η_k — термодинамические переменные, то дисперсия каждой из них ограничена. Если число таких переменных конечно, то дисперсия оказывается конечной, что невозможно для $1/f$ -шума.

Для пояснения рассмотрим конкретный пример. В работе [2] подробно обсуждался вопрос о возможности того, что флуктуации проводимости со спектром $1/f$ обусловлены только флуктуациями концентрации числа свободных носителей n_0 . Покажем, что термодинамика дает однозначный отрицательный ответ. Проводимость линейна по концентрации свободных носителей

$$\sigma = \epsilon n_0, \quad \delta \sigma / \sigma_0 = \delta n_0 / n_0, \quad \sigma_0 = \bar{\sigma}, \quad (5)$$

где μ — подвижность. С учетом (4) для однородного случая

$$\frac{\overline{\delta R^2}}{R^2} = \frac{\delta N_0^2}{N_0^2} \sim \frac{i}{N_0}, \quad \sigma E_0^2 = \text{const}. \quad (6)$$

Здесь N_0 — общее количество свободных носителей в образце.

Формула Хоуге для конечного интервала частот $f_1 < f < f_2$ дает дисперсию

$$\frac{\overline{\delta R^2}}{R^2} = \int_{f_1}^{f_2} \frac{\alpha}{N_0} \frac{df}{f} = \frac{\alpha}{N_0} \ln \frac{f_2}{f_1}, \quad (7)$$

где $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ — константа Хоуге. Сравнивая (6) и (7), имеем

$$\overline{\delta N_0^2} = \alpha N_0 \ln f_2 / f_1.$$

Очевидно, что $1/f$ -шум во всем диапазоне частот не может быть объяснен рассматриваемой моделью флуктуации концентрации свободных носителей, так как $\ln f_2 / f_1$ является в этом случае бесконечной величиной, в то время как $(\delta N_0)^2$ остается конечным.

5. Выше мы предполагали, что $1/f$ -шум существует во всем диапазоне частот, однако более корректно рассматривать такие полосы частот, где реально проводятся измерения $1/f$ -шума. Например, для

объяснения $1/f$ -шума в пяти декадах по частоте необходимо иметь

$$\delta N_0^2 \approx 2,3 \cdot 10^{-2} N_0. \quad (8)$$

Учтем квазинейтральность образа, тогда флуктуации числа свободных носителей N_0 возможны только при появлении носителей, связанных ловушками. В предположении о независимости процессов захвата и испускания носителей каждой ловушкой $(\delta N_0)^2 = (\delta N_1)^2 \approx N_1$, где N_1 - эффективное число "работающих" ловушек. Под "работающей" мы понимаем ловушку, вероятность заполнения которой порядка $1/2$, так что она дает вклад в дисперсию порядка единицы, причем эта ловушка должна иметь характерное время захвата и испускания носителей в требуемом диапазоне ($f_2^{-1} < \tau < f_1^{-1}$). Очевидно, "работающие" ловушки должны иметь энергетические уровни в полосе порядка kT вблизи уровня Ферми. Учитывая, что $kT=0,026$ эВ при комнатной температуре, а характерный энергетический диапазон распределения уровней ловушек порядка одного электронвольта, получаем с учетом (8), что для объяснения $1/f$ -шума в пяти декадах необходимо, чтобы число ловушек было порядка или более числа свободных носителей.

Поэтому рассматриваемая модель не может быть применена к металлам, в которых число свободных носителей порядка числа атомов, в то же время модели, объясняющие $1/f$ -шум в полупроводниках флуктуациями концентрации свободных носителей, в частности модель Макуортера, должны встечаться с большими трудностями при количественном сравнении с экспериментом, так как требуют слишком большого числа ловушек.

6. Рассмотрим модель, в которой подвижность и флуктуирует из-за того, что меняются свойства дефектов, на которых рассеиваются носители, например электроны. Пусть дефект может находиться в двух состояниях, A и B , близких по энергии, но сильно отличающихся по сечению рассеяния электронов $\bar{\sigma}_A, \bar{\sigma}_B \neq \sigma_B$. Тогда флуктуации эффективного числа соударений ν равны

$$\delta\nu = \nu(\sigma_A \sigma_B) \delta n_A, \quad \delta n_A + \delta n_B = 0, \quad (9)$$

где δn_A - флуктуация концентрации дефектов в состоянии A , тогда $\delta\sigma/\sigma = \delta n_A/n_A$, что по форме совпадает с (5), только вместо концентрации носителей рассматривается концентрация дефектов. Мы видим, что термодинамика отвергает рассматриваемую модель совершенно так же, как и предыдущую.

Формула (9) предполагает, что рассеяние на каждом дефекте происходит независимо, как это обычно и принято в теории полупроводников. Однако при малом расстоянии между дефектами $\sigma_{A+B} \neq \sigma_A + \sigma_B$. С учетом этого число состояний решетки на поверхности постоянной энергии в фазовом пространстве, не эквивалентных по сопротивлению, резко возрастает. Формально этот случай не отвергается термодинамикой, но он еще никем не был рассмотрен.

Приведенные примеры показывают, что термодинамический анализ механизмов шума $1/f$ безусловно представляет интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Ziel A. //Adv. Electron and Electron. Phys. 1979. V.49. P. 225.
2. Hooge F.N., Kleinpenning T.C., Vandamme L.K. //J.Rept. Progr. Phys. 1981. V.44. P.479.
3. Dutta P., Horn P.M.//Rev. Mod.Phys. 1981. V.53. P.497.
4. Коган Ш.М. //УФН. 1985. Т.145. С. 285.

5. Малахов А. Н. //Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. С. 54.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. - М.: Наука, 1976. Ч. 1.
7. Климонтович Ю. Л. Статистическая физика.-М.: Наука, 1982. Гл. 7.
8. Нильс Бор//Избранные научные труды. -М.: Наука, 1970. Т. 2. С. 28,44,72.
9. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику.-М.: Наука, 1981. Гл. 3.
- 10.Kogan Sh.M.//Sol. Stat. Comm. 1981. V.38. P.1015.
- 11.Альтшулер Б. Л., Спивак Б. З.//Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 49. N 8. С. 459.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
28 февраля 1989 г.,
в окончательном варианте
7 июля 1990 г.

THE THERMODYNAMICAL RESTRICTIONS ON $1/f$ NOISE MODELS

M.E.Gertsenshtein, A.N.Korotkov, V.V.Potemkin, A.V.Stepanov

It's shown that thermodynamics allows one to throw off several equilibrium models of $1/f$ noise.

УДК 621.396.671.8

**АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК
ПРИ НАЛИЧИИ ФЛУКТУАЦИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА***

А. А. Мальцев, Г. В. Серебряков

Проанализированы основные характеристики адаптивных антенных решеток в случае быстрых и медленных временных искажений волнового фронта полезного сигнала. Изучено влияние на выходное отношение сигнал-шум размеров апертуры, флуктуаций и мощности полезного сигнала. Рассмотрен случай угловых флуктуаций полезного сигнала.

1. Практически во всех работах, посвященных изучению стационарных режимов адаптивных антенных решеток (AAP), на полезный сигнал накладываются определенные априорные требования [1, 2]. В частности, при рассмотрении широко используемых AAP с ограничениями предполагается известным угол прихода полезного сигнала [1-3]. Если же падающая волна не плоская, то необходимо знать амплитудно-фазовое распределение, наводимое источником полезного сигнала в элементах антенны. Это распределение может быть описано некоторым вектором, называемым в дальнейшем вектором-фазором полезного сигнала. Для широкого круга задач вектор-фазор полезного сигнала в силу ряда обстоятельств точно не известен. Причинами возникновения таких ошибок могут являться как флуктуации волнового фронта полезного сигнала, вызванные флуктуациями среди распространения, так и разнообразные механические деформации самой конструкции антенной системы. При наличии таких флуктуаций вектор-фазор полезного сигнала можно представить в виде

$$\vec{S}_0(t) = \vec{S}_0 + \Delta\vec{S}(t), \quad (1)$$

где \vec{S}_0 - некоторое заданное нормированное ($\vec{S}_0^T \vec{S}_0^* = N$) значение

вектора-фазора, на который выставлены ограничения, а $\Delta\vec{S}(t)$ описывает искажения волнового фронта(или механические деформации конструкции антенны) во времени.. В известных работах [3-5] исследовалось влияние на характеристики AAP только статических (не меняющихся во времени) ошибок в задании вектора-фазора полезного сигнала. Целью настоящей работы является определение основных характеристик AAP при наличии малых, изменяющихся во времени искажений волнового фронта полезного сигнала. При этом аналитические результаты удается получить в двух предельных случаях - быстрых и медленных по сравнению с временем настройки адаптивного алгоритма, флуктуациях вектора $\Delta\vec{S}(t)$.

2. Рассмотрим сначала случай медленных флуктуаций волнового вектора полезного сигнала. Пусть на N -элементную, линейную, эквидистантную AAP с ограничениями на изменение коэффициента

*Статья представлена авторами на диске.

усиления в направлении на априори известный вектор-фазор \vec{S}_0 помимо полезного сигнала $a_0(t)$ падает некоррелированный с ним помеховый $a_1(t)$ с вектором-фазором \vec{S}_1 . Вектор принимаемого сигнала записывается в виде

$$\vec{x}(t) = a_0(t) \vec{S}_0(t) + a_1(t) \vec{S}_1 + \vec{\eta}(t), \quad (2)$$

где $\vec{\eta}(t)$ - вектор независимого, собственного шума, а комплексные амплитуды $a_0(t), a_1(t)$ - быстрые по сравнению с изменением вектора-фазора $\vec{S}_0(t)$. Тогда ковариационная матрица принимаемого сигнала записывается в виде

$$R_{xx}(t) = \sigma_\eta^2 I + \sigma_0^2 \vec{S}_0^* (t) \vec{S}_0^T(t) + \sigma_1^2 \vec{S}_1^* \vec{S}_1^T, \quad (3)$$

где $\sigma_\eta^2, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ - мощности собственного шума, сигнала и помехи соответственно. Заметим, что R_{xx} есть функция от времени, в соответствии с изменением вектора-фазора $\vec{S}_0(t)$. В рассматриваемом случае медленных флуктуаций волнового фронта весовые коэффициенты успевают отслеживать изменения вектора-фазора и поэтому, в отличии от случая статических ошибок, оптимальный весовой вектор $\vec{w}_{opt}(t)$ зависит от времени и определяется в виде [1]

$$\vec{w}_{opt}^*(t) = R_{xx}^{-1}(t) \vec{S}_0^* (\vec{S}_0^T R_{xx}^{-1}(t) \vec{S}_0^*)^{-1}. \quad (4)$$

Здесь $R_{xx}^{-1}(t)$ - обратная ковариационная матрица. Предположим, что помеха приходит в боковой лепесток стационарной диаграммы направленности(ДН). Тогда для $R^{-1}(t)$, используя [1,2], получим

$$R_{xx}^{-1}(t) \approx (1/\sigma_\eta^2) \{ I - \nu_0 (1+N\nu_0)^{-1} \vec{S}_0^* (t) \vec{S}_0^T - \nu_1 (1+N\nu_1)^{-1} \vec{S}_1^* \vec{S}_1^T \}, \quad (5)$$

где $\nu_0 = \sigma_0^2/\sigma_\eta^2, \nu_1 = \sigma_1^2/\sigma_\eta^2$ - относительные мощности сигнала и помехи. Из (5) видно, что у обратной ковариационной матрицы можно выделить стационарную и флуктуационную части

$$R_{xx}^{-1}(t) = R_{xx}^{-1} + Z(t),$$

где R_{xx}^{-1} - обратная корреляционная матрица в отсутствие флуктуаций, а $Z(t)$ - флуктуационная матрица, имеющая вид

$$Z(t) = -\alpha/\sigma_\eta^2 \{ \vec{S}_0^* \Delta \vec{S}^T(t) + \Delta \vec{S}^*(t) \vec{S}_0^T + \Delta \vec{S}^*(t) \Delta \vec{S}^T(t) \},$$

где $\alpha = \nu_0/(1+N\nu_0)$. Воспользовавшись известными соотношениями для ААР с ограничениями [1], можно определить основные характеристики антенны, усредненные по флуктуациям волнового фронта, в частности: значение садаптированной на сигнал ДН $|<G(u_1)>|^2$, выходной мощности $<P(t)>$ и вектора весовых коэффициентов $\langle \vec{w}_{opt}(t) \rangle$. Для получения аналитических результатов предположим, что элементы матрицы $Z(t)$ малы (интенсивность

флуктуаций $\Delta \vec{S}(t)$ невелика). Тогда среднее значение выходной мощности запишется в виде

$$\langle P(t) \rangle = \langle (\vec{S}_0^T R_{xx}^{-1} \vec{S}_0)^{-1} \rangle \approx P_0 \{ 1 - P_0 \vec{S}_0^T \langle Z(t) \rangle \vec{S}_0^* \}. \quad (6)$$

Здесь $P_0 = (\vec{S}_0^T R_{xx}^{-1} \vec{S}_0^*)$ – значение выходной мощности при отсутствии флуктуаций, а матрица $\langle Z(t) \rangle$ определяется из соотношения

$$\langle Z(t) \rangle = -\alpha/\sigma_\eta^2 \{ \vec{S}_0^* \langle \Delta \vec{S}^*(t) \rangle + \langle \Delta \vec{S}^*(t) \rangle \vec{S}_0^T + Q \},$$

где $Q = \langle \Delta \vec{S}^*(t) \Delta \vec{S}^*(t) \rangle$ – корреляционная матрица флуктуаций вектора-фазора полезного сигнала. Обозначим для простоты $\beta = -\vec{S}_0^* \langle Z(t) \rangle \vec{S}_0^T \sigma_\eta^2 \alpha^{-1}$. Определим средний вектор весовых коэффициентов

$$\langle \vec{W}_{opt}^*(t) \rangle \approx (1 - (\alpha/\sigma_\eta^2)^{-1} \beta P_0) \vec{W}_0^* + P_0 (\langle Z(t) \rangle - P_0 M \langle Z^2(t) \rangle) \vec{S}_0^*, \quad (7)$$

где \vec{W}_0 – весовой вектор в отсутствие флуктуаций, а $M = -\vec{S}_0^* \vec{S}_0^T$. Нетрудно определить и значение садаптированной ДН в направлении на полезный сигнал. Воспользовавшись (7), получим

$$|\langle G(u_0) \rangle|^2 = |\langle \vec{W}_{opt}^T(t) \vec{S}_0^*(t) \rangle|^2 \approx (1 + P_0 \{ \vec{S}_0^T R_{xx}^{-1} \langle \Delta \vec{S}^*(t) \rangle + \vec{S}_0^T \times \\ \times (I - P_0 R_{xx}^{-1} M) \langle Z(t) \rangle \Delta \vec{S}^*(t) \rangle - P_0 \vec{S}_0^T M \langle Z^2(t) \rangle \Delta \vec{S}^*(t) \})^2. \quad (8)$$

Одной из важных характеристик ААР является отношение сигнал-шум (ОСШ) на выходе. Для рассматриваемой ситуации целесообразно определить ОСШ как отношение средней мощности полезного сигнала к средней мощности шума на выходе системы. Из вида (6) нетрудно выделить шумовую и сигнальную составляющие. Если помеха приходит по боковому лепестку, то $P_0 = (\sigma_\eta^2/N)(1+N\nu_0)$. Отсюда для среднего ОСШ на выходе несложно получить

$$\rho_{cp} \approx \rho_0 (1 + (\beta/N^2)(1+N\nu_0)), \quad (9)$$

где $\rho_0 = N\nu_0$ – выходное ОСШ в отсутствие флуктуаций. В случае, если среднее флуктуационной части вектора-фазора полезного сигнала равно нулю ($\langle \Delta \vec{S}(t) \rangle = 0$), то выражения (6)–(9) упростятся и примут вид

$$\langle P(t) \rangle \approx P_0 \{ 1 + (\alpha/\sigma_\eta^2) \text{Sp } MQP_0 \}; \quad (10)$$

$$\rho_{cp} \approx \rho_0 \left\{ 1 + \frac{\text{Sp } MQ}{N^2} (1 + N\nu_0) \right\}. \quad (11)$$

3. Рассмотрим случай быстрых, по сравнению с временем настройки адаптивного алгоритма, флуктуаций вектора-фазора $\Delta \vec{S}(t)$. В этом случае усредненная ковариационная матрица принимаемого сигнала $R_{xx cp}$ запишется в виде

$$R_{xx cp} = \sigma_\eta^2 I + \sigma_0^2 \langle \vec{S}_0^*(t) \vec{S}_0^T(t) \rangle + \sigma_1^2 \vec{S}_1^* \vec{S}_1^T = R_0 + \sigma_0^2 D, \quad (12)$$

где R_0 -ковариационная матрица в отсутствие флюктуаций. Как показано в [6], в случае быстрых флюктуаций волнового фронта весовой вектор \hat{w}_{opt}^* настраивается к некоторому среднему значению, которое может быть определено в виде

$$\hat{w}_{opt}^* = (\hat{S}_0^T R_{xx \text{ср}}^{-1} \hat{S}_0^*)^{-1} R_{xx \text{ср}}^{-1} \hat{S}_0^*.$$

Предположим, как и ранее, что флюктуации малы и евклидова норма матрицы $\sigma_0^2 D$ много меньше единицы. Тогда по аналогии с [7] запишем для обратной ковариационной матрицы

$$R_{xx \text{ср}}^{-1} = R_0^{-1} + G, \quad (13)$$

где матрицу G в приближении малости прямых и обратных ошибок можно записать в виде

$$G \approx -R_0^{-1} D R_0^{-1} \sigma_0^2. \quad (14)$$

Теперь, используя (13), (14), можно получить аналитические выражения для всех основных характеристик ААР. Ограничимся значениями выходной мощности и ОСШ на выходе. Суммарная выходная мощность дается выражением

$$P \approx P_0 \left\{ 1 + \frac{\sigma_0^2}{\sigma_\eta^4 (1+N\nu_0)^2} P_0 \hat{S}_0^T D \hat{S}_0^* \right\}^{-1}, \quad (15)$$

а выходное ОСШ равно

$$\rho \approx \rho_0 \{ 1 + (1/N) \hat{S}_0^T D \hat{S}_0^* \}. \quad (16)$$

При $\langle \Delta \hat{S}(t) \rangle = 0$ выражения (15), (16) остаются справедливыми с заменой матрицы D на матрицу Q . Получаемое при этом небольшое увеличение ОСШ на выходе системы по сравнению с ρ_0 объясняется наличием в этом случае флюктуаций амплитуды вектора-фазора $\hat{S}_0(t)$.

4. В заключение рассмотрим один важный с практической точки зрения пример угловых флюктуаций волнового фронта полезного сигнала (случай воздействия на характеристики автокомпенсатора угловых флюктуаций помехи был рассмотрен в [8]). Отметим, что случай флюктуаций по углу эквивалентен случаю флюктуаций по частоте при неизменном угле прихода. Предположим, что известный вектор-фазор полезного сигнала \hat{S}_0 задается в виде $\hat{S}_0^T = \{1, 1, \dots, 1\}$. Тогда вектор $\Delta \hat{S}(t)$ имеет компоненты

$$\Delta \hat{S}(t) = \{e^{jU(t)} - 1, \dots, e^{jNU(t)} - 1\},$$

где $U(t) = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta(t) \approx \frac{2\pi}{\lambda} d\theta(t)$. В предположении гауссовоности $\theta(t)$ для малых интенсивностей нетрудно получить (при этом считаем, что колебания отсчитываются от первого элемента антенны)

$$\langle \Delta \hat{S}^T(t) \rangle \approx -\frac{1}{2} \sigma_U^2 \{0, 1, \dots, (N-1)^2\}, \quad (17)$$

где полагалось, что $\langle U(t) \rangle = 0$, $\sigma_U^2 = \langle U^2(t) \rangle$. Матрица флюктуаций Q

запишется в виде

$$Q = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & (N-1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0(N-1) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & (N-1)^2 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

а величина $\text{Sp}MQ$ равна $\text{Sp}MQ = \sigma_u^2 \frac{N^2(N-1)}{4}$. Тогда для медленных флюктуаций получим значение средней мощности на выходе системы

$$\langle P(t) \rangle_{\text{и.Ф.}} \approx P_0 \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\sigma_\eta^2} P_0 \sigma_u^2 \frac{N^2(N-1)(N+1)}{12} \right\}, \quad (19)$$

и выходное ОСШ

$$\rho_{\text{и.Ф.}} \approx \rho_0 \left\{ 1 - \sigma_u^2 \frac{(N-1)(N+1)}{12} (1+N\nu_0) \right\}. \quad (20)$$

Рассмотрим теперь случай быстрых флюктуаций. Получим предварительно условие применимости (13). Путем несложных выкладок, используя (17), (18), можно оценить евклидову норму матрицы D . Нетрудно показать, что такая оценка приводит к следующему условию:

$$\sigma_u^2 < \frac{12}{(N+1)(7N+5)} \approx \frac{1}{N^2}. \quad (21)$$

Если условие (21) выполняется, то можно получить

$$\vec{S}_0^T D \vec{S}_0^* = -\sigma_u^2 \frac{N(N-1)(N+1)}{12}.$$

Тогда для выходной мощности из (15) получим

$$P_{\text{б.Ф.}} \approx P_0 \left\{ 1 + \frac{1}{\sigma_\eta^4 (1+N\nu_0)^2} P_0 \sigma_0^2 \sigma_u^2 \frac{N(N-1)(N+1)}{12} \right\}^{-1}, \quad (22)$$

а для выходного ОСШ из (16) имеем

$$\rho_{\text{б.Ф.}} \approx \rho_0 \left\{ 1 - \sigma_u^2 \frac{(N-1)(N+1)}{12} \right\}. \quad (23)$$

На рис. 1 (см. на вклейке) представлены зависимости выходного ОСШ от интенсивности флюктуаций угла прихода полезного сигнала, высчитанные по (20), (23) для $N=2, \nu_0=5$ (кривая 1 соответствует случаю медленных флюктуаций, 2 - случаю быстрых флюктуаций). За нулевой уровень принята величина ρ_0 . Из рисунка видно, что с ростом величины угловых флюктуаций ОСШ на выходе уменьшается для обоих случаев, причем при быстрых флюктуациях случайные колебания угла приходаказываются слабее. Отметим,

что величина $\sigma_u^2 \approx 10^{-2}$ соответствует отклонению угла прихода на величину порядка 2° .

На рис. 2 показаны зависимости выходного ОСШ от размеров апертуры антennы в случае $\sigma_u^2 = 10^{-2}, \nu_0 = 4$. Видно, что увеличение числа элементов антennы N приводит к более существенному уменьшению ОСШ на выходе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. - М.: Радио и связь, 1986.
2. Пистолькорс А. А. // Радиотехника. 1980. Т. 35. Т.12. С. 8.
3. Cox H.//JASA. 1973. V.54. N 3. P.771.
4. Vural A. //IEEE Trans.1979.V.AES-15.N1.P.76.
5. Гаммельсеттер О. В. В кн.: Подводная акустика и обработка сигналов. - М.: Мир, 1985. С. 271.
6. Мальцев А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. N 8. С. 1013.
7. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т., Флаксман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. N 11. С. 1374.
8. Содин Л. Г., Мазманишвили А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. N 2. С. 199.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию
21 декабря 1989 г.,
после доработки
19 сентября 1990 г.

A STATIONARY CHARACTERISTICS OF ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS WITH WAVEFRONT FLUCTUATIONS OF DESIRED SIGNAL

A.A.Mal'tsev, G.V.Serebryakov

The main characteristics of the adaptive antenna arrays for fast and slow wavefront fluctuations of desired signal are analysed. The case with angle fluctuations is considered.

УДК 537. 874. 6

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ УГОЛКОВОГО ОТРАЖАТЕЛЯ

А. А. Кириленко, В. П. Чумаченко

В широком диапазоне длин волн на электродинамическом уровне изучены угловые и частотные зависимости поперечников рассеяния двугранного уголкового отражателя. Исследованы характеристики объекта с малыми отклонениями угла между гранями от прямого, а также группы из четырех отражателей.

1. Металлические двугранные уголковые отражатели представляют собой простейший тип радиолокационных отражателей и применяются на практике, в основном, как эталоны эффективной поверхности рассеяния σ_b [1]. Основными методами теоретической оценки значений σ_b являются методы геометрической и физической оптики, геометрической теории дифракции [2, 3], из них последний метод является наиболее точным. Однако, когда размеры исследуемого объекта сравнимы с длиной волны, асимптотические методы уже не дают надежных результатов. В то же время в литературе [1] содержатся сведения об использовании уголка в качестве отражателя вплоть до значений $a=\lambda$, где a - поперечный размер грани, λ - длина волны. Объясняется это тем, что и в резонансной области частот эффективная поверхность рассеяния уголкового отражателя значительно больше, чем других простых объектов. Применение уголка в качестве эталона требует точного значения его электродинамических характеристик во всем используемом диапазоне частот.

2. Направим ось z вдоль образующей рассматриваемой цилиндрической структуры и предположим, что на поверхность падает волна E - или H -поляризации. Определение дифракционных характеристик сводится к нахождению компоненты поля $u=E_z(H_z)$, которая должна удовлетворять уравнению Гельмгольца вне поверхности, однородным граничным условиям Дирихле (Неймана) на поверхности, а также условиям излучения на бесконечности и условиям на ребре.

Для решения краевой задачи был использован метод произведения областей [4], согласно которому область с кусочно-линейной границей рассматривается как общая часть регулярных областей, каждая из которых ограничена изнутри вырожденным эллипсом - отрезком контура поверхности. Величина u находилась в виде суммы

$$u = u_0 + \sum_{j=1}^N u_j, \quad (1)$$

где u_0 - первичное поле, а u_j - некоторая функция, определенная вне j -го звена контура отражателя. При $a \leq 3\lambda$ число $N=2$, а при $a > 3\lambda$ каждый из двух прямолинейных отрезков разбивался на более мелкие элементы, не превышающие по длине 3λ . При падении волны типа E для представления величин u_j ($j=1, N$) использовались ряды по четным функциям Матье. В случае H -волн при $a \leq 3\lambda$ применялись нечетные

функции Матье. Для $a > 3\lambda$ данные, отвечающие волнам H -поляризации, получены для уголка с толщиной граней 0,01 a с использованием разложений по четным функциям Матье. Детали численных алгоритмов такого типа обсуждаются в [4,5].

