

СОДЕРЖАНИЕ

Ефимов А. И., Яковлев О. И., Вышлов А. С., Набатов А. С., Лаптев Н. В. Изменение частоты и рефракция при распространении радиоволн через околосолнечную плазму	1007
Гуськов М. П., Жидко Ю. М., Иванова Г. К., Рябинин А. Г., Шихов О. А. Рассеяние радиоволн трехсантиметрового диапазона морской поверхностью при малых углах скольжения	1013
Дмитриев В. В., Клиорин Н. И., Мирровский В. Г., Эткин В. С. Расчет излучательной способности слоистого снежного покрова квазистатическим методом и методом переноса излучения	1020
Дарижапов Д. Д., Жамсуева Г. С., Цыдыпов Д. З., Чимитдоржиев Н. Б. Флуктуации УКВ при тропосферном распространении в экстремальных климатических условиях	1027
Иванов В. Б. Формирование неоднородной структуры в области F среднеширотной ионосферы	1033
Стратонович Р. Л. О флуктуационном самовозбуждении автоволн	1038
Апресян Л. А. Метод инвариантного погружения для уравнения переноса излучения и описание рассеяния ограниченных пучков	1047
Соколова О. А. Рассеяние электромагнитной волны на радиально неоднородном плазменном образовании с флуктуациями концентрации электронов	1055
Кузовлев А. И., Ремизович В. С. Поворот тела яркости при прохождении излучения через плоский рассеиватель конечной толщины	1060
Добромислов В. С., Калинин В. И., Крюков А. В. Расчет спектра собственных колебаний экранированных диэлектрических резонаторов	1068
Соловьев О. В. К решению локально-нерегулярной волноводной задачи	1078
Дворников А. А., Огурцов В. И., Уткин Г. М. О стационарных режимах в двумерных сетях автогенераторов	1088

Краткие сообщения и письма в редакцию

Голубков А. А., Макаров В. А. Самовоздействие ограниченных световых пучков в нелинейных гиротропных средах — учет эффектов насыщения	1095
Бычков В. В., Ерышев Е. Б., Огаркова Н. Ю. Система синтеза синфазных напряжений местных гетеродинов радиointерферометра	1097
Виноградов Д. В., Денисов Г. Г. Преобразование волноводных волн в системах со скачком фазы коэффициентов связи	1098

Аннотации депонированных статей

Инспекторов Э. М. Численный анализ вибратора с рефлектором в виде системы параллельных проводников	1019
Нерух А. Г., Шаворыкина И. Ю. Преобразование поля источника при скачкообразном изменении диэлектрической проницаемости среды	1054
Абаджян С. В. Усиление комбинационных частот в комптоновском лазере	1054
Тарновский А. С. Об уравнении движения заряженной частицы в однородном электромагнитном поле в эллипсоидальных координатах	1077
Привезенцев А. П., Саблин Н. И., Фоменко Г. П. Синхронизация нелинейных колебаний виртуального катода в многомодовом резонаторе	1094

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, В. И. ГАПОНОВ,
В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора),
В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРА-
ТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИ-
КОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН, В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР,
В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурашкина

Сдано в набор 2.07.90. Подписано к печати 21.01.91.
Формат 70×108/16. Бумага типографская № 2. Высокая печать.
Усл. печ. л. 8,4. Усл. кр.-отт. 10,08. Уч.-изд. л. 12. Тираж 1220 экз.
Заказ 440. Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Нижний Новгород, ул. Лядова, 25,
Научно-исследовательский радиофизический институт,
редакция журнала «Известия вузов. Радиофизика». Телефон 36-01-71.

Нижегородская областная типография управления издательств, полиграфии
и книжной торговли, 603116, Нижний Новгород, ул. Гордеевская, 7.

УДК 621.396:629 785:523.42

ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТОТЫ И РЕФРАКЦИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ОКОЛОСОЛНЕЧНУЮ ПЛАЗМУ

*А. И. Ефимов, О. И. Яковлев, А. С. Вышков,
А. С. Набатов, Н. В. Лаптев*

Анализируются результаты измерений частоты дециметровых радиоволн в экспериментах радиопросвечивания околосолнечной плазмы, осуществленных с помощью аппаратов «Венера-15, -16». Установлено, что при движении лучевой линии в сторону возрастания электронной концентрации, т.е. на участке захода аппарата за Солнце, частота радиоволн увеличивается, в то время как на участке удаления лучевой линии от Солнца смещение частоты имеет отрицательный знак. Типичные значения смещения частоты дециметровых радиоволн составляют 2,5—3 Гц при прохождении лучевой линии на прицельных расстояниях, составляющих 3 радиуса Солнца. Показано, что регулярная структура солнечной короны оказывает влияние на изменение частоты и рефракцию дециметровых радиоволн при удалениях лучевой линии от центра Солнца до 6 радиусов. Определена зависимость угла рефракции радиоволн в околосолнечной плазме от прицельного расстояния лучевой линии. Зарегистрированные значительные смещения частоты при больших прицельных расстояниях отождествляются с крупномасштабными плазменными образованиями, движущимися с большими скоростями.

1. С помощью аппаратов «Венера-15, -16» был выполнен цикл исследований распространения дециметровых и сантиметровых радиоволн через околосолнечную плазму. Цикл охватывает период с марта по сентябрь 1984 г. В результате обработки материалов наблюдений были получены данные о флуктуациях напряженности поля двух диапазонов [1,2], вариациях частоты [3,4], приведенной разности частот когерентных сигналов [5], а также о деформации спектральной линии сигналов [6]. Полученные радиоданные были использованы для определения скорости движения потоков масс, распределения электронной концентрации и характеристик турбулентности околосолнечной плазмы [7]. В цитированных публикациях основное внимание уделено влиянию на распространение радиоволн неоднородностей плазмы солнечного ветра.

При анализе материалов частотных измерений дециметровых радиоволн аппарата «Венера-10» был впервые обнаружен эффект регулярного смещения частоты, обусловленный рефракцией радиоволн в околосолнечной плазме [8], который в дальнейшем наблюдался также при бистатической радиолокации Солнца [9] и при зондировании его короны сигналами аппаратов «Венера-15, -16» [5]. Эффект смещения частоты при распространении радиоволн в околосолнечной плазме был обнаружен на основе развитых ранее теоретических предпосылок [10].

Использование сигналов космических аппаратов «Венера-15 и 16» позволило получить новые данные о регулярном изменении частоты и рефракции дециметровых радиоволн в короне Солнца. Цель этой статьи состоит в изложении полученных закономерностей.

Исследования были осуществлены с использованием излучения трех когерентных сигналов диапазонов $\lambda_1=32$ см, $\lambda_2=8$ см, $\lambda_3=5$ см. При определении изменения частоты ΔF , обусловленного рефракцией, необходимо из измеренных значений исключить гораздо большие из-

менения частоты, связанные с движением аппарата и наземного пункта наблюдений. Для исключения эффекта Доплера использовался известный метод дисперсионного интерферометра [5, 10] и материалы траекторных измерений. При этом измерения, выполненные в диапазонах λ_2 и λ_3 , использовались как опорные, а рефракционные эффекты определялись для большей длины волны $\lambda_1 = 32$ см. Измерения частоты ΔF осуществлены с помощью аппаратов «Венера-15, -16» в период с 7 мая по 20 июля 1984 г., когда минимальное расстояние лучевой линии до центра Солнца изменялось от 40 до 2,5 радиусов Солнца R_0 (участок сближения лучевой линии с Солнцем) и от 2,6 R_0 до 40 R_0 (участок удаления радиолуча от Солнца). На рис. 1 (см. на вклейке) показано положение центра Солнца (точка O), приемного пункта, расположенного на Земле (точка A), и аппаратов «Венера-15, -16» (точка B). Лучевая линия дециметровых радиоволн, испытавших рефракционное отклонение на угол ξ , отмечена сплошной линией. Пунктирная прямая AB показывает лучевую линию сантиметровых радиоволн, рефракцией которых мы пренебрегаем. В дальнейшем прицельное расстояние радиолуча $\rho = OD \approx OC$ будем выражать в единицах солнечного радиуса R_0 . Скорость изменения прицельного расстояния радиолуча $u = d\rho/dt$ зависела от положения спутников «Венера-15, -16» относительно Венеры. Ее значения варьировались в пределах от 7,5 км/с, когда аппараты находились вблизи апоцентра, до 13,5 км/с при движении их в районе перигея. На большей части орбиты скорость u составляла 8 км/с, это значение примем в дальнейшем в качестве опорного.

Неоднородности околосолнечной плазмы, переносимые солнечным ветром через трассу распространения радиоволн, создают случайные флуктуации частоты и уширение энергетического спектра сигналов, что затрудняет определение смещения частоты ΔF . Для измерения частоты использовались два наземных комплекса аппаратуры и различные методики. При малом уширении спектральной линии слежение за частотой сигналов осуществлялось системами фазовой автоподстройки, а значения частоты определялись по методу частотомера—периодомера. В тех случаях, когда уширение спектра превышало несколько герц и системы фазовой автоподстройки частоты не могли быть использованы, частота сигнала определялась по положению центра тяжести спектральной линии. Поскольку ширина энергетического спектра увеличивается с приближением лучевой линии к Солнцу, то и погрешность определения частоты является сильной функцией прицельного расстояния ρ . Практически достигнутая точность определения ΔF на прицельных расстояниях более 15 R_0 составляет 0,05 Гц при использовании в качестве опорного сигнала диапазона λ_2 и 0,2 Гц при использовании диапазона λ_3 . На расстояниях $\rho = (10 \div 4) R_0$ погрешности для обоих случаев не превышали 0,3 Гц и возрастали до 1 Гц при расстояниях $\rho = 3 R_0$.

Чтобы обеспечить указанную выше точность определения ΔF в области малых прицельных расстояний, необходимо было принять во внимание не только уширение спектральной линии, но и возрастающие с приближением к Солнцу вариации частоты, а также ухудшение соотношения сигнал/шум. В связи с этим нами использовалось усреднение найденных значений ΔF за интервалы времени, превышающие 30 с.

2. На рис. 2 представлены результаты определения частоты в зависимости от даты наблюдения (нижняя горизонтальная ось) и от прицельного расстояния ρ/R_0 (верхняя горизонтальная ось), полученные путем сопоставления одновременных измерений частоты трех диапазонов. Из рисунка следует, что на дистанциях, превышающих 15 R_0 , смещение частоты ΔF за исключением нескольких случаев представляет собой знакопеременную случайную функцию с нулевым средним значением, причем вариации частоты около среднего соответствуют погрешностям измерений. Начиная с расстояний 15 R_0 регистрируются статистически достоверные отличные от нуля значения ΔF , которые на участке приближения к Солнцу (светлые кружки) имеют положитель-

ный знак, а на участке удаления (темные кружки) — отрицательный. Абсолютные значения ΔF , зарегистрированные при одних и тех же прицельных расстояниях ρ на обоих участках, близки друг к другу.

На рис. 3 значения смещения частоты дециметровых радиоволн даны в зависимости от нормированного прицельного расстояния радиолуча ρ/R_0 . В отличие от рис. 2 здесь результаты представлены с учетом найденных ранее теоретических закономерностей [10], подтвержденных экспериментально [8], из которых следует, что при движении лучевой линии в сторону возрастающей электронной концентрации частота должна увеличиваться. Такая ситуация имеет место на участке сближения лучевой линии с Солнцем. На участке удаления радиолуча от Солнца значения частоты ΔF будут отрицательными. Чтобы получить единую зависимость смещения ΔF от прицельного расстояния ρ/R_0 , знак смещения частоты на участке удаления был изменен на обратный. В результате такой трансформации была получена зависимость, показанная на рис. 3. Для повышения достоверности итоговой зависимости $\Delta F(\rho)$ использовались результаты определения смещения частоты дециметровых сигналов и по отношению к опорной частоте диапазона λ_2 (кружки на рис. 3), и по отношению к опорной частоте диапазона λ_3 (квадраты). Для прицельных расстояний более $20 R_0$ вариации частоты как на участке сближения, так и на участке удаления испытывали случайные вариации около нулевого среднего уровня в пределах погрешностей измерений (они не показаны на рис. 3). Начиная с $15 R_0$ наблюдалось систематическое возрастание значений ΔF , которое становилось резким на расстояниях $\rho < 6R_0$.

Анализ представленных на рис. 3 материалов позволяет отметить две особенности. Из средней зависимости $\Delta F(\rho)$ выпадает интервал прицельных расстояний между $12R_0$ и $14R_0$, где закон изменения частоты $\Delta F(\rho)$ имеет особенность. Соответствующая область отмечена на рис. 3 стрелкой. Так как смещение частоты пропорционально скорости изменения интегральной электронной концентрации, то при постоянной скорости движения лучевой линии u величина ΔF пропорциональна градиенту электронной концентрации dN/dR [8,10]. В соответствии с этим экспериментальные данные рис. 3 позволяют характеризовать изменение электронной концентрации следующим образом. При уменьшении гелиоцентрического расстояния ρ от $20 R_0$ до $14R_0$ значения ΔF положительны, следовательно, градиент электронной концентрации $dN/dR < 0$, поэтому электронная концентрация N с уменьшением расстояния R увеличивается. Начиная с расстояния $14R_0$, электронная концентрация перестает возрастать с уменьшением R , а в районе $(13 \div 12) R_0$, где $dN/dR > 0$, концентрация даже уменьшается с уменьшением R .

Другая особенность состоит в том, что так же, как и на рис. 2, зафиксированы отдельные отклонения частоты ΔF , существенно превышающие погрешности измерений. Эти события могут быть отождествлены с нестационарными явлениями в околосолнечной плазме типа транзиентов или корональных выбросов масс. В этих случаях резкие изменения концентрации плазмы могут создавать высокие градиенты показателя преломления, что и приведет к значительным смещениям частоты радиоволн. Такое событие было отмечено 1 июля 1984 г. на участке выхода аппарата из-за Солнца, когда прицельное расстояние достигало $16,8R_0$. Абсолютное значение смещения частоты составляло $\Delta F = 0,8$ Гц. Это событие было связано с прохождением через трассу распространения радиоволн фронта ударной волны, имеющего резкие границы и высокую скорость перемещения.

По данным об изменении частоты $\Delta F(\rho)$ можно определить зависимость угла рефракции ξ от прицельного расстояния лучевой линии ρ . В соответствии с [8,10] угол ξ связан с частотой ΔF соотношением

$$\xi = (c/u) (\Delta F/f). \quad (1)$$

Из (1) следует, что угол рефракции ξ отличается от значений ΔF по-

стоянным множителем. Таким образом, экспериментальные значения ΔF дают сведения об угле рефракции ξ . Поэтому рис. 3 представляет экспериментальные значения угла ξ для разных прицельных расстояний луча ρ (см. вертикальную ось координат справа). Из этого рисунка следует, что для дециметровых радиоволн ξ в среднем равен 10 угловым секундам при $\rho = 4R_0$ и 4 секундам при $\rho = 5R_0$.

3. Сопоставим экспериментальные данные об изменении частоты $\Delta F(\rho)$ с распределением электронной концентрации в околосолнечной плазме $N(R)$. Естественно, что мы пренебрегаем изменчивостью распределения $N(R)$ во времени, поэтому зависимость $N(R)$ характеризует усредненную картину распределения электронной концентрации.

Величина изменения частоты при распространении радиоволн через околосолнечную плазму определяется в основном двумя факторами: распределением электронной концентрации и скоростью движения лучевой линии. При сопоставлении экспериментальных данных с представленными в [8] теоретическими соотношениями примем в качестве исходной модель околосолнечной плазмы, описываемую двучленной формулой

$$N(R) = A(R_0/R)^\alpha + B(R_0/R)^\beta. \quad (2)$$

Для такой зависимости $N(R)$ смещение частоты ΔF описывается приближенным соотношением

$$\Delta F = M \frac{u}{f} \left[Aa \left(\frac{R_0}{\rho} \right)^\alpha + Bb \left(\frac{R_0}{\rho} \right)^\beta \right], \quad (3)$$

здесь f — частота радиоволн, $M = 2,69 \cdot 10^{-1} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, a и b — коэффициенты, определяемые показателями степени α и β :

$$a = (\alpha - 1) \frac{\pi \Gamma(\alpha - 1)}{2^{\alpha-1} \Gamma^2(\alpha/2)}, \quad b = (\beta - 1) \frac{\pi \Gamma(\beta - 1)}{2^{\beta-1} \Gamma^2(\beta/2)}, \quad (4)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция [8].

Таким образом, аналитическая зависимость $\Delta F(\rho)$ имеет такой же вид, как и профиль электронной концентрации $N(R)$. Для прицельных расстояний $\rho > 6R_0$ определяющим является второй член формулы (2). Известно [8,10], что совокупности различных экспериментальных данных о распределении электронной концентрации $N(R)$ наилучшим образом удовлетворяют следующие значения $A = 2,21 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$; $B = 1,55 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$; $\alpha = 6,0$; $\beta = 2,3$. При указанных значениях α и β параметры a и b формул (3) и (4) имеют величину $a = 2,95$; $b = 1,71$.

На рис. 3 сплошная кривая описывает расчетную зависимость $\Delta F(\rho)$ для $\lambda = 32 \text{ см}$, $u = 8 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$, если параметры A , B , α и β имеют указанные значения. Сопоставление теоретической кривой $\Delta F(\rho)$ с экспериментальными данными показывает их удовлетворительное соответствие. В области расстояний $R = (3 \div 4) R_0$ экспериментальные значения ΔF несколько выше теоретических.

4. Сопоставим регулярную рефракцию, характеризваемую углом ξ , с флуктуациями угла прихода радиоволн, обусловленными неоднородностями околосолнечной плазмы. В настоящее время имеются надежные экспериментальные данные о ширине углового спектра радиоволн $\Delta\nu$, полученные радиоастрономическими методами, [18]. Пересчитав экспериментальные значения $\Delta\nu$, приведенные в указанных работах, в соответствии с известной частотной зависимостью $\Delta\nu \propto \lambda^2$ к длине волны $\lambda = 32 \text{ см}$, найдем, что при $\rho = 5R_0$ $\Delta\nu = 18''$, а при $\rho = 4R_0$ $\Delta\nu = 12''$. Сопоставив значения $\Delta\nu$ и ξ , приходим к заключению, что ширина углового спектра $\Delta\nu$ в несколько раз превосходит значения угла рефракции ξ . Таким образом, картина лучевых линий в околосолнечной плазме, описанная, например, в монографии [17], является достаточно условной. С

точки зрения распространения радиоволн околосолнечная плазма — это не среда с ясно выраженными рефрагированными лучами, а сильно неоднородная среда, где случайные флуктуации угла прихода больше среднего угла рефракции радиоволн.

Закономерности регулярной рефракции радиоволн в околосолнечной плазме, установленные в наших экспериментах, позволяют объяснить ряд результатов, которые были получены при радиоастрономических исследованиях.

В первых попытках обнаружения смещения частоты проходящих через околосолнечную плазму радиоволн использовалась линия поглощения водорода [11,12]. Авторами был сделан вывод о наблюдении смещения частоты в момент наибольшего сближения радиоисточника с Солнцем. Этот вывод не мог быть достоверным ввиду малости эффекта по сравнению с шириной спектральной линии радиоволн. К тому же знак смещения частоты не зависел от направления движения лучевой линии по отношению к Солнцу, что неверно.

Более достоверные результаты могли быть получены в аналогичных экспериментах просвечивания солнечной короны радиоизлучением источников с существенно меньшей шириной спектральной линии. Однако достигнутая в этих исследованиях точность позволила лишь оценить верхний предел возможного сдвига частоты [13].

Были выполнены с помощью аппарата «Пионер-6» эксперименты по радиопросвечиванию околосолнечной плазмы монохроматическими сигналами сантиметрового диапазона ($\lambda=13$ см) [14]. При проведении этого эксперимента авторы не имели возможности контролировать частоту бортового задающего генератора, что не позволило сделать определенные выводы об изменении частоты регистрируемых сигналов. Попытки произвольным образом трактовать первичные экспериментальные данные приводили в некоторых случаях к ошибочным выводам, в частности, об особом механизме взаимодействия радиоволн с околосолнечной средой [15].

Эксперименты, выполненные с помощью аппарата «Венера-10», позволили получить первые достоверные сведения о смещении частоты при распространении радиоволн в околосолнечной плазме [8].

Исследования, выполненные с помощью аппаратов «Венера-15, -16», описанные в этой статье, базировались на применении когерентных сигналов трех диапазонов и более совершенной методике определения смещения частоты ΔF , заключающейся в использовании в качестве опорных сигналов радиоволн двух диапазонов существенно более высоких частот, чем основной. Выполненные исследования позволили получить систематические данные о смещении частоты и рефракции дециметровых радиоволн при изменении прицельного расстояния радиолуча от $20 R_0$ до $3 R_0$ как на участке сближения лучевой линии с Солнцем, так и при удалении от него.

Смещение частоты в отдельных случаях может в несколько раз превосходить средние значения. Такие события могут быть отождествлены с нестационарными явлениями типа выбросов масс, транзиентов или стримеров.

В зависимости $\Delta F(\rho)$ на расстояниях $\rho=(11\div 14) R_0$ обнаружена особенность, которая указывает на присутствие ударной волны в плазме солнечного ветра. Именно в этой области скорость солнечного ветра переходит через скорость звука [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов А. И., Яковлев О. И., Рубцов С. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 10. С. 2025.
2. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Молотов Е. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 1. С. 3.
3. Арманд Н. А., Ефимов А. И., Яковлев О. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 8. С. 1574.
4. Ефимов А. И., Корсаков О. М., Яковлев О. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 12. С. 2640.

5. Савич Н. А., Азарх С. Л., Вышлов А. С. и др. // Космические исследования 1987. Т. 26 № 2. С. 243.
6. Ефимов А. И., Яковлев О. И., Вышлов А. С. и др. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 10. С. 1596.
7. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Рубцов С. Н. // Астрон. журн. 1988. Т. 65. № 6 С. 1290.
8. Долбежев Г. Г., Ефимов А. И., Тихонов В. Ф., Яковлев О. И. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 2. С. 354
9. Павельев А. Г., Яковлев О. И., Кучерявенков А. И. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 2. С. 127.
10. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. — М.: Наука, 1985.— 214 с.
11. Sadeh D, Knowles S. H, Yapple B. S // Science 1968 V. 159 N. 3812. P. 307.
12. Sadeh D, Knowles S H., Au B // Science 1968 V. 161 N. 3841. P 587.
13. Bell J. A, Dickinson D F., Lilley A. F. et al // Science. 1970. V. 167. N. 3925. P. 1755.
14. Goldstein R // Science 1969 V 166 N 3905. P. 598
15. Chastel A A, Heyvaerts J // Astron Astrophys 1976 V. 51. N 2. P. 171
16. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Разманов В. М., Штрыков В. К. // Астрон. журн. 1980 Т. 57. № 4. С. 790.
17. Крюгер А. Солнечная радиоастрономия и радиофизика. — М.: Мир, 1984.
18. Лотова Н. А., Алексеев Ю. И., Нагелис Я. В. // Кинематика и физика небесных тел. 1987. Т. 3. № 4. С. 70.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
15 ноября 1989 г.

FREQUENCY CHANGE AND REFRACTION OF RADIO WAVES PROPAGATING IN SOLAR WIND PLASMA

A. I. Efimov, O. I. Yakovlev, A. S. Vyshlov,
A. S. Nabatov, N. V. Laptev

Measurements of the «Venera-15, 16» Radjo-Science Experiment, consisting of the Doppler frequency shift of the decimeter radio waves of the Venera spacecraft during propagation in the solar corona plasma, are analyzed and interpreted. It is shown that the motion of the radio line in the direction of increasing electron density of solar corona during approach of the line of sight to the Sun produces the positive shift of the mean frequency. As the radio line moved away from the Sun we observed the frequency decrease. The regular structure of the solar corona has an influence on the frequency change and refraction of the decimeter radio signals when the impact parameter (i. e. the minimum distance from the Sun to the line of sight) is less than 6 solar radii R_{\odot} . The measured frequency shifts at large radial distances are associated with large-scale plasma formations which move with large velocities. The typical values of frequency are (2,5÷3,0) Hz for impact parameters of about 3 solar radii. The values of the refraction angle are presented for different impact parameters of the radio line.

УДК 621.391.2

РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН ТРЕХСАНТИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ МАЛЫХ УГЛАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

*Гуськов М. П., Жидко Ю. М., Иванова Г. К.,
Рябинин А. Г., Шихов О. А.*

Экспериментально найдена зависимость сечения обратного рассеяния морской поверхности от угла скольжения для радиоволн вертикальной поляризации длиной 3 см. Результаты сопоставляются с расчетом, выполненным для двух вариантов распределения ряби: равномерного по поверхности и неравномерного, учитывающего взаимосвязь интенсивности ряби и уклонов поверхности.

Особенности рассеяния радиоволн морской поверхностью при малых углах скольжения обусловлены рядом мало изученных факторов, которые начинают оказывать влияние на величину отраженного сигнала при углах порядка или меньших среднеквадратичного угла уклона поверхности, вызванного действием ветровых волн и волн зыби. К таким особенностям можно отнести затенение радиоволн гребнями ветровых волн и волн зыби на поверхности [^{1,2}], асимметрию формы поверхностных волн по отношению к направлению ветра [³], неравномерность расположения ряби на крупной волне [^{4,5}]. В принципе каждый из этих факторов можно учесть теоретически в рамках разработанных приближенных методов расчета. Однако к настоящему времени это не сделано, по-видимому, из-за многообразия указанных выше факторов и отсутствия полных и достоверных количественных данных о них. В таких условиях весьма актуальным представляется экспериментальное изучение в натуральных условиях зависимости сечения обратного рассеяния σ от угла скольжения (угол между направлением падения волны и горизонтальной плоскостью) и сопоставление полученных результатов с данными расчетов, учитывающих один — два из указанных факторов с целью выяснения наиболее существенных.

Исследования, результаты которых приведены ниже, позволяют сделать такие сопоставления в интервале углов скольжения от 2 до 6°. Границы интервала углов обусловлены возможностями использованной аппаратуры при работе с борта судна. Натурные измерения проводились в 33-м рейсе НИС «Дмитрий Менделеев» в Тихом океане в 1984 г.

Аппаратура, методика измерений и обработка данных. Морская поверхность (МП) облучалась радиолокатором вертикальной поляризации 3-сантиметрового диапазона волн, описанным в [^{6, 9}]. Принятый радиолокационный (РЛ) сигнал разделялся системой стробирования на несколько каналов дальности R_j в полосе обзора от 180—210 м до 810 м, которая при высоте антенны над уровнем моря $H=22$ м соответствовала полосе углов скольжения от 1,6 до 7°. Измерения проводились в режиме кругового обзора. В начале и конце каждого цикла измерений (2—6 часов) приемник калибровался сигналами внешнего импульсного генератора. Динамический диапазон каждого канала дальности составлял не менее 26 дБ (по мощности). Линейный участок диапазона—20 дБ. Отраженный от МП РЛ сигнал записывался на

аналоговый магнитофон. Синхронно велась запись скорости ветра, измеряемой на судне.

Как уже отмечалось нами ранее [6], измерения с борта судна затрудняются двумя обстоятельствами: искажением диаграммы направленности антенны РЛС палубными надстройками и возмущением структуры поверхностного волнения корпусом судна. Каждое из них может внести существенные искажения в зависимость отраженного сигнала от угла скольжения, если не производить специальной коррекции. Внесение такой коррекции не представлялось возможным, поскольку мы не располагали необходимыми для этого сведениями о структуре искажений диаграммы направленности и воздействия корпуса судна на поверхностное волнение. В связи с этим для нахождения зависимости сечения обратного рассеяния от угла скольжения использованы лишь те экспериментальные данные, для которых отмеченные выше искажения были наименьшими. Так, например, использовались лишь данные измерений, проведенных с движущегося судна (в дрейфе корпус судна вносит более значительные возмущения в поверхностное волнение, чем на ходу [6]).

Данные натуральных измерений подвергались обработке, которая заключалась в вычислении усредненного за достаточно большое время сечения обратного рассеяния МП (нормированного на его значение в опорной точке ψ_0), как функции угла скольжения. Алгоритм обработки данных определялся достаточно очевидной формулой

$$\frac{\sigma(\psi_j, \Phi)}{\sigma(\psi_0, 0)} = \frac{\sum_{m=0}^{m=M-1} [U_m(\psi_j, \Phi)]^2}{\sum_{m=0}^{m=M-1} [U_m(\psi_0, 0)]^2} \frac{F^2(\psi_0) R_j^3}{F^2(\psi_j) R_0^3}, \quad (1)$$

где $U_m(\psi_j, \Phi)$ — дискретные значения напряжения на выходе приемника, полученные при введении аналогового сигнала с магнитофона в ЭВМ, M — число точек в реализации сигнала, ψ_j — угол скольжения, соответствующий j -му каналу дальности: $\psi_j = \arcsin(H/R_j)$, Φ — направление зондирования по азимуту, $F(\psi)$ — диаграмма направленности антенны по углу места.

При круговом обзоре в разные моменты времени осуществляется зондирование МП под разными азимутальными углами. Это позволяет определить отношение $\sigma(\psi_j)/\sigma(\psi_0)$ как функцию азимутального угла Φ . Для реализации этой возможности при вводе с магнитофона на ЭВМ сигнал по каждому каналу дальности разбивался на короткие участки длительностью, равной периоду вращения антенны (2 с). Начало ввода сигнала каждого последующего участка определялось синхроимпульсом, формируемым в РЛС в момент прохождения лучом направления на нос. (В ходе измерений синхроимпульс записывался на одну из дорожек магнитофона.) Период дискретизации сигнала по азимуту, определяемый частотой следования импульсов и угловой скоростью вращения антенны, составлял $\Delta\Phi = 0,18^\circ$. В дальнейшем будем интересоваться лишь данными для трех значений азимутального угла: $\Phi_1 = 0$ (навстречу ветру), $\Phi_2 = 180^\circ$ и $\Phi_3 = 90^\circ$. Для лучшего усреднения экспериментальных данных дополнительно к усреднению по времени производилось усреднение по углу в секторах $\pm 4,5^\circ$ ($\pm 25\Delta\Phi$) с центрами в точках Φ_l , $l = 1, 2, 3$.

Расчет сечения обратного рассеяния. Расчет зависимости сечения обратного рассеяния от угла скольжения проводился в приближении теории резонансного рассеяния для двухмасштабной модели морской поверхности [2,7,8] и вертикальной поляризации излучения. В соответствии с двухмасштабной моделью отклонение поверхности от среднего уровня (плоскость $z=0$ в прямоугольной системе координат x, y, z) можно представить в виде

$$Z(x, y) = \xi(x, y) + \xi^*(x, y), \quad (2)$$

где функции $\xi(x, y)$ и $\xi(x, y)$ описывают мелко- и крупномасштабные неровности соответственно. Удельное сечение обратного рассеяния МП для вертикальной поляризации определяется выражением [2,7]

$$\sigma = 16\pi k^4 |\epsilon|^2 \langle \sin^4 \psi' P(\epsilon, \psi') S(k_0) (\eta/n_z) \rangle, \quad (3)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю возможных реализаций крупномасштабных неровностей, k — волновое число электромагнитной волны, n_z — проекция нормали к поверхности на ось z : $n_z = (1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2)^{-1/2}$, $\gamma = \text{grad } \xi(x, y)$; $k_0 = 2k \cos \psi'$; ψ' — локальный

угол скольжения: $\sin \psi' = \sin \psi \frac{1 - \gamma_x \text{ctg} \psi}{(1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2)^{1/2}}$; система координат x ,

y выбрана так, что ось x лежит в плоскости падения электромагнитной волны; ϵ — комплексная диэлектрическая проницаемость воды: $P(\epsilon, \psi') = [(1 + \eta_1 \sin \psi')^2 + \eta_2^2 \sin^2 \psi']^{-2}$, $\eta_1 + i\eta_2 = \sqrt{\epsilon}$; $S(k_0)$ — спектральная плотность резонансной составляющей мелкомасштабного волнения; η — коэффициент, учитывающий затенение: $\eta = 1$ в незатененной области и $\eta = 0$ в затененной. Комплексная диэлектрическая проницаемость ϵ в 3-сантиметровом диапазоне радиоволн взята равной $65 + 30i$. При численных расчетах довольно часто используется модель Филлипса для спектра $S(k)$

$$S(k) = \frac{B}{\pi} k^{-4}, \quad B = (2 \div 6) \cdot 10^{-3}. \quad (4)$$

Такое приближение может оказаться некорректным при малых углах ψ , поскольку не учитывает неравномерность распределения ряби на крупной волне. Поэтому мы несколько видоизменим спектр Филлипса (4), будем предполагать, что величина B является случайной величиной со средним значением, равным $B_0 = (2 \div 6) \cdot 10^{-3}$. В этом случае выражение для сечения рассеяния (3) приобретает вид

$$\sigma = |\epsilon|^2 \sin^4 \psi \int_0^\infty B dB \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P(\epsilon, \psi')}{\cos^4 \psi'} \frac{(1 - \gamma_x \text{ctg} \psi)^4}{(1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2)^{3/2}} W_{\text{эфф}}(B, \gamma) d\gamma. \quad (5)$$

Для функции распределения $W_{\text{эфф}}(B, \gamma)$ можно воспользоваться приближением, предложенным в [2]:

$$W_{\text{эфф}}(B, \gamma) = Q(\text{tg } \psi / \gamma_0) W(B, \gamma) \Theta(\text{tg } \psi - \gamma_x), \quad (6)$$

$$\Theta(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{при } \alpha < 0 \\ 1 & \text{при } \alpha \geq 0 \end{cases},$$

$$Q(\alpha) = (1 + \Lambda(\alpha))^{-1}; \quad \Lambda(\alpha) = \frac{1}{2\alpha} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\alpha^2/2} - \alpha \left(1 - F_1\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right) \right) \right], \quad F_1(x) =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \text{ — интеграл ошибок, где } W(B, \gamma) \text{ — функция распре-$$

ления величины B и уклонов крупномасштабной составляющей волнения γ , γ_0 — среднеквадратичное значение уклонов поверхности в плоскости падения электромагнитной волны.

Мы не располагаем данными для конкретизации вида функции $W(B, \gamma)$. Поэтому ограничились при численных расчетах двумя правдоподобными, как нам представляется, моделями этой функции. Первая, наиболее простая, предполагает независимость величин B и γ , т. е. $W^{(1)}(B, \gamma) = W_1(\gamma) W_2(B)$, причем величина γ распределена по нормальному закону

$$W_1(\gamma) = \frac{1}{2\pi \gamma_{\parallel} \gamma_{\perp}} \exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2\gamma_{\parallel}^2} - \frac{\gamma_y^2}{2\gamma_{\perp}^2}\right), \quad (7)$$

где система координат x', y' выбрана так, что ось x' совпадает с направлением ветра; γ_{\parallel} и γ_{\perp} — среднеквадратичные уклоны поверхности в направлениях против и перпендикулярно ветру. В этом случае интегрирование по B в (5) дает постоянный множитель $(2 \div 6) \cdot 10^{-3}$, т. е. результат такой же, как и в случае равномерного распределения ряби на крупной волне:

$$\sigma = (2 \div 6) \cdot 10^{-3} |\varepsilon|^2 \sin^4 \psi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P(\varepsilon, \psi')(1 - \gamma_r \operatorname{ctg} \psi)^4}{\cos^4 \psi' (1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2)^{3/2}} W_{\text{эфф}}^{(1)}(\gamma) d\gamma, \quad (8)$$

где эффективная функция распределения уклонов имеет вид

$$W_{\text{эфф}}^{(1)}(\gamma) = Q(\operatorname{tg} \psi / \gamma_0) \Theta(\operatorname{tg} \psi - \gamma_x) W_1(\gamma). \quad (9)$$

При выборе второй модели функции $W^{(2)}(B, \gamma)$, учитывающей взаимосвязь величин B и γ , мы исходили из двух требований, базирующихся на имеющихся экспериментальных данных. Первое — уклоны поверхности распределены по нормальному закону:

$$\int_0^{\infty} W^{(2)}(B, \gamma) dB = W_1(\gamma). \quad (10)$$

Второе относится к среднему значению интенсивности резонансной ряби $B_{\text{ср}}$ при фиксированном значении уклона γ :

$$B_{\text{ср}}(\gamma) = \int_0^{\infty} W^{(2)}(B, \gamma) B dB \left[\int_0^{\infty} W^{(2)}(B, \gamma) dB \right]^{-1}. \quad (11)$$

По имеющимся экспериментальным данным наибольшая интенсивность ряби $B_{\text{ср}}$ достигается на подветренной стороне волн, т. е. при $\gamma_{x'} = -\gamma_1 < 0$. Что касается зависимости $B_{\text{ср}}$ от $\gamma_{y'}$, то естественно предположить ее симметричной с максимумом в нуле. В качестве наиболее простой функции, обладающей отмеченными свойствами, возьмем следующую:

$$B_{\text{ср}}(\gamma) = B_{\text{max}} \exp \left[-\frac{(\gamma_{x'} + \gamma_1)^2}{2\gamma_2^2} - \frac{\gamma_{y'}^2}{2\gamma_3^2} \right], \quad (12)$$

где параметры γ_2 и γ_3 определяют ширины максимума по координатам $\gamma_{x'}$ и $\gamma_{y'}$ соответственно.

Нетрудно показать, что требованиям (10) и (12) удовлетворяет следующая функция распределения, которую мы и использовали в качестве второй модели при численных расчетах:

$$W^{(2)}(B, \gamma) = C_1 \exp \left[-C_2^2 B^2 \exp g(\gamma) + \frac{1}{2} g(\gamma) \right] W_1(\gamma), \quad (13)$$

$$g(\gamma) = \frac{(\gamma_{x'} + \gamma_1)^2}{\gamma_2^2} + \frac{\gamma_{y'}^2}{\gamma_3^2}.$$

Подставляя (13) в (5) и интегрируя по B , получим выражение, отличающееся от (8) лишь видом эффективной функции распределения уклонов:

$$W_{\text{эфф}}^{(2)}(\gamma) = W_{\text{эфф}}^{(1)}(\gamma) \exp \left[-\frac{1}{2} g(\gamma) \right]. \quad (14)$$

Функция распределения $W^{(2)}(B, \gamma)$ содержит 5 параметров, которые должны удовлетворять двум условиям нормировки:

$$\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W^{(2)}(B, \gamma) dB d\gamma = 1,$$

$$\int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B W^{(2)}(B, \gamma) dB d\gamma = B_0.$$

Параметры $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ мы подбирали, исходя из наилучшего совпадения экспериментальных данных с расчетными. Два других параметра, C_1 и C_2 , определяются из уравнений (15):

$$C_1 = \pi^{-3/2} \gamma_{\parallel}^{-1} \gamma_{\perp}^{-1} C_2, \quad (16)$$

$$C_2 = \pi^{-1/2} \left(1 + \frac{\gamma_{\parallel}^2}{\gamma_2^2}\right)^{-1/2} \left(1 + \frac{\gamma_{\perp}^2}{\gamma_3^2}\right)^{-1/2} \exp\left[-\frac{\gamma_1^2}{2\gamma_2^2} \left(1 + \frac{\gamma_{\parallel}^2}{\gamma_2^2}\right)^{-1}\right] B_0^{-1}.$$

Подставляя (13) в (11) и учитывая (16), найдем отношение B_{\max}/B_0 , характеризующее степень неравномерности распределения ряби для заданной функции распределения $W^{(2)}(B, \gamma)$:

$$\frac{B_{\max}}{B_0} = \left(1 + \frac{\gamma_{\parallel}^2}{\gamma_2^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\gamma_{\perp}^2}{\gamma_3^2}\right)^{1/2} \exp \frac{\gamma_1^2}{2(\gamma_2^2 + \gamma_{\parallel}^2)}. \quad (17)$$

Как видно из (17), B_{\max}/B_0 увеличивается с ростом γ_1 и уменьшением γ_2 и γ_3 .

Результаты натурных измерений. Сопоставление экспериментальных данных с расчетными. Результаты экспериментальных исследований и численных расчетов зависимости сечения обратного рассеяния от угла скольжения приведены на рис. 1 (рис. см. на вклейке). Измерения проводились в открытом океане в разное время (18. 10. 84 г.), но при одинаковой скорости ветра 11 м/с. По вертикальной оси отложено сечение обратного рассеяния $\sigma(\psi, \Phi)$, нормированное на величину сечения при $\psi = \psi_0 = 3,4^\circ$; $\Phi = \Phi_1 = 0$. Расчетные кривые для первой модели нанесены штрихпунктирными, а для второй — сплошными линиями. Значения параметров γ_{\parallel} и γ_{\perp} , заложенные в расчеты ($\text{arctg } \gamma_{\parallel} = 10,6^\circ$, $\text{arctg } \gamma_{\perp} = 8,3^\circ$), найдены исходя из величины средней скорости ветра во время измерений по данным расчетов работы [8].

Как видно из рис. 1, экспериментальные данные позволяют получить достаточно информативные усредненные эмпирические зависимости. Отметим, что разброс отдельных точек относительно аппроксимирующей эмпирической кривой (на рисунке она не нанесена) обусловлен не малым временем усреднения (оно составляло ~ 2 часа), а упоминавшимися выше искажениями диаграммы направленности антенны РЛС палубными надстройками и возмущением структуры поверхностного волнения корпусом судна.

Как следует из рис. 1, данные расчетов для модели 1 в ряде случаев значительно расходятся с экспериментом. При облучении навстречу ветру ($l=1$) расхождение сравнительно невелико: диапазон изменений сечения рассеяния в полосе углов $2^\circ \div 6^\circ$ в эксперименте на 1,5—2 дБ шире, чем следует из расчетов. Расчетные значения сечений обратного рассеяния при облучении против и по ветру (кривые $l=1,2$) для модели 1 совпадают, тогда как в эксперименте рассеяние при зондировании по ветру на 2—3 дБ меньше, чем навстречу ветру. Еще большие расхождения (~ 5 —7 дБ) наблюдаются при облучении перпендикулярно ветру ($l=3$). Правда, их можно существенно уменьшить, если предположить, что они обусловлены анизотропностью резонансной ряби: $B_0 = f(\Phi)$. Из сравнения экспериментальных данных за 18. 10. 84 г. с расчетными для модели 1 при таком предположении следует, что интенсивность ряби, распространяющейся перпендикулярно ветру, должна быть на 6 дБ меньше, чем ряби, бегущей по ветру, т. е. $f(0)/f(90^\circ) = A = 6$ дБ. С учетом такой анизотропии и приведена на рисунке кривая $l=3$ для модели 1.

При подборе параметров функции распределения для модели 2 мы исходили из следующего обстоятельства: γ_1 и γ_2 в основном влияют лишь на характер зависимости σ от ψ при облучении морской поверхности по и против ветра, а γ_3 —при облучении перпендикулярно ветру. Это позволило провести подбор параметров в два приема. Вначале находились γ_1 и γ_2 , исходя из данных зондирования по и против ветра, а затем параметр γ_3 . Как и для модели 1, удовлетворительное совпадение теории с экспериментом при $l=3$ удастся достичь только предполагая наличие анизотропии ряби. В соответствии с экспериментальными данными за 18. 10. 84 г. (рис. 1) параметры модели 2 выбраны следующим образом: $\gamma_1=0,17 \gamma_{\parallel}$, $\gamma_2=0,6 \gamma_{\parallel}$, $\gamma_3=0,3 \gamma_{\perp}$, $A=3$ дБ. Этим параметрам соответствует коэффициент неоднородности ряби, равный 6,8, т. е. максимальное значение плотности резонансной ряби в 6,8 раз превышает среднее.

Как видно из рис. 1, модель 2 функции распределения позволяет получить весьма удовлетворительное совпадение расчетных кривых с экспериментальными данными за 18. 10. 84 г.

Естественно было ожидать столь же хорошего совпадения и для измерений 26. 10. 84 г. (на рис. 1 не приведены данные измерений 26. 10. 84 г. при облучении морской поверхности по ветру, поскольку в этом секторе углов наблюдалось значительное затенение антенны РЛС корабельными надстройками), проведенных при той же скорости ветра, что и 18. 10. 84 г. Оно действительно имеет место при зондировании навстречу ветру ($l=1$). При зондировании же перпендикулярно ветру ($l=3$) в области углов $\psi < 3,5^\circ$ сечения обратного рассеяния, измеренные 26. 10. 84 г., лежат на 2—3 дБ выше, чем 18. 10. 84 г. Эту особенность можно объяснить влиянием волн зыби, которые 26. 10. 84 г. распространялись перпендикулярно скорости ветра. Уклоны поверхности, вызванные зыбью, увеличивают рассеяние радиоволн при зондировании навстречу и вдоль их направления распространения. Вклад зыби в обратное рассеяние уменьшается с ростом угла ψ , что и наблюдалось в эксперименте 26. 10. 84 г. К сожалению, высота волн зыби не измерялась и мы не имеем возможности подтвердить предложенное объяснение численными расчетами.

В заключение подведем итоги выполненных исследований.

1. Найдены экспериментально зависимости сечений обратного рассеяния радиоволн трехсантиметрового диапазона вертикальной поляризации от угла скольжения в диапазоне от 2 до 6° при зондировании морской поверхности по, против и перпендикулярно направлению ветра.

2. Показано, что модель равномерного распределения ряби на морской поверхности (или неравномерного, но не зависящего от уклонов) приводит к заметному (до 7 дБ) расхождению результатов численных расчетов с экспериментом (в рассматриваемом диапазоне углов скольжения).

