

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С АПРЕЛЯ 1958 г.

Том 33, № 7

Горький

июль 1990

СОДЕРЖАНИЕ

Гюнниен Э. М., Макаров Г. И. Об электромагнитных резонансах в полости Земля — ионосфера	771
Гудин В. А., Дейнеко В. Н., Иванов В. Н., Игнатьев Ю. А., Шавин П. Б. Результаты экспериментов по исследованию искусственной ионосферной турбулентности	776
Асланян А. М., Гулян А. Г., Карапетян В. Р., Мартirosyan P. M., Нагдалян Э. А. Калибровка модуляционного радиометра	782
Кузнецов С. П. Динамика двух односторонне-связанных систем Фейгенбаума у порога гиперхаоса. Ренормгрупповой анализ	788
Голованов О. А. Нелинейные автономные блоки и их применение при исследовании нерегулярных волноводов и резонаторов с нелинейными средами	793
Андреев В. Ю., Щербаков А. Н., Шустин Е. Г. Прохождение радиоволн через поток низкотемпературной плазмы	804
Котляр В. В., Сойфер В. А. Уравнения для восстановления фазы электромагнитного поля	813
Полевой В. Г. О максимальной энергии, которую можно извлечь из электромагнитного поля	818
Жаров А. А., Кочанкова Е. Ю. Метод фазовых диаграмм в электродинамике плоскослоистых структур	826
Капчинский М. И., Юдин Л. А. Модернизация метода возмущений для исследования пучково-резонаторного взаимодействия	832
Четвериков А. П. Нелинейные эффекты при взаимодействии винтового электронного пучка с электромагнитными волнами в волноводе вблизи критической частоты	841
Завольский Н. А., Нусинович Г. С. Взаимодействие мод в гиротронах с нефиксированной продольной структурой высокочастотного поля	847
Гинзбург Н. С., Горшкова М. А., Шаткус А. Д. К линейной теории эффекта канализации излучения тонкостенными электронными пучками в лазерах на свободных электронах	854
Артеменко С. Н., Каминский В. Л., Самойленко Г. М. Исследование межвидовой связи в сверхразмерном сверхпроводящем резонаторе для накопления и вывода СВЧ энергии	868
Зайцев В. В., Тяпухин П. В. Амплитудные флуктуации в распределенном полупроводниковом автогенераторе	876

Краткие сообщения и письма в редакцию

Волков А. В., Глинэр А. Р., Кобяков К. Г., Кошель К. В., Кривоноскин С. Н., Утробин О. Б., Шанников Д. В., Шевцов Б. М. Исследование радиояркостных характеристик атмосферы над морской поверхностью	880
Апресян Л. А. Нелинейное уравнение Бете—Солпитера: диаграммный подход . .	882
Бочаров А. А. Моделирование пространственного спектра неоднородностей при численном анализе распространения волн в случайно-неоднородных средах	884
Панаджян В. Г. Балансный радиометр	887
Пашев А. Г. Верхняя оценка ширины спектра квазигармонического сигнала по девиации частоты	888
Громов Е. М. Резонансное согласование ленгмюровских волн с границей плазма—проводник	890

Аннотации депонированных статей

Веремей В. В., Сулима А. В. Область применимости метода Кирхгофа в задаче дифракции волн на незамкнутом цилиндрическом экране (H -поляризация)	803
---	-----

Пенкин Ю. М., Яцук Л. П. Взаимодействие волноводно-щёлёвого излучателя с импедансным вибраторным рассеивателем	812
Алексеева А. Н. Экспериментальные исследования лазерных пучков	817, 83 ¹
Алексеева А. Н. Экспериментальные исследования диафрагмированных лазерных пучков	846, 867, 879
Информация	
О новых книгах	840

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, [В. И. ГАПОНОВ]
 В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора),
 В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В. А. ЗВЕРЁВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРАТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИКОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН, В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР,
 В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурashкина

Сдано в набор 4.05.90. Подписано к печати 24.09.90.
 Формат 70×108/16. Бумага типографская № 2. Высокая печать.
 Усл. печ. л. 10,85. Усл. кр.-отт. 13.02. Уч.-изд. л. 13,7. Тираж 1210 экз.
 Заказ 5956. Цена 1 р. 80. к.

Адрес редакции: 603600, Горький, ул. Лядова, 25, Научно-исследовательский радиофизический институт, редакция журнала «Известия вузов. Радиофизика».
 Телефон 36-01-71.

Горьковская областная типография управления издательств, полиграфии и книжной торговли, 603116, г. Горький, ул. Гордеевская, 7.

УДК 538.566

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РЕЗОНАНСАХ В ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ—ИОНОСФЕРА

Э. М. Гюнниен, Г. И. Макаров

Показано, что шумановский резонанс и открытый позже высокочастотный «поперечный» резонанс суть две стороны единого физического процесса. Такой вывод позволяет сделать концепцию спиральных волн для зональных гармоник, представляющих электромагнитное поле в полости Земля — ионосфера.

Открытые Шуманом резонансные колебания электромагнитного поля в полости, образованной поверхностью земного шара и нижним слоем ионосферы (на частотах в единицы и десятки герц (см., например, [1]), были позже дополнены открытием аналогичных резонансов на более высоких частотах (единицы и десятки килогерц [2]), названных поперечными в отличие от «продольных» шумановских. В настоящей статье предполагается показать, что оба эти явления нераздельны, т. е. имеет место единый физический процесс, а шумановский и высокочастотные резонансы — лишь две стороны этого процесса.

1. Для большей наглядности (и, как мы увидим, не в ущерб существу вопроса) удобно рассмотреть простейшую модель резонатора: поверхность земного шара ($r=a$) и ионосферная стенка резонатора ($r=b$, $b>a$) идеально проводящи; введены сферические координаты r , θ , ϕ с началом в центре земного шара, и рассматривается поле типа ТМ, возбуждаемое электрическим вектором Герца $\Pi = \Pi r_1 e^{-i\omega t}$ (r_1 — единичный орт оси r). Он вводится по формулам

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot} \mathbf{rot} \Pi, \quad \mathbf{H} = -i\omega \epsilon \operatorname{rot} \Pi,$$

подстановка которых в уравнения Максвелла приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \phi^2} \right) + k^2 \Pi = 0, \quad (1)$$

где $k = \omega/c$ — волновое число в вакууме. Полагая $\Pi = R(r)P(\theta)F(\phi)$ и разделяя переменные, приходим к трем уравнениям

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) R = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \sin \theta \frac{dP}{d\theta} + \left[n(n+1) + \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right] P = 0,$$

$$\frac{d^2 F}{d\phi^2} + m^2 F = 0,$$

первое из которых не зависит от индекса m . Это означает, что искомые собственные частоты резонатора нашей модели будут зависеть только от двух индексов (по третьему они вырождены) и можно положить $m=0$.

Требование ограниченности и однозначности поля приводит к усло-

вию n — целое число. Поэтому в качестве частного решения уравнения (1) можно взять функцию

$$\pi_n = [\zeta_n^{(1)}(kr) + C_n \zeta_n^{(2)}(kr)] P_n(\cos \theta), \quad (3)$$

где $\zeta_n^{(1)}$ и $\zeta_n^{(2)}$ — «сферические» функции Бесселя, $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, C_n — постоянные, не зависящие от r и θ .

Для нахождения собственных частот рассматриваемого резонатора наложим на π_n граничные условия при $r=a$ и $r=b$, т. е. в соответствии со сделанными предположениями относительно стенок резонатора положим

$$\frac{\partial \Pi}{\partial r} = 0, \quad r = a, \quad r = b,$$

что приводит к уравнению для собственных частот $\omega_n^{(p)}$:

$$1 - A_n B_n = 0, \quad (4)$$

где

$$A_n = -\frac{\zeta_n^{(2)'}(ka)}{\zeta_n^{(1)'}(ka)}, \quad B_n = -\frac{\zeta_n^{(1)'}(kb)}{\zeta_n^{(2)'}(kb)}$$

и штрих означает дифференцирование по всему аргументу. Из (4) видно, что при каждом n индекс p принимает бесконечное число значений.

Если решать уравнение (4) по Шуману, разлагая функции $\zeta_n^{(1)(2)}(kb)$ в ряды в точке ka по степеням kh , $h=b-a$, $kh \ll 1$, мы придем к известной формуле Шумана

$$\omega_n = (c/a)\sqrt{n(n+1)}, \quad n=1, 2, 3, \dots,$$

или, в наших обозначениях,

$$\omega_n^{(0)} = (c/a)\sqrt{n(n+1)}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

т. е. шумановские частоты соответствуют значению индекса $p=0$. Другие частоты $\omega_n^{(p)}$, $p=1, 2, 3, \dots$, при таком подходе не обнаруживаются (см. [3]).

Можно решать уравнение (4), не прибегая к условию $kh \ll 1$, воспользовавшись, например, «плоским» приближением для уравнения (2): учитывая, что $a \leq r \leq a+h$ и $h \ll a$, заменим r^2 на a^2 в знаменателе у последнего слагаемого уравнения (2). Тогда вместо уравнения (4) имеем

$$\sin(kh\sqrt{s}) = 0,$$

так что $kh\sqrt{s}=p\pi$, $p=0, 1, 2, \dots$, где $s=1-n(n+1)/(ka)^2$, и мы приходим к новой формуле

$$\omega_n^{(p)} = \frac{p\pi c}{h} \sqrt{1 + \frac{n(n+1)h^2}{p^2\pi^2a^2}}, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad p=0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

обобщая (5) на случай $p \neq 0$ (ср. с (9) из [3]). Формула (6) переходит в (5) в двух случаях: при $p=0$ и при $n \rightarrow \infty$, когда значение p ограничено.

2. Прежде чем обсуждать формулу (6), рассмотрим так называемую концепцию спиральных волн для зональных гармоник (о чем впервые, по-видимому, шла речь в [4]). Для этого обратимся к решению (3), к зональным гармоникам

$$u_n^{(1)} = \zeta_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad u_n^{(2)} = \zeta_n^{(2)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad (7)$$

поставив условие

$$kr > v = n + 1/2. \quad (8)$$

Последнее дает возможность заменить функции $\xi_n^{(1)}(kr)$ их асимптотическими представлениями Дебая

$$\xi_n^{(1)}(z) \sim \left(1 - \frac{v^2}{z^2}\right)^{-1/4} \exp\{(-1)^{l-1}i[\eta(z, v) - \pi/4]\}, \quad (9)$$

где

$$\eta(z, v) = \sqrt{z^2 - v^2} - v \arccos \frac{v}{z} = \int_v^z \sqrt{1 - \frac{v^2}{z^2}} dz, \quad l=1, 2.$$

Воспользовавшись также асимптотиками полиномов Лежандра

$$P_n(\cos \theta) \sim (2/(pn \sin \theta))^{1/2} \cos(v\theta - \pi/4),$$

можем написать

$$u_n^{(1)} \sim e^{i\Phi_+^{(1)}} + ie^{i\Phi_-^{(1)}}, \quad u_n^{(2)} \sim e^{i\Phi_+^{(2)}} + ie^{i\Phi_-^{(2)}},$$

где

$$\Phi_{\pm}^{(1)} = \eta(kr, v) \pm v\theta, \quad \Phi_{\pm}^{(2)} = -\eta(kr, v) \pm v\theta$$

и имеется соответствие между нижними знаками у Φ и знаками справа перед вторыми слагаемыми.

Зафиксируем какое-либо значение любой из функций Φ , например положив $\Phi_+^{(2)} = 0$, мы приходим к уравнению спирали

$$\sqrt{k^2 r^2 - v^2} = v(\theta + \arccos v/kr),$$

которая вычерчивается (см. рис. 1) концом нити, отмываемой с окружности радиуса v . Мы получаем волну, у которой поверхность равной фазы (в данном случае — нулевой) образуется вращением спирали около оси $\theta = 0$.

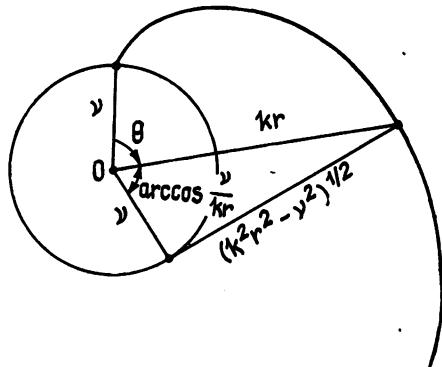


Рис. 1.

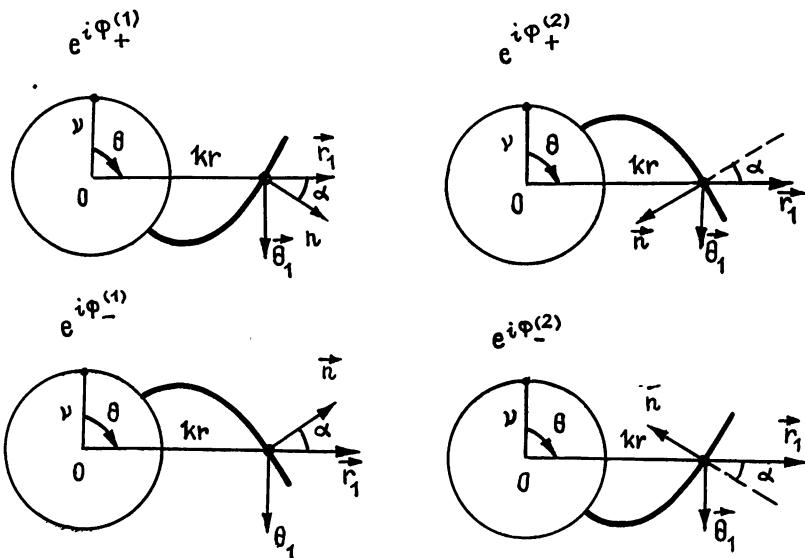


Рис. 2.

На рис. 2 изображены другие случаи. Направления движения волн определены нормалью

$$\mathbf{n} = \text{grad } \Phi,$$

причем

$$\mathbf{n}_\pm^{(1)} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{(kr)^2}} \mathbf{r}_1 \pm \frac{v}{kr} \theta_1, \quad \mathbf{n}_\pm^{(2)} = -\sqrt{1 - \frac{v^2}{(kr)^2}} \mathbf{r}_1 \pm \frac{v}{kr} \theta_1,$$

где θ_1 — единичный орт оси θ , а знаки у \mathbf{n} соответствуют значкам у Φ . Угол α между \mathbf{r}_1 и \mathbf{n} дается соотношением

$$\sin \alpha = v/kr. \quad (10)$$

3. Таким образом, рассматриваемый резонатор заполнен спиральными волнами. Вычислим угол $\alpha_n^{(p)}$, под которым идет спиральная волна при частоте поля $\omega_n^{(p)}$. Подставляя (6) в (10), получаем

$$\sin \alpha_n^{(p)} = 1 / \sqrt{1 + \frac{p^2 \pi^2 a^2}{n(n+1) h^2}} \quad (11)$$

(при $r=a$ и $v \approx \sqrt{n(n+1)}$, что близко к $v=n+1/2$).

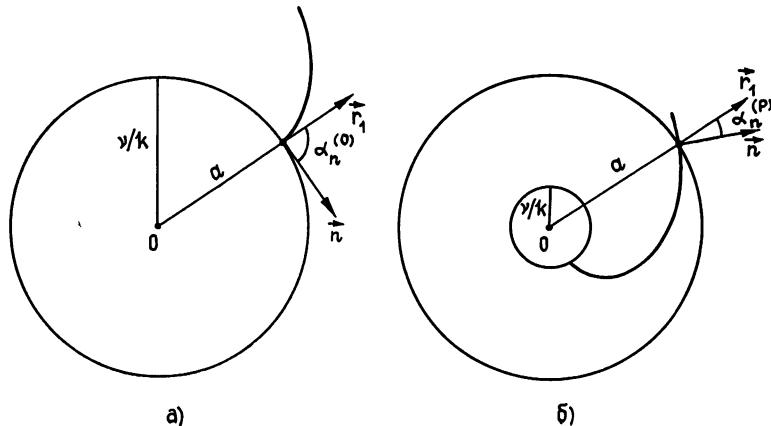


Рис. 3.

При $p=0$ имеем $\alpha_n^{(0)} = \pi/2$, $v \sim ka$, образующая спиральную волну сфера радиуса v/k сливается с поверхностью Земли $r=a$, волна бежит вдоль земной поверхности, имеем шумановский «продольный» резонанс (см. рис. 3а). При $p \neq 0$ и $n \ll p$ угол $\alpha_n^{(p)}$ мал, радиус v/k сферы, образующей спиральную волну, много меньше радиуса Земли a , на промежуток Земля—ионосфера приходится верхняя часть спирали, волна идет почти «поперек» резонатора (рис. 3б). Чем сильнее выражено неравенство $n < p$, тем меньше угол $\alpha_n^{(p)}$ и более «поперечным» оказывается резонанс. В этом случае имеем приближенно

$$\omega_n^{(p)} = p\pi c/h, \quad (12)$$

т. е. по высоте h резонатора укладывается p стоячих волн.

Отметим (см. (10), (11)), что всегда

$$kr > v, \quad (13)$$

чем оправдано использование асимптотик (9).

Полученный результат наводит на мысль о более простом решении.

Введем два целых числа, «поперечное» p и «продольное» n , и потребуем, чтобы для плоской волны выполнялись условия

$$k2h \cos \alpha = 2\pi p, \quad k2\pi a \sin \alpha = 2\pi n. \quad (14)$$

Решая систему относительно k и α , находим

$$\omega_n^{(p)} = \frac{p\pi c}{h} \sqrt{1 + \frac{n^2 h^2}{p^2 \pi^2 a^2}}, \quad (15)$$

что близко к (6).

Условие (13) позволяет для решения уравнения (4) применить асимптотики (9). Подставляя (9) в (4), приходим к уравнению

$$\sin [\eta(kb, v) - \eta(ka, v)] = 0$$

или

$$\int_{ka}^{kb} \sqrt{1 - \frac{v^2}{z^2}} dz = p\pi, \quad p=0, 1, 2, \dots$$

Разложим интеграл в ряд по степеням kh и ограничимся первым членом разложения (отношение следующего члена к удерживаемому равно $v^2/\{2[(ka)^2-v^2](h/a)\}$, и при $ka>v$ и $(h/a)\ll 1$ не требуется условие $kh<1$). Мы получаем

$$\omega_n^{(p)} = \frac{p\pi c}{h} \sqrt{1 + \frac{v^2 h^2}{p^2 \pi^2 a^2}}, \quad (16)$$

что опять близко (6).

ЛИТЕРАТУРА

- Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера. — Киев, 1977. — 200 с.
- Блиох П. В., Галюк Ю. П., Гюннинен Э. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 4. С. 501.
- Гюннинен Э. М. // Проблемы дифракции и распространения волн. 1987. Вып. 21. С. 150.
- Веттер H. Terrestrial radio waves. — N. Y., 1949.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
24 марта 1989 г.

ON ELECTROMAGNETIC RESONANCES IN THE EARTH—IONOSPHERE CAVITY

E. M. Gyunninen, G. I. Makarov

The well-known Schumann resonance and high-frequency «transverse» resonance discovered later are shown to be the two sides of a single physical process. This can be inferred from the concept of spiral waves applied to zonal harmonics which represent electromagnetic field in the Earth—ionosphere cavity.

УДК 550.328.2

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ИСКУССТВЕННОЙ ИОНОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

*В. А. Гудин, В. Н. Дейнеко, В. Н. Иванов,
Ю. А. Игнатьев, П. Б. Шавин*

Приводятся результаты экспериментального исследования условий формирования и характеристик сигналов обратного рассеяния от искусственной области возмущения, некоторых параметров искусственной ионосферной турбулентности (ИИТ) различных масштабов.

Как известно (см., например, [1, 2]), при воздействии мощным вертикальным декаметровым радиоизлучением на F -слой ионосфера в условиях полного внутреннего отражения радиоволн за счет различного рода неустойчивостей ионосферной плазмы генерируется широкий спектр искусственных неоднородностей электронной концентрации. Эти неоднородности могут существенно изменять условия распространения радиоволн. Одним из ярко выраженных эффектов влияния искусственных неоднородностей на распространение радиоволн является ракурсное рассеяние (см., например, [3, 4]). Частным случаем ракурсного рассеяния является обратное рассеяние радиоволн на вытянутых вдоль геомагнитного поля искусственных неоднородностях, когда волновой вектор \mathbf{k} пробных радиоволн ортогонален магнитному полю Земли \mathbf{H}_0 .

1. Методика проведения экспериментов. Экспериментальное исследование ИИТ по сигналам обратного рассеяния (СОР) от искусственных неоднородностей электронной концентрации проводилось в феврале и декабре 1987 г. в период с 10.00 до 17.00 ч (МДВ). Для создания ИИТ использовался стенд «Сура» [5], излучавший вертикально вверх радиоволны обычной или необычной поляризаций пятиминутными циклами на частоте $f_{\text{в}} = 4,785$ МГц с эквивалентной мощностью $P_e = P \times G \approx 50$ МВт (P — мощность передатчика, G — коэффициент направленного действия антенны).

Диагностика ИИТ осуществлялась методом обратного рассеяния пробных радиоволн одновременно из двух пунктов: первого — удаленного от области возмущения на 1300 км, и второго — удаленного на 110 км.

В первом пункте (П1) исследования пространственно-временных характеристик СОР производились с помощью измерительного комплекса [4], работающего в диапазоне частот $f_{\text{п}} \approx 10-20$ МГц. Особенностью данного эксперимента являлось проведение измерений СОР в широком секторе углов приема в азимутальной и угломестной плоскостях и применение коротких зондирующих импульсов $\tau_i = 100$ мкс, что позволило получить более полные данные о пространственной локализации области возмущения.