В качестве электродинамических характеристик объекта будем рассматривать поперечники полного σ_s и обратного σ_b рассеяния [6]:

$$\sigma_s = -4/k \operatorname{Re}[e^{-i\pi/4} F(\alpha+\pi)], \quad \sigma_b = 4/k|F(\alpha)|^2, \quad (2)$$

где $k=2\pi/\lambda$, α - угол падения плоской волны (см. рис. 1 на вклейке). Диаграмма направленности при единичной амплитуде падающей волны определяется формулой

$$F(\beta) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=1}^N u_j \right) / (\sqrt{2/\pi k\rho} e^{-ik\rho}), \quad (3)$$

где (ρ, β) - полярная система координат с полюсом на линии пересечения граней. При применении разложений по четным функциям Матье расчет значений $F(\beta)$ выполнен с точностью до трех правильных значащих цифр, в случае использования нечетных функций Матье вычисления произведены с погрешностью, не превышающей 2% от $\max|F(\beta)|$.

3. На рис. 1 непрерывными линиями показаны рассчитанные частотные зависимости поперечников σ_s (1) и σ_b (2-4) уголкового отражателя при падении волны F -(а) или H -поляризации (б). Кривые 1, 4 отвечают углу падения $\alpha=45^\circ$, 2 - $\alpha=0$, 3 - $\alpha=22,5^\circ$. На рис. 2а - для E - и H -волн приведены угловые зависимости величин σ_s/a (штрихи, $a/\lambda=1,5$) и σ_b/a (непрерывные линии, 1 - $a/\lambda=0,5$, 2 - $a/\lambda=1$, 3 - $a/\lambda=1,5$, 4 - $a/\lambda=2$). Как следует из рисунков, значения σ_s/a с ростом a/λ быстро стабилизируются (особенно в случае волны типа E) к некоторому значению, не зависящему от поляризации поля. Изучение угловых зависимостей показывает, что это значение равно удвоенной величине проекции поперечного сечения отражателя на фронт волны, т.е. представляет собой геометрооптическое решение [6].

Значения σ_b/a для обеих поляризаций с увеличением параметра a/λ возрастают, совершая практически противофазные колебания вокруг некоторых зависимостей, близких к линейным. Амплитуда колебаний больше в случае рассеяния волн типа E . При $\alpha=45^\circ$ расстояние между соседними максимумами на оси a/λ соответствуют приближенно изменению расстояния между краями граней на величину λ . Это указывает на то, что причиной "модуляции" упомянутых линейных зависимостей является интерференция волн, рассеянных гранями уголка и их кромками. При падении первичного поля перпендикулярно грани ($\alpha=0$) расстояние между максимумами осцилляций приближенно соответствует изменению a на 0,5 λ . Отсюда можно сделать вывод, что эти колебания вызваны резонансами волн тока, возбуждаемого на гранях объекта. При других значениях α колебания носят сложный промежуточный характер и их спектр содержит обе составляющие.

Приведенные на рис. 2а угловые зависимости σ_b показывают, как изменяются индикаторы рассеяния уголка с ростом частотного параметра. При увеличении a/λ на графиках появляется все большее число локальных экстремумов, причем в среднем зависимости, отвечающие различным поляризациям падающего поля, сближаются и совершают колебания вокруг некоторой усредненной кривой. На рис. 2б, в показаны нормированные индикаторы рассеяния, отвечающие значениям $a/\lambda=3; 6; 18$. Кривая 1 представляет предельную асимптотическую зависимость, рассчитанную апертурным методом [1].

Кривые 2 и 3 отвечают волнам E - и H -поляризации соответственно. При $a/\lambda=6$ индикатрисы для E - и H -волн уже достаточно хорошо описываются предельной кривой, за исключением области вблизи вершины глобального максимума. Заметное расхождение в этой области сохраняется даже при $a/\lambda=18$. Отметим, что расчет индикатрисы рассеяния при $a/\lambda=18$ потребовал около 30 мин машинного времени ЭВМ ЕС-1045.

На рис. 2г в случае $a/\lambda=5,056$ для волн E -поляризации выполнено сравнение результатов расчета (непрерывная кривая) и эксперимента [2]. Расчетные данные приведены в децибелах и нормированы таким образом, чтобы они были сопоставимы с результатами измерений [2], показанных точками и выполненных для уголка с гранями высотой $6,783\lambda$. Штриховой линией приведена заимствованная из [2] индикатриса рассеяния, полученная на основе метода геометрической теории дифракции. Как видно из графиков, результаты строгого электродинамического анализа, произведенного для уголка с бесконечной образующей, лучше согласуются с экспериментальными данными, чем результаты асимптотического метода. Для волн H -поляризации расчетная кривая совпала с результатами эксперимента [2] с графической степенью точности.

С увеличением частотного параметра на угловых зависимостях σ_B вблизи направления, перпендикулярного грани, постепенно формируется ярко выраженный лепесток, амплитуда которого растет и стремится к высокочастотному пределу $\sigma_B \lambda/a^2 = 2\pi$. Для волн H -поляризации такое сближение происходит быстрее. На рис. 2д показаны зависимости положения α_0 максимума ближнего к направлению $\alpha=0$ лепестка как функции параметра a/λ . Кривая 1 отвечает волнам типа E , 2 - H . Наличие "полочки" на графиках объясняется тем, что при малых a/λ существует единственный максимум в направлении $\alpha=45^\circ$. С ростом a/λ значения α_0 , совершая колебания, сближаются с нулем. Из графиков видно, что в резонансной области частот при падении в направлении, близком к нормали одной из граней, наличие второй грани приводит в случае E -поляризации к значительно большему отклонению направления отраженной волны от зеркального, чем для волн типа H .

4. Известно [7], что в высокочастотной области даже небольшое отклонение угла γ между гранями от прямого приводит к значительному падению величины поперечника обратного рассеяния σ_B , что делает невозможным применение уголка в качестве отражателя. На рис. 3а приведены рассчитанные индикатрисы рассеяния для E - и H -волн, когда угол между гранями равняется 89° (штрихи) и 91° (непрерывные кривые) при $a/\lambda=3$. Как видно, что отклонение γ от прямого угла на 1° приводит в этом случае для волн E - и H -поляризаций к небольшим изменениям характеристик рассеяния одинакового масштаба и характера. На рис. 3б показано, как изменяются индикатрисы с ростом параметра a/λ (E -поляризация, 1 - $\gamma = 91^\circ$, 2 - $\gamma = 89^\circ$). При $a/\lambda=6$ уже становится заметным некоторое падение значения σ_B в области глобального максимума. При $a/\lambda=12$ значения $\sigma_B \lambda/a^2$ в этой области уменьшаются до величин, близких к 8 (89°) и 9 (91°), а при $a/\lambda=18$ они уже в два раза меньше, чем для $\gamma=90^\circ$. В случае $a/\lambda=18$ на рисунке показан фрагмент кривой 3, рассчитанной апертурным методом [7]. Видно, что она не отражает тонкой структуры угловой зависимости, однако хорошо ее приближает в среднем, за исключением области глобального максимума, где, как и при $\gamma=90^\circ$, имеется заметное отличие. Характерно, что при изменении a/λ индикатрисы, отвечающие

$\gamma=89$ и 91° , остаются близкими друг к другу, хотя каждая из них при больших a/λ уже существенно отличается от случая $\gamma=90^\circ$.

На практике для отражения сигнала в любых направлениях уголковые отражатели объединяют в группы. На рис. 1 штриховыми линиями (2 - $\alpha=0$, 4 - $\alpha=45^\circ$) даны частотные, а на рис. 3 в непрерывными линиями угловые ($a/\lambda = 3$) зависимости поперечника σ_v для уголка с четырьмя гранями. Штриховые линии на рис. 3 в отвечают двугранному отражателю. Наибольшие отличия характеристик рассеяния наблюдаются в окрестности значения $\alpha=0$, где на индикаторах появляется еще один лепесток, а первый максимум резко возрастает и смещается точно к направлению $\alpha=0$. В целом появление дополнительных граней приводит к несколько более резким осцилляциям угловых и частотных зависимостей, причем этот эффект заметнее проявляется для волн H -поляризации. Последнее можно объяснить тем, что в случае H -волны ток сильнее затекает в область тени, следовательно, более сильно обратное воздействие граней, находящихся в теневой области. С ростом частотного параметра различие индикаторов двух- и четырехгранных отражателей уменьшается (за исключением окрестности точки $\alpha=0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобак В. О. Радиолокационные отражатели. -М: Сов. радио, 1975.
2. Сколник М. Справочник по радиолокации. -М.: Сов. радио, 1976. Т. 1
3. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. //Зарубежная радиоэлектроника. 1981. № 9. С. 3.
4. Чумаченко В. П. //Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 8. С. 1600.
5. Засовенко В. Г., Чумаченко В. П. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 744 - В88. Деп. от 27 января 1988 г.
6. Кинг Р., У Тай-Цзунь. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. - М.: ИЛ, 1962.
7. Штагер Е. А., Чаевский Е. В. Рассеяние волн на телах сложной формы. -М.: Сов. радио, 1974.

Запорожский машиностроительный
институт

Поступила в редакцию
5 июня 1989 г.

DIFFRACTION CHARACTERISTICS OF ANGLE TYPE REFLECTOR

A.A.Kirilenko, V.P.Chumachenko

Angular and frequency relations for diffraction surfaces of an angle reflector are investigated in a wide range of wavelengths characteristics of the reflector with almost the right angle and the group of four reflectors have been studied.

УДК 621.385.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ГЕНЕРАТОРА ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. Б. Лебедев, К. А. Лукин

Предложен способ расчета стационарных режимов генератора дифракционного излучения (ГДИ), основанный на применении метода Ньютона с определением производной от вынуждающей силы из дополнительной системы дифференциальных уравнений. Проведена сравнительная оценка эффективности метода. С помощью предложенного метода исследованы частотные характеристики ГДИ в режимах работы вблизи точек бифуркации.

Генератор дифракционного излучения (ГДИ) [1-4] относится к классу резонансных автогенераторов с длительным взаимодействием О-типа и является перспективным источником излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне длин волн.

Настоящая работа посвящена разработке численного метода, позволяющего моделировать стационарные режимы ГДИ при значениях управляющих параметров, близких к их бифуркационным значениям. Актуальность поиска эффективных численных алгоритмов расчета ГДИ вблизи точек бифуркации обусловлена широким применением таких режимов (ГДИ-автодин [5, 6], ГДИ-усилитель [7, 8] и др.) и сложностью их математического моделирования. Разработанный в работе метод реализован в теории ГДИ на основе различных моделей взаимодействия электронного потока с полем открытого резонатора (ОР). Проведена сравнительная оценка эффективности расчета зоны генерации и диапазона электронной перестройки частоты ГДИ предложенным методом.

Самосогласованная система интегродифференциальных уравнений, описывающих нестационарный переходной процесс и движение электронов в представлении волновой модели взаимодействия электронного потока с полем ОР ГДИ, имеет вид [9, 10]

$$dA/dt + (1+\sigma_0)A = -\alpha_s^{\min} \text{CT } g I_1(A); \quad (1)$$

$$A\sigma\omega = -\alpha_s^{\min} \text{CT } g I_2(A); \quad (2)$$

$$\partial\xi/\partial\zeta = (1+V)^{-1} [V\gamma_0^{-1} - \delta\omega]; \quad (3)$$

$$\partial V/\partial\zeta = (1+V)^{-1} A\psi(\zeta) \cos\xi, \quad (4)$$

где $\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\Delta \psi(\zeta) \begin{Bmatrix} \cos\xi \\ \sin\xi \end{Bmatrix} d\zeta d\phi_0$ - реальная и мнимая части вынуждающей силы в представлении волновой модели [10]; A - безразмерная амплитуда колебаний поля ОР; $V = v_e/v_\Phi - 1$ - безразмерная скорость электрона; $\xi = hz - \omega t = hz - \omega_s' t - \psi$ - полная фаза частицы в сопровождающей системе координат, движущейся со скоростью $v_\Phi = \omega_s'/h$; z - координата электрона в момент времени t ; $h = 2\pi/l$; l - период

дифракционной решетки; $\tau = \gamma_0 \omega_s' t$; $\zeta = \gamma hz$ - безразмерные время и координата в лабораторной системе отсчета; $\Delta = 2\gamma_0 \pi N$; N - количество периодов дифракционной решетки; $\psi(\zeta)$ - функция распределения поля вдоль пространства взаимодействия; φ_0 - начальная фаза влета электрона в пространство взаимодействия; $\delta\omega = \partial\psi/\partial\tau = (\omega - \omega_s')/\gamma_0 \omega_s'$ - безразмерное смещение частоты генерируемых колебаний относительно собственной частоты ω_s' s -й моды ОР; $g = \alpha_s'/\alpha_{s CT}^{\min}$ - параметр неравновесности; α_s - нормированный рабочий ток; $\alpha_{s CT}^{\min}$ - его минимальное по зоне генерации стартовое значение; $\gamma_0 = 1/2Q_0$; Q_0 - собственная добротность ОР.

Значение параметра неравновесности $g = 1$ соответствует точке бифуркации, разделяющей качественно различные состояния регенеративного усиления ($g < 1$) и режима автоколебаний ($g > 1$). В работах [6, 7, 9] для поиска стационарных режимов использовалось моделирование переходного процесса, причем каждая итерация соответствовала одному пролету электронов через пространство взаимодействия. Этот метод работает достаточно эффективно при $g=2-10$, но при малых $g \rightarrow 1$ и на краях зоны генерации переходной процесс к стационарному режиму длится очень долго. Например, при $g=1,02$ он составляет несколько тысяч пролетов. Понятно, что в этом случае метод не эффективен из-за больших затрат машинного времени.

Использование других численных методов [11, 12] поиска корней нелинейного уравнения (1) с учетом (2)-(4) при $g \rightarrow 1$ также связано с определенными трудностями. Метод половинного деления не эффективен из-за неопределенности интервала поиска решения уравнения (1). Методы хорд, секущих, касательных по своей сути сводятся к методу Ньютона и при приведении уравнения (1) к виду $F(A)=0$ требуют вычисления производной $\partial F(A)/\partial A$.

При моделировании ГДИ функция $F(A)$ и ее производная $\partial F(A)/\partial A$ могут быть рассчитаны только численно. Однако если при $g \geq 2$ вычисление $\partial F(A)/\partial A$ по формулам численного дифференцирования [11, 12] обеспечивает приемлемую эффективность расчетов, то, с уменьшением g погрешность расчета увеличивается и при $g \rightarrow 1$ значительно превышает погрешность определения амплитуды. Следовательно, не обеспечивается требуемая точность и ограничивается эффективность расчета самой амплитуды. В данной работе предлагается численный способ расчета производной, но не по формулам численного дифференцирования, а из решения дополнительных дифференциальных уравнений. Прежде чем приступить к их выводу, необходимо сделать одно существенное замечание, касающееся методики численного решения уравнений (1), (2). В общем случае для колебательной системы, описываемой системой уравнений типа (1), (2), итерационная формула поиска стационарных решений является двухпараметрической, так как амплитуда и частота взаимозависимы и нелинейно связаны через вынуждающую силу и уравнения (3), (4). Но для ГДИ характерна генерация на отдельных интервалах изменения ускоряющего напряжения (зонах электронной перестройки). Колебания возбуждаются на одной из высокодобротных мод ОР с однозначной зависимостью частоты от ускоряющего напряжения. В силу высокой добротности моды ОР частота генерации мало отличается от ее резонансной частоты, что при построении алгоритма отыскания стационарных решений позволяет пренебречь ее изменением на каждом шаге итерационного процесса. Это является основанием для использования однопараметрического варианта метода Ньютона [12]. Его итерационная формула имеет вид

$$A_i = A_{i-1} \pm \left[\frac{F(A)}{|\partial F(A)/\partial A|} \right]_{A=A_{i-1}}, \quad (5)$$

где i - номер итерации. Использование формулы (5) со знаком (+)

позволяет отыскивать только устойчивые решения, а со знаком $(-)$ - неустойчивые [13]. Из (1) получаем

$$F(A) = \alpha_s^{\min} g(1+\sigma_0)^{-1} I_1(A) + A; \quad (6)$$

$$\partial F(A) / \partial A = \alpha_s^{\min} g(1+\sigma_0)^{-1} (\partial I_1(A) / \partial A) + 1. \quad (7)$$

Произведя операцию дифференцирования по амплитуде выражений для вынуждающей силы, получим

$$\frac{\partial}{\partial A} \begin{Bmatrix} I_1(A) \\ I_2(A) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\Delta \psi(\zeta) \begin{Bmatrix} -\sin\xi \\ \cos\xi \end{Bmatrix} \left(\frac{\partial \xi}{\partial A} \right) d\zeta d\phi. \quad (8)$$

Производная по амплитуде от фазы электрона $\partial \xi / \partial A$ может быть найдена из уравнения, полученного дифференцированием (3).

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial \xi}{\partial A} \right) = (1+V)^{-2} (\delta\omega + \gamma_0^{-1}) \left(\frac{\partial V}{\partial A} \right). \quad (9)$$

Аналогичным способом из (4) получаем дифференциальное уравнение для $\partial V / \partial A$:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial V}{\partial A} \right) = \psi(\zeta) (1+V)^{-1} \left[\cos\xi \left(1 - A \frac{\partial V / \partial A}{1+V} \right) - A \sin\xi \frac{\partial \xi}{\partial A} \right]. \quad (10)$$

Начальные условия $\partial V / \partial A|_{\zeta=0} = 0$, $\partial \xi / \partial A|_{\zeta=0} = 0$ для уравнений (9), (10) следуют из независимости скорости и фазы электронов на входе в пространство взаимодействия от амплитуды.

Совместное решение самосогласованной системы уравнений (1)-(4), (9), (10) позволяет вычислить производные (8) с необходимой точностью и, следовательно, использовать метод Ньютона для поиска стационарного решения уравнения (1). В этом случае итерационная процедура поиска амплитуды стационарной генерации имеет вид

$$A_1 = A_{1-1} - \left[\frac{\alpha_s I_1(A) + (1+\sigma_0) A}{\alpha_s \partial I_1(A) / \partial A + 1 + \sigma_0} \right]_{A=A_{1-1}}. \quad (11)$$

Для иллюстрации эффективности предлагаемой методики на рис. 1а, б, в (см. на вклейке) приведены результаты расчета стационарного режима ГДИ на высоковольтном крае зоны генерации. Электронный поток описывался с помощью метода крупных частиц. Все расчеты выполнены на ЭВМ БЭСМ-6 для основной моды ОР с гауссовым распределением поля вдоль пространства взаимодействия при следующих значениях параметров: $W=0,72$ - отношение диаметра пятна поля к длине взаимодействия, $g=1,02$, $N=30$, $Q_0=700$, $\sigma_0=1,02$. Малая величина параметра g позволяет наглядно проиллюстрировать возможности предлагаемого метода. Расчет производился методом Ньютона с использованием численной аппроксимации производной (кривая 2 на рис. 1а) и ее вычислением по формуле (8) (кривая 3 на рис. 1а) при одинаковом начальном приближении амплитуды. На протяжении 10 итераций прослеживается изменение относительной погрешности $\delta(\partial I_1 / \partial A)_1 = |(\partial I_1 / \partial A)_1 / (\partial I_1 / \partial A)_{A=A_0} - 1|$ вычисления производной $(\partial I_1 / \partial A)_1$ относительно искомого значения $(\partial I_1 / \partial A)_{A=A_0}$ (сплошная линия) и относительной погрешности $\delta A_1 = |A_1 / A_0 - 1|$ вычисления амплитуды A_1 относительно искомого значения A_0 (пунктирная линия). Видно, что в первом случае погрешность колеблется в интервале 1-10% и практически непрогнозируема, причем увеличение количества итераций не приводит к

ее уменьшению*. В то же время использование второго способа дает уменьшение погрешности вычисления в среднем на порядок с каждой последующей итерацией и уже на десятом шаге позволяет определить стационарную амплитуду с относительной точностью $\sim 10^{-9}$. Также видно, что погрешность вычисления производной превышает погрешность вычисления амплитуды. Но если в первом случае отношение этих погрешностей колеблется и может составлять величину от единиц до сотен, то при использовании второго способа качественный характер изменения погрешностей совпадает, а их разница не превышает 10% от величины погрешности. Это с учетом быстрой сходимости ($\sim 10^{-1}$ за одну итерацию) предложенного метода позволяет сделать вывод о достижении при расчете производной необходимой точности, соответствующей точности расчета амплитуды. Для сравнения на рисунке изображен график изменения относительной погрешности вычисления производной при ее расчете методом последовательных приближений, где каждая итерация соответствует одному пролету электронов через пространство взаимодействия (кривая 1). Видно, что при малых g этот метод не эффективен. Подобный сравнительный анализ был проведен в широком диапазоне изменения параметров ГДИ и показал преимущества разработанной методики.

Представление о зависимости сходимости метода от числа крупных частиц дают графики на рис. 1б. Увеличение числа частиц N от 12 до 96 приводит к улучшению сходимости метода. Видно, что при выбранном значении $g=1,02$ оптимальным является $N=24$. Дальнейшее увеличение N позволяет незначительно уменьшить погрешность вычисления производной, но при этом увеличиваются и затраты машинного времени. Поэтому при расчетах следует выбирать минимальное количество крупных частиц N для обеспечения сходимости и плавного уменьшения погрешности вычисления в ходе итерационного процесса.

На рис. 1в проведено сравнение работы предложенного метода (сплошная линия) и метода последовательных приближений (пунктирная линия) при различных значениях параметра надkritичности g (кривые 1- $g=1,02$, 2- $g=1,115$, 3- $g=2,0$). С увеличением g увеличивается эффективность работы приближенного численного метода и, наоборот, растет погрешность расчета предложенным методом. Таким образом, при больших g преимущества метода уменьшаются и для достижения большей точности требуется увеличение количества крупных частиц.

Необходимо отметить, что введение дополнительных уравнений (9), (10) приводит к увеличению машинного времени, затраченного на одну итерацию при моделировании стационарного режима ГДИ на ЭВМ. Однако благодаря быстрой сходимости итерационного процесса суммарные затраты машинного времени меньше, чем при использовании других методов (при одинаковой заданной точности расчета выходных характеристик). Таким образом, совместное решение системы интегродифференциальных уравнений (1)-(4), описывающих динамику колебательного процесса в ГДИ, и двух дополнительных уравнений (9), (10), дает возможность рассчитывать производную по амплитуде от вынуждающей силы (8) с погрешностью, не превышающей погрешность расчета амплитуды поля в ОР ГДИ. Это позволяет эффективно применять метод Ньютона при поиске стационарного режима.

В качестве примера на рис. 2 показана зависимость выходной мощности и частоты ГДИ в пределах зоны генерации от параметра $b=v_0/v_\Phi - 1$ (рассинхронизма начальной скорости v_0 электронов и фазовой скорости v_Φ синхронной волны). Вдоль оси b отложены также значения безразмерного параметра $\varphi=2\pi Nb/(1+b)$ - относительного угла пролета

* Такая ситуация типична для некорректных задач, каковой является и задача определения производной по формулам численного дифференцирования [14].

электронов через поле ОР. Использованы значения выходных параметров, рассчитанные в 25 рабочих точках зоны. Расчет в каждой точке зоны потребовал 6-8 итераций для достижения относительной погрешности вычисления амплитуды $\delta A \approx 10^{-5}$. Отметим, что в данном случае характерная для ГДИ область гистерезиса перестройки отсутствует. Данный режим является слабонелинейным и может быть описан методом последовательных приближений [15]. На рисунке показано также изменение по зоне генерации суммарных затрат машинного времени на расчет стационарных значений выходных характеристик ГДИ с заданной относительной погрешностью $\delta A \approx 10^{-5}$. Значения рабочих параметров и нумерация кривых 1-3 соответствуют графикам на рис. 1а. Хорошо видно, что использование метода дает выигрыш в затратах машинного времени в 1.5-2 раза в центре зоны и в 10-700 раз на краях зоны.

Рассмотрим возможность использования предложенного метода в теории ГДИ, основанной на модели дискретного взаимодействия (МДВ) электронного потока с полем периодической структуры. В основе МДВ лежит аппроксимация распределения поля $\psi(\xi)$ вдоль пространства взаимодействия кусочно-однородной функцией ψ_i . Выражения для скорости и координаты электрона над i -м ВЧ зазором решетки в безразмерных величинах имеет вид [16, 17]

$$1 + V = 1 + V_0 + \psi_i A^* \chi^{-1} (\sin \hat{\xi} - \sin \hat{\xi}_0); \quad (12)$$

$$\zeta - \zeta_0 = (1 + V_0 - \psi_i A^* \chi^{-1} \sin \hat{\xi}_0) \tau - \psi_i A^* \chi^{-2} (\cos \hat{\xi} - \cos \hat{\xi}_0), \quad (13)$$

где V , $\hat{\xi} = \chi \tau + \hat{\xi}_0$ - безразмерные скорость и фаза электрона в момент времени τ ; $V_0 \hat{\xi}_0$ - начальные скорость и фаза влета электрона в ВЧ зазор при $\tau = 0$; $\chi = \gamma_0^{-1} + \delta \omega$; A^* - безразмерная амплитуда поля щелевых резонаторов, образующих периодическую структуру, связанная с амплитудой (1) соотношением $A = \pi^{-1} A^* \sin(\pi N) \sin(kB)$; $k = \omega/c$; B -глубина щели дифракционной решетки; c - скорость света.