3. Предложена модель морской поверхности, учитывающая связь между спектральной плотностью резонансной ряби и уклонами поверхности. Подбором параметров этой модели, определяющих степень неравномерности ряби и ее анизотропию, удается получить хорошее совпадение экспериментальных данных с результатами численных расчетов. Однако окончательное решение о правомерности этой модели можно вынести лишь на основании данных прямого экспериментального исследования совместной функции распределения спектральной плотности резонансной ряби и уклонов морской поверхности, а также анизотропии резонансной ряби.

ЛИТЕРАТУРА

1. Smith B. G. // IEEE Trans. 1967. Т. AP. 15. № 5. P. 668.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972. — 424 с.

3. Загородников А. А. // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16. № 1. С. 104.
4. Monaldo Frank M., Kasevich Raymond S. // IEEE Trans. 1982. V. GE-20. № 3 P. 254.
5. Donelan Mark A., Pierson Willard J. // J. Geophys. Res. 1988. V. 92. № C5, P. 4971.
6. Гуськов М. П., Жидко Ю. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т 31. № 11. С. 1318.
7. Калмыков А. И., Pichugin A. P. et al. // J. Remote Sensing. 1982. V. 3. № 3. P. 314.
8. Величко С. А., Калмыков А. И. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987 Т. 30. № 7. С. 840.
9. Гордеев Л. Б., Жидко Ю. М., Зуйкова Э. М. // Сб: Воздействие крупномасштабных внутренних волн на морскую поверхность. — Горький, ИГФ АН СССР. 1982. С. 124.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
13 июля 1989 г.

SEA SURFACE SCATTERING OF 3-cm RADIO WAVES AT SMALL GRAZING ANGLES

M. P. Gus'kov, Yu. M. Zhidko, G. K. Ivanova,
A. G. Ryabinin, O. A. Shikhov

The dependence of the cross-section of the sea surface backscattering on the grazing angle for 3-cm vertically polarized radio waves has been found experimentally. Results are compared with the computations performed for two types of ripple distribution: 1) uniform distribution over the surface and 2) nonuniform distribution taking into account the correlation between the ripple intensity and the surface slopes.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.396.677

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВИБРАТОРА С РЕФЛЕКТОРОМ В ВИДЕ СИСТЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ

Э. М. Инспекторов

Исследовано заднее излучение симметричного вибратора (двух синфазных вибраторов) с рефлектором в виде системы параллельных проводников. Рассмотрена двумерная задача и случай H -поляризации. При анализе рефлектор заменен поверхностью с импедансом $Z_{\text{эвб}}$, ток на которой определен из решения интегрального уравнения Фредгольма II рода. Показано, что заднее излучение может быть значительно ослаблено за счет взаимной компенсации дифрагировавшего и прошедшего сквозь рефлектор полей. Рассмотрен метод определения требуемого для компенсации коэффициента прохождения сквозь рефлектор, рассчитано ближнее поле и диаграммы направленности в области тени в полосе частот.

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 5828-В90. Деп. 20 ноября 1990 г.

УДК 551.32

РАСЧЕТ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ СЛОИСТОГО СНЕЖНОГО ПОКРОВА КВАЗИСТАТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ И МЕТОДОМ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

В. В. Дмитриев, Н. И. Клиорин, В. Г. Мировский, В. С. Эткин

Рассчитаны излучательные характеристики снежного покрова квазистатическим методом и методом уравнения переноса излучения. Показано, что квазистатическая модель эффективной диэлектрической проницаемости снега $\epsilon_{эфф}$, обобщая известную модель Колбека на коротковолновую часть СВЧ диапазона, согласуясь с результатами активных измерений $\epsilon_{эфф}$ сухого снега, не согласуется с данными измерений излучательной способности снега на почве. Предложено качественное объяснение этого факта. Модель переноса излучения в снегу с учетом распределения ледяных зерен, образующих снежную толщу, по размерам в пределах точности измерений согласуется с найденными экспериментальными значениями излучательной способности снега на почве.

Определение параметров снежного покрова по данным СВЧ дистанционного зондирования требует построения адекватных электродинамических моделей снега, позволяющих сопоставить его параметры: плотность ρ , влажность ω , толщину h , средние размеры частиц (ледяных зерен) $a_{ср}$ и другие — с его электродинамическими характеристиками, в частности с излучательной способностью. Электродинамические характеристики покровов, найденные с помощью известных в настоящее время моделей, либо не соответствуют результатам эксперимента в коротковолновой части СВЧ диапазона, либо содержат в качестве исходных параметров характеристики, не измеримые в натурном эксперименте. Например, при моделировании снега средой с флуктуирующей ϵ остается открытым вопрос о соотношении между величиной ϵ и физико-механическими параметрами реального снега [1–3].

В данной работе рассмотрены и сопоставлены с экспериментом две модели формирования собственного излучения снежного покрова, лежащего на почве, — модель среды, обладающей эффективной диэлектрической проницаемостью, и модель переноса излучения в снежной среде. Как показано ниже, адекватность моделей определяется величиной альbedo ледяных зерен, из которых состоит снег. При малом альbedo пригодны обе модели. Для снега малое альbedo соответствует сантиметровой части СВЧ диапазона. Напротив, в коротковолновой части диапазона альbedo ледяных зерен велико (~ 1), поэтому имеет место сильное случайное рассеяние СВЧ излучения, и более подходящей является модель переноса излучения.

1. Квазистатическая модель эффективной диэлектрической проницаемости статистически однородного снежного слоя. Снег на почве представляет собой неоднородную среду с несколькими масштабами неоднородностей. При рассмотрении снежного покрова как среды, состоящей из ряда слоев «однородного снега», каждый из которых обладает своим значением эффективной комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon_{эфф}$, излучательная способность многослойной снежной толщи может быть определена обычным образом по коэффициентам Френеля для отдельных границ [4].

Перейдем к определению величины $\epsilon_{эфф}$ статистически однородного слоя снега. Очевидно, величина $\epsilon_{эфф}$ есть функция частоты, ком-

плёксных диэлектрических проницаемостей воды, льда, водяного пара и воздуха, из смеси которых состоит снег. Помимо перечисленных факторов на величину $\epsilon_{\text{эфф}}$ влияет размер частиц (ледяных зерен). В случае, когда размеры частиц много меньше длины волны, величина $\epsilon_{\text{эфф}}$ должна стремиться к статическому пределу, который определяется моделями однородных смесей [2, 5-7], где пренебрегают рассеянием на отдельных зернах.

Однако рассчитанная по статическим значениям $\epsilon_{\text{эфф}}$ излучательная способность снежной толщи в коротковолновой части СВЧ диапазона [7] не согласуется с данными прямых измерений излучательной способности [2, 8]. Прямые СВЧ измерения $\epsilon_{\text{эфф}}$ образцов снега, проведенные в коротковолновой части СВЧ диапазона активными оптическими методами, также не дают согласия со статической моделью на частотах выше 20 ГГц [2, 5, 6].

Строгое решение задачи определения $\epsilon_{\text{эфф}}$ для среды, состоящей из жестких плотноупакованных рассеивателей, основанное на последовательных волновых представлениях, в настоящее время отсутствует. Тем не менее из качественных соображений представляется полезным исследовать обобщение статических моделей смеси, когда статическая поляризуемость заменяется динамической, аналогично тому, как это делается в теории $\epsilon_{\text{эфф}}$ среды из разреженных мягких рассеивателей [9, 10]. Нами проведено указанное обобщение для моделей Лорентца-Лоренца [11] и Колбека [12]. Полученные выражения для обобщенных моделей Лорентца-Лоренца и Колбека соответственно имеют вид

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \left(1 + \frac{8\pi}{3} \cdot n \frac{\langle A_0 \rangle}{k^2}\right) \left(1 - \frac{4\pi}{3} \cdot n \frac{\langle A_0 \rangle}{k^2}\right)^{-1}; \quad (1)$$

$$\epsilon_{\text{эфф}} = (\epsilon_{\text{л}} + 2\epsilon_{\text{эфф}}) / (\epsilon_{\text{л}} + 2\epsilon_{\text{эфф}} - 4\pi n (\epsilon_{\text{л}} + 2) \langle A_0 \rangle / k^2). \quad (2)$$

Здесь n — концентрация ледяных зерен, A_0 — амплитуда рассеяния плоской волны вперед отдельным рассеивателем, угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю рассеивателей, $k = 2\pi/\lambda$ (λ — длина волны), $\epsilon_{\text{л}}$ — комплексная диэлектрическая проницаемость льда.

Важной особенностью реального снежного покрова, состоящего из дискретных частиц, является присущее ему и зависящее от внешних условий распределение частиц по размерам. Как правило, распределение является одномодальным и близким к гауссову [13]. Приблизительно эта особенность может быть учтена путем усреднения динамической поляризуемости рассеивателей с учетом распределения их по размерам [14]. Для простоты в расчетах предполагается, что распределение частиц является строго гауссовым, а форма частиц — сферической. Для сферических частиц A_0 вычисляется по теории Ми [9, 11, 12, 15]. Легко показать, что при $k \rightarrow 0$ определенная здесь динамическая поляризуемость $a_{\text{л}} = \langle A_0 \rangle / k^2$ стремится к своему статическому значению $a_{\text{с}} = 3/4\pi (\epsilon_{\text{л}} - 1) / (\epsilon_{\text{л}} + 2) v$ (здесь v — объем рассеивателя), а $\epsilon_{\text{эфф}}$ — к значению, соответствующему нулевой частоте.

Сравним результаты расчетов $\epsilon_{\text{эфф}}$ снега, проведенных с помощью предложенных моделей (1), (2), с результатами измерений $\epsilon_{\text{эфф}}$ активными методами [5]. На рис. 1а (см. на вклейке), приведены рассчитанные частотные зависимости $\epsilon'_{\text{эфф}}$ — действительной части $\epsilon_{\text{эфф}}$ — по моделям (1) кривая 1, по статической модели Колбека [6, 12] — кривая 2 и по модели (2) — кривая 3. На этом же рисунке штриховкой показана область экспериментальных значений $\epsilon'_{\text{эфф}}$, найденных в [5]. Для дисперсии распределения рассеивателей по размерам, точные данные о которой отсутствовали в [5], принималась типичная для снега величина — 0,4 от среднего размера [13]. В расчетах $\epsilon'_{\text{эфф}}$ использовались значения физико-механических параметров снежных образцов, приведенные в [5]. Из рис. 1а видно, что хорошее согласие с экспериментом достигается при использовании предложенной модификации моде-

ли Колбека. Таким образом, предложенная модель в указанном частотном диапазоне, по-видимому, адекватно описывает взаимодействие снежной среды с падающим извне когерентным электромагнитным излучением.

2. Излучательная способность снежного покрова. На рис. 1б приведены теоретические (сплошные линии) и экспериментальные (пунктир) частотные зависимости излучательной способности $\chi(F)$ снежного покрова на почве. Экспериментальные данные об излучательной способности были получены авторами методом измерения радиояркой температуры исследуемого покрова на частотах 3,75; 20; 37,5 ГГц. Измерения проводились на тестовой площадке гляциологической станции МГУ в п. Терскол КБАССР.

Измеренные значения радиоярких температур позволили восстановить величину излучательной способности снега на почве с учетом излучения атмосферы [16], аппаратной функции радиометра и антенно-фидерного тракта. Одновременно производился контроль физико-механических параметров снежного покрова контактными методами. Определялись следующие характеристики покрова: профиль плотности, профиль влажности, профиль средних размеров частиц и профиль температур. Кроме того, оценивалась дисперсия размеров рассеивателей. Данные контактных измерений представлены в таблице. На рис. 2 приведена типичная для горного снега гистограмма распределения зерен льда по размерам. Реальное распределение было аппроксимировано одномодальным гауссовым со следующими параметрами: средний размер — 0,227 см и дисперсия — 0,082 см. Данная аппроксимация удовлетворяет реальному распределению согласно критерию χ^2 (для проверки статистических гипотез) на уровне значимости — 0,8 [17].

Теоретические зависимости $\chi(F)$, как и зависимость $\epsilon'_{\text{сф}}$ в разд. 1, рассчитаны на основе модифицированных моделей Лорентца-Лоренца — кривая 1 и Колбека — кривая 2. При этом снежный покров моделировался слоистым диэлектриком, диэлектрическая проницаемость каждого слоя вычислялась по формулам (1) и (2) соответственно с учетом данных контактных измерений (см. табл. 1). В целях повышения точности при расчетах учитывались конечность полосы принимаемых частот и пространственные ограничения, определяемые реальными диаграммами направленности приемных антен. Используемые в расчетах электрические характеристики почвы под снегом $\epsilon_{\text{почвы}} = 5 + 0,05i$ заимствованы из [18].

Таблица 1

Данные контактных измерений физико-механических параметров снежного покрова (06.02.84, гляциологическая станция МГУ п. Терскол КБАССР)

№ слоя	Толщина слоя, см	Плотность снега, г/см ³	Средний размер частиц, см	Температура слоя, °С
1	19	0,28	0,1	—7
2	31	0,21	0,15	—4
3	20	0,4	0,15	—3
4	10	0,52	0,1	—3

Примечания: 1) Отсчет слоев производился от границы снег—воздух вниз к границе снег—земля.

2) Влажность снега по всем слоям равна нулю.

Из рис. 1б видно, что в высокочастотной части диапазона излучательная способность реального снежного покрова существенно ниже рассчитанной в соответствии с квазистатическими моделями (1) и (2).

Это несоответствие кажется тем более неожиданным, что на этих же частотах существует удовлетворительное согласие между теоретическими результатами и результатами активных измерений $\epsilon_{эфф}$ (см. рис. 1а) и требует специального объяснения.

На наш взгляд, этот факт подтверждает ту точку зрения, что понятие $\epsilon_{эфф}$ в обычном смысле,

$$\langle D \rangle = \epsilon_{эфф} \langle E \rangle = (1 + 4\pi \kappa_{эфф}) \langle E \rangle, \quad (3)$$

где $\kappa_{эфф}$ — поляризуемость среды, D — вектор электрической индукции, а E — напряженности поля, является корректным лишь в средах, где $\langle E \rangle \neq 0$.

В активных экспериментах, где изучается прохождение внешнего когерентного электромагнитного поля через среду, среднее поле, естественно, не равно нулю и $\epsilon_{эфф}$ в обычном смысле (3) правомерно. Если же измеряется собственное тепловое излучение среды, то $\langle E \rangle = 0$ (но $\langle E^2 \rangle \neq 0$) и $\epsilon_{эфф}$ в обычном понимании (3) теряет смысл. Конечно, если рассеяние на отдельных частицах мало, то в каждый момент времени среднее по макроскопическому объему поле не равно нулю и для теплового излучения. Именно поэтому в слабо рассеивающих средах понятие $\epsilon_{эфф}$ адекватно и при описании теплового излучения. Напротив, в сильно рассеивающих средах, когда каждый акт рассеяния сопровождается сильными случайными изменениями фазы рассеянного поля, среднее по любому макроскопическому объему ($> \lambda^3$) электрическое поле равно нулю.

Если обозначить через Ω характерный телесный угол рассеяния излучения на отдельной частице ($\Omega \approx 4\pi\omega_0$, где ω_0 — альbedo частицы), то естественно ввести следующий критерий существенности случайного рассеяния: $\Omega = 4\pi\omega_0 \sim 4\pi$. Для снежной среды это условие в коротковолновой части СВЧ диапазона, по-видимому, выполняется, поскольку альbedo частиц действительно порядка единицы, в связи с чем понятие $\epsilon_{эфф}$ в обычной трактовке (3) теряет смысл для снежной среды.

Следующий принципиальный шаг заключается в расчете излучательной способности снежной среды методом уравнения переноса излучения. В данной работе для получения аналитических оценок мы ограничимся двухпоточковым приближением теории переноса излучения [15]. Уравнение переноса излучения в радиодиапазоне без учета перераспределения энергии по частотам имеет вид

$$\frac{dT}{d\tau} = -T + \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} P(s, s_1) T(r, s_1) d\Omega_1 + (1 - \omega_0) T_0. \quad (4)$$

Здесь $T(r, s)$ — радиояркостная температура, регистрируемая в точке r из направления s (s — единичный вектор), P — фазовая функция рассеивателя, нормированная к альbedo ω_0 ($(1/4\pi) \int_{4\pi} P(s, s_1) d\Omega = \omega_0$),

T_0 — физическая температура снежной среды.

Можно показать, что в двухпоточковом приближении в пренебрежении вклада прямого луча, т. е. для диффузного поля, (4) эквивалентно системе двух дифференциальных уравнений:

$$dT_+/d\tau = -(K+S)T_+ + ST_- + KT_0; \quad (5)$$

$$dT_-/d\tau = (K+S)T_- - ST_+ + KT_0. \quad (6)$$

Здесь T_+ и T_- — радиояркостные температуры, соответствующие потокам энергии, распространяющейся вверх и вниз соответственно, среда считается плоскопараллельной и T_0 зависящей только от вертикальной координаты, K и S — безразмерные коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно.

Для сухой снежной среды в пренебрежении коллективными эф-

фактами K и S выражаются через одночастичные характеристики зерен:

$$K = (1 - \omega_0)2 = 2\sigma_a/\sigma_t, \quad S = (\omega_0 - \omega_1/4).$$

Здесь σ_a и σ_t — эффективные сечения поглощения и экстинкции соответственно, ω_0 — альbedo рассеивателя, ω_1 — первый коэффициент разложения фазовой функции рассеивателя в двойной ряд по полиномам Лежандра [15]:

$$P(s, s_1) = P(\mu, \mu_1) = \sum_{l=0}^{\infty} \omega_l P_l(\mu) P_l(\mu_1).$$

Под μ подразумевается косинус угла между волновым вектором падающей волны и некоторым выделенным направлением, а под μ_1 — косинус угла между волновым вектором рассеянной волны и тем же направлением.

Для сферических частиц K и S рассчитываются по теории Ми. С точки зрения приложений наибольший интерес представляет величина, описывающая выходящее из слоя излучение, T_+ ($\tau=0$), поскольку именно с ней можно отождествить радиояркостную температуру, регистрируемую радиометрическими приемниками. Для статистически однородного слоя снега двухпотоковая задача (5), (6) допускает аналитическое решение:

$$\begin{aligned} T_+(0) = & T_n R_1 + \frac{(1-R_1)}{(1-AR_1)(1-AR_2) - (A-R_1)(A-R_2)\exp(-2\alpha\tau_0)} \times \\ & \times \{T_3(1-A^2)(1-R_2)\exp(-\alpha\tau_0) + T_n(1-R_1)[(R_2-A)\exp(-2\alpha\tau_0) + \\ & + A(1-AR_2)] + K(T_0/\alpha)(1+A)[1-\exp(-\alpha\tau_0)] \times \\ & \times [1 + A\exp(-\alpha\tau_0) - R_2(A + \exp(-\alpha\tau_0))]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь T_n — яркостная температура неба, T_3 — физическая температура земли под снегом, R_1 и R_2 — коэффициенты отражения по мощности от границ раздела воздух — снег и снег — земля соответственно. Эти коэффициенты могут быть оценены по $\epsilon_{\text{эфф}}$ снежной среды (см. формулу (2)) и ϵ почвы, $\tau_0 = \int_0^{x_0} n(x)\sigma_t(x)dx$ — оптическая толщина снежного слоя, x_0 — геометрическая толщина снежного слоя,

$$A = S/(\alpha + K + S), \quad \alpha = \sqrt{K(K + 2S)}.$$

Отсюда, в частности, находится излучательная способность полубесконечного статистически однородного слоя снега

$$\chi = \frac{2(1-\omega_0) + \sqrt{(1-\omega_0)(4-\omega_1)}}{(1-\omega_0) + \sqrt{(1-\omega_0)(4-\omega_1)} + (1+\omega_1/4)} \quad (8)$$

и глубина формирования излучения

$$h = (n\sigma_t \sqrt{(1-\omega_0)(4-\omega_1)})^{-1}. \quad (9)$$

Строго говоря, излучение снежной толщи не может быть описано ее излучательной способностью, так как температура снежного слоя не постоянна на глубине формирования излучения. Однако, как правило, перепад температур между границами снег — воздух и снег — земля достаточно мал [13]. Используя эту особенность, определим излучательную способность снежного покрова как отношение T_n/T_0 , где T_n — яркостная температура снежного покрова, а T_0 — средняя физическая температура снежной толщи.

На рис. 3 решение уравнения переноса (7) приведено в виде частотных зависимостей излучательной способности снежного покрова, состоящего из ледяных зерен одинаковой величины. (кривые 1 и 2), (7), параметром является размер зерна. Кривые 3 и 4 представляют собой частотные зависимости излучательной способности того же снежного слоя, состоящего из ледяных зерен, имеющих нормальный закон распределения по размерам на всей глубине залегания, и так же полученные решением уравнения переноса, параметрами являются средний размер зерна и величина дисперсии. Распределение частиц по размерам в слое снега учитывалось заменой величин K и S их усредненными значениями.

Как видно из сопоставления кривых 1, 2 и 3, 4, излучательная способность снежного слоя, рассчитанная с учетом распределения зерен по размерам, существенно отличается от случая, когда реальное распределение не учитывалось. Для коротковолновой части исследуемого диапазона это, по-видимому, отражает тот факт, что по мере роста дисперсии вклад в поглощение за счет мелких частиц возрастает, в то время как крупные частицы влияют на сечение рассеяния значительно слабее, поскольку по мере роста размеров крупных зерен их альбедо стремится к своему предельному значению $\sim 0,5$ [15].

Рассмотрим более подробно сопоставление результатов теоретических расчетов излучательной способности снежного покрова, полученных в двухпоточковом приближении теории переноса излучения и эксперимента, условия проведения которого указаны в начале данного раздела. На рис. 4 представлена экспериментальная зависимость излучательной способности реального слоистого снежного покрова (состоящего из четырех слоев) на почве (пунктир). Характеристики слоев снежного покрова, измеренные контактными способами, представлены в таблице. Здесь же сплошными линиями представлены две расчетные зависимости излучательной способности слоистого снежного покрова, полученные решением уравнения переноса излучения (7). При расчете указанных зависимостей использовались параметры снежного покрова, полученные в эксперименте и приведенные в таблице. Кривая 1 отражает случай, когда расчет производился для четырехслойного снежного покрова в предположении, что каждый из слоев состоит из зерен одного и того же размера. Размер зерен принят равным измеренному среднему. Кривая 2 рассчитана для тех же условий, что и кривая 1, с той лишь разницей, что в каждом из слоев учитывалось распределение зерен по размерам. Средний размер зерен принимался равным измеренному. Дисперсия размеров принималась равной 0,38 от среднего. Сопоставление представленных здесь расчетных и экспериментальных зависимостей излучательных характеристик снежного покрова показывает полное их соответствие при учете реального распределения по размерам рассеивателей (зерен льда).

Таким образом, модель переноса излучения в снежной среде адекватно описывает формирование собственного теплового излучения снежного покрова на почве. При этом принципиально важно учитывать распределение частиц по размерам. Несмотря на то, что полученные результаты найдены в двухпоточковом приближении теории переноса излучения, вывод о принципиальной необходимости учета распределения ледяных зерен по размерам важен и в многопоточковой теории, поскольку, как показали расчеты [8], излучательная способность и в этой модели оказывается аномально низкой.

В заключение авторы выражают искреннюю признательность Ю. А. Кравцову за весьма полезную дискуссию при выполнении данной работы, а также В. А. Нежинскому за предоставление данных о физико-механических параметрах снежного покрова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич А. С., Красильникова Т. Г. // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. № 9. С. 1883.

2. Foster J. K. et al. // Rev. Geophys. Space Phys. 1984. V. 22. № 2. P. 195.
3. Stogrin A. // IEEE Trans. Geos. Remote Sensing. 1986 V. 24. № 2. P. 220.
4. Раев М. Д., Шарков Е. А., Ширяева Т. А., Эткин В. С. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. № 3. С. 632.
5. Hallikainen M. T. et al. // IEEE Trans Anten. Propag. 1986. V. 34. № 11 P. 1329.
6. Ambach W., Denoth A. // Z. Gletscherkunde Glacialgeologie. 1972. V. 8 № 2 P. 113.
7. Белич Р. Б. // Труды ГНИЦИПР. 1984. Вып. 18. С. 91.
8. Гершензон В. Е., Хапин Ю. Б., Эткин В. С. // Исследование Земли из космоса. 1981. № 1. С. 58.
9. В. де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами.—М.: ИЛ, 1961.—294 с.
10. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения.—М.: Наука, 1983.—216 с.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1970.—856 с.
12. Борн К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами—М.: Мир, 1986.—664 с.
13. Коломыц Э. Г. Структура и режим снежной толщи западносибирской тайги.—Л.: Наука, 1971.—174 с.
14. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.—М.: Мир, 1971.—165 с.
15. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах.—М.: Мир, 1981. Т. 1.—280 с.
16. Цейтлин Н. М. Антенная техника и радиоастрономия.—М.: Сов. радио, 1976.—352 с.
17. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике.—М.: Наука, 1981.—720 с.
18. Kong J. A. et. al. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. № B-10. P. 5669.

Московский государственный
педагогический институт
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
12 июня 1989 г.

CALCULATION OF MICROWAVE EMISSIVITY OF MULTILAYER SNOWPACK BY THE QUASI-STATIC METHOD AND BY THE METHOD OF RADIATIVE TRANSFER EQUATION

V. V. Dmitriev, N. I. Klorin, V. G. Mirovskij, V. S. Etkin

The emissivity of snowpack has been by quasi-static method and applying equation of radiative transfer taking into account the physicommechanical properties of the real snowpack which we have got by direct glaciological methods. A quasi-static model of the effective dielectric permittivity of snow media which generalizes the known Colbeck model over the short-wave part of microwave range agreeing well with the active experiment for dry snow. While the generalized model does not agree with experimental emissivity of snowpack on soli. Qualitative explanation of this effect is given. Radiative transfer model of media taking into consideration of scatterers size distribution agrees well with the experimental emissivity of real snowpack.

УДК 621.371.3

ФЛУКТУАЦИИ УКВ ПРИ ТРОПОСФЕРНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

*Д. Д. Дарижапов, Г. С. Жамсуева,
Д. З. Цыдыпов, Н. Б. Чимитдоржиев*

Проведено исследование сезонной вариации энергетических и флукуационных характеристик сигнала на загоризонтных трассах экстремальной климатической зоны. Показана корреляция между радиометеорологическими параметрами тропосферы и усредненными значениями уровней сигналов.

До настоящего времени остается открытым вопрос о сезонных вариациях флукуационных параметров сигнала при тропосферном распространении на высокоширотных радиолиниях [1-6]. Результаты исследований, проведенных в резко континентальных регионах, показывают, что сезонные вариации как медианных значений, так и дисперсии радиометеорологических параметров (коэффициента преломления у поверхности земли N и его вертикального градиента g_n) характеризуются двумя типами. Первый — с зимним максимумом и летне-осенним минимумом, второй — с зимним и летним максимумами, с весенним и осенним минимумами. Отмеченные особенности вариаций радиометеорологических параметров в тропосфере высоких широт должны обуславливать аналогичные закономерности как по средним величинам сигнала, так и по флукуациям амплитуды УКВ. Для проверки этого предположения и для получения основных характеристик флукуации УКВ были проведены экспериментальные исследования на загоризонтных трассах, расположенных в экстремальной климатической зоне резко континентального региона (Центральная Якутия).

Условия эксперимента, характеристика радиотрасс. Исследования проводились на двух тропосферных интервалах с общим приемным пунктом на промежуточной станции. Эквивалентная длина трассы 1 — 106 км, а трассы 2 — 290 км. Углы рассеяния на этих интервалах при нормальной рефракции ($a_0 = 8500$ км) равны соответственно 19 и 34 град. Обе трассы проходят над лесотундрой.

При исследованиях использовалась типовая радиорелейная станция «Горизонт-М», оснащенная параболическими антеннами с размерами 20 х 20 м² на трассе 1 и 30 х 30 м² на трассе 2 и работающая по схеме счетверенного приема на длине волны $\lambda = 36$ см. Коэффициенты усиления приемной и передающей антенн составляют на трассе 1 — 42,3 и 42,4 дБ соответственно, а на трассе 2 — 43 и 44,7 дБ.

Непрерывная и круглосуточная регистрация медленных вариаций сигнала проводилась на быстродействующем самописце Н-327/3 с блоком интеграторов с постоянной времени 5 минут. Регистрация быстрых замираний сигнала проводилась один раз в три часа продолжительностью от 5 до 50 мин при отключенном от цепи записи интегрирующем блоке. Постоянная времени в данном варианте регистрации сигнала — 50 мс. Калибровка измерительной аппаратуры проводилась генератором Г4-76А. Абсолютная погрешность в определении уровня сигнала $\pm 1,5$ дБ.

Физико-климатическая и радиометеорологическая характеристика. Основным критерием климатических характеристик различных регионов является континентальность, определяемая по формуле Ценкера [7]:

$$K = (A/\varphi) \cdot 100\%, \quad (1)$$

где A — годовая амплитуда температуры, φ — географическая широта. Климатические условия исследуемых трасс, расположенных в Центральной Якутии, характеризуются наибольшей континентальностью, по величине равной 100%. Отсюда континентальность убывает во все стороны. Вследствие этого исследуемый регион по континентальности относится к сильноконтинентальному или экстремально климатическому.

Для определения характеристик вертикальных профилей коэффициента преломления, а также для выявления сезонных вариаций g_n специально обрабатывались фондовые материалы станции аэрологического радиозондирования, расположенной вблизи общего приемного пункта исследуемых радиотрасс. При этом определялись значения индекса преломления N у поверхности Земли, а также вычислялись ее вертикальные градиенты g_n . Периоды проведения радиозондирований по времени соответствовали периодам сезонных радиотехнических измерений. В табл. 1 представлены средние значения показателя преломления N и вертикального градиента коэффициента преломления атмосферы g_n за отдельные сезоны года в приземных слоях атмосферы 2—100 м, 2—900 м, 2—4900 м, а также экстремальные величины g_n . Из таблицы видно, что как средние, так и экстремальные значения уменьшаются с ростом мощности (толщины) слоя. В исследуемом районе в 900- и 4900-метровом слоях наблюдается характерный для этой зоны сезонный ход с двумя максимумами рефракции зимой и летом и двумя минимумами — весной и осенью, т. е. сезонная вариация по второму типу.

При этом в слое атмосферы мощностью в 900 метров зимний максимум существенно превышает летний. В 100-метровом слое наблюдается иной сезонный ход g_n , с одним осенним минимумом, т. е. вариация g_n по первому типу. В данном слое атмосферы зимой и летом формировались сверхрефракционные условия, зимой — 11%, летом — 25%.

Сезонные и суточные зависимости характеристик медленных флуктуаций сигнала. Интегральные статистические распределения множителя ослабления сигнала, построенные по результатам измерений на исследуемых трассах 1 и 2, представлены на рис. 1а, б (рис. см. на вклейке). При построении кривых устойчивости сигнала потери коэффициента усиления антенн не учитывались. Как видно из рисунков, амплитуды сезонных вариаций сигнала на уровнях медианы на обеих трассах приблизительно одинаковы. Дисперсия распределений сигнала на трассе 1 по величине значительно превышает дисперсию, наблюдаемую на трассе 2. Статистические распределения, построенные по осенним измерениям, характеризуют наибольшую устойчивость сигнала на исследуемых интервалах. Максимальные значения медианного уровня сигнала на обеих трассах наблюдаются зимой и летом, а минимальные — весной и осенью. На трассе 1 зимний максимум медианного значения сигнала превышает летний, в то время как на трассе 2 оба эти максимума весной несколько ниже, чем осенью. Такая сезонная вариация статистических распределений сигнала находится в удовлетворительном соответствии с сезонной вариацией радиометеорологических параметров для данного региона.

Диапазон медленных замираний сигнала ΔV (1—99%) на трассе 1 существенно больше, чем на трассе 2. Это обусловлено тем, что объем тропосферы, формирующий электромагнитное поле на трассе 1, расположен сравнительно ближе к земной поверхности. Вследствие этого неоднородности атмосферы, находящиеся в пределах данного объема,

Таблица 1

Сезон	Показатель преломления, N	Вертикальный градиент											
		100 м				900 м				4900 м			
		$g_n \cdot 10^8$	$g_{max} \cdot 10^8$	$g_{min} \cdot 10^8$	$g_n \cdot 10^8$	$g_{max} \cdot 10^8$	$g_{min} \cdot 10^8$	$g_n \cdot 10^8$	$g_{max} \cdot 10^8$	$g_{min} \cdot 10^8$	$g_n \cdot 10^8$	$g_{max} \cdot 10^8$	$g_{min} \cdot 10^8$
Зима	336,3	-9,7	-17,7	-1,7	-5,4	-7,4	-4,0	-3,2	-3,6	-3,0	-3,2	-3,6	-3,0
Весна	310,7	-5,8	-15,6	0,5	-4,2	-6,6	-2,7	-2,8	-3,4	-2,4	-2,8	-3,4	-2,4
Лето	328,4	-5,8	-15,6	0,5	-4,4	-7,8	-2,9	-3,2	-3,8	-2,7	-3,2	-3,8	-2,7
Осень	319,8	-4,7	-7,7	-2,0	-3,5	-5,1	-1,2	-2,8	-3,0	-2,3	-2,8	-3,0	-2,3

подвержены большим изменениям как по интенсивности, форме и структуре, так и по динамике. Параметр ΔV (1—99%) на трассе 1, как и изменчивость вертикального градиента показателя преломления тропосферы исследуемого региона (см. табл. 1), имеет максимум зимой и летом, минимум — весной и осенью.

Суточный ход медианного значения сигнала во все сезоны года характеризуется максимумом в утренние часы, минимумом — в дневные. Диапазон флуктуаций поля в интервале 1—99% принимает наибольшее значение в первой половине дня, и в то же время суток обнаруживаются наиболее высокие уровни сигналов. Зимой и весной отмечается некоторое уменьшение диапазона замираний в вечерние часы.

Статистические характеристики глубины и длительности быстрых флуктуаций сигнала. На рис. 2а, б представлены распределения глубины быстрых флуктуаций $V_{90\%}/V_{10\%}$ в децибелах, построенные отдельно по сезонам года из ансамбля распределений амплитуд быстрых замираний. Из представленных кривых видно, что распределения глубины быстрых замираний на исследуемых трассах характеризуются различными сезонными зависимостями. На трассе 1 амплитуда сезонной вариации диапазонов быстрых замираний как на уровне медианы, так и на других уровнях заметно превышает аналогичные параметры трассы 2. Отмеченные особенности, как было показано выше, обусловлены различием трасс по протяженности.

Характерной особенностью вариации глубины быстрых флуктуаций является то, что на исследуемых трассах в зимний период этот параметр по уровню медианы наименьший и не превышает значения глубины замираний, наблюдаемых в другие сезоны года. Для сравнения отметим, что на линии ДТР умеренного климата диапазон замираний сигнала зимой несколько больше, чем летом [3].

Эмпирические распределения глубины быстрых замираний, построенные по результатам зимних измерений, в подавляющем большинстве характеризуются дисперсиями, величины которых меньше дисперсий закона распределения Рэлея. В этот период года в составе принимаемых тропосферных волн возрастает доминирующая роль когерентной составляющей (дифракционной, тропосферной), в результате которой обуславливались сравнительно близкая аппроксимация эмпирических распределений обобщенным законом Рэлея¹(Райса).

В другие сезоны года эмпирические распределения глубины быстрых замираний характеризовались параметрами дисперсий, превышающими дисперсию распределения Рэлея. Подобные флуктуации сигнала характерны при интерференции двух-трех волн с приблизительно равными амплитудами и равномерно распределенными фазами в интервале $0 \div \pi$.

На рис. 3а, б представлены интегральные распределения медианных значений длительностей быстрых замираний, определенных из каждого сеанса регистраций мгновенных значений сигнала ДТР. Эти распределения построены отдельно для каждого сезона года. Зимний период характеризуется значительно большими величинами длительностей быстрых замираний по сравнению со значениями τ_m в другие сезоны года. Амплитуда сезонных вариаций значений медианных длительностей на трассе 1 существенно превышает $\Delta \tau_m$ на трассе 2. Увеличение длительностей замираний в зимний период на обеих трассах вызвано (как и в резко континентальных условиях средних широт) влиянием антициклональных условий, в период действия которых атмосферные массы характеризуются слабой подвижностью, инертностью происходящих в ней процессов [7]. Отметим, что в условиях умеренного климата обнаруживается небольшая тенденция к увеличению длительностей замираний в летние месяцы [3].

Анализ суточных вариаций длительностей быстрых флуктуаций показывает, что наибольшие значения этот параметр принимает в ночные и утренние часы, когда наиболее вероятны интерференционные за-

мирования, обусловленные суперпозицией волн, отраженных от слоистых неоднородностей тропосферы. В дневные часы длительности быстрых флуктуаций уменьшаются вследствие разрушения сложных неоднородностей тропосферы. В эти часы замирания вызваны интерференцией волн, рассеянных на турбулентных неоднородностях.

Расчетные оценки ожидаемого множителя ослабления сигнала. До настоящего времени в области исследования дальнего тропосферного распространения радиоволн не разработана единая теория, адекватно описывающая этот сложный, многофакторный комплекс явлений. Теоретические исследования, посвященные данной проблеме, основаны на различных представлениях о строении атмосферы.

В зависимости от предполагаемой структуры атмосферы и механизма распространения радиоволн существующие теории разделяются на три основные группы. Первая — некогерентное рассеяние радиоволн на турбулентных неоднородностях тропосферы, вторая — отражение от слоистых неоднородностей тропосферы и третья — когерентное отражение от всей толщи атмосферы [1, 2]. В действительности на реальных радиотрассах в формировании сигнала ДТР участвуют все указанные механизмы распространения радиоволн в той или иной степени, и оценить вклад каждого из них в отдельности представляется затруднительным. Это отчасти связано с тем, что имеющиеся сведения о строении атмосферы являются недостаточными для оценки тонкой структуры неоднородностей коэффициента преломления атмосферы.

Когерентное отражение радиоволн от всей толщи атмосферы предполагает плавное уменьшение коэффициента преломления с высотой. Хотя у нас нет достаточных оснований априорно считать, что указанный механизм является единственным или основным в формировании среднего уровня сигнала ДТР, однако рассмотрим его вкратце как одну из возможных моделей, как рабочую гипотезу.

Как было видно из табл. 1, в среднем по сезону величина $n(h)$ убывает настолько медленно, что выполняется неравенство

$$\left| \frac{g_n}{N \cdot 10^{-6}} \right| \ll \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta, \quad (2)$$

λ — длина волны, θ — угол отражения. При выполнении условия (2) множитель ослабления сигнала в соответствии с теорией когерентного отражения УКВ от всей толщи атмосферы [1] будет определяться следующей формулой:

$$V = 20 \lg \left[\frac{a_0^3 \lambda g_n}{\pi R^3 (1-\xi)^3} \exp \left(\frac{R^2 g_n \cdot 10^6}{8 a_0 N} (1-\xi)^2 \right) \right], \quad \xi = \frac{\sqrt{2 a_0 h_1 + 2 a_0 h_2}}{R}, \quad (3)$$

где a_0 — эквивалентный радиус Земли, R — протяженность трассы, $h_{1,2}$ — высоты передающей и приемной антенн. При этом вертикальное распределение показателя преломления аппроксимируем экспоненциальной зависимостью:

$$N(h) = N_0 \exp \left(\frac{g_n \cdot 10^6}{N_0} h \right). \quad (4)$$

Таблица 2

Сезон	Трасса 1, V, дБ		Трасса 2, V, дБ	
	900 м	4900 м	900 м	4900 м
Зима	-60,1	-64,8	-74,4	-79,6
Весна	-62,3	-66,0	-76,9	-80,9
Лето	-61,9	-64,8	-76,5	-79,6
Осень	-64,0	-66,0	-78,7	-80,9

В табл. 2 представлены результаты вычислений по формуле (3) множителя ослабления сигнала на двух исследуемых трассах. Как видно из таблицы, сезонная вариация среднего уровня сигнала, рассчитанная по значениям g_n в слоях 2—900 м и 2—4900 м, характеризуется двумя максимумами — зимой и летом — и двумя минимумами — весной и осенью.

Таким образом, результаты вычислений множителя ослабления сигнала по теории когерентного отражения от всей толщи атмосферы показывают, что в исследуемых регионах в зимний период уровень горизонтального тропосферного поля не меньше, чем в летний, а по результатам вычислений по величинам вертикального градиента в слое 2—900 м на обеих трассах уровни сигналов зимнего периода имеют наибольшие значения. Следует отметить, что указанная модель распространения радиоволн характеризует более адекватно средние значения уровня сигнала, его медленные вариации, как сезонные, так и суточные. А флуктуационные характеристики сигнала ДТР, по-видимому, могут более точно описываться первыми двумя моделями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калинин А. И. Распространение радиоволн на трассах наземных и космических радиолиний. — М.: Связь, 1979. — 294 с.
2. Давыденко Б. И. Дальняя тропосферная связь. — М.: Воениздат, 1968. — 211 с.
3. Шур А. А. Характеристики сигнала на тропосферных радиолиниях. — М.: Связь, 1972. — 105 с.
4. Троицкий В. Н. // Электросвязь. 1984. № 6. С. 39.
5. Шур А. А. // Электросвязь. 1976. № 5. С. 10.
6. Даризжапов Д. Д., Жамсуюева Г. С., Чимитдоржиев Н. Б. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 9. С. 956.
7. Борисов А. А. Климаты СССР. — М.: Просвещение, 1967. — 296 с.

Институт естественных наук
Бурятского филиала
СО АН СССР

Поступила в редакцию
28 июня 1989 г.

TROPOSCATTER UHF FLUCTUATIONS UNDER THE EXTREME CLIMATE CONDITIONS

D. D. Darizhapov, G. S. Zhamsueva, D. Z. Tsydyпов, N. B. Chimitdorzhiev

Seasonal variations of energetical and fluctuational characteristics of signals over transhorisontal paths of the extreme climate zone have been studied. The correlation between parameters of troporefraction and averaged signal levels is presented.

УДК 550.388.2

ФОРМИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ В ОБЛАСТИ F СРЕДНЕШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ*В. Б. Иванов*

Рассмотрены процессы формирования вертикальной структуры неоднородностей концентрации плазмы области F ионосферы на основе анализа модельной задачи распространения возмущений вниз от заданного горизонтального уровня. Показано, что под воздействием продольной (вертикальной) диффузии и поперечного сноса плазмы формируются умеренно-вытянутые по вертикали неоднородности электронной концентрации. Установлена форма спектра продольных масштабов неоднородностей.

Проблема выяснения физических механизмов генерации неоднородностей электронной концентрации в области F ионосферы и количественного описания неоднородной структуры верхней ионосферы остается во многом открытой, по крайней мере, для условий средних широт. До сих пор не существует общепринятой точки зрения на выбор основных механизмов, управляющих динамикой неоднородностей в ионосфере. Так, считающийся одним из наиболее вероятных факторов, обуславливающих генерацию неоднородностей, процесс дестабилизации плазмы вследствие развития градиентно-дрейфового и других типов плазменных неустойчивостей в последнее время вызывает серьезные сомнения. В [1] был проведен детальный анализ линейной стадии плазменных неустойчивостей, специфичных для области F среднеширотной ионосферы, в том числе при учете нелокальности процессов. В результате этого анализа было выявлено, что, хотя F -плазма и может быть неустойчива по отношению к развитию малых начальных возмущений плотности, характерное время развития неустойчивости (обратный инкремент) оказывается слишком большим для эффективного нарастания неустойчивости для нелинейного уровня. Кроме того, в силу быстрого растекания потенциала флукуационного электрического поля в продольном к геомагнитному полю направлении, неустойчивыми могут быть только неоднородности с весьма большими продольными размерами, в то время как экспериментальные данные, в частности результаты измерений радиомерцаний сигналов ИСЗ [2], свидетельствуют о наличии в области F среднеширотной ионосферы умеренно-вытянутых нерегулярностей. В этой связи представляется целесообразным проанализировать другие возможные механизмы формирования неоднородностей.

Предлагаемая ниже картина формирования неоднородностей предполагает, что источники возмущений плотности плазмы находятся вне ионосферы, в плазмосфере и магнитосфере, где они могут генерироваться в том числе и плазменными неустойчивостями. Генерируемые вне ионосферы возмущения «проектируются» в ионосферу в виде неоднородного в горизонтальной плоскости потока плазмы. Таким образом, предполагается, что на некотором уровне имеется распределение по горизонтальным координатам неоднородностей, и рассматривается задача распространения неоднородностей вниз от выбранного уровня.

Без учета столкновений заряженных частиц с нейтральными такая задача имеет тривиальное решение: вдоль каждой вертикали, а вернее, магнитной силовой линии распределение концентрации будет

иметь одну и ту же форму, т. е. неоднородности будут выглядеть «столбами» ионизации и фактически не будут иметь вертикальной структуры. Такая картина обусловлена тем, что решение задачи диффузии в одномерном случае при различных потоках, определяющих верхнее граничное условие задачи, отличается только «амплитудой», но не формой $N(h)$ -профиля [3]. Однако, как будет показано ниже, при наличии ион-нейтральных столкновений, вследствие появления у поперечной (горизонтальной) скорости ионов поправки, зависящей от высоты, должно возникнуть искривление «столбов» неоднородностей. Иными словами по мере распространения возмущений концентрации вниз от заданного уровня происходит смещение неоднородностей относительно общего замороженного движения плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях. Таким образом, формируется вертикальная структура неоднородностей с относительно малыми продольными масштабами.