Во втором пункте (П2) исследования проводились в основном по методике, описанной в [6]. Однако отличительной особенностью явилось использование низких (относительно нагревной) пробных частот $f_{\text{п}} = 2,7-4,7$ МГц. Длительность зондирующего импульса составляла $\tau_i = 50$ мкс.

Для контроля геофизических условий проведения экспериментов использовалась автоматическая ионосферная станция (АИС), расположенная вблизи нагревного стенда. Эксперименты охватывали достаточ-

но широкий круг геофизических ситуаций, в частности, отношение f_0F2/f_v в различных сеансах нагрева изменялось в пределах 0,9—1,3.

2. Результаты экспериментов по наблюдениям в ПI. Всего за период наблюдений было проведено более 200 сеансов нагрева ионосферы. Как и в ранее проведенных экспериментах [4, 6], при включении нагревного передатчика наблюдалась устойчивые сигналы с азимута и расстояния, соответствующих положению нагревного комплекса. Было показано, что за формирование этих сигналов ответственны искусственные ионосферные неоднородности, генерируемые мощным радиоизлучением при взаимодействии с ионосферной плазмой на высотах F -области. На рис. 1 а—в приведены данные о динамике интенсивности I_s и протяженности τ_s СОР после включения нагрева (0 с) для двух наиболее характерных ситуаций, наблюдавшихся в экспериментах. Они отличались предысторией нагрева. В первой (рис. 1а) — время релаксации СОР после окончания предыдущего нагрева было меньше длительности паузы (5 мин). Поэтому последующий нагрев производился в условиях неподготовленной ионосферы. Из рис. 1а видно, что в этом случае после включения нагрева интенсивность сигнала обратного рассеяния резко увеличивается на 15—20 дБ лишь спустя ~2 с. Во второй (рис. 1в) — время релаксации СОР превышало длительность паузы в работе мощного передатчика и СОР наблюдался еще до начала последующего нагрева. В этом случае интенсивность СОР также резко увеличивалась на 15—20 дБ спустя 1—2 с после начала нагрева. Однако обращает на себя внимание то обстоятельство, что при включении нагревного передатчика I_s , как правило, сначала уменьшалась на 6—10 дБ.

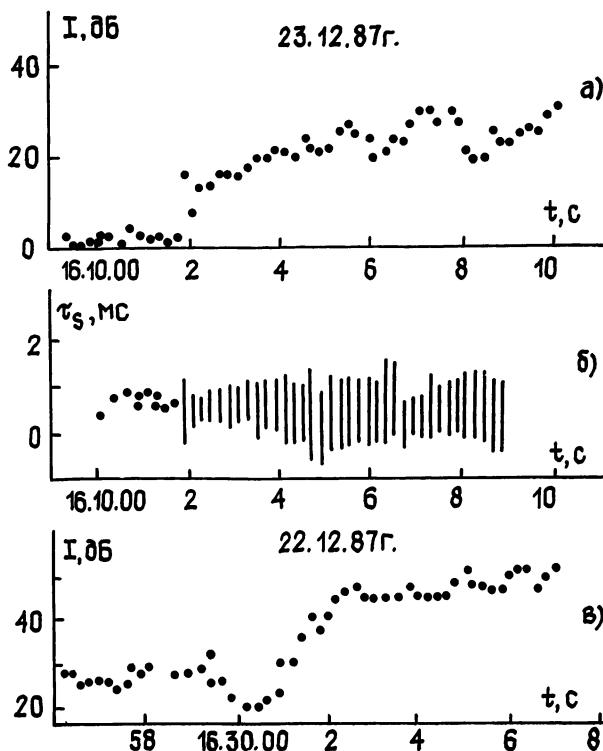


Рис. 1.

Из рис. 1б видно, что в условиях развитого СОР протяженность этого сигнала составляла 1—2 мс, оставаясь практически неизменной в течении всего цикла нагрева. На рис. 2 показана типичная зависимость уровня СОР от угла α приема в угломестной плоскости относительно горизонта. Эта зависимость получена усреднением по несколь-

ким сеансам нагрева, проведенным в близких геофизических условиях.

Из рисунка видно, что оптимальные углы приема СОР (т. е. углы, при которых уровень сигнала близок к максимальному) составляли 8—12°.

Анализ геофизических условий проведения экспериментов показал, что максимальная интенсивность сигнала обратного рассеяния наблюдалась при близости частоты нагрева к критической частоте F -слоя ионосферы и уменьшалась с увеличением отношения f_0F2/f_b . При $f_0F2/f_b > 1,3$ рассеянные сигналы практически не регистрировались. Также не наблюдались СОР при нагреве ионосферы на необыкновенной компоненте.

3. Результаты экспериментов по наблюдениям в П2. Рассмотрим далее результаты экспериментов, полученные в П2, отстоящем от нагревного комплекса на 110 км. На рис. 3 приведен типичный пример развития амплитуды СОР после включения нагревного передатчика

($t=0$ с) для пробной частоты $f_p = 2,71$ МГц. Нижней штриховой линией отмечен средний уровень шумов в отсутствие рассеянного сигнала, верхней — среднее значение амплитуд СОР за весь период нагрева. Условимся считать временем развития сигнала время, прошедшее после включения нагревного стендса до достижения амплитудой СОР установленного значения. Тогда из рис. 3 видно, что время развития τ_1 составляет для $f_p = 2,71$ МГц $\tau_1 \approx 17$ с. Анализ времени развития для различных пробных частот f_p показал, что τ_1 уменьшалось с увеличением f_p и составляло для $f_p = 3,05$ МГц $\tau_1 \approx 12$ с и для $f_p = 4,71$ МГц $\tau_1 \approx 5$ с.

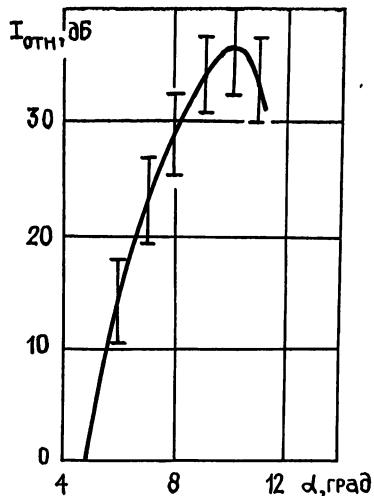


Рис. 2.

($t=0$ с) для пробной частоты $f_p = 2,71$ МГц. Нижней штриховой линией отмечен средний уровень шумов в отсутствие рассеянного сигнала, верхней — среднее значение амплитуд СОР за весь период нагрева. Условимся считать временем развития сигнала время, прошедшее после включения нагревного стендса до достижения амплитудой СОР установленного значения. Тогда из рис. 3 видно, что время развития τ_1 составляет для $f_p = 2,71$ МГц $\tau_1 \approx 17$ с. Анализ времени развития для различных пробных частот f_p показал, что τ_1 уменьшалось с увеличением f_p и составляло для $f_p = 3,05$ МГц $\tau_1 \approx 12$ с и для $f_p = 4,71$ МГц $\tau_1 \approx 5$ с.

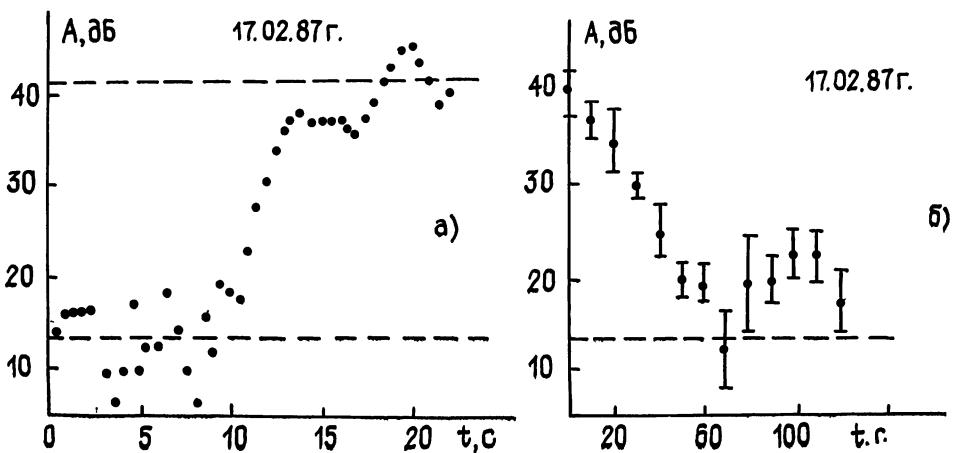


Рис. 3.

Определение времени релаксации τ_2 амплитуды рассеянного сигнала по ее спаду в e раз после выключения нагревного стендса показало, что с увеличением частоты от $f_p = 2,71$ МГц до $f_p = 4,25$ МГц средние времена релаксации уменьшаются с $\tau_2 \approx 27$ с до $\tau_2 \approx 10$ с соответственно. Применение цифровой регистрации амплитуд СОР с большим динамическим диапазоном позволило подробнее и на большем временном интервале исследовать релаксацию СОР после выключения нагрев-

ного стенда (см. рис. 3б). Каждая точка на рисунке получена усреднением амплитуд за 10-секундный интервал. Вертикальными отрезками отмечен доверительный интервал 2σ . На рисунке отчетливо прослеживается волнообразный характер релаксации амплитуд рассеянных сигналов. В результате расчета автокорреляционной функции амплитудных флуктуаций рассеянных сигналов и определения временного интервала корреляции τ_k по спаду автокорреляционной функции в e раз было получено, что τ_k этих флуктуаций уменьшался с увеличением частоты пробных радиоволн (см. табл. 1).

Таблица 1

f_{ii} , МГц	2,71	2,95	3,65	3,76	4,7
τ_k , с	5,31	3,96	2,16	1,96	0,91

Отметим одну существенную особенность результатов наблюдений в П2: при нагреве ионосферы радиоволнами необыкновенной компоненты наблюдались устойчивые и хорошо развитые сигналы обратного рассеяния. Для примера на рис. 4 приведена запись амплитуды СОР 20.02.87 в период нагрева 14.40—14.50 ч. Частота пробной волны составляла $f_{ii}=3,625$ МГц. На оси времени штриховкой отмечена работа нагревного комплекса.

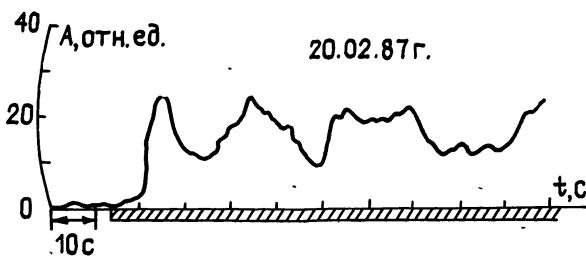


Рис. 4.

4. Обсуждение результатов. Остановимся вначале на определении некоторых параметров искусственных ионосферных неоднородностей, ответственных за формирование сигналов обратного рассеяния. Основываясь на результатах теории обратного рассеяния [7], можно сделать вывод, что СОР в П1 наблюдался при рассеянии пробных радиоволн на искусственных неоднородностях с поперечными (по отношению к геомагнитному полю) размерами

$$l_{\perp} \simeq \lambda/2 \simeq 7-8 \text{ м},$$

где λ — длина пробной радиоволны в среде. Подобная оценка для результатов наблюдения в П2 затруднена, так как в этом случае необходимо учитывать значения показателя преломления пробных радиоволн. Как показывают расчеты, показатель преломления в пределах области возмущения изменялся существенным образом (от 0,1 до 0,5). Поэтому для оценок размеров искусственных неоднородностей воспользуемся измеренными скоростями перемещения дифракционной картины

на Земле ($V_{dp} \simeq 120$ м/с) и приведенными в таблице величинами временного интервала корреляции амплитудных флуктуаций СОР. Тогда можно показать [7], что $l_{\perp} \sim \bar{V}_{dp} \tau_k \simeq 100-600$ м в зависимости от частоты пробного сигнала. Из сопоставления размеров неоднородностей по наблюдениям в П1 и П2 становится ясно, почему при нагреве на необыкновенной компоненте обратнорассеянный сигнал наблюдался только в П2. Дело в том, что согласно теории тепловой самофокусиро-

вочной неустойчивости (см., например, [8]), которая в настоящее время считается единственной, объясняющей генерацию неоднородностей при нагреве ионосферы необыкновенной компонентой, наиболее интенсивно генерируются неоднородности большого масштаба $l_{\perp} \gtrsim 100$ м. Впервые экспериментально это было обнаружено, по-видимому, в [9] при одновременных наблюдениях за неоднородностями $l_{\perp} \approx 3$ м и $l_{\perp} \approx 1$ км. Генерация неоднородностей с $l_{\perp} \gtrsim 100$ м при нагреве ионосферы радиоволнами необыкновенной компоненты отмечалась в работе [10].

Оценим далее горизонтальные размеры области возмущения, занятой искусственными ионосферными неоднородностями. Для этого воспользуемся данными о протяженности СОР (см. рис. 1б). Нетрудно показать, что величине $\tau_s \approx 1-2$ мс соответствуют пространственные размеры области возмущения по горизонтали $L_r \approx 150-200$ км. Вертикальные размеры области возмущения L_v можно определить из зависимости I_s от угла приема в угломестной плоскости (рис. 2).

Для этих целей были проведены численные расчеты распространения радиоволн в магнитоактивной плазме с использованием высотных профилей электронной концентрации, восстановленных из ионограмм вертикального зондирования за период проведения экспериментов. При этом для П1 задавался сектор углов прихода СОР в угломестной плоскости, измеренный в эксперименте, вычислялись групповой путь радиоволны и высота рассеяния, на которой волновой вектор пробной радиоволны становился перпендикулярным геомагнитному полю над стендом «Сура». Для П2 расчеты группового пути и высоты рассеяния проводились в широком диапазоне вертикальных углов и выбирались те лучи (и, следовательно, высоты), для которых расчетные и экспериментальные групповые пути совпадали.

Расчеты, выполненные с учетом геометрии эксперимента, показали, что искусственные неоднородности с $l_{\perp} \approx 7-8$ м локализованы в этом случае на высотах 190—240 км. Это хорошо подтверждается данными вертикального зондирования, согласно которым высота отражения мощной радиоволны составляла 190—250 км. Численное моделирование условий формирования СОР по наблюдениям в П2 показало, что при использовании пробных частот $f_p \approx 2,7-2,95$ МГц СОР регистрировались с истинных высот 150—160 км. Следовательно, вертикальный размер области возмущения, занятой искусственными неоднородностями с $l_{\perp} \gtrsim 100$ м только ниже точки отражения мощной радиоволны, превышает 60—70 км.

Отсюда можно сделать вывод, что с увеличением l_{\perp} увеличиваются вертикальные размеры L_v области возмущения. Этот вывод подтверждается результатами работ [11, 12], в которых получено, что размеры области, занятой неоднородностями с $l_{\perp} \approx 3$ м, составляют $L_v \approx 5-15$ км.

Приведенные выше экспериментальные результаты по исследованию искусственной ионосферной турбулентности методом обратного рассеяния пробных радиоволн одновременно на двух трассах различной протяженности позволяют сделать вывод о перспективности этого метода для диагностики искусственной области возмущения, образующейся при взаимодействии мощного радиоизлучения с ионосферной плазмой. В частности, это относится к вопросу локализации области возмущения и ее пространственным размерам. Некоторое усовершенствование методики проведения экспериментов позволит, на наш взгляд, определить коротковолновую границу возбуждения искусственных неоднородностей самофокусированной неустойчивостью, вопрос о которой в настоящее время является открытым.

Кроме того, дополнительные эксперименты необходимы для уточнения некоторых вопросов генерации искусственных неоднородностей с различными масштабами l_{\perp} . В частности, требуют уточнения вопросы сложного поведения интенсивности I_s СОР при включении нагревного передатчика для случаев превышения времени релаксации СОР длительности паузы в работе мощного стенда, а также вопросы формиро-

вания СОР на частотах $f_p = 2,7 - 2,95$ МГц с высотой ниже высоты отражения мощной волны на 60—70 км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерухимов Л. М., Метелев С. А., Митякова Э. Е. и др. // Сб. Термические нелинейные явления в плазме. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 7.
2. Бахметьева Н. В., Иванов В. А., Игнатьев Ю. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 3. С. 359.
3. Thome G. D., Blood D. W. // Radio Sci. 1974. V. 9. № 11. P. 917.
4. Алебастров В. А., Бенедиктов Е. А., Иванов В. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 2. С. 147.
5. Белов И. Ф., Бычков В. В., Гетманцев Г. Г. и др. Препринт НИРФИ № 167. Горький, 1983.
6. Беликович В. В., Зюзин В. А., Толмачева А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 5. С. 579.
7. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. II. —464 с.
8. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Сб. Термические нелинейные явления в плазме. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 81.
9. Basu S., Basu S., Ganguly S., Gordon W. F., // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. № A11. P. 9217.
10. Бенедиктов Е. А., Гончаров Н. П., Игнатьев Ю. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 1. С. 12.
11. Коровин А. В., Метелев С. А., Насыров А. М. и др. Влияние мощного радиоизлучения на ионосферу. — Апатиты: КФ АН СССР, ПГИ, 1979. С. 5.
12. Алимов В. А., Коровин А. В., Насыров А. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 115.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
20 января 1989 г.

THE EXPERIMENTAL RESULTS ON INVESTIGATION OF ARTIFICIAL IONOSPHERE

V. A. Gudin, V. N. Dejneko, V. N. Ivanov,
Yu. A. Ignat'ev, P. B. Shavin

The experimental results are presented for investigation of conditions of formation and signal characteristics of back scattering by the artificial region of disturbance. Some parameters have been defined of artificial ionospheric turbulence of different scales.

УДК 621.396.62:523.164

КАЛИБРОВКА МОДУЛЯЦИОННОГО РАДИОМЕТРА

*A. M. Асланян, A. Г. Гулян, B. P. Карапетян,
P. M. Мартиросян, Э. A. Нагдалян*

Описан метод калибровки модуляционного радиометра при измерении как абсолютных, так и относительных уровней сигнала путем использования калиброванных собственных шумов радиометра. Проанализированы источники погрешностей.

Для абсолютной калибровки радиометров СВЧ используется входное калибрующее устройство (ВКУ), которое включает в себя переключатель на несколько положений, устанавливаемый на входе радиометра, и калибровочные эталоны, представляющие собой согласованные нагрузки при разных, в том числе криогенных, температурах [1, 2]. Шумовая мощность и спектральные характеристики таких пассивных эталонов хорошо известны. Но последовательное включение ВКУ в тракт радиометра вызывает при калибровке случайные нарушения режима радиометра по входу, обусловленные интерференцией отраженных входных шумов приемника.

Активные генераторы шума в качестве вторичных эталонов применяются для относительной калибровки радиометров. Характеристики таких генераторов более критичны по сравнению с пассивными. В этом случае сигнал ГШ впрыскивается в тракт радиометра параллельно через направленный ответвитель, т. е. режим радиометра по входу не нарушается. Однако при параллельном запитывании калибровочного сигнала невозможна абсолютная калибровка радиометра. При этом следует оговориться, что под терминами «абсолютной» и «относительной» калибровки понимается, соответственно, калибровка при измерении абсолютных уровней сигнала и калибровка при измерении относительных приращений сигнала.

В связи с широким распространением методов пассивной радиотеллокации в прикладных областях (зондирование поверхности Земли, медицинские исследования, дистанционный контроль температуры) важной задачей является упрощение средств и процедуры калибровки радиометров. В настоящей работе описан способ абсолютной калибровки модуляционного радиометра (в том числе низкотемпературной) без нарушения режима радиометра по входу, т. е. без использования ВКУ и непрактичной криогенной техники.

Как известно, радиометрические приемники являются линейными системами в том смысле, что выходные показания радиометра N прямо пропорциональны шумовой антенной температуре источника T_a :

$$N = aT_a + b, \quad (1)$$

где a и b — постоянные.

В соответствии с этим достаточно измерить N для двух известных значений T_a , чтобы определить постоянные a и b , т. е. калибровочную прямую. Последняя служит для преобразования выходного напряжения, обусловленного входным шумовым сигналом, в соответствующие градусы антенной температуры. Таким образом, неизвестная темпера-

тұра определяется из соотношений

$$T_a = \frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} (T_1 - T_2) + T_1, \quad (2)$$

где T_1 , T_2 — шумовые температуры калибровочных эталонов, N_1 , N_2 , N_a — соответствующие показания выходного прибора.

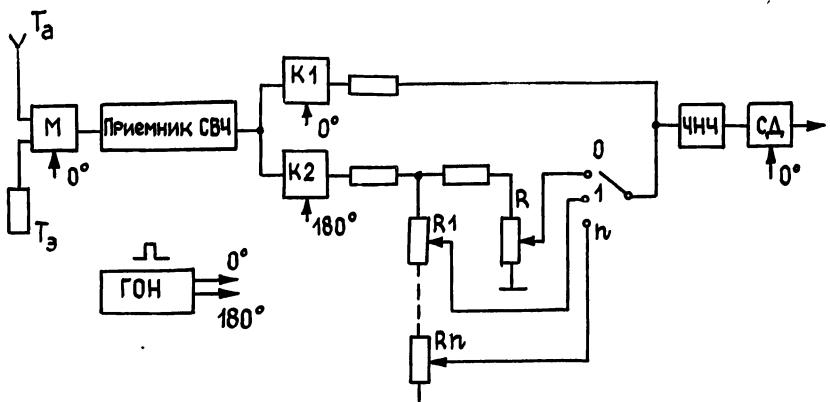


Рис. 1.