Решение трансцендентного уравнения, полученного из (13) при $\zeta - \zeta_0 = 2\pi \gamma_0 \theta$ (где θ -коэффициент заполнения решетки, равный отношению длины зазора и периода решетки) относительно τ , позволяет определить время τ_1 пролета электрона через зазор. Если не учитывать силы пространственного заряда, то полное время τ_2 и фаза $\hat{\xi}_2$ пролета электрона через i -й период решетки (на входе в следующий зазор) определяются по формулам

$$\tau_2 = \tau_1 + 2\pi \gamma_0 \theta (1 + V_1)^{-1}; \quad (14)$$

$$\hat{\xi}_2 = \hat{\xi}_0 + \chi \tau_2, \quad (15)$$

где $V_1 = V_0 + \psi_i A^* \chi^{-1} (\sin \hat{\xi}_1 - \sin \hat{\xi}_0)$ - скорость электрона в момент времени τ_1 ; $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_0 + \chi \tau_1$.

Уравнения (11)-(15) позволяют рассчитать скорость и фазу каждого электрона в любой точке пространства взаимодействия в зависимости от начальной фазы $\hat{\xi}_0$ на первом зазоре. При этом выражение для вынуждающей силы имеет вид [16, 17]

$$\begin{Bmatrix} I_1(A^*) \\ I_2(A^*) \end{Bmatrix} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \psi_i \sum_{j=1}^M \int_0^{\tau_1^{ij}} (1 + V_1^{ij}) \begin{Bmatrix} \cos \hat{\xi} \\ \sin \hat{\xi} \end{Bmatrix} d\tau, \quad (16)$$

где i, j - индексы, соответствующие номерам электрона и периода решетки; M - количество "крупных частиц", используемых для описания электронного потока; $\hat{\xi}^j|_{\tau=\tau_0^j, i=1} = \hat{\xi}_0^j = 2\pi j/N$ - начальная фаза j -го электрона на первом зазоре.

После интегрирования выражений (16) с учетом (12) и последующего дифференцирования по амплитуде мы получаем в явном виде выражения для производных от вынуждающей силы:

$$\frac{\partial}{\partial A} \begin{Bmatrix} I_1(A^*) \\ I_2(A^*) \end{Bmatrix} = -\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \psi_i \sum_{j=1}^M \begin{Bmatrix} R_1^{ij} \\ R_2^{ij} \end{Bmatrix}; \quad (17)$$

где

$$R_1 = x_1 \frac{\partial \hat{\xi}_0}{\partial A} + x_2 \frac{\partial \hat{\xi}_1}{\partial A} + (x_3 \sin \hat{\xi} - x_4 \cos 2\hat{\xi}) \Big|_0^{\tau_1}; \quad (18)$$

$$R_2 = x_5 \frac{\partial \hat{\xi}_0}{\partial A} + x_6 \frac{\partial \hat{\xi}_1}{\partial A} + (x_3 \cos \hat{\xi} - x_4 \sin 2\hat{\xi}) \Big|_0^{\tau_1} + \frac{1}{2} x_4 \left(\frac{\partial \tau_1}{\partial A} + \frac{\tau_1}{A} \right). \quad (19)$$

Коэффициенты $\{x_1, \dots, x_6\}$, входящие в (18), (19), соответствуют i -му периоду решетки и j -му электрону и имеют вид (для простоты записи индексы i, j опущены)

$$\begin{aligned} x_1 &= \chi^{-1} [1 + V_1] \cos \hat{\xi}_0, \quad x_2 = \chi^{-1} [1 + V_1] \cos \hat{\xi}_1, \\ x_3 &= \chi^{-1} [\partial V_0 / \partial A - \frac{\psi}{\chi} \sin \hat{\xi}_0], \quad x_4 = \chi^{-1} \psi A, \end{aligned} \quad (20)$$

$$x_5 = \chi^{-1} [-\sin \hat{\xi}_0 (1 + V_0) + x_4 (\cos \hat{\xi}_0 \cos \hat{\xi}_1 - \frac{1}{2} \cos 2\hat{\xi}_0)],$$

$$x_6 = \chi^{-1} [\sin \hat{\xi}_1 (1 + V_0) - x_4 (\sin \hat{\xi}_0 \sin \hat{\xi}_1 + \frac{1}{2} \cos 2\hat{\xi}_1)].$$

Производные по амплитуде $\partial \hat{\xi}_0 / \partial A$, $\partial V_0 / \partial A$ на i -м зазоре в (18)-(20) определяются через их значения на предыдущем зазоре по рекуррентным соотношениям, полученным из (12).

Схема расчета стационарных значений выходных параметров ГДИ по МДВ методом Ньютона совершенно аналогична рассмотренной выше (по волновой модели) и основана на итерационной процедуре (11). Приведенные в табл. 1 данные о затратах машинного времени и количестве совершенных итераций при расчете стационарного режима ГДИ различными методами свидетельствуют о высокой эффективности разработанной методики. Расчеты выполнены для высоковольтного края зоны генерации при $b = 0,019$, $\sigma_0 = 1,0$, $g = 1,02$.

Таблица 1

Наименование	Метод последовательных приближений	Метод Ньютона	
		Численный	Аналитический
Достигаемая предельная точность δA , мин	$\sim 10^{-4}$	$\sim 10^{-7}$	$\sim 10^{-19}$
Кол-во итераций при $\delta A \approx 10^{-4}$	$\approx 10^3$	$\approx 10^2$	$\approx 10^1$
Модель	Время одной итерации	Суммарное время расчета одной рабочей точки в стационарном режиме	
Волновая -7,5 с	-2 ч	~10 мин	~1 мин
МДВ -1,5 с	~25 мин	~2 мин	~15 с

Медленная сходимость обычного итерационного процесса при значениях $g \geq 1$ обусловлена малостью величины прочности предельного цикла [6], характеризующей скорость затухания возмущений стационарного состояния автоколебательной системы. Аналогичная ситуация имеет место вблизи крайних точек зоны генерации при любых значениях g , так как в этих точках теряется устойчивость стационарного состояния и прочность предельного цикла обращается в нуль. Это обстоятельство сильно затрудняет точный расчет зоны генерации и, в частности, расчет максимально достижимого диапазона электронной перестройки частоты. Использование предложенного метода позволяет обойти эту трудность.

Это подтверждается приведенными результатами расчета предельных значений частоты на краях зоны генерации и диапазона электронной перестройки частоты $\Delta(\delta\omega)_{\max}$. Последний, как видно из графика на рис. 3 (расчет произведен при $\sigma_0 = 0,6$, $g = 3$), почти в два раза превышает полосу электронной перестройки частоты на уровне половинной мощности ($P=0,5 P_{\max}$). Приведем результаты исследований зависимости диапазона электронной перестройки частоты, проведенных на основе предложенного метода, при различных значениях коэффициента связи ОР с нагрузкой σ_0 и параметра неравновесности g . Расчеты выполнены на ЭВМ БЭСМ-6 методом крупных частиц (количество частиц на периоде ВЧ колебаний $M=72$) для основной моды TE_{001} колебаний поля в ОР.

На рис. 4 показано изменение частотных характеристик ГДИ (при $\sigma_0=0,6$) в зависимости от g . Видно, что с ростом g нижняя граница генерируемой частоты $\delta\omega_{\min}$ уменьшается, а верхняя $\delta\omega_{\max}$ увеличивается. В целом изменение полосы генерируемых частот происходит как в сторону низких частот (в большей степени), так и в сторону высоких частот. При этом ширина полосы частотной перестройки для $g > 2$ растет по закону, близкому к линейному, и возрастает более чем в 10 раз в исследованном диапазоне изменения рабочего тока ($g=1,0-5,0$).

На рис. 5 приведены аналогичные графики зависимости $\Delta(\delta\omega)$, $\delta\omega_{\min}$, $\delta\omega_{\max}$ от коэффициента связи σ_0 (при $g = 1,02$). Видно, что увеличение связи ОР с нагрузкой, а значит, и уменьшение внешней и нагруженной добротностей приводят к смещению границ полосы электронной перестройки частоты в сторону низких частот и увеличению ширины полосы по линейному закону $\Delta(\delta\omega) = C_1 + C_2 \sigma_0$ (где C_1 , C_2 - константы, определяемые значениями остальных параметров генератора).

В заключение перечислим основные результаты, полученные в работе. Разработан метод моделирования стационарных режимов ГДИ, позволяющий рассчитывать его выходные характеристики в широком диапазоне изменения управляющих параметров, в частности вблизи точек бифуркации системы и при малых превышениях рабочего тока над его стартовым значением. Предлагаемый метод может быть использован, как в волновой модели, так и в модели дискретного взаимодействия электронного потока с полем резонансной системы генератора. Эффективность метода подтверждается результатами расчета с его помощью зоны генерации ГДИ. Проведено сравнение времени расчета на ЭВМ, количества совершенных итераций и точности расчета при использовании различных методов.

На основе предложенного метода проведено исследование зависимости максимально достижимого диапазона электронной перестройки частоты ГДИ от параметра неравновесности и коэффициента связи ОР с нагрузкой. Показано, что при увеличении этих параметров и фиксированном значении других параметров ГДИ ширина полосы электронной перестройки частоты возрастает по линейному закону.

Отметим также, что прочность предельного цикла [5], используемая при расчете автодинных режимов ГДИ [6] и шумовых

характеристик ГДИ [18, 19], выражается через производную (8). Следовательно, предложенный метод позволяет повысить эффективность моделирования ГДИ-автодина и расчета шумовых характеристик ГДИ.

Предложенный метод может быть использован для анализа и других резонансных генераторов СВЧ. Его применение в системах автоматизированного проектирования позволит повысить их эффективность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаев В. А., Трубецков Д. И., Шевчик В. Н. //Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 8. С. 1277.
2. Бакай А. С., Лукин К. А., Шестопалов В. П. //Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 22. № 9. С. 1117.
3. Шестопалов В. П. Дифракционная электроника. -Харьков. Вища школа, 1976.-232 с.
4. Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. -Киев: Наукова думка, 1985.-256 с.
5. Ермак Г. П., Лебедев А. Б., Лукин К. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 8. С. 957.
6. Ермак Г. П., Лебедев А. Б., Лукин К. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 30. № 8. С. 974.
7. Ваврик Д. М., Третьяков С. А., Шматъко А. А. //Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23. № 11. С. 2354.
8. Ревин И. Д. //Радиотехника. 1975. Вып. 34. С. 142.
9. Лукин К. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 9. С. 1113.
10. Бакай А. С., Лукин К. А., Шестопалов В. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 94.-Харьков, 1978.
11. Бронштейн И. Н., Семенджяев К. А. Справочник по математике. -М.: Наука, 1981.-718 с:
12. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. -М.: Наука, 1987.-600 с.
13. Самойло К. А. Метод анализа колебательных систем второго порядка. -М.: Сов. радио, 1976.-208 с.
14. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. -М.: Наука, 1979.-230 с.
15. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. -М.: Сов. радио, 1973.-346 с.
16. Есьдокименко Ю. И., Лукин К. А., Скрынник Б. К. //Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 11. С. 1443.
17. Лукин К. А. В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. -Саратов: Гос. ун-т, 1986. С. 233.
18. Алексеев Г. А. //Радиотехника. 1979. Вып. 49. С. 94.
19. Курбаров С. Г., Шматъко А. А. //Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 4. С. 469.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
12 сентября 1989 г.

NUMERICAL MODELING OF STATIONARY REGIMES OF THE DIFFRACTION RADIATION GENERATOR

A.B.Lebedev, K.A.Lukin

A method for calculation of stationary regimes of the diffraction radiation generator (DRG) based on the Newton method with determination of the derivative over excitation forces from the additional system of the differential equations is developed. The comparison with other methods is carried out. By means of the given method DRG frequency characteristics in the working regimes near the points of bifurcation are studied.

УДК 533.951.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ В ПЛОТНОМ ГАЗЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА.

1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

М. А. Власов, А. В. Рыхлов, В. А. Сафонов

Рассмотрено нелинейное взаимодействие квазистационарного электронного пучка с плотным газом. В основу модели положено представление о предельной длине транспортировки пучка в газе, определяемой как расстояние, на которое транспортируется фиксированная плотность энергии. Обсуждена динамика разлета газа из прогреваемого пучком канала и определены конечная температура и предельная степень прорежения среды. Анализируется зависимость длины транспортировки от параметров электронного пучка.

В последние годы значительно увеличилось число публикаций по использованию электронных пучков в области технологии обработки материалов. Расширяются параметры технологических электронно-лучевых установок с увеличением энергии электронов до релятивистских значений [1, 2]. Создается оборудование для осуществления конкретного технологического процесса (сварк., резки, закалки металлов) в газе при атмосферном давлении [3, 4]. В результате заметно возраст интерес и к физическим аспектам транспортировки энергии в газовых средах с использованием концентрированных релятивистских электронных пучков (РЭП).

Известно достаточно большое число работ по транспортировке пучков в плотном газе, однако, за небольшим исключением [5, 6], все они выполнены с использованием короткоимпульсных (наносекундных) РЭП (см., например, [7]). Между тем с увеличением длительности импульса взаимодействие РЭП со средой приобретает все более нелинейный характер, что связано с прогревом и последующим прорежением газа в канале. В результате появляется возможность транспортировки высокой удельной мощности квазистационарным РЭП на расстояния, существенно превышающие характерный тормозной пробег электронов в холодном газе.

Первые попытки теоретического рассмотрения нелинейного взаимодействия квазистационарного пучка с плотным газом были выполнены в работах [8, 9], посвященных анализу конечного равновесного состояния среды с целью определения максимальной длины транспортировки слаботочного ($I \leq 1$ А) пучка. Экспериментальные исследования [5, 6] также в основном ограничивались регистрацией предельных длин транспортировки пучков в газе при атмосферном давлении без анализа динамики процесса и сопоставления полученных результатов с теоретическими оценками.

В настоящей работе делается первый шаг в направлении всестороннего изучения процессов, сопровождающих транспортировку квазистационарных РЭП в плотном газе. В основу рассмотрения положена упрощенная теоретическая модель нелинейного взаимодействия пучка со средой, позволяющая получить простые аналитические выражения, характеризующие процесс взаимодействия (часть 1). Результаты расчетов подкрепляются экспериментальными исследованиями (часть 2), выполненными с целью моделирования процесса транспортировки в широком диапазоне давления рабочего газа.

Предельная длина транспортировки РЭП в газе. При рассмотрении транспортировки РЭП в плотном газе будем полагать, что угловое распределение электронов изменяется лишь в результате упругих столкновений, а изменение энергии обусловлено неупругими процессами [10].

Введем понятие предельной длины распространения РЭП в газе как расстояния, на которое пучок транспортирует фиксированную плотность энергии, определяемую конкретным физическим или технологическим процессом. Для квазистационарного РЭП эта длина будет увеличиваться с L_0 для невозмущенной среды до L_∞ в прогретом и прореженном канале. Поскольку сечение электронного пучка увеличивается с расстоянием из-за рассеяния на газе, за длину L_0 естественно выбрать область максимального энерговыделения. Определим L_0 выражением

$$R(z = L_0)/R_0 \approx 2, \quad (1)$$

где R - среднеквадратичный радиус пучка, z - продольная координата, $R_0 = R(z=0)$ - начальный (равновесный) радиус.

Геометрия певоначально равновесного пучка в рассеивающей среде описывается уравнением огибающей [11]

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 \rho_b'' + \ln \rho_b &= \xi \\ \rho_b(0) &= 1, \quad \rho_b'(0) = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $\alpha^2 = 2R_0^2/i^3\lambda_1^2$, $i = I_b/I_0\gamma\beta$, I_b - ток пучка, $I_0 = m_e c^3/e$ - ток Альфвена, $\lambda_1 = 1/n_0\sigma_1$, n_0 - концентрация атомов рассеивающей среды, σ_1 - транспортное сечение рассеяния [12], γ - релятивистский фактор, $\beta = v_b/c$, v_b - продольная скорость электронов, e , m_e - заряд и масса электрона, c - скорость света. Уравнение (2) записано в безразмерных переменных $\rho_b = (R/R_0)^2$, $\xi = 2(z/i\lambda_1)$.

Численное решение (2) приводится на рис. 1 (см. на вклейке). Видно, что представленная зависимость имеет две асимптоты, соответствующие предельным случаям слаботочного пучка (прямая 1), когда собственное магнитное поле не оказывает существенного влияния на геометрию электронного потока в рассеивающей среде, и сильноточного (магнитограниценного) пучка (прямая 2), когда влияние магнитного поля существенно. В первом случае ($\alpha \gg 1$) из (2) получим [11]

$$R^2(z)/R_0^2 \approx 1 + (2/3)(z^3/\lambda_1 R_0^2). \quad (3)$$

Из характера зависимости (3) следует, что темп расширения электронного пучка достаточно высок. $R^2(z=2L_0)/R_0^2 = 25$, и условие (1) оправдано как определение области максимального энерговыделения. Для магнитограниценного РЭП ($\alpha \ll 1$) решение задачи (2) имеет вид [11]

$$R = R_0 \exp(z/i\lambda_1). \quad (4)$$

Как показано в [13], критерием магнитограниценности является неравенство

$$1/\alpha \geq 5. \quad (5)$$

Используя (3), (4), определим величину L_0

$$L_0 = \begin{cases} (4,5R_0^2\lambda_1)^{1/3} & \text{при } 1/\alpha < 5, \\ 0,7i\lambda_1 & \text{при } 1/\alpha \geq 5. \end{cases} \quad (6)$$

Прогрев газа в канале. Длина L_∞ определяется температурой газа в прогретом канале. Рассматривая задачу о нагреве газа, будем

исходить из следующих предположений. Пренебрежем энерговыделением пучка в части пространства при $z > L(t)$, где $L(t)$ - предельная длина распространения в момент времени t . Будем считать, что геометрия пучка в этой области изменяется незначительно, а скорость ее перемещения определяется скоростью фронта пучка, которую определим выражением: $u = dL/dt$ (рис. 2). На длине $L(t)$ полагаем, что плотность газа в канале - ρ и ионизационные потери энергии $|dE/dz|_{\text{ион}}$ не зависят от z . Кроме того, анализируя динамику газа в канале, условно разделим процесс прорежения среды на три стадии: инерциальную, динамическую и равновесную.

1. Рассмотрим инерциальную стадию взаимодействия, когда в результате прогрева среды происходит быстрое увеличение ее давления P , плотность ρ меняется незначительно, а скорость радиального разлета газа v ограничена инерцией и относительно мала. Определим зависимость $\rho(t)$ и оценим продолжительность инерциальной стадии $t_{\text{инер}}$. С этой целью в приближении $\rho(r) = \text{const}$, пренебрегая вязкостью, теплопроводностью, радиационными и конвективными потерями энергии из канала, рассмотрим следующую модельную задачу:

$$c_v \frac{\partial P}{\partial t} = q_{\text{ион}}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} \approx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} \approx - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \rho v r, \quad (7)$$

где c_v - удельная теплоемкость,

$$\begin{aligned} q_{\text{ион}}(r, t) &= \eta [j(r, t)/e] |dE/dz|_{\text{ион}}, \\ |dE/dz|_{\text{ион}} &\approx 0,306 \rho(Z/A) \frac{r^2}{r^2 - 1} \ln \frac{1,16E}{I_1}, \end{aligned} \quad (8)$$

η - доля энергии, переходящая непосредственно в тепловую энергию газа, I_1 - средний ионизационный потенциал, Z и A - заряд ядра и атомный номер газа, $j(r, t)$ - плотность тока пучка.

Из-за рассеяния на газе $R^2 - \rho$ (3) и величина $q_{\text{ион}} \rho / R^2$ на инерциальной стадии меняется незначительно. Полагая $q_{\text{ион}} \approx \text{const}$ и определяя зависимость $j(r, t)$ выражением

$$j(r, t) = \frac{I_b}{\pi R^2} \exp(-r^2/R^2) (1 - \exp(-t/\tau_\Phi)), \quad (9)$$

где τ_Φ - характерное время нарастания фронта импульса тока пучка, из (7) находим

$$\rho(0, t) = \rho_0 \exp \left\{ -\mu^3 \left[(t/\tau_\Phi)^3 - 3(t/\tau_\Phi)^2 + 6(t/\tau_\Phi) - 6(1 - e^{-t/\tau_\Phi}) \right] \right\}, \quad (10)$$

где $\mu = \tau_\Phi/\tau_p$, $\tau_p = \left(\frac{15}{4} R_0^2 \frac{\rho_0}{q_{\text{ион}}} \right)^{1/3}$. Выражение (10) позволяет оценить $t_{\text{инер}}$, ограничив, например, продолжительность инерциальной стадии временем, в течение которого концентрация газа на оси канала изменяется не более чем в два раза. Для электронного пучка с $E = 300$ кВ, $I_b = 20$ А при $R_0 = 0,3$ см и $\eta = 1$ имеем $\tau_p \approx 14,5$ мкс и для $\tau_\Phi = 4$ мкс из (10) следует $t_{\text{инер}} = 16$ мкс.

2. На динамической стадии происходит интенсивное расширение прогретого газа, которое при высоких энерговкладах в канал сопровождается образованием ударной волны. За ее фронтом плотность и давление практически не зависят от поперечной координаты, а скорость разлета линейно изменяется с r [14]. В этом случае решение (7) для

плотности на оси канала можно представить в виде

$$\rho(0, t) = (\rho_0 - \rho_{\min}) \exp(-t/q^*) + \rho_{\min}, \quad t \geq t_{\text{инер}}. \quad (11)$$

где ρ_0 и ρ_{\min} - исходная и минимально достижимая плотность среды в прогретом канале. Постоянная времени t^* может быть принята равной $k t_{\text{инер}}$, коэффициент k определяется из условия сшивки решений (10) и (11). В рассматриваемом случае $k \approx 1,4 - 1,5$.

По мере прорежения среды в канале происходит увеличение L . Используя (11), можно определить скорость изменения L и тем самым найти скорость фронта пучка. Для магнитогравитационных РЭП из (6) и (11) следует

$$u = -L_0 \frac{\rho_0}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = 3u^* \frac{(1-\psi) \exp(-0,69t/t_{\text{инер}})}{[(1-\psi) \exp(-0,69t/t_{\text{инер}}) + \psi]^2}, \quad t \geq t_{\text{инер}}. \quad (12)$$

Максимальная скорость достигается при

$$t_{\text{макс}} = 1,44 t_{\text{инер}} \ln[(1-\psi)/\psi] \quad (13)$$

и равна

$$u_{\text{макс}} = 3u^* (\rho_0 / \rho_{\min}). \quad (14)$$

Здесь $u^* = L_0 / (4,32 t_{\text{инер}})$, $\psi = \rho_{\min} / \rho_0$.

Оценим продолжительность динамической стадии $t_{\text{дин}}$, потребовав выполнения условия

$$u(t=t_{\text{дин}})/u^* = 0,1.$$

Как правило, $u^* \ll u_{\text{макс}}$. С учетом этого из (12) имеем

$$t_{\text{дин}} \approx 1,4 t_{\text{инер}} \ln(30/\psi^2). \quad (15)$$

При $\psi = 1/30$ имеем $t_{\text{дин}} \approx 10 t_{\text{инер}}$, т. е. продолжительность динамической стадии значительно больше инерциальной.

Для слаботочного пучка из (6) и (11) соответственно получим

$$u(t) = u^* \frac{(1-\psi) \exp[-0,69t/t_{\text{инер}}]}{[(1-\psi) \exp[-0,69t/t_{\text{инер}}] + \psi]^{4/3}}; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} t_{\text{макс}} &= 1,4 t_{\text{инер}} \ln(\frac{1-\psi}{3\psi}), \\ u_{\text{макс}} &= 0,7 u^* \psi^{-1/3}, \\ t_{\text{дин}} &= 1,4 t_{\text{инер}} \ln(10\psi^{-4/3}). \end{aligned} \quad (17)$$

Следует отметить, что в (14) и (17) выражения для u^* различаются в соответствии с (6) величиной L_0 .

3. Динамическая стадия завершается установлением энергетического баланса в прогретом канале - подводимая энергия сравнивается с потерями ее на излучение и теплопроводность. В случае $L_\infty > R_0$ уравнение баланса может быть записано в одномерном приближении

$$\frac{I_b}{\pi R^2 e} \left| \frac{dE}{dz} \right|_{\text{ион}} = P_\nu + P_K, \quad (18)$$

где $R \sim R_0$ - средний радиус пучка на длине L_∞ ,

$$P_\nu = \epsilon_\nu \sigma T_m \quad (19)$$

- потери энергии на излучение, ϵ_ν - средний коэффициент поглощения излучения в веществе, σ - постоянная Стефана - Больцмана, T_m - температура газа в равновесном канале,

$$P_k = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \kappa(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial r} \approx \frac{2}{R} \left[\kappa(T_m) \frac{\partial T_m}{\partial r} \right]_{r=R} \quad (20)$$

- средние потери энергии на теплопроводность, κ - коэффициент теплопроводности.

При $P \leq 1$ атм, $R \leq 1$ см и $T_m \leq 1$ эВ средний (планковский) пробег излучения в веществе $\lambda_\nu(T_m)$ много больше радиуса канала. В этом случае $\epsilon_\nu(T_m) \approx 4\lambda_\nu(T_m)$, где величина $(1/\lambda_\nu)$ с учетом ионизационного состава воздуха при высоких температурах приводится в [15]. Величину P_k можно представить в виде [16]

$$- \frac{A}{R^2} \int_{T_0}^{T_m} \kappa(T) dT \approx 1,8 \cdot 10^2 (T_m^{5/2}/R^2) \text{ (Вт/см}^2\text{)}, \quad (21)$$

если аппроксимировать коэффициент теплопроводности воздуха выражением (см. рис. 3, где представлены коэффициент теплопроводности нагретого воздуха [17] и его аппроксимация)

$$\kappa(T) \approx 2 \cdot 10^{-2} T^{3/2} \text{ (Вт/см·град)},$$

где T в электронвольтах.

Уравнение (18) должно быть дополнено уравнением состояния, которое может быть записано в виде

$$\theta(T_m) \rho_{\min} T_m = \rho_0 T_0, \quad (22)$$

где ρ_0 , T_0 - исходные параметры среды, а множитель $\theta(T_m)$ учитывает изменение ионизационного состава газа.