Для количественного описания изложенных представлений производилась линеаризация по малым возмущениям концентрации n , электрического потенциала φ и скоростей v_α ($\alpha = e, i$ — сорт частиц) уравнений движения и непрерывности. Линеаризованные уравнения имеют вид

$$-T_\alpha \nabla n - e_\alpha N \nabla \varphi_\alpha + (e_\alpha/c)[v_\alpha B] - m_\alpha v_\alpha N v_\alpha = 0; \quad (1)$$

$$\partial n / \partial t + \nabla(N v_\alpha + n V_\alpha) + \beta n = 0. \quad (2)$$

Здесь T_α — температура электронного и ионного газов, e_α — заряд частиц, N — фоновая (невозмущенная) концентрация плазмы, c — скорость света, B — вектор геомагнитного поля, m_α — масса частиц, v_α — частота столкновений частиц сорта α с остальными компонентами, V_α — фоновая скорость частиц, β — коэффициент линейной рекомбинации в области F .

В условиях сильной замагниченности ионов, $v_i \ll \Omega_i$, справедливых для области F , и в предположении $v_{en} \gg v_{ei}$, что накладывает определенные ограничения на рассматриваемый интервал высот, из системы уравнений (1), (2) можно исключить возмущение потенциала и свести эту систему к следующему уравнению относительно возмущения концентрации:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(D n_x - D \frac{\partial n}{\partial z} + n V_{iz} \right) + V_{i\perp} \nabla_\perp n + \beta n = 0. \quad (3)$$

При выводе уравнения (3) предполагалось, что все параметры фоновой плазмы однородны в поперечной плоскости, а поперечные масштабы возмущений достаточно велики, чтобы не учитывать поперечную диффузию. В (3) приняты следующие обозначения: z — вертикальная координата, D — коэффициент амбиполярной диффузии, $\kappa = \partial N / \partial z$, ∇_\perp — оператор дифференцирования по поперечным координатам. Поперечная скорость ионов $V_{i\perp}$ содержит не зависящую от высоты часть $c \frac{[EB]}{B^2}$ — скорость электромагнитного дрейфа во внешнем поле E

и зависящую от z поправку $\frac{[V_n h]}{\theta_i} + \frac{c}{\theta_i} \frac{E}{B}$, где V_n — скорость нейтрального ветра, h — единичный вектор в направлении геомагнитного поля, $\theta_i = \frac{\Omega_i}{v_i(z)}$ — большая величина, отношение гирочастоты ионов к частоте ион-нейтральных столкновений.

Представляя решение уравнения (3) в виде суперпозиции плоских волн, распространяющихся в поперечной плоскости $n = \int U(z, t) e^{i k r} \times \times d k$, и сделав некоторые преобразования в операторе диффузии, можно выписать уравнение на $U(z, t)$:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{g}{v_i} U \right) + \beta U + i k V_{i\perp} U = 0. \quad (4)$$

Следующее разделение переменных с использованием представления $U(z, t)$ в виде $\int e^{i\omega t} v(z) d\omega$ позволяет сформулировать (4) в виде

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{v_i} v \right) + [\beta + i(\omega + kV_{i\perp})] v = 0. \quad (5)$$

На больших высотах ($z \rightarrow \infty$), где, очевидно, поправка к скорости $V_{i\perp}$ стремится к нулю, поскольку $v_i \rightarrow 0$, для отдельной волны неоднородностей из нашего спектрального разложения выполняется условие $\omega + kV_{i\perp}(\infty) = 0$. При этом окончательный вид уравнения, подлежащего анализу, записывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{v_i} v \right) + [\beta + ik\Delta V] v = 0, \quad (6)$$

где $\Delta V(z)$ — зависящая от высоты поправка к дрейфовой скорости ионов.

Прежде чем проводить дальнейший анализ, следует обратить внимание на структуру уравнения (6). Без слагаемого, пропорционального k , это уравнение полностью совпадает с уравнением, описывающим вертикальное распределение ионизации в фоновой ионосфере в ночных условиях (без источников) [3]. Наличие же этого слагаемого вносит искажения в $N(h)$ -профиль, что и соответствует описанным выше представлениям. Из вида уравнения следует также важный вывод о том, что абсолютные возмущения в неоднородностях не зависят от состояния фоновой плазменной компоненты атмосферы, а определяются только нейтральной атмосферой.

Для исследования характера решения последнего уравнения используем следующие зависимости от высоты параметров, входящих в (6): $D = D_0 \exp(z/H)$, $v_i = v_{i0} \exp(-z/H)$, $\beta = \beta_0 \exp(-z/H_m)$, $\Delta V = \Delta V_0 \exp(-z/H)$. Здесь выбран некоторый уровень $z=0$, на котором задаются значения D_0 , v_{i0} , β_0 , ΔV_0 , H — шкала высот атомарной компоненты нейтрального газа, $H_m \approx H/2$ — шкала высот молекулярной компоненты атмосферы. При задании высотного распределения $\Delta V(z)$ считается, что E и V_n не зависят от высоты, что оправдано на высотах области F .

Введя новые переменные

$$\omega = v \exp \left[\frac{z}{2} \left(\frac{1}{H} + \frac{1}{H_i} \right) \right], \quad y = \frac{4}{3} H_m \sqrt{\frac{\beta_0}{D_0}} \exp \left(-\frac{3z}{2H} \right), \\ p = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H}{H_i} \right), \quad r = \left(\frac{16H_m^2}{9D_0\beta_0^2} \right)^{1/3} k\Delta V_0,$$

уравнение (6) можно переписать в виде

$$y^2 \omega'' + y \omega' - (p^2 + y^2 + iry^{4/3}) \omega = 0. \quad (7)$$

Без учета мнимого слагаемого это уравнение является модифицированным уравнением Бесселя и, как известно [4], описывает форму ночного $N(h)$ -профиля.

Для дальнейшего необходимо воспользоваться количественными оценками. Были выбраны следующие реалистические численные значения величин для уровня 350 км в ночных условиях:

$$H_m = 3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}, \quad v_{i0} = 0,2 \text{ с}^{-1}, \quad \Omega_i = 300 \text{ с}^{-1}, \quad D_0 = 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \quad \beta_0 = \\ = 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}. \text{ Обозначив через } V_0 \text{ величину } \left| c \frac{E}{B} + [V_n h] \right| \text{ и } \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

можно найти оценку $r \approx 135 \frac{V_0}{\lambda}$. Скорость V_0 может быть порядка 200—300 м/с [5]. Тогда при поперечной длине волны неоднородностей

меньше или порядка 10 км и при значениях y , соответствующих уровням ниже максимума F_2 -слоя, величина $ry^{4/3}$ существенно больше как y^2 , так и p^2 . Оставляя в (7) только это большое слагаемое, его решение можно выразить через бесселевы функции:

$$\omega = C_1 J_0 \left(\frac{3}{2} \sqrt{ir} y^{2/3} \right) + C_2 N_0 \left(\frac{3}{2} \sqrt{ir} y^{2/3} \right). \quad (8)$$

Возвращаясь к старым переменным и выделяя в (8) решение, вещественная часть которого убывает с уменьшением высоты, можно выписать формулу для вертикального распределения абсолютных возмущений концентрации, задаваемых в поперечной плоскости волной с длиной λ :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} v = \exp \left[-\frac{z}{2} \left(\frac{1}{H} + \frac{1}{H_i} \right) \right] & \left[\operatorname{Re} J_0 \left((1+i) 2H_m \sqrt{\frac{v_0 V_0 \pi}{\lambda D_0 \Omega_i}} e^{-z/H} \right) - \right. \\ & \left. - \operatorname{Im} N_0 \left((1+i) 2H_m \sqrt{\frac{v_0 V_0 \pi}{\lambda D_0 \Omega_i}} e^{-z/H} \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

или, подставляя выбранные численные значения, получим

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} v = \exp \left[-\frac{z}{2} \left(\frac{1}{H} + \frac{1}{H_i} \right) \right] & \left[\operatorname{Re} J_0 \left((1+i) 1,6 \sqrt{\frac{V_0}{\lambda}} e^{-z/H} \right) - \right. \\ & \left. - \operatorname{Im} N_0 \left((1+i) 1,6 \sqrt{\frac{V_0}{\lambda}} e^{-z/H} \right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Уместно отметить, что уровень $z=0$ соответствует 350 км — примерно расположению максимума ночного F_2 -слоя. Ось z направлена вверх так, что отрицательные значения z соответствуют интересующей нас области ниже максимума слоя F_2 .

Полезно рассмотреть асимптотическое поведение выписанного решения при больших значениях аргумента

$$v \sim \exp \left(-\frac{z}{2H_i} - 1,6 \sqrt{\frac{V_0}{\lambda}} e^{-z/H} \right) \cos \left(1,6 \sqrt{\frac{V_0}{\lambda}} e^{-z/H} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (11)$$

Как видно из этой формулы, по мере удаления вниз от уровня $z=0$ происходит уменьшение амплитуды и длины волны осциллирующего решения. При этом глубина проникновения неоднородностей увеличивается с увеличением поперечного размера неоднородностей λ . Поведение неоднородностей имеет ясный физический смысл. За счет «загибания» столбов неоднородностей на различные участки вдоль вертикали проектируются различные области горизонтальной плоскости $z=0$, где отдельная волна возмущений концентрации имеет различные значения и знаки. Поскольку отдельные области возмущений теперь попадают на различные силовые линии, их расплывание за счет продольной диффузии как раз и обуславливает быстрое затухание возмущений по мере их распространения вниз.

Для иллюстрации вертикальной структуры неоднородностей, соответствующей изложенным представлениям, были проведены численные расчеты по формуле (10) с помощью вычисления специальных функций суммированием рядов. На рис. 1 представлены профили распределения $v(z)$ при различных значениях отношения $a = V_0/\lambda$. Единицей масштаба по вертикальной оси является величина H . Рисунок (см. на вклейке) иллюстрирует как саму форму кривой $v(z)$, так и ее изменения в зависимости от λ .

До сих пор речь шла об абсолютных возмущениях концентрации, которые, как можно видеть, слабо нарастают, а затем быстро зату-

хают с удалением от выбранного уровня. Однако представляет интерес и поведение относительного возмущения концентрации $\Delta N/N$. Как было отмечено, величина ΔN абсолютного возмущения фактически не зависит от фоновой концентрации N , так что $\Delta N/N$ может вести себя, вообще говоря, самым различным способом в зависимости от фонового $N(h)$ -профиля. Очевидно, что относительные значения концентрации затухают с уменьшением высоты слабее, чем абсолютные. Более того, как было проверено, для типичных форм $N(h)$ -профиля фоновой ионосферы имеет место ситуация, когда относительные возмущения нарастают, и довольно сильно, с удалением от уровня $z=0$, достигают максимума с перепадом по сравнению с $z=0$ в несколько раз (до порядка величины) и затем снова быстро убывают. Таким образом, типичной является картина, когда относительные флуктуации плотности в неоднородностях проявляются в некотором слое, лежащем на несколько десятков километров ниже максимума $F2$ -слоя. При этом существуют неоднородности с вертикальными размерами, только в несколько раз превышающими поперечные размеры, как это наблюдается в экспериментах по регистрации радиомерцаний сигналов ИСЗ.

Необходимо отметить, что теперь можно не соотносить полученные результаты с каким-либо конкретным источником неоднородностей внеионосферного или какого-либо другого происхождения, поскольку основной результат работы заключается в следующем. Если установлен факт наличия неоднородностей в некоторой горизонтальной плоскости, определенный, например, в прямых спутниковых измерениях типа [6], то можно констатировать существование вертикальной структуры неоднородностей в нижележащей ионосфере, характеризующейся умеренной вытянутостью. При этом вертикальное распределение профилей неоднородностей может быть рассчитано по предлагаемой методике. Полное двухмерное или трехмерное поле неоднородностей может быть рассчитано суммированием волн со случайными фазами при использовании измеренных в экспериментах спектров поперечных размеров в горизонтальной плоскости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гохман Е. М., Иванов В. Б., Рудых С. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 5. С. 538.
2. Ерухимов Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 5. С. 524.
3. Поляков В. М. В кн.: Исследование ионосферы. — Новосибирск: Наука, 1970. С. 29.
4. Bowhill S. A. // J. Atmos. Terr. Phys. 1968. V. 24. № 3. P. 503
5. Казимировский Э. С., Кокоуров В. Д. Движения в ионосфере. — Новосибирск: Наука, 1979. С. 190.
6. Комраков Г. Н., Скребкова Л. А. В кн.: Ионосферные исследования. — М.: Наука, 1980. № 30. С. 49.

Научно-исследовательский институт
прикладной физики
при Иркутском университете

Поступила в редакцию
10 мая 1989 г.

CREATION OF IRREGULAR STRUCTURE IN IONOSPHERIC F -REGION

V. B. Ivanov

The processes of creation of vertical structure of F -region of ionospheric plasma irregularities, as a problem of proragation of disturbances down from certain level are considered. It is shown that the weakly-long irregularities of electron density are created due to vertical diffusion and horizontal transport. The form of the spectrum of vertical scales of irregularities is determined.

УДК 538.56:519.25

О ФЛУКТУАЦИОННОМ САМОВОЗБУЖДЕНИИ АВТОВОЛН

Р. Л. Стратонович

Для расчета среднего времени, протекающего до флукуационного самовозбуждения автоволны перепада, применена марковская теория достижения границ и перехода через потенциальный барьер. Особенностью рассматриваемого случая является континуальный характер марковского процесса. Найдена форма критической флукуации, которая соответствует седловой точке потенциального барьера в функциональном пространстве, а также относительное превышение ΔV потенциала в этой точке. Численные результаты получены для одномерного и двумерного пространства. Рассмотрено также флукуационное самовозбуждение автоволны импульса.

Как будет видно из дальнейшего, задача о флукуационном самовозбуждении автоволны при дельта-коррелированных случайных воздействиях решается путем применения марковской теории достижения границ. Эта теория, как известно [1-6], позволяет в многомерном случае найти среднее время выхода из метастабильного состояния, причем расчет особенно прост при условии малых флукуационных воздействий и при выполнении условия потенциальности [3], когда просто записывается стационарное распределение. В рассматриваемой здесь задаче возбуждения автоволны последние условия выполняются. Единственным осложнением по сравнению с обычной теорией является то, что в рассматриваемом случае мы имеем дело с переходами в функциональном пространстве, а не в пространстве конечного числа измерений. Однако, поскольку результаты теории одинаково справедливы при любой конечной размерности пространства, не вызывает сомнений, что они справедливы и в континуальном пределе.

Как известно [7], простым типом бегущей автоволны является автоволна перепада. Это единственный тип автоволны, который возможен в активных средах, описываемых одним нелинейным уравнением $\partial v / \partial t = f(v) + D \nabla^2 v$. С этого простого случая мы и начнем.

Предположим, что справедливо уравнение

$$\frac{\partial v(x, t')}{\partial t'} = k(v - v_1)(v - v_2)(v - v_3) + D \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Корни v_1, v_2, v_3 перенумеруем в порядке возрастания: $v_1 \leq v_2 \leq v_3$. Решение этого уравнения в форме автоволны имеет вид

$$v(x, t') = (1/2) [v_1 + v_3 + (v_3 - v_1) \operatorname{th} \lambda(ct' \pm x)]. \quad (2)$$

Здесь $\lambda = (v_3 - v_1) [k / (8D)]^{1/2}$, $c = (v_1 - 2v_2 + v_3) (kD/2)^{1/2}$, предполагается, что $v_3 > v_1$. В случае $v_1 - 2v_2 + v_3 > 0$ в результате прохождения волны в каждой точке x происходит переход от значения $v(x, -\infty) = v_1$ к значению $v(x, \infty) = v_3$.

В (1) входят пять произвольных постоянных k, v_1, v_2, v_3, D . Без ограничения общности их число можно уменьшить, если изменить масштабы измерения переменных x, t', v , а также совершить сдвиг по оси v . Вводя новые переменные $u = c_2(v + c_1)$, $t = c_3 t'$, $y = c_4 x$, при подходящем выборе c_1, \dots, c_4 можно привести (1) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4(u^3 - u) + s + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3)$$

где остается лишь одна постоянная $s > 0$. Несложный расчет дает такие значения указанных постоянных:

$$c_1 = -(v_1 + v_2 + v_3)/3, \quad c_2 = (3c_1^2 - v_1v_2 - v_2v_3 - v_1v_3)^{-1/2}, \\ c_3 = k/(4c_2^2), \quad c_4 = (c_3/D)^{1/2}, \quad s = 4c_3(c_1^3 c^2 - c_1 + c_3^2 v_1v_2v_3).$$

Пусть u_1, u_2, u_3 — корни уравнения $u^3 - u - (s/4) = 0$, причем $u_1 \leq u_2 \leq u_3$. Кроме решения уравнения (3) в форме автоволны перепада имеются еще тривиальные решения $u(y, t) = u_1, u(y, t) = u_2, u(y, t) = u_3$, первое и последнее из них являются устойчивыми. Они образуют две стабильных (или метастабильных) точки в функциональном пространстве. Добавляя малые флуктуационные воздействия, из (3) получаем уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -4(u^3 - u) + s + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi(y, t). \quad (4)$$

Эти воздействия предполагаем гауссовыми и дельта-коррелированными:

$$\langle \xi(y, t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(y_1, t_1) \xi(y_2, t_2) \rangle = 2\varepsilon B \delta(y_1 - y_2) \delta(t_1 - t_2), \quad (5)$$

где ε — малый параметр, свидетельствующий о малости случайных воздействий. Благодаря $\xi(y, t)$ изображающая точка $A(t) = \{u(y, t)\}$ в функциональном пространстве будет длительное время флуктуировать вблизи метастабильной точки M_1 , описываемой равенством $u(y) = u_1$, если первоначально система находится в этом состоянии. Только через весьма большое время возможен флуктуационный переход в другую устойчивую точку M_2 функционального пространства, описываемую равенством $u(y) = u_3$. В процессе перехода, как будет видно из дальнейшего, возбуждаются две бегущие в противоположные стороны автоволны перепада. Наша задача — вычислить среднее время пребывания системы в метастабильном состоянии вблизи M_1 , т. е. среднее время, которое должно пройти до флуктуационного возбуждения автоволны. В конце статьи будет рассмотрено возбуждение автоволны в форме одиночного импульса.

1. Применение теории достижения границ к рассматриваемой задаче. Одномерный случай. Нетрудно видеть, что уравнение (4) можно записать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial F(u)}{\partial u} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi = -\frac{\delta V[u(y)]}{\delta u(y)} + \xi, \quad (6)$$

где

$$F(u) = (u^2 - 1)^2 - su, \quad V[u(y)] = \int \left\{ F(u(y)) + \frac{1}{2} \left[\frac{du(y)}{dy} \right]^2 \right\} dy. \quad (7)$$

Поскольку в силу (4), (5) процесс $u(y, t)$ является функциональным марковским процессом, к нему применимы результаты марковской теории достижения границ, которые справедливы и при любом конечном числе компонент марковского процесса, и в континуальном случае. В случае r -мерного неkontинуального процесса уравнению (6) соответствует уравнение

$$\dot{u}_\alpha(t) = -\frac{\partial V(u)}{\partial u_\alpha} + \xi_\alpha(t), \quad \alpha = 1, \dots, r,$$

причем по аналогии с (5) следует полагать

$$\langle \xi_\alpha(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_\alpha(t_1) \xi_\beta(t_2) \rangle = 2\varepsilon B \delta_{\alpha\beta} \delta(t_1 - t_2).$$

Данному случаю соответствует уравнение Фоккера—Планка

$$\dot{w}(u, t) = \sum_{\alpha} \left[\frac{\partial}{\partial u_{\alpha}} \left(\frac{\partial V}{\partial u_{\alpha}} w \right) + \varepsilon B_0 \frac{\partial^2 w}{\partial u_{\alpha}^2} \right],$$

которое имеет такое стационарное решение:

$$w_0(u) = \text{const} \cdot \exp[-V(u)/\varepsilon B_0]. \quad (8)$$

Аналогично этому для континуального случая (4), (5) имеем стационарное распределение

$$w_0[u(y)] = \text{const} \cdot \exp\{-V[u(y)]/\varepsilon B\}, \quad (9)$$

где константа не имеет точного смысла.

Входящие в (8) и (9) функция и функционал V играют роль потенциала. В устойчивых или метастабильных точках он имеет хотя бы локальный минимум. Между двумя устойчивыми точками лежит потенциальный барьер, причем наибольший интерес представляет наименьшая точка «водораздела» (т. е. сепаратрисы). При условии двукратной дифференцируемости потенциала эта точка является седловой (обозначим ее M_{sd}). Она определяется уравнением $\delta V/\delta u = 0$ при конечной размерности пространства и уравнением

$$\delta V[u(y)]/\delta u(y) = 0 \quad (10)$$

в континуальном случае. Устойчивые точки также удовлетворяют этому уравнению, но седловая точка является его нетривиальным решением. После долгого пребывания вблизи устойчивой точки M_1 изображающая точка $A(t) = \{u(y, t)\}$ в функциональном пространстве с наибольшей вероятностью пересекает потенциальный барьер вблизи наименьшей из седловых точек.

Результаты работ [5, 6] позволяют для случая (8) получить такую формулу, определяющую среднее время выхода из метастабильного состояния:

$$\langle T \rangle = 2\pi |V_{vv}|^{-1} \det^{1/2} \|V_{\alpha\beta}(M_{sd})\| + 2 |V_{vv}| \nu_{\alpha\nu\beta} \times \\ \times \det^{-1/2} \|V_{\alpha\beta}(M_1)\| \exp \{ (1/\varepsilon B_0) [V(M_{sd}) - V(M_1)] + O(\mu) \},$$

где $V_{\alpha\beta}(u) = \partial^2 V(u)/\partial u_{\alpha} \partial u_{\beta}$, $V_{vv} = \nu_{\alpha\nu\beta} V_{\alpha\beta}(M_{sd})$, ν — единичный вектор, нормальный к «водоразделу». Иначе можно сказать так: V_{vv} — единственное отрицательное собственное значение матрицы $V_{\alpha\beta}(M_{sd})$, а ν — соответствующий ему собственный вектор единичной длины.

Для целей данной статьи достаточно пользоваться точной формулой

$$\langle T \rangle = \exp \{ (1/\varepsilon B_0) [V(M_{sd}) - V(M_1) + O(\mu)] \}. \quad (11)$$

Данная формула непосредственно обобщается на континуальный случай и при этом сохраняет свой вид, разница лишь в том, что в ней в соответствии с (9) следует положить $B_0 = B$.

Уравнение (10) в силу (7) принимает вид

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dF(u)}{du}. \quad (12)$$

Умножая обе части этого равенства на du/dy , находим

$$\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 - F(u) = \text{const}. \quad (13)$$

Если y интерпретировать как время, u — как координату, $\Pi(u) = -F(u)$ — как потенциальную энергию, а $(1/2)(du/dy)^2$ — как кине-

тическую энергию, то задача нахождения решения $u_{sd}(y)$ будет эквивалентна задаче расчета движения материальной точки в потенциальном поле. При этом равенство (13) будет выражать закон сохранения энергии. Константу в (13) можно определить из граничных условий

$$u_{sd}(\pm \infty) = u_1, \quad \left. \frac{du_{sd}}{dy} \right|_{\pm \infty} = 0. \quad (14)$$

Они выражают тот факт, что отклонение функции $u_{sd}(y)$ от метастабильной функции $u(y) \equiv u_1$ должно быть локальным (нелокальное возмущение первоначальной функции несравненно менее вероятно). Из (13) и (14) имеем

$$\frac{1}{2} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 - F(u) = -F(u_1), \quad (15)$$

откуда

$$\frac{du}{dy} = \pm 2^{1/2} [F(u) - F(u_1)]^{1/2}. \quad (16)$$

Нетривиальное решение этого уравнения неоднозначно. Поскольку (16) инвариантно относительно сдвига по оси y , возможно много решений, получаемых друг из друга преобразованием сдвига

$$u_{sd}(y) = f(y - y_0),$$

где y_0 — произвольно, функцию $f(z)$ можно взять удовлетворяющей уравнению

$$\frac{df}{dz} = - 2^{1/2} [F(f) - F(u_1)]^{1/2}, \quad z \geq 0. \quad (17)$$

(корень предполагается положительным) при граничных условиях

$$\left(\frac{df}{dz} \right)_{z=0} = 0, \quad f(\infty) = u_1. \quad (18)$$

На область отрицательных z функция $f(z)$ продолжается симметрично $f(-z) = f(z)$. При $z \leq 0$ справедливо уравнение (17), но с другим знаком в правой части. В силу первого равенства (18) имеем, согласно (17),

$$F(f(0)) = F(u_1).$$

Решая это уравнение относительно $f(0)$, нужно брать ближайший к u_1 корень, который больше u_1 (см. рис. 1, соответствующий значению $s=0,25$, см. на вклейке). Искомое движение материальной точки в потенциальном поле должно быть такое: материальная точка, имеющая нулевую скорость и первоначально находящаяся в точке D (рис. 1) на «горе», скатывается с этой «горы» и останавливается на вершине другой «горы», высота которой равна первоначальной высоте материальной точки.

Решение уравнения (17) можно записать в квадратурах:

$$2^{1/2} z = \int_f^{f(0)} [F(f') - F(u_1)]^{-1/2} df'.$$

Однако, поскольку интеграл не берется, удобно находить решение уравнения (17) на компьютере. Вид кривой $f(z)$ при значении $s=0,25$ показан на рис. 2 пунктиром.

После того как найдена функция $u_{sd}(y)$, можно рассчитать входящую в (11) разность потенциалов. В силу (7) имеем

$$\Delta V_1 \equiv V(M_{sd}) - V(M_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[F(u_{sd}) - F(u_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{du_{sd}}{dy} \right)^2 \right] dy \equiv$$

$$= 4 \int_0^{\infty} [F(f(z)) - F(u_1)] dz,$$

где учтено (15). Этот интеграл был подсчитан на компьютере при различных значениях s . Соответствующая кривая изображена на рис. 3 (левая ось ординат).

Следует отметить, что множественность решений уравнения (13), которым соответствует одинаковая высота седловой точки, облегчает переход из метастабильного состояния, т. е. возбуждение автоволн, поскольку переход может происходить через различные седловые точки. Этот факт влияет, строго говоря, на предэкспоненциальный множитель, однако данное влияние может быть велико при большой длине системы. Зададимся конечной, но достаточно большой длиной L системы. Если систему разбить на отрезки одинаковой длины Δy и считать, что на каждом таком отрезке возможны статистически независимые появления критических флуктуаций $f(y - m\Delta y)$ (m — целое), приводящих к статистически независимым выходам из M_1 по различным каналам, то вместо (11) будем иметь такую формулу:

$$\langle T \rangle = \frac{\Delta y}{L} \exp \left\{ \frac{1}{\kappa B} [V(M_{sd}) - V(M_1)] \right\}. \quad (19)$$

Предполагается, что здесь L — большой параметр. Величину Δy следует взять порядка 1, поскольку постоянная, характеризующая быстроту изменения функции $f(y)$, имеет порядок 1.

2. Механизм появления автоволн перепада. Проверим, что в результате пересечения «водораздела» (сепаратрисы) вблизи седловой точки в функциональном пространстве действительно происходит возбуждение автоволн. Когда изображающая точка $\{v(y, t)\}$ попадает на «водораздел» вблизи M_{sd} , то благодаря случайным воздействиям ξ она с вероятностью $1/2$ спустится с потенциального барьера обратно и с той же вероятностью пересечет барьер и спустится с обратной стороны. Спуск с потенциального барьера происходит быстро, и на это движение малое случайное воздействие ξ влияет слабо. Его можно анализировать при помощи уравнения

$$\frac{\partial u(y, t)}{\partial t} = - \frac{\delta V}{\delta u(y)} = -4(u^3 - u) + s + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (20)$$

В качестве начального условия следует брать точку в фазовом пространстве, получаемую небольшим сдвигом от седловой точки. Это значит, что в качестве начальной кривой $u(y, 0)$ следует брать функцию, полученную из $u_{sd}(y)$ некоторой небольшой деформацией. При этом для подавляющего числа деформаций противоположная деформация приведет к движению в противоположную сторону от «водораздела».

В качестве примера была взята деформация сжатия по оси y , т. е. было положено

$$u(y, 0) = f(1, 1 \cdot y).$$

При этом решение уравнения (20) проводилось на компьютере. Была получена серия функций $u(y, t_m)$ ($t_m = 0, 1 \cdot m$, $m = 0, 1, 2, 3$), изображенная на рис. 2 при $s = 0,25$. Видим, что происходит возврат к метастабильной точке M_1 , т. е. флуктуационные отклонения, не дошедшие до «водораздела», исчезают с течением времени.

Для противоположно деформированной функции

$$u(y, 0) = f(0,9 \cdot y)$$

компьютерный расчет дает серию кривых (при $t_m = 0,2 \cdot m$), изображенных на рис. 4. Видим, что происходит движение к другой стабильной

точке M_2 в функциональном пространстве и в процессе этого движения образуются две расходящиеся автоволны. Итак, изображающая точка, длительно находящаяся вблизи M_1 , благодаря редкой большой флуктуации пересекает «водораздел» вблизи M_{sd} и движется к M_2 , что приводит к возбуждению расходящихся автоволн и к предельному переходу $\lim_{t \rightarrow \infty} u(y, t) = u_3$ при любом y . Было проверено, что процессы типа тех, которые изображены на рис. 2 и 4, возникают и при других противоположных деформациях функции $u_{sd}(y)$.

3. Флуктуационное возбуждение автоволны перепада в многомерном случае. В случае многомерного пространства при условии изотропности вместо (3) имеем уравнение

$$\frac{\partial u(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -4(u^3 - u) + s + \nabla^2 u + \xi(\mathbf{r}, t), \quad (21)$$

где \mathbf{r} — d -мерный радиус-вектор, $\xi(\mathbf{r}, t)$ — дельта-коррелированный процесс с нулевым средним значением и корреляционной функцией

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1, t_1) \xi(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = 2sB \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2).$$

Вводя функционал

$$V[u(\mathbf{r})] = \int \{ [u^2(\mathbf{r}) - 1]^2 - su + (1/2) |\nabla u|^2 \} d\mathbf{r}, \quad (22)$$

приводим (21) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\delta V[u(\mathbf{r}, t)]}{\delta u(\mathbf{r}, t)} + \xi(\mathbf{r}, t).$$

Как и раньше, считаем, что система находится вблизи устойчивой точки M_1 , описываемой равенством $u(\mathbf{r}) = u_1$. Изображающая точка $A(t) = \{u(\mathbf{r}, t)\}$ длительно время флуктуирует вблизи M_1 . Через большое время имеет место большая флуктуация, в результате которой эта точка пересекает «водораздел» потенциального барьера, окружающего M_1 , вблизи одной из седловых точек M_{sd} одинаковой «высоты», описываемых уравнением

$$\frac{\delta V[u]}{\delta u(\mathbf{r})} = 4(u^3 - u) - s - \nabla^2 u = 0. \quad (23)$$

После этого она движется к новой устойчивой точке M_2 .

Уравнение (23) следует дополнить граничным условием

$$u_{sd}(\mathbf{r}) \rightarrow u_1 \text{ при } |\mathbf{r}| \rightarrow \infty, \quad (24)$$

которое говорит о практически локальном характере отклонения от постоянной u_1 . Конечно, благодаря сдвиговой инвариантности уравнения (23) имеется неоднозначность искомой функции $u_{sd}(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, где \mathbf{r}_0 — произвольный вектор. Не вызывает сомнений, что минимум потенциала (22) дает то решение уравнения (23), которое обладает круговой симметрией (при $d=2$) или сферической симметрией (при $d=3$), т. е.

$$u_{sd}(\mathbf{r}) = (\varphi | \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 |). \quad (25)$$

Для функции φ из (23) имеем уравнение

$$\nabla^2 \varphi(|\mathbf{r}|) - 4(\varphi^3 - \varphi) + s = 0.$$

В частности, в случае двумерного пространства, последнее уравнение принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\varphi}{dr} \right) - 4(\varphi^3 - \varphi) + s = 0.$$

Кроме граничного условия $\varphi(\infty) = u_1$, вытекающего из (24), функция $\varphi(r)$ удовлетворяет еще условию $[d\varphi/dr]_{r=0} = 0$. Последнее необходимо для того, чтобы функция (25) была дважды дифференцируема в точке r_0 .

После вычисления $\varphi(r)$ на компьютере следует найти разность потенциалов $\Delta V_2 = V(M_{sd}) - V(M_1)$, входящую в (10), а точнее в формулу (двумерный случай)

$$\langle T \rangle = \frac{\Delta S}{S} \exp \left\{ \frac{1}{\kappa B} [V(M_{sd}) - V(M_1)] \right\},$$

где S — полная активная площадь, в которой справедливо уравнение (21), а $\Delta S \sim 1$. Последняя формула есть двумерное обобщение равенства (19). При помощи (22), (25) находим

$$\begin{aligned} \Delta V_2 &\equiv V(M_{sd}) - V(M_1) = \\ &= 2\pi \int_0^\infty \left\{ [\varphi^2(r) - 1]^2 - s\varphi - (u_1^2 - 1)^2 + su_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{dr} \right)^2 \right\} r dr. \end{aligned}$$

Результаты расчета на компьютере в двумерном случае при различных s приведены на рис. 3 (правая ось ординат).

Переход изображающей точки через потенциальный барьер в функциональном пространстве в данном случае сопровождается распространением кольцевой (имеющей круговую симметрию) автоволны перепада.

4. Флуктуационное возбуждение импульсов. Возвратимся к одномерному пространству, но будем рассматривать возбуждение импульсной автоволны. Как известно [7], для этого необходима система как минимум из двух уравнений. Возьмем такие уравнения:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial u}{\partial t_1} &= -u^3 + u - v + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial v}{\partial t_1} &= u - u_1, \end{aligned}$$

где μ — малый параметр. Это конкретизация уравнений (4) из [7] (с. 10) при $f(u, v) = -u^3 + u - v$, $\varphi(u, v) = u - u_1$, $D_1 = 1/4$, $D_2 = 0$. Полагая $t = t_1/(4\mu)$, $\kappa = 4\mu$, находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -4(u^3 - u) - 4v + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi(y, t), \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \kappa(u - u_1). \end{aligned} \tag{26}$$

Здесь в первом уравнении дописан флуктуационный член, такой же, как и в (4). Нетрудно проверить, что устойчивым стационарным решением системы (26) являются такие функции:

$$u(y, t) = u_1, \quad v(y, t) = u_1 - u_1^3. \tag{27}$$

Предполагаем, что u_1 , как и раньше, наименьший корень уравнения $u^3 - u - s/4 = 0$ (прочие корни $u_2, u_3, u_2 \leq u_3$). Тогда в (27) $v(y, t) = -s/4$.

Будем считать, что первоначально система находится в состоянии, близком к (27). Поскольку κ — малый параметр, переменная v меняется со временем весьма медленно по сравнению с u . Поэтому при

рассмотрении даже редких больших флуктуационных отклонений переменной $u(y, t)$ от u_1 переменная $v(y, t)$ остается примерно равной — $s/4$. Следовательно, эти флуктуации можно описывать единственным уравнением (4).

Итак, при рассмотрении задачи о флуктуационном выходе из метастабильной точки (27) можно применять решение, данное в разд. 1.

Посмотрим, к какому изменению функций $u(y, t)$, $v(y, t)$ приведет пересечение изображающей точкой $A(t) = \{u(y, t), v(y, t)\} \approx \{u(y, t), -s/4\}$ в функциональном пространстве потенциального барьера. Когда она будет спускаться по другую сторону барьера, функция $u(y, t)$ будет вести себя так, как показано на рис. 4. Возникнут и начнут распространяться передние тангенциальные фронты типа (2) двух импульсов, идущих в противоположные стороны. В тех местах оси y , где $u(y, t)$ приблизительно достигает устойчивого значения u_3 , движение замедляется (если отвлечься от несущественных флуктуаций, вызванных членом ξ). В этих местах u будет безынерционно следить за v , т. е. будет изменяться так же медленно, как v . Безынерционное «слежение» за v будет описываться не только уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -4(u^3 - u) - 4v + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (28)$$

но и уравнением

$$-4(u^3 - u) - 4v + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (29)$$

Когда переменная u медленно меняется во времени, она является также медленной функцией от y благодаря тому факту, что $u(y, t) = F(ct \pm y)$ есть волна, движущаяся со скоростью $c = 2^{1/2}(u_1 - 2u_2 + u_3)$. Поэтому член $\partial^2 u / \partial y^2$ в (29) мал, и приближенно справедливо еще более простое уравнение

$$u^3 - u + v = 0. \quad (30)$$

При описанном медленном движении образуется верхняя часть (плато) импульсов. Это движение продолжается до тех пор, пока возможно медленное изменение наибольшего корня уравнения (30) при медленном уменьшении переменной v . Когда v достигнет значения $2 \cdot 3^{-3/2}$, два из трех действительных корней уравнения (30) становятся комплексными и должно совершаться быстрое изменение переменной u от значения $3^{-1/2}$ к значению $-2 \cdot 3^{-1/2}$. Это изменение происходит в соответствии с уравнением (28), где следует считать значение $v = 2 \cdot 3^{-3/2}$ замороженным. В тех участках, где это произошло, начинается образование задних фронтов импульсов. При этом в свою очередь применима формула типа (3), но с новыми значениями корней

$$u'_1 = -2 \cdot 3^{-1/2}, \quad u'_2 = u'_3 = 3^{-1/2}.$$

Теперь $u'_1 - 2u'_2 + u'_3 < 0$, тогда как при первом быстром процессе было $u_1 - 2u_2 + u_3 > 0$. Благодаря этому формулу (2) можно записать в виде

$$u(y, t) = (1/2)\{u'_1 + u'_2 - (u'_2 - u'_1)\text{th}[2^{1/2}(u'_2 - u'_1) \pm y]\}.$$

Видим, что в результате прохождения этой волны перепада значение u'_2 уменьшается до u'_1 , так что эта волна действительно служит задним фронтом импульса.

После окончания данного быстрого процесса снова начинается медленный процесс, когда применимо уравнение (30). Его результатом является возврат к первоначальному значению $u(y, t) = u_1$. Итак, образуются два расходящихся импульса.

Описанный процесс возникновения расходящихся импульсов был осуществлен на компьютере в случае $u_1^3 - u_1 = s/4 = 0,1$. Было найдено, однако, что при их движении длина плато импульсов уменьшалась и через некоторое время они схлопывались. Это объясняется тем, что задние фронты идут со скоростью $2^{1/2}(u_2' - u_1')$, большей, чем скорость $2^{1/2}(u_1 - 2u_2 + u_3)$ передних фронтов. Чтобы сделать импульсы стабильными, надо дополнить первое уравнение системы (26) членом, который делал бы указанные скорости одинаковыми (второе уравнение следует оставить неизменным). Например, можно взять уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -4(u^3 - u) - 4v + b \frac{v_0 - v}{v_0 + u_1^3 - u_1} (u - u_1)u + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \xi,$$

где $v_0 = 2 \cdot 3^{-3/2}$. При этом значения u_1' , $u_2' = u_3'$ остаются прежними, а значения u_1 , u_2 , u_3 изменяются. Положим $u_1 = u_1'$, а b подберем так, чтобы добиться совпадения скоростей. Несложный расчет дает $b = 6,8088$.

Как видно из предыдущего, вероятность флуктуационного возникновения двух расходящихся импульсов при малых κ рассчитывается по той же теории (разд. 1), что и вероятность возникновения автоволны перепада.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л., Андронов А., Витт А. // ЖЭТФ. 1933. Т. 3. Вып. 3. С. 165.
2. Крамерс Н. А. // Physica. 1940. V. 7. № 4 P. 284.
3. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961.
4. Landauer R., Swanson J. A. // Phys. Rev. 1961. V. 121. P. 1668.
5. Ryter D. // Physica. 1985. V. A130. № 1/2. P. 205.
6. Дроздов А. Н. Диссертация. — М., 1987.
7. Автоволновые процессы в системах с диффузией. Сб. трудов. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
22 мая 1989 г.

ON FLUCTUATIONAL SELF-EXCITATION OF AUTOWAVES

R. L. Stratonovich

The Markov first-passage time theory is applied for calculating the mean time needed for the fluctuational self-excitation of kink autowaves. The peculiarity of this case is the continuum character of the Markov process. The form of the critical deviation (from stable point) corresponding to the saddle point of the potential barrier in the functional space is found. This deviation determines the potential difference and the mean time. The computational results are obtained for one-dimensional space and also for two-dimensional space. The fluctuational self-excitation of pulse autowaves is also considered.

УДК 538.56:519.25

МЕТОД ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И ОПИСАНИЕ РАССЕЙЯНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ПУЧКОВ

Л. А. Апресян

Получено уравнение инвариантного погружения для коэффициента отражения от плоского рассеивающего слоя, описывающее в рамках теории переноса ограниченные пучки излучения. Найдены оценки коэффициента отражения от полупространства, позволяющие выйти за рамки приближения плоской волны путем учета неоднородности падающего пучка.

1. Метод инвариантного погружения в теории переноса¹ излучения до сих пор применялся главным образом для задач с плоской симметрией и неограниченной падающей волной [1, 2], что отвечает широким зондирующим пучкам с характерными размерами $a \gg l_{\text{ext}}$, где l_{ext} — длина экстинкции*. В данной работе на основе развитого ранее общего подхода [3] выводится уравнение инвариантного погружения для коэффициента отражения, позволяющее описать рассеяние ограниченных пучков излучения с произвольными значениями отношения l_{ext}/a . Рассмотрено также приближенное решение для слабо поглощающего полупространства и оценены поправки к приближению плоской волны порядка $l_{\text{ext}}/a \ll 1$.

2. Пусть на рассеивающий слой $L_0 \leq z \leq L$ из области $z > L$ падает излучение (рис. 1, см. на вклейке). Яркость падающего излучения $I^0 = I^0(\mathbf{r}_\perp, \hat{n})$ задана на плоскости $z=L$ при $n_z \leq 0$, что отвечает входящим в слой лучам. Из теории переноса [2] известно, что задание I^0 полностью определяет решение задачи. В частности, яркость выходящего из слоя в плоскости $z=L$ излучения $I = I(\mathbf{r}_\perp, \hat{n})$, $n_z \geq 0$, выражается как

$$I = \overset{\vee}{R} I^0, \quad (1)$$

где $\overset{\vee}{R}$ — оператор отражения от слоя, или, более подробно,

$$I(\mathbf{r}_\perp, \hat{n}) = \int_{n_z < 0} R(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp, \hat{n}, \hat{n}') I^0(\mathbf{r}'_\perp, \hat{n}') d^2 r_\perp d\hat{n}'. \quad (2)$$

Здесь $n_z \geq 0$, $\mathbf{r}_\perp = \{x, y\}$, $d\hat{n}'$ — элемент телесного угла вблизи направления \hat{n}' , а зависимость ядра R оператора $\overset{\vee}{R}$ лишь от разности $\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp$ отвечает статистической однородности рассеивающего слоя.

Обозначив волнистой чертой переход к фурье-представлению по пространственному аргументу \mathbf{r}_\perp ,

$$\tilde{R}(\mathbf{x}) \equiv \int R(\mathbf{r}'_\perp) \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{r}'_\perp) d^2 r'_\perp, \quad (3)$$

* Указанное неравенство относится к случаю рассеивающего полупространства и для слоя конечной толщины может быть ослаблено.

можно записать (1) в виде

$$I = \int \overset{\vee}{\tilde{R}}(\mathbf{x}') \hat{I}^0(\mathbf{x}', \hat{n}) \exp(i\mathbf{x}r_{\perp}) \frac{d^2 \mathbf{x}'}{(2\pi)^2}, \quad (4)$$

где $\overset{\vee}{\tilde{R}}$ является оператором, действующим по аргументу \hat{n} .

Пусть κ_R и κ_I — характерные размеры областей, в которых отличны от нуля ядро \tilde{R} и величина \tilde{I}^0 соответственно. Очевидно, что $\kappa_I \sim 1/a$, где a — характерный поперечный размер зондирующего пучка. В случае рассеивающего полупространства $\kappa_R \sim 1/l_{\text{ext}}$. Для широких пучков при $a \gg l_{\text{ext}}$ (т. е. при $\kappa_R \gg \kappa_I$) для \tilde{R} в (4) можно использовать разложение по степеням \mathbf{x} , что дает

$$I(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}) = \int \left(\overset{\vee}{\tilde{R}}(0) + i\mathbf{x} \frac{\partial \overset{\vee}{\tilde{R}}(0)}{\partial i\mathbf{x}} + \dots \right) \tilde{I}^0(\mathbf{x}, \hat{n}) \exp(i\mathbf{x}r_{\perp}) \times \\ \times \frac{d^2 \mathbf{x}}{(2\pi)^2} = \left(\overset{\vee}{\tilde{R}}(0) + \frac{\partial \overset{\vee}{\tilde{R}}(0)}{\partial i\mathbf{x}} \nabla + \dots \right) I^0(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}), \quad (5)$$

где точками обозначены члены высших порядков по $l_{\text{ext}}/a \ll 1$.

Первое слагаемое в правой части (5) отвечает приближению плоской волны, т. е. однородному по \mathbf{r}_{\perp} пучку. В соответствии с этим

$$\overset{\vee}{\tilde{R}}(0) = \int \overset{\vee}{\tilde{R}}(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}'_{\perp}) d^2 r_{\perp} \quad (6)$$

есть оператор отражения плоской волны. Следующее слагаемое в (5) учитывает влияние конечных размеров, т. е. неоднородности пучка.

Если регистрирующее устройство интегрирует яркость I по плоскости поверхности слоя $z=L$, т. е. измеряется величина

$$J(\hat{n}) \equiv \int I(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}) d^2 r_{\perp}, \quad (7)$$

то для рассматриваемого случая статистически однородного слоя влияние неоднородности пучка сглаживается и

$$J(\hat{n}) = \overset{\vee}{\tilde{R}}(0) \int I^0(\mathbf{r}'_{\perp}, \hat{n}) d^2 r'_{\perp} \equiv \overset{\vee}{\tilde{R}}(0) J^0(\hat{n}) \quad (8)$$

зависит лишь от коэффициента отражения плоской волны $\overset{\vee}{\tilde{R}}(0)$.