Рассмотрим структурную схему модуляционного радиометра на рис. 1. Для исключения постоянной составляющей на выходе радиометра в отсутствие сигнала в нем используется последетекторная модуляция коэффициента усиления (балансировка каналов) [3]. Необходимое для балансировки разделение шумовых сигналов каналов антенны и эквивалента осуществляется с помощью противофазной работы ключей K_1 и K_2 синхронно с модулятором M . В результате этого в канале антенны после ключа K_1 выделяется напряжение, пропорциональное $(T_{ш.а} + T_{ш})$, а в канале эквивалента после ключа K_2 — $(T_e + T_{ш})$, где $T_{ш.а}$, T_e , $T_{ш}$ — шумовые температуры антенны, эквивалента и приемника соответственно. Балансировка заключается в выравнивании этих напряжений на уровне антенны, т. е. во введении аттенюации в канал эквивалента (квазинулевой режим) [4]. При этом достигается выполнение следующего равенства:

$$T_{\text{III.a}} + T_{\text{III}} = k(T_{\text{e}} + T_{\text{III}}), \quad (3)$$

где k — коэффициент передачи аттенюатора (резистивного делителя напряжения R). Практически всегда $k < 1$, так как обычно $T_{\text{ш.а}} \ll T_0$.

Очевидно, что такая модуляция коэффициента передачи в полу-период эквивалента равносильна снижению шумовой, а значит, и физической температуры эквивалента, т. е. в системе создается искусственный «холодный» эквивалент.

Выходной сигнал радиометра пропорционален разности напряжений в обоих полупериодах модуляции:

$$u_{\text{вых}} \sim (T_{\text{ш.а}} + T_{\text{ш}}) - k(T_{\text{э}} + T_{\text{ш}}). \quad (4)$$

Из (3) следует, что при балансировке модуляционного радиометра на уровне известного калибровочного эталона ($T_{ш,а} = T_{кал}$) напряжение в канале эквивалента после выравнивающего делителя также становится известным и строго пропорциональным температуре этого эталона. Если это напряжение зафиксировать каким-либо образом, то затем его уже можно использовать в качестве калибровочного. Разумеется, необходимой предпосылкой для этого является то, что напряжение в опорном канале, пропорциональное ($T_a + T_{ш}$), должно быть стабильно относительно канала антенны, что предполагает неизмен-

ность T_3 и $T_{\text{ш}}$. Так как это напряжение проходит через весь ВЧ тракт, то оно содержит необходимую информацию о флюктуируемых параметрах тракта.

Таким образом, величина абсолютного калибровочного уровня в канале эквивалента однозначно задана соответствующим коэффициентом передачи делителя — $T_{\text{кал}} \sim k$, т. е. для фиксации уровня $T_{\text{кал}}$ достаточно зафиксировать коэффициент k .

Фиксацию калиброванных коэффициентов (уровней) реализует устройство калибровки, состоящее из переключателя режимов работы П1 («Измерение/Калибровка») и n делителей напряжения $R_1—R_n$, на которых «запоминаются» эти уровни (коэффициенты передачи).

Уровни калибровочных напряжений $u_1—u_n$, пропорциональные абсолютным температурам $T_1—T_n$, устанавливаются на делителях в процессе первичной калибровки в лабораторных условиях с помощью эталонных первичных источников шума, подключаемых на вход радиометра, после чего устройство внутренней абсолютной калибровки уже используется автономно без внешних абсолютных эталонов.

Процедура первичной калибровки заключается в следующем. На вход радиометра подается калибровочный сигнал T_1 от эталонного источника. В режиме «Измерение» (П1—«0») выходной сигнал будет соответствовать уровню T_1 :

$$u_{\text{вых}} \sim (T_1 + T_{\text{ш}}) - (T_3 + T_{\text{ш}}) = T_1 - T_3. \quad (5)$$

Для фиксации же этого уровня переключатель П1 переводится в режим калибровки, например в положение «1», и радиометр балансируется соответствующим делителем R_1 , коэффициент передачи которого при этом становится равным

$$k_1 = \frac{T_1 + T_{\text{ш}}}{T_3 + T_{\text{ш}}}. \quad (6)$$

В результате уровень T_1 фиксируется на делителе R_1 через его коэффициент передачи k_1 .

Если впоследствии при подключенном на вход антенне (в отсутствие сигнала) перевести радиометр в режим калибровки в положение «1» переключателя П1, то выходной сигнал в соответствии с (4) и (6) будет равен

$$u_{\text{вых}} \sim (T_{\text{ш},a} + T_{\text{ш}}) - k_1(T_3 + T_{\text{ш}}) = T_{\text{ш},a} - T_3, \quad (7)$$

т. е. также будет соответствовать абсолютному уровню T_1 , как если бы он был подан со входа радиометра согласно (5). Аналогичным образом на остальных делителях устанавливаются коэффициенты передачи для n абсолютных уровней, т. е. на делителях фактически запоминается собственная калибровочная прямая радиометра. В ряде случаев эту прямую с достаточной точностью можно построить по двум точкам (уровням T_1 и T_2 или коэффициентам k_1 и k_2), а нужные промежуточные

уровни T_n (коэффициенты k_n) получить расчетным путем из соотношения

$$k_n = T_n \frac{k_1 - k_2}{T_1 - T_2} + \frac{k_2 T_1 - k_1 T_2}{T_1 - T_2}. \quad (8)$$

Путем соответственного выбора шага уровней можно максимально адаптировать эти калибровочные уровни к динамическому диапазону сигнала.

На рис. 2 показана калибровочная прямая радиометра. Как видно из рисунка, примененное устройство калибровки позволяет экстраполировать калибровочную прямую практически до

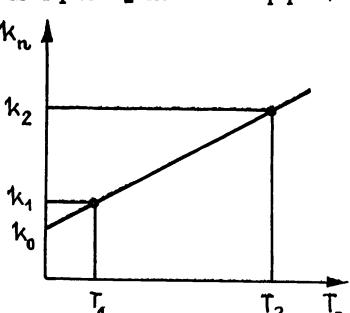


Рис. 2.

ки позволяет экстраполировать калибровочную прямую практически до

уровня абсолютного нуля. Коэффициент передачи делителя k_0 , соответствующий уровню абсолютного нуля, равен:

$$k_0 = \frac{k_2 T_1 - k_1 T_2}{T_1 - T_2} = \frac{T_{\text{ш}}}{T_s + T_{\text{ш}}}. \quad (9)$$

При этом, полагая $T_1 = 0$ в выражении (2), для неизвестной температуры получаем

$$T_a = \frac{N_1 - N_a}{N_1 - N_2} T_2. \quad (10)$$

Здесь N_1 — показания выходного прибора, соответствующие уровню абсолютного нуля. Такая возможность может оказаться удобной при цифровой обработке сигнала.

Как видно из выражений (5) и (7), различия между традиционным и предлагаемым способами калибровки заключаются в следующем. Во-первых, меняется знак выходного напряжения при калибровке, так как калибровочный сигнал здесь проходит в тракте радиометра в полупериод эквивалента. Во-вторых, опорным каналом в режиме калибровки выступает канал антенны. Эти различия не носят принципиального характера и не меняют сути дела.

Оценим погрешность измерения шумовой температуры при применении описанного способа калибровки. Подставив в выражение (2)

$$T_1 = k_1(T_s + T_{\text{ш}}), \quad T_2 = k_2(T_s + T_{\text{ш}}), \quad (11)$$

перепишем его в виде

$$T_a = \left[\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} (k_1 - k_2) + k_1 \right] (T_s + T_{\text{ш}}). \quad (12)$$

Тогда максимальная относительная погрешность определения T_a выразится следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{\delta T_a^2} &= \left(\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} + \frac{k_1}{k_1 - k_2} \right)^{-2} \left[\left(\frac{\delta N_a}{N_1 - N_2} \right)^2 + \left(\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} \frac{\delta N_1}{N_1 - N_2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} \frac{\delta N_2}{N_1 - N_2} \right)^2 + \left(\frac{N_a - N_2}{N_1 - N_2} \frac{\delta k_1}{k_1 - k_2} \right)^2 + \left(\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2} \frac{\delta k_2}{k_1 - k_2} \right)^2 \right] + \\ &\quad + \left(\frac{\delta T_s}{T_s + T_{\text{ш}}} \right)^2 + \left(\frac{\delta T_{\text{ш}}}{T_s + T_{\text{ш}}} \right)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

В этом выражении отражены ошибки отсчета показаний выходного прибора (δN_a , δN_1 , δN_2), и флуктуации коэффициентов передачи делителей (δk_1 , δk_2) и шумовых температур (δT_s , $\delta T_{\text{ш}}$). Помимо указанных ошибок возникают также ошибки, связанные с отличием режима измерений от режима калибровки, в частности, в результате рассогласования [5], что приводит к различиям коэффициентов a и b в выражении (1) для этих режимов. Соответствующую относительную ошибку можно записать в виде

$$\Delta T_a = \frac{T_a (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (\varepsilon_1 T_2 - \varepsilon_2 T_1)}{T_a (N_1 - N_2) - (\varepsilon_1 T_2 - \varepsilon_2 T_1)}, \quad (14)$$

где $\varepsilon_1 = \Delta a_1 T_1 + \Delta b_1$, $\varepsilon_2 = \Delta a_2 T_2 + \Delta b_2$, Δ — погрешность определения соответствующих величин.

Таким образом, результирующая погрешность равна

$$\overline{\delta T^2} = \overline{\delta T_a^2} + \Delta T_a^2. \quad (15)$$

В связи с тем, что по условиям калибровки имеют место примерные равенства $T_1 \approx T_2 \approx T_a = T$ и, значит, $k_1 \approx k_2 = k$ и $N_1 \approx N_2 \approx N_a = N$, то справедливы следующие приближения:

$$\left(\frac{N_a - N_1}{N_1 - N_2}\right)^2 \approx \left(\frac{N_a - N_2}{N_1 - N_2}\right)^2 \approx 1, \quad \delta N_a^2 \approx \delta N_1^2 \approx \delta N_2^2 = \delta N^2, \quad \delta k_1^2 \approx \delta k_2^2 = \delta k^2. \quad (16)$$

Следовательно, для минимальной погрешности согласно (13) получаем

$$\bar{\delta T}_{\text{min}}^2 \approx \left(\frac{\delta T_s}{T_s + T_w}\right)^2 + \left(\frac{\delta T_w}{T_s + T_w}\right)^2 + 3 \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1} \frac{\delta N}{N_1 - N_2}\right)^2 + 2 \left(\frac{\delta k}{k}\right)^2. \quad (17)$$

Упрощается также и выражение (14), если учесть, что при переключении калибровочных уровней режимы калибровки не меняются, т. е.

$$\Delta a_1 = \Delta a_2 = \Delta a, \quad \Delta b_1 = \Delta b_2 = \Delta b. \quad (18)$$

Отсюда

$$\Delta T_{\text{min}} = \frac{\Delta a T_a + \Delta b}{a T_a + \Delta b}. \quad (19)$$

Соотношение $\delta T_a / \Delta T_a$ варьирует в зависимости от области применения радиометра. В радиоастрономических приложениях, как правило, $\delta T_a / \Delta T_a \gg 1$, в то время как при использовании радиометра в качестве радиотермометра при медицинских и биологических исследованиях очень критичными становятся условия согласования приемной антенны-аппликатора с объектом и калибровочными эталонами, что приводит к соотношению $\delta T_a / \Delta T_a \ll 1$.

Из (17) видно, что основную погрешность измерения вносит нестабильность шумовых температур эквивалента и приемника. Поэтому в общем случае необходимо терmostатирование эквивалента и первых каскадов СВЧ, ответственных за шумовую температуру приемника, а также применение схем термостабилизации режимов работы активных приборов. Так как терmostатирование эквивалента с высокой точностью не является технически сложной задачей [6], то основное внимание должно быть удалено шумовой температуре приемника. Смягчающим обстоятельством здесь является то, что нестабильность δT_w проявляется на фоне суммарной температуры $(T_s + T_w)$, что при $T_s = \text{const}$ ослабляет его влияние в $(1 + T_s / T_w)$ раз.

Недостатком, присущим данной системе калибровки, является то, что она чувствительна к изменениям параметров входных пассивных узлов радиометра. Во избежание дополнительных ошибок измерения эти узлы желательно терmostатировать. Очевидно также, что данная система калибровки применима лишь в радиометрах модуляционного типа, в которых есть опорный канал.

Таким образом, особенности описанной системы абсолютной калибровки сводятся к следующим.

а) Отсутствует ВКУ с переключателем, т. е. при калибровке режим радиометра по входу не нарушается (вход радиометра не отключается от антенны).

б) Система калибровки не требует применения специальных пассивных или активных генераторов шума. Для оценки полезного сигнала используются предварительно калиброванные шумы опорного канала модуляционного радиометра.

в) Количество абсолютных уровней и их величины практически не ограничены. Система обеспечивает как низкотемпературные уровни вплоть до уровня абсолютного нуля, так и высокотемпературные уровни путем введения учитываемой аттенюации в канал антенны.

г) Калибровочная шкала может быть максимально адаптирована к динамическому диапазону сигнала, что исключает влияние возможной нелинейной зависимости коэффициента передачи тракта от уровня

сигнала и повышает точность при измерении слабых сигналов.

д) Операция абсолютной калибровки полностью осуществляется в тракте НЧ с помощью низкочастотных средств, что позволяет легко автоматизировать процесс и реализовать режим непрерывной калибровки с непосредственной выдачей результата измерения в цифровом или аналоговом виде.

Перечисленные особенности обуславливают большую практическую ценность метода, в особенности в прикладных областях применения радиометров, а также в автоматизированных радиометрических системах.

Метод был опробован авторами экспериментально в радиометрах, предназначенных для измерения параметров антенн дальней космической связи, и показал высокую точность, надежность и долговременную стабильность в сочетании с предельной простотой эксплуатации радиометра.

В заключение отметим, что описанная система абсолютной калибровки является дополнением к предложенной ранее системе относительной калибровки [4], в которой шумы опорного канала, откалиброванные в НЧ тракте аналогичным образом, используются для создания относительной калибровочной ступеньки на выходе радиометра. Применение той или иной системы либо их комбинации зависит от решаемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есепкина Н. А., Корольков О. В., Парицкий Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М., 1973. С. 336.
2. Краус Дж. Д. Радиоастрономия. — М., 1973. С. 271.
3. Карапетян В. Р. А. с. № 1215487 СССР.
4. Асланян А. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 7. С. 919.
5. Асланян А. М. и др. // Тезисы II Всесоюзн. школы-семинара по радиоприемным устройствам СВЧ. --- С. Агверан АрмССР, 1974. С. 102.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила в редакцию
6 января 1989 г.

DICKE RADIOMETER CALIBRATION TECHNIQUE

A. M. Aslanyan, A. G. Gulyan, V. R. Karapetyan,
R. M. Martirosyan, E. A. Nagdalyan

A practical calibration technique for Dicke radiometer by absolute and relative signal level measuring without radiometer input condition violation is described, that is without using input calibration noise sources. A preliminary calibrated natural noise of Dicke radiometer reference channel is used for calibration.

УДК 534.015; 537.86:519

ДИНАМИКА ДВУХ ОДНОНАПРАВЛЕННО-СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ ФЕЙГЕНБАУМА У ПОРОГА ГИПЕРХАОСА. РЕНОРМГРУППОВОЙ АНАЛИЗ

С. П. Кузнецов

Рассматривается динамика двух однонаправленно-связанных систем, демонстрирующих удвоение периода, вблизи критической ситуации возникновения гиперхаоса. Получено и численно решено уравнение ренормгруппы. Найдены универсальные функции, описывающие динамику в критической точке и ее окрестности. Масштабные константы, характеризующие расщепление элементов циклов и скорость сходимости бифуркаций удвоения, в первой подсистеме равны фейгенбаумовским значениям —2,5029 и 4,6692, а во второй — новым универсальным числам — 1,50532 и 2,39274.

1. Концепции ренормгруппы, универсальности и скейлинга привели к значительному прогрессу в понимании закономерностей перехода к хаосу в нелинейных системах через бифуркации удвоения периода, перемежаемость, квазипериодические режимы [1, 2]. Естественный вопрос состоит в том, возможен ли подобный подход и аналогичные по характеру закономерности в более сложных ситуациях, например, у порога гиперхаоса — сложного динамического режима, характеризующегося наличием двух положительных ляпуновских показателей [3]. Рассмотрим в этом контексте простейший пример гиперхаоса в системе из двух подсистем, способных демонстрировать фейгенбаумовские удвоения периода, при наличии однонаправленной связи между ними (первая подсистема действует на вторую, а вторая не влияет на первую). Известны разнообразные по физической природе примеры систем, в которых осуществляется переход к хаосу через удвоения периода (нелинейный диссиликатор под внешним воздействием, некоторые гидродинамические системы, радиотехнические генераторы и др. [4–6]). Ситуация однонаправленной связи может быть реализована между двумя любыми системами этого типа и привлекает внимание, в частности, в связи с исследованием турбулентности, развивающейся вниз по течению [7, 8].

В качестве модельной системы возьмем связанные отображения

$$x_{n+1} = g_0(x_n), \quad y_{n+1} = f_0(x_n, y_n), \quad (1)$$

где

$$g_0(x) = 1 - \lambda x^2, \quad f_0(x, y) = 1 - A y^2 - B x^2,$$

x и y — динамические переменные, задающие состояния первой и второй подсистем, λ , A , B — параметры. На рис. 1 показана карта динамических режимов на плоскости (λ, A) , полученная численно при $B = 0,375$. Система (1) демонстрирует особого рода критическое поведение — двухпараметрический скейлинг вблизи бикритической точки с координатами $\lambda_c = 1,401155$, $A_c = 1,124981$. Эта точка имеет в своей окрестности сложную конфигурацию областей, включающую периодические режимы (светлые области), хаотические режимы с одним положительным ляпуновским показателем (горизонтальные и вертикальные черточки) и режимы гиперхаоса (крестики). Данный тип критического поведения был впервые обнаружен в работе [9] численно в системе отображений,

аналогичной (1), и экспериментально в системе связанных нелинейных колебательных контуров, возбуждаемых внешним воздействием. Для теоретического обоснования этих результатов и осознания степени их общности необходим ренормгрупповой анализ, который и является целью настоящей работы.

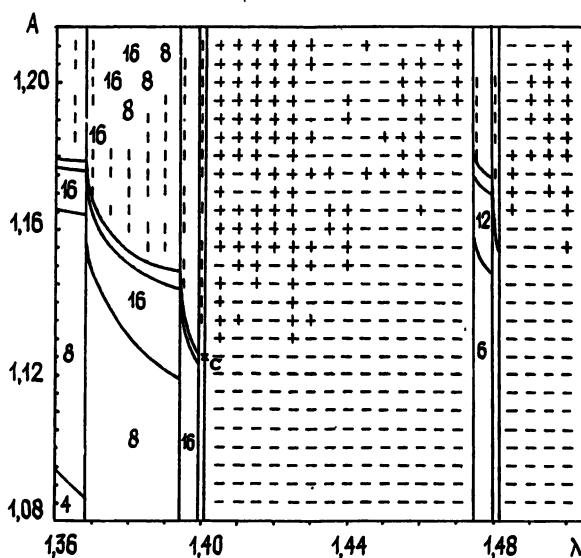


Рис. 1.

2. Для получения уравнений ренормгруппы перейдем, следуя методике Фейгенбаума [2], к отображениям, описывающим изменение состояния системы за две итерации, и изменим масштаб переменных x и y в некоторое число раз a и b . В результате получим:

$$x_{n+2} = ag_0(g_0(x_n/a)), \quad y_{n+2} = bf_0(g_0(x_n/a), f_0(x_n/a, y_n/b)). \quad (2)$$

Повторяя эту процедуру многократно, приходим к уравнениям ренормгруппы

$$g_{m+1}(x) = ag_m(g_m(x/a)), \quad f_{m+1}(x, y) = bf_m(g_m(x/a), f_m(x/a, y/b)). \quad (3)$$

Бикритической точке должна соответствовать неподвижная точка рекуррентных уравнений (3) в пространстве функций (g, f) :

$$g(x) = ag(g(x/a)), \quad f(x, y) = bf(g(x/a), f(x/a, y/b)), \quad (4)$$

отсюда же определяются масштабные константы a и b . При выборе нормировки $g(0) = 1, f(0, 0) = 1$ имеем $a = (g(1))^{-1}, b = (f(1, 1))^{-1}$.

3. Первое уравнение (4) не зависит от второго. Его численное решение было проведено Фейгенбаумом, в результате чего найдена константа $a = -2,502907$ и получено представление функции $g(x)$ в виде полинома по четным степеням x , позволяющее вычислять ее на интервале $[0, 1]$ с точностью до десятого знака после запятой [2].

Таким образом, задача состоит в решении второго уравнения (4). На методе решения остановимся специальными, поскольку в отличие от других функциональных уравнений, встречающихся при ренормгрупповом анализе задач нелинейной динамики [1, 2], неизвестная функция f зависит не от одного, а от двух аргументов. Это принципиальный момент, связанный с тем, что рассматривается возникновение хаотического режима с двумя положительными ляпуновскими показателями.

Способ представления функции $f(x, y)$ в области $x, y \in [0, 1]$ иллюстрируется на рис. 2*. Она задается таблицей своих значений в

* Как можно показать, функция $f(x, y)$ должна быть четной по обоим аргументам.