Графическое решение (18) с учетом (19) и (21) приводится на рис. 4 для $P = 1$ атм, $E = 300$ кэВ и $j = 10^2$ А/см². Температура прогретого газа в канале транспортировки составляет $T_m \approx 0,7$ эВ.

Кривая 1 - ионизационные потери энергии электронами пучка, 2 - суммарные потери энергии на излучение и теплопроводность, 3, 4 - потери энергии на теплопроводность и излучение соответственно. Если в этом случае воспользоваться уравнением состояния (22) и определить $\theta(T_m)$ из [15], то расчетная температура должна соответствовать степени прорежения $(\rho_{\min}/\rho_0) = 0,018$. В результате из (6) следует $L_\infty = 3,8 L_0$.

Если ток пучка замыкается обратным током по плазме, то в (18) следует добавить член омического нагрева. Однако при осуществлении конкретного технологического процесса в плотном газе с использованием квазистационарного РЭП доля обратного тока по плазме, как правило, незначительна, и соответствующим энерговкладом можно пренебречь.

Рассмотрим характерные зависимости L_∞ от параметров электронного пучка. При этом примем во внимание следующее. С увеличением мощности пучка рост температуры газа в прогретом канале ограничен потерями энергии на излучение, величина которых резко

возрастает с T_b (см. рис. 4). Поэтому при $E = 300$ кэВ, $j_b \sim 10^2-10^3$ А/см² с разумной точностью можно принять $T_b \approx 1$ эВ или $\rho_0/\rho_{\text{МИН}} \approx 100$ (воздух). В результате при $P = 1$ атм получим

$$L_\infty = \begin{cases} 40[R_0(\gamma^2-1)/\gamma]^{2/3} \text{ см} & \text{при } 1/\alpha < 5 \\ 0,5I_b(\gamma^2-1)^{3/2}/\gamma^2 \text{ см} & \text{при } 1/\alpha \geq 5 \end{cases} \quad (23)$$

Из (23) следует, что предельная длина транспортировки слаботочного пучка практически не зависит от его тока и E . Для магнитограниченного РЭП принципиальной особенностью является зависимость L_∞ от I_b .

Рассмотренная модель взаимодействия квазистационарного РЭП с плотным газом позволяет оценить предельную длину и скорость транспортировки пучка и на основании полученных результатов прогнозировать параметры конкретных технологических установок, а также скорость и эффективность технологических процессов. Более углубленный анализ процессов взаимодействия РЭП со средой может быть выполнен с привлечением численных расчетов. Сопоставление полученных результатов с экспериментальными исследованиями приводится во второй части работы.

Авторы благодарны А. В. Жаринову за внимание к работе и ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Onoue H., Shimoyama T. et al. // Metal Construction. 1985. V.7. N 10. P. 664.
2. Ducrot A., Binard J. // Soudage tech. conn. 1986. V. 40. N. 9/10. P. 308.
3. Электронно-лучевая сварка при атмосферном давлении. В сб.: Бюллетень иностранной научно-технической информации. 1987. N 22. С. 39.
4. Eritz D. International conference on electron beam technologies. - Sofia: Bulgaria, 1985. P. 270.
5. Schumacher B.W., Lowry J.E., Smith R.C. Wistinghouse research lab. scientific paper N 76-1C82-HIBEM-P1. Pittsburgh. Pennsylvannia, 1976.
6. Иевлев В. М., Коротеев А. С. // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. 1981. N 3. С. 3.
7. De Haan P.H., Janssen G.C.A. et al. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. N 4. P. 592.
8. Smith R.C., Schumacher B.W. // Nucl. Instrum. Methods. 1974. V. 118. N 1. P. 73.
9. Артемов В. А., Власов М. А., Сафонов В. А. // Физика и химия обработки материалов. 1982. N 5. С 134.
10. Инжекционная газовая электроника. // Под ред. О. Б. Евдокимова. - Новосибирск: Наука, 1982. С 26.
11. Lee E.P., Cooper R.K. // Particle Accelerators. 1976. V. 6. N 1. P. 83.
12. Hugues T.P., Goldfrey B.B. // Phys. Fluids. 1984. V. 27. N 6. P. 1531.
13. Власов М. А., Выборнов С. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26. N 3. С. 617.
14. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. - М.: Наука. 1966. Гл. 1.
15. Авилова И. В., Биберман Л. М., Воробьев В. С. и др. Оптические

свойства горячего воздуха. - М.: Наука, 1970. С. 197, 318.

16. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов.
М.: Наука, 1974. С. 186.

17. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. С. 186.

Всесоюзный электротехнический
институт им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
13 июня 1989 г.

INVESTIGATION OF QUASI-STATIONARY RELATIVISTIC
ELECTRON BEAM PROPAGATION IN THE DENSE GAS.
1. THE PHYSICAL INTERACTION MODEL

M.A.Vlasov, A.V.Rykhlov, V.A.Safonov

A nonlinear interaction of the quasi-stationary electron beam with a dense gas is considered in the terms of a simplified model which enables one to obtain the analytical estimates. A representation of a limit beam propagation length in gas defined as a distance at which a fixed energy density is transported forms a basis of the model. A dynamics of the gas scattering from the beam heated channel is discussed. The propagation length is VS electron beam characteristics is analysed.

УДК 537.868.531

МНОГООБРАЗИЕ РЕЖИМОВ СТРИКЦИОННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРАХ

В. Н. Семененко

Экспериментально изучено многообразие режимов стрикционной параметрической генерации акустических колебаний в диэлектрических резонаторах из КTaO₃, обусловленное участием во взаимодействии различных комбинаций электромагнитных и акустических мод резонатора, имеющих различные величины интегральных коэффициентов стрикционной межмодовой связи.

Эффект стрикционного параметрического возбуждения в диэлектрических резонаторах (ДР) СВЧ впервые был обнаружен в сегнетоэлектрических кристаллах танталата калия, имеющих аномально высокую диэлектрическую проницаемость ϵ , низкий уровень диэлектрических и акустических потерь, большие значения констант электрострикции при гелиевых температурах [1]. Если мощность накачки с частотой ω_n превышала определенный порог, то в ДР параметрически возбуждались упругие колебания с частотой Ω_a на одной из акустических мод и электромагнитные колебания комбинационных частот

$$\omega_k = \omega_n + k\Omega_a, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Специфику стрикционной параметрической генерации в диэлектрических СВЧ резонаторах предопределяет резонансный характер взаимодействия стоячих волн, так как образец сегнетоэлектрического кристалла малых размеров является одновременно и электромагнитным и акустическим резонатором. Нелинейная связь электромагнитных и упругих колебаний ДР обеспечивается за счет электрострикции.

Если ширина полосы резонанса на mode накачки ($\Delta\omega_n$) сравнима с Ω_a , то комбинационная частота ($\omega_{-1} = \omega_n - \Omega_a$) может быть легко возбуждена на том же самом типе колебаний, что и накачка. В этом случае происходит параметрическое преобразование с сохранением моды электромагнитных колебаний (двухмодовый режим – взаимодействуют одна электромагнитная и одна акустическая моды с собственными частотами ω_f и Ω_n соответственно). Пороговая мощность накачки для двухмодового режима определяется выражением [2]

$$P_{\text{пор}} = \frac{(1+\beta)^2}{32\pi\beta} \frac{\omega_n}{Q_f^2 Q_a K_{\text{ЭФФ}}^2} f(\Delta, d), \quad (2)$$

где $f(\Delta, d) = (1+(\Delta-d)^2)(1+(\Delta+d)^2)(1+d^2)/\Delta d$ – функция настройки колебательной системы, β – коэффициент связи ДР с трактом СВЧ, Q_f и Q_a – добротности мод, $\Delta = 2Q_f\Omega_a/\omega_f$, $d = Q_f(\omega_n^2 - \omega_f^2)/\omega_n^2$ – приведенная расстройка частоты накачки от собственной, $K_{\text{ЭФФ}}^2 = I_1 I_1^*/\Omega_a^2 \omega_n^2$ (I_1, I_1^* –

интегральные коэффициенты электромеханической связи, зависящие от пространственного распределения электромагнитных и упругих полей в ДР). Минимум $P_{\text{пор}}$ достигается при расстройке $d \approx \Delta$, что соответствует настройке в резонанс акустических колебаний и разностной комбинационной частоты ω_{-1} .

При больших значениях параметра Δ более эффективен процесс стрикционного преобразования с возбуждением комбинационной частоты на другой электромагнитной моде - режим с преобразованием моды. Этот режим имеет место, если у ДР имеются три типа колебаний (один упругий и два электромагнитных - трехмодовый режим), частоты которых Ω_{a1} , ω_2 и ω_3 близки к синхронизму: $\omega_3 - \omega_2 - \Omega_{a1} = d_0 \omega_h / 2Q_h$, где $|d_0| \leq 1$. Пороговая мощность накачки для трехмодового режима [2]

$$P_{\text{пор}} = \frac{(1+\beta)^2}{8\pi\beta} \frac{\omega_h}{Q_h Q_k Q_a K^2_{\text{ЭФФ}}} f_1(d, d_0), \quad (3)$$

где $f_1(d, d_0) = (1+d^2)[1+(d_0+d)^2 R_h^2 / (R_k + \theta)^2]$ - функция настройки, $R_h = \omega_h / Q_h$, $R_k = \omega_k / Q_k$, $\theta = \Omega_a / Q_a$ - коэффициенты диссипации. Минимум $P_{\text{пор}}$ в этом режиме достигается при настройке мод в идеальный синхронизм ($d_0=0$) и расстройке накачки ($d=0$).

В предыдущих работах [3-5] исследовались различные варианты стрикционной параметрической генерации в двухмодовом режиме, обусловленные наличием областей мягкого и жесткого возбуждения, а также влиянием нелинейных тепловых расстроек [6]. Исследования [3-5] проводились на диэлектрических резонаторах неправильной геометрической формы, выколотых из куска монокристалла КTaO₃, у которых параметрическая генерация происходила преимущественно на одной акустической моде. В настоящем эксперименте было установлено, что при возбуждении накачки на различных электромагнитных модах ДР можно параметрически возбуждать упругие колебания на различных упругих модах. Из (2) следует, что в этом случае интегральные коэффициенты межмодовой связи для различных пар мод (ω_i, Ω_k) существенно различаются (коэффициенты связи с трактом СВЧ, добротности двух пар соответствующих мод и функции настройки сопоставимы (см. табл. 1)).

Таблица 1

Характеристики электромагнитных и акустических мод (ДР N 52)

N п/п	$\omega_f / 2\pi, \text{ГГц}$	$Q_f \cdot 10^3$	$\Omega_a / 2\pi, \text{МГц}$	$Q_a \cdot 10^3$	$P_{\text{пор}}, \text{мВт}$	f^*
1	8,57	4,0	3,18	2,5	0,6	40
2	8,74	5,5	4,03	3,0	5,5	108

Для ДР неправильной геометрической формы было невозможно идентифицировать типы возбуждаемых собственных электромагнитных и акустических колебаний. Такая возможность впервые появилась при работе с тонкими цилиндрическими ДР из КTaO₃ (отношение диаметра к высоте $d/h \approx 2$). Цилиндрические ДР изготавливались шлифовкой на специальном станке либо выкатыванием пластинки по абразивной поверхности полого цилиндра. Связь ДР с трактом СВЧ осуществлялась в короткозамкнутой петле коаксиального кабеля, поэтому в ДР наиболее эффективно возбуждались осесимметричные $H_{0n\delta}$ -типы ($n = 1, 2, 3, \dots$). Эксперименты проводились как с кристаллами чистого tantalата калия ($\epsilon \approx 4,5 \cdot 10^3$), так и легированного (замещение 2% калия литием в шихте, $\epsilon \approx 2,5 \cdot 10^3$). Расчет собственных частот электромагнитных мод проводился по методике [7]. Геометрические размеры и характеристики

электромагнитных мод цилиндрических ДР представлены в табл. 2.

Несмотря на то что все измерения проводились на монокристаллах KTaO_3 , обладающих акустической анизотропией, для расчета частот собственных упругих колебаний цилиндрических пластин довольно хорошо подходит приближение эквивалентной "изотропной" среды (с усредненными значениями модулей упругости $\langle c_{11} \rangle = 3,81 \cdot 10^{12}$ дин/см², $\langle c_{44} \rangle = 1,25 \cdot 10^{12}$ дин/см² [8, 9]). Эти модули определяют параметры Ламе среды ($\lambda = \langle c_{12} \rangle$, $\mu = \langle c_{44} \rangle$, $\lambda + 2\mu = \langle c_{11} \rangle$), а также коэффициент Пуассона $\sigma = 0,26$ и модуль Юнга $E = 3,15 \cdot 10^{12}$ Г/см·с²) [10].

Таблица 2

Характеристики цилиндрических ДР

N п/п	d, мм	h, мм	$\varepsilon \cdot 10^3$	$\omega_f / 2\pi$, ГГц	$Q_f \cdot 10^3$	тип моды
2	1,23	0,45	4,3	9,04	15,0	$H_{12\delta}$
7	2,43	0,35	2,5	9,20	9,2	$H_{03\delta}$
8	1,85	0,20	2,5	9,31	9,3	$H_{02\delta}$
9	2,43	0,20	2,5	8,90	8,9	$H_{02\delta}$
10	1,03	0,38	4,3	8,91	3,0	$H_{12\delta}$
27	1,03	0,17	4,3	9,01	9,0	$H_{01\delta}$

Для цилиндрической пластины рассчитывались все типы собственных упругих колебаний - поперечные (изгибные) и продольные (контурные) моды. Сопоставление теоретических расчетов с экспериментально наблюдаемыми значениями частот показало, что в цилиндрических ДР в двухмодовом режиме возбуждались только контурные моды, включающие в себя два независимых типа мод - сдвиговые T_n и смешанные S_{nm} - объемной деформации и сдвига, в том числе радиальные - чисто объемные R_n . Индекс n соответствует угловому порядку (определенному количеством узловых диаметров) и m - радиальному порядку гармоники [11]. Уравнения для частот контурных колебаний тонкой изотропной пластины получены в [11, 12]. Они представляют собой трансцендентные уравнения относительно функций Бесселя J_n первого рода n -го порядка, модуля Юнга E и коэффициента Пуассона σ . Безразмерные уравнения для частот Ω радиальных колебаний ($n=0$)

$$F_1(x) = 1 - \sigma,$$

сдвиговых ($n = 0$)

$$F_1(y) = 2$$

и смешанных ($n \geq 1$)

$$(F_n(x) - n - Q)(F_n(y) - n - Q) = (nQ - n)^2,$$

где $x = \kappa_1 a$, $y = \kappa_2 a$, $\kappa_1 = \Omega \sqrt{\rho(1-\sigma^2)/E}$, $\kappa_2 = \Omega \sqrt{2\rho(1+\sigma)/E}$,

$Q = y^2/(2n^2 - 2)$, $F_n(t) = TJ_{n-1}(t)/J_n(t)$, ρ - плотность, a - радиус пластиинки.

В табл. 3 приведены характеристики возбуждаемых акустических колебаний в цилиндрических ДР. Там же представлены расчетные частоты контурных мод (для простоты сравнения все частоты приведены к диаметру 1 мм). Расхождение теории с экспериментом не превышает 5%, что оправдывает введение приближения эквивалентной "изотропной" среды. Легирование тантала калием литием (по крайней мере до 5%) практически не влияет на коэффициенты упругой жесткости. Наиболее

эффективно (с минимальным порогом) на всех цилиндрических ДР возбуждалась низшая радиальная "дышащая" мода R_1 (табл. 3). Это происходило благодаря тому, что эта мода имела наибольший интегральный коэффициент стрикционной связи I со всеми низшими N -модами.

Для цилиндрических ДР отличные от нуля интегральные коэффициенты между модой связы I , I' имеют несколько акустических мод. Структура областей электроакустического возбуждения представляет собой вложенные друг в друга или частично пересекающиеся подобласти, где генерируется одна, две и более акустических мод [5] (рис. 1, см. на вклейке, цилиндрический ДР N 2). Формы этих подобластей подобны, каждая из них содержит зону, где наблюдается возбуждение новой акустической моды при любых начальных условиях (мягкое возбуждение - сплошные линии) и зон жесткого возбуждения (пунктир), где параметрическая генерация на этой моде поддерживается, будучи возбужденной ранее (в частности, при перестройке колебательной системы из соседней зоны), но не возникает, если соответствующая частота не была возбуждена (например, при перестройке, которая сводится лишь к повышению мощности накачки или происходит с понижением частоты).

Таблица 3
Спектр возбуждаемых акустических мод цилиндрических ДР

N п/п	$\Omega_a^{\text{ЭКС}} / 2\pi, \text{МГц}$	$\Omega_a^{\text{теор}} / 2\pi, \text{МГц}$	$Q_a \cdot 10^3$	$P_{\text{пор}}, \text{мВт}$	Тип моды
2	3,26	3,15	2,2	7,2	S_{11}
	4,66	4,47	4,5	0,6	R_1
	6,42	6,29	3,2	1,1	S_{41}
	9,75	9,91	2,5	2,2	S_{42}
7	4,75	4,47	3,1	0,9	R_1
	9,85	9,91	2,6	5,0	S_{42}
	15,37	15,28	4,0	10,0	S_{14}
8	4,61	4,47	1,6	2,3	R_1
9	4,75	4,47	3,1	0,4	R_1
	12,54	11,90	16	4,3	S_{33}
	14,62	14,22	19	4,6	S_{34}
10	4,54	4,47	2,1	2,0	R_1
27	4,71	4,47	1,4	2,3	R_1
	6,59	6,29	2,0	6,4	S_{41}
	10,35	9,91	4,0	10,5	S_{42}

Проиллюстрируем подробнее закономерности совместной параметрической генерации нескольких акустических мод в двухмодовом режиме на рис. 1. Если фиксировать мощность накачки $P_H \approx P_0$ и плавно увеличивать расстройку, то при расстройке, соответствующей точке A, возбудится упругая мода R_1 , точке B - дополнительно возбудится мода S_{41} . В диапазоне расстроек (B-C) будет существовать устойчивая совместная параметрическая генерация этих двух мод. В точке C произойдет срыв генерации на моде S_{41} , а в точке D - и на моде R_1 . Если теперь уменьшать расстройку частоты накачки от резонанса, то совместная параметрическая генерация двух акустических мод уже не осуществляется. В точке E возбудится, а в точке F сорвется генерация на

моде S_{41} , аналогично в интервале расстроек (F - A) будет существовать генерация только на моде R_1 (рис. 1). При мощности накачки $P_H > P_1$ можно получить совместную генерацию трех и более акустических мод.

Описанный выше вариант возникновения многомодового стрикционного взаимодействия можно назвать параллельным возбуждением, поскольку колебания накачки на одной частоте преобразуются в акустические колебания и электромагнитные комбинационные колебания в ходе идущих параллельно элементарных трехквантовых процессов: $\omega_H \rightarrow \Omega_{a1} + \omega_{k1}$ (одна и та же частота накачки - для разных акустических мод).

Кроме параллельного развития многомодового взаимодействия в ДР может происходить также последовательное, или каскадное, параметрическое возбуждение, когда одна из электромагнитных комбинационных частот ($\omega_{-1}^{(1)} = \omega_H - \Omega_{a1}$), возникающих при двухмодовом стрикционном взаимодействии, играет роль накачки в процессе, включающем новую комбинацию мод. Это подтверждает тот факт, что мощность комбинационной ($\omega_{-1}^{(1)}$) ограничивается на определенном уровне при возбуждении второй акустической моды (Ω_{a2}) и практически не растет при увеличении мощности исходной накачки ω_H .

В принципе, последний режим генерации можно попытаться объяснить наличием нелинейности более высокого порядка, чем стрикционная. Однако в рассматриваемой колебательной системе чрезвычайно малы мощности возбуждаемого ультразвука в силу малости коэффициента параметрического преобразования ($\sim \Omega_{a1}/\omega_H$) [13]. Частоты возбуждаемых акустических колебаний не произвольны, а близки к собственным частотам упругих колебаний резонатора (об этом говорят независимые эксперименты с бигармонической накачкой [14]). Вышесказанное позволяет заключить, что основную и главную роль в изучаемой системе играет стрикционная нелинейность.

Порог последовательного возбуждения совместной параметрической генерации акустических колебаний значительно выше, чем параллельного, так как в первом случае в роли накачки выступает комбинационная частота ($\omega_{-1}^{(1)}$), мощность которой существенно ниже мощности исходной накачки, но возрастает с ростом последней.

Трехмодовый режим стрикционной параметрической генерации исследовался в сферических ДР, где он реализуется наиболее просто. Это вызвано тем, что все электромагнитные моды сферического ДР многократно вырождены, однако из-за несовершенства формы образцов, влияния окружающих предметов, вырождение снимается. Типичная величина расщепления частот для соседних компонент электромагнитного мультиплета составляла около 10 МГц (0,1%). Степень расщепления можно было управлять, внося возмущение в распределение электромагнитных полей вблизи ДР (приближая к ДР металлический настроечный штырь). Частотные интервалы между соседними модами электромагнитного мультиплета можно было перестраивать в пределах до 10 МГц и добиваться для мод выполнения условий синхронного взаимодействия с различными акустическими модами с частотами от 3 до 30 МГц.

В приближении изотропной среды все упругие моды сферического ДР (сдвиговые T и смешанные S), кроме радиально симметричных, являются вырожденными. Вырождение снимается благодаря анизотропии упругих свойств KTaO_3 и отклонениям ДР от симметрии. Средняя величина расщепления акустических частот составляла ~100 кГц (1%). В ряде экспериментов при увеличении мощности накачки в спектре параметрической генерации рядом с основными компонентами появлялись сателлиты, соответствующие включению в параметрическое взаимодействие "расщепленных" мод. Небольшое отличие частот этих

акустических мод и пространственного распределения их упругих полей (а значит интегральных коэффициентов межмодовой связи) приводит к ступенчатому возбуждению компонент акустического мультиплета. В эксперименте наблюдалось ступенчатое возбуждение совместной параметрической генерации до девяти компонент вырожденного акустического мультиплета (смешанная мода $S_{24'}$, $\Omega_a/2\pi=11,71$ МГц).

Меньший порог возбуждения имели те акустические компоненты, которые настроены ближе к синхронизму с электромагнитными модами и имели большие значения интегральных коэффициентов и акустических добротностей.

В трехмодовом режиме аналогично двухмодовому также наблюдалась совместная параметрическая генерация различных акустических мод (но при значительно меньших пороговых уровнях накачки). Здесь возможен режим с двойным преобразованием моды, как с параллельным (рис. 2а, сферический ДР N 56, $\omega_h/2\pi=8,57$ ГГц (мода H_{11m}), $P_h=0,2$ мВт, $\Omega_{a1}/2\pi=7,21$ МГц (S_{11}), $\Omega_{a2}/2\pi=12,05$ МГц (S_{14}), настройка в синхронизм троек мод $(\omega_1, \omega_2, \Omega_{a1})$ и $(\omega_1, \omega_3, \Omega_{a2})$), так и с последовательным возбуждением (рис. 2б, ДР N 56, $P_h=1,5$ мВт, $\Omega_{a1}/2\pi=7,21$ МГц (S_{11}), $\Omega_{a2}/2\pi=9,29$ МГц (T_{13}), настройка в синхронизм троек мод $(\omega_1, \omega_2, \Omega_{a1})$ и $(\omega_2, \omega_3, \Omega_{a2})$).

Благодаря участию во взаимодействии большого количества мод (электромагнитных и акустических) в сферических ДР реализуются такие различные комбинированные режимы многомодового стрикционного взаимодействия, когда одни акустические моды генерируются параллельно, другие последовательно (в двух- или трехмодовых режимах). Наиболее простой из таких режимов представлен на рис. 2 в (трехмодовый + двухмодовый режим, ДР N 32, $\omega_h/2\pi=8,91$ ГГц (мода H_{21m}), $P_h=3$ мВт, $\Omega_{a1}/2\pi=13,1$ МГц (S_{42}), $\Omega_{a2}/2\pi=5,97$ МГц (S_{10})).

Особо следует отметить широкое разнообразие различных вариантов стрикционного возбуждения в сферических резонаторах. Сферическая форма ДР и связанное с ней вырождение мод способствовали реализации различных двух- и трехмодовых режимов возбуждения, а малость пороговых уровней позволила, при увеличении мощности накачки до сравнительно небольших значений, наблюдать ступенчатое вовлечenie в параметрический процесс все большего числа мод твердотельного резонатора. В результате спектр отклика ДР все более обогащался новыми комбинационными частотами. Для дальнейших исследований актуальна задача выяснения условий, при которых многомодовый отклик с дискретным спектром может смениться шумовым откликом со сплошным спектром. Можно ожидать, что такое исследование установит механизмы хаотизации, свойственные системам с большим числом степеней свободы. Для классической осцилляторной модели вынужденного рассеяния (система с двумя степенями свободы) в [15] рассчитаны режимы хаоса и генерации субгармоник.

Итак, в настоящей работе рассмотрено многообразие режимов стрикционной параметрической генерации в диэлектрических резонаторах, обусловленное как участием в нелинейном взаимодействии различных сочетаний электромагнитных и акустических мод резонатора, так и различием интегральных коэффициентов межмодовой связи. Эти причины в дополнение к рассмотренным ранее факторам, приводящим к возникновению различных зон возбуждения [5], обуславливают возможность избирательной генерации в ДР отдельных акустических мод, а также совместной параметрической генерации нескольких мод в различных комбинированных режимах.