3. Получим уравнение для оператора отражения $\overset{\vee}{\tilde{R}}$, воспользовавшись общей формой метода инвариантного погружения [3]. С этой целью исходное уравнение переноса излучения (УПИ) запишем в виде [4]

$$(\hat{n}\nabla + \alpha)I = \int \sigma_{\hat{n}\hat{n}'}^{\wedge} I(\mathbf{r}, \hat{n}') d\hat{n}' \equiv \overset{\vee}{\sigma} I, \quad (9)$$

где $\alpha = l_{\text{ext}}^{-1} = \sigma_s + \sigma_a$ — коэффициент экстинкции, $\sigma_{\hat{n}\hat{n}'}^{\wedge}$ — дифференциальное сечение рассеяния, а σ_s и σ_a — полные сечения рассеяния и поглощения.

Перейдем к безразмерным координатам $\mathbf{r}' = \alpha \mathbf{r} = \mathbf{r}/l_{\text{ext}}$, измеряемым в единицах длины экстинкции (штрих у \mathbf{r} далее всюду опу-

скаем), и припишем индекс $\beta = \pm$ излучению, распространяющемуся в направлениях $\beta z = \pm z$. Тогда $\hat{n} = (n_x, n_y, n_z) = (n_{\perp}, n_z) = (n_{\perp}, \beta\mu)$, $\beta = \text{sign } n_z$, $\mu = |n_z| = \sqrt{1 - n_{\perp}^2}$ изменяется в интервале $0 \leq \mu \leq 1$, и все величины, зависящие от \hat{n} , можно рассматривать как функции β и n_{\perp} . В соответствии с этим (9) принимает вид системы двух уравнений для яркостей $I_{\beta} = I(\mathbf{r}, \beta, n_{\perp})$:

$$(\beta\mu\partial_z + n_{\perp}\nabla + 1)I_{\beta} = \sum_{\beta'=\pm} \overset{\vee}{\sigma}_{\beta\beta'} I_{\beta'}, \quad \beta = \pm, \quad (10)$$

где явный вид операторов $\overset{\vee}{\sigma}_{\beta\beta'}$ нетрудно установить из сравнения (10) с (9). Назовем (10) β -представлением УПИ. В этом представлении яркость I выступает как двухкомпонентный вектор, I_{β} , а действующие по аргументу \hat{n} операторы $\overset{\vee}{A}$ — как операторные матрицы $\overset{\vee}{A}_{\beta\beta'}$ размера 2×2 .

В работе [3] предложена общая схема метода инвариантного погружения для линейных задач вида $(\overset{\vee}{L} - \overset{\vee}{V})\overset{\vee}{G} = \overset{\vee}{Y}$, где $\overset{\vee}{L}$ — невозмущенный оператор, $\overset{\vee}{V}$ — оператор возмущения, локальный по пространственным координатам, а $\overset{\vee}{G}$ и $\overset{\vee}{Y}$ — искомый и единичный операторы. Общие результаты [3] пригодны как для волновой теории, так и для теории переноса (так что формализм [3] особенно удобен для сравнения результатов этих двух теорий, что, однако, выходит за рамки данной работы). Случай волнового уравнения, когда действие $\overset{\vee}{V}$ сводится к умножению на рассеивающий потенциал, был рассмотрен в [3]. В случае УПИ (9) в качестве $\overset{\vee}{V}$ можно принять оператор рассеяния $\overset{\vee}{\sigma}$. Тогда невозмущенный оператор $\overset{\vee}{G} = (\hat{n}\nabla + \alpha)^{-1}$ будет иметь ядро

$$G^0(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}; \mathbf{r}_{0\perp}, \hat{n}_0) = \delta_{\hat{n}\hat{n}_0} \theta\left(\frac{z-z_0}{n_z}\right) \delta(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp} - n_{\perp} \frac{z-z_0}{n_z}) \left[\exp\left(-\alpha \frac{z-z_0}{n_z}\right) \right] / |n_z|, \quad (11)$$

где $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда: $\theta(x) = 1$ при $x \geq 0$, $\theta(x) = 0$ при $x < 0$, а $\delta_{\hat{n}\hat{n}_0}$ — дельта-функция на единичной сфере. В соответствии с результатами [3], в случае рассеивающего слоя для оператора $\overset{\vee}{H}$, равного сужению $\overset{\vee}{G}$ на плоскость поверхности $z=L$ и имеющего ядро $H(L; \mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}; \mathbf{r}_{0\perp}, \hat{n}_0)$ $G(\mathbf{r}_{\perp}, L, \hat{n}; \mathbf{r}_{0\perp}, L, \hat{n}_0)$, можно записать уравнение

$$\partial_L(\overset{\vee}{H} - \overset{\vee}{H}_0) = \overset{\vee}{B}(\overset{\vee}{H} - \overset{\vee}{H}_0) + (\overset{\vee}{H} - \overset{\vee}{H}_0)\overset{\vee}{B} + \overset{\vee}{H}\overset{\vee}{\sigma}\overset{\vee}{H}. \quad (12)$$

Здесь оператор $\overset{\vee}{H}_0$ отвечает свободному распространению и имеет ядро

$$H^0(L; \mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}; \mathbf{r}_{0\perp}, \hat{n}_0) = G^0(\mathbf{r}_{\perp}, L, \hat{n}; \mathbf{r}_{0\perp}, L, \hat{n}_0) = \frac{\delta_{\hat{n}\hat{n}_0}}{|n_z|} \delta(\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp}), \quad (13)$$

так что действие H^0 на функцию $\varphi(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n})$ сводится к умножению на $|n_z|^{-1} = \mu^{-1}$:

$$\overset{\vee}{H}^0\varphi(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}) = \int H^0(L; \mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}; \mathbf{r}'_{\perp}, \hat{n}') \varphi(\mathbf{r}'_{\perp}, \hat{n}') d^2\mathbf{r}'_{\perp} d\hat{n}' = \frac{1}{\mu}(\mathbf{r}_{\perp}, \hat{n}).$$

Входящие в (12) операторы $\overset{\vee}{B}$ и $\overset{\vee}{B}'$ действуют в плоскости $z=L$ и определяются соотношениями

$$|_{L_0=L-0} \partial_L \overset{\vee}{G} = \overset{\vee}{B} \overset{\vee}{G}, \quad |_{L_0=L-0} \partial_{L_0} \overset{\vee}{G} = \overset{\vee}{G} \overset{\vee}{B}', \quad (14)$$

откуда с учетом (11) имеем

$$\overset{\vee}{B} = -\frac{\alpha + n_{\perp} \nabla}{n_z} = -\overset{\vee}{B}' . \quad (15)$$

Введем теперь оператор $\overset{\vee}{R} \equiv \overset{\vee}{H} - \overset{\vee}{H}^0$ (не путать с $\overset{\vee}{R}!$), подставим (15) и $\overset{\vee}{H} = \overset{\vee}{H}^0 + \overset{\vee}{R}$ в (12) и перейдем к β -представлению, выписав явную зависимость от аргументов β . Учитывая также (13), в результате получаем следующее уравнение для оператора $\overset{\vee}{R}_{\beta\beta_0} = \overset{\vee}{H}_{\beta\beta_0} - \overset{\vee}{H}_{\beta\beta_0}^0$:

$$\begin{aligned} \partial_L \overset{\vee}{R}_{\beta\beta_0} = & -\frac{1 + n_{\perp} \nabla}{\beta \mu} \overset{\vee}{R}_{\beta\beta_0} + \overset{\vee}{R}_{\beta\beta_0} \frac{1 + n_{\perp} \nabla}{\beta_0 \mu} + \left(\frac{\delta_{\beta\beta'}}{\mu} + \overset{\vee}{R}_{\beta\beta'} \right) \times \\ & \times \sigma_{\beta'\beta''} \left(\frac{\delta_{\beta''\beta_0}}{\mu} + \overset{\vee}{R}_{\beta''\beta_0} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где по штрихованным аргументам β' и β'' подразумевается суммирование.

Как уже отмечалось, решение задачи для рассматриваемого случая источников вне слоя полностью задается распределением яркости I^0 при $n_z \leq 0$. Учитывая это, нетрудно заключить, что в рассматриваемом случае у оператора $\overset{\vee}{R}_{\beta\beta_0}$ будет отличным от нуля лишь элемент $\overset{\vee}{R}_{+-}$, имеющий смысл коэффициента отражения вправо ($\beta = +$, см. рис. 1) для излучения, падающего слева ($\beta_0 = -$). Учитывая это и полагая в (10) $\beta = +$, $\beta_0 = -$, окончательно получаем следующее операторное уравнение для коэффициента отражения от слоя $\overset{\vee}{R}_{+-}$:

$$\begin{aligned} \partial_L \overset{\vee}{R}_{+-} = & -\left(\frac{1 + n_{\perp} \nabla}{\mu} \overset{\vee}{R}_{+-} + \overset{\vee}{R}_{+-} \frac{1 + n_{\perp} \nabla}{\mu} \right) + \frac{1}{\mu} \overset{\vee}{\sigma}_{+-} \frac{1}{\mu} + \\ & + \frac{1}{\mu} \overset{\vee}{\sigma}_{++} \overset{\vee}{R}_{+-} + \overset{\vee}{R}_{+-} \overset{\vee}{\sigma}_{--} \frac{1}{\mu} + \overset{\vee}{R}_{+-} \overset{\vee}{\sigma}_{-+} \overset{\vee}{R}_{+-}, \end{aligned} \quad (17)$$

или, после перехода к ядрам,

$$\begin{aligned} \partial_L R_{+-}(L; \mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp}; \mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = & -\left(\frac{1 + n_{\perp} \nabla}{\mu} + \frac{1 + n_{0\perp} \nabla}{\mu_0} \right) R_{+-} + \\ & + \frac{1}{\mu} \sigma_{+-} \frac{1}{\mu_0} + \int_0^1 d\mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' \left(\frac{1}{\mu} \sigma_{++}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') R_{+-} \times \right. \\ & \times (L; \mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp}; \mu', \varphi; \mu_0, \varphi_0) + R_{+-}(L; \mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp}; \mu, \varphi; \mu', \varphi') \times \\ & \times \sigma_{--}(\mu', \varphi'; \mu_0, \varphi_0) \frac{1}{\mu_0} + \int_0^1 d\mu'' \int_0^{2\pi} d\varphi'' \times \\ & \times \int_0^{2\pi} d\varphi''' \int d^2 r'_{\perp} R_{+-}(L; \mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}'_{\perp}; \mu, \varphi; \mu', \varphi') \sigma_{-+} \times \\ & \times (\mu', \varphi'; \mu'', \varphi'') R_{+-}(L; \mathbf{r}'_{\perp} - \mathbf{r}_{0\perp}; \mu'', \varphi''; \mu_0, \varphi_0). \end{aligned} \quad (17a)$$

Здесь $\mu = \cos \theta$, $\mu_0 = \cos \theta_0$, а (θ, φ) и (θ_0, φ_0) — сферические координаты

наты единичных векторов \hat{n} и \hat{n}_0 , так что $d\hat{n} = d\mu d\varphi$, $\delta_{\hat{n}\hat{n}_0} = \delta(\mu - \mu_0) \times \delta(\varphi - \varphi_0) \delta_{\beta\beta_0}$. Уравнение (17) с начальным условием $|_{L=L_0} R_{+-} = 0$ полностью определяет коэффициент отражения от слоя R_{+-} .

4. Поясним физический смысл уравнения (17). Согласно этому уравнению с ростом толщины слоя на бесконечно малую величину $h \rightarrow 0$ приращение коэффициента отражения $h\partial_L R_{+-}$ складывается из пяти членов. Первый — «бесстолкновительный» — член правой части (17) отвечает сдвигу начала отсчета L ; второй член, содержащий σ_{+-} , описывает однократное отражение излучения от слоя h ; третий член отвечает рассеянию вперед на слое h после отражения от слоя (L_0, L) ; четвертый — отражению от слоя (L_0, L) после рассеяния вперед на слое h ; пятый — отражение от слоя (L_0, L) , обратное рассеяние на слое h и снова отражение от слоя (L_0, L) (схематически четыре последних слагаемых показаны на рис. 2, где крест означает элементарный акт рассеяния на бесконечно тонком слое h). Таким образом, рассеяние назад описывается последним — нелинейным — членом (17).

Учитывая, что распределению яркости I^0 излучения, падающего на поверхность $z=L$, соответствует источник $q = \mu\delta(z-L)I^0$ [2], для яркости отраженного излучения имеем

$$I = \overset{\vee}{R}_{+-}\mu I^0, \quad (18)$$

так что введенный выше соотношением (1) оператор отражения выражается как $\overset{\vee}{R} = \overset{\vee}{R}_{+-} - \mu$.

Уравнение для R_{+-} (17) является обобщением на случай ограниченных пучков аналогичного уравнения для случая плоской волны, подробно изученного Чандрасекаром [1] и Соболевым [5]. При этом в [1] вместо $\overset{\vee}{R}_{+-}$ исследовалось ядро оператора

$$\overset{\vee}{S} \equiv 4\pi\mu \overset{\vee}{R}_{+-} - \mu = 4\pi\mu \overset{\vee}{R}. \quad (19)$$

Для облегчения сравнения с результатами [1] ниже мы также будем рассматривать величину $\overset{\vee}{S}$, через которую соотношение (1) в подробной записи выражается как

$$I = \frac{1}{4\pi\mu} \overset{\vee}{S} I^0 = \int d^2r_{\perp} \int_0^1 d\mu' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{1}{4\pi\mu} S(L; \mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}'_{\perp}; \mu, \varphi; \mu', \varphi') I^0(\mathbf{r}'_{\perp}; \mu', \varphi'). \quad (20)$$

5. Перейдем теперь к случаю изотропно рассеивающего полупространства. Нетрудно показать, что для изотропного рассеяния действие операторов $\overset{\vee}{\sigma}_{\beta\beta_0}$ на функцию $f(\hat{n})$ выражается как

$$\overset{\vee}{\sigma}_{\beta\beta_0} f(\hat{n}) = \frac{c}{4\pi} \int f(\hat{n}) d\hat{n}, \quad (21)$$

где $c = \sigma_s / (\sigma_a + \sigma_s)$ — альбеда однократного рассеяния. В представлении Фурье (3) действие оператора $\overset{\vee}{\sigma}$ сводится к умножению на $i\mathbf{x}$. Учитывая это и полагая в (17) $\partial_L \overset{\vee}{R}_{+-} = 0$ (что отвечает «стационарному» режиму для полупространства), после простых преобразований [1] из (17) для $\overset{\vee}{S}$ нетрудно получить выражение

$$\overset{\vee}{S} \equiv \int S(L; \mathbf{r}'_{\perp}; \hat{n}; \hat{n}_0) \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{r}'_{\perp} d^2r'_{\perp}) = \frac{c}{\Lambda_{\hat{n}\hat{n}_0}} H_{\hat{n}}^{\Lambda} H_{\hat{n}_0}^{\Lambda}, \quad (22)$$

где

$$\Lambda_{\kappa n n_0}^{\wedge \wedge} = \frac{1 + i\kappa n_{\perp}}{\mu} + \frac{1 + i\kappa n_{0\perp}}{\mu_0}, \quad (23)$$

а $H_n^{\wedge} \equiv H(\hat{n}, \kappa)$ (не путать с ядром оператора \hat{H} !) определяется нелинейным интегральным уравнением

$$H_n^{\wedge} \equiv 1 + \int \tilde{S} \frac{d\hat{n}_0}{4\pi\mu_0} = 1 + cH_n^{\wedge} \int \frac{H_n^{\wedge}}{\Lambda_{\kappa n n_0}^{\wedge \wedge}} \frac{d\hat{n}'}{4\pi\mu'}. \quad (24)$$

В случае плоской волны $\kappa = 0$ H_n^{\wedge} зависит лишь от μ , $H_n^{\wedge} = H(\mu)$ и (22) и (24) переходят в аналогичные соотношения из [1]. Для этого функция $H(\mu)$ при разных c затабулирована в [1].

В общем случае при $\kappa \neq 0$ (24) можно решать итерациями, записав его в эквивалентной форме:

$$H_n^{\wedge} = \left(1 - c \int \frac{H_n^{\wedge}}{\Lambda_{\kappa n n_0}^{\wedge \wedge}} \frac{d\hat{n}'}{4\pi\mu'} \right)^{-1}. \quad (25)$$

Такая процедура быстро сходится в случае сильного поглощения, $c \ll 1$. В наиболее интересном случае слабого поглощения, когда $c \sim 1$ и выражены эффекты многократного рассеяния, сходимость замедляется.

6. Рассмотрим приближенное аналитическое решение уравнения (25) для случая широких пучков. Этому случаю формально соответствует условие $\kappa \sim 0$. Записав $H_n^{\wedge} \equiv H(\hat{n}, \kappa) = H_0(\hat{n}) + H_1(\hat{n})i\kappa$, в нулевом приближении теории возмущений по κ нетрудно получить уравнение для $H_0(\hat{n})$,

$$H_0(\hat{n}) = \left(1 - c \int \frac{H_0(\hat{n}')}{\Lambda_{0n n_0}^{\wedge \wedge}} \frac{d\hat{n}'}{4\pi\mu'} \right)^{-1} = \left(1 - c\mu \int \frac{H_0(\hat{n}')}{\mu' + \mu} \frac{d\hat{n}'}{4\pi} \right)^{-1}, \quad (26)$$

совпадающее с уравнением для $H(\mu)$ в случае плоской волны из [1]. В первом приближении теории возмущений получаем

$$i\kappa H_1(\hat{n}) = -i\kappa \hat{n} H_0^2(\hat{n}) \frac{c\mu}{4\pi} \int \frac{H_0(\hat{n}')\mu'}{(\mu + \mu')^2} d\hat{n}', \quad (27)$$

откуда с учетом (22) имеем

$$\tilde{S} \underset{\kappa \rightarrow 0}{\simeq} c \frac{\mu\mu_0}{\mu + \mu_0} H(\mu)H(\mu_0) \left[1 - i\kappa \left(\hat{n}H(\mu)\psi(\mu) + \hat{n}_0H(\mu_0)\psi(\mu_0) + \frac{\hat{n}\mu_0 + \hat{n}_0\mu}{\mu + \mu_0} \right) \right], \quad (28)$$

где

$$\psi(\mu) = \frac{c\mu}{2} \int \frac{\mu' H(\mu')}{(\mu' + \mu)^2} d\mu'. \quad (29)$$

Таким образом, остается найти решение уравнения (26). Это уравнение подробно исследовано в литературе. В [1] приведено точное решение (26) в виде контурного интеграла, однако это решение не очень удобно для практического использования. Для иллюстрации мы здесь ограничимся простейшей приближенной оценкой решения (26) для случая слабого поглощения $c \sim 1$. Как показывают численные результа-

ты [1], в этом случае зависимость $H(\mu)$ не слишком сильно отличается от линейной. Поэтому положим

$$H(\mu) \simeq 1 + b\mu \quad (30)$$

(отметим, что эта аппроксимация примыкает к диффузионному приближению теории переноса [2]). Подставив (30) в (26), проинтегрируем обе части полученного соотношения по μ от нуля до единицы. В результате получается нелинейное уравнение для параметра b , которое можно решить численно. Ход этого решения как функция альbedo s показан на рис. 3. На рис. 4 проведено сравнение точных кривых $H(\mu)$ по данным [1] с простым линейным приближением (30), откуда видно, что это приближение хотя и не обеспечивает высокой точности, но может служить для нахождения простых оценок. Более точные аналитические оценки $H(\mu)$ можно получить, построив разложение по полиномам Лежандра, однако мы не будем останавливаться на этом подробней (см., например, [6], где приведена относительно простая аппроксимация $H(\mu)$, справедливая с хорошей точностью).

Рассмотрим теперь в приближении (30) рассеяние коллимированного пучка с гауссовой огибающей, ограничившись для простоты случаем нормального падения:

$$I^0(\mathbf{r}_\perp, \hat{\mathbf{n}}) = I_0 \delta_{\hat{\mathbf{n}} \hat{\mathbf{n}}_0} \exp[-(r_\perp/a)^2], \quad \hat{\mathbf{n}}_0 = (0, 0, -1). \quad (31)$$

Подставляя это выражение в (20) и выражая S согласно (28) — (30), после перехода к размерным координатам $\mathbf{r} = l_{\text{ext}} \mathbf{r}'$ для яркости отраженного излучения получаем

$$I(\mathbf{r}_\perp, \hat{\mathbf{n}}) = \frac{c}{4\pi} \frac{H(\mu)H(1)}{\mu+1} \left[1 + 2 \left(H(\mu)\psi(\mu) + \frac{1}{\mu+1} \right) \hat{\mathbf{n}} \mathbf{r}_\perp \frac{l_{\text{ext}}}{a^2} \right] \exp\left(-\frac{r_\perp^2}{a^2}\right) I_0, \quad (32)$$

где

$$H(\mu) = 1 + b\mu, \quad \psi(\mu) = \frac{c\mu}{2} \left[(1 - 2b\mu) \ln\left(1 + \frac{1}{\mu}\right) + b - \frac{1 - b\mu}{1 + \mu} \right].$$

В (32) единица в квадратных скобках отвечает приближению плоской волны, а второе слагаемое описывает перераспределение яркости отраженного излучения в плоскости $z=L$ за счет неоднородности падающего пучка (естественно, приближение (32) остается справедливым лишь до тех пор, пока второе слагаемое мало по сравнению с единицей). При интегрировании по плоскости $z=L$ в соответствии со сказанным выше (см. (8)) второе слагаемое обращается в нуль, так что неоднородность падающего пучка приводит лишь к пространственному перераспределению яркости выходящего излучения.

В заключение заметим, что в данной работе рассматривалась классическая теория переноса, не учитывающая каких-либо эффектов когерентности излучения. В частности, эта теория не описывает известного эффекта усиления обратного рассеяния и связанного с ним узкого (с угловой шириной порядка λ/l_{ext} , λ — длина волны) пика в рассеянии «назад», где волновые поправки приводят к удвоению интенсивности по сравнению с результатами теории переноса [4]. В последние годы исследование этих явлений, известных также под названием эффектов слабой локализации, уделяется большое внимание в литературе. Указанные когерентные эффекты также можно описывать методом инвариантного погружения [3], если за исходное принять уже не уравнение переноса, а волновое уравнение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии. — М.: ИЛ, 1953.
2. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. — М.: Мир, 1972.
3. Апресян Л. А. // Изв. вузов. Радиофизика 1987. Т. 30. № 8. С. 998.

4. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения. — М.: Наука. 1983.
5. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. — М.: Гостехиздат, 1956.
6. Лапидус И. И., Сюняев Р. А., Титорчук Л. Г. // *Астрофизика*. 1985. Т. 23. № 3. С. 503.

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
5 мая 1989 г.

THE INVARIANT IMBEDDING METHOD FOR THE RADIATION TRANSFER EQUATION AND DESCRIPTION OF FINITE BEAM SCATTERING

L. A. Apresyan

The invariant imbedding method is used for obtaining the equation which describes the reflection coefficient for scattering slab in the case of finite beams. The estimations for scattering on half space are given which enable one to go beyond the plane wave approximation.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.09

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЛЯ ИСТОЧНИКА ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ СРЕДЫ

А. Г. Нерух, И. Ю. Шаворыкина

Методом резольвенты решена задача о взаимодействии поля нестационарного векторного источника с трехмерной средой, диэлектрическая проницаемость которой скачкообразно изменяется во времени. Найдено точное выражение для поля после изменения среды, проведен анализ его пространственно-временной структуры.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 5830-В90. Деп. 20 ноября 1990 г.*

Аннотации депонированных статей

УСИЛЕНИЕ КОМБИНАЦИОННЫХ ЧАСТОТ В КОМПТОНОВСКОМ ЛАЗЕРЕ

С. В. Абаджян

Развита теория усиления комptonовского лазера в постоянном магнитном поле на комбинационных частотах. Показано, что за счет магнитного поля можно плавно перестраивать частоты усиливаемой волны до 10% если его напряженность изменится от нуля до 300 кГс.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 5208-В90. Деп. от 2 октября 1990 г.*

УДК 533.93

**РАСSEЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ
НА РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНОМ
ПЛАЗМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ
С ФЛУКТУАЦИЯМИ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ**

О. А. Соколова

Рассмотрена задача прохождения радиосигналов в область каустической тени, образующейся за радиально неоднородным плазменным цилиндром со статистически изотропными квазиоднородными флуктуациями концентрации электронов. Показано, что интенсивность поля в области каустической тени возрастает при наличии флуктуационного процесса в плазменном образовании. Приведены зависимости интенсивности поля в области тени от расстояния до области с критической концентрацией электронов и от интенсивности флуктуаций концентрации электронов. Рассмотрен характер поведения средней интенсивности поля как на самой каустике, так и в ее окрестности при наличии флуктуационного процесса в плазменном образовании.

В настоящее время для изучения ионосферных процессов и геомагнитного поля Земли особую роль приобретают методы активного зондирования, когда с борта метеоракеты или ИСЗ создают искусственные плазменные образования, например, путем инжекции электронных пучков или путем выброса паров легкоионизируемых металлов [1].

В процессе проведения этих экспериментов для получения с борта ИСЗ телеметрической информации используются, как правило, УКВ каналы связи. Устойчивость работы этих каналов связи является одним из важных вопросов при организации и проведении экспериментов. С этой целью в статье рассматривается модельная задача о прохождении электромагнитной волны в область каустической тени, образующейся за радиально неоднородным плазменным цилиндром со статистически изотропными квазиоднородными флуктуациями концентрации электронов, у которого среднее значение диэлектрической проницаемости изменяется по закону

$$\bar{\epsilon} = \begin{cases} 1 - b^2/r^2, & r < a \\ 1, & r \geq a \end{cases} \quad (1)$$

($a \gg b$), а функция корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости ϵ_1 описывается гауссовой кривой, при этом интенсивность флуктуаций σ_{ϵ_1} пропорциональна квадрату среднего значения концентрации электронов $\bar{N}_{эл}$:

$$B_{\epsilon_1}(r_1, r_2) = \sigma_{\epsilon_1} (\bar{N}_{эл}^2) \exp[-(\rho/\rho_0)^2] \quad (2)$$

или

$$B_{\epsilon_1}(R, \rho) = \frac{\alpha^2 b^4}{R^4} \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2\right], \quad (3)$$

где ρ_0 — радиус корреляции, $\rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, $2R = |\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|$, b — радиус плазменного образования по уровню критической концентрации электронов ($\bar{\epsilon} = 0$), a — внешний радиус плазменного цилиндра, α — параметр, характеризующий интенсивность флуктуации.

В дальнейшем будем полагать, что на плазменный цилиндр перпендикулярно его оси падает плоская волна, при этом выполняются неравенства $kb \gg 1$, $k\rho_0 \gg 1$, $\rho_0 \ll b$, а точка наблюдения расположена в области каустической тени на расстоянии $r > b$ от оси цилиндра (рис. 1, см. на вклейке). Для решения поставленной задачи воспользуемся методом интерференционного интеграла [2], который позволяет произвести корректное суммирование полей, обусловленных микромноголучевостью, как в освещенной области, так и в области каустической тени.

Для построения интерференционного интеграла лучевого типа воспользуемся алгоритмом, приведенным в [2], а именно: запишем рассеянное поле в виде

$$U(\mathbf{r}) = \int A_0(\mathbf{r}, p) \exp[ik(L_0 + L_1)] dp. \quad (4)$$

Здесь $L_0 = L_0(\mathbf{r}, p)$ — полный интеграл, определяемый из уравнения эйконала

$$\left(\frac{\partial L_0}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial L_0}{\partial \theta}\right)^2 = 1 - \frac{b^2}{r^2} \quad (5)$$

и удовлетворяющий на поверхности цилиндра ($r = a$) граничным условиям

$$L_0|_{r=a} = -a \cos \varphi; \quad (6)$$

$$\left.\frac{\partial L_0}{\partial p}\right|_{r=a} = 0. \quad (7)$$

Здесь $\theta = \varphi$ — угловая координата точек поверхности цилиндра.

Решая уравнение (5) методом разделения переменных с учетом условий (6), (7), получим

$$L_0(\mathbf{r}, p) = \sqrt{a^2 - r_n^2} \mp \sqrt{r^2 - r_n^2} - r_n \left\{ \arccos \left| \frac{r_n}{a} \right| \pm \arccos \left| \frac{r_n}{r} \right| \right\} + p(\theta - \varphi) - a \cos \varphi, \quad (8)$$

где r_n — точка поворота,

$$r_n^2 = p^2 + b^2, \quad p = a \sin \varphi. \quad (9)$$

Спектральная плотность, определяемая по формуле [2]

$$A_0(\mathbf{r}, p) = \sqrt{\frac{-ik}{2\pi\sqrt{\varepsilon(r)}}} \left(\frac{\partial^2 L_0}{\partial p^2}\right)^{1/2} \left|\frac{\partial}{\partial p} \nabla L_0\right|^{1/2} \left|\frac{\partial}{\partial p} \nabla L_0\right|_{r=a}^{-1/2}, \quad (10)$$

имеет вид

$$A_0(\mathbf{r}, p) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi\sqrt{a^2 - p^2}}} \left(\frac{a^2 - r_n^2}{r^2 - r_n^2}\right)^{1/4}. \quad (11)$$

Входящая в выражение (4) функция $L_1(\mathbf{r}, p)$ есть первое с учетом флуктуаций приближение для эйконала парциальной волны, которое в нашем случае можно записать как

$$L_1(\mathbf{r}, p) = \frac{1}{2} \left\{ \int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \right\} \frac{\varepsilon_1(r) r dr}{\sqrt{r^2 - r_n^2}}. \quad (12)$$

Рассматривая далее случай большой дисперсии фазы парциальных волн, из (4) можно получить [2]

$$\langle |U|^2 \rangle = \frac{\sqrt{2\pi}}{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|A_0(p)|^2}{G(p)} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial L_0 / \partial p}{G(p)}\right)^2\right] dp, \quad (13)$$

где $G^2(p) = \langle (\partial L_1 / \partial p)^2 \rangle$ — квадрат дисперсии отклонений луча, вычисленный в первом приближении теории возмущений.

Используя (12), выражение для $G(p)$ запишем в виде

$$G^2(p) = \frac{p^2}{4} \left\langle \left[\left(\int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \right) \frac{r_1 \varepsilon_1(r_1) dr_1}{(r_1^2 - r_n^2)^{3/2}} - \frac{r_1 \varepsilon_1(r_1)}{(r_1^2 - r_n^2)^{1/2}} \Big|_{r=r_n} \left(\frac{\partial r_n}{\partial p} \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \right) \frac{r_2 \varepsilon_1(r_2) dr_2}{(r_2^2 - r_n^2)^{3/2}} - \frac{r_2 \varepsilon_1(r_2)}{(r_2^2 - r_n^2)^{1/2}} \Big|_{r=r_n} \left(\frac{\partial r_n}{\partial p} \right) \right]^* \right\rangle. \quad (14)$$

Заметим, что в целом выражение (14) не имеет расходимости в точке $r=r_n$. Это легко показать, проинтегрировав по частям стоящие в выражении (14) интегралы. После преобразования получим

$$G^2(p) = \frac{p^2}{4} \left\langle \left| \left(\int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \right) \frac{d\varepsilon_1/dr_1}{Q^{1/2}(r_1)} dr_1 - \frac{\varepsilon_1(r)}{Q^{1/2}(r)} \right|^2 \right\rangle, \quad (15)$$

где r — точка наблюдения.

Далее, умножая почленно и проводя усреднение, приходим к выражению

$$G^2(p) = \frac{p^2}{4} \left(\int_{r_n}^a \int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \int_{r_n}^r \right) \frac{\partial^2 B_\varepsilon(r_1, r_2)}{\partial r_1 \partial r_2} Q^{-1/2}(r_1) Q^{-1/2}(r_2) dr_1 dr_2 + \\ + \frac{p^2}{4} \int_{r_n < r}^a \int_{r_n < r}^r \frac{\partial^2 B_\varepsilon(r, r_2)}{\partial r_1 \partial r_2} \left[Q^{-1/2}(r_1) Q^{-1/2}(r_2)^* + Q^{-1/2}(r_1)^* Q^{-1/2}(r_2) \right] \times \\ \times dr_1 dr_2 + \frac{p^2}{4} B_\varepsilon(r, r) Q^{-1}(r) - \frac{p^2}{4} \left(\int_{r_n}^a + \int_{r_n}^r \right) \frac{\partial B_\varepsilon(r, r_1)}{\partial r_1} \times \\ \times [Q^{-1/2}(r) Q^{-1/2}(r_1)^* + Q^{-1/2}(r)^* Q^{-1/2}(r_1)] dr_1. \quad (16)$$

Учитывая большой параметр задачи $q = b/\rho_0 \gg 1$, применим обобщенный метод Лапласа для вычисления интегралов, входящих в выражение (16)*. При этом следует отметить, что если для одномерных интегралов метод Лапласа как метод асимптотического разложения интеграла широко известен [3], то для двойного интеграла вида

$$I = \iint_S f(x, y) \exp[q\Phi(x, y)] dx dy, \quad (17)$$

где функция $\Phi(x, y)$ стационарна на некоторой линии γ , определяемой из условия $\nabla\Phi|_\gamma = 0$, и достигает на ней максимума, следует остановиться особо, поскольку именно этот случай реализуется в двойных интегралах, входящих в выражение (16).

* Следует отметить, что применить широко известную в статистической радиофизике процедуру [4], основанную на замене переменных $R=2(r_1+r_2)$, $\rho=r_1-r_2$ и пренебрежении зависимостью от ρ в амплитудных сомножителях, в нашем случае невозможно, поскольку функция $Q^{-1/2}(r_1)Q^{-1/2}(r_2) = (r_1^2 - r_n^2)^{-1/2}(r_2^2 - r_n^2)^{-1/2} = [(R+\rho/2)^2 - r_n^2]^{-1/2}[(R-\rho/2)^2 - r_n^2]^{-1/2}$, в случае если положить $\rho \equiv 0$, приобретает неинтегрируемую особенность в точке $R=r_n$.

Для получения асимптотического разложения интеграла (17) воспользуемся результатами работы [5], в которой рассмотрен случай стационарной линии для метода стационарной фазы. Обобщая результаты работы [5] на интегралы вида (17), можно записать

$$I = 2 \sum'_{n=1}^N q^{-n/2} I_n^{(\gamma)}, \quad (18)$$

где штрих означает, что сумма берется по нечетным n ,

$$I_n^{(\gamma)} = \frac{2^{n-1}}{(n-1)!} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \int_{\gamma} \Gamma_{n-1}^{(\gamma)} [2(\Phi_{xx}'' + \Phi_{yy}'')]^{-1/2} d\gamma; \quad (19)$$

$$F_n = \text{div} \{F_{n-1} \mathbf{A}\}, \quad F_1 = \text{div} \{f \mathbf{A}\}; \quad (20)$$

$$\mathbf{A} = \sqrt{|\Phi|} [\nabla \Phi / (\nabla \Phi)^2], \quad F_n^{(\gamma)} = \lim_{y-y_{\gamma} \rightarrow +} F_n(x, y). \quad (21)$$

Используя разложение (18) и учитывая интегрируемую особенность подынтегральных функций в точке $r_{1,2} = r_n$, после громоздких, но несложных выкладок выражение (16) можно привести к виду

$$G^2(p) \simeq (\alpha^2 b / \rho_0) (p^2 b^3 / r_n^5). \quad (22)$$

Учитывая, что амплитуда парциальных волн на участке интегрирования $r_n(p) > r$, т. е. $|p| > \sqrt{r^2 - b^2}$, экспоненциально мала относительно амплитуды парциальных волн в области интегрирования $r_n(p) \leq r$, т. е. $|p| \leq \sqrt{r^2 - b^2}$, окончательное выражение для средней интенсивности поля в области тени можно привести к виду

$$\langle |U|^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\sqrt{r^2 - b^2}}^{\sqrt{r^2 - b^2}} \frac{1}{G(p) \sqrt{r^2 - r_n^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial L_0 / \partial p}{G(p)}\right)^2\right] dp, \quad (23)$$

где учтено, что $a \rightarrow \infty$,

$$\frac{\partial L_0}{\partial p} = \theta - \frac{p}{r_n} \left[\pi - \arcsin\left(\frac{r_n}{r}\right) \right], \quad (24)$$

$r_n = \sqrt{p^2 + b^2}$, $G(p)$ определяется выражением (22).

На основе выражения (23) были проведены численные расчеты, результаты которых представлены на графиках рис. 2—4. На рис. 2 показаны зависимости интенсивности поля в области тени от удаления точки наблюдения от центра плазменного образования в направлении $\theta = 3,1$ при различных значениях параметра $C = \alpha^2 b / \rho_0$. На этом же рисунке пунктиром показана зависимость интенсивности поля в отсутствие флуктуаций, рассчитанная также методом интерференционного интеграла. Как показывает анализ, характер поведения средней интенсивности поля от расстояния при наличии флуктуаций качественно аналогичен характеру изменения интенсивности поля в отсутствие флуктуаций. Вместе с тем величина интенсивности поля в области тени, как и следовало ожидать, возрастает по мере роста параметра $C = \alpha^2 b / \rho_0$, характеризующего флуктуационный процесс в плазменном образовании. Важно при этом отметить, что при соблюдении ранее наложенных ограничений на малость интенсивности флуктуаций концентрации электронов $\alpha^2 \ll 1$, а также на размер неоднородностей $k\rho_0 \gg 1$ и $b \gg \rho_0$ рост средней интенсивности поля возможен как за счет увеличения интенсивности флуктуаций, т. е. увеличения параметра α , так и за счет уменьшения радиуса корреляции ρ_0 , т. е. уменьшения пространственного масштаба случайных неоднородностей. Физически это объясняется тем, что обе указанные причины приводят к увеличению интенсивности процесса образования микроручьевости, которая в дан-

ном случае ответственна за рост средней интенсивности поля в области каустической тени. Более наглядно характер нарастания средней интенсивности поля от параметра $C = \alpha^2 b / \rho_0$ представлен на рис. 3. В частности, из рисунка видно, что имеет место эффект насыщения роста интенсивности поля.

Представляет интерес рассмотреть характер поведения средней интенсивности поля как на самой каустике, так и в ее окрестности. В этой связи были проведены расчеты, результаты которых показаны на графике (рис. 4). Как следует из представленных зависимостей, интенсивность поля на каустике (кривая 1) с ростом параметра $C = \alpha^2 b / \rho_0$ уменьшается, в то же время в окрестности ее, а именно в области тени (кривая 2), нарастает. Указанный характер поведения поля в окрестности каустики подтверждает известный процесс стирания четкой границы света и тени в мутной среде.

Следует отметить, что представленные результаты качественно согласуются с характером просачивания поля в область каустической тени случайно-неоднородной среды, ранее рассматривавшейся на примере неоднородного плоского слоя в задачах ионосферного распространения радиоволн [6]. Однако специфика рассмотренной в данной статье дифракционной задачи на радиально неоднородном плазменном цилиндре с конечным радиусом b по уровню критической концентрации электронов проявилась в конкретных зависимостях средней интенсивности поля от радиуса плазменного образования и соотношения этого радиуса и пространственного масштаба флуктуаций, а также от интенсивности флуктуаций. В частности, если учесть, что радиус цилиндра по уровню критической концентрации электронов для закона (1) в силу дисперсионных свойств плазмы изменяется по закону $b \sim \lambda$, то дисперсия отклонения луча (22) будет функцией длины волны, а, следовательно, скорость спада средней интенсивности поля в области каустической тени будет зависеть от длины облучающей волны. В случае же плоского слоя такая зависимость, как известно [6], отсутствует.

В заключение автор глубоко благодарен за полезные советы и дискуссию Г. В. Макарову и А. П. Ярыгину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сагдеев Р. З., Жулин И. А. // Вестник АН СССР. 1975. № 12. С. 84.
2. Авдеев В. Б., Демин А. В., Ярыгин А. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 11. С. 1279.
3. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
4. Эрдейи А. Асимптотические разложения. — М.: Физматгиз, 1962. С. 48.
5. Конторович М. И., Каратыгин В. А., Розов В. А. // ЖВМ и МФ. 1970. Т. 10. № 4. С. 811.
6. Тинин М. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1983. Т. 26. № 1. С. 42.

Воронежский политехнический институт

Поступила в редакцию
12 июня 1989 г.

SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVE BY RADIALLY INHOMOGENEOUS PLASMA CYLINDER WITH FLUCTUATIONS OF THE ELECTRON DENSITY

O. A. Sokolova

The problem of radio signal passing into the region of caustic shadow formed behind the radially inhomogeneous plasma cylinder with statistical isotropic quasi-homogeneous fluctuations of the electron density is considered. It is shown that the field intensity increases in the region of caustic shadow in the presence of fluctuation in the plasma cylinder. Dependences of intensity of the field in the region of shadow on the distance to the region with critical density of electrons and on the intensity of fluctuations of the density of electrons are given. The character of behaviour of the mean intensity is considered on the caustic and in the vicinity of the caustic in the presence of fluctuations in the plasma cylinder.

УДК 551.521.14:535.361

ПОВОРОТ ТЕЛА ЯРКОСТИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЙ КОНСЕРВАТИВНЫЙ РАССЕИВАТЕЛЬ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

А. И. Кузовлев, В. С. Ремизович

Рассмотрено прохождение широкого пучка излучения через консервативный рассеиватель конечной толщины. Подробно проанализирован случай скользящего падения пучка на рассеивающий слой, когда отражение велико и им пренебрегать нельзя. Найдено простое аналитическое выражение для углового распределения прошедшего излучения. Исследовано явление поворота тела яркости за счет отражения излучения от рассеивающего слоя

1. Рассмотрим мононаправленный широкий поток излучения (например света), падающий на плоский рассеиватель толщиной L под углом ξ_0 к его поверхности. Если вещество слоя содержит крупномасштабные рассеивающие центры, размер которых значительно больше

длины волны света, $a \gg \lambda$ ($\lambda = \lambda/2\pi$), а их относительный показатель преломления $n_{отн} \sim 1$ (так же как, впрочем, и всего слоя как целого), то рассеяние на этих центрах носит резко анизотропный характер: $\langle \gamma^2 \rangle \ll 1$ (γ — угол однократного рассеяния). Будем также предполагать, что поглощение отсутствует ($\kappa = 0$) и толщина слоя не очень велика, так что средний квадрат угла многократного рассеяния мал $\langle (\theta - \theta_0)^2 \rangle_L \ll 1$ ($\theta_0 = \pi/2 - \xi_0$, θ — угол между направлением распространения фотонов и осью z , которая направлена по нормали к поверхности вещества). Тогда при наклонном падении на поверхность среды ($\xi_0 \gg 1$) проинтегрированная по азимуту интенсивность света $I(z; \theta)$ в приближении Фоккера—Планка по полярному углу определяется из уравнения переноса [1, 2]*

$$\cos \theta_0 \frac{\partial I(z, \theta)}{\partial z} = D \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial I}{\partial \theta}, \quad I(z=0; \theta) = \delta(\cos \theta - \cos \theta_0), \quad (1)$$

где D — коэффициент угловой диффузии, $D = (\sigma/2)(1 - \langle \cos \gamma \rangle)$, σ — показатель рассеяния. Граничное условие выражает то обстоятельство, что в случае наклонного падения при малоугловом рассеянии отраженным излучением можно пренебречь, так как $\xi_0^2 \gg \langle (\theta - \theta_0)^2 \rangle_L$. Интенсивность падающего излучения равна единице ($I_0 = 1$).

Решение (1) находится аналогично случаю нормального падения ($\cos \theta_0 = 1$) разложением интенсивности света в ряд по полиномам Лежандра [1]:

$$I(z; \theta) \approx \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} P_l(\cos \theta) P_l(\cos \theta_0) \exp \left\{ -\frac{Dz}{\cos \theta_0} l(l+1) \right\}. \quad (2)$$

Учитывая, что при малоугловом рассеянии в сумму дает вклад большое

*: Уравнение (1) записано в стандартном малоугловом приближении $\cos \theta (\partial/\partial z) \approx \cos \theta_0 (\partial/\partial z)$, когда не учитывается процесс искривления «траектории» фотонов из-за рассеяния. Связанные с учетом этого обстоятельства эффекты подробно изложены в работах [3-5].

число слагаемых, выражение (2) можно существенно упростить. Так, при падении, близком к нормальному ($\theta_0 \ll 1$), заменяя $P_l(\cos \theta)$ на $J_0(l\theta)$ [10] и переходя от суммирования к интегрированию, находим

$$I(z; \theta) \approx \frac{\cos \theta_0}{2Dz} \exp\left\{-\frac{\theta^2 + \theta_0^2}{4Dz} \cos \theta_0\right\} J_0\left(\frac{\cos \theta_0}{2Dz} \theta \theta_0\right) \quad (\theta_0 \ll 1). \quad (3a)$$

Здесь $J_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента [10]. При $\theta_0 \gg \sqrt{Dz/\cos \theta_0}$, заменяя $P_l(\cos \theta)$ на $\sqrt{2/\pi l \sin \theta} \cos[(l+1/2)\theta - \pi/4]$ [10], получаем

$$I(z; \theta) \approx \frac{\sqrt{\cos \theta_0}}{2 \sin \theta_0 \sqrt{\pi Dz}} \exp\left\{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{4Dz} \cos \theta_0\right\} \quad \left(\theta_0 \gg \sqrt{\frac{Dz}{\cos \theta_0}}\right). \quad (3b)$$

Таким образом, при наклонном падении интенсивность выходящего излучения на правой границе слоя $z=L$ имеет гауссовый (3б) или почти гауссовый (3а) вид по углу рассеяния. С увеличением толщины слоя значение наиболее вероятного угла прохождения остается одним и тем же (с той точностью, что и выражения (3): $\theta_{н.а} \approx \theta_0$). Поворот тела яркости, т. е. отличие $\theta_{н.в}$ от θ_0 , может возникнуть и при малоугловом рассеянии при наличии поглощения [8, 9] или, как показано ниже, даже в отсутствие поглощения, но когда нельзя пренебрегать отраженным потоком. Линейно с толщиной увеличивается дисперсия спектра $\langle (\theta - \theta_0)^2 \rangle_L = 4DL/\cos \theta_0$ * с одновременным уменьшением значения интенсивности в максимуме.