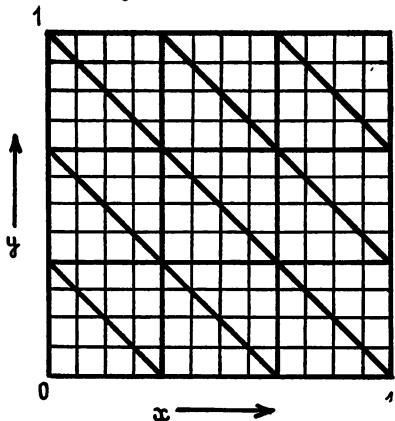


Рис. 2.

$(M+1)^2$ узлах квадратной сетки на плоскости (x, y) и определенной процедурой интерполяции между узлами. Рассматриваемая область разбита на $M^2/8$ треугольных элементов, в каждом из которых используется свой интерполирующий полином четвертой степени от двух переменных x и y . Заметим, что внутри и на границах каждого треугольника имеется 15 узлов сетки — столько же, сколько коэффициентов имеет интерполирующий полином, т. е. он определяется однозначно. Полиномы, отвечающие соседним треугольникам, равны на границе раздела между ними, поскольку превращаются на ней в полиномы четвертой степени от одной переменной, совпадающие в пяти узлах интерполяции.

Имея таблицу значений функции f_m , процедуру интерполяции и известную методику вычисления функции g , можно численно найти значения выражения в правой части второго уравнения (4) в узлах рассмотренной сетки и получить таблицу функции f_{m+1} . (При этом в качестве масштабного фактора b можно взять $(f_m(1, 1))^{-1}$. Тем самым функция f_{m+1} будет найдена в том же смысле, в каком была задана функция f_m . Эти функциональные итерации можно повторять многократно, однако получаемая при этом последовательность f_m расходится. Для обеспечения сходимости к неподвижной точке уравнения ренормгруппы была эмпирически подобрана следующая итерационная схема:

$$f(x, y) \leftarrow 0,93Rf + 0,39R^2f - 0,32R^3f, \quad (5)$$

где R^k обозначает k -кратную функциональную итерацию.

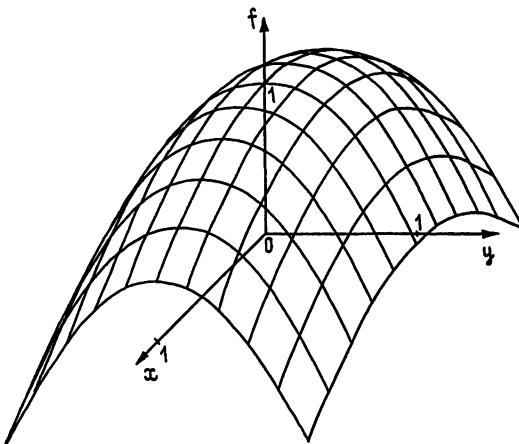


Рис. 3.

4. Расчеты проводились для сетки из 21×21 узлов. В качестве начального приближения задавалась функция, фигурирующая в (1) в бикритической точке. В результате многократных (~ 20) итераций по схеме (5) была найдена с точностью до шестого знака после запятой функция f , удовлетворяющая второму уравнению (4), и масштабная константа $b = -1,50532$. На рис. 3 показан график универсальной функции $f(x, y)$.

Отображение

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad y_{n+1} = f(x_n, y_n), \quad (6)$$

описывающее динамику в бикритической точке, имеет неподвижную точку $x_* = 0,549305$, $y_* = 0,528067$. Но тогда из уравнений ренорм-группы (4) с очевидностью следует наличие 2-цикла, один из элементов которого есть x_*/a , y_*/b . Из существования 2-цикла следует наличие 4-цикла с элементом x_*/a^2 , y_*/b^2 и т. д. до бесконечности. Все эти циклы имеют, как нетрудно видеть, одинаковые мультиликаторы $\mu_1 = -1,601191$ (для возмущений по x согласно [2]) и $\mu_2 = -1,17886$ (для возмущений по y получается как производная $df(x, y)/\partial y$ в точке x_*, y_*).

5. Исследуем теперь влияние возмущений исходного отображения, выводящих систему из бикритической точки. При этом ограничимся только такими возмущениями, которые оставляют связь между подсистемами односторонней. Формально говоря, вопрос состоит в анализе эволюции малых возмущений неподвижной точки (g, f) функционального отображения (3). Полагая $g_m(x) = g(x) + h_m(x)$ и $f_m(x) = f(x, y) + \varphi_m(x, y)$, где $h, \varphi \ll 1$, получаем из (4) в линейном приближении по h и φ :

$$\begin{aligned} h_{m+1}(x) &= a \left[g' \left(g \left(\frac{x}{a} \right) \right) h_m \left(\frac{x}{a} \right) + h_m \left(g \left(\frac{x}{a} \right) \right) \right], \\ \varphi_{m+1}(x) &= b \left[f'_y \left(g \left(\frac{x}{a} \right), f \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b} \right) \right) \varphi_m \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b} \right) + \varphi_m \left(g \left(\frac{x}{a} \right), f \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b} \right) \right) \right] + \\ &\quad + b f'_x \left(g \left(\frac{x}{a} \right), f \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b} \right) \right) h_m(x). \end{aligned} \tag{7}$$

Первое из уравнений (7) решено в работе Фейгенбаума [2], где найдено старшее собственное число $\delta_1 = 4,669201$ и полиномиальная аппроксимация соответствующей собственной функции $h_{(1)}(x)$.

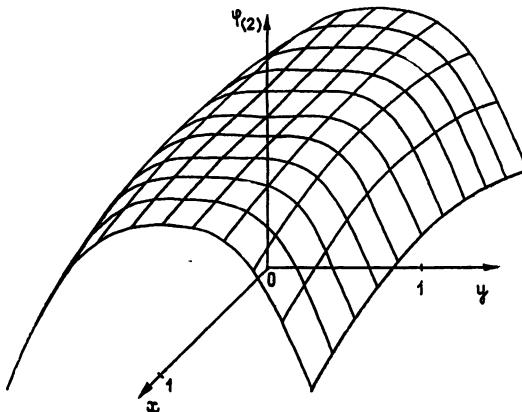


Рис. 4.

Для решения второго уравнения (7) использовалась полученная предварительно в виде таблицы функция f . Производная f'_y вычислялась аналитическим дифференцированием интерполирующего полинома. Функция $\varphi(x, y)$ представлялась, так же как и $f(x, y)$, таблицей и интерполирующими полиномами четвертой степени в треугольном элементах, на которые разбита область задания (рис. 2). В результате простых итераций функционального уравнения за достаточно большое число шагов из всех рассмотренных пробных начальных возмущений возникала одна и та же собственная функция $\varphi_2(x, y)$ с собственным числом $\delta_2 = 2,39274$. График этой функции показан на рис. 4. Других существенных собственных функций линейного оператора (7)

обнаружено не было (некоторые собственные функции отвечают возмущениям, устраниющимся инфинитезимальной заменой переменных, остальные имеют собственные числа по модулю, меньшие единицы, и затухают при $t \rightarrow \infty$).

Таким образом, в асимптотике больших t решение (7) представляется в виде линейной комбинации двух собственных векторов $(h_{(1)}, \Phi_{(1)})$ и $(0, \Phi_{(2)})$, коэффициенты которой играют роль существенных параметров задачи. Динамика в окрестности бикритической точки описывается отображением

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= g(x_n) + \Lambda_1 h_{(1)}(x_n), \\ y_{n+1} &= f(x_n, y_n) + \Lambda_1 \Phi_{(1)}(x_n, y_n) + \Lambda_2 \Phi_{(2)}(x_n, y_n). \end{aligned} \quad (8)$$

При преобразовании (3), отвечающем переходу к описанию динамики за два шага дискретного времени, добавочные члены в первом и втором уравнениях умножаются соответственно на δ_1 и δ_2 . Поэтому на плоскости параметров (Λ_1, Λ_2) будет существовать универсальная масштабно-инвариантная картина областей, переходящая в себя при изменении масштабов координат Λ_1 и Λ_2 , соответственно, в δ_1 и δ_2 раз. Это согласуется с имеющимися численными и экспериментальными данными [9].

6. Поскольку решение функциональных уравнений (4) и (7) может быть построено безотносительно к конкретному виду затравочных функций g_0, f_0 , то функции f и $\Phi_{(2)}$ и константы b, μ_2, δ_2 универсальны, также как функции и константы Фейгенбаума $g, h_1, a, \mu_1, \delta_1$. Поэтому динамика вблизи бикритической точки в системе из двух подсистем, демонстрирующих удвоения периода, также универсальна и не зависит ни от величины связи, ни от того, описывается ли динамика подсистем отображениями или дифференциальными уравнениями. Таким образом, дано ренормгрупповое обоснование свойств универсальности и скейлинга, присущих обнаруженному в [9] новому типу критического поведения связанных систем. Это первый нетривиальный пример скейлинговых свойств динамических систем на пороге возникновения гиперхаоса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шустер Г. Детерминированный хаос. — М.: Мир, 1988. — 240 с.
2. Feigenbaum M. J. // J. Stat Phys. 1979. V. 21. № 6. P. 669.
3. Rossler O. // Phys. Lett. 1979. V. 71A. P. 155.
4. Lindsay R. S. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. № 19. P. 1349.
5. Libchaber A., Fauve S., Laroche C. // Physica. 1983. V. 7D. № 1—3. P. 73.
6. Анищенко В. С. Стохастические колебания в радиофизических системах. — Саратов: Гос. ун-т, 1985, 1986. Кн. 1, 2.
7. Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И., Старобинец И. М. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. № 12. С. 561.
8. Анищенко В. С., Арансон И. С., Постнов Д. Э., Рабинович М. И. // ДАН СССР. 1986. Т. 286. № 5. С. 1120.
9. Безручко Б. П., Гуляев Ю. В., Кузнецов С. П., Селезнев Е. П. // ДАН СССР. 1986. Т. 287. № 3. С. 619.

Саратовский филиал Института радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию
24 января 1989 г.

DYNAMICS OF TWO ONE-DIRECTIONAL COUPLED FEIGENBAUM SYSTEMS NEAR THE ONSET OF HYPERCHAOS. THE RENORMALIZATION-GROUP ANALYSIS

S. P. Kuznetsov

The dynamics of two one-directional coupled period-doubling systems is considered near the critical situation of onset of hyperchaos. The universal functions described the dynamics in the critical point and in its vicinity are found. Scaling constants characterizing the splitting of elements of cycles and the rate of period-doubling accumulation are equal to Feigenbaum's values —2,5029 and 4,6692 in the first subsystem and to the new universal numbers —1,50532 and 2,39274 in the second system.

УДК 621.378.2

НЕЛИНЕЙНЫЕ АВТОНОМНЫЕ БЛОКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ И РЕЗОНАТОРОВ С НЕЛИНЕЙНЫМИ СРЕДАМИ

O. A. Голованов

Предложен декомпозиционный метод решения нелинейных краевых задач прикладной электродинамики и техники СВЧ с использованием нелинейных автономных блоков. Описан вычислительный алгоритм нахождения дескрипторов нелинейных автономных блоков в виде прямоугольных параллелепипедов. Рассмотрены способы включения нелинейных автономных блоков в декомпозиционную схему. Приведены результаты математического моделирования — дифракция в прямоугольном волноводе при наличии элементов с нелинейной электропроводностью.

1. ВОЛНОВОДНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР С НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДОЙ

В настоящее время в отечественных и зарубежных научных работах отсутствуют результаты решения электродинамических задач дифракции для волноводных СВЧ устройств с нелинейными средами. Отсутствуют модели электродинамического уровня для нелинейных элементов и апробированные вычислительные алгоритмы решения прикладных задач электродинамики СВЧ в нелинейных средах.

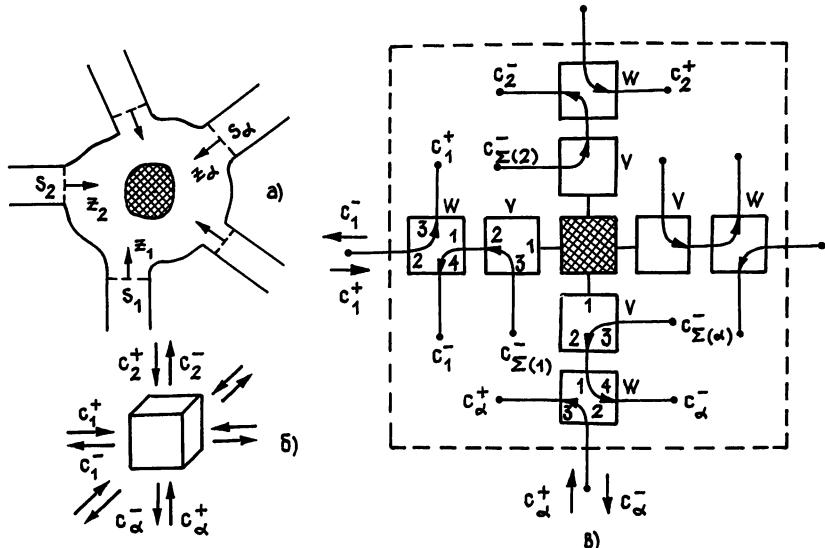


Рис. 1 Принцип декомпозиции с нелинейными средами:
а) волноводный трансформатор с нелинейной средой; б) нелинейный
автономный блок в виде прямоугольного параллелепипеда; в) включение
нелинейного автономного блока в декомпозиционную схему.

Волноводное устройство СВЧ с нелинейными элементами будем рассматривать как некоторый волноводный трансформатор с нелинейной средой внутри. Такой волноводный трансформатор изображен на рис. 1а. В каждом из волноводных каналов в общем случае имеются падающие нормальные волны (электродинамическое поле сигнала) с ча-

стотами $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$. Среда в волноводном трансформаторе нелинейная, следовательно, в волноводных каналах появятся отраженные волны (электродинамическое поле отклика) с всевозможными комбинационными частотами

$$\omega_m = \sum_{k=1}^p Z_{mk} \omega_k, \quad (1)$$

где Z_{mk} — массивы чисел из всевозможных комбинаций чисел ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., m — номер комбинации. Частоты $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$ падающих нормальных волн будем рассматривать как частные случаи комбинационных частот (1).

Падающим волнам соответствуют коэффициенты $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$, отраженным — $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$, где k — номер нормальной волны в волноводном канале, α — номер волноводного канала, m — комбинационная частота. Коэффициенты $c_{k(\alpha)}^\pm(\omega_m)$ на входных сечениях выбираются так, чтобы поперечные компоненты поля сигнала $E_\alpha^+(\omega_m)$, $H_\alpha^+(\omega_m)$ и поля отклика $E_\alpha^-(\omega_m)$, $H_\alpha^-(\omega_m)$ имели вид следующих рядов [1]:

$$\begin{pmatrix} E_\alpha^\pm(\omega_m) \\ H_\alpha^\pm(\omega_m) \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{\infty} c_{k(\alpha)}^\pm(\omega_m) \begin{pmatrix} e_{\pm k(\alpha)}(\omega_m) \\ h_{\pm k(\alpha)}(\omega_m) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $e_{\pm k(\alpha)}(\omega_m)$, $h_{\pm k(\alpha)}(\omega_m)$ — поперечные компоненты нормальных волн в волноводных каналах. Знак «+» соответствует волне, распространяющейся вдоль оси z_α (рис. 1а), «-» — волне, распространяющейся в противоположном направлении.

Волноводные каналы, присоединенные к волноводному трансформатору, будем рассматривать такие, которые подчинены принципу взаимности, т. е.,

$$e_{-k(\alpha)}(\omega_m) = e_{k(\alpha)}(\omega_m), \quad h_{-k(\alpha)}(\omega_m) = -h_{k(\alpha)}(\omega_m).$$

Волноводные каналы с анизотропными средами не рассматриваются.

Поперечные компоненты нормальных волн нормируем:

$$\int_{S_\alpha} [e_{k(\alpha)}(\omega_m), \quad h_{k(\alpha)}(\omega_m)] ds = \delta_{kn} R_{k(\alpha)}(\omega_m), \quad (3)$$

где δ_{kn} — символ Кронекера, S_α — поперечное сечение волноводного канала, $R_{k(\alpha)}(\omega_m)$ — коэффициент нормировки.

При анализе волноводных трансформаторов с линейными средами значения коэффициентов нормировки в (3) выбираются обычно произвольно. Для волноводных трансформаторов с нелинейными средами поперечные компоненты нормальных волн удобно нормировать так, чтобы в некоторых точках наблюдения, зафиксированных на поперечных сечениях волноводных каналов, напряженности электрических или магнитных полей были равны единице $|e_{k(\alpha)}(\omega_m)| = 1$ ($|h_{k(\alpha)}(\omega_m)| = 1$). Такая нормировка позволяет судить о напряженностях электрических или магнитных полей в волноводных каналах по значениям коэффициентов $c_{k(\alpha)}^\pm(\omega_m)$. Точки наблюдения на поперечных сечениях волноводных каналов удобно выбирать там, где напряженности электрического или магнитного полей максимальны. При этом, очевидно, необходимо исключить из рассмотрения точки и их окрестности, в которых имеются особенности электрического или магнитного полей, например ребра.

Для волноводного трансформатора с нелинейной средой связь между коэффициентами падающих волн $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ и коэффициентами отраженных волн $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ устанавливается через систему нелинейных уравнений

$$c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = F_{k(\alpha)}(\omega_m; c_{1(1)}^+(\omega_1), c_{1(1)}^+(\omega_2), \dots, c_{1(1)}^+(\omega_M), c_{1(2)}^+(\omega_1), \dots), \quad (4)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad m = 1, 2, \dots, M,$$

где L — количество волноводных каналов, N — число учтенных нормальных волн в волноводных каналах, M — количество комбинационных частот.

Нелинейные функции $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ полностью описывают электродинамический режим работы волноводного трансформатора с нелинейной средой, поэтому могут быть использованы в качестве дескриптора СВЧ устройства с нелинейными средами. Нелинейные функции $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ определяются из решения нелинейных краевых задач для уравнений Максвелла.

2. НЕЛИНЕЙНЫЙ АВТОНОМНЫЙ МНОГОМОДОВЫЙ БЛОК В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕПИПЕДА

Линейный автономный многомодовый блок рассматривался в [2], там же приведены аналитические выражения для определения матрицы проводимости. Здесь описывается вычислительный алгоритм нахождения нелинейного дескриптора $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ для автономного многомодового блока в виде прямоугольного параллелепипеда с нелинейной средой (рис. 1б).

Исходными для построения вычислительного алгоритма являются уравнения Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial D(\mathbf{E})}{\partial t} + J(\mathbf{E}), \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial B(\mathbf{H})}{\partial t}, \quad (5)$$

где \mathbf{E} , \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей, $D(\mathbf{E})$, $B(\mathbf{H})$ — напряженности электрической и магнитной индукций, $J(\mathbf{E})$ — плотность тока проводимости.

Величины $J(\mathbf{E})$, $D(\mathbf{E})$, $B(\mathbf{H})$ являются векторными функциями от векторных аргументов. Эти зависимости определяются конкретной нелинейной средой. Рассмотрим случай нелинейной изотропной среды, для которой $J \parallel \mathbf{E}$, $D \parallel \mathbf{E}$, $B \parallel \mathbf{H}$. Представим вектор $J(\mathbf{E})$ в виде

$$J(\mathbf{E}) = |J(|\mathbf{E}|)|(\mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \cos \beta + \mathbf{k} \cos \gamma), \quad (6)$$

где $|...|$ — модуль вектора; α , β , γ — углы между вектором J и осями прямоугольной системы координат $0X$, $0Y$, $0Z$ соответственно; \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные орты в направлении координатных осей $0X$, $0Y$, $0Z$. Апроксимируя скалярную функцию $|J(|\mathbf{E}|)|$ (эта зависимость определяется обычно из эксперимента) степенным рядом

$$|J(|\mathbf{E}|)| = a_1|\mathbf{E}| + a_2|\mathbf{E}|^2 + a_3|\mathbf{E}|^3 + \dots \quad (7)$$

и подставляя (7) в (6), получаем следующее выражение:

$$J(\mathbf{E}) = (a_1 + a_2|\mathbf{E}| + a_3|\mathbf{E}|^2 + \dots)\mathbf{E}. \quad (8)$$

Аналогично можно получить зависимости для $D(\mathbf{E})$, $B(\mathbf{H})$:

$$D(\mathbf{E}) = \epsilon_0(\epsilon_1 + \epsilon_2|\mathbf{E}| + \epsilon_3|\mathbf{E}|^2 + \dots)\mathbf{E}, \quad (9)$$

$$B(\mathbf{H}) = \mu_0(\mu_1 + \mu_2|\mathbf{H}| + \mu_3|\mathbf{H}|^2 + \dots)\mathbf{H},$$

где ϵ_0 , μ_0 — абсолютные электрическая и магнитная постоянные.

Отметим, что разложение в степенной ряд (7) аппроксимирует скалярную функцию $|J(|\mathbf{E}|)|$ лишь в непосредственной близи от одной выбранной точки и поэтому редко применяется в численной аппроксимации (только при условии сверхбыстрой сходимости). В практике вычислений скалярную функцию $|J(|\mathbf{E}|)|$ обычно аппроксимируют многочленом вида (7) на некотором интервале $(|\mathbf{E}_1|, |\mathbf{E}_2|)$. Как правило, используется равномерное приближение. Степень многочлена зависит от нелинейности скалярной функции $|J(|\mathbf{E}|)|$ и от интервала

($|E_1|$, $|E_2|$), на котором аппроксимируется скалярная функция.