Автор выражает благодарность Г. В. Белокопытову за полезные дискуссии и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Решетников М. Е., Чистяев В. А. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 19. С. 1210.
2. Белокопытов Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 9. С. 1121.
3. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Решетников М. Е., Чистяев В. А. // Изв. АН СССР. Сер. физич. 1987. Т. 51. № 12. С. 2208.
4. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Чистяев В. А. // ЖТФ. 1988. Т. 58. № 7. С. 1381.
5. Белокопытов Г. В., Чистяев В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 161.
6. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Семененко В. Н., Студеникова Г. В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. № 4. С. 181.
7. Ильченко М. Е., Кудинов Е. В. Ферритовые и диэлектрические резонаторы СВЧ. -Киев: Гос. ун-т, 1973.
8. Баррет Г. В кн.: Физическая акустика/ Ред. У. Мезон, Р. Терстон. -М.: Мир, 1973. Т. 6. С. 90.
9. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. -М.: Наука, 1978.
10. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Теория упругости. -М.: Наука, 1987.
11. Опое М. // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. № 6. P. 1158.
12. Ляв А. Математическая теория упругости. -М.-Л.: ОНТИ, 1935.
13. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Чистяев В. А. // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 2. С. 218.
14. Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Семененко В. Н., Чистяев В. А. // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 6. С. 996.
15. Голубков А. А., Макаров В. А., Матвеева А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 6. С. 780.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
5 июня 1989 г.

THE VARIETY OF REGIMES OF THE STRICTION PARAMETRIC EXCITATION OF THE ACOUSTIC VIBRATIONS IN DIELECTRIC RESONATORS

V.N. Semenenko

The variety of regimes of the striction parametric excitation of the acoustic vibrations in dielectric resonators of $KTaO_3$, caused by participation in the interaction of the different combinations of electromagnetic and acoustic modes of the resonator, which have different values of the integral coefficients of the striction intermode couple have been investigated.

УДК 538.56

МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ОПТИЧЕСКОМ ВОЛОКНЕ,
ОБУСЛОВЛЕННАЯ ФАЗОВОЙ КРОССМОДУЛЯЦИЕЙ

Н. Н. Ахмедиев, В. И. Корнеев, Н. В. Мицкевич

Проведено теоретическое исследование нового вида модуляционной неустойчивости непрерывного сигнала в оптическом волокне, обусловленного нелинейным взаимодействием двух полей. С помощью численного моделирования показано, что при одинаковых амплитудах полей после процесса роста неустойчивости имеет место явление возврата к исходному состоянию непрерывной волны с амплитудой, равной начальной, но с дополнительным фазовым сдвигом. В случае различных начальных амплитуд явление возврата отсутствует.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию эффекта модуляционной неустойчивости в нелинейных дисперсионных средах. В оптическом волокне явление модуляционной неустойчивости приводит к распаду непрерывного слабомодулированного излучения на периодическую последовательность ультракоротких импульсов [1-5]. Такой процесс самовоздействия волны, обусловленный нелинейной зависимостью показателя преломления материала волокна от оптического поля, имеет место в области отрицательной дисперсии групповой скорости. В работе [6] впервые указано на возможность существования эффекта модуляционной неустойчивости в области положительной дисперсии групповой скорости при условии распространения в волокне двух связанных оптических полей. В этом случае важную роль играет нелинейное взаимодействие двух волн (фазовая кроссмодуляция). В частности, в качестве двух связанных полей могут выступать поля двух ортогональных поляризаций в двулучепреломляющем волокне [7].

В данной работе мы провели исследование нового вида модуляционной неустойчивости численными методами, не ограничиваясь линейным приближением теории возмущений, и выявили некоторые общие закономерности этого явления. В частности, анализируя фазовые траектории решений, мы выяснили, в каких случаях имеет место явление возврата Ферми-Паста-Улама, свойственное сепаратрисным решениям нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [8], а в каких такого возврата нет.

Рассмотрим случай распространения сигнала в двулучепреломляющем кварцевом волокне. Огибающие полей двух поляризаций ψ и φ удовлетворяют системе связанных НУШ, содержащих слагаемые, отвечающие нелинейному взаимодействию волн:

$$i\psi_{\xi} - (1/2)\varphi_{\tau\tau} + (|\varphi|^2 + \rho|\psi|^2)\varphi = 0, \quad (1)$$

$$i\varphi_{\xi} - (1/2)\psi_{\tau\tau} + (\rho|\psi|^2 + |\varphi|^2)\varphi = 0.$$

Система (1) записана в безразмерном виде в общепринятых обозначениях (см. [6]) в пренебрежении поглощением в волокне, а также при условии, что групповые скорости двух волн и их дисперсии одинаковы, $v_1=v_2$, $\partial v_1/\partial\omega=\partial v_2/\partial\omega$. Обычно для кварцевого волокна значение коэффициента при слагаемых, отвечающих за фазовую кроссмодуляцию, $\rho=2$ (см. [9]). Этим значением мы и будем пользоваться при

далееших расчетах.

Заметим, что в представленном виде система (1) не относится к полностью интегрируемым системам, для которых могут быть разработаны эффективные методы решения [10]. Поэтому в рамках данной работы ограничимся численным анализом решений.

Нетрудно видеть, что система (1) имеет стационарное решение:

$$\psi = \alpha \exp[i\xi(\alpha^2 + \rho\beta^2)], \quad \psi = \beta \exp[i\xi(\rho\alpha^2 + \beta^2)], \quad (2)$$

где α и β - амплитуды двух непрерывных волн. Произвольные фазовые множители типа $\exp(i\vartheta)$, которые можно включить в (2), не влияют на окончательные результаты, и мы их не выписываем с самого начала. Пусть обе волны на входе волокна слабо модулированы:

$$\begin{aligned} \psi &= [\alpha + a(\xi) \cos(\kappa t)] \exp[i\xi(\alpha^2 + \rho\beta^2)], \\ \psi &= [\beta + b(\xi) \cos(\kappa t)] \exp[i\xi(\rho\alpha^2 + \beta^2)], \end{aligned} \quad (3)$$

где $a(\xi)$, $b(\xi)$ - комплексные амплитуды внешней модуляции, которые на начальном этапе роста возмущения малы, $|a(\xi)| \ll \alpha$, $|b(\xi)| \ll \beta$, κ - частота периодической модуляции. Подставляя (3) в (1) и ограничиваясь линейными членами по $a(\xi)$ и $b(\xi)$, стандартными методами легко показать, что коэффициенты имеют вид

$$a(\xi) = A[1 - i2\sigma/\kappa^2] \exp(\delta\xi), \quad b(\xi) = Aq[1 - i2\delta/\kappa^2] \exp(\delta\xi), \quad (4)$$

где

$$q = -2\rho\alpha\beta / (\kappa_0^2/2 + 2\beta^2),$$

$$\kappa_0 = \sqrt{2} \{[(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2(\rho^2 - 1)]^{1/2} - \alpha^2\beta^2\}^{1/2},$$

$$\delta = \kappa / \sqrt{2} [(\kappa_0^2 - \kappa^2)/2]^{1/2}$$

- инкремент нарастания неустойчивости, который действителен в интервале частот $0 < \kappa < \kappa_0$. А-действительная произвольная постоянная, удовлетворяющая условию $|A \exp(\delta\xi)| \ll \alpha, \beta$ при $\xi \rightarrow -\infty$. Инкремент нарастания неустойчивости δ максимальен при $\kappa = \kappa_0 / \sqrt{2}$ и действителен только при наличии обоих полей. Если одна из величины α или β равна нулю, δ становится чисто мнимым. Отсюда видно, что данный вид модуляционной неустойчивости является коллективным эффектом. Для инкремента нарастания существует и второе значение

$$\delta' = \kappa / \sqrt{2} \{-\kappa^2/2 - (\alpha^2 + \beta^2) - [(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2(\rho^2 - 1)]^{1/2}\}^{1/2},$$

которое при любых α и β является чисто мнимым и не дает экспоненциального нарастания.

Мы исследовали численными методами эволюцию полей ψ и φ с начальными условиями (3) и периодическими граничными условиями по переменной t . При этом использовалась неявная схема Кранка-Николсона, обобщенная на случай двух комплексных полей, в сочетании с матричной прогонкой.

Наиболее интересные результаты имеют место при $\alpha = \beta$. В этом случае коэффициент q в формулах (4) принимает значение -1 . При этом начальные условия для двух полей одинаковы с точностью до сдвига на половину периода $T/2 = \pi/\kappa$. То есть при $\xi \rightarrow \infty$

$$\psi(\xi, t) = \varphi(\xi, t + T/2). \quad (5)$$

Поскольку уравнения инвариантны относительно сдвига по переменной $\xi \rightarrow \xi + \xi_0$, то условие (5) в процессе эволюции остается справедливым при всех ξ . Это означает, что система (1) равносильна одному

дифференциально-разностному уравнению:

$$i\psi_{\xi}(\xi, \tau) - (1/2)\psi_{\tau\tau}(\xi, \tau) + (|\psi(\xi, \tau)|^2 + 2|\psi(\xi, \tau+T/2)|^2)\psi(\xi, \tau) = 0. \quad (6)$$

Решения этого уравнения удобно представлять, как и для обычного НУШ [8], в виде траекторий на одном фазовом портрете в плоскости ($\text{Re } \psi$, $\text{Im } \psi$). На рис. 1а (см. на вклейке) представлены соответствующие траектории для некоторых фиксированных точек τ в случае $\alpha=\beta=1/\sqrt{3}$ при максимальном инкременте нарастания $k=k_0/\sqrt{2}$, $\delta=\alpha/\sqrt{2}$. Фазовые траектории соответствуют следующим значениям $k\tau/\pi$: 0(1); 0,14(2); 0,28(3); 0,42(4); 0,56(5); 1,0(6). Выбор конкретных значений α и β не ограничивает общности рассмотрения, поскольку функция $\psi'=\eta\psi(\pi^2\xi, \eta\tau)$, где η - произвольная действительная постоянная, также является решением уравнения (6). Из рис. 1а видно, что

1) все траектории, выходящие из начальной точки 0 на фазовом портрете за бесконечное время, сходятся в одну и ту же точку 0'. "Ортогональная" к траекториям сеть кривых, обозначенных пунктиром, соответствует фиксированным значениям $\xi=\text{const}$. Обратим внимание на симметрию траекторий относительно прямой (штрихпунктир на рис. 1а), проходящей через начало координат под углом $\sim 30^\circ$ к оси $\text{Re } \psi$. На этой прямой модуляция сигнала становится максимальной. Таким образом, в рассматриваемом случае с ростом ξ модуляция сигнала растет до максимальной глубины, а затем происходит симметричный возврат к исходному состоянию, непрерывной волне с прежней амплитудой α . При этом фаза сигнала оказывается сдвинутой относительно начальной на величину $\sim 60^\circ$;

2) траектории имеют более сложный вид, чем в случае сепаратрисных периодических решений НУШ [8] и не сводятся к кривым второго порядка. Возможно, траектории на рис. 1а описываются уравнениями четвертого порядка, но для них не существует достаточно подробной классификации, как, скажем, для кривых второго или даже третьего порядков [11]. Поэтому решения в аналитическом виде если и существуют, то, по-видимому, имеют более сложный вид, чем аналогичные решения НУШ, и, во всяком случае, их нельзя получить линейной подстановкой [8]. В этой связи еще раз напомним, что система (1) не является полностью интегрируемой, как, например, аналогичная система уравнений, проанализированная в [10], получаемая из (1) приравниванием коэффициентов при нелинейных слагаемых. В этом случае, однако, эффект модуляционной неустойчивости пропадает (если рассматривать только случай положительной дисперсии).

На рис. 2а представлены формы огибающей сигнала в точке максимальной модуляции (здесь и далее использованы обозначения I $\rightarrow \psi$, II $\rightarrow \phi$). Эти кривые не являются импульсами в прямом смысле, а скорее близки к синусоидальной форме сигнала. Это подтверждается видом спектра сигнала, изображенного на рис. 3 при $\alpha=\beta=1/\sqrt{3}$. Цифрой над кривыми обозначен номер гармоники, f_n -фурье-коэффициенты. Для удобства начало отсчета переменной ξ смещено на графике в точку симметрии. Практически отличной от нуля оказывается только первая гармоника модуляции, мощность второй гармоники уже на порядок меньше. Отметим также, что мощность несущей частоты в минимуме ($\sim 60\%$ от первоначальной мощности) и преобразование по частоте оказывается менее эффективным, нежели в случае НУШ [8].

Обратимся теперь к случаю $\alpha \neq \beta$. Траектории решения в этом случае для функций ψ и ϕ не совпадают и, строго говоря, образуют два различных фазовых портрета. Однако для экономии места мы ограничились изображением лишь по одной траектории для каждой из функций в точке $\tau=0$ и привели их на одном графике для случая $\alpha=0,5$, $\beta=0,7$, рис. 1б. Оказалось, что явление возврата в этом случае

отсутствует: различные траектории каждой из функций расходятся на фазовой плоскости, и возникающая на начальном этапе роста возмущений модуляция не пропадает ни при каких ξ . Тем не менее, существует такое значение ξ , при котором глубина модуляции оказывается того же порядка величины, что и в случае одинаковых начальных амплитуд. В этом смысле переход к различным α и β преимуществ не дает перед случаем $\alpha=\beta$. Формы огибающих двух сигналов с максимальной глубиной модуляции при неравных α и β приведены на рис. 2б. Значения ξ для этих графиков изображены на рис. 1б кружочками. Основное отличие от предыдущего случая состоит в том, что полуширина импульсов функции $|\psi|$ уменьшена за счет увеличения полуширины импульсов функции $|\psi|$.

Подведем итог исследования. Новый тип модуляционной неустойчивости в оптическом волокне позволяет получить периодическую последовательность импульсов из непрерывной накачки в области положительной дисперсии групповых скоростей, что позволяет наблюдать эффект в видимом диапазоне длин волн. Этот процесс обладает свойством возврата к исходному состоянию при одинаковых начальных амплитудах двух оптических полей, так что существует оптимальная длина волокна $L_{\text{опт}}$ для наблюдения эффекта. При различных амплитудах полей свойство возврата теряется, и на любой длине волокна будет наблюдаться последовательность импульсов. Однако и в этом случае существует оптимальная длина, на которой глубина модуляции максимальна. Приведем некоторые оценки для волокна с поперечным сечением 20 мкм², длина волны накачки $\lambda=1,3$ мкм (что соответствует области положительной групповой дисперсии). Для случая $\alpha=\beta$ (мощности накачки $P_\alpha=P_\beta=1$ Вт) оптимальная длина наблюдения эффекта составляет $L_{\text{опт}} \approx 350$ м ($\xi=3,8$). При $\alpha \neq \beta$ ($P_\alpha=0,7$ Вт, $P_\beta=1,0$ Вт) требуемая $L_{\text{опт}} \approx 680$ м ($\xi=6,7$). Таким образом, $L_{\text{опт}}$ зависит от разницы между начальными амплитудами сигналов: чем меньше эта разница, тем меньший отрезок волокна требуется для наблюдения эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hasegawa A., Brinkman W.F. // J. Quantum Electron. 1980. V.QE-16. N 7. P. 694.
2. Ахмедиев Н.Н., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. Вып. 5. С. 1542.
3. Выслоух В.А., Сухотская Н.А. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. N 11. С 2371.
4. Ахмедиев Н.Н., Корнеев В.И., Мицкевич Н.В. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 1. С.159.
5. Tai K., Hasegawa A., Tomita A. // Phys. Rev. Lett. 1986. V.56. N 2. P. 135.
6. Agraval G.P. // Phys. Rev. Lett. 1987. V.59. N 8. P. 880.
7. Menyuk C.R. // IEEE J. Quantum Electron. 1987. V.QE-23. N 2. P.174.
8. Ахмедиев Н.Н., Корнеев В.И. // ТМФ. 1986. Т. 69. N 2. С.189.
9. Trillo S., Wabnitz S. et al. // Opt. Commun. 1989. V. 70. N 2. P. 166.
10. Манаков С.В. // ЖЭТФ, 1973. Т.65. Вып. 2. С.505.
11. Смогоржевский А.С., Столова Е.С. Справочник по теории плоских кривых третьего порядка. -М.: Физматгиз, 1961.-264 с.

MODULATION INSTABILITY IN OPTICAL FIBER
INDUCED BY CROSS-PHASE MODULATION

N.N.Akhmediev, V.I.Korneev, N.V.Mitskevich

A new kind of modulation instability of cw signal in optical fiber induced by nonlinear interaction of two copropagating optical fields is studied theoretically. It is shown by numerical simulation that the phenomenon of the recurrence to the state of cw signal with initial amplitudes takes place after the instability growing process if the initial amplitudes of two optical fields are equal. The recurrence phenomenon is absent for unequal initial amplitudes.

Краткие сообщения и письма в редакцию

УДК 538.56

ВЛИЯНИЕ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ НА СТРУКТУРУ СПУТНИКОВЫХ УКВ РАДИОСИГНАЛОВ

А. В. Волков, С. Н. Кривоножкин, Л. А. Славутский, Б. М. Шевцов

При радионаблюдениях спутников находящихся вблизи горизонта, радиосигналы имеют характерную структуру, обусловленную интерференцией прямой и отраженной от морской поверхности волн [1, 2]. Однако достаточно часто возникают ситуации, когда интерференционные минимумы частично или полностью исчезают, что не может объясняться влиянием случайных неоднородностей атмосферы, которые дают лишь вклад в относительно небольшую флуктуационную составляющую сигнала. Регулярные неоднородности атмосферы могут приводить к рефракционным искажениям [1]. В контролируемых радиоэкспериментах было замечено, что структуры сигналов изменяются в зависимости от состояния морской поверхности. Эти эксперименты в сопоставлении с расчетами структур радиосигналов и будут рассмотрены в настоящей работе.

Для радионаблюдений использовались монохроматические с круговой поляризацией радиосигналы спутников навигационной системы "Транзит", а для контроля состояния морской поверхности проводились измерения ее радиотеплового излучения на длине волны 1,35 см. Радиометрические измерения осуществлялись под углом 20–30° к поверхности в пределах пятна размером примерно 150 см. При этом, как известно, временные изменения радиотеплового излучения содержат информацию о временной зависимости уклонов морской поверхности и, соответственно, о спектре энергонесущего волнения (ветровые волны, зыбы) [3]. Вклад качки судна оценивался с помощью гирокомического датчика и исключался спектральной обработкой.

На рис. 1 и 2 (см. на вклейке) приведены экспериментальные зависимости амплитуд спутниковых радиосигналов с частотой 150 МГц от угла места спутника $\lambda(\varphi)$ (кривые 1). Зависимости соответствуют различным состояниям морской поверхности в два балла (рис. 1) и штилевым условиям (рис. 2). Волнение характеризуется приведенными на рис. 1 и 2 временными спектрами флуктуаций радиотеплового излучения $T(\nu)$. При наличии ветрового волнения с достаточно широким спектром (рис. 1) глубина интерференционных минимумов уменьшается с увеличением угла места. При штилевых условиях с узким спектром волнения (рис. 2), в котором доминирует крупномасштабная зыбь, может наблюдаться полное сглаживание интерференционной структуры сигнала. При слабом влиянии морского волнения размах интерференционных биений доходил до 30 дБ.

В рамках лучевого приближения изменение структуры сигнала можно объяснить зависимостью коэффициента отражения радиоволн поверхностью от угла места спутника $V(\varphi)$. Для поверхности с нормальным распределением возвышений по методу Кирхгофа имеем [4]

$$V(\varphi) = \exp(-2k^2\sigma^2 \sin^2 \varphi),$$

где k - волновое число радиоизлучения, σ - среднеквадратическая высота неровностей, определяющаяся их пространственным масштабом [3]. Соответствующая зависимость $\Lambda(\varphi)$, рассчитанная для $\sigma=1$ м, $k=2\pi/\lambda$, $\lambda = 2$ м, приведена на рис. 1 (кривая 2). В случае штилевых условий, считая, что высоты и углы наклонов зыби распределены, как в синусоидальной волне со случайной фазой, имеем [4]

$$V(\varphi) = \frac{2}{\pi^2} \exp[-\Lambda(a)] \arcsin a \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(i \xi \sin \varphi \sin \theta + 2\Lambda(a)\theta) d\theta,$$

$$\Lambda(a) = \frac{1}{\pi} (\sqrt{1/a^2 - 1} - \arccos a), \quad a = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\gamma},$$

при $\varphi < \gamma$ (случай с затенениями), а без затенений ($\gamma < \varphi$)

$$V(\varphi) = J_0(2k\xi \sin \varphi),$$

где J_0 -функция Бесселя, ξ - высота волны, γ - максимальный уклон, определяющийся длиной волны зыби (см., например, [3]). Рассчитанная зависимость $\Lambda(\varphi)$ для $\xi=3$ м, $\lambda=2$ м приведена на рис. 2 (кривая 2).

Заметим, что подобный эффект наблюдался и на частоте 400 МГц, однако сглаживание интерференционной картины в этом случае выражено значительно слабее, что объясняется, по-видимому, более сильным для этой частоты диффузным рассеянием на волнении меньших масштабов.

Приведенные расчеты могут служить лишь для качественной интерпретации результатов, поскольку при малых углах скольжения необходимо учитывать дифракцию радиоволн на крупномасштабных неровностях поверхности.

Таким образом, крупномасштабное волнение морской поверхности может приводить, наряду с рефракцией в атмосфере, к существенным искажениям интерференционной картины радиосигналов в УКВ диапазоне.

Спутниковые радионаблюдения проводились совместно с сотрудниками ИФА АН СССР Б. С. Агровским, А. Н. Богатуровым, С. С. Кашкаровым, А. С. Смирновым, а радиометрические измерения - с сотрудниками ЛПИ О. Б. Утробиным и Д. В. Шаниковым, которым авторы выражают признательность и глубокую благодарность.

ЛИТЕРАТУРА

- Anderson K.D. //Radio Science. 1982. V. 17. N 3. P. 653.
- Глинер А. Р., Кривоножкин С. Н., Шевцов Б. М. //Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. N 2. С. 238.
- Шутко А. М. СВЧ радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. - М.: Наука. 1986.
- Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. -М.: Наука. 1972.

Тихоокеанский океанологический
институт ДВО АН СССР

Поступила в редакцию
10 апреля 1990 г.

ОБ ОДНОМ РЕЖИМЕ ТРАНСФОРМАЦИИ СПЕКТРА СИГНАЛА
В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

В. М. Ольхов

Одним из наиболее распространенных нелинейных уравнений является уравнение простых волн [1, 2]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

При этом t и x могут иметь в одних случаях смысл времени и координаты, а в других - наоборот. Это уравнение служит основой для изучения множества нелинейных процессов, в том числе в задачах распространения волн различной природы в нелинейных средах. Основными свойствами (1) является эффект опрокидывания и генерации гармоник [1, 2]. Добавление в (1) членов вида $\partial^2 u / \partial x^2$, $\partial^3 u / \partial x^3$ означает учет вязких и дисперсионных эффектов (уравнение Боргерса и КdВ), ограничивающих на некотором уровне чисто нелинейные эффекты. Трансформация спектра сигнала при генерации гармоник является приближением для (1). Другие режимы взаимодействия волн в подобных моделях рассматривались, например, в [2, 3].

Мы укажем еще одно приближение (1), которое допускает непрерывную трансформацию спектра сигнала. Поставим задачу выяснить, как меняется спектр сигнала в (1), если учитывать влияние на каждую гармонику только более длинных волн. Рассмотрим простейший сигнал

$$u = u_1 + u_2 = A_1 \sin k_1 x + A_2 \sin k_2 x. \quad (2)$$

Нетрудно показать, что при выполнении условий

$$A_2 \ll A_1, \quad A_1 k_1 \ll A_2 k_2 \quad (3)$$

в уравнении (1) можно пренебречь членами вида $u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}$, $u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x}$, $u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x}$ по сравнению с $u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x}$. Если теперь усреднить оставшееся по коротковолновому периоду, то получим

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0.$$

Уравнение для u_2 легко разрешимо и при учете (2) имеет вид

$$u_2 = A_2 \sin \left\{ \frac{2k_2}{k_1} \operatorname{arctg} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{k_1 x}{2} \right) \exp \left(-A_1 k_1 t \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

В том случае, когда имеется N гармоник, соответствующее приближение уравнения (1) будет

$$u(x, 0) = \sum_{i=1}^N u_i(x, 0) = \sum_{i=1}^N A_i \sin k_i x,$$

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \left(\sum_{i=1}^{n-1} u_i \right) \frac{\partial u_n}{\partial x} = 0, \quad n = 2, \dots, N$$

при выполнении условий

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N, \quad \lambda_1 k_1 < \lambda_2 k_2 < \dots < \lambda_N k_N.$$

Из (4) следует, что в окрестности точек $x=\pi/k_1 \pm 2\pi n, n=0, \pm 1, \dots$

$$k_2(t) \approx k_2 \exp\{\lambda_1 k_1 t\},$$

т. е. происходит экспоненциальный рост волновых чисел, причем без изменения амплитуды волны, так что ограничения (3) выполняются по крайней мере вблизи этих точек. На рис. 1 (см. на вклейке) показана эволюция во времени коротковолновой компоненты сигнала (2). Ограничение роста волновых чисел возникает при учете других эффектов, например, они ограничены временем опрокидывания или включением при больших коэффициентах вязкости. Однако само наличие режима, в котором происходит экспоненциальное сжатие коротковолновой компоненты благодаря действию волн с большей длиной волны, представляет интерес.

Автор благодарит В. И. Татарского и И. Г. Якушкина за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. - М.: Наука, 1988.
2. Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. Введение в нелинейную физику. - М.: Наука, 1988.
3. Якушкин И. Г. // ЖЭТФ. Т. 84. № 3. С. 94.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
1 ноября 1989 г.

УДК 621.371

ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОГО ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО КЛИНА

Б. А. Мишустин

Решение классической задачи об электромагнитном возбуждении металлического клина выражается, как известно, либо в виде двукратного несобственного интеграла ([1], с. 266), либо в виде несобственного интеграла и бесконечного ряда ([1], с. 281). В настоящей работе показано, что возможны дальнейшие аналитические преобразования таких выражений, позволяющие представить решение в виде одномерного интеграла с конечными пределами интегрирования.

Для приближения к техническим приложениям будем рассматривать векторную функцию Грина для электрического и магнитного токов ([2], с. 216) вместо возбуждения E - и H -волн, как в [1]. Ограничимся преобразованием функции Грина для электрического диполя, поскольку структура функции Грина для магнитного диполя та же самая и, следовательно, преобразования будут такими же.