Так как при получении (2)–(3) мы пренебрегли отражением, то полный коэффициент прохождения слоя остается неизменным:

$$\omega_{пр} = \frac{1}{\cos \theta_0} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \cos \theta I(z=L; \theta) \simeq 1. \quad (4)$$

Коэффициент отражения в рассматриваемом приближении, естественно, равен нулю ($\omega_{отр} = 0$), так что ввиду консервативности процесса рассеяния ($\kappa=0$) выполняется условие сохранения полного числа фотонов:

$$\omega_{пр} + \omega_{отр} = 1. \quad (5)$$

2. Ситуация радикально изменяется при скользящем падении пучка света на поверхность рассеивающего слоя $\xi_0 \ll 1$. Хотя как и при наклонном падении из-за относительной малости толщины слоя ($4DL/\sin \xi_0 \ll 1$ полный угол рассеяния по-прежнему остается малым, тем не менее при малых углах скольжения величина этого угла может оказаться сравнимой или даже больше, чем ξ_0 . Это обстоятельство существенно меняет характер задачи и всю картину распространения излучения в рассеивающем слое. Здесь мы сталкиваемся с необычной физической ситуацией — малоугловым отражением излучения. Поскольку при скользящем падении излучения значительная его часть может отразиться от вещества ($\omega_{отр} \sim 1$), то при вычислении интенсивности проходящего излучения нельзя пренебрегать отраженным потоком (как при наклонном падении). Проблема вычисления интенсивности проходящего излучения не может быть теперь решена независимо, так как при консервативном рассеянии условие нормировки [5] должно выполняться при любых значениях угла скольжения ξ_0 .

Проинтегрированная по азимуту интенсивность распространяющегося в направлении ξ ($\xi = \pi/2 - \theta$) излучения на глубине z определяется по-прежнему из уравнения переноса типа (1), которое теперь имеет вид

* Таким образом, малоугловое приближение приводит к следующему ограничению на толщину рассеивающего слоя: $4DL/\cos \theta_0 \ll 1$.

$$\left(\cos\theta \frac{\partial}{\partial z} = \sin\xi \frac{\partial}{\partial z} \approx \xi \frac{\partial}{\partial z}, \quad \Delta_0 \approx \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)_{[11-15]} :$$

$$\xi \frac{\partial I(z; \zeta)}{\partial z} = D \frac{\partial^2 I(z, \zeta)}{\partial z^2}; \quad (6)$$

$$I(z=0; \zeta > 0) = \delta(\zeta - \zeta_0), \quad I(z=L; \zeta < 0) = 0. \quad (7)$$

Значения углов $\zeta > 0$ (т. е. $\theta < \pi/2$) соответствуют фотонам, распространяющимся в сторону правой границы среды ($z=L$). Отрицательные значения $\zeta < 0$ (т. е. $\theta > \pi/2$) соответствуют фотонам, движущимся в веществе обратно в сторону левой границы $z=0$.

В дальнейшем нас будут интересовать только угловые спектры фотонов, выходящих из среды, т. е. яркости поверхностей $z=L$ и $z=0$. Угловое распределение прошедших фотонов определяется функцией прохождения R_L , а отраженных фотонов ($\zeta = -|\zeta| < 0$) — функцией отражения S_L :

$$R_L = \xi I(z=L; \zeta > 0), \quad S_L = |\zeta| I(z=0; \zeta = -|\zeta|). \quad (8)$$

Величина $R_L d\xi$ численно равна числу фотонов, выходящих из среды через единицу площади поверхности $z=L$ в единицу времени в интервале углов $\xi \div \xi + d\xi^*$. Аналогичный смысл имеет и величина $S_L d|\zeta|$ по отношению к отраженным фотонам. Поскольку за единицу времени через единицу площади в среду попадает ξ_0 фотонов, то дифференциальные коэффициенты прохождения и отражения связаны с R_L и S_L соотношениями

$$\frac{dw_{\text{пр}}}{d\xi} = \frac{1}{\xi_0} R_L(\xi; \zeta_0), \quad \frac{dw_{\text{отр}}}{d|\zeta|} = \frac{1}{\xi_0} S_L(|\zeta|; \zeta_0). \quad (9)$$

3. В работе [14] с помощью метода собственных функций была получена следующая система интегральных уравнений для функций отражения и прохождения, проинтегрированных по азимуту:

$$\int_0^{\infty} S(\alpha; \alpha_0) \mathcal{E}(\nu\alpha) d\alpha + \exp(-\nu^3) \int_0^{\infty} R(\beta; \alpha_0) \mathcal{E}(-\nu\beta) d\beta = \alpha_0 \mathcal{E}(-\nu\alpha_0), \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} \bar{S}(\alpha; \alpha_0) \mathcal{E}(-\nu\alpha) d\alpha + \exp(\nu^3) \int_0^{\infty} R(\beta; \alpha_0) \mathcal{E}(\nu\beta) d\beta = \alpha_0 \mathcal{E}(\nu\alpha_0).$$

Здесь $\alpha = |\xi|/\sqrt[3]{DL}$, $\alpha_0 = \xi_0/\sqrt[3]{DL}$, $\beta = \xi/\sqrt[3]{DL}$, $\mathcal{E}(x)$ — функция Эйри [14]. Система (10) должна быть решена при произвольных значениях $0 \leq \nu < \infty$. В [14] указан метод решения этой системы уравнений и определена функция отражения, выражение для которой оказалось неожиданно простым:

$$S(\alpha; \alpha_0) = \frac{3}{2\pi} \exp\left\{-\frac{\alpha_0^3 + \alpha^3}{9}\right\} \left[\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{3/2} + \left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^{3/2} \right]^{-1}. \quad (11)$$

С учетом (9) дифференциальный коэффициент обратного рассеяния имеет вид

$$\frac{dw_{\text{отр}}}{d|\psi|} = \frac{3}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1 + |\psi|^3}{\sigma_L}\right\} (|\psi|^{3/2} + |\psi|^{-3/2})^{-1}. \quad (12)$$

* Для наклонного падения не имело смысла различать интенсивность прошедшего излучения и яркость правой поверхности среды $z=L$, так как в рассмотренном приближении $\cos\theta(\partial/\partial z) \sim \cos\theta_0(\partial/\partial z)$ эти величины отличаются постоянным коэффициентом.

Здесь $|\psi| = |\xi|/\xi_0$ — приведенный угол отражения фотонов. Значение параметра σ_L определяется выражением

$$\sigma_L = 9DL/\xi_0^3. \quad (13)$$

Параметр σ_L имеет простой физический смысл: его величина пропорциональна отношению среднего квадрата угла многократного рассеяния на длине L/ξ_0 к квадрату угла скольжения ξ_0^2 . Чем больше значение σ_L , тем с большей вероятностью будет происходить отражение фотонов и тем меньше будет интенсивность прошедшего излучения. Если в выражении (12) положить $L \rightarrow \infty$ ($\sigma_L \rightarrow \infty$), то $d\omega_{\text{отр}}/d|\psi| = (3/2\pi) [|\psi|^{3/2} + |\psi|^{-3/2}]^{-1} = S_\Phi$, что описывает проинтегрированный по азимуту угловой спектр фотонов, упруго отраженных от полубесконечного консервативного рассеивателя [16]. (Впервые эта задача была решена Фирсовым в 1966 г. [11].) Здесь следует отметить, что в случае малоуглового отражения излучения от полубесконечного слоя вещества ($L = \infty$) задачу удалось решить в значительно большем объеме. Определен коэффициент обратного рассеяния в зависимости от обоих углов $|\xi|$ и φ [12], а также с учетом поглощения фотонов [13]. Кроме того, в работе [17] вычислена функция отражения излучения от полубесконечной среды, когда индикатриса рассеяния спадает с увеличением угла однократного рассеяния по степенному закону $\chi(\gamma) \sim \gamma^{-\delta}$ для $\delta < 4$, т. е. для случая, когда процесс рассеяния не описывается приближением Фоккера — Планка [18].

Теперь, зная функцию отражения $S(\alpha; \alpha_0)$, можно определить и функцию прохождения $R(\beta; \alpha_0)$, например, из первого уравнения системы (10):

$$\int_0^\infty R(\beta; \alpha_0) \mathcal{E}(-\nu\beta) d\beta = \exp(\nu^3) \left\{ \alpha_0 \mathcal{E}(-\nu\alpha_0) - \frac{3}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\mathcal{E}(\nu\alpha) d\alpha}{(\alpha/\alpha_0)^{3/2} + (\alpha_0/\alpha)^{3/2}} \exp\left[-\frac{\alpha_0^3 + \alpha^3}{9}\right] \right\}. \quad (14)$$

Формально решение интегрального уравнения (14) не представляет труда, так как его ядро $\mathcal{E}(-\nu\beta)$ зависит от произведения ν и β . Такие уравнения решаются с помощью преобразования Меллина [19]. (Подробное решение уравнения для $S_\Phi(|\psi|)$, которое аналогично уравнению (14), приведено в [16].) Однако, хотя методическая сторона нахождения решения уравнения (14) для функции прохождения не вызывает трудностей, техническое выполнение промежуточных вычислений очень объемно и весьма нетривиально. Опуская все эти громоздкие вычисления (подробно они изложены в [20]), приведем сразу конечный результат. Удалось получить сравнительно простые выражения для проинтегрированного по азимуту дифференциального коэффициента прохождения излучения в виде ряда

$$\frac{d\omega_{\text{пр}}(\psi; \sigma_L)}{d\psi} = 3 \exp\left\{-\frac{1 + \psi^3}{\sigma_L}\right\} \sum_{n=1}^\infty \frac{(\psi^{3/2}/\sigma_L)^{2n-1}}{\Gamma(n + (1/6))\Gamma(n - (1/6))} \quad (15)$$

и в виде интеграла

$$\frac{d\omega_{\text{пр}}(\psi; \sigma_L)}{d\psi} = \frac{9}{\pi} \frac{\psi^{3/2}}{\sigma_L} \exp\left\{-\frac{1 + \psi^3}{\sigma_L}\right\} \int_0^1 dx \operatorname{ch} \left[\frac{\psi^{3/2}}{\sigma_L} (1 - x^2) \sqrt{4 - x^2} \right], \quad (16)$$

где Γ — гамма-функция Эйлера, а σ_L по-прежнему определяется выражением (13). Таким образом, в терминах приведенного угла прохожде-

ния $\psi = \zeta/\zeta_0$ угловое распределение прошедшего излучения зависит от угла скольжения ζ_0 , рассеивающих свойств среды D и толщины слоя L посредством единственного параметра σ_L . Интегрируя (15) по всем углам вылета, получим следующее выражение для полного коэффициента прохождения излучения через слой:

$$\omega_{\text{пр}}(\sigma_L) = \int_0^\infty d\psi \frac{d\omega_{\text{пр}}(\psi; \sigma_L)}{d\psi} = 1 - \frac{\Gamma(1/6; 1/\sigma_L)}{\Gamma(1/6)}. \quad (17)$$

Здесь $\Gamma(1/6; 1/\sigma_L)$ — неполная гамма-функция. Для тонкого слоя вещества ($\sigma_L \ll 1$) и относительно толстых рассеивателей ($\sigma_L \gg 1$) выражение (17) существенно упрощается:

$$\omega_{\text{пр}}(\sigma_L \ll 1) \sim 1 - 0,18\sigma_L^{5/6} \exp(-1/\sigma_L), \quad \omega_{\text{пр}}(\sigma_L \gg 1) \approx 1,08\sigma_L^{-1/6}. \quad (18)$$

Как и следовало ожидать, при прохождении излучения через тонкий рассеивающий слой $\omega_{\text{пр}}$ близок к единице. Наоборот, с увеличением толщины слоя $\omega_{\text{пр}}$ уменьшается. Здесь следует отметить, что если из выражения (12) определить полный коэффициент отражения излучения,

то получим, [14], $\omega_{\text{отр}} = \frac{\Gamma(1/6; 1/\sigma_L)}{\Gamma(1/6)}$. Таким образом, условие нор-

мировки (5) выполняется абсолютно точно. Это обстоятельство, конечно косвенно, подтверждает правильность вычислений, приведших к выражениям (15), (16).

4. Проанализируем зависимость характера углового спектра прошедшего излучения от толщины рассеивающего слоя L . Если слой достаточно тонкий, $DL \ll \zeta_0^3$, т. е. $\sigma_L \ll 1$, то в наиболее интересной области углов $\zeta \sim \zeta_0$, т. е. $\psi \sim 1$, интеграл в (16) можно вычислить методом перевала:

$$\frac{d\omega_{\text{пр}}}{d\psi} \approx \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\psi^{3/2}}{\pi\sigma_L}} \exp\left\{-\frac{(1-\psi^{3/2})^2}{\sigma_L}\right\} \quad (\sigma_L \ll 1). \quad (19)$$

В предельном случае бесконечно тонкого слоя ($\sigma_L \rightarrow 0$) из (19) получаем, что $d\omega_{\text{пр}}/d\psi = \delta(1-\psi)$, т. е., как и должно быть, излучение проходит через такой слой, не рассеиваясь ($\zeta = \zeta_0$), так что $\omega_{\text{пр}} = 1$, а $\omega_{\text{отр}} = 0$. В обратном случае $DL \gg \zeta_0^3$, т. е. $\sigma_L \gg 1$, в широкой области углов $\psi \ll \sigma_L^{3/2}$ можно ограничиться несколькими первыми членами ряда (15):

$$\frac{d\omega_{\text{пр}}}{d\psi} \approx \left(\frac{9}{\pi\sigma_L} \psi^{3,2} + \dots\right) \exp\left\{-\frac{1+\psi^3}{\sigma_L}\right\} \quad (\sigma_L \gg 1). \quad (20)$$

Выражения (19), (20) позволяют вычислить значение наиболее вероятного угла прохождения $\zeta_{\text{н.в}}$ при малых и больших значениях параметра σ_L :

$$\zeta_{\text{н.в}}(\sigma_L \ll 1) \approx \zeta_0 \left(1 + \frac{\sigma_L}{6}\right), \quad \zeta_{\text{н.в}}(\sigma_L \gg 1) \approx \zeta_0 \sqrt[3]{\frac{\sigma_L}{2}}. \quad (21)$$

Интересно отметить, что при $\sigma_L \gg 1$ значение наиболее вероятного угла вылета фотонов перестает зависеть от угла скольжения

$$\zeta_{\text{н.в}}(\sigma_L \gg 1) \approx \sqrt[3]{\frac{9}{2} DL}, \quad (22)$$

а определяется только толщиной слоя L и коэффициентом угловой диффузии D . Поскольку при малоугловом рассеянии толщина слоя ограничена условием $DL \ll 1$, то значение $\zeta_{\text{н.в}}(\sigma_L \gg 1)$ остается малым,

Соотношения (21), а также численный анализ спектра прошедшего излучения (15), (16) показали, что значение наиболее вероятного угла прошедшего излучения при произвольных σ_L определяется следующей приближенной формулой:

$$\zeta_{н.в.} \approx \zeta_0 \left(1 + \frac{1}{2} \sigma_L \right)^{1/3}. \quad (23)$$

Наибольшая погрешность ($\sim 3-5\%$) наблюдается при $\sigma_L = 3$. Выражение (23) позволяет решить обратную задачу теории переноса, определив значение σ_L через экспериментально наблюдаемые величины: угол скольжения ζ_0 и наиболее вероятный угол прохождения излучения $\zeta_{н.в.}$:

$$\sigma_L = 2 \left(\frac{\zeta_{н.в.}}{\zeta_0} - 1 \right)^3, \quad \text{т. е.} \quad DL = \frac{2}{9} (\zeta_{н.в.} - \zeta_0)^3. \quad (24)$$

Тем самым представляется возможность по положению максимума выходящего из слоя излучения определить его толщину L , если известен коэффициент угловой диффузии D , или его коэффициент угловой диффузии D , если известна толщина слоя L . Графики зависимости $\zeta_{н.в.}$ от σ_L , рассчитанные численно по формулам (15), (16) (кривая 1) и с помощью приближенного выражения (23) (пунктирная кривая), представлены на рис. 1 (рис. см. на вклейке).

Таким образом, с увеличением толщины рассеивающего слоя значение наиболее вероятного угла вылета фотонов, прошедших через слой, монотонно увеличивается от начального значения ζ_0 (при $L \rightarrow 0$) в сторону нормали к поверхности среды (т. е. к зенитному положению). Тем самым имеет место эффект поворота тела яркости. Следует отметить, что поворот тела яркости наблюдается в сильно поглощающей среде и при падении светового потока под не слишком малым углом к поверхности ($\zeta_0^2 \gg \langle \theta^2 \rangle_\infty$, где $\langle \theta^2 \rangle_\infty = 2\sqrt{2D/\kappa}$ — средний квадрат угла рассеяния в глубинном режиме [5]), когда отражением еще можно пренебречь. В этом случае причина поворота тела яркости к зенитному положению (в глубинном режиме $\theta_{н.в.} \rightarrow 0$) связана с наличием сильного поглощения в среде ($\kappa \gg D$) и искривлением «траектории» фотонов из-за упругого рассеяния. Проблема поворота тела яркости в сильно поглощающих и резко рассеивающих средах подробно изложена в работах [8, 9]. Что же касается рассматриваемого нами случая, то, хотя рассеяние предполагалось чисто упругим ($\kappa = 0$), тем не менее поворот тела яркости имеет место. Увеличение наиболее вероятного угла в спектре прошедшего излучения с ростом толщины слоя теперь вызвано совершенно другой физической причиной — возможностью фотоном выйти из рассеивающего слоя через переднюю границу, т. е. наличием отражения. Действительно, те фотоны, которые из-за рассеяния будут отклоняться в сторону углов $\zeta < \zeta_0$, будут иметь большую вероятность вылететь из слоя через плоскость $z=0$. Такие фотоны уже «выбывают из игры», поэтому происходит обеднение светового потока фотонами, движущимися под углами $\zeta < \zeta_0$. Это и приводит в конечном итоге к смещению максимума в спектре прошедшего излучения в область больших углов $\zeta_{н.в.} (z=L) > \zeta_0$, т. е. к повороту тела яркости.

На рис. 2 представлены проинтегрированные по азимуту угловые распределения прошедшего (сплошные кривые) и отраженного (пунктирные кривые, рассчитанные по формуле (12)) излучения для различных значений параметра σ_L (кривая 1 — $\sigma_L = 2$, 2 — $\sigma_L = 10$, 3 — $\sigma_L = 1000$). Видно, что с увеличением толщины слоя величина максимума в угловом спектре прошедшего излучения уменьшается, а в спектре отраженного излучения увеличивается; спектры прошедшего и отраженного излучения уширяются.

Выражение (15) позволяет рассчитать среднее значение угла вылета фотонов:

$$\langle \psi \rangle_{\text{np}} = \left(\int_0^{\infty} d\omega_{\text{np}} \right)^{-1} \int_0^{\infty} \psi d\omega_{\text{np}} = \frac{\Gamma(1/6)}{12\pi} \frac{12\pi + \Gamma(1/6)\Gamma(-1/6; 1/\sigma_L)}{\Gamma(1/6) - \Gamma(1/6; 1/\sigma_L)}. \quad (25)$$

При малых и больших значениях σ_L из (25) получаем

$$\langle \xi \rangle_{\text{np}} \approx \xi_0 (1 + 0,18\sigma_L^{5/6} \exp(-1/\sigma_L)), \quad \sigma_L \ll 1, \quad (26)$$

$$\langle \xi \rangle_{\text{np}} \approx 0,82\xi_0\sigma_L^{1/3} = 0,82\sqrt[3]{9DL}, \quad \sigma_L \gg 1,$$

т. е. при относительно больших толщинах ($\sigma_L \gg 1$) средний угол прохождения излучения, так же как и наиболее вероятный угол $\xi_{\text{н.в}}$ не зависят от угла скольжения ξ_0 . На рис. 1 приведен график зависимости среднего угла вылета фотонов от σ_L (кривая 2).

Выражение (26) позволяет нам а posteriori определить область применимости полученных выше результатов, в основе которых лежало предположение о малости углов рассеяния фотонов: $\langle \xi \rangle_{\text{np}} \ll 1$. Из (26) находим, что это условие будет выполняться, если

$$\sigma_L \lesssim 1,8 \cdot \xi_0^{-3}, \quad \text{т. е. } DL \lesssim 0,2. \quad (27)$$

Условие (27) накладывает ограничение на толщину рассеивателя сверху. Имеется и ограничение на толщину рассеивателя снизу ($\sigma_L/\xi_0 \gg 1$). Это условие возникает из требования наличия существенно многократно рассеянной компоненты в спектре прошедшего излучения. Только в этом случае для описания процесса переноса излучения допустимо использование приближения Фоккера—Планка.

5. В работе [21] приведены таблицы численных расчетов угловых распределений проинтегрированной по азимуту интенсивности излучения, прошедшего через плоские консервативные слои. Расчеты проведены для индикатрисы Хеньи—Гринштейна с $\langle \cos \gamma \rangle = 0,875$, слоев с оптической толщиной $\tau = \sigma \cdot L = 0,5; 1; 2; 4; 8$ и углов скольжения $\xi_0 = 5,7; 17,5; 30; 44,4; 64,6; 90^\circ$.

К сожалению, количественного сравнения приведенных расчетов с аналитическими результатами данной работы провести нельзя, т. к. индикатриса Хеньи—Гринштейна недостаточно быстро убывает с увеличением угла рассеяния и для нее использование приближения Фоккера—Планка не обосновано [18]. Однако анализ таблиц показал, что качественно все сделанные выше выводы подтверждаются. Так, для слоев с оптическими толщинами, удовлетворяющими неравенству $4DL/\cos \theta_0 \lesssim 1$ (т. е. $2(1 - \langle \cos \gamma \rangle) \cdot \tau / \cos \theta_0 \lesssim 1$), и углов $\xi_0 \gtrsim 1$ наиболее вероятный угол прохождения совпадает с ξ_0 , т. е. поворота тела яркости нет. При углах скольжения $\xi_0 = 5,7; 17,5^\circ$ для всех слоев наблюдается поворот тела яркости. Для слоев с оптическими толщинами, удовлетворяющими неравенствам $0,1\xi_0^3 \ll DL \lesssim 0,2$, наиболее вероятный угол в спектре прошедшего излучения слабо зависит от угла скольжения $\xi_0 = 5,7; 17,5^\circ$, что совпадает с аналогичным утверждением (2).

При сравнении полных коэффициентов прохождения было обнаружено совпадение с 10—15-процентной точностью численных расчетов с нашими результатами. Это наводит на мысль, что для вычисления интегральных характеристик углового спектра использование приближения Фоккера—Планка не столь критично по отношению к виду индикатрисы рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wang M. C., Guth E. // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 1092.
2. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. — М.: Наука, 1972.—335 с
3. Долин Л. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9. № 1. С. 61.
4. Ремизович В. С., Rogozkin D. B., Ryzanov M. I. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 8. С. 891.
5. Ремизович В. С., Rogozkin D. B., Ryzanov M. I. // Изв. АН СССР. ФАО. 1982. Т. 18. № 6. С. 623.

6. Долги Л. С. // Изв. АН СССР. ФАО. 1983. Т. 19. № 4. С. 400.
7. Долги Л. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983, Т. 26. № 3. С. 300.
8. Зеге Э. П., Полонский И. Н., Чайковская Л. И. // Изв. АН СССР. ФАО. 1987. Т. 23. № 5. С. 486.
9. Ремизович В. С., Шехмаматьев Ш. А. Препринт МИФИ № 047—88. М., 1988.
10. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1963. — 1100 с.
11. Фирсов О. Б. // ДАН СССР. 1966. Т. 169. № 6. С. 1211.
12. Ремизович В. С., Рязанов М. И., Тилинин И. С. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 2. С. 448.
13. Ремизович В. С., Рязанов М. И., Тилинин И. С. // Изв. АН СССР. ФАО. 1981. Т. 17. № 8. С. 880.
14. Кузовлев А. И., Ремизович В. С. // Изв. АН СССР. ФАО. 1984. Т. 20. № 10. С. 929.
15. Кузовлев А. И., Ремизович В. С. Препринт МИФИ № 038-86. М., 1986.
16. Калашников Н. П., Ремизович В. С., Рязанов М. И. Столкновение быстрых заряженных частиц в твердых телах. — М.: Атомиздат, 1980. — 272 с.
17. Ремизович В. С. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 2. С. 506.
18. Малеев С. В., Таперверг Б. П. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. Вып. 1. С. 315.
19. Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. — М.: Наука, 1974. — 542 с.
20. Кузовлев А. И. Диссертация. М., МИФИ, 1987.
21. Van de Hulst H. C. Multiple light scattering (Tables, formulae and applications). — N. Y.: Acad. Press. 1980. V. 2.

Московский инженерно-физический
институт

Поступила в редакцию
4 апреля 1989 г.

THE BRIGHTNESS BODY ROTATION IN THE PROBLEM OF RADIATIVE TRANSFER THROUGH THE FLAT CONSERVATIVE SCATTERER OF FINITE THICKNESS

A. I. Kuzovlev, V. S. Remizovich

The problem of the wide radiation beam transmission through the conservative scatterer of finite thickness is considered. The case of the grazing incidence and strong reflection is analysed in details. A simple analytic expression for the angular distribution of the transmitted radiation is obtained. The effect of the brightness body rotation due to reflection of radiation is investigated.

УДК 621.372.413

РАСЧЕТ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭКРАНИРОВАННЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

В. С. Добромыслов, В. И. Калинин, А. В. Крюков

Разработан алгоритм расчета спектра собственных колебаний экранированных дисковых диэлектрических резонаторов. В качестве электродинамической модели использована структура, состоящая из соосно расположенных диэлектрических дисков, размещенных в цилиндрическом металлическом экране. Алгоритм основан на представлении поля в различных областях резонатора в виде суммы E - и H -цилиндрических волн и обладает сравнительно быстрой сходимостью и быстродействием.

Проведено сравнение с результатами других работ, а также с экспериментальными данными.

Диэлектрические резонаторы (ДР) находят все более широкое применение в технике СВЧ. Они с успехом используются для фильтрации сигналов, высокоточного измерения параметров материалов, стабилизации частоты СВЧ генераторов. В различного рода фильтрах СВЧ получили распространение ДР из керамических материалов (твердотельные ДР) на низших типах колебаний. Добротность подобного типа резонаторов, как правило, не превосходит $(6 \div 8) \cdot 10^3$. На основе твердотельных ДР разработаны и применяются разнообразные СВЧ генераторы [1].

Помимо твердотельных ДР получили распространение дисковые ДР из высококачественных диэлектриков (поликор, кварц, сапфир). Их отличительная особенность — очень малый уровень излучения и, как следствие, возможность реализации высоких величин добротности [2]. В настоящее время в ДР из лейкосапфира на частоте $f = 10$ ГГц достигнуты добротности азимутальных колебаний вплоть до $2,6 \cdot 10^5$ при комнатной температуре и $1,3 \cdot 10^9$ при температуре жидкого гелия [3].

Диэлектрические резонаторы с азимутальными колебаниями позволяют создавать на их основе СВЧ генераторы с уникально низким уровнем фазовых шумов [4]. Наиболее приемлемым для технических устройств СВЧ конструктивным вариантом ДР с азимутальными колебаниями являются экранированные резонаторы. Экран выполняет функцию защиты резонатора от внешней среды, не допускает собственного излучения резонатора и может быть использован для его термостатирования. Размеры диэлектрического диска в экранированном ДР существенно (в 2—3 раза) меньше размеров открытых дисковых ДР при одном и том же высоком уровне добротности, что важно в длинноволновой области СВЧ диапазона, особенно с учетом значительной стоимости высококачественных кристаллов.

Свойство высокой добротности экранированных ДР с азимутальными колебаниями реализуется благодаря так называемому диэлектрическому эффекту (эффекту концентрации электромагнитного поля в диэлектрике). В этом режиме потери в металлических стенках малы и составляют лишь незначительную часть от потерь в диэлектрике [5]. С этим обстоятельством связаны хорошие перспективы практического внедрения экранированных ДР с азимутальными колебаниями в устройствах стабилизации частоты. Так, например, в работе [6] приведены экспериментальные данные о свойствах резонатора, представляющего собой ниобиевый сверхпроводящий экран с размещенным внутри диском из сапфира, и показано, что такие резонаторы могут найти применение в высокостабильных колебательных системах, узкополос-

ных фильтрах и стандартах частоты. В связи с этим разработка алгоритма расчета спектра азимутальных колебаний экранированных ДР представляет актуальную задачу, имеющую теоретический и практический интерес.

В настоящее время для расчета спектра собственных колебаний ДР разработаны различные приближенные методы с погрешностью расчета резонансных частот от единиц до десятых долей процента [7-9]. Известные строгие методы анализа позволяют существенно повысить точность [10-12], однако при численной реализации приводят к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), матричные элементы которых содержат медленно сходящиеся бесконечные ряды, что снижает эффективность предлагаемых алгоритмов. Кроме того, опубликованные результаты расчетов в этих работах ограничиваются только случаем низших типов колебаний.

В данной работе используется один из вариантов метода частичных областей. Поля резонатора представляются в виде бесконечных сумм цилиндрических E - и H -волн соответствующих частичных областей. Получаемая в результате сшивания полей система интегродифференциальных уравнений решается методом Галеркина. Использование проекционного и координатного базисов аналогично [13] позволяет провести суммирование бесконечных рядов, входящих в матричные элементы СЛАУ. Такой подход оказывается особенно удобным при анализе многослойных дисковых ДР, составленных из слоев с различной диэлектрической проницаемостью. Предлагаемый алгоритм позволяет исследовать различные типы ДР. При этом вид матричных элементов СЛАУ не зависит от типа анализируемого резонатора. Соответствующие подпрограммы могут быть выполнены достаточно универсальными, так что описание ДР различных типов допускается на уровне входных данных. Первые результаты в этом направлении опубликованы в [14].

1. Метод анализа. В настоящей работе решается внутренняя задача по определению частот собственных колебаний экранированного дискового диэлектрического резонатора, модель которого представлена на рис. 1. Резонатор содержит две цилиндрические области, представляющие собой многослойные магнитодиэлектрические структуры. Центральная область (область I) радиуса a характеризуется тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}_i(z)$ и тензором магнитной проницаемости $\hat{\mu}_i(z)$, внешняя область (область II) — тензорами $\hat{\epsilon}_e(z)$ и $\hat{\mu}_e(z)$. Верхний экран ($z=L$), как и нижний ($z=0$), может быть либо электрическим, либо магнитным. Внешняя область II ограничена идеально проводящим цилиндрическим экраном с радиусом b ($b \geq a$).

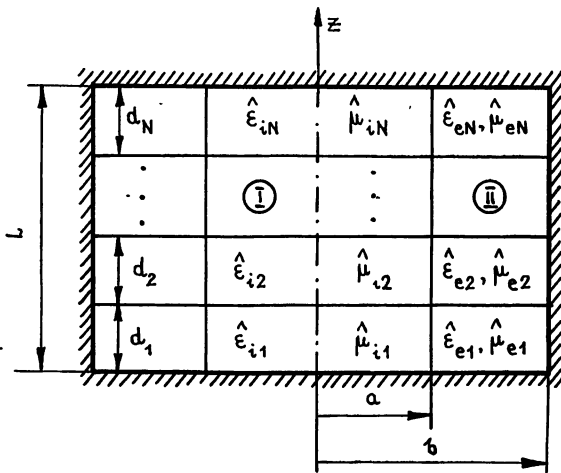


Рис. 1. Экранированный диэлектрический резонатор.

С целью упрощения записи будем использовать нормированные уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \bar{H} = j \hat{\epsilon}(\bar{z}) \bar{E}, \quad \operatorname{rot} \bar{E} = -j \hat{\mu}(\bar{z}) \bar{H}, \quad (1)$$

в которых линейные координаты нормированы на волновое число свободного пространства $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ($k_0 r \rightarrow \bar{r}$, $k_0 z \rightarrow \bar{z}$), а векторы поля — на $\sqrt{W_0}$, где $W_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ — волновое сопротивление свободного пространства ($E / \sqrt{W_0} \rightarrow \bar{E}$, $H \cdot \sqrt{W_0} \rightarrow \bar{H}$)*.

Рассмотрим случай ориентированных по координате \bar{z} одноосных кристаллических материалов, когда диагональные тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости имеют вид

$$\hat{\epsilon}(\bar{z}) = \begin{vmatrix} \epsilon_{\perp}(\bar{z}) & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp}(\bar{z}) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel}(\bar{z}) \end{vmatrix}, \quad \hat{\mu}(\bar{z}) = \begin{vmatrix} \mu_{\perp}(\bar{z}) & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp}(\bar{z}) & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel}(\bar{z}) \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Поля в каждой частичной области выразим в виде суперпозиции цилиндрических E - и H -волн многослойной экранированной структуры. Для этого аксиальные составляющие поля E и H запишем как

$$\bar{E}_{sz} = \bar{E}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) \begin{pmatrix} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix} = \sum_{p=1}^{\infty} R_{sp}^E(\bar{r}) \frac{f_{sp}^E(\bar{z})}{\epsilon_{s\parallel}(\bar{z})} A_{sp} \begin{pmatrix} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\bar{H}_{sz} = j \bar{H}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} = j \sum_{q=1}^{\infty} R_{sq}^H(\bar{r}) \frac{f_{sq}^H(\bar{z})}{\mu_{s\parallel}(\bar{z})} B_{sq} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix},$$

где $s=i, e$ — индекс области (i — центральная область, e — внешняя область), A_{sp} , B_{sq} — амплитудные коэффициенты, n — азимутальный индекс, характеризующий количество вариаций поля по азимутальной координате.

Функции $f_{sp}^E(\bar{z})$ и $f_{sq}^H(\bar{z})$ являются функциями поперечного сечения E - и H -волн многослойной экранированной структуры и представляют собой решение соответствующей задачи Штурма—Лиувилля: для E -волн

$$\epsilon_{s\parallel}(\bar{z}) \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{\epsilon_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{sp}^E}{\partial \bar{z}} \right) + (\epsilon_{s\parallel}(\bar{z}) \mu_{s\perp}(\bar{z}) - U_{sEp}^2) f_{sp}^E(\bar{z}) = 0 \quad (4)$$

с граничными условиями $f_{sp}^E = 0$ на магнитном экране и $\partial f_{sp}^E / \partial \bar{z} = 0$ — на электрическом экране; для H -волн

$$\mu_{s\parallel}(\bar{z}) \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{\mu_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{sq}^H}{\partial \bar{z}} \right) + (\epsilon_{s\perp}(\bar{z}) \mu_{s\parallel}(\bar{z}) - U_{sHq}^2) f_{sq}^H(\bar{z}) = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями $f_{sq}^H = 0$ на электрическом экране и $\partial f_{sq}^H / \partial \bar{z} =$

* Здесь и ниже черта над символами обозначает соответствующие нормированные величины.

$= 0$ — на магнитном экране. Здесь U_{sEp} и U_{sHq} — коэффициенты замедления E - и H -волн многослойной экранированной структуры в соответствующей частичной области.

Системы функций $\{f_{sp}^E\}$ и $\{f_{sq}^H\}$ образуют полные ортогональные базисы. Условия ортогональности с учетом нормировки имеют вид

$$\int_0^{\bar{L}} \frac{1}{\epsilon_{s\parallel}(\bar{z})} f_{sp}^E(\bar{z}) f_{sq}^E(\bar{z}) d\bar{z} = \delta_{pq}, \quad \int_0^{\bar{L}} \frac{1}{\mu_{s\parallel}(\bar{z})} f_{sp}^H(\bar{z}) f_{sq}^H(\bar{z}) d\bar{z} = \delta_{pq}, \quad (6)$$

где δ_{pq} — символ Кронекера. Кроме того, используя (4) и (5), нетрудно показать, что функции $f_{sp}^E(\bar{z})$ и $f_{sq}^H(\bar{z})$ удовлетворяют следующему соотношению:

$$\frac{1}{U_{sEp}^2} \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{sq}^H(\bar{z})}{\mu_{s\parallel}(\bar{z}) \epsilon_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{sp}^E(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z} + \frac{1}{U_{sHq}^2} \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{sp}^E(\bar{z})}{\epsilon_{s\parallel}(\bar{z}) \mu_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{sq}^H(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z} = 0. \quad (7)$$

Аналогичное соотношение для изотропных диэлектриков приводится в [15] для случая, когда верхний и нижний экраны — электрические.

Функции $R_{sp}^E(r)$ и $R_{sq}^H(r)$, определяющие радиальные зависимости парциальных цилиндрических волн, являются решениями уравнения Бесселя

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R_s^{E(H)}}{\partial r} \right) + \left(U_{sE(H)}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R_s^{E(H)} = 0, \quad (8)$$

удовлетворяют граничным условиям при $\bar{r} = \bar{b}$ и условию конечности поля при $\bar{r} = 0$.

Азимутальные составляющие полей выразим через аксиальные с помощью интегральных операторов:

$$\bar{E}_{\varphi} = \left[\pm \frac{n}{r} \frac{1}{\epsilon_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_s^E \bar{E}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) - \hat{Y}_s^H \bar{H}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) \right] \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\bar{H}_{\varphi} = \left[-j \hat{Y}_s^E \bar{E}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) \mp j \frac{n}{r} \frac{1}{\mu_{s\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_s^H \bar{H}_{sz}(\bar{r}, \bar{z}) \right] \begin{pmatrix} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix},$$

где \hat{G}_s^E и \hat{G}_s^H — интегральные операторы с ядрами вида

$$G_s^E(\bar{z}, \bar{z}') = \sum_1^{\infty} \frac{f_{sp}^E(\bar{z}) f_{sp}^E(\bar{z}')}{U_{sEp}^2}, \quad G_s^H(\bar{z}, \bar{z}') = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{f_{sq}^H(\bar{z}) f_{sq}^H(\bar{z}')}{U_{sHq}^2}, \quad (10)$$

а \hat{Y}_s^E и \hat{Y}_s^H — интегральные операторы с ядрами вида

$$Y_s^E(\bar{r}, \bar{z}, \bar{z}') = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{R_{sp}^E(\bar{r})}{R_{sp}^E(\bar{r})} \frac{f_{sp}^E(\bar{z}) f_{sp}^E(\bar{z}')}{U_{sEp}^2},$$

$$Y_s^H(\bar{r}, \bar{z}, \bar{z}') = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\dot{R}_{sq}^H(\bar{r})}{R_{sq}^H(\bar{r})} \frac{f_{sq}^H(\bar{z}) f_{sq}^H(\bar{z}')}{U_{sq}^2},$$

здесь $\dot{R} = \partial R / \partial \bar{r}$.

Введем функции, описывающие аксиальные составляющие полей на границе частных областей:

$$\bar{E}(\bar{z}) = \bar{E}_{iz}(\bar{r}, \bar{z})|_{\bar{r}=\bar{a}} = \bar{E}_{ez}(\bar{r}, \bar{z})|_{\bar{r}=\bar{a}}, \quad (12)$$

$$\bar{H}(\bar{z}) = \bar{H}_{iz}(\bar{r}, \bar{z})|_{\bar{r}=\bar{a}} = \bar{H}_{ez}(\bar{r}, \bar{z})|_{\bar{r}=\bar{a}}.$$

Используя непрерывность азимутальных компонент поля (9) на этой границе, получаем систему интегро-дифференциальных уравнений первого рода относительно функций $\bar{E}(\bar{z})$ и $\bar{H}(\bar{z})$:

$$\left\{ \pm \frac{n}{a} \left[\frac{1}{\varepsilon_{i\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_i^E - \frac{1}{\varepsilon_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_e^E \right] \bar{E} - (\hat{Y}_i^H - \hat{Y}_e^H) \bar{H} = 0; \quad (13)$$

$$\left\{ (\hat{Y}_i^E - \hat{Y}_e^E) \bar{E} \pm \frac{n}{a} \left[\frac{1}{\mu_{i\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_i^H - \frac{1}{\mu_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \hat{G}_e^H \right] \bar{H} = 0. \quad (14)$$

Решение полученной системы функциональных уравнений будем искать методом Галеркина. В соответствии с (3) функция $\bar{E}(\bar{z})$ может быть представлена в виде разложения по координатному базису $\{f_{lp}^E(\bar{z})\}$, а функция $\bar{H}(\bar{z})$ — по координатному базису $\{f_{iq}^H(\bar{z})\}$. В качестве проекционного базиса, как и в [13], для уравнения (13) используем ортонормированную систему $\{f_{ek}^H(\bar{z})\}$ функций поперечного сечения цилиндрических H -волн внешней области, а для уравнения (14) систему $\{f_{el}^E(\bar{z})\}$ поперечных функций внешней области цилиндрических E -волн.

Выполнив типичные для метода Галеркина преобразования, получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов A_{ip} , B_{iq} :

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{p=1}^{\infty} Y_{lp}^E A_{lp} \pm \frac{n}{a} \sum_{q=1}^{\infty} G_{iq}^{HE} B_{iq} &= 0, \quad l=1, 2, \dots, \infty, \\ \pm \frac{n}{a} \sum_{p=1}^{\infty} G_{kp}^{EH} A_{lp} - \sum_{q=1}^{\infty} Y_{kq}^H B_{iq} &= 0, \quad k=1, 2, \dots, \infty. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

Матричные элементы системы уравнений (15) имеют вид

$$Y_{lp}^E = \frac{F_{lp, el}^E}{U_{iEp}^2} \dot{R}_{lp}^E(\bar{a}) - \frac{\dot{R}_{el}^E(\bar{a})}{R_{el}^E(\bar{a})} \frac{F_{el, lp}^E}{U_{eEl}^2} R_{lp}^E(\bar{a}),$$

$$Y_{kq}^H = \frac{F_{iq, ek}^H}{U_{iHq}^2} \dot{R}_{iq}^H(\bar{a}) - \frac{R_{ek}^H(\bar{a})}{R_{ek}^H(\bar{a})} \frac{F_{ek, iq}^H}{U_{eHk}^2} R_{iq}^H(\bar{a});$$

$$G_{iq}^{HE} = \left(\frac{D_{iq, el}^{HE}}{U_{iHq}^2} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_{ek, iq}^H D_{ek, el}^{HE}}{U_{eHk}^2} \right) R_{iq}^H(\bar{a}),$$

(17)

$$G_{kp}^{EH} = \left(\frac{D_{ip, ek}^{EH}}{U_{iEp}^2} - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{F_{el, ip}^E D_{el, ek}^{EH}}{U_{eEl}^2} \right) R_{ip}^E(\bar{a}).$$

Здесь

$$F_{ip, el}^E = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{ip}^E(\bar{z}) f_{el}^E(\bar{z})}{\varepsilon_{e\parallel}(\bar{z})} d\bar{z}, \quad F_{el, ip}^E = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{ip}^E(\bar{z}) f_{el}^E(\bar{z})}{\varepsilon_{i\parallel}(\bar{z})} d\bar{z},$$

$$F_{iq, ek}^H = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{iq}^H(\bar{z}) f_{ek}^H(\bar{z})}{\mu_{e\parallel}(\bar{z})} d\bar{z}, \quad F_{ek, iq}^H = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{iq}^H(\bar{z}) f_{ek}^H(\bar{z})}{\mu_{i\parallel}(\bar{z})} d\bar{z},$$

(18)

$$D_{iq, el}^{HE} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{el}^E(\bar{z})}{\varepsilon_{e\parallel}(\bar{z}) \mu_{i\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{iq}^H(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z}, \quad D_{ip, ek}^{EH} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{ek}^H(\bar{z})}{\mu_{e\parallel}(\bar{z}) \varepsilon_{i\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{ip}^E(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z},$$

$$D_{ek, el}^{HE} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{el}^E(\bar{z})}{\varepsilon_{e\parallel}(\bar{z}) \mu_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{ek}^H(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z}, \quad D_{el, ek}^{EH} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{ek}^H(\bar{z})}{\mu_{e\parallel}(\bar{z}) \varepsilon_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{el}^E(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z}.$$

При данном выборе координатного и проекционного базисов бесконечные ряды содержатся лишь в выражениях для матричных элементов G_{iq}^{HE} и G_{kp}^{EH} , определяющих связь парциальных E - и H -волн. Эти ряды суммируются аналитически. Используя соотношение (7), можно показать, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_{ek, iq}^H D_{ek, el}^{HE}}{U_{eHk}^2} = - \frac{D_{el, iq}^{EH}}{U_{eEl}^2}, \quad \sum_{l=1}^{\infty} \frac{F_{el, ip}^E D_{el, ek}^{EH}}{U_{eEl}^2} = - \frac{D_{ek, ip}^{HE}}{U_{eHk}^2},$$

где

$$D_{el, iq}^{EH} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{iq}^H(\bar{z})}{\mu_{i\parallel}(\bar{z}) \varepsilon_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{el}^E(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z},$$

(20)

$$D_{ek, ip}^{HE} = \int_0^{\bar{L}} \frac{f_{ip}^E(\bar{z})}{\varepsilon_{i\parallel}(\bar{z}) \mu_{e\perp}(\bar{z})} \frac{\partial f_{ek}^H(\bar{z})}{\partial \bar{z}} d\bar{z}.$$

Таким образом, в результате проведенного анализа получена СЛАУ относительно амплитуд парциальных волн центральной области, ко-

торая не содержит бесконечных рядов в матричных элементах. Определенные интегралы (18), (20), входящие в матричные элементы, в случае слоистых областей вычисляются сравнительно просто, что позволяет реализовать достаточно быстрый и точный алгоритм для нахождения собственных частот экранированного диэлектрического резонатора.