Функции $E(t)$ и $H(t)$ в (5) представим в виде рядов по комбинационным частотам

$$E(t) = \sum_{m=1}^{\infty} E(\omega_m) e^{i\omega_m t}, \quad H(t) = \sum_{m=1}^{\infty} H(\omega_m) e^{i\omega_m t}. \quad (10)$$

Суммы в (10) обязательно должны быть вещественные.

Внося (10) в (5), с учетом (8) и (9) получаем следующую систему связанных уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H(\omega_m) &= i\omega_m \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) E(\omega_m) + J(\omega_m), \\ \operatorname{rot} E(\omega_m) &= -i\omega_m \mu_0 \mu_1(\omega_m) H(\omega_m) + Z(\omega_m), \end{aligned} \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega_m) &= \epsilon_1(\omega_m) - i \frac{a_1(\omega_m)}{\epsilon_0 \omega_m}, \\ J(\omega_m) &= i\omega_m \epsilon_0 \left(\epsilon_2(\omega_m) - i \frac{a_2(\omega_m)}{\epsilon_0 \omega_m} \right) \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^M |E(\omega_k)| |E(\omega_n)| \gamma_{kn} + i\omega_m \epsilon_0 \times \\ &\times \left(\epsilon_3(\omega_m) - i \frac{a_3(\omega_m)}{\epsilon_0 \omega_m} \right) \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^M \sum_{l=1}^M |E(\omega_k)| |E(\omega_n)| |E(\omega_l)| \gamma_{knl} + \dots, \\ Z(\omega_m) &= i\omega_m \mu_0 \mu_2(\omega_m) \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^M |H(\omega_k)| |H(\omega_n)| \gamma_{kn} + \\ &+ i\omega_m \mu_0 \mu_3(\omega_m) \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^M \sum_{l=1}^M |H(\omega_k)| |H(\omega_n)| |H(\omega_l)| \gamma_{knl} + \dots \end{aligned}$$

Здесь

$$\gamma_{knl\dots} = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_k + \omega_n + \omega_l + \dots \neq \omega_m \\ 1, & \text{если } \omega_k + \omega_n + \omega_l + \dots = \omega_m \end{cases}.$$

Для решения нелинейной системы связанных уравнений Максвелла (11) будем использовать метод последовательных приближений и построим итерационный вычислительный процесс вида

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H^{(l+1)}(\omega_m) - i\omega_m \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) E^{(l+1)}(\omega_m) &= J^{(l)}(\omega_m), \\ \operatorname{rot} E^{(l+1)}(\omega_m) + i\omega_m \mu_0 \mu_1(\omega_m) H^{(l+1)}(\omega_m) &= Z^{(l)}(\omega_m), \\ m &= 1, 2, \dots, M, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где M — количество комбинационных частот, l — номера итераций. Здесь метод последовательных приближений реализован в виде обратных итераций.

На каждой итерации известными являются коэффициенты $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ падающих волн в прямоугольных волноводах параллелепипеда и токи $J^{(l)}(\omega_m)$, $Z^{(l)}(\omega_m)$, локализованные в объеме параллелепипеда. Неизвестными являются коэффициенты $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ отраженных волн в прямоугольных волноводах (на последней итерации решение исходной задачи). Решение нелинейной краевой задачи (11) сводится к решению серии линейных краевых задач (12).

Построим функциональные системы $E_{n(\beta)}^Y(\omega_m)$, $H_{n(\beta)}^Y(\omega_m)$, являющиеся решением уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} H_{n(\beta)}^Y(\omega_m) = i\omega_m \epsilon_0 \epsilon(\omega_m) E_{n(\beta)}^Y(\omega_m),$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_{n(\beta)}^Y(\omega_m) = -i\omega_m \mu_0 \mu_1(\omega_m) \mathbf{H}_{n(\beta)}^Y(\omega_m),$$

$$\beta = 1, 2, \dots, 6, \quad n=1, 2, \dots, N_\beta, \quad m=1, 2, \dots, M,$$

для прямоугольного параллелепипеда с однородной линейной средой при создании короткого замыкания на всех входных гранях кроме одной, s_β , с которой создается режим возбуждения единичной электрической функцией $\mathbf{e}_{n(\beta)}(\omega_m)$. Функции $\mathbf{E}_{n(\beta)}^Y(\omega_m)$, $\mathbf{H}_{n(\beta)}^Y(\omega_m)$ определяются как стоячие волны прямоугольного волновода. Эти функции приведены в [2].

Используя лемму Лоренца для уравнений (12) и (13) и представляя поперечные компоненты электрического и магнитного полей на гранях параллелепипеда в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\alpha(\omega_m) &= \sum_{k=1}^{N_\alpha} (c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) + c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)) \mathbf{e}_{k(1)}(\omega_m), \\ \mathbf{H}_\alpha(\omega_m) &= \sum_{k=1}^{N_\alpha} (c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) - c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)) \mathbf{h}_{k(1)}(\omega_m), \end{aligned} \quad (14)$$

получаем следующее матричное выражение для определения коэффициентов отраженных волн [1]:

$$c^- = S \cdot c^+ + c_y^-, \quad (15)$$

где S — матрица рассеяния параллелепипеда с однородной линейной средой; c^- , c^+ — векторы, составленные, соответственно, из коэффициентов $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$, $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$; c_y^- — вектор излучения, координаты которого определяются из решения системы линейных уравнений

$$(I + Y^*) c_y^- = f, \quad (16)$$

где I — единичная матрица, Y^* — транспонированная матрица проводимости параллелепипеда с однородной средой,

$$f_{k(\alpha)}(\omega_m) = - \int_v [J^{(l)}(\omega_m) \mathbf{E}_{k(\alpha)}^Y(\omega_m) + Z^{(l)}(\omega_m) \mathbf{H}_{k(\alpha)}^Y(\omega_m)] dv,$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, 6, \quad k = 1, 2, \dots, N_\alpha, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

Электрическое и магнитное поля внутри параллелепипеда, которые необходимы для вычисления токов $J^{(l)}(\omega_m)$, $Z^{(l)}(\omega_m)$, определяются из решения задачи (12) при краевых условиях (14). Решение этой краевой задачи будем искать в виде [1]

$$\mathbf{E}^{(l+1)}(\omega_m) = \sum_{n=1}^q a_n(\omega_m) \mathbf{E}_n^{\alpha}, \quad \mathbf{H}^{(l+1)}(\omega_m) = \sum_{n=1}^q b_n(\omega_m) \mathbf{H}_n^{\alpha}, \quad (17)$$

где $a_n(\omega_m)$, $b_n(\omega_m)$ — неизвестные коэффициенты, $\{\mathbf{E}_n^{\alpha}\}$, $\{\mathbf{H}_n^{\alpha}\}$ — системы базисных функций (смешанный базис), которые являются решением следующих краевых задач для пустого ($\epsilon=1$, $\mu=1$) прямоугольного параллелепипеда:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_n^{\alpha} = i\omega_n^{\alpha} \epsilon_0 \mathbf{E}_n^{\alpha}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_n^{\alpha} = -i\omega_n^{\alpha} \mu_0 \mathbf{H}_n^{\alpha},$$

$(\mathbf{E}_n^{\alpha})_r = 0$ на гранях параллелепипеда;

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_n^{\alpha} = i\omega_n^{\alpha} \epsilon_0 \mathbf{E}_n^{\alpha}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}_n^{\alpha} = -i\omega_n^{\alpha} \mu_0 \mathbf{H}_n^{\alpha},$$

$(\mathbf{E}_n^{\alpha})_r = 0$ на закрытых гранях параллелепипеда, $(\mathbf{H}_n^{\alpha})_r = 0$ на открытых гранях параллелепипеда.

Решая краевую задачу (12) проекционным методом [1], получаем следующую систему линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов $a_n(\omega_m)$, $b_n(\omega_m)$ в представлении (17):

$$\left(\frac{A|B}{C|D} \right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ W \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где

$$A_{kn}(\omega_m) = i\omega_m \varepsilon_0 \varepsilon(\omega_m) \int_v E_n^m E_k^m dv,$$

$$B_{kn}(\omega_m) = i\omega_k^m \mu_0 \int_v H_n^s H_k^s dv, \quad C_{kn}(\omega_m) = i\omega_n^s \varepsilon_0 \int_v E_n^m E_k^s dv,$$

$$D_{kn}(\omega_m) = i\omega_m \mu_0 \mu_1(\omega_m) \int_v H_n^s H_k^s dv,$$

$$V_k(\omega_m) = - \int_v J^{(l)}(\omega_m) E_k^m dv - \int_{s_a} [E_k^m, H_a(\omega_m)] ds,$$

$$W_k(\omega_m) = \int_v Z^{(l)}(\omega_m) H_k^s dv + \int_{s_a} [H_k^s, E_a(\omega_m)] ds.$$

Векторы a , b составлены из коэффициентов $a_n(\omega_m)$, $b_n(\omega_m)$.

3. ДЕКОМПОЗИЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ

До настоящего времени в отечественных и зарубежных научных источниках не рассматривались нелинейные автономные блоки и рекомпозиция с ними, хотя последняя, в принципе, не отличается от рекомпозиции с линейными автономными блоками. Посредством декомпозиции устройство СВЧ расчленяется условными границами на нелинейные и линейные автономные блоки. Для описания линейных автономных блоков в основном используются дескрипторы в виде многоканальных и многомодовых матриц рассеяния или проводимости. Для описания нелинейных автономных блоков — дескрипторы в виде нелинейной функции $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ (4), которая связывает коэффициенты $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ падающих волн с коэффициентами $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ отраженных волн в волноводных каналах трансформатора.

При соединении нелинейных автономных блоков, а также при соединении линейных с нелинейными блоками необходимо решать системы нелинейных уравнений. Это достаточно сложная и трудно алгоритмизируемая вычислительная процедура. Здесь предложен метод линеаризации рекомпозиции с нелинейными блоками, который позволяет свести рекомпозицию с нелинейными блоками к серии рекомпозиций с линейными блоками.

Функцию $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ в (4) представим формулой Тейлора в окрестности точки $M_0(c_{1(1)}^{0+}(\omega_1), c_{1(1)}^{0+}(\omega_2), \dots, c_{1(1)}^{0+}(\omega_M), c_{1(2)}^{0+}(\omega_1), \dots)$:

$$c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = F_{k(\alpha)}(\omega_m; M_0) + \sum_{l=1}^M \sum_{\beta=1}^L \sum_{n=1}^{N_\beta} \frac{\partial F_{k(\alpha)}(\omega_m; M_0)}{\partial c_{n(\beta)}^+(\omega_l)} (c_{n(\beta)}^+(\omega_l) - c_{n(\beta)}^{0+}(\omega_l)) + O_2, \quad (19)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, \quad \alpha = 1, 2, \dots, L, \quad k = 1, 2, \dots, N_\alpha,$$

где M — количество комбинационных частот, L — число волноводных каналов, N_α — количество типов волн, учтенных в α -м волноводном канале, O_2 — остаточный член формулы Тейлора.

Будем считать, что текущая точка $M(c_{1(1)}^+(\omega_1), c_{1(1)}^+(\omega_2), \dots, c_{1(1)}^+(\omega_M), c_{1(2)}^+(\omega_1), \dots)$ находится достаточно близко к точке M_0 , тогда, пренебре-

гай остаточным членом, разложение (19) запишем в матричной форме

$$c^- = c_0^- + S \cdot c^+, \quad (20)$$

где $c_0^- = c_0^- - S \cdot c_0^+$. Векторы c_0^- , c_0^+ , c^- , c^+ составлены, соответственно, из элементов $F_{k(\alpha)}(\omega_m; M_0)$, $c_{n(\beta)}^{0+}(\omega_l)$, $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$, $c_{n(\beta)}^+(\omega_l)$. Элементы матрицы S определяются

$$S_{kn}^{ab}(\omega_m, \omega_l) = \frac{\partial F_{k(\alpha)}(\omega_m; M_0)}{\partial c_{n(\beta)}^+(\omega_l)}. \quad (21)$$

Матрица S имеет клеточную структуру и скомпонована по комбинационным частотам ω_m , входным сечениям α , типам волн k . Вектор излучения c^- имеет структуру, аналогичную структуре вектора c^- .

Нелинейный дескриптор $F_{k(\alpha)}(\omega_m; M_0)$ в окрестности точки M_0 (координаты точки M_0 известны) заменяется линейным дескриптором в виде матрицы рассеяния S и вектора излучения c^- . Рекомпозиция нелинейных автономных блоков сводится к рекомпозиции линейных автономных блоков. Матрицы рассеяния линейных автономных блоков, входящих в состав декомпозиционной схемы, должны быть скомпонованы так же, как и матрица рассеяния S нелинейного автономного блока.

Нелинейные автономные блоки с дескрипторами в виде матриц рассеяния S и векторов излучения c^- будем включать в декомпозиционную схему через некоторые фиктивные блоки V и W (рис. 1в), которые имеют матрицы рассеяния

$$S_V = \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & I & 0 \\ \hline I & 0 & I \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right), \quad S_W = \left(\begin{array}{c|c|c} 0 & I & 0 \\ \hline I & 0 & 0 \\ \hline 0 & I & 0 \\ \hline I & 0 & 0 \end{array} \right),$$

где I — единичная матрица.

С помощью автономных блоков V реализуется включение в декомпозиционную схему векторов излучения c^- , через автономные блоки W осуществляется доступ к коэффициентам падающих c^+ и отраженных c^- волн в виртуальных волноводах, соединяющих нелинейный блок с соседними блоками. Векторы c^+ и c^- необходимы для организации и контроля сходимости итерационного процесса.

Метод линеаризации рекомпозиции нелинейных автономных блоков итерационный. Задав начальные приближения для координат точки M_0 (можно использовать точку с нулевыми координатами $M_0 (0, 0, \dots, 0)$), находим из (21) и (20) элементы матрицы рассеяния S и компоненты вектора излучения c^- в точке M_0 . Для вычисления элементов матрицы рассеяния S можно воспользоваться формулами численного дифференцирования.

Соединяя автономные блоки в декомпозиционной схеме и накладывая, если это необходимо, краевые условия типа $E = 0$ или $H_r = 0$ на внешнюю поверхность исследуемого устройства СВЧ, получаем суммарную матрицу рассеяния устройства. Зная коэффициенты $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ падающих волн в волноводных каналах устройства СВЧ и координаты векторов излучения c^- , определяем через суммарную матрицу рассеяния коэффициенты $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ отраженных волн в волноводных каналах и координаты векторов c^+ и c^- на выходах 3, 4 фиктивных блоков W . Затем проверяем, если векторы c^+ и c^- удовлетворяют с заданной точностью дескриптору $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ (нелинейным уравнениям (4)) нелинейного автономного блока, то вычислительный процесс заканчивается. Если нет, то следующими координатами точки M_0 являются координаты вектора c^+ и процесс повторяется. Совершенно аналогично осуществляется декомпозиция с несколькими нелинейными автономными блоками.

Для сред. с «сильной» нелинейностью и значительной волновой протяженностью точка начального приближения $M_0(0, 0, \dots, 0)$, как правило, оказывается достаточно далеко от точки решения M^* . Это приводит к разрушению итерационного процесса. В этих случаях для получения устойчивого вычислительного процесса необходимо плавно наращивать степень нелинейности среды от итерации к итерации за счет постепенного увеличения амплитуд коэффициентов $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ падающих волн в волноводных каналах исследуемого устройства СВЧ.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Дифракционную задачу для волноводного трансформатора с нелинейной средой, в принципе, можно решать и без применения нелинейных автономных блоков. Для этого необходимо непосредственно воспользоваться методом последовательных приближений (12). Для сред, обладающих «сильной» нелинейностью и значительной волновой протяженностью, как показала практика вычислений, решить краевую нелинейную задачу (11) с использованием итерационного процесса (12) практически невозможно из-за неустойчивости вычислительного процесса по отношению к начальным приближениям. При декомпозиционном подходе нелинейную область всегда можно расчленить условными границами на относительно малые подобласти, для которых итерационные процессы (12) при нахождении дескрипторов $F_{k(\alpha)}(\omega_m)$ всегда будут устойчивыми и достаточно быстро будут сходиться. Решение исходной нелинейной задачи при декомпозиционном подходе «собирается» из этих устойчивых решений, следовательно, процесс рекомпозиции нелинейных автономных блоков всегда можно сделать устойчивым. Декомпозиционный подход с использованием нелинейных автономных блоков в настоящее время является единственным методом, позволяющим решать нелинейные краевые задачи со средами, обладающими «сильной» нелинейностью и значительной волновой протяженностью. Других альтернатив в настоящее время нет.

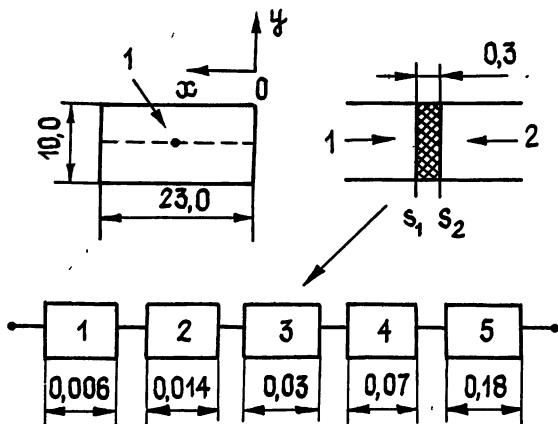


Рис. 2. Прямоугольный волновод с нелинейной «пробкой»:
размеры в миллиметрах, $\epsilon=7,5$; $\mu=1$; 1 — точка наблюдения.

Рассмотрим дифракцию основной волны прямоугольного волновода на нелинейной «пробке», которая представляет собой участок полного заполнения волновода средой с нелинейной проводимостью (рис. 2). Используя равномерное приближение, аппроксимируем скалярную функцию $|J(|E|)|$ (этот зависимость взята из эксперимента) на интервале от -350 до 350 В/мм многочленом 5-й степени:

$$|J(|E|)| = 0,31|E| + 0,14 \cdot 10^{-9}|E|^3 + 0,64 \cdot 10^{-19}|E|^5; J\left[\frac{A}{M^2}\right], E\left[\frac{B}{M}\right]. \quad (22)$$

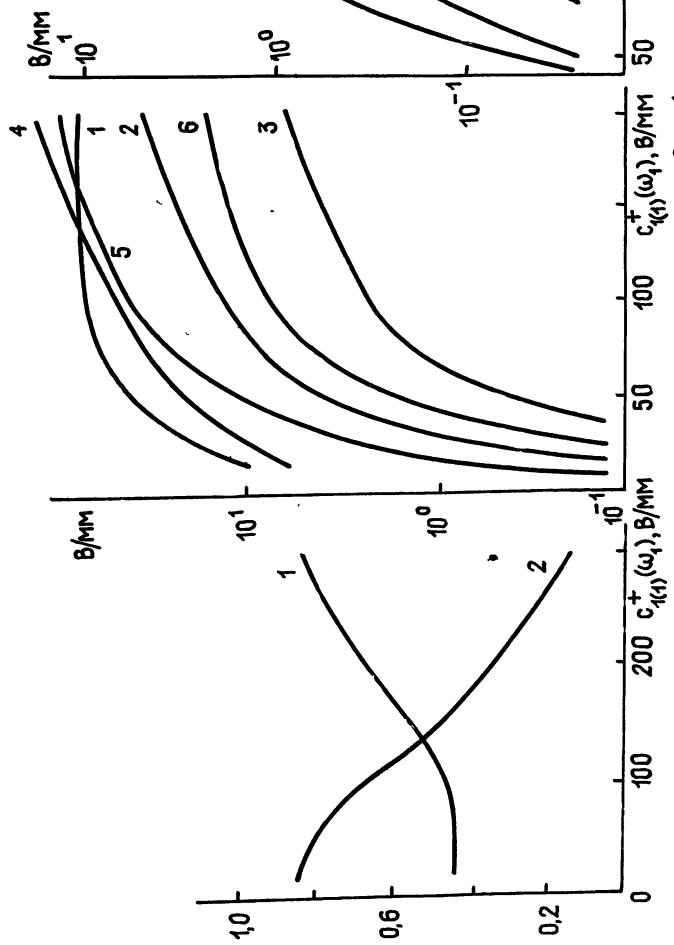


Рис. 3

Рис. 3. Дифракция на нелинейной среде в прямоугольном волноводе.

типа волны H_{10} ; кривая 1 — $|R(\omega_1)| = |c_{11}^-(\omega_1)| / |c_{11}^+(\omega_1)|$; 2 — $|T(\omega_1)| = |\bar{c}_{1(2)}(\omega)| / |c_{11}^+(\omega_1)|$.

Рис. 4. Возбуждение нормальных волн в прямоугольном волноводе:

кривая 1 — $|\bar{c}_{1(2)}(\omega_1)|$; 2 — $|\bar{c}_{1(2)}(\omega_3)|$; 3 — $|\bar{c}_{1(2)}(\omega_5)|$; 4 — $|\bar{c}_{1(1)}(\omega_1)|$, 5 — $|\bar{c}_{1(1)}(\omega_3)|$; 6 — $|\bar{c}_{1(1)}(\omega_5)|$; 7 — $|\bar{c}_{1(1)}(\omega_3)|$; 8 — $|\bar{c}_{3(2)}(\omega_3)|$; 9 — $|\bar{c}_{3(2)}(\omega_5)|$;

10 — $|\bar{c}_{3(2)}(\omega_5)|$; кривые 1—6 — H_{10} ; 7—10 — H_{30} .