В качестве исходного возьмем следующее представление векторного

потенциала элементарного электрического диполя:

$$A_z^D(r, \varphi, z) = 1/2\alpha \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\kappa=-\infty}^{\infty} \exp(-|z-z_0|\sqrt{\kappa^2 - k^2}) G_{\nu}(\kappa, r, r_0) \times \\ \times j_z \sin \nu \varphi \sin \nu \varphi_0 \frac{\kappa dk}{\sqrt{\kappa^2 - k^2}}, \quad (1)$$

$$A_{r, \varphi}^D(r, \varphi, z) = 1/8\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{0n}) \int_{\kappa=-\infty}^{\infty} \exp(-|z-z_0|\sqrt{\kappa^2 - k^2}) \times \\ \times \left\{ j_r \sin \nu \varphi_0 \begin{Bmatrix} \sin \nu \varphi \\ \cos \nu \varphi \end{Bmatrix} \left[G_{\nu-1}(\kappa, r, r_0) \pm G_{\nu+1}(\kappa, r, r_0) \right] + \right. \\ \left. + j_\varphi \cos \nu \varphi_0 \begin{Bmatrix} \sin \nu \varphi \\ \cos \nu \varphi \end{Bmatrix} \left[G_{\nu-1}(\kappa, r, r_0) \mp G_{\nu+1}(\kappa, r, r_0) \right] \right\} \frac{\kappa dk}{\sqrt{\kappa^2 - k^2}},$$

где α - внешний угол клина (область существования поля), $\nu = n\pi/\alpha$, $j_{r, \varphi, z}$ - компоненты тока диполя, расположенного в точке $(r_0 \varphi_0 z_0)$,

$\delta_{00} = 1$, $\delta_{0n} = 0$ при $n > 0$,

$$G_{\nu}(\kappa, r, r_0) = \begin{cases} H_{\nu}^{(2)}(\kappa r) J_{\nu}(kr_0), & r \geq r_0 \\ H_{\nu}^{(2)}(kr_0) J_{\nu}(\kappa r), & r \leq r_0 \end{cases},$$

J_{ν} - функция Бесселя, $H_{\nu}^{(2)}$ - функция Ганкеля 2-го рода.

Первое преобразование выражений [1] основано на следующем интегральном представлении произведения цилиндрических функций:

$$H_{\nu}^{(2)}(kr) J_{\nu}(kr_0) = 1/\pi \int_0^{\pi} \cos(\nu\theta) H_0^{(2)}\left(\kappa\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos\theta}\right) d\theta - \\ - \frac{\sin \pi\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-\nu\theta) H_0^{(2)}\left(\kappa\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos\theta}\right) d\theta. \quad (2)$$

Эту формулу можно получить, если в интегральное представление произведения функции Бесселя и Ганкеля, приведенное в [3] (стр. 972, 8. 424(2)),

$$H_{\nu}^{(2)}(x) J_{\nu}(y) = \frac{i}{\pi} \int_0^{\gamma-1} \exp\left[\frac{1}{2}\left(t - \frac{x^2 + y^2}{t}\right)\right] J_{\nu}\left(\frac{xy}{t}\right) \frac{dt}{t},$$

$$\gamma > 0, \operatorname{Re} \nu > -1, |x| > |y|,$$

подставить следующую формулу для модифицированной функции Бесселя (см. [3], стр. 972, 8. 431 (5)):

$$J_\nu(\nu) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(w \cos \theta) \cos \nu \theta d\theta - \frac{\sin \pi \nu}{\pi} \int_0^\infty \exp(-w \operatorname{ch} \theta - \nu \theta) d\theta,$$

$$|\arg w| \leq \pi/2, \operatorname{Re} \nu > 0,$$

и выполнить интегрирование по t под интегралами по θ , допустимое в силу равномерной сходимости последних. При интегрировании следует воспользоваться таким представлением функции Ганкеля нулевого индекса

$$H_0^{(2)}(s) = i/\pi \int_0^{-i\infty} \exp[1/2(\tau+s^2/\tau)] d\tau/\tau,$$

которое легко получить из формулы в [3] (стр. 970, 8.421 (8)).

Для последующих выкладок в интегральном представлении (2) целесообразно перейти к компактному контурному интегралу по пути интегрирования, показанному на рис. 1 (см. на вклейке),

$$H_\nu^{(2)}(kr) J_\nu(kr_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \exp(-\nu\theta) H_0^{(2)}(k\sqrt{r^2+r_0^2-2rr_0 \operatorname{ch}\theta}) d\theta. \quad (3)$$

В пределах, обусловленных точками ветвления B , которые определяются уравнением $\operatorname{ch} B = (r^2 + r_0^2)/2rr_0$ и областями возрастания

подынтегральной функции при $|\theta| \rightarrow \infty$ (заштрихованы на рис. 1), контур интегрирования можно варьировать, например заменить на L' .

Первое преобразование выражений (1) состоит в выполнении интегрирования по k , поскольку с учетом (3) получается известное в теории электромагнитного поля интегральное соотношение (см. [1], стр. 52)

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(k\rho) \exp\left(-|z|\sqrt{k^2-k^2}\right) \frac{k dk}{\sqrt{k^2-k^2}} = 2 \frac{\exp(-i\sqrt{\rho^2+z^2})}{\sqrt{\rho^2+z^2}}.$$

Второе преобразование заключается в суммировании бесконечных рядов, которое становится возможным благодаря подстановке (3), так как переменная суммирования n уже не входит в индексы цилиндрических функций. Для суммирования рядов достаточно воспользоваться соотношениями

$$\sum_{m=0}^{\infty} (2-\delta_{0m}) \cos(m\pi\xi/\alpha) \exp(-m\pi\eta/\alpha) = \operatorname{sh}(\pi\eta/\alpha) / [\operatorname{ch}(\pi\eta/\alpha) - \cos(\pi\xi/\alpha)],$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sin(m\pi\xi/\alpha) \exp(-m\pi\eta/\alpha) = \frac{1}{2} \sin(\pi\xi/\alpha) / [\operatorname{ch}(\pi\eta/\alpha) - \cos(\pi\xi/\alpha)].$$

В результате таких преобразований формулы для составляющих векторного потенциала электрического диполя приобретают вид

$$A_z^{\Theta}(r, \varphi, z) = \frac{j_z}{4\pi i \alpha} \sin \frac{\pi \varphi}{\alpha} \int_{L} \frac{\exp(-ikR)}{DR} \operatorname{sh} \frac{\pi \theta}{\alpha} d\theta; \quad (4)$$

$$A_r^{\Theta}(r, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi i \alpha} \sin \frac{\pi \varphi}{\alpha} \int_{L} \frac{\exp(-ikR)}{DR} \left[j_r \operatorname{sh} \theta \operatorname{sh} \frac{\pi \theta}{\alpha} \sin \frac{\pi \varphi_0}{\alpha} + j_\varphi \operatorname{sh} \theta \left(\operatorname{ch} \frac{\pi \theta}{\alpha} \cos \frac{\pi \varphi_0}{\alpha} - \cos \frac{\pi \varphi}{\alpha} \right) \right] d\theta; \quad (5)$$

$$A_{\varphi}^{\Theta}(r, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi i \alpha} \int_{L} \frac{\exp(-ikR)}{DR} \left[j_r \operatorname{sh} \theta \sin \frac{\pi \varphi_0}{\alpha} \left(\operatorname{ch} \frac{\pi \theta}{\alpha} \cos \frac{\pi \varphi}{\alpha} - \cos \frac{\pi \varphi_0}{\alpha} \right) - j_\varphi \operatorname{ch} \theta \operatorname{sh} \frac{\pi \theta}{\alpha} \cos \frac{\pi \varphi}{\alpha} \cos \frac{\pi \varphi_0}{\alpha} \right] d\theta, \quad (6)$$

где

$$D = \left[\operatorname{ch} \frac{\pi \theta}{\alpha} - \cos \frac{\pi}{\alpha} (\varphi - \varphi_0) \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi \theta}{\alpha} - \cos \frac{\pi}{\alpha} (\varphi + \varphi_0) \right],$$

$$R = [(z - z_0)^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \operatorname{ch} \theta]^{1/2}.$$

Таким образом, поле элементарного излучателя в присутствии металлического клина выражается однократными интегралами.

Для численных расчетов формулы (4)–(6) можно преобразовать к более удобному виду, пользуясь возможностью деформировать контур интегрирования, если не заходить за особые точки подынтегрального выражения и оставаться в области убывания его при $|\theta| \rightarrow \infty$. На рис. 2 (см. на вклейке) показан контур интегрирования $L_1 + L_2 + L_3$, который огибает полюсы подынтегральной функции, соответствующие $D=0$, проходит через точки ветвления, определяемые уравнением $R=0$, и при $|\theta| \rightarrow \infty$ обеспечивает наиболее быстрое убывание подынтегральной функции. Благодаря монотонности убывания подынтегральной функции на прямых L_1 и L_3 можно использовать новую переменную интегрирования, для которой интервал интегрирования будет конечным. Если, например, новую переменную интегрирования x определить соотношением

$$\ln x = -ik[2rr_0 \operatorname{ch} \theta - (z - z_0)^2 - r^2 - r_0^2]^{1/2},$$

то интегрирование должно будет выполняться в пределах $0 < x < 1$, причем в точке $x=1$, соответствующей $R=0$, особенность подынтегральной функции исчезает, так как

$$dx = 1/R \exp(-ikR) k r r_0 \operatorname{sh} \theta d\theta.$$

Интегрирование по контуру L_2 хотя и проводится в конечных пределах, подынтегральная функция имеет особенности в концевых точках. Для того чтобы избавиться от этих особенностей, можно ввести новую переменную интегрирования u следующим уравнением:

$$[(z-z_0)^2+r^2+r_0^2-2rr_0\operatorname{ch}\theta]^{1/2}=\{1/2[z-z_0]^2+r^2+r_0^2\}^{1/2} [1-\exp(iy)],$$

$$\{1/2[(z-z_0)^2+r^2+r_0^2]\}^{1/2} \exp(iy)dy=(rr_0/R) \operatorname{sh}\theta d\theta.$$

При интегрировании по y в интервале $0 < y < 2\pi$ контур интегрирования L_2 в плоскости комплексной переменной θ деформируется, приобретая вид дуг L'_2 (рис. 2), такая деформация допустима, так как не касается особенностей подынтегральной функции - ее полюсов, расположенных на оси $\operatorname{Re}\theta=0$.

Таким образом, заменой переменной интегрирования выражения (4)-(6) можно преобразовать к удобному для численных расчетов виду - с ограниченной подынтегральной функцией и конечными пределами интегрирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. -М.: Мир, 1978. Т. 2. -555 с.
2. Марков Г. Т. Возбуждение электромагнитных волн. -М.-Л.: Энергия, 1967. -376 с.
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Физматгиз., 1962. -1100 с.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
6 марта 1990 г.

УДК 537.525

О СТАЦИОНАРНОМ СВЧ РАЗРЯДЕ, ИНДУЦИРОВАННОМ БЕСКОНЕЧНЫМ СИНФАЗНЫМ ТОКОМ

Валиев Х. В., Хигер Л. Я.

Для изучения нелинейной задачи взаимодействия излучения с плазмой собственного разряда, чтобы не прибегать к приближениям, законность которых трудно оценить, нами была выбрана одномерная модель - синфазный ток на поверхности бесконечного цилиндра, для которой получены численные решения. Постановки задачи, метод ее решения описан в [1], где отмечалось, что в области токов 6,5-9 А имеет место неустойчивость решения. Дальнейшие исследования показали, что она являлась численным артифактом выбранной схемы решения уравнения для концентрации электронов, связанным с ограниченностью базиса пробных функций в методе Галеркина. Корректировка базиса в указанной области токов позволила получить устойчивое решение. Так, рис. 3 из [1] теперь имеет следующий вид

(см. рис. 1 на вклейке).

Было проведено исследование влияния на параметры плазмы СВЧ разряда и характеристики излучения бесконечного тока различных значений кинетических коэффициентов плазмы. При давлении $p = 1$ Тор нами выбраны следующие величины этих коэффициентов: для амбиполярной диффузии $D = 5 \cdot 10^3, 10^4, 5 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, для частоты прилипания $\nu_a = 10^4, 5 \cdot 10^4, 10^5 \text{ с}^{-1}$, рекомбинации $\alpha = 5 \cdot 10^{-8}, 10^{-7}, 5 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$. Все результаты расчетов для частоты излучения $f = 300$ МГц приведены в виде графиков.

На рис. 2 указаны зависимости от величины приложенного тока I , максимальной концентрации электронов n_{\max} (1), коэффициента ослабления поля в дальней зоне K (2) и величины W (3), пропорциональной излученной мощности для различных значений коэффициента прилипания, причем минимальному значению ν_a отвечает сплошная линия, среднему - пунктирная и наибольшему - штрихпунктирная. Здесь считается, что $D = 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$. На рис. 3 аналогичным образом приведена зависимость n_{\max} , K и W для различных значений коэффициента диффузии, тогда как $\nu_a = 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$. И наконец, на рис. 4 дана зависимость тех же величин от коэффициента рекомбинации при $D = 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$, $\nu_a = 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$. Отметим, что на этом рисунке не приведены кривые для n_{\max} и K при средних значениях $\alpha = 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, поскольку они практически сливаются с соответствующими кривыми при минимальном α .

Анализ полученных данных позволяет нам сделать следующие выводы.

1) Влияние диффузии и прилипания на величину тока зажигания разряда $I_{\text{крит}}$ существенно и почти одинаково. Например, при максимальном коэффициенте диффузии $D = 5 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ (максимальной частоте прилипания $\nu_a = 10^5 \text{ с}^{-1}$) при изменении ν_a от $5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ до 10^5 с^{-1} (при изменении D от $10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ до $5 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$) критический ток возникновения разряда возрастает от 4,0 А до 4,4 А; при среднем значении коэффициента диффузии $D = 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ изменение частоты прилипания от 10^4 с^{-1} до 10^5 с^{-1} меняет $I_{\text{крит}}$ от 3,5 А до 4,0 А, тогда как для среднего значения частоты прилипания $\nu_a = 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ при изменении коэффициента диффузии от $5 \cdot 10^3 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ до $5 \cdot 10^4 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ $I_{\text{крит}}$ возрастает от 3,6 А до 4,0 А. Отметим, что рекомбинация при выбранных нами значениях α , в противоположность диффузии и прилипанию, не влияет на величину тока зажигания разряда.

2) Максимальная концентрация электронов n_{\max} в основном определяется диффузией, в меньшей степени - прилипанием, и почти не зависит от величины коэффициента рекомбинации.

3) Коэффициент ослабления поля K и излучаемая мощность W сильнее всего зависят от прилипания, меньше - от диффузии, и совсем слабо - от рекомбинации. Правда, следует обратить внимание на "просветление" плазмы с ростом коэффициента рекомбинации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Валиев Х. В. и др. //Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 6.
С. 801.

Ташкентский государственный
университет

Поступила в редакцию
6 апреля 1990 г.

УДК 620.179.14

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО СВЧ СИГНАЛА НА РАБОТУ СВЧ ГЕНЕРАТОРА НА ТУННЕЛЬНОМ ДИОДЕ

Д. А. Усанов, В. Е. Орлов, Б. Н. Коротин, А. В. Скрипаль

Воздействие СВЧ излучения на полупроводниковые СВЧ диоды вследствие нелинейности их основных характеристик может приводить к появлению в спектре выходного сигнала дополнительной постоянной составляющей, гармоник и субгармоник, областей шумового спектра, гистерезисных явлений, модуляции [1-4]. Такого рода эффекты наблюдались, например, при воздействии внешнего СВЧ сигнала на $p-n-p$ -диоды и диоды Ганца. Их исследование может представлять практический интерес, в частности, при выяснении условий электромагнитной совместимости. Менее изученными в этом отношении являются СВЧ устройства на приборах с тунNELьными переходами, получающие все большее распространение в технике СВЧ.

В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования изменения характеристик туннельного диода, работающего в режиме генерации СВЧ колебаний под влиянием действующего на него внешнего СВЧ сигнала.

При проведении измерений использовался генератор, конструктивно представляющий собой отрезок щелевой линии регулируемой длины с помещенным в щели серийно выпускаемым диодом типа ГИ103В. Внешний СВЧ сигнал подводился к диоду через коаксиально-копланарно-щелевой переход. Для подавления низкочастотной генерации и развязки цепи питания от СВЧ тракта использовался НЧ фильтр. Частота генератора составляла 1,2 ГГц. Частота внешнего СВЧ сигнала выбиралась примерно на порядок выше.

На рис. 1 приведены зависимости относительной мощности СВЧ сигнала туннельного диода от СВЧ мощности внешнего сигнала $P_{\text{внеш}}$ (где P и P_0 - мощность, генерируемая туннельным диодом при подаче и отсутствии внешнего сигнала, кривая 1 соответствует $U_{\text{CM}} = 120$ мВ; 2 - $U_{\text{CM}} = 160$ мВ; 3 - $U_{\text{CM}} = 200$ мВ; рис. см. на вклейке).

Из результатов, приведенных на этом рисунке, следует, что с увеличением мощности внешнего СВЧ сигнала происходит уменьшение выходной мощности генератора и последующий срыв генерации. При этом

восстановление режима генерации колебаний наблюдалось при существенно меньших значениях мощности внешнего СВЧ сигнала, т.е. зависимость относительной мощности, генерируемой туннельным диодом, от величины внешнего СВЧ сигнала носила гистерезисный характер. Следует отметить, что ширина петли гистерезиса увеличивалась с увеличением напряжения смещения, прикладываемого к диоду.

Как известно, *N*-образный вид вольт-амперной характеристики (ВАХ) туннельного диода связан с тем, что *p-n*-переход в нем образуется в результате контакта двух вырожденных полупроводников. Следовательно, срыв колебаний в результате воздействия внешнего СВЧ сигнала может означать исчезновение на ВАХ участка с отрицательным сопротивлением, что есть снятие вырождения в *p-n*-областях *p-n*-перехода. Для проверки этого предположения исследовался характер изменения вида ВАХ туннельного диода, работающего в режиме генерации, при увеличении уровня мощности подаваемого внешнего сигнала. Результаты исследований приведены на рис. 2. На этом рисунке представлено семейство ВАХ, наблюдавшихся при воздействии на диод внешнего сигнала с мощностью $P_{\text{внеш}}$, изменяющейся в интервале от 0 до 2,2 мВт (где 1 - $P_{\text{внеш}} = 0$; 2 - $P_{\text{внеш}} = 0,05$ мВт; 3 - $P_{\text{внеш}} = 0,2$ мВт; 4 - $P_{\text{внеш}} = 2,2$ мВт).

Из вида приведенных на рис. 2 ВАХ следует, что с увеличением уровня мощности внешнего СВЧ сигнала наблюдается постепенное уменьшение наклона ВАХ, в том числе ее падающего участка, затем полное исчезновение области отрицательного наклона. При дальнейшем увеличении мощности внешнего СВЧ сигнала ВАХ туннельного диода становится подобной характеристике полупроводникового диода с переходом между невырожденными полупроводниками, что можно понимать как снятие вырождения в полупроводниках, образующих *p-n*-переход.

Таким образом, можно считать доказанным, что уменьшение выходной мощности и последующий срыв колебаний генератора на туннельном диоде с увеличением уровня мощности подаваемого на него внешнего СВЧ сигнала можно объяснить происходящим в результате воздействия этого сигнала уменьшением величины отрицательного сопротивления и последующим исчезновением на ВАХ туннельного диода участка с отрицательным наклоном. Гистерезисный характер наблюдавшихся закономерностей может быть объяснен смещением рабочей точки на ВАХ в область, соответствующую жесткому режиму возбуждения колебаний.

Отметим, что экспериментальные исследования характера изменения ВАХ туннельного диода от уровня мощности внешнего СВЧ сигнала были проведены в интервале температур 170-380 К. Какое-либо изменение вида ВАХ при фиксированном значении уровня мощности СВЧ сигнала в указанном интервале температур установить не удалось, что может свидетельствовать о связи наблюдавшихся изменений характера ВАХ с происходящим под действием внешнего СВЧ сигнала разогревом электронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Посадский В. Н., Буренин П. В. и др. //Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. №. 5. С.1085.
2. Виненко В. Г., Красовский С. В., Усанов Д. А. //Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 8. С. 7.

3. Усанов Д. А., Посадский В. Н. и др. //Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1977. Вып. 5. С.90.
4. Усанов Д. А., Горбатов С. С. //VII Всесоюзный симпозиум "Плазма и неустойчивости в полупроводниках". - Паланга, 1989. Т.1. С.77.

Саратовский государственный.
университет

Поступила в редакцию
3 апреля 1990 г.

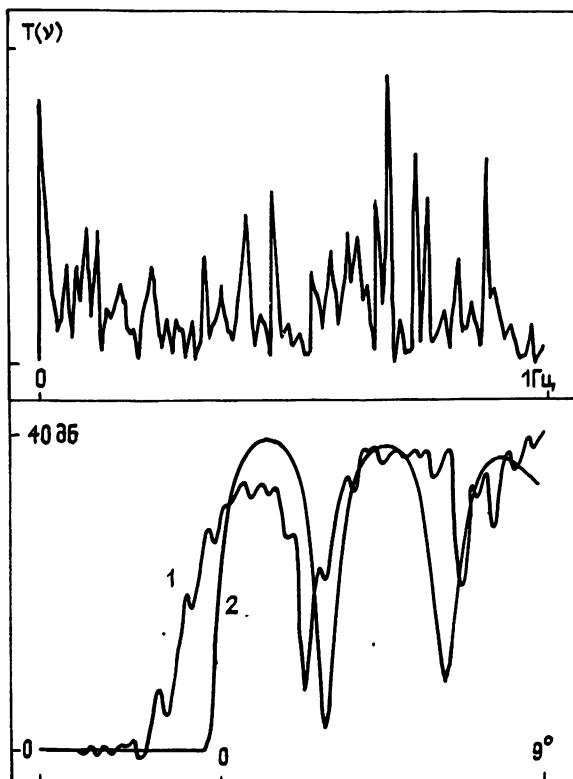


Рис. 1.

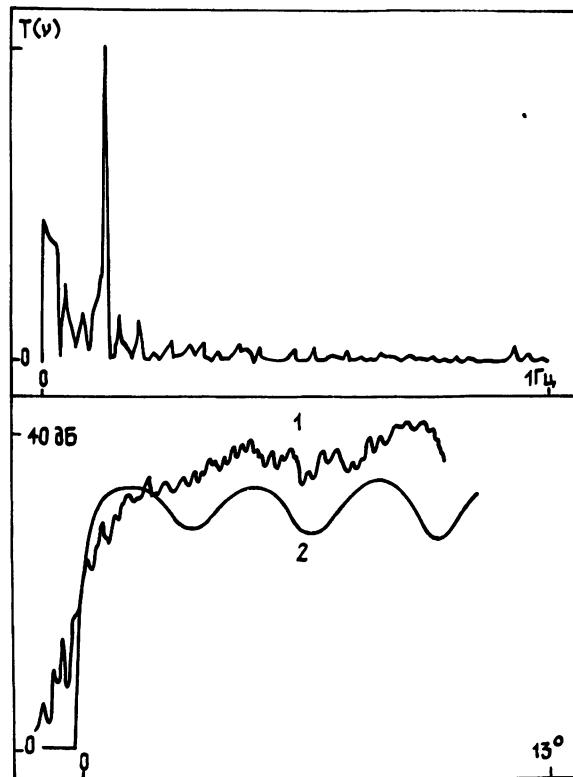


Рис. 2.

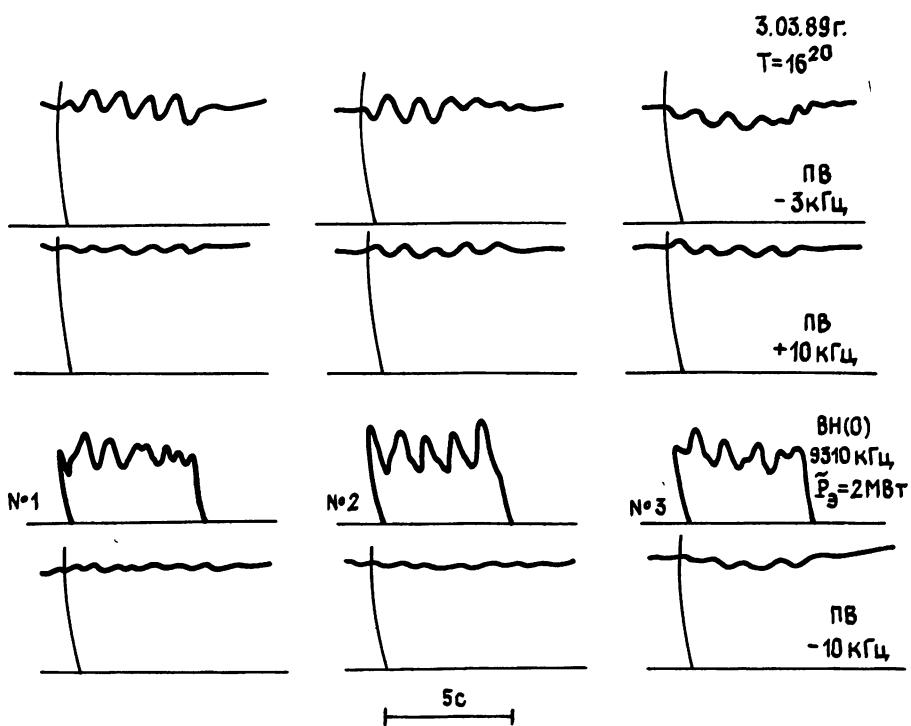


Рис. 1.

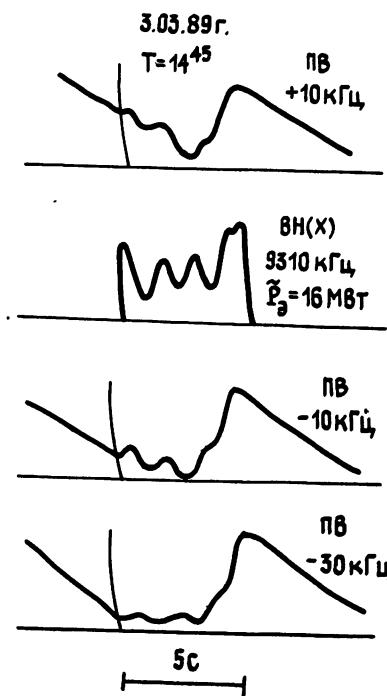


Рис. 2.