Для случая однослойных областей, когда высота диэлектрического диска равна высоте экранирующей камеры, из системы уравнений (15) следует известное трансцендентное уравнение [16].

2. Численные результаты. Искомым действительным резонансным частотам соответствуют нули определителя СЛАУ (15), для нахождения которых разработан численный алгоритм. О скорости его сходимости можно судить по результатам из табл. 1 (через ε_1 и ε_2 обозначены соответственно относительные диэлектрические проницаемости материала диска и окружающей среды). В данном примере диск расположен симметрично относительно верхнего и нижнего экранов. Количество цилиндрических E - и H -волн в разложении поля принято одинаковым: $p=q=M$. В этом случае отмечается наилучшая сходимость. Из табл. 1 видно, что данный алгоритм и алгоритм работы [17] имеют практически одинаковые сходимости. В [11] сходимость более медленная.

Таблица 1

Таблица 2

Сходимость алгоритмов для случая азимутально-однородного типа колебаний $H_{011}(n=0)$; $\varepsilon_1=36,2$; $\varepsilon_2=1,0006$; $2a=7,99$ мм; $a/b=0,2$; $d=2,14$ мм; $(L-d)/2d=2,07$

M	f_p , МГц		
	[11]	[17]	Данный алгоритм
1	7822,5	7551,9	7614,8
2	7799,0	7719,5	7733,7
3	7775,0	7752,4	7754,8
4	7763,0	7757,8	7758,3
5	7759,5	7758,3	7758,6
6	7759,4	7758,3	7758,6
7	7759,2	7758,4	7758,6
8	7758,9	7758,5	7758,8
9	7758,7	7758,5	7758,8
10	7758,5	7758,5	7758,8

Сходимость алгоритма для случая азимутально-неоднородных типов колебаний $HE_{311}(n=3)$, $HE_{411}(n=4)$; $\varepsilon_{1\parallel}=11,5$; $\varepsilon_{1\perp}=9,4$; $2a=17,99$ мм; $d=6,98$ мм; $2b=39$ мм; $L=18$ мм

M	f_p , МГц	
	HE_{311}	HE_{411}
1	10146	11789
2	10427	12026
3	10430	12026
4	10429	12026
5	10429	12027
6	10430	12027
7	10429	12027
8	10429	12027
9	10429	—

В табл. 2 представлены результаты, полученные для азимутально-неоднородных типов колебаний HE_{311} , HE_{411} резонатора с лейкосапфировым диском, ось анизотропии которого имеет ориентацию вдоль оси z . Эти типы колебаний имеют четное распределение поля E_z относительно плоскости симметрии резонатора. Незначительное различие в расчетных и измеренных значениях f_p ($f_{p, \text{эксп}}(HE_{311}) = 10427$ МГц; $f_{p, \text{эксп}}(HE_{411}) = 12028$ МГц), по-видимому, связано с небольшой разориентацией оси анизотропии лейкосапфира и геометрической оси диска ($\Delta\theta \approx 4^\circ$).

В табл. 3 показана сходимость разработанного алгоритма для колебания с более высоким азимутальным индексом $n=6$. В данном случае, как и выше, отличие расчетного и экспериментального значений f_p ($f_{p, \text{эксп}}(HE_{611}) = 7644$ МГц), вероятно, связано с разориентацией оси анизотропии лейкосапфира и геометрической оси диска ($\Delta\theta \approx 8^\circ$).

В табл. 4 приведены результаты расчета резонансных частот различных типов азимутальных колебаний экранированного лейкосапфирового ДР при $M=10$ и соответствующие результаты измерений. Вид-

но, что в достаточно широком диапазоне частот отличие экспериментальных и расчетных значений не превышает 0,07%.

На рис. 2 представлены рассчитанные параметрические зависимости $f_p(d)$ для нескольких типов азимутальных колебаний ($n=3$) экранированного резонатора с лейкосапфировым диском. Расчет проведен при учете в рядах пяти слагаемых ($M=5$). Колебания с нечетной зависимостью поля $E_z(z)$ (четной зависимостью $H_z(z)$) относительно плоскости симметрии резонатора показаны сплошными линиями, с четной зависимостью поля $E_z(z)$ (нечетной зависимостью $H_z(z)$) — пунктирными линиями. Осциллирующий характер параметрических зависимостей отражает эффект перераспределения электромагнитной энергии между различными областями резонатора: пологим участкам зависимостей соответствует концентрация энергии в воздушной полости, а участкам с большей крутизной — преимущественное сосредоточение энергии в диэлектрике. Этот эффект отмечался ранее в работах [5, 18] и является характерным свойством экранированных ДР в режиме азимутальных колебаний. На левой и правой ординатных осях рис. 2 отмечены типы колебаний, в которые переходят колебания экранированного ДР в двух предельных случаях: $d \rightarrow 0$ и $d \rightarrow L$ [16].

Таблица 3

Сходимость алгоритма для колебания HE_{611} ($n=6$); $s_{1\parallel} = 11,5$; $s_{1\perp} = 9,4$; $2a = 35,95$ мм; $d = 13,95$ мм

M	f_p , МГц
1	7576
2	7647
3	7649
4	7649
5	7649
6	7649
7	7649
8	7649
9	7649
10	7649

Таблица 4

Расчетные и экспериментальные данные для резонансной частоты азимутальных колебаний экранированного лейкосапфирового ДР; $2a = 35,95$ мм; $d = 13,95$ мм

n		6	7	8	9	10	11
HE_{n11}	f_p , МГц	7649	8470	9299	10130	10964	11799
	f_p , эксп., МГц	7644	8466	9294	—	10958	11791

Разработанный алгоритм позволяет также исследовать эффект преобразования азимутальных колебаний с разной четностью полей по z при нарушении симметрии, обусловленном смещением диска относительно центральной плоскости резонатора. Для этого случая на рис. 3 в увеличенном масштабе показан участок параметрических зависимостей $f_p(d)$, отмеченный на рис. 2 квадратом. Наглядно проявляется взаимодействие (взаимное «отталкивание») колебаний, которые в симметричной структуре не связаны, причем большему смещению диска соответствует более сильная связь колебаний.

В заключение следует отметить, что предложенный метод и разработанный на его основе алгоритм являются достаточно эффективным и универсальным средством для численного исследования спектра колебаний экранированных диэлектрических резонаторов. С его помощью удастся рассчитать не только резонансные частоты, но и добротность различных типов колебаний. Кроме того, такой подход допускает и анализ открытых дисковых ДР с комплексными собственными частотами.

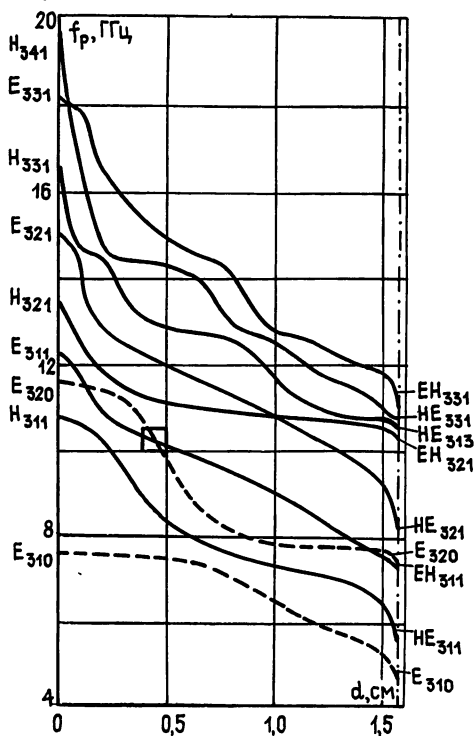


Рис. 2

Рис. 2. Параметрические зависимости резонансных частот $f_p(d)$ экранированного лейкаспирового резонатора; радиус диска $a=1,5$ см; радиус экрана $b=4,0$ см; высота резонатора $L=\pi/2$ см.

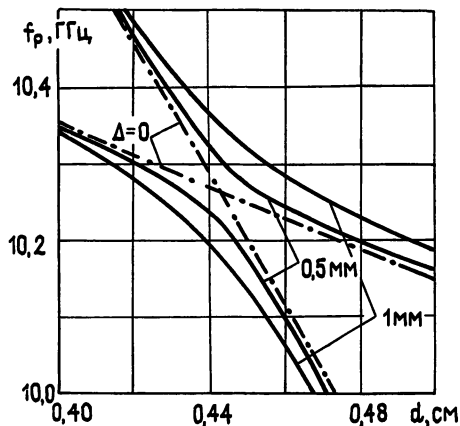


Рис. 3.

Рис. 3. Преобразование азимутальных колебаний за счет аксиального смещения диска Δ ; — — параметрические зависимости $f_p(d)$ симметричной структуры ($\Delta=0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Абраменков А. И., Бродуленко И. И., Геворкян В. М. и др. // Обзор по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ.—М.: ЦНИИ Электроника, 1988. Вып. 5(1359). С. 70.
2. Взятыхшев В. Ф., Добромислов В. С., Масалов В. Л. и др. // Труды МЭИ.—М.: Энерг. ин-т. 1978. Вып. 360. С. 51.
3. Брагинский В. Б., Багдасаров Х. С., Ильченко В. С. Препринт МГУ № 5. М., 1986.
4. Буньков С. Н., Вторушин Б. А., Егоров В. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 5. С. 1071.
5. Взятыхшев В. Ф., Добромислов В. С., Калинин В. И. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 1. С. 79.
6. Blair D. G., Jones S. K. // J Phys. D. : Appl. Phys. 1987. V. 20. P. 1559.
7. Безбородов Ю. М., Гассанов Л. Г., Липатов А. А. и др.— Обзор по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ.—М.: ЦНИИ Электроника, 1981. Вып. 4(786). С. 82.
8. Алексейчик Л. В., Бродуленко И. И., Геворкян В. М. и др.— Обзор по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ.—М.: ЦНИИ Электроника, 1981. Вып. 13(832). С. 96.
9. Добромислов В. С., Кузнецов А. П. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 6(400). С. 21.
10. Капустин Ю. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 11. С. 1337.
11. Веселов Г. И., Гуреев А. В. // Электронная техника. Сер. Микроэлектронные устройства. 1982. Вып. 2(32). С. 11.
12. Кузнецов В. А., Лерер А. М., Михалевский В. С. // Радиотехника и электроника, 1984. Т. 29. № 11. С. 2124.
13. Крюков А. В. // Тезисы докл. Всесоюзной научно-техн. конф.—Тбилиси, 1988 С. 149.
14. Добромислов В. С., Калинин В. И., Крюков А. В. // Тезисы докл. Всесоюзной научно-техн. конф.—Тбилиси, 1988. С. 48.
15. Peng S T, Oliver A. A. // Trans 1981 V. MTT-29. № 9. P. 843.
16. Добромислов В. С. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 4. С. 705,

17. Jaworski M., Pospieszalski M. // Trans. 1979. V. MTT-27. № 7. P. 639.
18. Добромыслов В. С. // Тезисы докл. Всесоюзной научно-техн. конф. — Тбилиси, 1988. С. 42.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
5 июня 1989 г.

CALCULATION OF THE RESONANCE MODE SPECTRUM OF THE SCREENED DIELECTRIC RESONATORS

V. S. Dobromyslov, V. I. Kalinichev, A. V. Kryukov

The algorithm of calculation of the resonance mode spectrum of the screened disk dielectric resonators has been worked. The structure consisting connected dielectric disks placed in cylindrical metal screen is used as the electro-dynamic model. The algorithm is based on the presentation of the field in various regions of the resonator as a sum of E - and H -cylindrical waves and has comparatively quick-convergence and quick-action. The comparison is given with results of other works and experimental data is given.

Аннотации депонированных статей

УДК 530.12; 531.12/13

ОБ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ В ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ КООРДИНАТАХ

А. С. Тарновский

Ранее было показано, что вектор скорости заряженной частицы, движущейся в постоянном и однородном электромагнитном поле, описывает траекторию, целиком лежащую на поверхности эллипсоида, параметры которого выражаются через векторы заданного электромагнитного поля (Тарновский А. С. «Изв. вузов. Физика». 1970. № 5. С. 109). Существует двухпараметрическая группа преобразований поля, оставляющих неизменными параметры рассматриваемого эллипсоида. В данной работе обсуждаются недостатки и трудности известных методов, численных и аналитических, интегрирования уравнений движения заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле.

В случае однородного электромагнитного поля, изменяющегося со временем так, что соответствующий эллипсоид остается неизменным, уравнение заряженной частицы предлагается записывать в эллипсоидальных координатах так, чтобы эллипсоид, на котором лежит траектория вектора скорости частицы, оказался бы одной из координатных поверхностей. Это позволяет снизить число параметров, характеризующих движение рассматриваемой частицы в пространстве скоростей, что существенно при решении задач численными методами с использованием ЭВМ. В случае скрещенного электромагнитного поля использование координатной системы сплюснутого эллипсоида вращения позволяет выполнить интегрирование уравнений движения частицы аналитически.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 5829-В90. Деп. 20 ноября 1990 г.*

УДК 538.566

К РЕШЕНИЮ ЛОКАЛЬНО-НЕРЕГУЛЯРНОЙ ВОЛНОВОДНОЙ ЗАДАЧИ

О. В. Соловьев

В скалярном приближении задача сведена к двумерному интегральному уравнению по ограниченной области. Нерегулярность стенки волновода задана неоднородным по площади импедансом. Двумерное интегральное уравнение асимптотически сведено к уравнению, содержащему только одномерные интегралы. При этом учитываются волны, отраженные не только от поперечных, но и от продольных, трассе распространения границ неоднородности. Рассмотрены плоская и сферическая импедансные модели волновода Земля—ионосфера.

Работа посвящена актуальной задаче теории распространения радиоволн — проблеме учета влияния неоднородностей ионосферы и подстилающей поверхности на поле в приземном волноводе. В исследуемой модельной задаче рассматриваются так называемые локальные неоднородности, т. е. такие неоднородности, размеры которых ограничены как в направлении трассы распространения (что соответствует многокусочной трассе), так и в направлении поперек трассы распространения, что исключает возможность сведения изначально трехмерной задачи к двумерной. К таким неоднородностям ионосферной стенки волновода можно отнести естественные неоднородности в нижней ионосфере, связанные с образованием E_s , высыпанием протонов из радиационных поясов и т. п., а также искусственные неоднородности, к которым приводят, например, выбросы химически активных продуктов сгорания двигателей ракет при их запуске [1], эксперименты по высокочастотному нагреву ионосферы [2]. Такие воздействия приводят к образованию в ионосфере ограниченных областей с измененными концентрацией и частотой соударений заряженных частиц. К подобного рода неоднородностям на земной стенке волновода необходимо отнести неоднородности «островного» и «полуостровного» типа, при рассмотрении которых существенным может оказаться ограниченность таких неоднородностей в поперечном трассе распространения направлении. Наиболее остро эта задача встает при прогнозировании поля земной волны над реальной земной поверхностью [3].

Из предшествующих работ отметим работы, посвященные исследованию малых в масштабе длины волны [4, 5] и в масштабе длины трассы распространения [6] ионосферных неоднородностей, а также работы [7–9], посвященные анализу поля земной волны с учетом неоднородности электрических свойств подстилающей поверхности. Характерной чертой, объединяющей эти работы, является используемый их авторами метод интегральных уравнений, основное преимущество которого состоит в том, что он сводит задачи в неограниченной трехмерной области к задачам на двумерной поверхности и позволяет автоматически удовлетворить условиям излучения на бесконечности [10].

Наличие в получаемых соотношениях поверхностных интегралов, содержащих быстроосциллирующие функции (если решать задачу прямо, аппроксимируя интегральный оператор в большом числе узлов), приводит к необходимости обращать получаемые при этом линейные алгебраические системы высокого порядка. Это накладывает слишком жесткие ограничения на размеры неоднородной области, которые не

дают заметных преимуществ прямому численному решению [4] перед решением в виде первого члена ряда теории возмущений [5, 6]. Схемы приближенного интегрирования по поперечной координате [7-9] позволяют исследовать значительные по протяженности (вдоль трассы распространения) неоднородности, однако при этом теряется информация о ее поперечной структуре.

Обоснованный в данной работе асимптотический переход от двумерного интегрального уравнения к одномерному интегральному уравнению Фредгольма второго рода, ядро которого не содержит быстроосциллирующих функций, позволяет учитывать в решении не только волны, отраженные от поперечных границ неоднородности, но и волны, отраженные от продольных трассе распространения границ неоднородной области.

В отличие от работ [4, 5], где локальные изменения свойств ионосферной стенки волновода моделируются малым возмущением (которое является функцией координат) постоянной распространения основной нормальной волны регулярного волновода, мы будем описывать свойства ионосферной стенки волновода неоднородным по площади импедансом, задавая его как функцию координат граничной поверхности. Такой подход характерен для задач распространения радиоволн над неоднородной в электрическом отношении земной поверхностью [9, 11]. Он не ограничивается частотами и расстояниями, допускающими одномодовое представление поля в регулярном волноводе Земля—ионосфера (результаты [4, 5] применимы только в СНЧ диапазоне), а также позволяет последовательно рассматривать возмущения, находящиеся непосредственно над источником, когда любое, даже самое низкочастотное поле описывается бесконечной суммой нормальных волн, выделить в которой главную (определяющую постоянную распространения) до некоторых расстояний от источника оказывается невозможным.

Не конкретизируя физические причины возникновения ионосферных неоднородностей, можно утверждать, что все они в конечном итоге выражаются соответствующими изменениями вертикальных профилей электронной концентрации и эффективной частоты соударений, используя которые, отражательные характеристики ионосферы могут быть описаны с помощью импеданса, отнесенного к некоторому, вполне конкретному уровню над поверхностью Земли [12].

Таким образом, в нашей модели локальные неоднородности и на земной, и на ионосферной стенках волновода описываются одинаково—при помощи неоднородного по площади импеданса. Поэтому не существует принципиальной разницы в том, на какую, верхнюю или нижнюю, стенку волновода поместить неоднородность. Для определенности все дальнейшие рассуждения мы проведем для неоднородности, располагающейся на верхней стенке волновода.

Ограничимся скалярной постановкой задачи, которая преобладает в работах по исследованию локальных неоднородностей и сущность которой состоит в пренебрежении деполяризацией поля при отражении от нерегулярных стенок волновода. Обоснование возможности такого подхода для задач распространения земной волны содержится в [11]. Что касается задач с ионосферными локальными неоднородностями, то сопоставление результатов скалярной и векторной постановок задачи, проведенное в [13], показало правомочность скалярного подхода в большинстве случаев, за исключением тех, когда точка наблюдения оказывается в окрестности интерференционных минимумов поля регулярного волновода.

Итак, рассмотрим модельную задачу, в которой электромагнитное поле, возбуждаемое вертикальным электрическим диполем с полным дипольным моментом \vec{P}_0 в области $D \in R^3$, ограниченной поверхностями S_3 и S_{II} , определяется однокомпонентным вектором Герца $\vec{\Pi} = \Pi \vec{e}_z$. Волноводное пространство (область D) обладает свойствами вакуума. В цилиндрической системе координат (r, φ, z) , связанной с источником,

поверхность S_3 задается уравнением $z=0$, поверхность S_n — уравнением $z=h$. Функция $\Pi(r, \varphi, z)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца внутри волновода и импедансным граничным условиям на стенках волновода:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial n} = ik\delta(M)\Pi|_{M \in S_3, S_n}, \quad (1)$$

где $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ — волновое число в вакууме, \mathbf{n} — внешняя нормаль к границам волновода, $\delta(M)$ — неоднородный по площади поверхностный импеданс в точке M , принадлежащей рассматриваемой поверхности. Граничное условие по r предполагает затухание поля при $r \rightarrow \infty$. Источник располагается в точке с координатами $(0, 0, z_0)$. Зависимость от времени принята в виде $\exp(-i\omega t)$.

Будем задавать $\delta(M)$ функцией вида

$$\delta(M) = \begin{cases} \delta_3 = \text{const} & \text{при } M \in S_3 \\ \delta_n(r, \varphi) & \text{при } M \in S_n \end{cases}, \quad (2)$$

где $\delta_n(r, \varphi)$ отличается от $\delta_n = \text{const}$ на поверхности S_v , являющейся частью плоскости S_n , т. е.

$$\delta_n(r, \varphi) = \begin{cases} \delta_n & \text{при } M \in S_n \setminus S_v \\ \delta_v(r, \varphi) & \text{при } M \in S_v \end{cases}.$$

Итак, в нашей модели неоднородность характеризуется отличным от окружающего импедансом $\delta_v(r, \varphi)$.

Поступая аналогично [6], т. е. используя формулу Грина, получим выражение для искомой функции Π в любой точке волновода через интеграл по поверхности неоднородности S_v :

$$\Pi(\mathbf{R}) = \Pi_0(\mathbf{R}) + \frac{ikz_0}{\tilde{P}_0} \iint_{S_v} \Pi(\mathbf{R}') \Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') (\delta_v(r', \varphi') - \delta_n) dS', \quad (3)$$

$$\mathbf{R} \in D \setminus S_v, \quad \mathbf{R}' \in S_v,$$

где $\mathbf{R} = (r, \varphi, z)$ — точка наблюдения, $\mathbf{R}' = (r', \varphi', z' = h)$ — точка интегрирования, $\Pi_0(\mathbf{R})$ — вектор Герца регулярной задачи для плоского волновода толщиной h и однородными импедансами стенок δ_3 и δ_n , $\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ — функция Грина, которая получается из выражения для $\Pi_0(\mathbf{R})$, если источник поместить в точку \mathbf{R}' , а точку наблюдения в точку \mathbf{R} (или наоборот). Отметим, что именно такой выбор $\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ в (3) ограничивает область интегрирования до размеров поверхности S_v , нарушающей регулярность волноводной задачи. Здесь необходимо также указать, что интегральное соотношение (3) отличается от интегрального уравнения, которое из него может быть получено (и будет иметь тот же самый вид, что следует из теории потенциала), тем, что в (3) точка наблюдения \mathbf{R} не принадлежит поверхности интегрирования S_v , в то время как для уравнения необходимо, чтобы $\mathbf{R} \in S_v$.

Здесь необходимо отметить, что задача о поле вертикального электрического диполя в сферическом или цилиндрическом волноводе, на стенках которого поле и, следовательно, однокомпонентный вектор Герца удовлетворяют импедансному граничному условию (1), приводится к тому же уравнению (3), где S_v будет соответствовать частью сферы или цилиндрической поверхности, а $\Pi_0(\mathbf{R})$ необходимо будет брать из соответствующей регулярной задачи для сферического или цилиндрического волновода. В дальнейшем мы кратко остановимся на особенностях сферической задачи.

Вернемся к задаче в плоском волноводе. Приведем выражение для $\Pi_0(\mathbf{R})$ в наиболее общем виде — в виде обратного преобразова-

ния Фурье—Бесселя, из которого могут быть получены расчетные формулы для различных удалений точки наблюдения от источника:

$$\Pi_0(r, z, z_0) = \frac{i\tilde{P}_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu\tilde{H}_0^{(1)}(\mu r)}{\sqrt{k^2 - \mu^2}} \frac{Q(\mu)}{\Delta(\mu)} d\mu, \quad (4)$$

где

$$Q(\mu) = \begin{cases} \left(\cos \lambda z - i \frac{k\delta_3}{\lambda} \sin \lambda z \right) \left(\cos \lambda (h - z_0) - i \frac{k\delta_n}{\lambda} \sin \lambda (h - z_0) \right), & 0 \leq z \leq z_0 \\ \left(\cos \lambda z_0 - i \frac{k\delta_3}{\lambda} \sin \lambda z_0 \right) \left(\cos \lambda (h - z) - i \frac{k\delta_n}{\lambda} \sin \lambda (h - z) \right), & z_0 \leq z \leq h, \end{cases},$$

$$\Delta(\mu) = \frac{k(\delta_n + \delta_3)}{\lambda} \cos \lambda h - i \left(1 + \frac{k^2}{\lambda^2} \delta_n \delta_3 \right) \sin \lambda h,$$

$\lambda = \sqrt{k^2 - \mu^2}$, $\text{Im } \lambda \geq 0$; $\tilde{H}_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля первого рода. В частности, (4) можно строго преобразовать в ряд нормальных волн [14], который удобно использовать при вычислении поля на больших расстояниях. Чтобы получить $\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$, в выражении (4) необходимо произвести следующие замены:

$$r \rightarrow r_1 = \sqrt{r'^2 + r^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')}, \quad z_0 \rightarrow z' = h. \quad (5)$$

Оставаясь в рамках интегрального соотношения (3), выделим в подынтегральных функциях быстро меняющиеся части и перейдем от векторов Герца к функциям ослабления по формулам:

$$\Pi(\mathbf{R}) = \frac{\tilde{P}_0}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\exp(ikr)}{r} V(\mathbf{R}), \quad V(\mathbf{R}) = V(r, \varphi, z, z_0),$$

$$\Pi_0(\mathbf{R}) = \frac{\tilde{P}_0}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\exp(ikr)}{r} V_0(\mathbf{R}), \quad V_0(\mathbf{R}) = V_0(r, z, z_0), \quad (6)$$

$$\Pi_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \frac{\tilde{P}_0}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\exp(ikr_1)}{r_1} V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}'), \quad V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = V_0(r_1, z, z'),$$

где r_1 — определяется выражением (5). Таким образом, мы выделяем быстроосциллирующий множитель, описывающий поле диполя вблизи идеально проводящей плоскости ($z = z_0 = 0$), или, что то же самое, удвоенное поле вертикального электрического диполя в свободном пространстве при $r \gg |z - z_0|$. Тогда интегральное соотношение (3) в терминах функций ослабления $V(\mathbf{R})$, $V_0(\mathbf{R})$, $V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ можно будет записать:

$$V(\mathbf{R}) = V_0(\mathbf{R}) + \frac{ikre^{-ikr}}{2\pi} \iint_{S_v} V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') (\delta_v(r', \varphi') - \delta_n) \frac{\exp[ik(r_1 + r')]}{r_1 r'} dS'. \quad (7)$$

Здесь можно отметить, что пределы интегрирования в (7), определяются, вообще говоря, областью, в которой оказывается отличной от нуля функция $(\delta_v(r', \varphi') - \delta_n)$.

Следуя работам [7, 9], перейдем в подынтегральном выражении (7), т. е. на плоскости $z = h$, к эллиптическим координатам (u, v) :

$$r' = \frac{r}{2} (\text{ch } u + \cos v), \quad r_1 = \frac{r}{2} (\text{ch } u - \cos v), \quad (8)$$

где $-\infty < u < \infty$, $0 \leq v \leq \pi$. Элемент поверхности в новой системе координат записывается в виде $dS' = r_1 r' du \cdot dv$, а область интегрирования S_v можно определить неравенствами $u_1(v) \leq u \leq u_2(v)$, $v_1 \leq v \leq v_2$. Тогда в новой системе координат интегральный член из соотношения (7) запишется в виде

$$\frac{ikr}{2\pi} \int_{v_1}^{v_2} dv \int_{u_1(v)}^{u_2(v)} V(u, v, h) V_0(\mathbf{R}, u, v, h) (\delta_v - \delta_u) \exp[ikr(\operatorname{ch} u - 1)] du.$$

Введем обозначение $V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') (\delta_v - \delta_u) = f(u, v)$ и обратимся к интегралу по поперечной координате u .

Этот интеграл в конечных пределах, распространенный по отрезку вещественной оси комплексной плоскости $(\operatorname{Re} u, \operatorname{Im} u)$, можно представить в виде

$$\int_{u_1(v)}^{u_2(v)} f(u, v) \exp[ikr(\operatorname{ch} u - 1)] du = \int_{-\infty}^{\infty} du - \int_{u_1(v)}^{\infty} du - \int_{-\infty}^{-u_1(v)} du, \quad (9)$$

считая при этом v вещественным параметром. В случае когда $kr \gg 1$, можно считать $f(u, v)$ медленно меняющейся функцией на фоне быстро осциллирующей $\exp[ikr(\operatorname{ch} u - 1)]$. Такое разделение сомножителей в подынтегральной функции (9) вполне оправдано с физической точки зрения, поскольку в $f(u, v)$ функцию $(\delta_v(u, v) - \delta_u)$ можно считать константой, а функции ослабления $V(\mathbf{R}')$ и $V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ действительно являются медленно меняющимися функциями на фоне $\exp(ikr_1/r')$ и $\exp(ikr_1/r_1)$, что следует из представления (6). Указанные функции особенностей в промежутке интегрирования $u_1 \leq u \leq u_2$ не имеют.

Проведем асимптотическую оценку интегралов из (9) по большому параметру kr [15]. Продолжить $f(u, v)$ за пределы рассматриваемого промежутка $[u_1, u_2]$ мы можем достаточно произвольным образом, гарантирующим сходимость каждого из интегралов (9) в отдельности, например константой, равной значению функции в граничной точке промежутка интегрирования u_1 или u_2 . Это связано с тем, что асимптотические оценки интегралов из (9) будут определяться только значениями $f(u, v)$ в стационарной точке и в концевых точках промежутка интегрирования, в окрестности которых регулярность $f(u, v)$ не вызывает сомнений.

Стационарная точка подынтегральной функции (9) определяется $\exp(ikr \operatorname{ch} u)$ и лежит в начале координат плоскости (u) , что достаточно ясно из физических соображений; так как линия $u=0$ на плоскости (u, v) обозначает прямую, соединяющую источник и приемник. Вещественная ось комплексной плоскости $(u) - \operatorname{Re} u$, на которой лежит интервал интегрирования $[u_1, u_2]$, в данном случае оказывается линией постоянного уровня, так как фаза функции $\exp(ikr \operatorname{ch} u)$ изменяется наиболее быстрым образом именно вдоль вещественной оси плоскости (u) .

Таким образом, оценки интегралов из формулы (9) можно получить методом стационарной фазы. Дополнительной деформации исходных контуров интегрирования в стационарные не требуется. Интеграл в бесконечных пределах

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) \exp(ikr \operatorname{ch} u) du \sim f(0, v) i\pi \tilde{H}_0^{(1)}(kr).$$

Учитывая $kr \gg 1$, для функции Ханкеля $\tilde{H}_0^{(1)}(kr)$ достаточно ограничиться ее асимптотическим разложением. Асимптотическое представление для интегралов в полубесконечных пределах получим в предположении, что стационарная точка может приближаться или даже совпадать с концевой точкой контура интегрирования. Запишем выражение для одного из этих интегралов:

$$\int_{u_2(v)}^{\infty} f(u, v) \exp [ikr (\operatorname{ch} u - 1)] du \sim \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{kr}} \left\{ f(0, v) \sqrt{2} Q(S_2 \sqrt{kr}) + \right. \\ \left. + \frac{\exp [ikr (\operatorname{ch} u_2(v) - 1) + i\pi/4]}{2\sqrt{kr}} \left[\frac{2f(u_2(v), v)}{\operatorname{sh} u_2(v)} - \frac{f(0, v)}{\operatorname{sh}(u_2(v)/2)} \right] \right\} + O((kr)^{-3/2}), \quad (10)$$

$$S_2 = \sqrt{2} e^{-i\pi/4} \operatorname{sh} (u_2(v)/2), \quad Q(x) = \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy.$$

Проделанные вычисления позволяют записать (7) в виде, содержащем только одномерные интегралы (будем считать $\delta_v - \delta_u = \text{const}$ и вынесем эту разность из под знака интеграла):

$$V(\mathbf{R}) = V_0(\mathbf{R}) + \frac{e^{i3\pi/4}}{2\pi} \sqrt{kr} (\delta_v - \delta_u) \left\{ \int_{v_1}^{v_2} V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{R' \in u=0} P_0(\mathbf{R}, v) dv + \right. \\ \left. + \int_{v_1}^{v_2} V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{R' \in u_1(v)} P_1(\mathbf{R}, v) dv + \right. \\ \left. + \int_{v_1}^{v_2} V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{R' \in u_2(v)} P_2(\mathbf{R}, v) dv \right\}, \quad (11)$$

где

$$P_0(\mathbf{R}, v) = \sqrt{2} \left[\sqrt{\pi} - Q(S_2 \sqrt{kr}) - Q(S_1 \sqrt{kr}) + \right. \\ \left. + \frac{e^{i\pi/4}}{2\sqrt{2kr}} \left(\frac{\exp [ikr (\operatorname{ch} u_2(v) - 1)]}{\operatorname{sh}(u_2(v)/2)} - \frac{\exp [ikr (\operatorname{ch} u_1(v) - 1)]}{\operatorname{sh}(u_1(v)/2)} \right) \right], \\ P_1(\mathbf{R}, v) = \frac{\exp [ikr (\operatorname{ch} u_1(v) - 1) + i\pi/4]}{\sqrt{kr} \operatorname{sh} u_1(v)}, \\ P_2(\mathbf{R}, v) = \frac{-\exp [ikr (\operatorname{ch} u_2(v) - 1) + i\pi/4]}{\sqrt{kr} \operatorname{sh} u_2(v)}, \\ S_1 = -\sqrt{2} e^{-i\pi/4} \operatorname{sh} (u_1(v)/2).$$

Интегральное соотношение (11) показывает, что с точностью до членов порядка $O((kr)^{-3/2})$ для определения решения исходной задачи достаточно знать функцию ослабления максимум на трех линейных многообразиях:

- на проекции на плоскость $z=h$ линии, соединяющей источник и приемник (на отрезке ее, проходящем через неоднородность),
- на двух поперечных границах неоднородности.

В том случае, если неоднородность лежит в стороне от линии $u=0$, т. е. проекция трассы распространения не пересекает неоднородности, то в фигурной скобке выражения (11) останутся только два слагаемых, отвечающих интегралам по dv вдоль продольных границ неоднородности, так как в этом случае стационарная точка $u=0$ лежит вне промежутка интегрирования $[u_1, u_2]$ и (9) можно записать в виде

$$\int_{u_1(v)}^{u_2(v)} f(u, v) \exp [ikr (\operatorname{ch} u - 1)] du = \int_{u_1(v)}^{\infty} du - \int_{u_2(v)}^{\infty} du,$$

$$u_1(v) > 0, \quad u_2(v) > 0.$$

Если неоднородность представляет собой полуполосу, край которой мо-

жет только касаться линии $u=0$ (см. рис. 1 на вклейке), но трасса пересекать неоднородность не может ($u_1(v) \geq 0, u_2 \rightarrow \infty$), то в этом случае в фигурной скобке (11) останется только один интеграл по dv вдоль края этой полуполосы. В этом случае для $u_1(v) = 0$ наш результат совпадает с полученным в работе [7].

Отметим основное отличие асимптотического интегрирования по поперечной координате, проведенного нами, от аналогичных работ, посвященных влиянию неоднородностей поверхности на земную волну [7-9]. Асимптотические оценки, проведенные в [7-9], ограничиваются членами порядка $O(1/\sqrt{kr})$, все члены порядка $O(1/kr)$ и выше — отброшены. Наши вычисления учитывают члены порядка $O(1/\sqrt{kr})$ и $O(1/kr)$, отброшенные члены имеют следующий порядок малости $O((kr)^{-3/2})$.

В работе [3], в развитии [9], предложена формула для учета влияния на функцию ослабления (земной волны нерегулярностей трассы, описываемых неоднородным по площади импедансом, изменяющимся и в поперечном направлении. Однако эта формула получена без достаточного математического обоснования и носит полуэмпирический характер.

Вернемся к выражению (11). Достаточно наглядным оказывается физический смысл множителей, стоящих перед вкладом соответствующей граничной линии в решение. Заметим, что $ikr(\operatorname{ch} u - 1) = ik(r' + r_1 - r)$ и для $|u| > 1 \operatorname{sh} u \sim \operatorname{ch} u = \frac{r_1 + r'}{r}$. Таким образом,

видно, что $P_1(\mathbf{R}, v)$ и $P_2(\mathbf{R}, v)$ учитывают дополнительный фазовый набег и ослабление волны, пришедшей в приемник, после отражения от точек соответствующей продольной границы неоднородности.

Никаких ограничений не существует для того, чтобы от интегрального соотношения (11) перейти к интегральному уравнению. Для этого необходимо точку наблюдения \mathbf{R} помещать последовательно на каждую из отмеченных линий. Если исходное уравнение (7) было уравнением со слабой особенностью [16], поскольку при $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}'$ мы имели $r_1 \rightarrow 0$, то после интегрирования по поперечной координате мы получаем интегральное уравнение с ограниченным ядром — уравнение Фредгольма второго рода. Если обратиться к подынтегральным функциям из (11), то можно заметить, что $V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ при $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}'$ стремится к единице. Что касается особенностей функций P_0, P_1 и P_2 при $u_1, u_2 \rightarrow 0$, что соответствует неоднородности, граница которой $u_1(v)$ (или $u_2(v)$) пересекает линию $u=0$, то для выяснения их характера достаточно обратиться к формуле (10), откуда видно, что при стремлении граничной точки интервала интегрирования к стационарной точке квадратная скобка в формуле (10) стремится к нулю, т. е. особенность в P_0 полностью компенсируется соответствующим членом в P_1 , или в P_2 .

Полученное таким образом интегральное уравнение имеет смысл записать в виде системы одномерных интегральных уравнений. Введем в рассмотрение вектор-функцию

$$\hat{V}(\mathbf{R}) = \begin{pmatrix} V^{(0)}(\mathbf{R}) \\ V^{(1)}(\mathbf{R}) \\ V^{(2)}(\mathbf{R}) \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \hat{V}_0(\mathbf{R}) = \begin{pmatrix} V_0^{(0)}(\mathbf{R}) \\ V_0^{(1)}(\mathbf{R}) \\ V_0^{(2)}(\mathbf{R}) \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} V^{(i)}(\mathbf{R}) &= V(\mathbf{R}) \\ V_0^{(i)}(\mathbf{R}) &= V_0(\mathbf{R}) \Big|_{R \in u_i(v), \quad i=0,1,2, \quad u_0=0} \end{aligned}$$

а также матрицу-функцию

$$K_{ij}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = \frac{e^{i3\pi/4}(\delta_v - \delta_u)}{2\pi} \sqrt{kr} P_j(r, v) V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{\substack{R \in u_i(v) \\ R' \in u_j(v) \\ i, j=0,1,2, \quad u_0=0}}$$

В результате можем записать систему одномерных интегральных уравнений:

$$V^{(i)}(\mathbf{R}) = V_0^{(i)}(\mathbf{R}) + \sum_{j=0}^2 \int_{v_1}^{v_2} K_{ij}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') V^{(j)}(\mathbf{R}') dv, \quad \mathbf{R}, \mathbf{R}' \in [v_1, v_2]. \quad (12)$$

Как можно показать, для системы (12) имеют место все теоремы Фредгольма.

Получив решение системы (12), т. е. определив значения функций ослабления $V(\mathbf{R})$ на границах неоднородности и на линии источник — приемник, можно вернуться к соотношению (11), подставить найденные значения в интегральные члены и после интегрирования получить решение в любой точке волноводного промежутка. Отметим также, что единственным условием, при котором совершается асимптотический переход от двумерного интегрального соотношения (7) к одномерному (11) является неравенство $kr \gg 1$, указывающее на то, что источник и точка наблюдения должны быть достаточно разнесены. Никаких дополнительных ограничений на положение неоднородной области относительно источника или приемника, а также на ее размеры — не возникает.

В качестве иллюстрации преимуществ предложенного метода рассмотрим случай, исследованный в [9], когда распространение радиоволн происходит над плоскостью, состоящей из двух частей с импедансами δ_0 и δ_1 , причем граница между двумя однородными по импедансу областями проходит вдоль линии, соединяющей передатчик и приемник. Выбирая в качестве функции Грина $V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ функцию ослабления, соответствующую регулярному волноводу с импедансом δ_0 на нижней стенке, после асимптотического интегрирования по поперечной координате можно получить одномерное интегральное уравнение

$$V(\mathbf{R}) = V_0(\mathbf{R}) + \frac{e^{i3\pi/4}(\delta_1 - \delta_0)}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{kr} \int_0^\pi V(\mathbf{R}') V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{\mathbf{R}' \in u=0} dv. \quad (13)$$

Если в качестве функции Грина взять $V_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ — функцию ослабления, соответствующую регулярному волноводу с импедансом δ_1 на нижней стенке, то, поступая аналогично, можно прийти к уравнению

$$V(\mathbf{R}) = V_1(\mathbf{R}) + \frac{e^{i3\pi/4}(\delta_0 - \delta_1)}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{kr} \int_0^\pi V(\mathbf{R}') V_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Big|_{\mathbf{R}' \in u=0} dv. \quad (14)$$

Складывая (13) и (14), получим

$$V(\mathbf{R}) = \frac{1}{2} [V_0(\mathbf{R}) + V_1(\mathbf{R})] + \frac{e^{i3\pi/4}(\delta_1 - \delta_0)}{4\sqrt{2\pi}} \sqrt{kr} \int_0^\pi V(\mathbf{R}') [V_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') - V_1(\mathbf{R}, \mathbf{R}')] dv. \quad (15)$$

Соотношение (15) уточняет аналогичную формулу из [9], которая содержит только первую скобку из (15), представляющую собой полусумму так называемых одномерных функций ослабления $V_0(\mathbf{R})$ и $V_1(\mathbf{R})$, записанных для однородных трасс соответственно с импедансами δ_0 и δ_1 . Поскольку интегральный член в (15) пропорционален \sqrt{kr} , то причин пренебрегать им не возникает.

Коротко остановимся на задаче для сферической модели волновода Земля—ионосфера. В сферической системе координат (ρ, θ, φ)

с осью $\theta=0$, проходящей через источник — радиальный электрический диполь \tilde{P}_0 , расположенный в точке $\rho=a+z_0$, поверхности S_a и S_b будут представлять собой концентрические сферы радиусов a и $b=a+h$ соответственно. Искомая функция $\Pi(\rho, \theta, \varphi)$ теперь есть радиальная компонента вектора Герца $\Pi = \Pi e_r$, удовлетворяющая (3), где поверхность неоднородности S_v будет частью сферической поверхности $\rho=a+h$, а возмущенный импеданс — функцией координат на этой поверхности $\delta_v = \delta_v(\theta', \varphi')$. Как и раньше, штрихованные переменные обозначают координаты точки интегрирования. Выражения для $\Pi_0(R)$ и $\Pi_0(R, R')$ теперь отвечают регулярной сферической задаче и могут быть заимствованы, например, из [17]. Исследование структуры решения для регулярного сферического волновода [17] показывает ее общее сходство со структурой решения в плоском волноводе, если в качестве расстояний между источником и точкой наблюдения рассматривать расстояние, отсчитываемое вдоль соответствующей сферической поверхности. Поэтому введем сферические функции ослабления по формулам (6), выделяя в подинтегральных функциях быстроменяющиеся функции, в которых r, r' и r_1 — расстояния от источника до точки наблюдения, от источника до точки интегрирования и от приемника до точки интегрирования, но отсчитываемые теперь вдоль поверхности сферы $\rho=b$. Это приведет нас к интегральному соотношению (7). Следуя [9], можно перейти к эллиптическим координатам (u, v) по формулам (8), но теперь на поверхности сферы. В данном случае необходимо отметить, что такое преобразование возможно для всех точек поверхности сферы $\rho=b$, за исключением точек, принадлежащих антиподу трассы:

$$\pi - r/b \leq \theta \leq \pi, \quad \varphi = \pi.$$

Если не ограничиваться малыми (в масштабе радиуса Земли a) расстояниями [9], то элемент поверхности в новой системе координат можно записать в виде

$$dS' = \frac{\sin(r_1/b)}{\sin \varphi' \sin(r/b)} \frac{r^2}{2} \operatorname{sh} u \sin v \, dudv, \quad (16)$$

$$\sin \varphi' \sin(r/b) = \frac{[(\cos[(r'-r_1)/b] - \cos(r/b))(\cos(r/b) - \cos[(r'+r_1)/b])]^{1/2}}{\sin(r'/b)}.$$

Таким образом, в сферическом случае при оценке интеграла по поперечной координате u необходимо учитывать дополнительный множитель

$$N = \frac{(1/r_1) \sin(r_1/b) (1/r') \sin(r'/b) (r^2/2) \operatorname{sh} u \sin v}{[(\cos[(r'-r_1)/b] - \cos(r/b))(\cos(r/b) - \cos[(r'+r_1)/b])]^{1/2}}, \quad (17)$$

который при малых расстояниях $r/b \ll 1, r'/b \ll 1, r_1/b \ll 1$ стремится к единице, поскольку в этом случае

$$\left[\left(\cos \frac{r'-r_1}{b} - \cos \frac{r}{b} \right) \left(\cos \frac{r}{b} - \cos \frac{r'+r_1}{b} \right) \right]^{1/2} \Rightarrow \frac{r^2}{2b^2} \operatorname{sh} u \sin v.$$

Нули знаменателя (17) не являются особенностями N , так как точки $r = |r' - r_1|$ соответствуют $v=0, \pi$, а значение N в седловой точке $u=0$ можно вычислить, принимая во внимание, что

$$\lim_{u \rightarrow 0} \operatorname{sh} u \left(\cos \frac{r}{b} - \cos \frac{r'+r_1}{b} \right)^{-1/2} = \sqrt{2} \left[\frac{r}{b} \sin \frac{r}{b} \right]^{-1/2}.$$

Таким образом, все рассуждения, проведенные ранее для плоского случая, остаются в силе и для сферического волновода, с учетом того, что в окончательных формулах медленно меняющуюся функцию необ-

ходимо домножить на значение N либо в седловой, либо в соответствующих конечных точках промежутка интегрирования по поперечной координате. Появление такого множителя учитывает дополнительную геометрическую сходимость волн за счет сферичности волновода.