Рис. 5. Распределение плотности тока $|J_y(\omega_1)|$ по поперечному сечению нелинейной среды:

$c_{11}^+(\omega_1) = 200 \text{ В/мм}$; кривая 1 — $I = 0,0006 \text{ мА}$; 2 — $z = 0,02 \text{ мм}$, 3 — $z = 0,05 \text{ мм}$, 4 — $z = 0,12 \text{ мм}$, 5 — $z = 0,3 \text{ мм}$

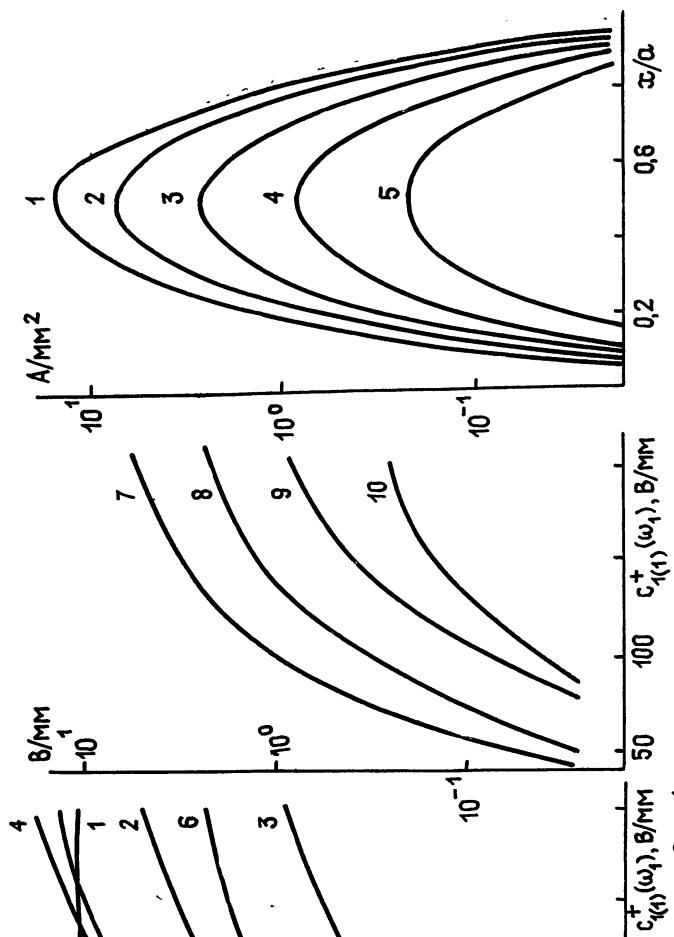
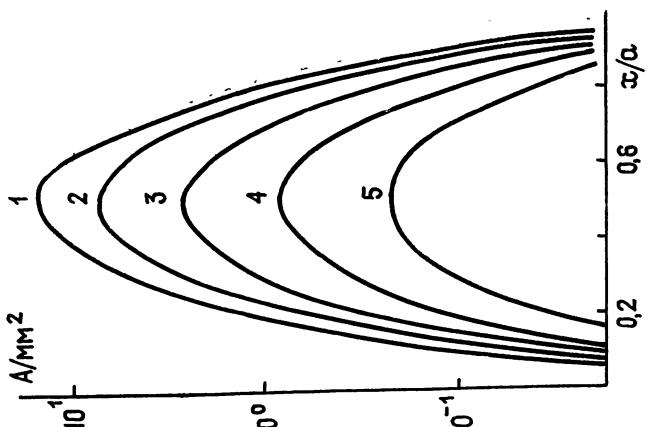


Рис. 4

Рис. 5



Коэффициенты аппроксимации a_i ($i=1, 3, 5$), полученные в (22), используются в (8) для построения вычислительного алгоритма.

Функция (22) нечетная относительно $|E|$, поэтому при решении систем связанных уравнений Максвелла (11) будем учитывать только нечетные комбинационные частоты $\omega_m = 2 \cdot \pi \cdot m \cdot f$, $m = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm 2(M-1)$. При вычислении токов в (11) учитывалось $E(-\omega_m) = -E^*(\omega_m)$, $H(-\omega_m) = H^*(\omega_m)$, где * — комплексно-сопряженные величины. Автономные блоки в декомпозиционной схеме (рис. 2) имеют различную длину, так как степень нелинейности для первых блоков проявляется сильнее, чем для последних.

На сечение s_1 (рис. 2) падает основной тип волн H_{10} с частотой $\omega_1 = 2\pi f$ ($f = 10$ ГГц) и амплитудой $c_{1(1)}^+(\omega_1)$ (коэффициент падающей волны). На рис. 3 приведены результаты расчета модулей коэффициентов отражения $|R(\omega_1)|$ и прохождения $|T(\omega_1)|$ от амплитуды $c_{1(1)}^+(\omega_1)$ падающей волны H_{10} . Результаты получены при $M=5$ (число пар связанных уравнений Максвелла), $N=36$ (количество учтенных типов волн в виртуальных каналах нелинейных автономных блоков), $q=54$ (число базисных функций в проекционной модели (18)). Дальнейшее расширение базисов M, N, q практически не изменяло результатов математического моделирования.

Степень нелинейности среды зависит от амплитуды падающей волны $c_{1(1)}^+(\omega_1)$. При $c_{1(1)}^+(\omega_1) < 240$ В/мм вычислительный процесс устойчив к ошибкам округления. При 240 В/мм $< c_{1(1)}^+(\omega_1) < 290$ В/мм ощущалась определенная сложность построения начальных приближений для итерационного процесса (12) при нахождении дескрипторов нелинейных автономных блоков. При $c_{1(1)}^+(\omega_1) > 300$ В/мм ошибки округления на итерациях очень быстро накапливались и выводили практически любые начальные приближения для итерационного процесса (12) из функциональной области, где выполнялся принцип сжатых отображений [3]. Для получения устойчивого вычислительного алгоритма необходимо увеличивать количество автономных блоков при декомпозиции нелинейной области.

Была предпринята попытка получить численные результаты при равномерном разбиении «пробки» по длине. Результаты расчета удалось получить лишь для $c_{1(1)}^+(\omega_1) < 157$ В/мм. При амплитудах $c_{1(1)}^+(\omega_1) > 157$ В/мм получить численные результаты практически невозможно из-за неустойчивости итерационного процесса к начальным приближениям. Результаты расчета, полученные при неравномерном и равномерном разбиении «пробки», достаточно хорошо совпадали при амплитудах $c_{1(1)}^-(\omega_1) < 157$ В/мм.

На рис. 4 приведены результаты расчета модулей коэффициентов $|c_{k(a)}^-(\omega_m)|$ отраженных волн от амплитуды $c_{1(1)}^+(\omega_1)$ падающей волны H_{10} . С увеличением амплитуды $c_{1(1)}^+(\omega_1)$ падающей волны модуль коэффициента $|R(\omega_1)|$ отражения растет, а модуль коэффициента $|T(\omega_1)|$ прохождения уменьшается — рис. 3. Это приводит к эффекту насыщения кривой 1. Кривые 1—3 дают представление о стабилизирующих свойствах нелинейной среды, т. е. способности среды поддерживать определенный уровень напряженности электрического поля в волноводе 2. При «сильной» нелинейности среды ($c_{1(1)}^+(\omega_1) > 100$ В/мм) в волноводах 1, 2 возбуждаются высшие типы волн. Возбуждение волн типа H_{30} показано на рис. 4 (кривые 7—10).

На рис. 5 показано распределение величины модуля $|J_y(\omega_1)|$ плотности тока вдоль широкой стенки прямоугольного волновода. Ток наблюдался вдоль средней горизонтальной линии на поперечном сечении волновода (на рис. 2 штриховая линия). Кривые 1—5 на рис. 5 получены для сечений, находящихся на расстоянии z от сечения s_1 . Электромагнитное поле по мере удаления от поперечного сечения s_1 затухает, что приводит к резкому уменьшению плотности тока вдоль длины z нелинейной области. Перепад плотности тока по длине нелинейной об-

ласти составляет порядка —36 дБ. На поперечных сечениях, расположенных достаточно близко к сечению s_1 , величина плотности тока вдоль широкой стенки волновода резко уменьшается от центра к периферии. По мере удаления от сечения s_1 , как видно из рис. 5, происходит «размывание» плотности тока на поперечном сечении волновода.

Результаты математического моделирования получены на специализированном многопроцессорном вычислительном комплексе (СМПВК), в состав которого входили управляющая ЭВМ и десять периферийных процессоров с быстродействием порядка 5 млн. операций в секунду. Эффективность СМПВК при решении задач зависит, прежде всего, от умения программиста распараллелить вычислительный процесс по процессорам. При использовании декомпозиционного подхода эта проблема решается относительно просто. Время счета одного варианта на СМПВК составляло от 5 до 15 мин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ / В. В. Никольский, В. П. Орлов, В. Г. Феоктистов и др. — М.: Радио и связь, 1982. — 272 с.
2. Никольский В. В., Голованов О. А. // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24. № 6. С. 1070.
3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981. — 543 с.

Поступила в редакцию
21 февраля 1989 г.

NONLINEAR AUTONOMOUS BLOCKS AND THEIR USAGE FOR STUDYING IRREGULAR WAVEGUIDES AND RESONATORS WITH NONLINEAR MEDIA

O. A. Golovanov

The author suggests decompositional method for solving nonlinear boundary problems of applied electrodynamics and microwave techniques using nonlinear autonomous blocks. Numerical algorithm of finding the nonlinear autonomous blocks descriptors in the form of rectangular parallelepipeds is described. Methods of nonlinear autonomous blocks incorporation in decompositional circuit are considered. Mathematic modelling results are presented.

Аннотации депонированных статей

УДК 537.847.7

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА КИРХГОФА В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА НЕЗАМКНУТОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ (Н-ПОЛЯРИЗАЦИЯ)

B. B. Веремей, A. B. Сулима

Задача дифракции поля нити магнитного тока на цилиндрическом рефлекторе в виде части поверхности идеально проводящего тонкого цилиндра решена строгим в математическом отношении методом полуобращения и методом Кирхгофа. Исследовались диаграмма направленности излучаемого поля и сопротивления излучения нити в широком диапазоне частот при различных углах раскрыва рефлектора и при изменении взаимного расположения нити и отражателя. Установлены области параметров структуры, при которых решение поставленной задачи дифракции, полученное методом Кирхгофа, может иметь большую погрешность. Вместе с тем показано, что при малых углах раскрыва рефлектора и его волновых размерах, превышающих пять в случае расположения нити на оси симметрии рефлектора, решение, полученное методом Кирхгофа, хорошо согласуется со строгим решением.

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 2436-В90. Деп. от 7 мая 1990 г

УДК 537.876.23:533.951.7

ПРОХОЖДЕНИЕ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ПОТОК НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

В. Ю. Андреев, А. Н. Щербаков, Е. Г. Шустин

Объектом экспериментального исследования является поток низкотемпературной аргоновой плазмы, имеющей как регулярную, так и случайно-неоднородную структуру электронной концентрации. Проведены совместные измерения параметров плазмы и статистических характеристик интенсивности прошедших плазму радиоволны сантиметрового диапазона. Анализируется переход от слабых неоднородностей в плазме к сильным.

Систематические исследования, связанные с прохождением радиоволн через случайно-неоднородную низкотемпературную плазму, начали проводиться уже с начала 60-х годов. В первую очередь они затрагивали изучение детерминированных свойств плазмы, т. е. выявление пространственных профилей ее средней концентрации электронов, температуры и т. д. С этой целью использовались различные методы интерферометрии, основанные на измерении фазы волны, прошедшей плазму; методы, использующие свойство рефракции и т. п. Апробация этих методов проводилась как в лабораторных условиях [1, 2], так и при радиопросвещении ионосферы Земли, околосолнечной и межпланетной плазмы [3, 4]. Экспериментальное изучение эффектов, обусловленных случайной компонентой плазмы, также опиралось на существующее теоретическое обеспечение. Одной из важных характеристик, которая могла быть при этом оценена теоретически и измерена экспериментально, являлось сечение рассеяния на неоднородностях. Сравнение этой величины, рассчитанной в борновском приближении, с полученной из эксперимента показало соответствие лишь в случаях слабого рассеяния [2]. Чтобы получать приемлемые результаты для сильнотурбулентной плазмы, приходилось создавать различные модельные алгоритмы или вводить один из исходных параметров свободным [5]. В настоящее время теория распространения радиоволн в сильно-турбулентных средах находится на стадии дальнейшей разработки, и эта проблема по-прежнему является актуальной. Экспериментально интенсивное развитие в этом направлении получили работы, связанные с зондированием ионосферы Земли, модифицированной мощным радиоизлучением [6]. При этом в ионосфере зарегистрированы не только пространственные градиенты среднего значения концентрации электронов, но также и наличие случайных неоднородностей. Проводимые натурные эксперименты дают достаточно полную информацию о зондирующем сигнале и лишь качественно описывают характеристики среды. Чтобы дополнить эти результаты, необходимо проведение соответствующих экспериментов в лабораторных условиях, когда можно не только моделировать ионосферную плазму, но и осуществлять совместные измерения параметров плазмы и прошедших ее радиоволн. В такой постановке задача исследовалась в ряде опубликованных работ, например, [5, 7, 8]. Однако полученной при этом количественной информации недостаточно, например, для описания перехода от случая слабых неоднородностей в плазме к сильным, а также для со-поставления с результатами различных методов расчета.

Для решения этих вопросов на установке «Плазмotron» ИРЭ АН СССР проводилось следующее экспериментальное исследование. Низко-

температурная аргоновая плазма в виде струи инжектировалась электродуговым плазмогенератором в камеру длиной 4,5 м и диаметром 2,3 м [9,10]. Камера откачивалась тремя форвакуумными насосами, что позволяло регулировать в ней давление нейтрального газа P от 0,1 до 1 Тор. На величину давления также влияла скорость расхода газа через плазмогенератор и дополнительное натекание со стоек регулировки расхода газа. При увеличении давления в камере истечение становилось неустойчивым и с удалением от источника плазмы принимало турбулентный характер. Таким образом, создавая различные режимы газа, можно было в широких пределах варьировать дисперсию флюктуаций σ_N^2 электронной концентрации N . При этом в каждом из режимов

необходимое среднее значение \bar{N} можно было установить, изменяя ток плазмогенератора J от 30 до 70 А. Внутри камеры на расстоянии ~ 235 см от сопла плазменного источника находились датчики, регистрирующие электронную концентрацию плазмы, а также передающая и приемная антенны СВЧ волн ($\lambda \sim 3$ см), зондирующих струю плазмы в направлении, перпендикулярном к ее оси истечения. Конечной целью исследования являлось получение зависимости статистических характеристик интенсивности прошедших плазму радиоволн от изменения среднего значения и относительных флюктуаций электронной концентрации плазмы в зоне облучения.

1. ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Диагностика плазмы сводилась к определению ее электронной концентрации и осуществлялась одновременно с помощью зондов Ленгмиора [11] и СВЧ интерферометра [12], размещенных внутри камеры. При этом, так как электронная концентрация плазмы случайным образом зависела от координат пространства и времени, для ее описания необходимо было использовать статистический подход. С этой целью в эксперименте применялся аналоговый комплекс статистической обработки в реальном времени [13].

Особенность используемого восьмимиллиметрового интерферометра заключалась в том, что в измерительном плече у него находился кварцевый волновод специальной формы [12]. Это позволило регистрировать интерферометром изменения электронной концентрации плазмы с пространственной разрешающей способностью ~ 2 см и временной $\sim 0,05$ мс. При этом относительная точность измерения N в диапазоне $10^{10} \div 10^{12}$ см $^{-3}$ была не хуже 30%.

Измерения зондами Ленгмиора основывались на получении их вольт-амперных характеристик, время измерения которых составляло ~ 400 мкс и было значительно меньше характерного времени случайных вариаций электронной концентрации плазмы ($1,5 \div 2$ мс). В дальнейшем эти характеристики регистрировались на фотопленку и интерпретировались по известным соотношениям теории одиночных и двойных электрических зондов, погруженных в турбулентную плазму [11]. В результате такой процедуры можно было получать мгновенные значения температуры и концентрации электронов, а в дальнейшем рассчитывать их статистические характеристики. Однако, как показали предварительные эксперименты, уровень флюктуаций электронной температуры был не значителен и их неучет приводил к ошибке не более 20%. Таким образом, зная среднюю температуру электронов, которая колебалась в диапазоне $0,1 \div 0,4$ эВ (в зависимости от пространственного положения зондов и режимов истечения плазменной струи), статистические характеристики N могли быть определены по аналогичным характеристикам ионного тока насыщения электрического зонда. Кроме пары измерительных двойных зондов Ленгмиора еще один находился в режиме ионного насыщения и использовался для стабилизации параметров плазменной струи. Для этого указанный зонд был включен в цепь обратной связи по управлению током плазмогенератора, что обеспечивало хоро-

шую стабильность среднего значения элекtronной концентрации плазмы и стационарность ее флюктуаций во времени ($\sim 10^4$ с).

Применение двух методик диагностики N позволило не только расширить объем получаемых результатов, но и на основе сравнительного анализа оценить их достоверность. Так, при изучении среднего значения концентрации электронов \bar{N} во всех режимах расхождение интерферометрической и зондовой диагностик в диапазоне $10^{11} \div 10^{12}$ см $^{-3}$ составляло не более 30%.

В первом режиме, когда было установлено давление $P = 0,1 \div 0,2$ Тор, плазма представляла собой наименее турбулентный поток со скоростью истечения $\sim 200 \div 250$ м/с. Последняя величина оценивалась на основе анализа функции взаимной корреляции сигналов с двух зондов Ленгмюра, разнесенных вдоль направления истечения плазменной струи. На расстоянии $200 \div 250$ см от сопла плазмогенератора средняя электронная концентрация \bar{N} имела центрально-симметричное распределение по радиусу r (см), и его форма была близка к гауссовой кривой $e^{-r^2/100}$. При удалении от источника плазмы вдоль оси струи z (см) распределение \bar{N} представляло собой плавно убывающую функцию, которая достаточно хорошо аппроксимировалась экспонентой $e^{-z/30}$. После статистической обработки случайных вариаций электронной концентрации \tilde{N} было выявлено, что закон распределения их плотности вероятности $\omega(\tilde{N})$ имел нормальный вид (рис. 1а). При этом сопоставление экспериментальных данных (—) с теоретической кривой (— · —) по критерию χ^2 с уровнем надежности 95% не давало основания для принятия другого вида распределения. Коэффициент автокорреляции $K_N(\Delta\tau)$ такого случайного процесса представлен на рис. 1б (—). Из

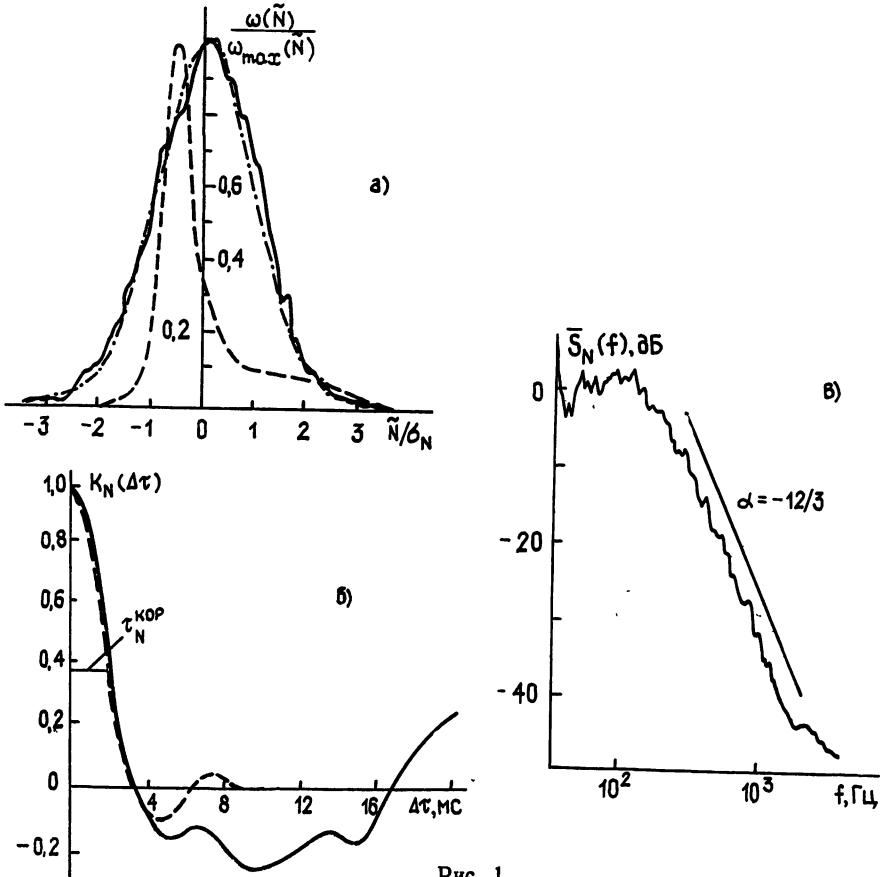


Рис. 1.