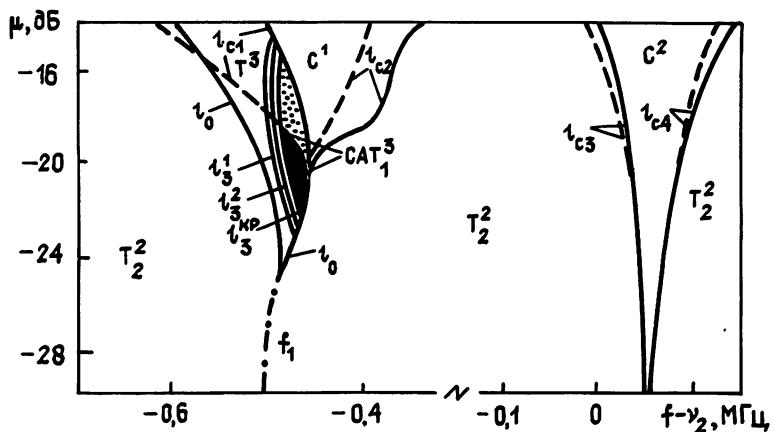


Рис. 1.

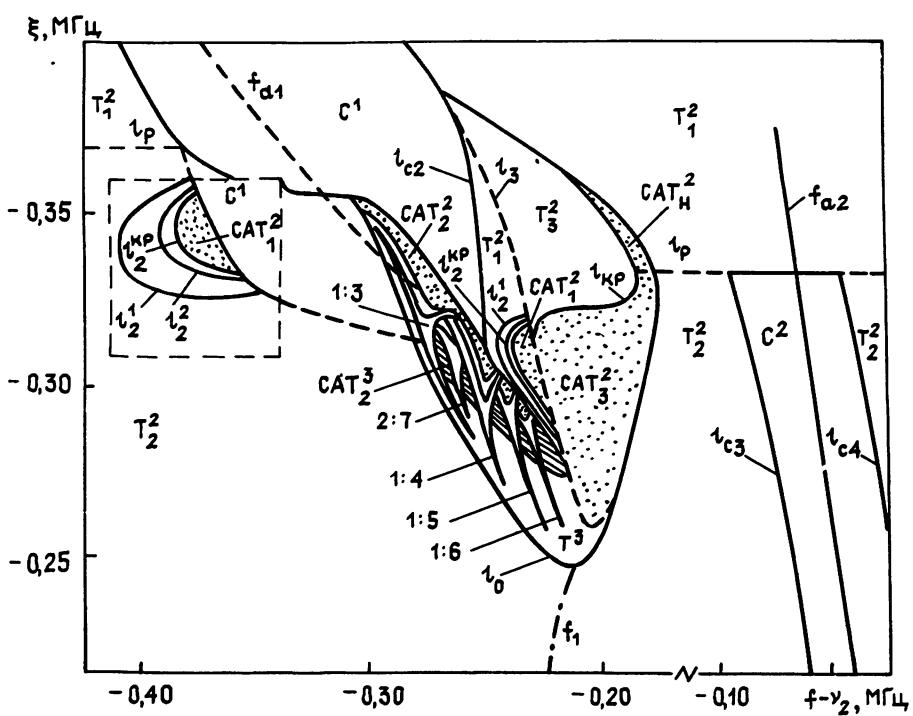


Рис. 2.

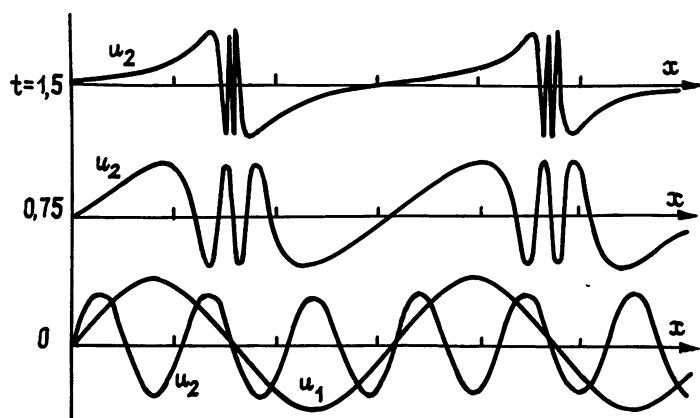


Рис. 1.

К ст. Б. А. Мишустина

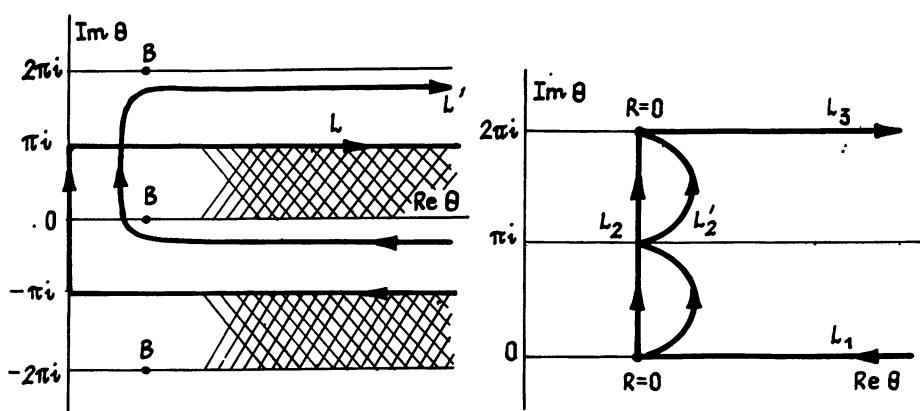


Рис. 1.

Рис. 2.

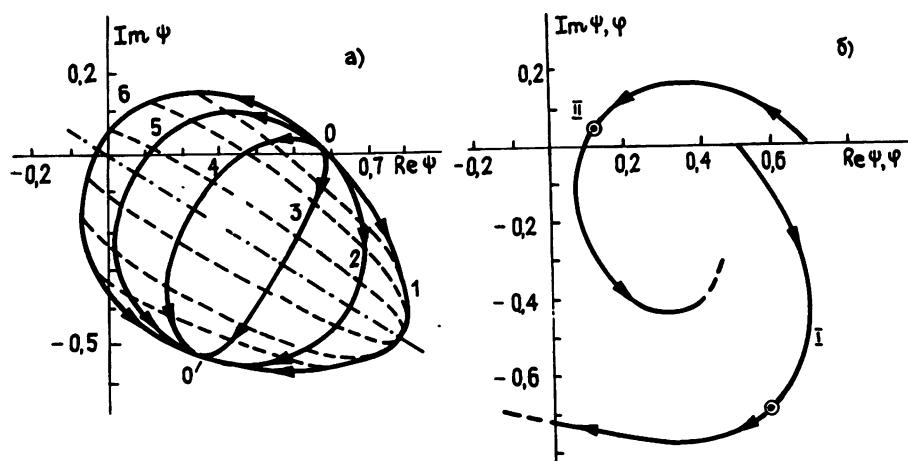


Рис. 1.

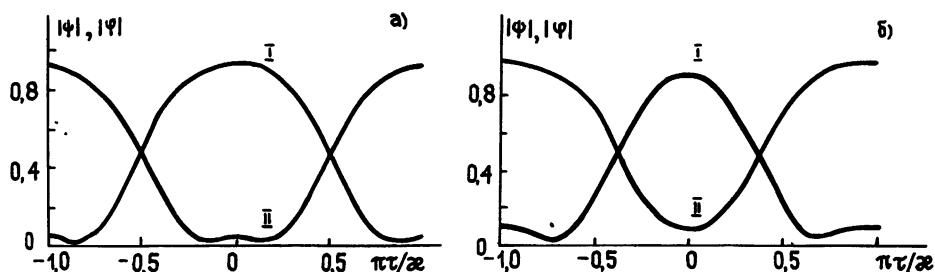


Рис. 2.

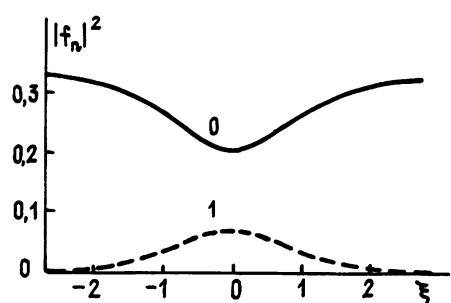


Рис. 3.

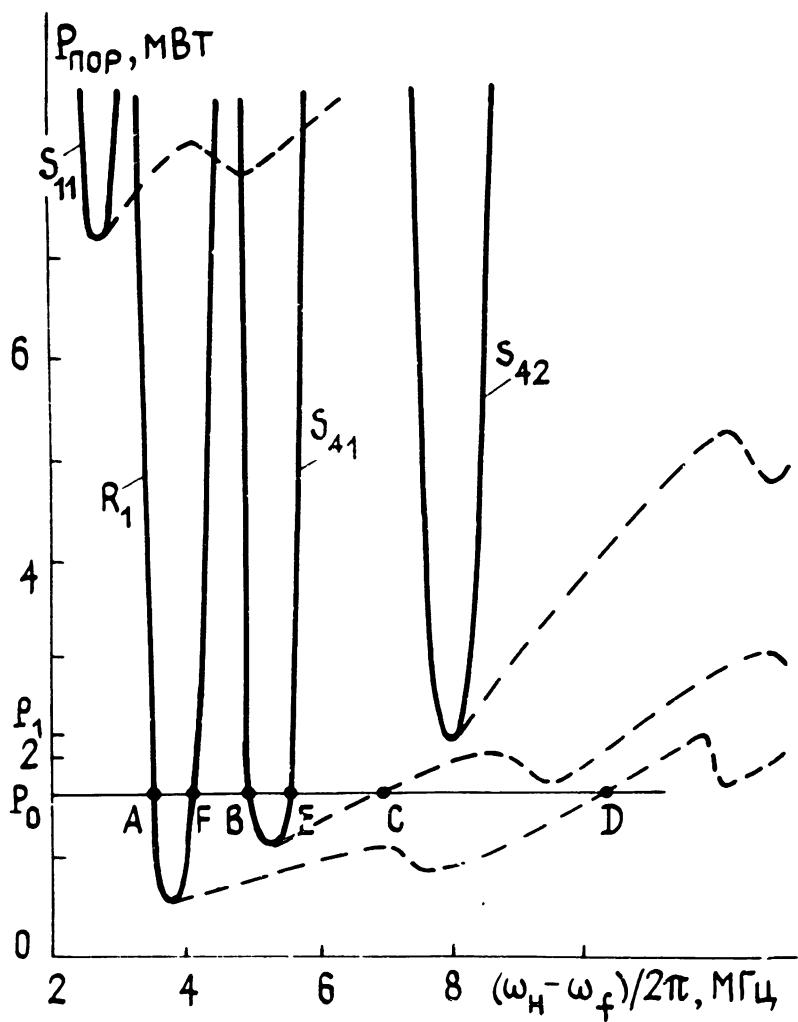


Рис. 1.

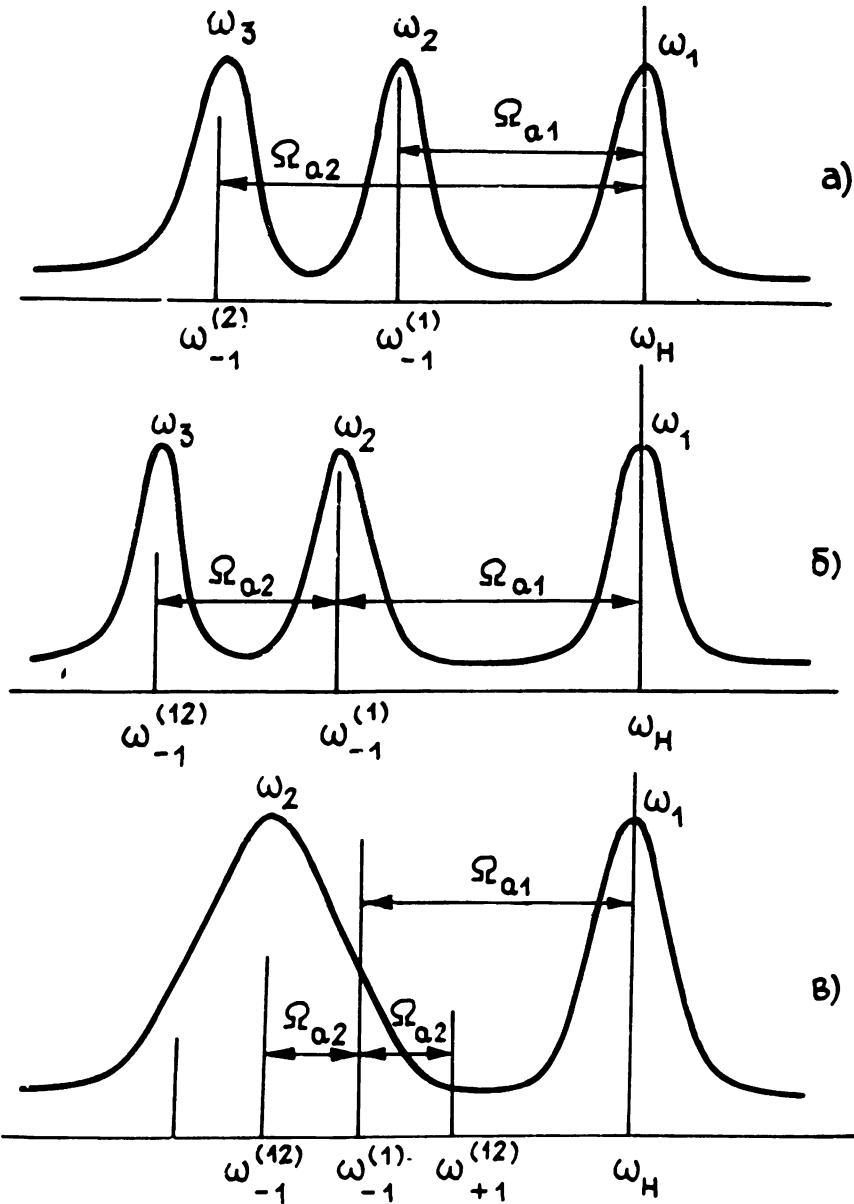


Рис. 2.

К ст. А. А. Мальцева и др.

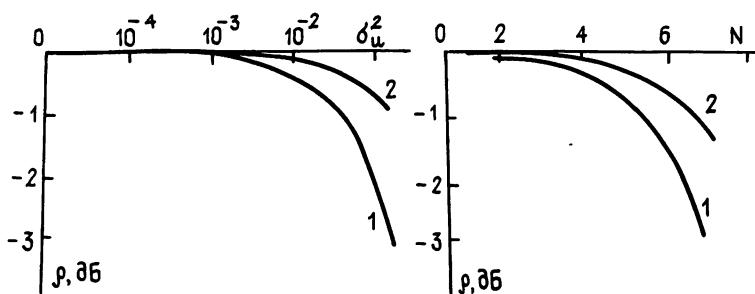


Рис. 1.

Рис. 2.

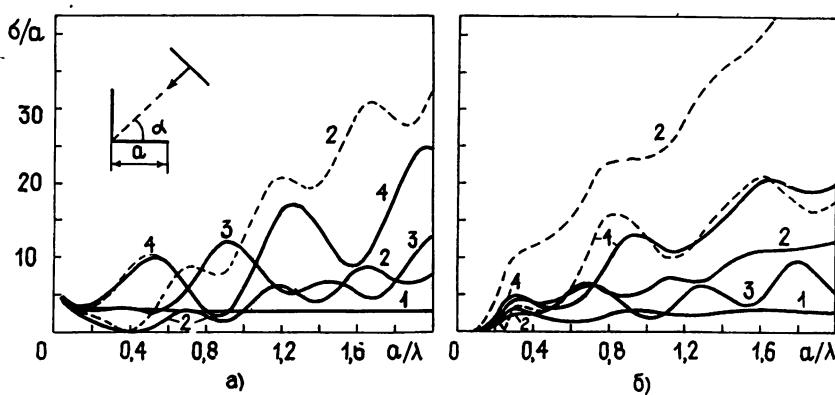


Рис. 1.

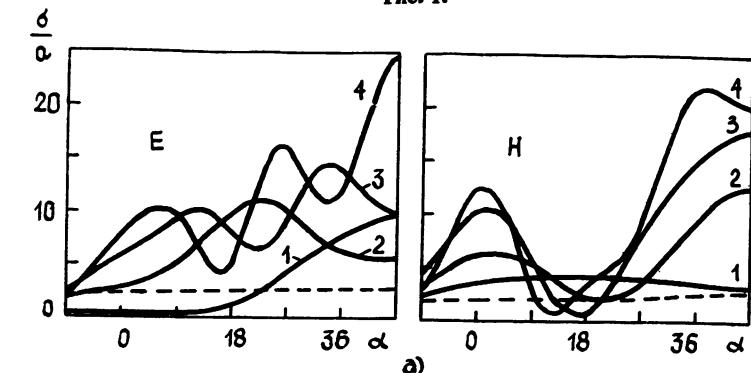


Рис. 2.

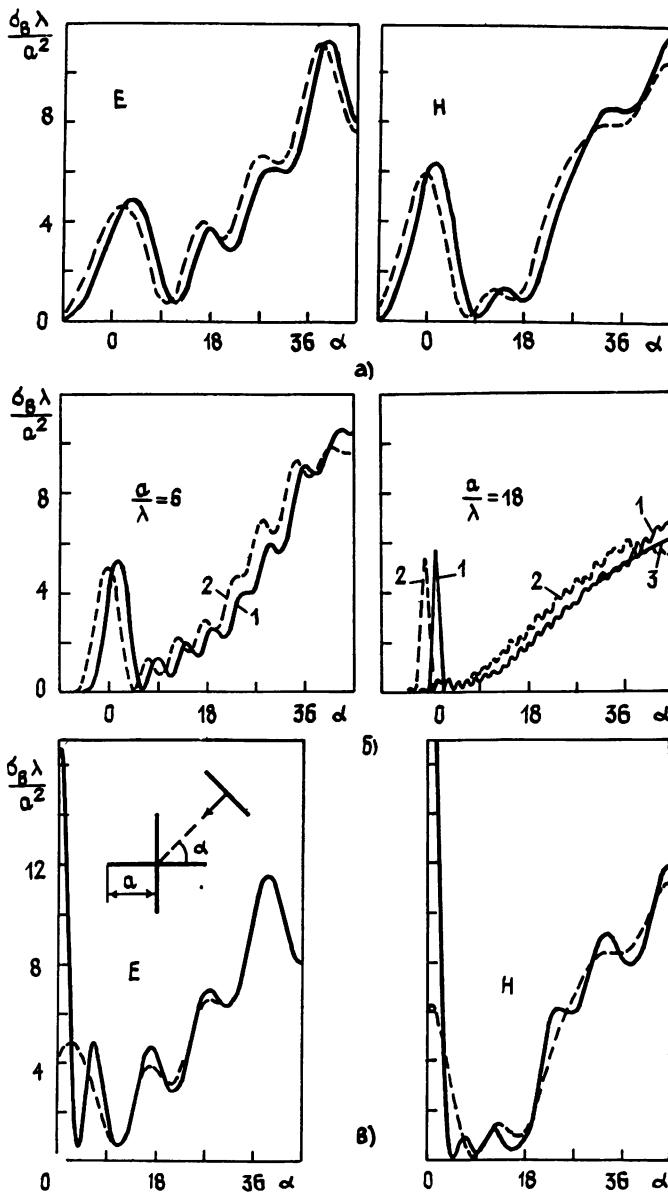


Рис. 3.

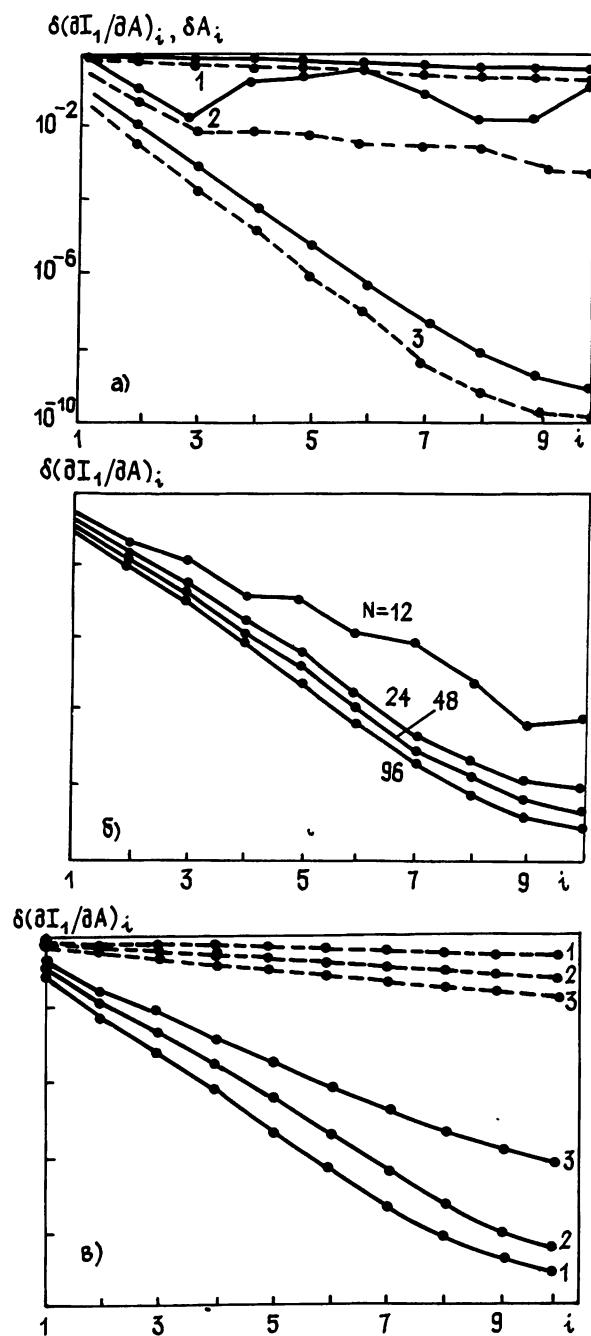


Рис. 1.

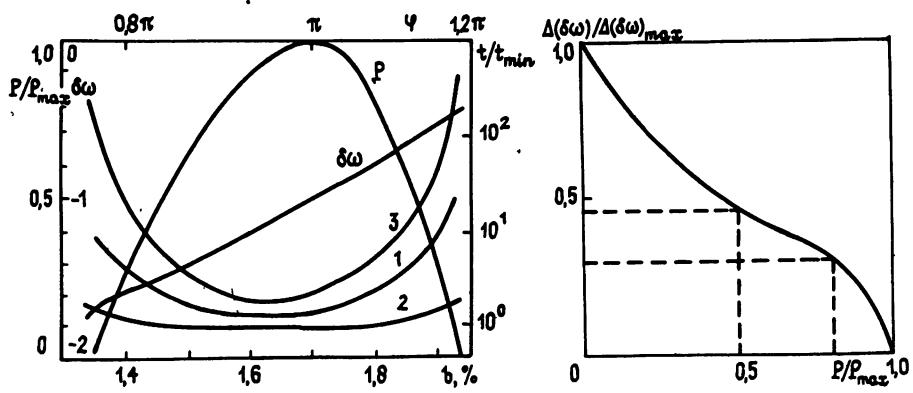


Рис. 2.

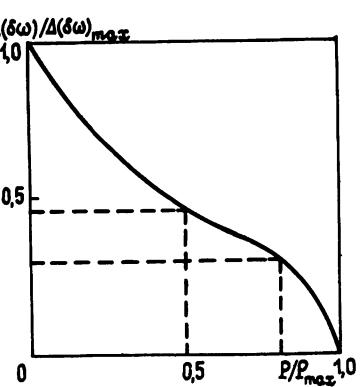


Рис. 3.

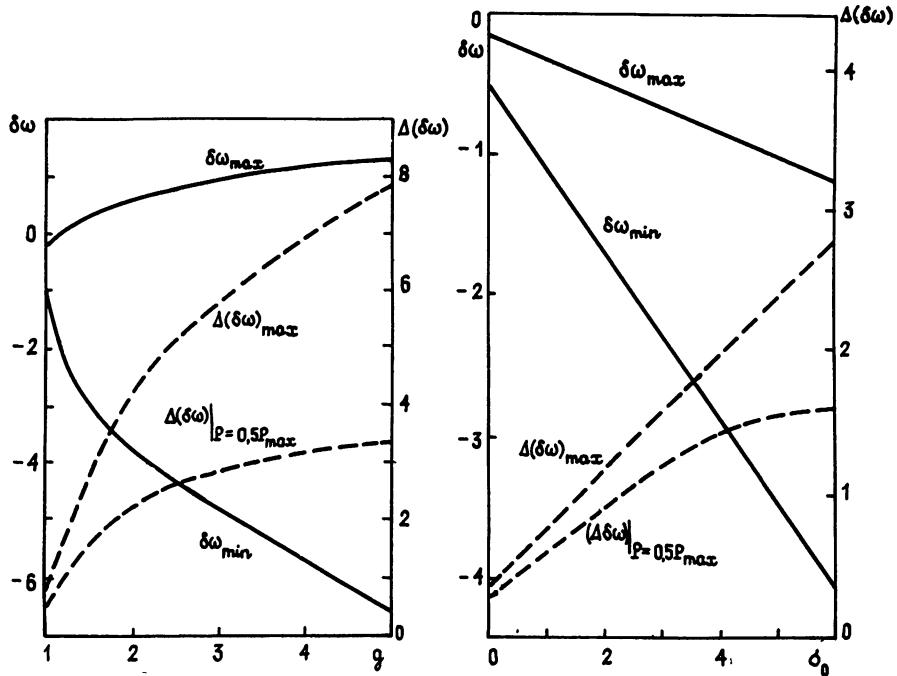


Рис. 4.