В заключение отметим, что обоснованный в работе подход к решению внешней граничной задачи состоит в асимптотическом сведении двумерного интегрального уравнения, непосредственное решение которого затруднительно ввиду больших затрат машинного времени, к одномерному. Получаемое в результате асимптотического интегрирования по поперечной (трассе распространения) координате уравнение содержит только одномерные интегралы, что позволяет заметно повысить эффективность численного решения. При этом, в отличие от исходного уравнения с ядром, имеющим слабую (интегрируемую) особенность, полученное одномерное уравнение имеет регулярное, ограниченное ядро. В отличие от известных в литературе предлагаемый подход позволяет учитывать в решении не только волны, отраженные от поперечных границ неоднородности (фактически от границ областей многокучной трассы), но и волны, отраженные от продольных трассе распространения границ трехмерной неоднородности.

Автор благодарит Н. П. Тихомирова за полезное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mendillo M. // Adv Space Res. 1982 V. 2. № 3 P 150
2. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н. и др. Препринт НИРФИ № 162. — Горький. 1983.
3. Пылаев А. А., Репина Л. К., Тихомиров Н. П. В кн.: Распространение километровых и более длинных радиоволн. — Алма-Ата: Наука. 1986. С. 23.
4. Field E. C., Joiner R. C. // Radio Sci. 1982 V. 17. № 3. P. 693.
5. Николаенко А. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 10. С. 1227.
6. Соловьев О. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 10. С. 1236.
7. King R. J., Tsukamoto W. I. // Radio Sci. 1966. V. 1. № 7. P. 775.
8. Wait J. R. // Proc. IEEE. 1974. V. 62. № 8. P. 1061.
9. Пылаев А. А., Тихомиров Н. П. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 18. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т., 1981. С. 155.
10. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. — М.: Мир, 1987.
11. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Наука, 1961.
12. Кириллов В. В. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 17. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т, 1979. С. 57.
13. Соловьев О. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 11. С. 1321.
14. Макаров Г. И., Новиков В. В. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 7. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т, 1968. С. 19.
15. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. — М.: Мир, 1978.
16. Забрейко П. П., Кошелев А. И., Красносельский М. А. и др. Интегральные уравнения. — М.: Наука, 1968.
17. Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Вып. 9. Межвуз. сб. — Л.: Гос. ун-т, 1969. С. 3.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
29 марта 1989 г.

ON THE SOLUTION TO THE PROPAGATION PROBLEM FOR THE LOCALLY IRREGULAR WAVEGUIDE

O. V. Solov'ev

In the scalar approximation the problem is reduced to a surface integral equation over bounded region. The irregularity of a boundary of the waveguide is described by the non-uniform surface impedance. The two-dimensional integral equation is reduced asymptotically to the equation which contains only one-dimensional integrals. By this, the waves reflected from both the transverse and longitudinal boundaries of the impedance irregularity are taken into account. Flat-earth and spherical-earth models of the Earth-ionosphere waveguide are considered.

УДК 621.373.421.11

О СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ В ДВУМЕРНЫХ СЕТЯХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

А. А. Дворников, В. И. Огурцов, Г. М. Уткин

Рассмотрена совместная работа почти одинаковых автогенераторов в двумерных сетях типа «решетка», «цилиндр» и «тор» при наличии запаздывания в каналах взаимных связей. Определены возможные стационарные равноамплитудные режимы и в предположении слабых связей исследована их локальная устойчивость. Проведена оценка полос синхронизма и неустойчивости частоты стационарных колебаний, рассмотрен вопрос об управлении фазовым распределением колебаний в узлах сети.

Автогенераторам, взаимосвязанным на основном тоне, посвящена обширная литература, например [1-5]. Они находят применение в схемах сложения мощностей, антенных фазированных решетках, датчиках, в разнообразных системах фазирования, синхронизации и стабилизации частоты колебаний. Наиболее подробно рассмотрены ансамбли двух и трех автогенераторов, исследованы также стационарные равноамплитудные режимы многих почти одинаковых автогенераторов, работающих в одномерных сетях типа «кольцо», «цепочка» и «звезда» с каналами взаимных связей без запаздывания. Ниже приводятся результаты анализа совместной работы почти одинаковых автогенераторов в двумерных сетях типа «решетка», «цилиндр» и «тор» при наличии запаздывания в каналах взаимных связей. Определены возможные стационарные равноамплитудные режимы и в предположении слабых связей исследована их локальная устойчивость. Проведена оценка полос синхронизма и неустойчивости частоты стационарных колебаний, рассмотрен вопрос об управлении фазовым распределением колебаний в сети.

Структура сети типа « $n \times m$ -решетка» представлена на рис. 1а. В узлах сети расположены $n \times m$ одноконтурных автогенератора (или аналогичные им многоэлементные однорезонансные модули [5], с. 21), взаимосвязанных через проводимость Y_{12} одинаковым и нерезонансным образом. Взаимная комплексная проводимость связи между автогенераторами Y_{12} учитывает также и запаздывание τ в канале связи. Местоположение автогенератора характеризуется двойным индексом, первая цифра которого равна номеру строки, а вторая — номеру столбца структуры. Та же индексация сохраняется и для параметров соответствующего автогенератора.

Структура рис. 1а является базовой. Из нее легко получить и два других рассматриваемых в этой статье типа двумерных сетей. Если каждый $(j, 1)$ -й автогенератор « $n \times m$ -решетки» связан с (j, n) -м автогенератором той же «решетки» ($j=1, n$), то получаем сеть типа « $n \times m$ -цилиндр» (рис. 1б). Если каждый $(1, l)$ -й автогенератор « $n \times m$ -цилиндра» связан с (m, l) -м автогенератором того же цилиндра, то образуется сеть типа « $n \times m$ -тор» ($l=1, n$) (рис. 1в; рис. см. на вклейке).

Представим колебания (i, k) -го автогенератора рассматриваемых сетей в виде $u_{i,k} = U_{i,k} \cos(\omega_0 t + \psi_{i,k})$, где $U_{i,k}$, $\psi_{i,k}$ — медленно меняющиеся амплитуда и фаза, ω_0 — частота стационарных колебаний сети. Тогда, используя [5] (с. 15), получаем для комплексных амплитуд

$\bar{U}_{i,k} = U_{i,k} \exp(j\psi_{i,k})$ укороченные дифференциальные уравнения, записанные в матричном виде

$$[Y(U, \rho)][\bar{U}] = 0, \quad (1)$$

где

$$[Y(U, \rho)] = \begin{bmatrix} [A_1] [B_1] 0 & \dots & 0 & 0 & [B_2] \\ [B_1] [A_2] [B_1] & \dots & 0 & 0 & \\ 0 [B_1] [A_2] & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \dots & \dots & [A_2] [B_1] & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & [B_1] [A_2] [B_1] & \\ [B_2] 0 & 0 & \dots & 0 & [B_1] [A_1] \end{bmatrix}, \quad [\bar{U}] = \begin{bmatrix} [\bar{U}_1] \\ [\bar{U}_2] \\ \dots \\ [\bar{U}_i] \\ \dots \\ [\bar{U}_{m-1}] \\ [\bar{U}_m] \end{bmatrix},$$

$$[A_k] = \begin{bmatrix} D_k Y_{12} 0 & \dots & 0 & 0 & L \\ Y_{12} F_k Y_{12} & \dots & 0 & 0 & \\ 0 Y_{12} F_k & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 \dots & \dots & \dots & 0 & \\ 0 & 0 & \dots & Y_{12} F_k Y_{12} & \\ L & 0 & 0 & \dots & 0 Y_{12} D_k \end{bmatrix}, \quad [\bar{U}_i] = \begin{bmatrix} \bar{U}_{1,i} \\ \bar{U}_{2,i} \\ \dots \\ \bar{U}_{k,i} \\ \dots \\ \bar{U}_{n,i} \end{bmatrix}, \quad [B_k] = Y_{12} [E],$$

$[\bar{U}_i]$ — вектор-столбец напряжений i -й строки сети; $[E]$ — единичная $n \times n$ -матрица; $[A_i]$ — $n \times n$ -матрица; $Y_{12} = d_{12} \exp[j(\varphi_{12} - \omega\sigma\tau)]$ — проводимость взаимной связи между автогенераторами; $d_{12} = |Y_{12}|$; φ_{12} — фазовый набег и время задержки в канале связи;

для « $n \times m$ -решетки»: $D_1 = Y_a - 2Y_{12}$, $F_1 = D_2 = Y_a - 3Y_{12}$, $F_2 = Y_a - 4Y_{12}$, $[B_2] = 0$, $L = 0$;
 для « $n \times m$ -цилиндра»: $D_1 = F_1 = Y_a - 3Y_{12}$, $D_2 = F_2 = Y_a - 4Y_{12}$, $L = Y_{12}$, $[B_2] = 0$;
 для « $n \times m$ -тора»: $D_1 = D_2 = F_1 = F_2 = Y_a - 4Y_{12}$, $[B_2] = Y_{12}[E]$, $L = Y_{12}$;

$Y_a = -jS_a - jS_p + G + j2C(\omega_0 - \omega_p) + 2C\rho$; $S_a(U_{i,k})$, $S_p(U_{i,k})$ — активная и реактивная составляющие проводимости (по первой гармонической составляющей) активного элемента (i, k) -го автогенератора; G , C , ω_p — проводимость потерь, емкость и собственная частота резонатора автогенератора; $\rho = d/dt$ — дифференциальный оператор.

Стационарные режимы системы определяются из уравнения

$$\det[Y(U, 0)] = 0.$$

В случае сетей одинаковых автогенераторов для равноамплитудных стационарных режимов ($U = U_{k,i}$; $k = \overline{1, n}$; $i = \overline{1, m}$) его можно свести к системе разностных уравнений. Из решения этой системы следует, что при любых n и m в рассматриваемых сетях возможен синфазный режим (колебания всех автогенераторов синфазны) с амплитудой и частотой стационарных колебаний, определяемых из уравнения

$$Y_a(U, 0) = 0.$$

Кроме того, могут быть следующие несинфазные режимы.

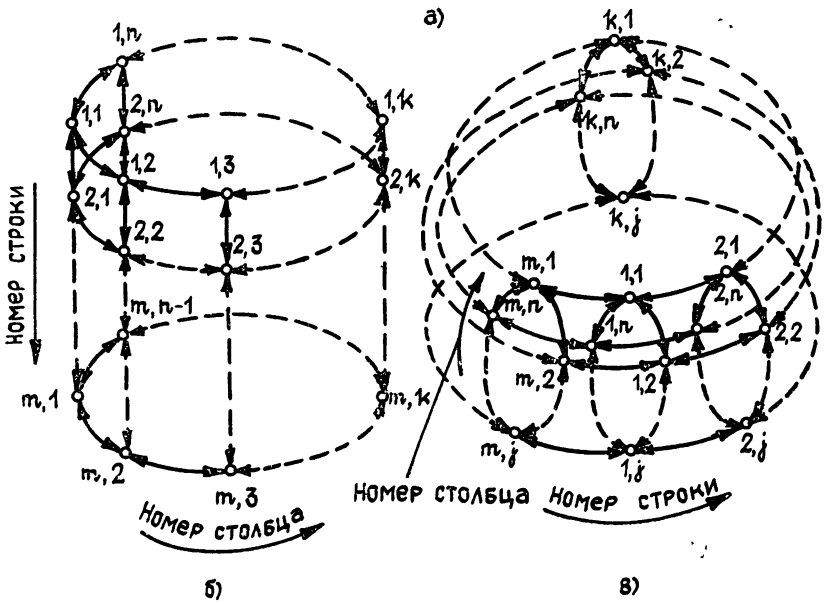
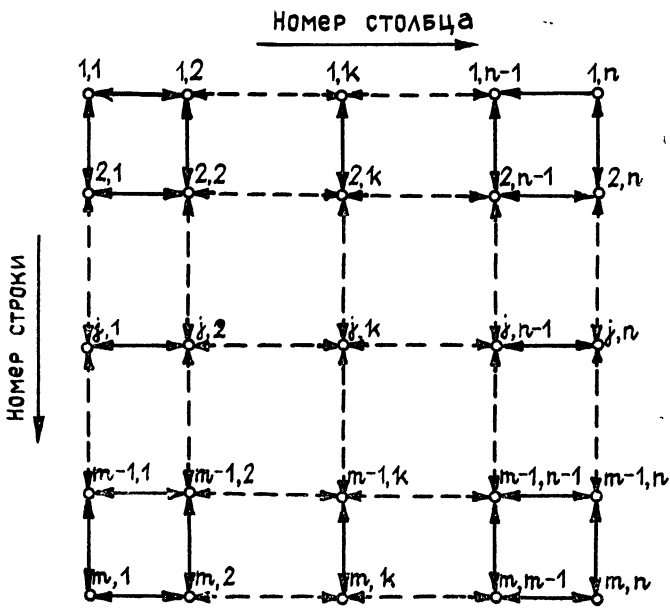


Рис 1 Двумерные сети автогенераторов: а) « $n \times m$ -решетка», б) « $n \times m$ -цилиндр», в) « $n \times m$ -тор».

« $n \times m$ -решетка».

Если n и m четные, то возможны три несинфазных режима. Два — с амплитудой, удовлетворяющей стационарному уравнению

$$Y_a(U, 0) = Y_{12},$$

и характеризуемых фазовыми соотношениями типа

$$\psi_{k,i} - \psi_{l,f} = \Delta_{ki,lf} = 0,5\pi[1 - \text{sgn}(a_i a_f)]$$

или

$$\Delta_{ki,lf} = 0,5\pi[1 - \text{sgn}(a_k a_l)],$$

где $a_j = \cos[0,5\pi(j-0,5)]$. В первом случае в пределах одного и того же столбца колебания всех автогенераторов синфазны. Во втором случае это справедливо для автогенераторов одной и той же строки сг-

ти. Для оставшегося еще одного несинфазного режима справедливо стационарное уравнение

$$Y_a(U, 0) = 4Y_{12},$$

а фазовые соотношения между колебаниями автогенераторов описываются как

$$\Delta_{ki,lf} = 0,5\pi[1 - \operatorname{sgn}(a_k a_i a_f)].$$

Если m или n четные, то стационарное уравнение единственного несинфазного режима имеет вид

$$Y_a(U, 0) = 2Y_{12},$$

а фазовые соотношения колебаний определяются как

$$\Delta_{ki,lf} = 0,5\pi[1 - \operatorname{sgn}(a_i a_f)],$$

если m четное, и

$$\Delta_{ki,lf} = 0,5\pi[1 - \operatorname{sgn}(a_k a_i)],$$

если n четное.

Если m и n нечетные, то несинфазных режимов нет.

Отметим, что разность фаз колебаний автогенераторов во всех несинфазных режимах может принимать только два значения: 0 или π .

« $n \times m$ -цилиндр»

Возможны $(n-1)$ несинфазных режима со стационарным уравнением

$$Y_a(U, 0) = 2Y_{12}[1 - \cos(2\pi\xi/n)]$$

и фазовыми соотношениями

$$\Delta_{ki,lf} = 2\pi\xi(k-l)/n,$$

где $\xi = \overline{1, n-1}$. При этом колебания автогенераторов одной и той же строки сети синфазны.

Если m четное, то дополнительно возможны $(n-1)$ режима со стационарным уравнением

$$Y_a(U, 0) = 2Y_{12}[2 - \cos(2\pi\xi/n)]$$

и фазовым соотношением

$$\Delta_{ki,lf} = 2\pi\xi(k-l)/n + 0,5\pi[1 - \operatorname{sgn}(a_i a_l)],$$

где $\xi = \overline{0, n-1}$.

« $n \times m$ -тор»

Стационарные уравнения имеют вид

$$Y_a(U, 0) = 2Y_{12}[2 - \cos(2\pi\xi/n) - \cos(2\pi\eta/m)],$$

фазовые соотношения —

$$\Delta_{ki,lf} = 2\pi[\xi(k-l)/n + \eta(i-l)/m],$$

где $\xi = \overline{0, n-1}$, $\eta = \overline{0, m-1}$. Число возможных несинфазных режимов $nm-1$.

Анализ уравнений (1), проведенный в предположении слабой связи между автогенераторами сети, показал, что синфазный режим локально устойчив, если

$$\cos(\varphi_{12} - \omega_0\tau - \varphi) > 0, \quad (2)$$

где $\varphi = \arg(\sigma_a + j\sigma_p)$, $\sigma_{(a)}^{(p)} = dS_{(a)}^{(p)} / dU|_{U=U_0}$.

Для несинфазных режимов исследование локальной устойчивости можно провести аналитически лишь для частных случаев:

« $n \times 1$ -решетка» (одномерная цепочка с запаздывающими связями). При выполнении условия (2) все несинфазные режимы неустойчивы.

« $n \times 1$ -цилиндр» (одномерное кольцо с запаздывающими связями). Условие устойчивости несинфазных режимов имеет вид

$$\cos(\varphi_{12} - \omega_0 \tau - \varphi) \cos(2\pi\xi/n) > 0.$$

« $n \times m$ -тор» (без запаздывания в каналах связи $\tau=0$).

Стационарный режим устойчив, если

$$\cos(\varphi_{12} - \varphi) \left[\cos \frac{2\pi}{n} \xi \left(1 - \cos \frac{2\pi}{n} \xi' \right) + \cos \frac{2\pi}{m} \eta \left(1 - \cos \frac{2\pi}{m} \eta' \right) \right] > 0,$$

где $\xi' = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$; $\eta' = 0, 1, 2, \dots, (m-1)$.

Отметим, что наличие достаточно большого запаздывания в каналах связи приводит к возможности выполнения уравнений стационарного режима для нескольких частот генерации, т. е. к многомодовости. Это в свою очередь может приводить к скачкам режима (в том числе и к скачкам частоты) в пределах одного и того же типа колебания (синфазного или несинфазного). На практике же часто это не желательно, так как рабочим режимом обычно является одномодовый синфазный. Проведем для него оценку полосы взаимной синхронизации. По аналогии с тем, как это сделано в [5] для структуры связей «звезда» в случае отсутствия запаздывания в каналах связи ($\tau=0$), и получим условия отсутствия скачков режима.

Для « $n \times 1$ -решетки»

$$\Pi = |D \cos(\varphi_{12} - \varphi)|$$

(противоположная расстройка двух соседних автогенераторов), а для « $n \times 1$ -цилиндра»

$$\Pi = [n/(n-1)] |D \cos(\varphi_{12} - \varphi)|$$

(противоположная расстройка 1-го и n -го автогенераторов), где

$$D = d_{12} \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_p^2} / (C \sigma_a) = d_{12} / (C \cos \varphi).$$

При этом анализ уравнений (1) после их вторичного укорочения показывает, что при $D\tau < 2$ для « $n \times m$ -тора» и при $D\tau < 1$ для « $n \times 1$ -цилиндра» скачки синфазного режима невозможны.

Для всех рассматриваемых структур взаимных связей, линеаризуя уравнение (1) вблизи точки синфазного режима при малых взаимных частотных расстройках автогенераторов и $\tau=0$, получаем, что квазистатическая вариация частоты стационарных колебаний равна

$$\delta\omega_0 = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n \delta\omega_{0k,i} / (nm),$$

где $\delta\omega_{0k,i}$ — квазистатическая вариация частоты стационарных колебаний изолированного (k, i)-го автогенератора. Видно, что вариация частоты каждого автогенератора определяет вариацию стационарной частоты с весом $1/(nm)$, что, как и для одномерных структур, определяет повышение кратковременной стабильности частоты в системе.

Рассмотрим вопрос об управлении фазовым распределением в сетях. Для « $n \times 1$ -цилиндра» получаем, что если ($k, 1$)-й автогенератор нерасстроен по частоте относительно частоты стационарных колебаний сети ω_0 , то в линейном приближении

$$\Delta_{(k, 1), (k+1, 1)} = \Delta_{(k-1, 1), (k, 1)}.$$

Следовательно, ($k, 1$)-й автогенератор является своеобразным «повто-

рителем» разности фаз. Это свойство позволяет получить в сети линейное распределение фаз колебаний при противоположных частотных расстройках (относительно ω_0) только двух автогенераторов системы. Меняя частотную расстройку этих автогенераторов, можно управлять крутизной указанного фазового распределения. Это иллюстрируется рис. 2 для случая расстройки (1, 1)-го и (n, 1)-го автогенераторов « $n \times 1$ -цилиндра».

Аналогично « $n \times 1$ -цилиндру» в случае « $n \times 1$ -решетки» для (k, 1)-го автогенератора ($k \neq 1, k \neq n$), не расстроенного по частоте относительно частоты ω_0 , имеем в линейном приближении

$$\Delta_{(k, 1), (k+1, 1)} = \Delta_{(k-1, 1), (k, 1)}.$$

При этом противоположная частотная расстройка крайних автогенераторов « $n \times 1$ -решетки» дает фазовое распределение, изображенное на рис. 2, а двух центральных — на рис. 3.

Во многом аналогичные фазовые распределения можно получить и при $m \neq 1$. Например, если все автогенераторы 1-го столбца « $n \times m$ -решетки», « $n \times m$ -цилиндра» или « $n \times m$ -тора» расстроены по частоте относительно ω_0 на Ω , а все автогенераторы n -го столбца на $-\Omega$, то в пределах каждой строки сети фазовое распределение соответствует рис. 2. Такое же распределение можно получить по автогенераторам каждого из столбцов сети, если указанным выше образом расстроить автогенераторы 1-й и m -й строк сети соответственно на Ω_1 и $-\Omega_1$. Если при этом дополнительно расстроить на Ω и $-\Omega$ автогенераторы соответственно 1-го и n -го столбцов « $n \times m$ -решетки» (при этом полная частотная расстройка (1, 1)-го автогенератора равна $(\Omega + \Omega_1)$, (1, n)-го — $(\Omega_1 - \Omega)$, (m , 1)-го — $(\Omega - \Omega_1)$, а (m , n)-го — $(-\Omega_1 - \Omega)$), то фазовое распределение колебаний автогенераторов сети будет соответствовать точкам плоскости, пространственным положением которой можно управлять, меняя Ω и Ω_1 .

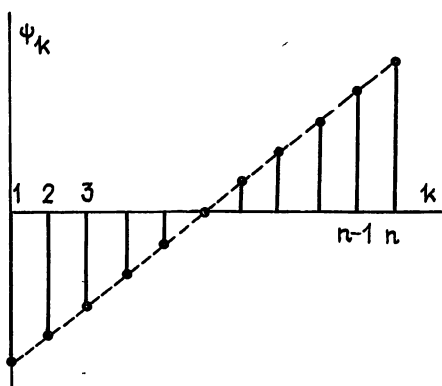


Рис. 2.

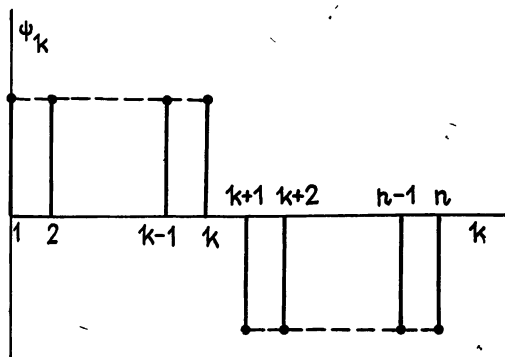


Рис. 3.

Рис. 2. Фазовое распределение в « $n \times 1$ -решетке» при противоположной частотной расстройке двух крайних автогенераторов.

Рис. 3. Фазовое распределение в « $n \times 1$ -решетке» при противоположной частотной расстройке двух центральных автогенераторов.

Распределение фаз колебаний рис. 3 получается в каждой строке (столбце) « $n \times m$ -решетки», если в противоположные стороны расстроить по частоте автогенераторы двух соседних центральных столбцов (строк) сети. В пределах каждого из указанных столбцов (строк) автогенераторы расстроены одинаковым образом. То же самое распределение рис. 3 получаем, если указанным образом вдоль каждого из столбцов « $n \times m$ -цилиндра» расстроены две соседние центральные строки сети.

В рассмотренных сетях может существовать как синфазный режим работы, так и несинфазный; селекция типов колебаний, а также обес-

печение необходимой взаимной синхронизации требует выбора определенного характера взаимных связей; управление линейным фазовым распределением в сети возможно за счет частотной расстройки лишь части автогенераторов сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рапопорт Г. Н. // Радиотехника. 1951. № 4. С. 53.
2. Романовский Ю. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 5. С. 718.
3. Смольский С. М., Столетова О. Е. // Радиотехника и электроника. 1978. № 1. С. 102.
4. Новиков С. С., Майдановский А. С. // Радиотехника и электроника. 1983. № 3. С. 513.
5. Дворников А. А., Уткин Г. М. Фазированные автогенераторы радиопередающих устройств. — М.: Энергия, 1980. — 176 с.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
25 апреля 1989 г.

ON THE STATIONARY REGIME IN TWO-DIMENSIONAL NETS OF OSCILLATORS

A. A. Dvornikov, V. I. Ogurtsov, G. M. Utkin

The joint work of nearly identical oscillators in two-dimensional nets according to «grating», «cylinder» and «tor» types with a delay in channels of mutual connection is studied. Possible stationary equal amplitude regimes are determined. In the assumption of the weak mutual connections their local stability is investigated. Estimation of the locking bandwidth and frequency stationary oscillation nonstability is determined. A question of controlling phase distribution oscillation in knot of the net is studied too.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.385.6.01

СИНХРОНИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА В МНОГОМОДОВОМ РЕЗОНАТОРЕ

А. П. Привезенцев, Н. И. Саблин, Г. П. Фоменко

Методом численного моделирования проведено исследование взаимодействия интенсивного потока заряженных частиц, формирующего виртуальный катод, с ВЧ полем в многомодовом резонаторе. Показана возможность формирования колебаний связанной системы поток-резонатор, близких к синусоидальным. Проведенный анализ фурье-спектра, корреляционного показателя и корреляционной функции колебательных режимов пространственного заряда указывает на существование нелинейного режима синхронизации в рассматриваемой системе.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 6252-В90. Деп. от 13 декабря 1990 г.*

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 621.373

**САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ
В НЕЛИНЕЙНЫХ ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ — УЧЕТ ЭФФЕКТОВ НАСЫЩЕНИЯ**

А. А. Голубков, В. А. Макаров

Наличие гиротропии приводит к заметным поляризационным эффектам при самофокусировке волн в средах с кубической нелинейностью [1]. Известно, однако, что на характер самовоздействия пучков решающее влияние может оказывать насыщение [2], приводящее в ряде случаев к возникновению сложных волноводных режимов распространения. В настоящей работе в безабберационном приближении с использованием метода моментов [3] исследовано распространение произвольно поляризованных пучков света в непоглощающих изотропных средах с учетом нелинейности пятого порядка и пространственной дисперсии кубической нелинейности. Амплитудное и поляризационное самовоздействие света в таких средах описывается в стационарном приближении параболическими уравнениями для медленно меняющихся амплитуд циркулярно поляризованных волн

$$\frac{\partial A_{\pm}}{\partial z_1} + \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} A_{\pm} = i \left\{ \pm \rho_0 - \left(\frac{\sigma_1}{2} \mp \rho_1 \right) |A_{\pm}|^2 - \left(\frac{\sigma_1}{2} + \sigma_2 \right) |A_{\mp}|^2 - \alpha |A_{\pm}|^4 - \right. \\ \left. - \beta (|A_{\mp}|^2 + 2|A_{\pm}|^2) |A_{\mp}|^2 \right\} A_{\pm}, \tag{1}$$

отличающихся от рассмотренных в [1] наличием членов, квадратичных по интенсивности. Здесь $A_{\pm} = A_x \pm iA_y$, $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, $k = \omega\sqrt{\epsilon}/c$; $\sigma_{1,2}$ связаны с ненулевыми компонентами тензора кубической нелинейности, а $\rho_{0,1}$ — с псевдоскалярными константами линейной и нелинейной гирации [1]. В изотропных непоглощающих средах тензор шестого ранга $\chi_{ijklmn}^{(5)}$ ($\sim \omega, -\omega, -\omega, \omega, \omega, \omega$) определяется двумя независимыми величинами $\chi_1 = \chi_{xxxxxx}^{(5)}$, $\chi_2 = \chi_{xxxxyy}^{(5)}$. В (1) $\alpha = \pi\omega^2(\chi_1 - 3\chi_2)/2kc^2$, $\beta = \pi\omega^2(\chi_1 + \chi_2)/2kc^2$ (в отсутствие частотной дисперсии $\beta = 3\alpha$).

Пусть на границу среды $z_1 = 0$ падает пучок с гауссовой формой поперечного распределения интенсивности $\bar{I}(x, y, 0) = (1/2)E_0^2 \exp(-2r^2/r_0^2)$ и с постоянной эллиптичностью $\bar{M}(x, y, 0) = M_0$. Здесь

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \bar{I} = (|A_+|^2 + |A_-|^2)/2, \quad \bar{M} = (|A_+|^2 - |A_-|^2)/2\bar{I}, \\ E_0^2 = E_+^2 + E_-^2, \quad M_0 = (E_+^2 - E_-^2)/E_0^2, \quad E_{\pm} = |A_{\pm}(0, 0, 0)|.$$

Действуя аналогично [1], получим следующие уравнения для безразмерных ширин f_{\pm} парциальных пучков A_{\pm} :

$$\frac{d^2 f_{\pm}}{dz^2} = \frac{m_{\pm}}{f_{\pm}^3} - \frac{sM_{\mp}Pf_{\pm}}{F_0^2} + \frac{rM_{\pm}P^2}{f_{\pm}^5} + \frac{2r_2P^2}{3} \left[\frac{M_{\mp}^2 f_{\pm}}{F_{\mp}^4 f_{\mp}^2} + \frac{(1 - M_0^2)F_0^2}{F_{\pm}^4 f_{\pm}^3} \right], \tag{2}$$

где $F_0^2 = f_+^2 + f_-^2$, $F_{\pm}^2 = (f_{\pm}^2 + 2f_{\mp}^2)/3$, $z = z_1/L$, $L = kr_0^2/2$, $m_{\pm} = 1 - M_{\pm}l_{\pm}P/2$, $l_{\pm} = (1 \mp \gamma)/2$, $M_{\pm} = 1 \pm M_0$, $P = \sigma_1 LE_0^2/2$, $\gamma = 2\rho_1/\sigma_1$, $r_1 = -2\alpha(9\sigma_1^2 L)^{-1}$, $r_2 = -2\beta/3\sigma_1^2 L$, $s = 1 + 2\epsilon$, $\epsilon = \sigma_2/\sigma_1$, при этом считается, что $\sigma_1 > 0$. Граничные условия для f_{\pm} имеют вид $f_{\pm}(0) = 1$, $(df_{\pm}/dz)_{z=0} = 0$.

Если $\epsilon = -0,5$; $r_2 = 0$, то, как видно из (1), (2), циркулярно поляризованные парциальные пучки распространяются независимо друг от друга. В этом случае удается получить неявное аналитическое решение (2), включающее эллиптические интегралы

первого и второго рода. Оказывается, что при d_+ или d_- больше нуля ($d_{\pm} = r_1 M_{\pm}^2 P^2 + m_{\pm}$) соответственно f_+ или f_- монотонно возрастает. Если же $d_+ < 0$ ($d_- < 0$), то происходит волноводное распространение парциального пучка A_+ (A_-). В последнем случае с ростом z $f_{\pm}^2(z)$, периодически изменяется в пределах между единицей и $a_{\pm}^2 = -r_1 M_{\pm}^2 P^2 / d_{\pm}$ с периодом $L_{\pm} = 2(f_{\pm})_{\max} E(\pi/2, K_{\pm}) / \sqrt{|d_{\pm}|}$, где $K_{\pm}^2 = 1 - (f_{\pm}^2)_{\min} / (f_{\pm}^2)_{\max}$. Заметим, что в зависимости от P и M_0 , a_{\pm}^2 может быть как больше, так и меньше единицы. Таким образом, существует три режима изменения

нормированной интенсивности $I_{\text{н}}(z) = \sigma_1 L I(0, 0, z)$ и эллиптичности $M(z) = M(0, 0, z)$ на оси пучка. Первый связан с совместной дефокусировкой (СД) парциальных пучков, которая сопровождается, естественно, уменьшением $I(z)$. Этот режим осуществляется в областях, обозначенных на рис. 1 (рис. см. на вклейке) цифрой 1, где $d_{\pm} > 0$. При $d_{\pm} < 0$ (области II рис. 1) имеет место «совместно-волноводное» (СВ) распространение обоих парциальных пучков, сопровождающееся квазипериодическим изменением $I_{\text{н}}$ и M . В областях III (рис. 1) происходит волноводное распространение одного из парциальных пучков при дефокусировке другого («раздельно-волноводный» (РВ) режим), сопровождающееся колебательным изменением $I(z)$. При этом $|M(z)|$ стремится (з том числе и немонотонно) к единице. Расположение областей, приведенное на рис. 1, качественно не изменяется и при других значениях γ и r_1 , удовлетворяющих условиям $|\gamma| < 1$, $0 < r_1 < (1 - |\gamma|)^2 / 64$.

Указанные три режима распространения охватывают все возможные случаи и при $\varepsilon \neq -0,5$ и (или) $r_2 \neq 0$. Взаимодействие парциальных пучков, однако, может приводить к существенному усложнению вида $f_{\pm}(z)$. Особенно это относится к СВ, а также РВ режимам. Происходящие при этом сложные изменения $f_{\pm}(z)$, $I_{\text{н}}(z)$ и $M(z)$ проиллюстрированы на рис. 2 ($\varepsilon = 0,5$, $\gamma = 0,2$, $r_1 = 0,008$, $r_2 = 0,072$, $M_0 = -0,5$), где кривые 1 соответствуют СВ, а кривые 2 — РВ распространению. Зависимость угла поворота эллипса поляризации от z носит в целом монотонный характер.

В общем случае ($r_2 \neq 0$, $\varepsilon \neq -0,5$) решить аналитически (2) не удается. Можно, однако, найти условие, необходимое (но недостаточное) для СД парциальных пучков. Воспользуемся интегралом системы (2):

$$M_+ (df_+/dz)^2 + M_- (df_-/dz)^2 + m_+ M_+ / f_+^2 + m_- M_- / f_-^2 - s(1 - M_0^2) P / F_0^2 + \\ + r_1 P^2 (M_+^3 / f_+^4 + M_-^3 / f_-^4) + r_2 (1 - M_0^2) P^2 (M_+ / (f_+ F_+)^2 + M_- / (f_- F_-)^2) = C(M_0, P), \quad (3)$$

где $C(M_0, P) = 2 - (1 - \gamma M_0 + \varepsilon(1 - M_0^2)) P + 2(r_1 + r_2 + (3r_1 - r_2) M_0^3) P^2$. Так как при $f_{\pm} \rightarrow \infty$ левая часть (3) заведомо положительна, то СД парциальных пучков возможна, только если $C(M_0, P) \geq 0$. Можно также сформулировать два условия, выполнение которых необходимо для реализации РВ режима распространения. Найдем их, предположив, что он осуществился, и записав (2), (3) в приближении $f_{\pm} \gg f_{\mp}$. При этом уравнение для f_{\mp} имеет периодическое решение, если $d_{\mp} < 0$ (первое из условий), а также интеграл, пользуясь которым из (3) можно получить уравнение для f_{\pm} . Последнее описывает дефокусировку парциального пучка A_{\pm} , только при $C(M_0, P) - (m_{\mp} / f_0^2 + r_1 M_{\mp}^2 P^2 / f_0^2) M_{\mp} \geq 0$ (второе из условий). Здесь f_0 — значение функции $f_{\pm}(z)$ в максимуме, которое, строго говоря, не известно. Разумно предположить, что $f_0 \approx 1$. Тогда второе условие примет вид

$$m_{\pm} + r_1 P^2 M_{\pm}^2 - s M_{\mp} P / 2 + 2r_2 M_{\mp} P^2 \geq 0. \quad (4)$$

При $\varepsilon = -0,5$, $r_2 = 0$ полученные два неравенства ($d_{\mp} < 0$ и (4)) определяют границы областей (на плоскости P, M_0) с РВ режимом распространения, которые полностью совпадают с найденными выше на основе аналитического решения (2) (см. рис. 1).

На рис. 3 ($\varepsilon = 0,5$, $\gamma = 0,2$, $r_1 = 0,008$, $r_2 = 9r_1$) приведены определенные на основе обсуждаемых условий четыре типа областей значений P и M_0 . Во всех этих областях не запрещен СВ режим распространения. В области I, кроме того, разрешена СД парциальных пучков, а в области III — их РВ распространение. В области IV не запрещен ни один из трех режимов. Крестики, кружки и звездочки на рис. 3 использованы для обозначения результатов численного анализа (2). Они означают, что в помеченных точках осуществляется СД парциальных пучков, их СВ и РВ распространение соответственно. Из рис. 3 видно, что разбиение на области, проводимое на основе предложенных критериев, является вполне удовлетворительным и полезно при численном анализе самовоздействия произвольно поляризованных пучков света в гиротропных средах с насыщением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубков А. А., Макаров В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 9. С. 1042.
2. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // ЖЭТФ. 1966. Т. 50 Вып. 6. С. 1537.

УДК 520.27+520.874

СИСТЕМА СИНТЕЗА СИНФАЗНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ МЕСТНЫХ ГЕТЕРОДИНОВ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРА

В. В. Бычков, Е. Б. Ерышев, Н. Ю. Огаркова

В [1] рассмотрен вариант системы синтеза синфазных СВЧ напряжений в разнесенных пунктах, в котором практически устранено влияние флуктуаций электрической длины линии ТЕМ-волны, соединяющей пункты, на относительные фазы синтезированных напряжений. Данный вариант является развитием известной схемы [2, 3] и устраняет ее недостатки, связанные с практической сложностью разделения напряжений близких частот $\omega_1 \simeq \omega_2 \simeq \omega_0/2$, но существенно разных амплитуд, распространяющихся по линии связи навстречу друг другу, и их перемножения с выделением полезной компоненты частоты $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ на фоне вторых гармоник $2\omega_1, 2\omega_2$ перемножаемых напряжений. В данном варианте, структурная схема которого приведена на рисунке, по линии ТЕМ-волны, соединяющей все антенные пункты радиointерферометра и согласованной на концах неотражающими нагрузками, передаются напряжения частот $\omega_0/2 - \omega_1, \omega_1$ в одном направлении и $\omega_0/2 - \omega_2, \omega_2$ — в противоположном. Напряжения частот $\omega_0/2 - \omega_1$ и $\omega_0/2 - \omega_2$ образуются в конечных пунктах базы смещением напряжений стандартов частоты $\omega_0/2$ и вспомогательных генераторов ω_1, ω_2 , причем ω_1 и ω_2 выбраны такими, чтобы частоты передаваемых по линии напряжений были разнесены достаточно для их эффективного разделения в антенных пунктах посредством фильтров. Стандарт частоты $\omega_0/2$ может быть общим, размещаться на одном из концов базы и передаваться на другой конец по той же линии связи, как показано на рис. 1 (рис. см. на вклейке). Напряжения $V_1(\omega_0/2 - \omega_1), V_2(\omega_0/2 - \omega_2), V_3(\omega_1), V_4(\omega_2)$ выделяются в антенных пунктах с помощью направленных ответвителей и фильтров и в соответствии с алгоритмом синтеза

$$V(\omega_0) \sim \{V_1(\omega_0/2 - \omega_1) \times V_2(\omega_0/2 - \omega_2)\} \times \{V_3(\omega_1) \times V_4(\omega_2)\}$$

преобразуются преобразователями частоты вверх в напряжение гетеродинов частоты ω_0 . Рассмотрение последовательности преобразования фазовых сдвигов в схеме дает следующее выражение фазового сдвига, синтезированного в момент времени t_0 в пункте с координатой l напряжения:

$$\varphi = \theta_0 \left(t_0 - \frac{l}{v_{\text{фаз}}} \right) + \theta_0 \left(t_0 - 2 \frac{L}{v_{\text{фаз}}} + \frac{l}{v_{\text{фаз}}} \right) - \frac{\omega_0}{v_{\text{фаз}}} L - \theta_d, \quad (1)$$

где $\theta_0(t)$ — фаза стандарта частоты $\omega_0/2$ в момент t , $v_{\text{фаз}}$ — фазовая скорость в линии, L — длина базы,

$$\theta_d = N(\omega_0) l \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{1/2} \right] + N(\omega_0) (L - l) \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\omega_2}{\omega_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} \right)^{1/2} \right]$$

— фазовая ошибка из-за дисперсии в линии связи, при учете которой постоянная распространения [4] $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} + N(\omega_0) (\omega/\omega_0)^{1/2}$. $N(\omega_0)$ — погонные омические потери в проводниках линии на частоте ω_0 .

При допустимом уровне флуктуаций $\delta\varphi \lesssim 10^{-2}$ первые два слагаемых в (1) дают условие на стабильность частоты стандарта $\omega_0/2$: $V \Delta \overline{f_0^2} / f_0 \lesssim 10^{-2} \lambda / L$. Слагаемое $(\omega_0/v_{\text{фаз}})L$ ошибки не вносит, так как одинаково для всех пунктов синтеза; θ_d дает регулярный, пропорциональный l фазовый сдвиг, достаточно малый даже при значительном разнесении передаваемых частот и существенных потерях в линии $N(\omega_0)L \simeq N(\omega_0) (\omega/\omega_0)^{1/2}$. К примеру, при $\omega_1 = 0,18\omega_0, \omega_2 = 0,27\omega_0$ и $N(\omega_0/2 - \omega_1) \simeq 3 \text{ Неп}$ величина $\theta_d = 4^\circ$; $\theta_d(\omega_1/\omega_0; \omega_2/\omega_0)$ является знакопеременной функцией аргумента ω_1/ω_0 и параметра ω_2/ω_0 , однако выбор точки $\theta_d = 0$, соответствующей попарному равенству передаваемых частот $(\omega_0/2 - \omega_1 = \omega_2)$, приводит к проблеме их разделения. Поскольку частоты вспомогательных генераторов ω_1, ω_2 присутствуют лишь в дисперсионной поправке выражения (1), их частотная стабильность практически не зависит от длины базы L , а определяется в основном стабильностью фазовых характеристик используемых фильтров. При больших базах затухание в линии связи может оказаться чрезмерно велико, и система синтеза в этом случае может быть реализована в виде цепочки звеньев с затуханием в линии отдельного звена в пределах

30—40 дБ. Объединение звеньев в цепочку, осуществляемое схемами автоподстройки фазы, показано на рисунке. При выполнении условий $\omega_{1,n} = \omega_{2,n+1}$; $\omega_{2,n} = \omega_{1,n+1}$ (n — номер звена) благодаря знакопеременности θ_d ее величина для всей цепи не превысит ошибки отдельного звена, в чем преимущество данной схемы перед рассмотренными в [3], для которых дисперсионные ошибки звеньев складываются.

По рассмотренной схеме реализованы системы синтеза напряжений местных гетеродинов частоты $f_r = 335$ МГц и фазовой калибровки частоты $f_k = 291$ МГц трехэлементного радиointерферометра радиоастрономической станции НИРФИ «Старая Пустынь» ($L \approx 2 \cdot 10^2 \lambda$ г). Значения частот вспомогательных генераторов этих систем были выбраны соответственно $f_{1,r} = 55$ МГц, $f_{2,r} = 75$ МГц и $f_{1,k} = 40$ МГц, $f_{2,k} = 60$ МГц. Основное внимание при разработке систем было уделено обеспечению фазовой стабильности элементов блоков синтеза в антенных пунктах (смесителей, усилителей, фильтров) и качества согласования включенных в линию связи узлов (направленных ответвителей, мультиплексеров).

При изменениях температуры окружающей среды в пределах $\pm(5 \div 30)^\circ \text{C}$, напряжений питания усилителей 100 мВ и длины линии связи $\delta L \approx 10^{-2} L$ измеренный уровень флуктуаций относительных фаз синтезированных напряжений гетеродинов не превысил $0,4^\circ$. Конструктивное отличие системы синтеза напряжений фазовой калибровки состоит в отсутствии в ней усилителей на выходах смесителей блоков синтеза антенных пунктов. Сигналы фазовой калибровки излучаются в приемные тракты вибраторами, расположенными в вершинах параболических антенн радиointерферометра

ЛИТЕРАТУРА

1. А. с. 557464 СССР. Устройство формирования синфазных сигналов в разнесенных пунктах / В. В. Бычков. — Оpubл. в Б. И. — 1977. № 17. С. 177.
2. Алексеев В. А., Кротиков В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 5. С. 651.
3. The V. L. A., A proposal for a very large radiotelescope. NRAO. 1967. V 2
4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Радио и связь, 1988.
5. Project cyclops, prepared under Stanford (NASA) Claines Reserch Center, 1971 P. 99.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
22 июня 1989 г.

УДК 621.372.82

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ВОЛН В СИСТЕМАХ СО СКАЧКОМ ФАЗЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ СВЯЗИ

Д. В. Виноградов, Г. Г. Денисов

В ряде приложений важна и актуальна задача преобразования высших волноводных волн (в частности, в волны простейших структур) [1, 2]. Взаимную трансформацию попутных волн можно описывать, используя систему уравнений связанных волн [3—5]

$$A'_j(z) = ih_j A_j(z) + i \sum_{l \neq j} \kappa_{jl}(z) A_l(z), \quad (1)$$

где z — координата вдоль волновода, A — амплитуды волн, h — их постоянные распространения, κ — коэффициенты связи. В общем случае система (1) содержит бесконечное число уравнений, но в некоторых важных случаях их число можно ограничить.

1. Взаимодействие двух волн. Рассмотрим сначала взаимодействие двух волн на участке волновода с постоянным коэффициентом связи κ_0 . При этом система (1) состоит из двух уравнений:

$$A'_1 = ih_1 A_1 + i\kappa_0 A_2, \quad A'_2 = ih_2 A_2 + i\kappa_0 A_1. \quad (2)$$

Если в сечении $z=0$ заданы амплитуды волн $A_1(0) = a_1$, $A_2(0) = a_2$, то решение системы (2) будет [4]

$$A_1 = \left(a_1 \left(\cos \frac{\pi z}{d} + \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) + a_2 \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) \exp\left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z\right), \quad (3)$$

$$A_2 = \left(a_1 \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} + a_2 \left(\cos \frac{\pi z}{d} - \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) \right) \exp\left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z\right),$$

где $d = 2\pi / (h_1 - h_2) \sqrt{1 + \rho^2}$ — период биений нормальных волн, $\rho = |2\kappa_0 / (h_1 - h_2)|$ — свя-

занность волн. Если на вход нерегулярного участка поступает одна волна

$$A_1(0) = 1, \quad A_2(0) = 0, \quad (4)$$

уравнения (3) дают

$$A_1(z) = \left(\cos \frac{\pi z}{d} + \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right), \quad (5)$$

$$A_2(z) = \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right).$$

Максимально возможный коэффициент преобразования равен (рис. 1а) (рис. см. на вклейке)

$$\eta = \rho^2 / (1 + \rho^2). \quad (6)$$

Полное преобразование реализуется лишь в случае вырождения волн ($\rho = \infty$) и происходит при длине нерегулярного волновода [4]

$$\kappa_0 L = \pi/2 + s\pi, \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Оказывается, что и в более общем случае (невыврожденные волны) возможно полное преобразование волн в волноводе, состоящем из двух участков с определенным скачком фазы коэффициента связи.

Рассмотрим преобразование волн на участке, описываемом коэффициентом связи

$$\kappa(z) = \begin{cases} \kappa_0 \exp(i\varphi_1), & 0 \leq z \leq z^* \\ \kappa_0 \exp(i\varphi_2), & z > z^* \end{cases}. \quad (8)$$

При начальных условиях (4) из анализа уравнений (5) и (3) следует, что для полного преобразования волн (рис. 1б, в) необходима достаточно большая связанность (рис. см. на вклейке).

$$\rho \gg 1, \quad (9)$$

а скачок коэффициента связи должен быть в том месте, где

$$\left| \sin \frac{\pi z^*}{d} \right| \geq \frac{1}{\rho}, \quad (10)$$

и иметь величину

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \arctg \left(\frac{1}{\sqrt{1+\rho^2}} \operatorname{tg} \frac{\pi z^*}{d} \right) \mp \arctg \left(\sqrt{\frac{1+\rho^2 \cos^2(\pi z^*/d)}{(1+\rho^2)(\rho^2 \sin^2(\pi z^*/d) - 1)}} \right) - \frac{\pi}{2} (1 \pm 1). \quad (11)$$

Наименьшая длина, на которой при заданной связанности волн осуществляется полное преобразование волн,

$$\kappa_0 L_{\min} = \frac{2\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \arcsin \sqrt{\frac{1+\rho^2}{2\rho^2}}, \quad (12)$$

и соответствует скачку фазы коэффициента связи

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2 \arctg(1/\sqrt{\rho^2 - 1}) \quad (13)$$

в середине участка $z^* = L_{\min}/2$, в месте равенства амплитуд волн $|A_1|^2 = |A_2|^2$ (рис. 1б).

2. Взаимодействие трех волн. Характер обмена энергией трех волн зависит от многих параметров — соотношения коэффициентов связи и расстройек волновых чисел. Мы рассмотрим простейший, но не теряющий практической привлекательности случай взаимодействия трех вырожденных волн $h_1 = h_2 = h_3 = h$. Положим также $|\kappa_{1,2}| = |\kappa_{2,3}| = \kappa_0$, $\kappa_{1,3} = 0$, так что волны взаимодействуют по схеме $1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3$.

На участке с постоянной связью взаимодействие волн описывается уравнениями

$$\begin{aligned} A_1' &= ihA_1 + i\kappa_0 e^{-i\varphi} A_2, \\ A_2' &= ihA_2 + i\kappa_0 e^{i\varphi} A_1 + i\kappa_0 e^{-i\theta} A_3, \\ A_3' &= ihA_3 + i\kappa_0 e^{i\theta} A_2, \end{aligned} \quad (14)$$

где φ, θ — фазы коэффициентов связи $\kappa_{1,2}$ и $\kappa_{2,3}$ соответственно. Если на вход участка поступает только одна волна

$$A_1(0) = 1, \quad A_2(0) = 0, \quad A_3(0) = 0, \quad (15)$$

получим решение

$$A_1(z) = \frac{1}{2} (1 + \cos(\sqrt{2} \kappa_0 z)) e^{ihz},$$

$$A_2(z) = \frac{i}{\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2} \kappa_0 z) e^{i\varphi} e^{ihz},$$

(16)

$$A_3(z) = \frac{1}{2} (\cos(\sqrt{2} \kappa_0 z) - 1) e^{i(\theta - \varphi)} e^{ihz}.$$

Из этого решения видно, что на расстоянии

$$\kappa_0 L = \pi / \sqrt{2} \quad (17)$$

происходит полное преобразование волны 1 в волну 3 (рис. 2а), несмотря на отсутствие их прямой связи ($\kappa_{1,3} = 0$). Мощность волны 2 не превышает половину мощности, поступающей на вход. Для полного же преобразования первой волны во вторую можно использовать участок волновода со скачком фазы коэффициентов связи. Для этого необходимо, чтобы в точках, определяемых соотношением

$$|\sin(\sqrt{2} \kappa_0 z^*)| = 1, \quad (18)$$

фазы коэффициентов связи удовлетворяли условиям

$$\Delta\varphi = \pi, \quad \Delta\theta = 0 \quad (19a)$$

или

$$\Delta\varphi = 0, \quad \Delta\theta = \pi. \quad (19b)$$

Наименьшая длина участка, на котором происходит полное преобразование волн $1 \rightarrow 2$, соответствует условию (19b) и равна

$$\kappa_0 L_{\min} = 3\pi / 4\sqrt{2}. \quad (20)$$

3. Преобразователи волн. Описанные выше возможности преобразования волн в системах со скачками фазы коэффициентов связи были использованы для создания преобразователей волн в сверхразмерных полых металлических волноводах. Необходимо отметить, что в таких многоволновых волноводах для обеспечения высокого коэффициента преобразования связанность рабочих волн (j) с остальными (s) должна быть малой:

$$\rho_{j,s} \ll 1. \quad (21)$$

Требуемые условия (9), (21) выполняются, в частности, при взаимодействии волн H_{1n} , E_{0n} в изогнутом круглом волноводе. Коэффициент связи между этими волнами — величина действительная, что позволяет осуществить скачок фазы только на величину π . На основе формул (12), (13) был рассчитан, изготовлен и исследован в диапазоне миллиметровых волн преобразователь волн $H_{11} - E_{01}$ (подробнее см. [9]). Получен коэффициент преобразования волн $\eta = 0,99 \pm 0,007$ при ширине рабочей полосы частот 16% по уровню $\eta = 0,9$.

Экспериментально исследован также преобразователь вращающихся волн $H_{51}^3 - H_{22}^3$ круглого волновода. Связь вращающихся волн с различными азимутальными индексами $m_{1,2}$ обеспечивалась деформацией стенок волновода, содержащей $m = m_1 - m_2$ вариаций по азимуту и однородной в продольном направлении. Коэффициент связи при этом имеет вид $\kappa = \kappa_0 e^{i\varphi}$, где φ связан с углом поворота деформации, что позволяет осуществить любой скачок фазы.

В эксперименте деформация стенок волновода состояла из семи прямоугольных продольных канавок. Скачок фазы $\Delta\varphi$ коэффициента связи обеспечивается азимутальным поворотом одного участка волновода относительно другого на угол $\psi = \Delta\varphi / 7$. Глубиной канавок обеспечивалась связанность волн $\rho = 1,18$, а необходимая по условию (13) разность фаз была равна $\Delta\varphi = 116^\circ$. Измеренный коэффициент преобразования составил $\eta = 0,98 \pm 0,01$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thumm M et al // Int. J. Infr. mm-Waves. 1985. V. 6. P. 459.
2. Moeller C. // Int. J. Electronics. 1982. V. 53. № 6. P. 587.
3. Каченеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: Изд. АН СССР, 1961.
4. Ваганов Р. Б., Матвеев Р. Ф., Мериакри В. В. Многоволновые волноводы со случайными нерегулярностями. — М.: Сов. радио, 1972.
5. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. — М.: Радио и связь, 1987.

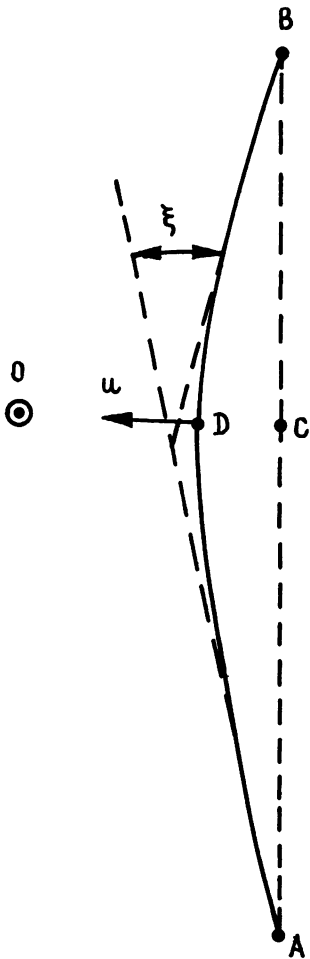


Рис. 1

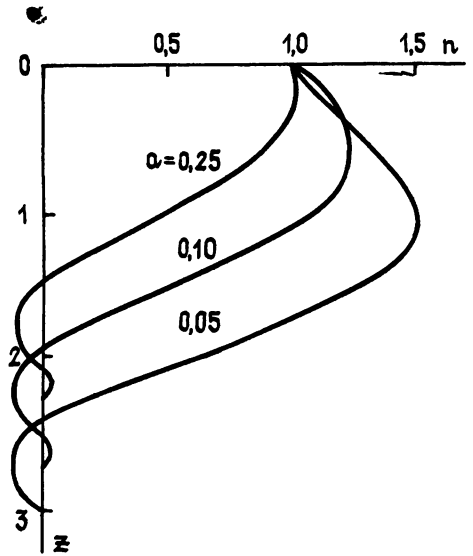


Рис. 1

Рис. 1. К анализу рефракции радиоволн в околосолнечной плазме.

Рис. 2. Характерное изменение частоты ΔF в период проведения эксперимента.

Рис. 3. Рефракционное изменение частоты ΔF и угол рефракции ξ дециметровых радиоволн в зависимости от прицельного расстояния лучевой линии.

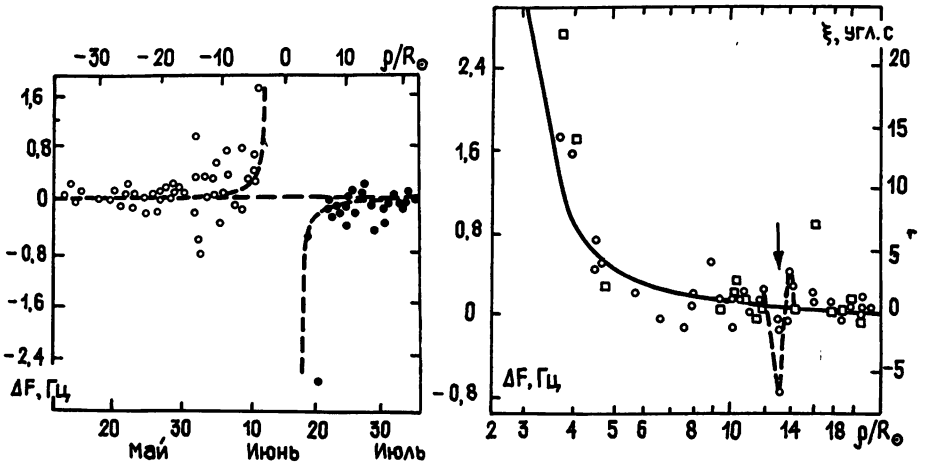


Рис. 2,3

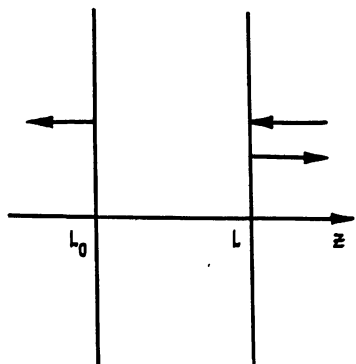


Рис. 1

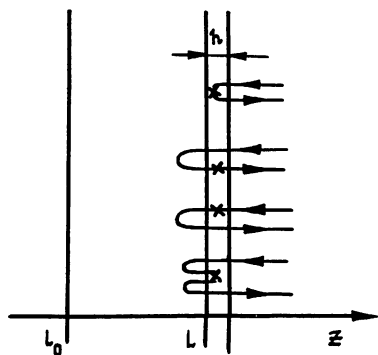


Рис. 2

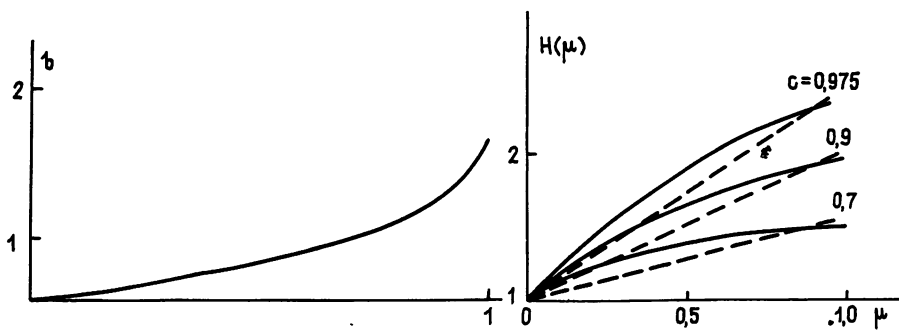
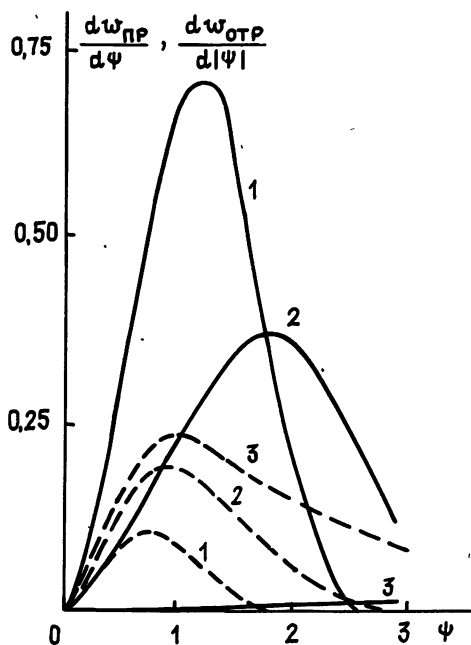
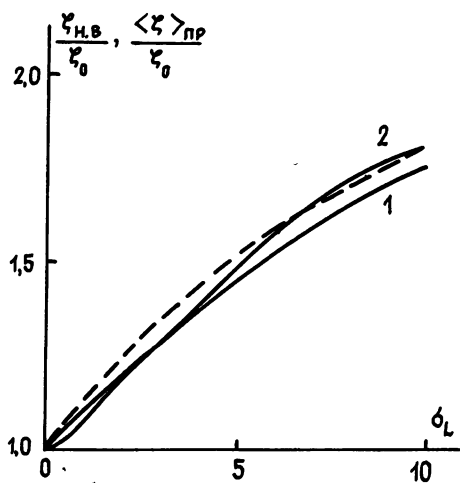


Рис. 3,4

К ст. А.И.Кузовлева и др.



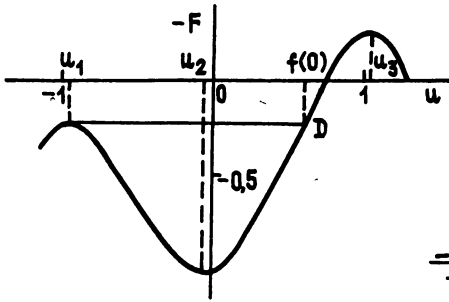


Рис. 1

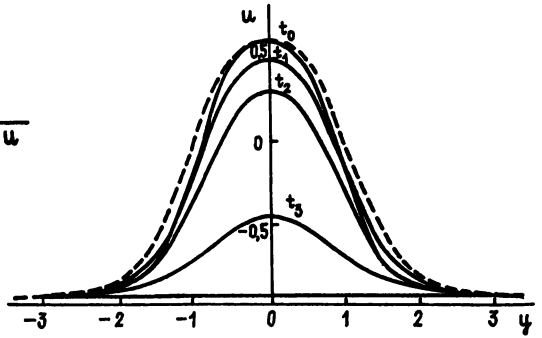
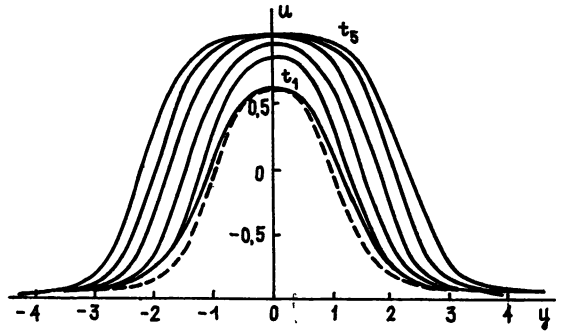
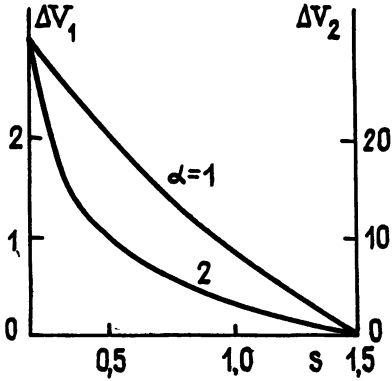
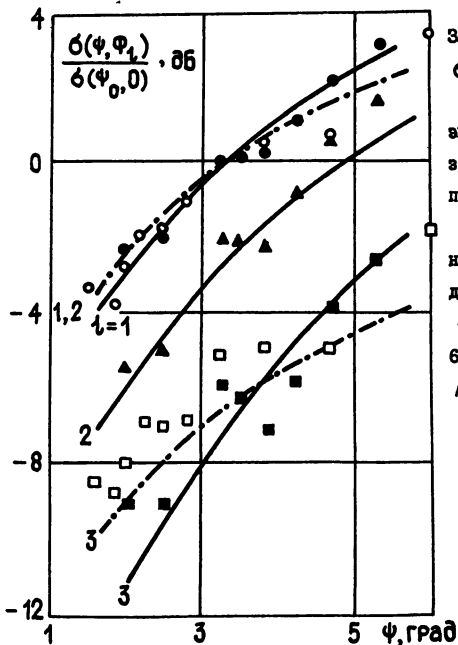


Рис. 2



К ст. М.П.Гуськова и др.



Зависимость нормированного сечения обратного рассеяния $\delta(\Psi, \Phi_i) / \delta(\Psi_0, 0)$ от угла скольжения $\Psi : \Psi_0 = 3,4^\circ$;

●●●, ▲▲▲, ■■■ - экспериментальные точки, полученные 18.10.84 г. при зондировании навстречу ($\Phi_1 = 0$), вдоль ($\Phi_2 = 180^\circ$) и перпендикулярно ветру ($\Phi_3 = 90^\circ$) соответственно;

○, □ - экспериментальные точки, полученные 26.10.84 г. при зондировании навстречу и перпендикулярно ветру соответственно;

--- расчетные кривые по модели 1 при $A = 6$ дБ;

— расчетные кривые по модели 2 при $A = 3$ дБ.

Рис. 1

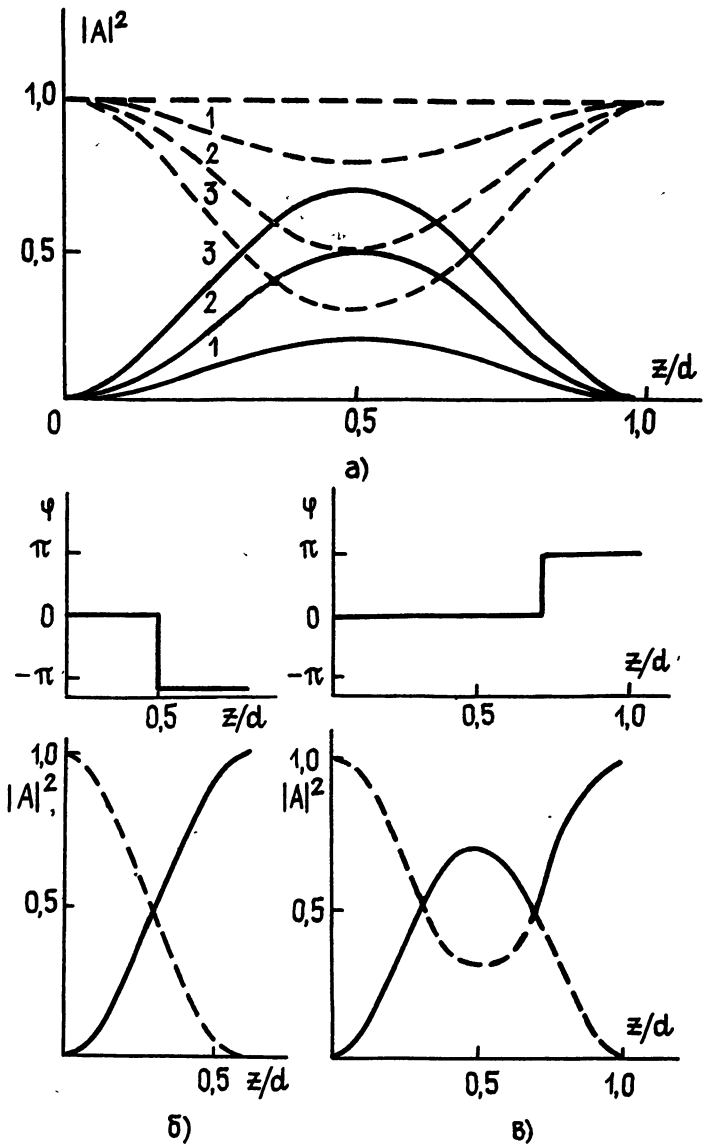


Рис. 1. Преобразование двух волн в системах

а) без скачка фазы при различных значениях
 связанности волн: 1 - $\rho = 0,5$; 2 - $\rho = 1,0$;
 3 - $\rho = 1,5$; б,в) со скачком фазы при связанности
 $\rho = 1,5$.

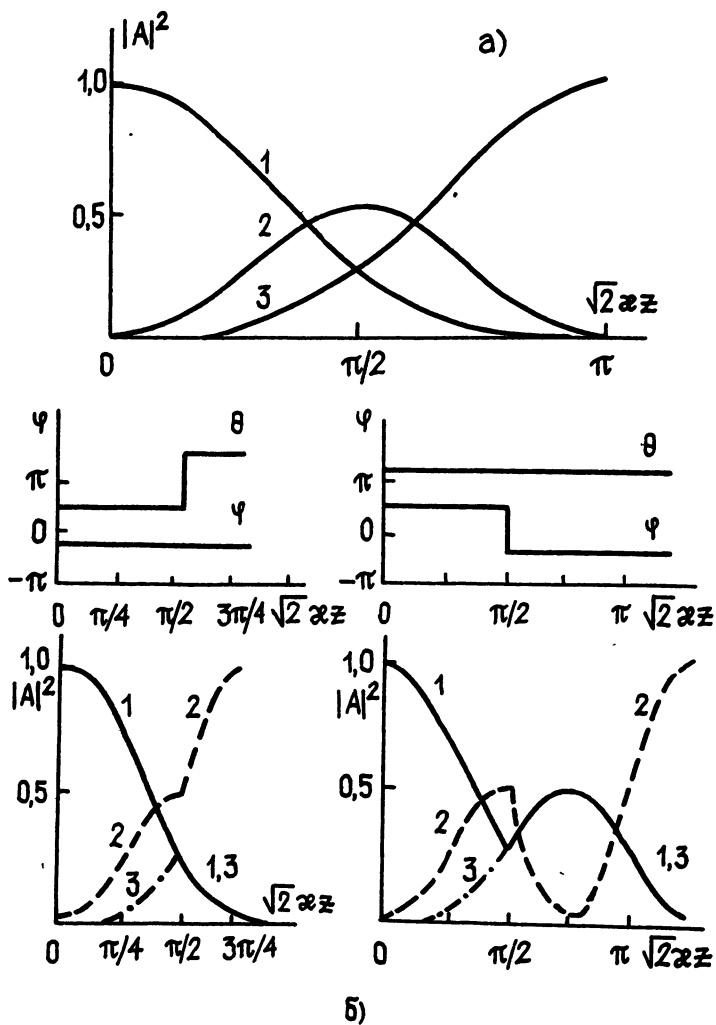


Рис. 2. Преобразование трех волн в системах
 а) без скачка фазы, б) со скачком фазы.

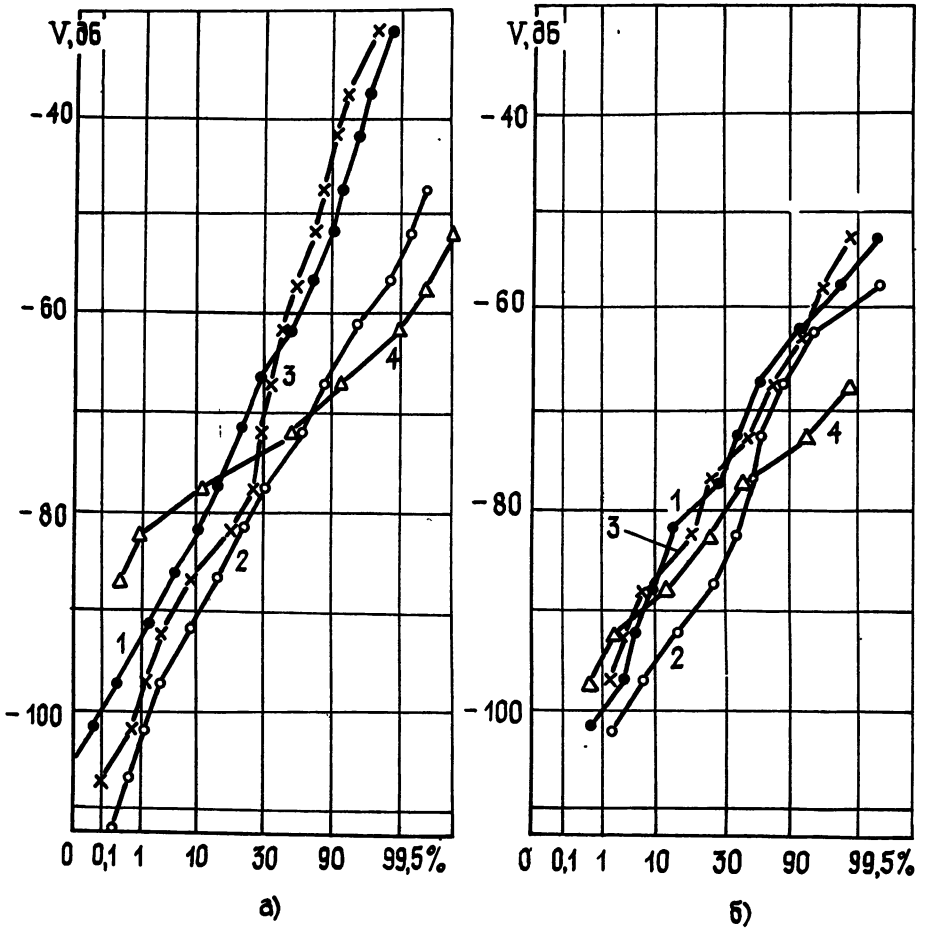
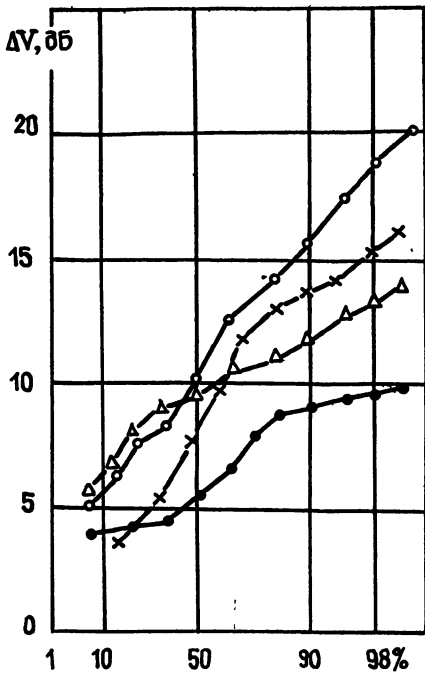
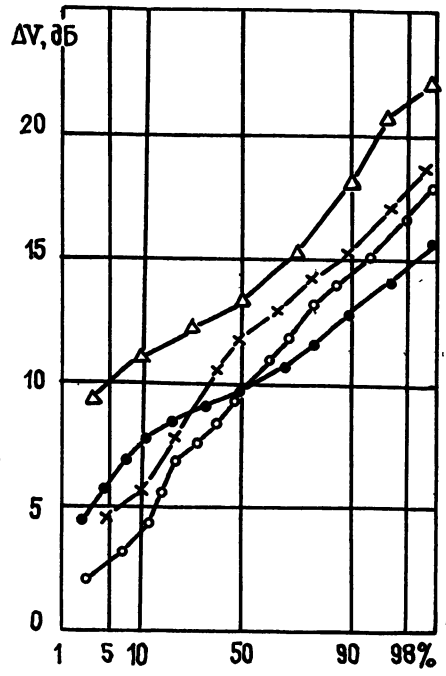


Рис. 1

Рис. 1. а) Кривая 1 - 20.02 - 12.03, 378 ч - зима;
 2 - 1.05 - 14.05, 164 ч - весна; 3 - 12.07 -
 27.07, 374 ч - лето; 4 - 23.10 - 30.10,
 136 ч - осень;
 б) кривая 1 - 130 ч - зима; 2 - 209 ч - весна;
 3 - 113 ч - лето; 4 - 112 ч - осень.



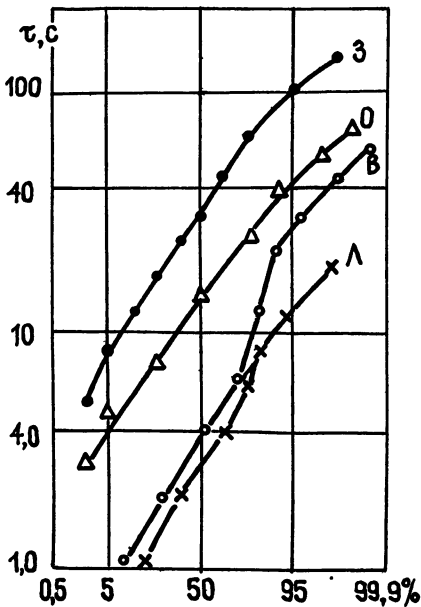
а)



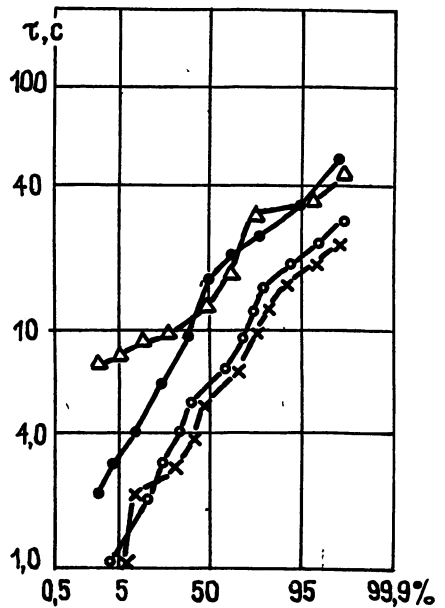
б)

Рис. 2

Рис. 2. а) Трасса I; ●●● - зима, 171 с; ○○○ - весна, 75 с;
 ××× - лето, 54 с; ▲▲▲ - осень, 57 с; б) трасса 2;
 ●●● - зима, 88 с; ○○○ - весна, 77 с; ××× - лето,
 65 с; ▲▲▲ - осень, 53 с.



а)



б)

Рис. 3

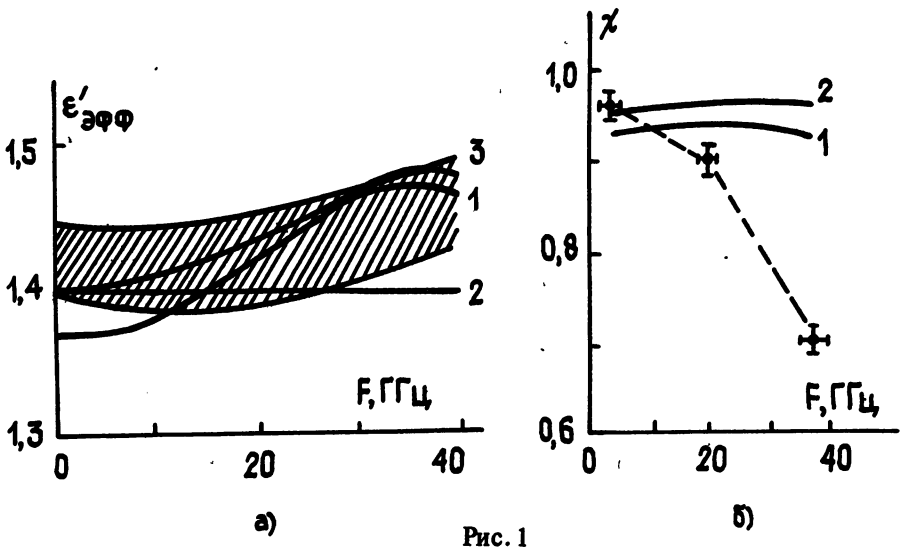


Рис. 1

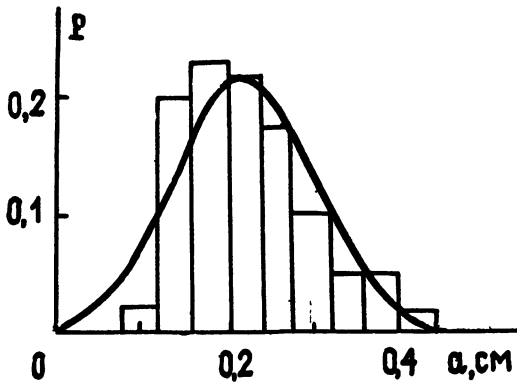


Рис. 2

Рис. 1. а) Частотные зависимости действительной части $\epsilon'_{эфф}$ снежной среды с учетом распределения частиц льда в снегу по размерам.
 б) Расчетные (непрерывные линии) и экспериментальная (пунктир) частотные зависимости χ - излучательной способности снежного покрова на почве (модель многослойного диэлектрика). Величина вертикальных и горизонтальных отрезков около экспериментальных точек соответствует ошибкам измерений.

Рис. 2. Гистограмма типичного распределения зерен льда в снегу по размерам. Сплошная кривая соответствует нормальному распределению, аппроксимирующему реальное распределение ледяных зерен.

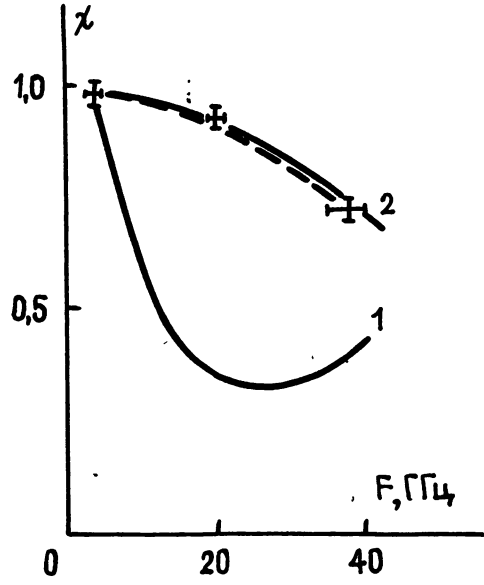
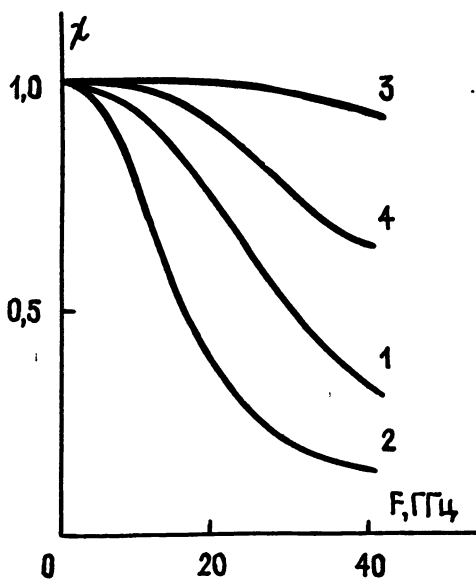


Рис. 3,4

Рис. 3. Частотные зависимости излучательной способности снежного слоя на почве, найденные из решения (7). Параметрами являются средний размер частиц $\alpha_{\text{ср}}$ и дисперсия размеров δ .

Кривая 1 - $\alpha_{\text{ср}} = 0,05$ см, $\delta = 0$; кривая 2 - $\alpha_{\text{ср}} = 0,1$ см, $\delta = 0$; кривая 3 - $\alpha_{\text{ср}} = 0,05$ см, $\delta = 0,02$ см; кривая 4 - $\alpha_{\text{ср}} = 0,1$ см, $\delta = 0,04$ см.

Рис. 4. Экспериментальная (---) и расчетные (сплошные линии) частотные зависимости излучательной способности четырехслойного снежного покрова на почве.

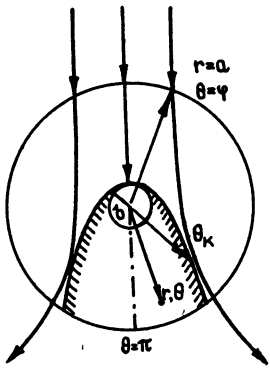


Рис. 1

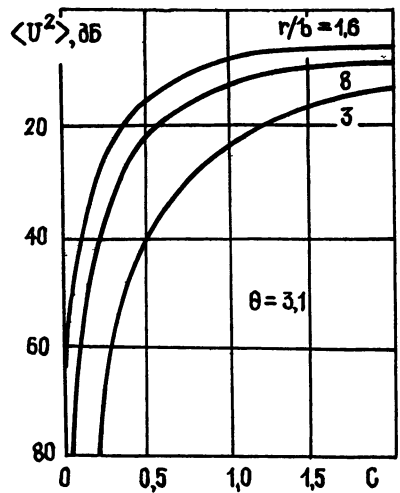
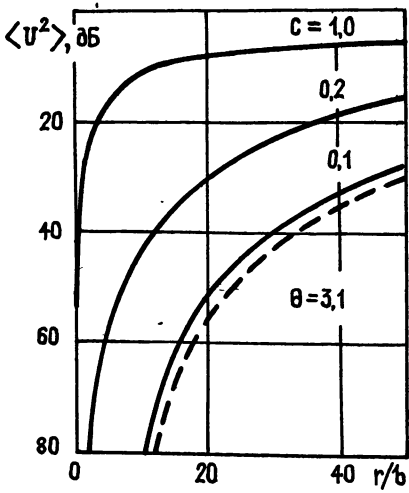


Рис. 2,3

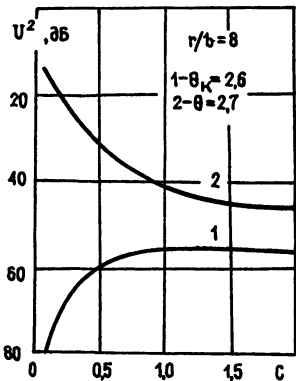


Рис. 4

К ст. О.В.Соловьева

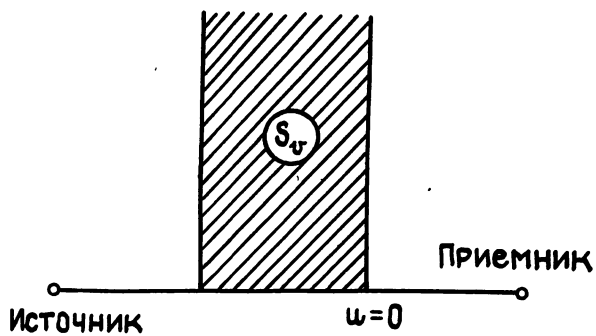


Рис. 1

К ст. В.В.Бычкова и др.

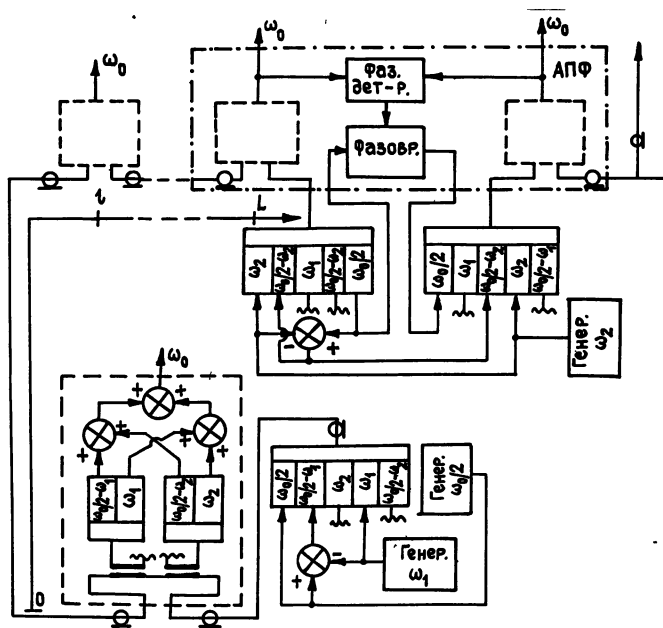


Рис. 1

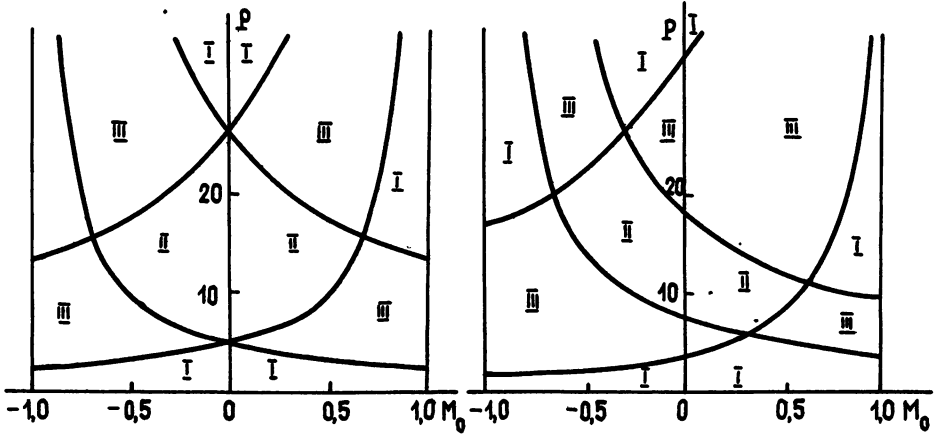
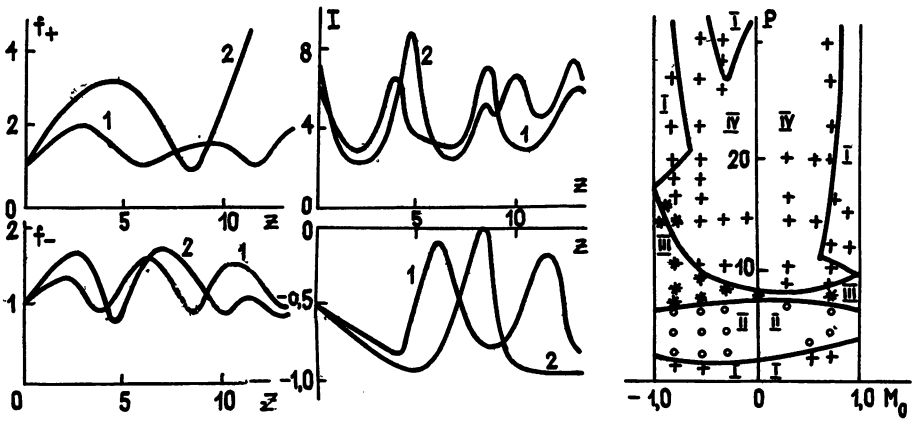


Рис. 1а,б

Рис. 1. Области параметров излучения, при которых реализуются различные режимы распространения пучков ($\varepsilon = -0,5$, $r_2 = 0$, $r_1 = 0,008$):
а) $\gamma = 0$; б) $\gamma = 0,2$.



з. 2,3

Рис. 2. Зависимости амплитуды выходного излучения от длины среды:

Кривые 1 построены при $P = 6,0$, кривые 2 - при $P = 7,0$.

Рис. 3. Границы областей различных режимов самовоздействия света, найденные на основе анализа уравнений распространения.