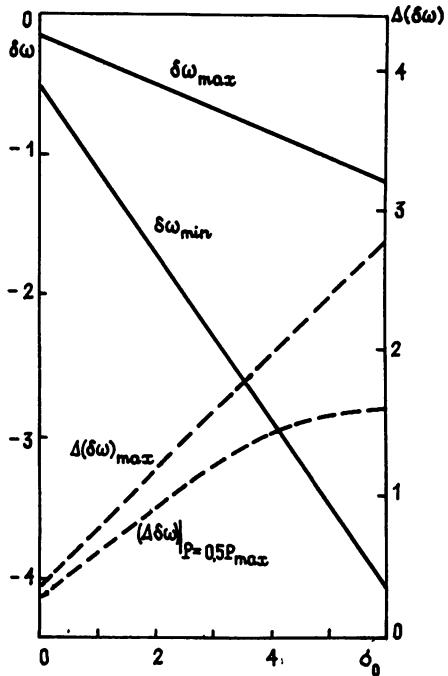


Рис. 5

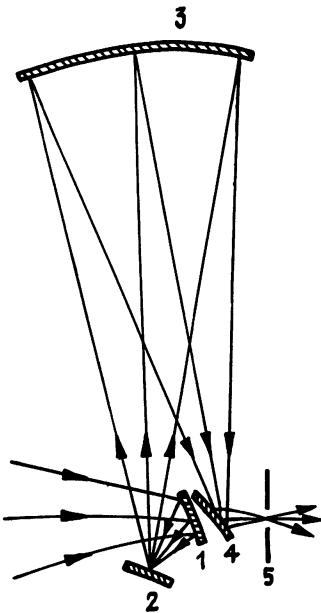


Рис. 1.

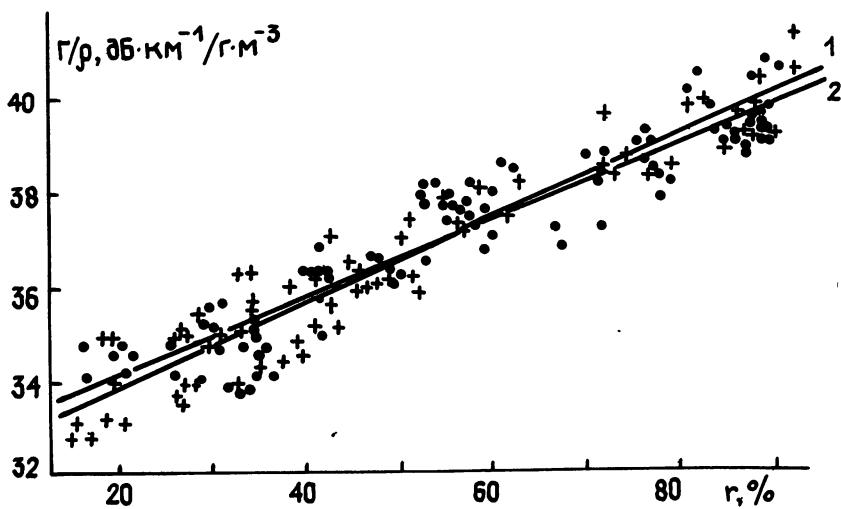


Рис. 2

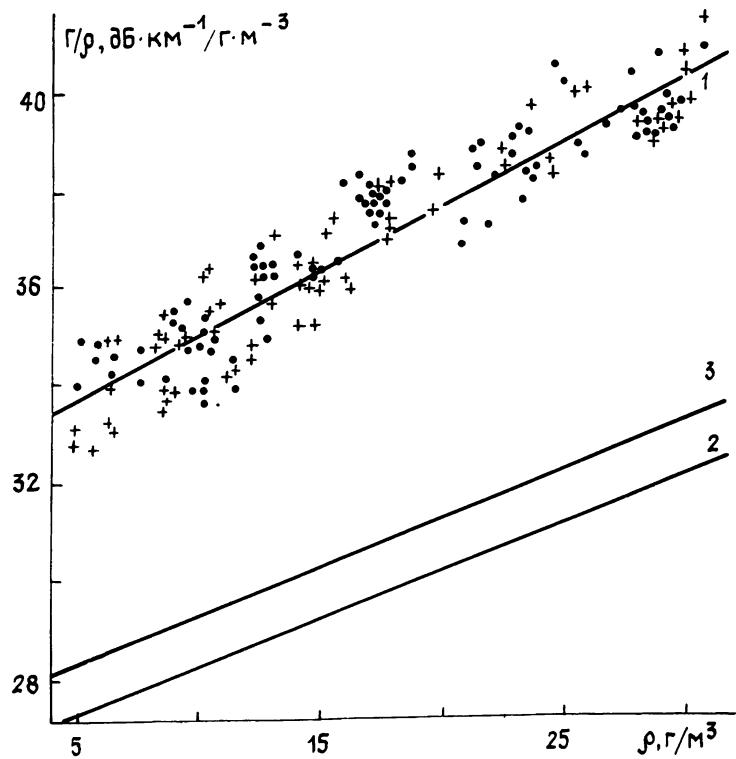


Рис. 3.

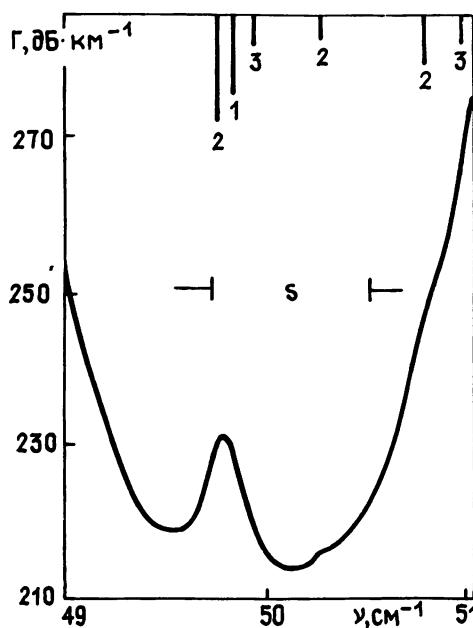


Рис. 4.

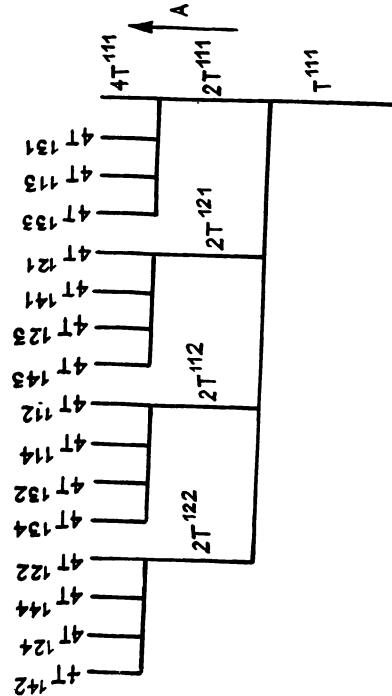
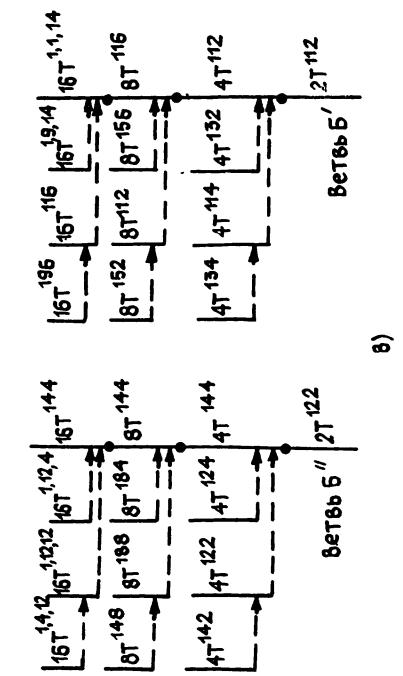
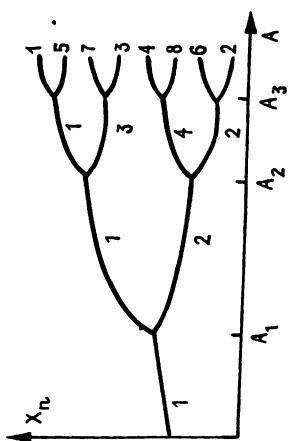
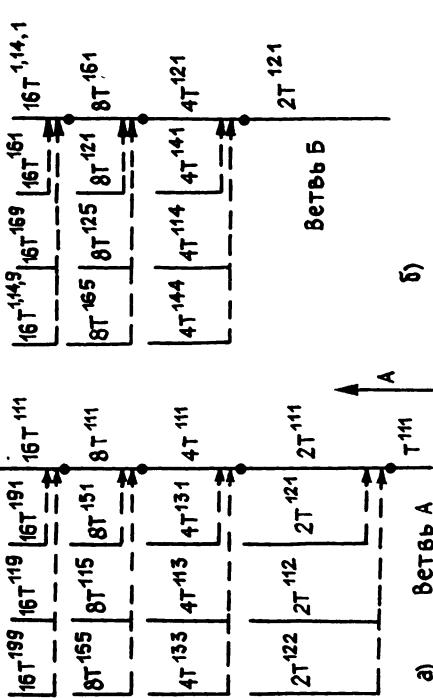
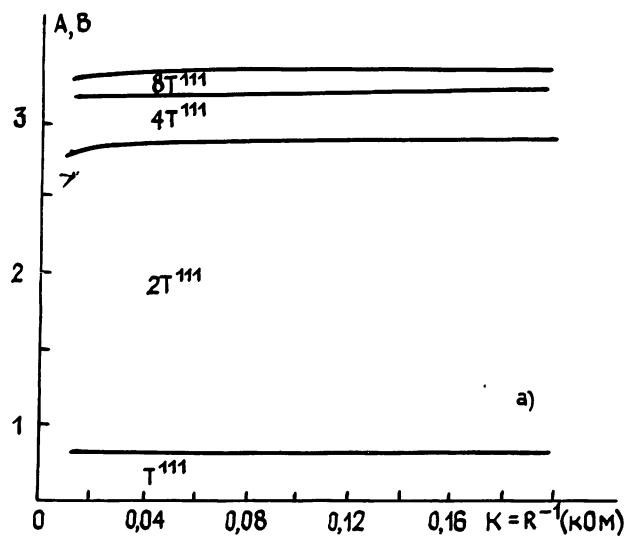
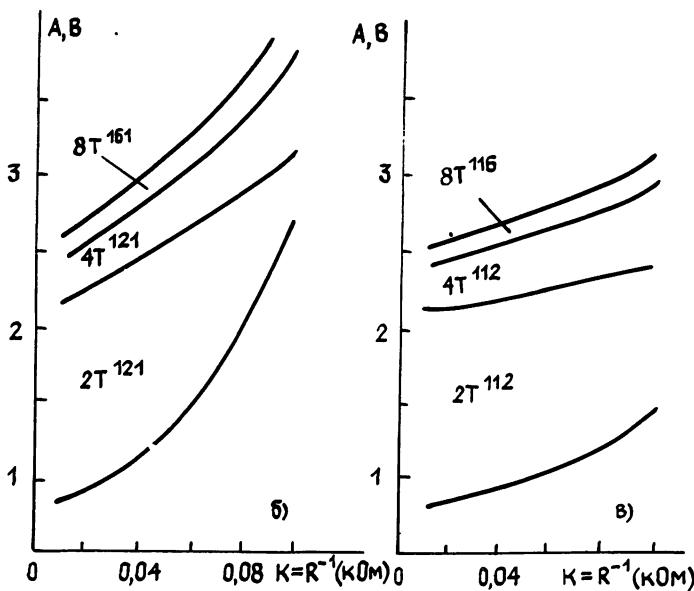


Рис. 3.



a)



b)

c)

Рис. 4.

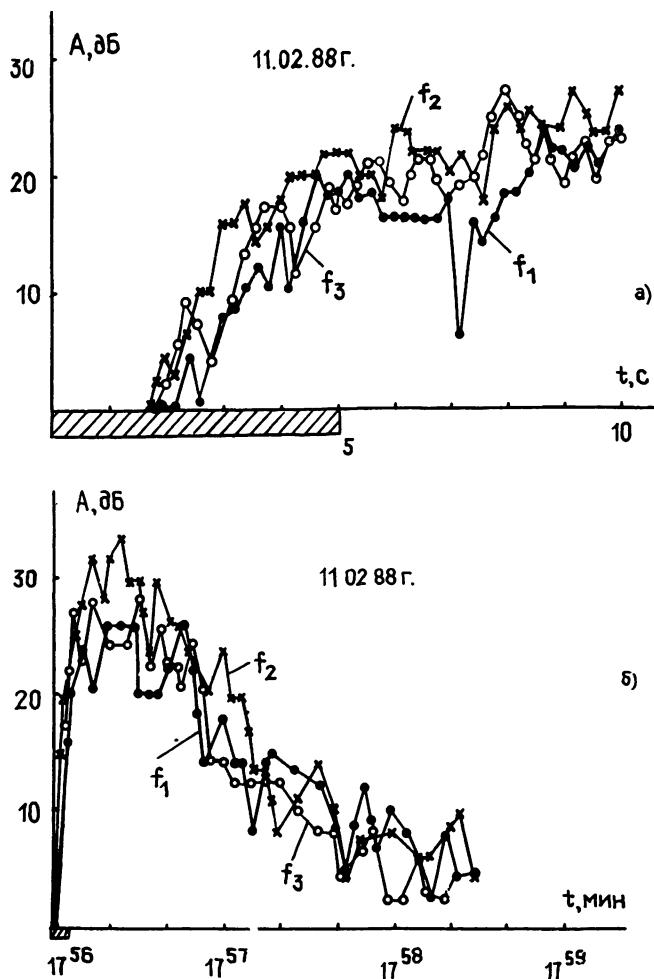


Рис. 1.

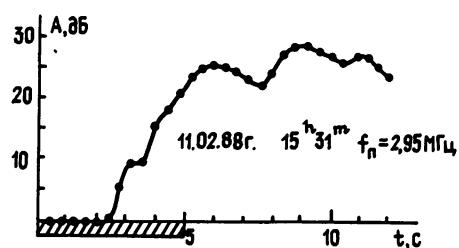


Рис. 2.

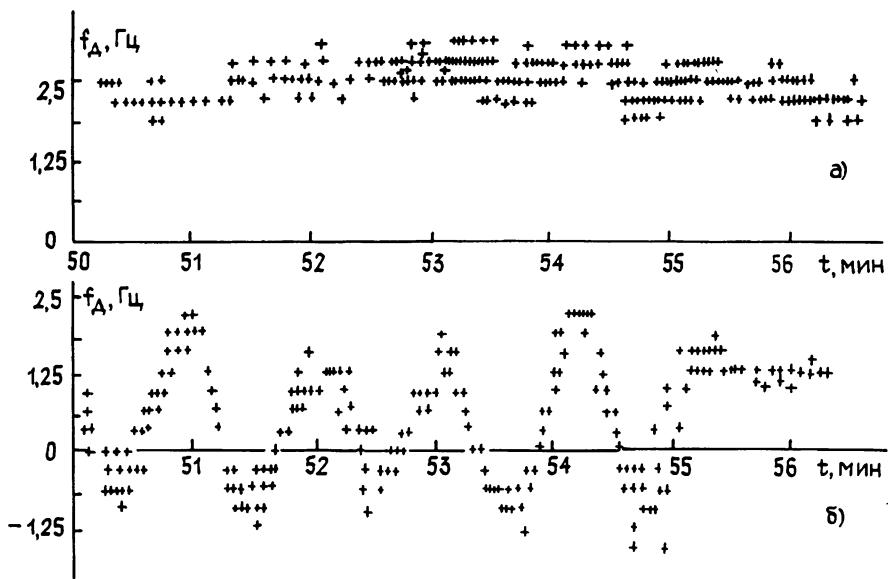


Рис. 3.

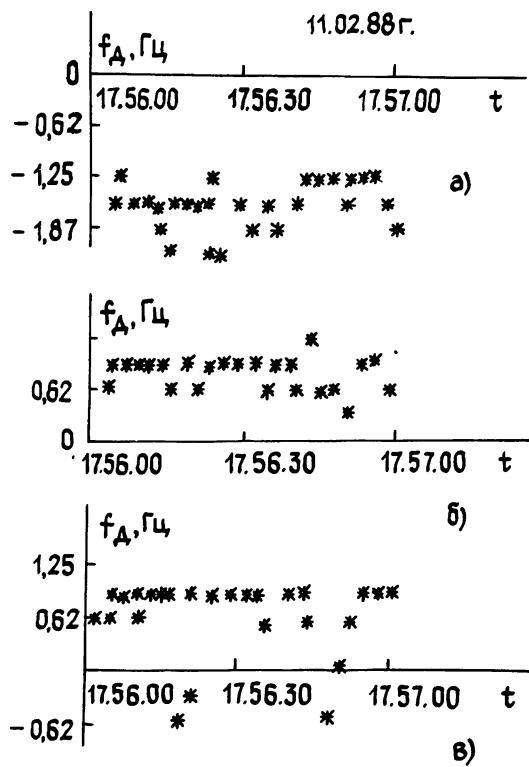


Рис. 4.

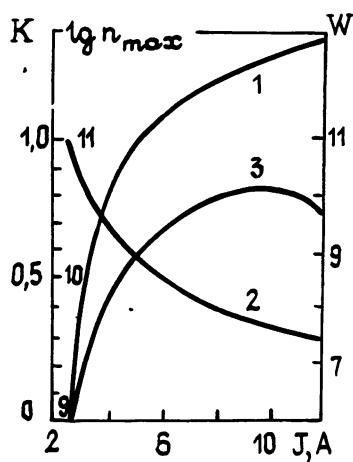


Рис. 1.

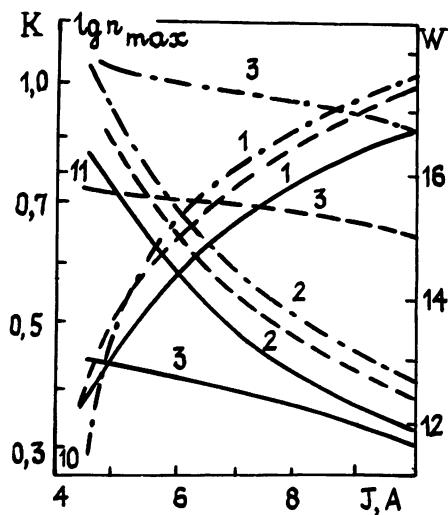


Рис. 2.

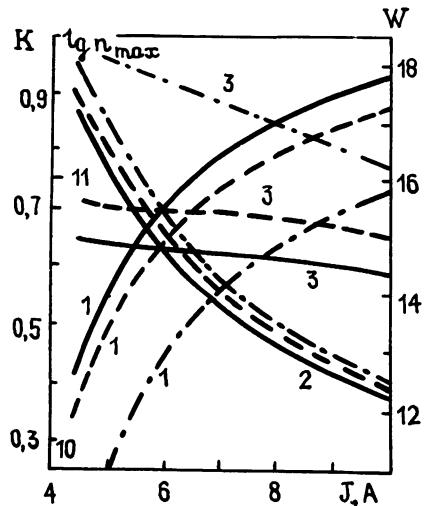


Рис. 3.

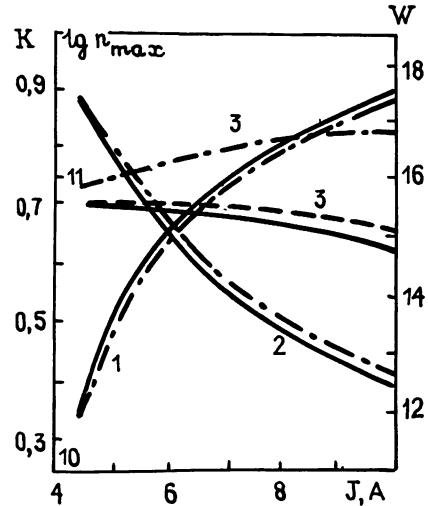


Рис. 4.

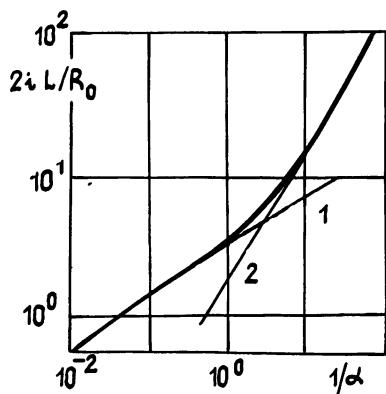


Рис. 1.

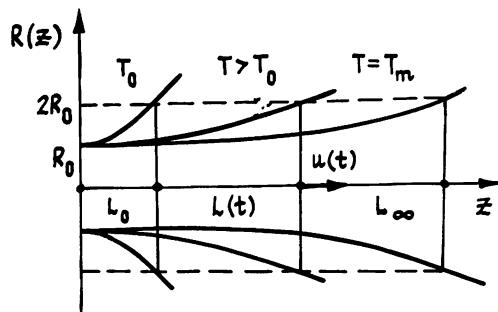


Рис. 2.

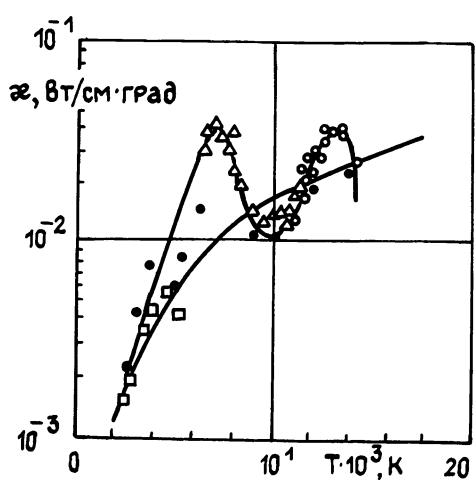


Рис. 3.

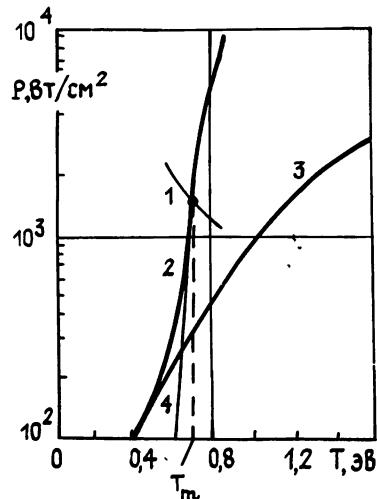


Рис. 4.

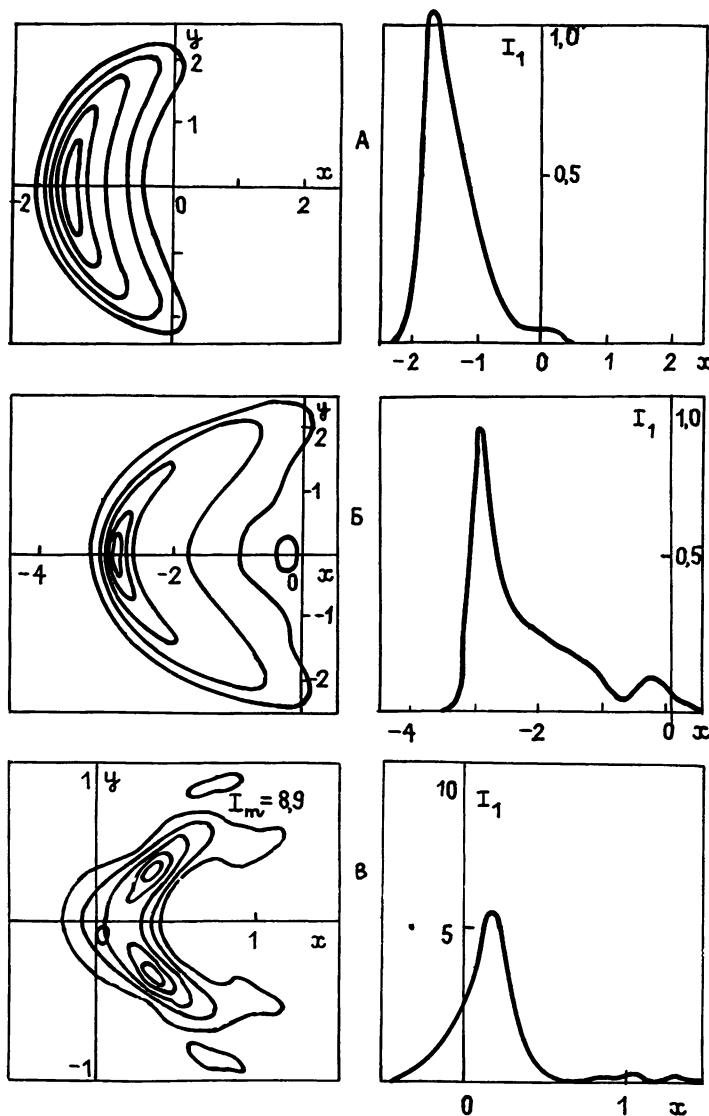


Рис. 1.

К ст. Д. А. Усанова и др.

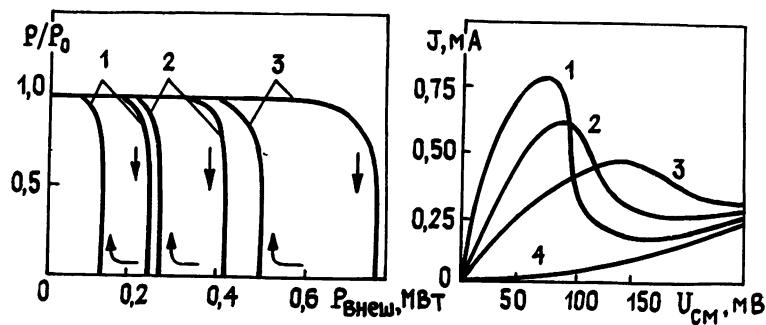


Рис. 1.