поведения этой функции видно, что в \bar{N} помимо случайных флюктуаций присутствовала регулярная сетевая помеха с частотой 50 Гц, обусловленная работой источника питания плазменной дуги. То же самое можно было обнаружить и в частотном спектре флюктуаций $S_N(f)$, усредненном по ансамблю реализаций (рис. 1в). В двойном логарифмическом масштабе этот спектр мог быть в широкой области аппроксимирован прямой (т. е. $\sim f^{\alpha/2}$), спектральный индекс α которой в зависимости от положения датчика в пространстве, а также при изменении параметров P и J в пределах заданного режима находился в диапазоне от $-5/3$ до $-12/3$. Такой вид спектра характерен для плазменных потоков с малым отношением коэффициента вязкости к коэффициенту амбиополярной диффузии [8]. Характерное время корреляции флюктуаций электронной концентрации τ_N^{cor} (по уровню $1/e$) изменялось от 1,8 до 2,6 мс. В предположении статистической замороженности неоднородностей, возникающих в плазме [3], и с учетом скорости истечения в камеру можно сделать вывод, что их характерный масштаб в продольном по струе направлении составлял ~ 40 см. Предпосылка для выдвижения такого предположения основана на том, что в изучаемой области пространства все статистические характеристики N слабо изменялись от смещения по координате z . В радиальном направлении изучение случайных неоднородностей производилось на основе коэффициента взаимной корреляции $K_N(\Delta r)$, измеренного с помощью двух зондов Ленгмюра, перемещающихся относительно друг друга по радиусу струи. В этом направлении характерный масштаб неоднородностей r_N^{cor} был существенно меньше ($\sim 8 \div 11$ см), что свидетельствовало об их анизотропии. В заключение обсуждения результатов по первому режиму отметим, что уровень флюктуаций электронной концентрации σ_N был не везде одинаков, относительный уровень σ_N/\bar{N} флюктуаций электронной концентрации достигал наибольшей величины при $r=8 \div 9$ см и превосходил относительный уровень в центре плазменной струи в $1,6 \div 1,8$ раза. В целом для заданного режима относительная величина флюктуаций в центре плазменной струи составляла не более 10%.

Во втором режиме, когда давление в камере было увеличено до $0,6 \div 0,7$ Тор, относительные флюктуации электронной концентрации возросли до $17 \div 40\%$. При этом вид продольного и радиального профилей \bar{N} остался практически прежним. Случайные вариации \bar{N} сохранили нормальный вид распределения плотности вероятности, однако их спектральный индекс стал варьироваться в диапазоне $-6/3 \div -16/3$, а время корреляции составило $1,2 \div 1,9$ мс. Так как возраст абсолютный уровень случайных флюктуаций \bar{N} , влияние сетевой помехи стало меньше (рис. 1б, ——). Что касается пространственного масштаба неоднородностей, то он уменьшился как в продольном $-30 \div 50$ см, так и в радиальном $-7 \div 10$ см по струе направлениях. Наличие максимума в радиальном распределении флюктуаций электронной концентрации здесь проявлялось менее заметно (увеличение относительного уровня σ_N/\bar{N} при удалении от центра струи не превышало $1,2 \div 1,6$), так как достаточно сильные неоднородности приводили к более равномерному перемешиванию ионизированной и нейтральной компонент аргона и, следовательно, меньшему проявлению приграничных эффектов.

Третий режим, самый турбулентный, достигался при установлении давления в камере $1,0 \div 1,3$ Тор. При этом вид статистических характеристик N в основном не изменился. Отличительной чертой явилось то, что закон распределения плотности вероятности флюктуаций \bar{N} стал существенно отличаться от нормального (см. рис. 1а, ——), а их относительный уровень даже в центре плазменной струи возрос до 100%.

В заключение раздела отметим, что во всех режимах на оси струи

средняя концентрация электронов устанавливалась как ниже, так и выше критического значения $N_{kp} \simeq 9,6 \cdot 10^{11}$ см⁻³, а относительный уровень флуктуаций — в диапазоне от 5 до 100%. В результате для вопросов распространения электромагнитных волн сантиметрового диапазона исследуемая плазма имела не только регулярно неоднородную структуру, но и представляла собой среду как со слабыми, так и сильными случайными неоднородностями диэлектрической проницаемости.

2. ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ СВЧ ПУЧКА ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ

Наряду с регистрацией статистических характеристик электронной концентрации плазмы в эксперименте изучались особенности прохождения через нее волн СВЧ диапазона ($\lambda \sim 3$ см). Для этого на расстоянии 235 см от сопла плазмогенератора была неподвижно установлена передающая рупорно-линзовая антенна (РЛА). Эта антenna состояла из рупора с апертурой 20×14 см и жестко соединенной с ним диэлектрической линзы. СВЧ энергия подводилась к антенне по волноводному тракту через окно ввода вакуумной камеры. Облучение потока плазмы производилось в направлении x , перпендикулярном к оси истечения плазмы — z , а поляризация СВЧ пучка была выбрана параллельно указанной оси. С другой стороны плазмы находилась приемная антenna (ПА) в виде открытого конца волновода и детекторной головки. Эта антenna была укреплена на координатном устройстве и имела возможность перемещаться вдоль и поперек плазменной струи. В результате можно было регистрировать пространственное распределение интенсивности поля радиоволн $|U(x, z)|^2$ после прохождения плазмы. Для того чтобы исключить влияние зонда Ленгмюра и интерферометра на рассеяние радиоволн, эти датчики помещались в исследуемую область плазмы в промежутках между ее СВЧ зондированием. При этом так как время измерения параметров радиоволн ($\sim 10^2$ с) было много меньше времени, за которое плазма существенно отклонялась от заданного режима ($\sim 10^4$ с), то можно говорить если не об одновременных, то о совместных измерениях характеристик плазмы и прошедших ее радиоволн.

В отсутствие плазмы закон распределения нормированной интенсивности поля СВЧ волн $I(x, z) = |U(x, z)|^2 / |U(0, z_0)|^2$ от координат пространства достаточно хорошо описывался квазиоптическим приближением распространения гауссова волнового пучка [3]

$$I(x, z) = \frac{a^2(0)}{a^2(x)} \exp \left\{ -\frac{2(z - z_0)^2}{a^2(x)} \right\}, \quad (1)$$

где $z_0 = 235$ см — место расположения антенн по оси плазменной струи, а $a(x)/\sqrt{2}$ — эффективная ширина распределения, изменяющаяся вдоль оси волнового пучка по закону

$$a^2(x) = a^2(0) \{(1-x/R)^2 + D^2(x)\}. \quad (2)$$

Здесь $a(0)/\sqrt{2} = 5,4$ см — начальная ширина распределения вблизи РЛА (при $x=0$), $R = 153$ см — исходный радиус кривизны фазового фронта, а $D(x) = \lambda x / \pi a^2(0)$ — безразмерная дифракционная длина или волновой параметр. Для сравнения с экспериментальными результатами (.) на рис. 2а показаны основные графические зависимости параметров распределения от координат пространства. Таким образом, СВЧ зондирование плазмы производилось с помощью слаборасходящегося ($\sim 7^\circ$) сфокусированного волнового пучка, и при этом область фокусировки находилась на оси плазменной струи ($x \sim 35$ см).

При наличии случайно-неоднородной плазмы, интенсивность радиоволн, прошедших через нее, также представляла собой случайную величину, изучение которой производилось статистическим образом [18]. Сначала рассмотрим случай наименее турбулентного состояния плазменного потока, когда $P = 0,1 \div 0,2$ Тор. При этом на расстоянии

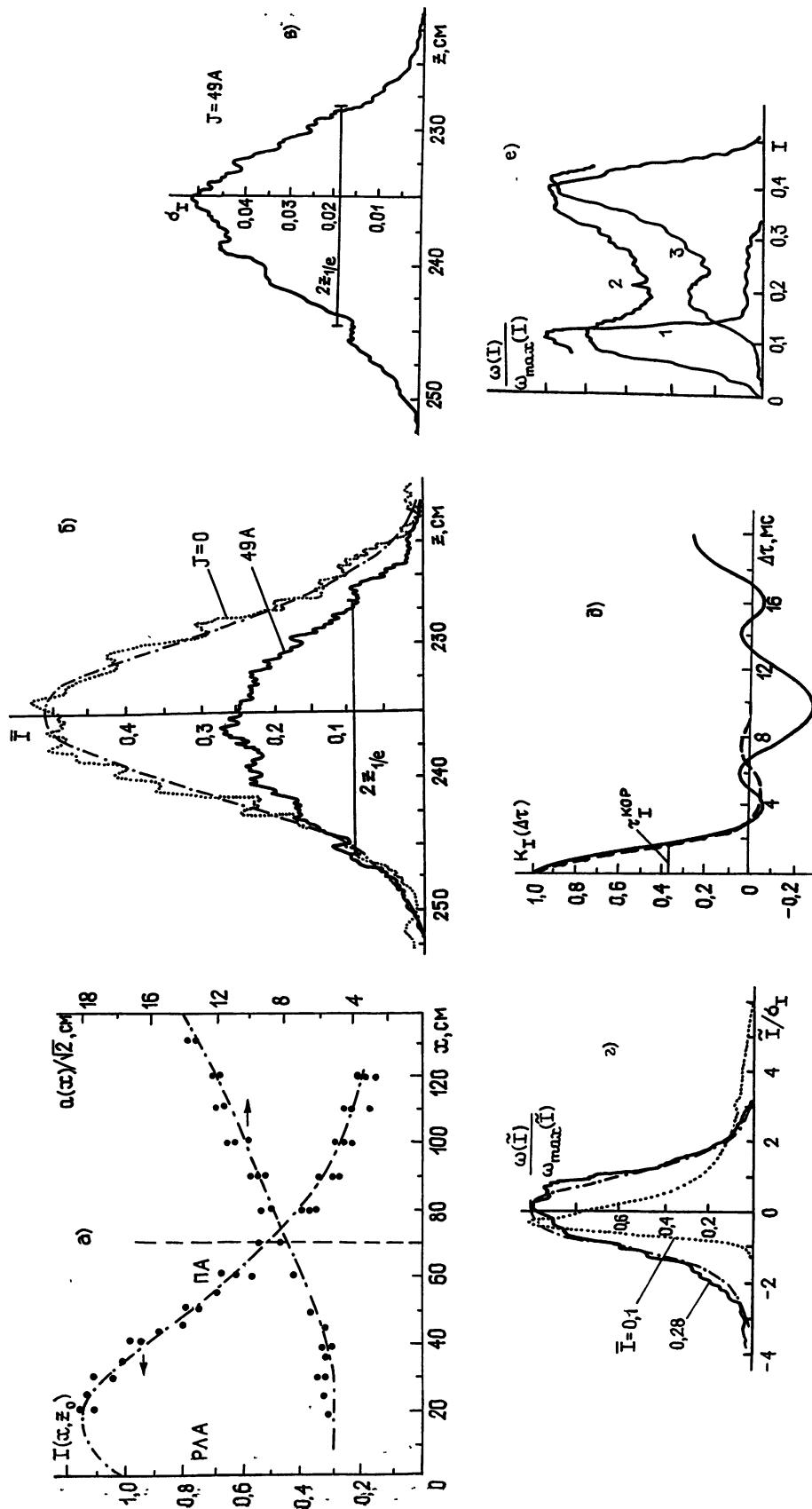


Рис. 2

$x=70$ см от передающей антенны распределение средней нормированной интенсивности прошедших плазму радиоволн в зависимости от координаты z , вдоль которой передвигалась приемная антenna, показано на рис. 2б. При увеличении тока плазмотрона, приводящего к повышению средней электронной концентрации плазмы и уменьшению ее диэлектрической проницаемости в зоне облучения, абсолютное значение средней интенсивности \bar{I} падало и при $\bar{N} \geq N_{kp}$ наблюдался эффект «отсечки» [1]. При этом вдоль оси z форма пространственного распределения \bar{I} оставалась близка к гауссовой кривой. Также наблюдалось небольшое увеличение ширины СВЧ пучка $z_{1/e}$ (по уровню $1/e$) от 7 до 10 см и его рефракция в сторону оптически более плотной среды, т. е.

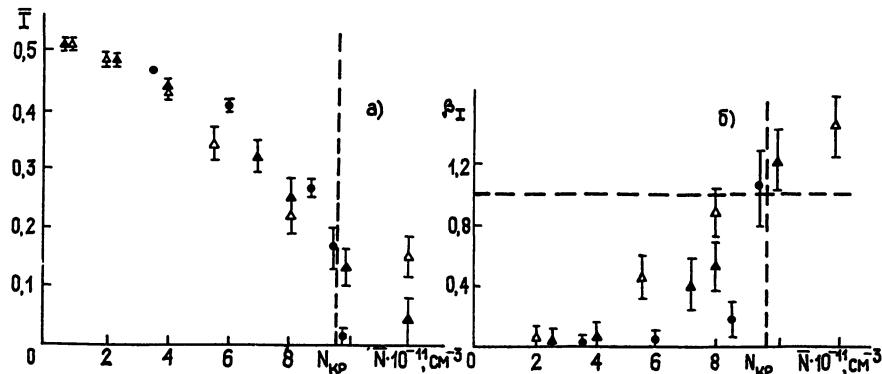


Рис. 3.

далее от сопла источника плазмы (рис. 2б). Флуктуации интенсивности радиоволн \tilde{I} вдоль оси плазменной струи имели аналогичное распределение для величины среднеквадратичных отклонений (рис. 2г) и достигали максимального значения в центре СВЧ пучка (см. рис. 2б). Закон распределения плотности вероятности этих флуктуаций $\omega(\tilde{I})$ в большинстве случаев имел вид, близкий к нормальному. Лишь когда средний коэффициент прохождения радиоволн был близок к нулю, плотность вероятности становилась асимметричной и не удовлетворяла критерию согласия χ^2 с уровнем значимости 5% (рис. 2г). Коэффициент автокорреляции $K_I(\Delta t)$ (рис. 2д) представлял собой убывающую функцию с характерным временем корреляции τ_I^{kor} от 1,3 до 2 мс в зависимости от различного положения приемной антенны по координате z . Заметим, что эта величина сравнима с характерным временем корреляции флуктуаций электронной концентрации τ_N^{kor} (см. рис. 1б). Усредненный по ансамблю реализаций частотный спектр флуктуаций интенсивности радиоволн имел вид, аналогичный измерениям флуктуаций электронной концентрации плазмы $\tilde{S}_I(f) \sim f^{\gamma/2}$, и его спектральный индекс γ находился в диапазоне от $-5/3$ до $-12/3$. При этом как в усредненном спектре, так и в коэффициенте автокорреляции присутствовала «плазменная сетевая» помеха с частотой 50 Гц. В результате можно сделать вывод, что случайные неоднородности, возникающие в плазме, модулировали СВЧ пучок таким образом, что приводили к флуктуациям его интенсивности со сравнимыми по величине статистическими временными характеристиками.

Измерения СВЧ сигнала при $P=0,6 \div 0,7$ Тор показали, что по сравнению с предыдущим режимом уровень флуктуаций интенсивности возрос, а величина среднего ее значения уменьшилась при $\bar{N} \leq N_{kp}$ и увеличилась при $\bar{N} \geq N_{kp}$. Пространственное распределение средней интенсивности и среднеквадратичного отклонения ее флуктуаций по

координате z имели вид, аналогичный наименее турбулентному режиму истечения, с той лишь разницей, что уменьшилась их ширина $z_{1/e}$ на 10%. Это свидетельствовало об обужении СВЧ пучка вследствие турбулизации плазмы. С возрастанием флюктуаций интенсивности радиоволн поведение закона распределения их плотности вероятности существенно не изменялось. Что касается «сетевой» плазменной помехи с частотой 50 Гц, то в этом режиме ее влияние стало меньше и флюктуации интенсивности приобрели во времени более случайный характер (см. рис. 2д). Это соответствует аналогичным измерениям флюктуаций электронной концентрации плазмы в области СВЧ зондирования. Время корреляции $\tau_f^{k_0 p}$ находилось в диапазоне 1,1–2,0 мс, а спектральный индекс от $-7/3$ до $-13/3$.

В третьем, самом турбулентном режиме истечения плазменной струи ($P=1,0$ – $1,3$ Тор) в сравнении с предыдущим режимом продолжала наблюдаться тенденция к обужению СВЧ пучка, ухудшению прохождения радиоволн при $N \leq N_{kp}$ и улучшению при $N \geq N_{kp}$. При этом временные статистические характеристики флюктуаций интенсивности, а именно функция автокорреляции и энергетический спектр, значительных изменений не претерпели, а закон распределения плотности вероятности флюктуаций интенсивности стал существенно отличаться от нормального. Так, для случаев, когда средний коэффициент прохождения радиоволн не близок к нулю или единице, этот закон имел двугорбый вид (рис. 2е, кривая 2) и не соответствовал нормальному распределению по критерию χ^2 с уровнем значимости 5%. В предельных случаях происходила «перекачка вероятности» из одного горба в другой и функция распределения становилась асимметричной (кривые 1, 3, рис. 2е). Объяснить такой вид плотности вероятности можно тем, что в случае сильной турбулентности плазма достаточно быстро переходит из области полной прозрачности для радиоволн сантиметрового диапазона к их полному отражению, создавая так называемый «клапанный» режим работы [7]. При этом для коэффициента прохождения наиболее вероятными становятся значения, близкие к нулю и единице, что и приводит к двугорбой функции распределения плотности вероятности.

Обобщая данные всех режимов, проиллюстрируем, как в количественном отношении влияло среднее значение электронной концентрации и относительный уровень ее флюктуаций в центре плазменной струи на прохождение волнового СВЧ пучка (рис. 3а). Видно, что с увеличением турбулентности рассматриваемые зависимости становились более гладкими, а наблюдаемый в наименее турбулентном режиме эффект «отсечки» менее заметен. В результате во многих практических приложениях, например при СВЧ диагностике сильнотурбулентной плазмы, использовать этот эффект не представляется возможным. Флюктуации интенсивности прошедших плазму радиоволн обычно характеризуются относительной величиной — индексом мерцаний $\beta_i = \sigma_i / I$. Во всех режимах при увеличении средней концентрации электронов в плазме эта величина возрастила (рис. 3б). При этом в области $N \approx N_{kp}$ для всех режимов турбулентности она принимала близкие друг к другу значения, которые с относительной точностью не хуже 10% сравнимы с единицей. Этот факт представляет интерес, так как может быть использован не только при СВЧ диагностике турбулентной плазмы, но и в других задачах, связанных с прохождением через нее радиоволн.

В заключение авторы выражают большую благодарность А. А. Лисицкой, Н. В. Исаеву и А. И. Чмилю за оказанную помощь при проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

- Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. — М.: Наука, 1968. — 327 с.

2. Зондирование неоднородной плазмы электромагнитными волнами. / Пер. с ит. под: ред. Душица Л. А. — М.: Атомиздат, 1973. — 88 с.
3. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967. — 548 с.
4. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в Солнечной системе. — М.: Советское радио, 1974—190 с.
5. Richard C., Grosch A. K., Jonson T. W., Shkagofsky I. P. // Phys of fluids. 1971. V. 14. № 2. P. 398.
6. Эффекты искусственного воздействия мощным радиоизлучением на ионосферу Земли. Материалы Всесоюзного симпозиума (Сузdalь, сентябрь, 1983 г.). — М.: Изд. АН СССР, 1983 — 192 с.
7. Арманд Н. А., Кошелев Н. А., Тихомиров С. И., Пархоменко М. П., Ярёменко Ю. Г. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. № 9. С. 1941.
8. Арманд Н. А., Кошелев Н. А., Пархоменко М. П., Тихомиров С. И., Ярёменко Ю. Г. // Тезисы докл. XI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — М.: Наука, 1975. С. 21.
9. Жеенбаев Ж. Ж., Исаев Н. В., Конавко Р. Н., Самсонов М. А. и др Препринт ИРЭ АН СССР № 12(367). М., 1983. — 16 с.
10. Андреев В. Ю., Исаев Н. В., Шустин Е. Г., Щербаков А. Н. // Тезисы докл. XV Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — М.: Наука, 1987. С. 186.
11. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. / Пер. с англ. под ред. Вишневецкого С. Л. — М.: Мир, 1978. — 20 с.
12. Лисицкая Я. А., Шустин Е. Г. // Приборы и техника эксперимента. 1981. № 1. С. 151.
13. Андреев В. Ю., Щербаков А. Н., Чмиль А. И. // В междувед. сб. Радиофиз. методы обр. сигналов. — М.: Изд. МФТИ, 1987. С. 43.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
2 марта 1989 г.

WAVE TRANSMISSION THROUGH THE FLOW OF LOW-TEMPERATURE TURBULENT PLASMA

V. Yu. Andreev, A. N. Shcherbakov, E. G. Shustin

The flow of low-temperature argon plasma with regular and random inhomogeneities of the electron density is the object of the experimental investigation. The cooperative measurements of plasma parameters and intensity statistical characteristics of centimeter band radio waves, transmitting through the plasma, are carried out. The transition from the case of weak to strong plasma inhomogeneities is analysed.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.396.677.71:621.396.674.3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ С ИМПЕДАНСНЫМ ВИБРАТОРНЫМ РАССЕИВАТЕЛЕМ

Ю. М. Пенкин, Л. П. Яцук

Рассмотрена задача об электромагнитном взаимодействии узкой продольной щели в широкой стенке конечной толщины одномодового прямоугольного волновода, излучающей в ограниченное идеально проводящей плоскостью полупространство, и расположенного над этой плоскостью импедансного Г-образного (вертикального) рассеивающего вибратора. В общем случае величина импеданса является функцией текущих координат вдоль оси вибратора, поэтому случаи кусочно-постоянного и непрерывного вдоль вибратора импеданса рассмотрены в работе как частные реализации этой функциональной зависимости. Исследовано распределение электрического тока вдоль импедансного вибратора, возбуждаемого полем излучения щели, проанализировано влияние импедансных вибраторных рассеивателей на коэффициенты матрицы рассеяния щелевого излучателя. Проведено сопоставление расчетных и экспериментальных результатов.

*Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 2437-В90. Деп. от 7 мая 1990 г.*

УДК 535. 42

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФАЗЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

B. B. Котляр, B. A. Сойфер

Приведены новые результаты исследования возможности применения основных уравнений скалярной теории дифракции для восстановления фазы когерентных электромагнитных полей по измерениям интенсивности на двух и более близких плоскостях.

Распределение фазы электромагнитного поля (ЭМП), которое утрачивается при регистрации его интенсивности квадратичным фотоприемником, содержит информацию о геометрических и физических характеристиках поверхности, на которой оно рассеялось или продифрагировало.

Поэтому актуальным является получение разных типов однозначной связи между распределениями интенсивности поля, которое может быть измерено в эксперименте, и искомым распределением фазы по полю.

В работе приведены некоторые новые результаты исследования возможности применения основных уравнений скалярной теории дифракции для восстановления фазы ЭМП по измерениям интенсивности.

1. Уравнение Гельмгольца (одномерный случай). Пусть функция $F(x, z)$ описывает комплексную амплитуду монохроматического ЭМП, распространяющегося в свободном пространстве вдоль оси z и имеющего модуляцию амплитуды $A(x, z) = |F(x, z)|$ и фазы $\phi(x, z) = \arg F(x, z)$ только вдоль оси x , перпендикулярной оси z . Тогда эта функция удовлетворяет уравнению Гельмгольца [1] с волновым числом, равным k ,

$$F_{zz}(x, z) + F_{xx}(x, z) + k^2 F(x, z) = 0, \quad (1)$$

где Φ_x, Φ_{xx} — обозначение первой и второй производных по соответствующему аргументу. Выражая комплексную амплитуду $F(x, z)$ в (1) через амплитуду и фазу, получим систему дифференциальных уравнений относительно $\phi(x, z)$, считая, что из эксперимента известна интенсивность $I(x, z) = A^2(x, z)$,

$$(\phi_x I)_x + (\phi_z I)_z = 0, \quad (\phi_x I)^2 + (\phi_z I)^2 = A^2 (\nabla_{x,z}^2 A + k^2 A), \quad (2)$$

где $\nabla_{x,z}^2 A = A_{xx} + A_{zz}$. Из системы уравнений (2) можно получить нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно фазы $\phi(x, z)$, которое имеет вид (аналогичное уравнение получено в [2])

$$f_x = \frac{(\ln I)_x}{g^2} f^3 + \frac{(\ln I)_z}{g^2} f^2 \sqrt{g^2 - f^2} - (\ln g)_z \sqrt{g^2 - f^2}, \quad (3)$$

где

$$f(x, z) = \phi_x(x, z) I(x, z),$$

$$g^2(x, z) = A^3(x, z) [\nabla_{x,z}^2 A + A(x, z) k^2], \quad g(x, z) \neq 0.$$

Знак перед квадратным корнем в (3) определен однозначно, так как известно направление, в котором распространяется ЭМП.

Для получения наглядного приближения уравнения (3), предположим, что длина волны $\lambda=2\pi/k$ много меньше T — среднего периода модуляции амплитуды и фазы поля. Тогда справедливы приближения

$$g(x, z) \simeq kI(x, z), \quad \sqrt{g^2 - f^2} \simeq kI(x, z) \left(1 - \frac{\varphi_x^2}{2k^2} - \frac{\varphi_x^4}{4k^4} \right). \quad (4)$$

При этом вместо (3) имеет место приближенное дифференциальное уравнение

$$(\varphi_x I)_x \simeq -kI_z + S(x, z), \quad (5)$$

где

$$S(x, z) = \frac{3}{2} \frac{I_z}{k} \varphi_x^2 + \frac{I_x}{k^2} \varphi_x^3 - \frac{I_z}{4k^3} \varphi_x^4.$$

Уравнение (5) может быть решено итерациями и n -е приближение для фазы $\varphi_n(x, z)$ находится из уравнения

$$((\varphi_n)_x I)_x \simeq -kI_z + S_{n-1}(x, z) \quad (6)$$

при $\varphi_0(x, z) = 0$. Общее решение уравнения (6) при определенной правой части было получено в [3].

2. Параболическое уравнение (одномерный случай). Если скалярное монохроматическое ЭМП находится в зоне дифракции Френеля, то комплексная амплитуда его удовлетворяет параболическому уравнению [4]

$$2ikF_z(x, z) + F_{xx}(x, z) = 0. \quad (7)$$

Выражая комплексную амплитуду $F(x, z)$ в (7) через амплитуду $A(x, z)$ и фазу $\varphi(x, z)$, получим систему двух дифференциальных уравнений относительно фазы (интенсивность $I(x, z) = A^2(x, z)$ считается известной)

$$(\varphi_x I)_x = -kI_z, \quad k\varphi_z + (\varphi_x)^2 = -\frac{A_{xx}}{A}. \quad (8)$$

Первое уравнение в системе (8) может быть решено относительно фазы на произвольной, но фиксированной плоскости z независимо от второго уравнения. Первое уравнение в (8), аналогичное уравнению (6), решено в [3]. Поэтому можно заключить, что фазу одномерного когерентного поля на произвольной плоскости в зоне Френеля можно однозначно приближенно восстановить по измерению двух распределений интенсивности на близких плоскостях, разделенных расстоянием $\Delta z \ll kT^2$. Это следует из замены производной на конечную разность

$$I_z(x, z) \simeq \frac{1}{\Delta z} [I(x, z + \Delta z) - I(x, z)]. \quad (9)$$

В работе [5] на численных примерах показано, что увеличение числа измеренных распределений интенсивности на разных плоскостях, пересекающих среднее направление распространения поля в точках z_n , $n = 1, N$, приводит к уменьшению ошибки восстановления фазы, связанной с ошибками при измерении интенсивности в эксперименте. Дополнительные измерения интенсивности, таким образом, должны увеличить чувствительность метода восстановления фазы, предложенного в [3]. Чтобы модернизировать первое уравнение системы (8) для случая многих измерений интенсивности, запишем решение уравнения (7) в операторной форме

$$F(x, z) = \exp \left[\frac{-i}{2k} (z - z_0) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] F(x, z_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{-i(z - z_0)}{2k} \right]^n F_x^{(2n)}(x, z_0), \quad (10)$$

где $F_x^{(2n)}$ — обозначает $2n$ -ю производную по x .

Используя (10), получим систему из N уравнений ($m=1, N$).

$$I(x, z_m) \simeq \sum_{n=0}^N \sum_{l=0}^N \left[\frac{z_m - z_0}{2k} \right]^{n+l} \frac{(-i)^n}{n!} \frac{(i)^l}{l!} F_x^{(2n)}(x, z_0) F_x^{*(2l)}(x, z_0), \quad (11)$$

где * — комплексное сопряжение.

Выпишем в явной форме первые четыре уравнения, полученные при решении системы (11) для $N=1, 4$, $z_m - z_0 = m\Delta z$, $\Delta z \ll kT^2$:

$$(\varphi_x I_0)_x \simeq \frac{k}{\Delta z} f_m, \quad (12)$$

где

$$f_1 = I_0 - I_1, \quad f_2 = (1/2)(3I_0 - 4I_1 + I_2),$$

$$f_3 = (1/6)(11I_0 - 18I_1 + 9I_2 - 2I_3),$$

$$f_4 = (1/84)(75I_0 - 144I_1 + 108I_2 - 48I_3 + 9I_4),$$

$$I_m(x, z) = I(x, z_m), \quad m = \overline{0, 4}.$$

В приведенных уравнениях правые части, с одной стороны, уточняют значения производной в (9), которая заменяется конечной разностью, а, с другой стороны, с увеличением измеренных распределений интенсивности $I(x, z_m)$ уменьшается ошибка правой части в (12), связанная с ошибками при измерении интенсивности. Поэтому следует ожидать, что фаза $\varphi(x, z_0)$, полученная при решении уравнения (12) при $f_m = f_4$, будет восстановлена с меньшей ошибкой, чем при $f_m = f_1$.

3. Уравнение для поля в дальней зоне (одномерный случай). Пусть комплексная амплитуда поля $F(x, z)$ есть преобразование Фурье от поля $g(x, z=0)$ вблизи от рассеивающей поверхности

$$F(x, z) = \sqrt{\frac{k}{z}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi, z=0) \exp\left(\frac{ik}{z} x\xi\right) d\xi.$$

Такое поле при распространении вдоль оси z описывается следующим уравнением:

$$2zF_z + 2xF_x + F = 0. \quad (13)$$

Заменяя в уравнении (13) комплексную амплитуду $F(x, z)$ на интенсивность $I(x, z) = |F(x, z)|^2$ и фазу $\varphi(x, z)$, получим систему двух «незацепляющихся» уравнений:

$$(xI)_x = -zI_z, \quad z\varphi_z + x\varphi_x = 0. \quad (14)$$

Из сравнения первого уравнения системы (14) с первым уравнением системы (8) видно, что изменение интенсивности ЭМП вдоль оси z в зоне дифракции Фраунгофера зависит только от квадратичной составляющей фазы $\varphi(x, z) = (k/2z)x^2$. Другой информации о фазовом распределении поля в дальней зоне из измерения изменения интенсивности вдоль оси z получить из системы (14) не удается.

4. Параболическое уравнение распространения (двумерный случай). В двумерном случае вместо уравнения (7) имеет место следующее уравнение, описывающее распространение ЭМП в свободном пространстве в зоне дифракции Френеля:

$$2ikF_z + F_{xx} + F_{yy} = 0. \quad (15)$$

В обозначениях амплитуды и фазы уравнение (15) переходит в систему двух дифференциальных уравнений относительно искомой фазы:

$$\begin{aligned} 2kA_z + \nabla_{x,y}^2(A\varphi) - \varphi\nabla_{x,y}^2A &= 0, \\ -2k\varphi_z A + \nabla_{x,y}^2A - A(\varphi_x^2 + \varphi_y^2) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Первое уравнение системы (16) относительно выражения $A(r,z)\varphi(r,z)$, где $r = (x; y)$, можно рассматривать как неоднородное уравнение Пуассона. Его решение через функцию Грина во всей плоскости $(x; y)$ можно записать в виде (если $A\varphi \rightarrow 0$ при $|r| \rightarrow \infty$)

$$\begin{aligned} A(r, z)\varphi(r, z) &= -\frac{1}{\pi\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(r', z) \ln|r - r'| d^2 r' + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(r', z) \nabla_{r'}^2 A(r', z) \ln|r' - r| d^2 r'. \end{aligned} \quad (17)$$

Интегральное уравнение (17) относительно фазы $\varphi(r,z)$ на плоскости, перпендикулярной оси z , может быть решено итерациями.

Если в результате измерений амплитуды поля $A(r,z)$ устанавливается, что имеет место соотношение

$$\nabla_r^2 A(r, z) = 0, \quad (18)$$

то решение первого уравнения системы (16) для фазы получается в явном виде

$$\varphi(r, z) = -\frac{1}{\pi A(r, z)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_z(r', z) \ln|r - r'| d^2 r'. \quad (19)$$

Заметим, что условие (18) означает гармоничность амплитудной функции $A(r,z)$ на всей плоскости $(x; y)$ при заданном z . Из-за конечного значения полной энергии ЭМП на всей плоскости $(x; y)$ амплитуда $A(r,z)$ формально не может быть гармонической функцией, хотя в некоторой конечной области этой плоскости она может быть, например, постоянной (в плоскости изображения для чисто фазового ЭМП) и удовлетворять условию (18).

Выражения, аналогичные выражениям (17) и (19), но в другой форме были получены в [6].

Таким образом, в работе показано следующее.

Если ЭМП удовлетворяет одномерному уравнению Гельмгольца, то можно получить некоторое нелинейное приближенное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно искомой фазы поля на заданной плоскости, перпендикулярной направлению распространения поля. Это уравнение включает измеренные распределения интенсивности на двух близких плоскостях, и решение его может быть найдено однозначно методом последовательных приближений.

Если скалярное монохроматическое ЭМП удовлетворяет одномерному параболическому уравнению распространения, то можно получить приближенные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка относительно искомой фазы, эти уравнения включают измеренные распределения интенсивности на нескольких (больше двух) близких плоскостях, расположенных друг за другом вдоль направления распространения.

Измерение изменения распределения интенсивности ЭМП в зоне Фраунгофера (далней зоне) вдоль направления распространения поз-

Вольяеть получить информацию только о квадратичной составляющей фазы поля.

Если ЭМП удовлетворяет двумерному параболическому уравнению распространения и амплитуда этого поля на некоторой плоскости, перпендикулярной направлению распространения, аппроксимируется гармонической функцией, то фаза такого поля однозначно выражается через измеренные интенсивности на двух близких плоскостях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. С. 346.
2. Марчук А. Г. // Сб. Некорректные математические задачи и проблемы геофизики. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1976. С. 130.
3. Абрамочкин Е. Г., Волостников В. Г., Котляр В. В., Малов А. Н. Краткие сообщения по физике. — М.: ФИАН, 1986. № 7. С. 16.
4. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. 2. С. 299.
5. Воронцов М. А., Матвеев А. Н., Сивоконь В. П. // ДАН СССР. 1987. Т. 296. № 4. С. 842.
6. Абрамочкин Е. Г., Волостников В. Г., Малов А. Н. Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 3773-В87. Деп. от 26 мая 1987.

Куйбышевский авиационный
институт

Поступила в редакцию
25 января 1989 г.

THE EQUATIONS FOR THE RESTORATION OF THE PHASE OF AN ELECTROMAGNETIC FIELD

V. V. Kotlyar, V. A. Sojfer

New results are considered of investigation of the possibility of applying the basic equations of the scalar diffraction theory for the phase restoration of the coherent electromagnetic fields by measuring the intensity on two and more close planes.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.378.335.9

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

A. N. Алексеева

Методом записи распределения интенсивности в поперечном сечении пучка исследовались пространственные характеристики излучения отпаянных одномодовых лазеров непрерывного действия на CO₂ и He-Ne: диаметр, форма пучка на различных (до 3 м) расстояниях от лазера, расходимость. Экспериментальные результаты сравнивались с теоретическими для соответствующего пустого резонатора.

Исследования, проведенные для He-Ne-лазера типа ЛГН-207 А (мощность излучения — 2,6 мВт) и CO₂-лазеров различной мощности излучения (3,5 ± 20 Вт), показали следующее. Для приборов сравнительно небольшой мощности, в том числе ЛГН-207 А, расходимость и диаметр пучка вдали от лазера по уровню интенсивности 0,1 от максимальной меньше расчетных значений для пустого резонатора, форма пучка мало — на несколько процентов — отличается от гауссовой.

Для CO₂-лазера наибольшей мощности результаты были несколько иными. Пучок был шире теоретического и отличие его формы от гауссовой больше (до ~ 20%). Диаметр пучка при распространении увеличивался волнообразно. При этом изменялась форма пучка, что связано с перераспределением интенсивности в поперечном сечении. Пространственные характеристики, в том числе и расходимость, немонотонно зависели от тока разряда: имелся экстремум при оптимальном по мощности излучения токе разряда. Последнее указывает на зависимость от мощности излучения.

Оценки положения перетяжки показали, что она сдвинута внутрь резонатора относительно плоского выходного зеркала для всех исследуемых приборов, но для CO₂-лазера наибольшей мощности оценка очень груба из-за больших отличий пучка от гауссова.

(Окончание см. с. 831)

УДК 621.372.826

О МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ, КОТОРУЮ МОЖНО ИЗВЛЕЧЬ ИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. Г. Полевой

Рассмотрим вопрос о том, какую максимальную энергию U_{\max} может передать электромагнитное поле сторонним зарядам в поглощающей диспергирующей среде. В частности, показано, что для полей, гармонически меняющихся во времени с частотой ω при отсутствии поглощения на этой частоте, выражение для U_{\max} совпадает с известным выражением для полной энергии электромагнитного поля в средах с дисперсией. Общие результаты проиллюстрированы на некоторых конкретных моделях сред.

Рассмотрим электромагнитное поле с напряженностями $E(t, r)$ и $H(t, r)$ в поглощающей и диспергирующей среде. Источниками этого поля являются распределенные в среде сторонние электрические токи с плотностью $j(t, r)$. Предположим, что при $t = -\infty$ как источники, так и поля отсутствуют. Включаясь при $t = -\infty$, источники $j(t, r)$ передадут к некоторому моменту времени t_0 системе поле + среда определенную энергию A , равную, очевидно, работе источников за время от $-\infty$ до t_0 :

$$A = - \int d^3 r \int_{-\infty}^{t_0} dt j E . \quad (1)$$

Частично эта энергия диссилирует в тепло q , а частично будет запасена в виде энергии W макроскопических движений, возможных в рассматриваемой системе поле + среда.

Энергия W является важной энергетической характеристикой системы. Известно (см., например, [1]), что в среде без поглощения эту энергию можно выразить через диэлектрическую проницаемость (и, конечно, напряженности электромагнитного поля). При наличии же поглощения этого сделать, вообще говоря, нельзя. В связи с этим укажем на ошибочную работу [2], подробный критический анализ которой дан в [3] (см. также [4, 5]).

Помимо энергии W (которую мы будем далее называть полной энергией системы поле + среда) существует и другая достаточно важная энергетическая характеристика. Мы имеем в виду ту часть энергии A , первоначально полученной системой за время от $-\infty$ до t_0 , которая может быть затем (на интервале времени от t_0 до $+\infty$) извлечена обратно из системы с помощью сторонних зарядов, распределенных в среде. Поведение источников $j(t, r)$ (а следовательно, и полей) на интервале $(-\infty, t_0)$ мы считаем заданным. Тем самым определенное значение имеет и энергия A , полученная системой. Энергия U , извлекаемая из системы поле + среда на интервале времени $(t_0, +\infty)$, равна, очевидно, работе поля над сторонними токами и имеет вид

$$U = \int d^3 r \int_{t_0}^{+\infty} dt j E . \quad (2)$$

Эта энергия, конечно, будет зависеть от закона выключения поля на интервале $(t_0, +\infty)$. Очевидно, энергии A , W и U удовлетворяют цепочке неравенств $A \geq W \geq U$. Ясно, что если рассматриваемая среда не обладает

Даёт поглощением, то всю энергию A (равную в данном случае \mathcal{W}) можно получить обратно. При наличии же поглощения часть энергии A перейдет в тепло и будет потеряна. Из физических соображений ясно, что существует такой закон выключения поля, при котором извлекаемая из системы энергия U будет максимальна. Таким образом, возникает вопрос об определении U_{\max} и соответствующего закона выключения поля, при котором этот максимум достигается. Для решения этого вопроса, как будет видно, достаточно знания диэлектрической проницаемости среды без каких-либо ограничений на закон дисперсии и величину поглощения.

1. Вывод общего выражения. Для некоторого упрощения вычислений и результатов будем рассматривать изотропную среду без пространственной дисперсии с магнитной проницаемостью, равной единице. Диэлектрическая проницаемость может быть функцией координат, т. е. предполагается, что среда может быть неоднородной. Материальное уравнение, дающее связь между электрической индукцией $D(t, \mathbf{r})$ и электрическим полем $E(t, \mathbf{r})$, в данном случае имеет вид

$$D(t, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \varepsilon(t - t', \mathbf{r}) E(t', \mathbf{r}), \quad (3)$$

где $\varepsilon(t - t', \mathbf{r})$ — ядро оператора диэлектрической проницаемости среды. В силу принципа причинности оно обращается в нуль при $t' > t$. Зависимость ядра от разности времен ($t - t'$) означает, что среда считается стационарной.

Как уже говорилось, поведение системы на интервале времени $(-\infty, t_0)$ мы считаем заданным, т. е. задана зависимость полей \mathbf{E} и \mathbf{H} как функций t, \mathbf{r} при $-\infty < t < t_0$. На самом деле достаточно, конечно, задания одного из полей (например, \mathbf{E}). При этом второе будет определяться из уравнений Максвелла. Из них же при необходимости можно найти и соответствующие источники $\mathbf{j}(t, \mathbf{r})$. Энергия A , получаемая системой за время от $-\infty$ до t_0 , дается выражением (1), из которого с помощью уравнений Максвелла источники можно исключить. В результате для A получаем следующее выражение:

$$A = \int d^3 r w_v + \int d^3 r \int_{-\infty}^{t_0} dt E \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (4)$$

где

$$w_v = \frac{1}{8\pi} [\mathbf{E}^2(t_0, \mathbf{r}) + \mathbf{H}^2(t_0, \mathbf{r})]$$

— «вакуумная» плотность энергии электромагнитного поля в момент времени t_0 , а через \mathbf{P} обозначен вектор поляризации среды:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{D} - \mathbf{E}).$$

Энергия U , извлекаемая обратно из системы сторонними токами за время от t_0 до $+\infty$, определяется формулой (2) и может быть преобразована к виду

$$U = \int d^3 r w_v - \int d^3 r \int_{t_0}^{+\infty} dt E \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) видно, что U можно записать в виде

$$U = A - Q, \quad (6)$$

где величина

$$Q = \int d^3 r \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$$

представляет собой, очевидно, тепловые потери за все время от $-\infty$ до $+\infty$. Из (6) ясно, что задача о нахождении максимального значения U эквивалентна задаче о минимизации полных тепловых потерь Q .

Используя материальное уравнение (3), нетрудно представить Q в виде следующего квадратичного функционала от \mathbf{E} :

$$Q = \int d^3 r \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \beta(t-t') E(t) E(t') , \quad (7)$$

где

$$\beta(t-t') \equiv \frac{1}{8\pi} [\dot{\epsilon}(t-t') + \dot{\epsilon}(t'-t)], \quad \dot{\epsilon}(t) = \frac{\partial \epsilon(t)}{\partial t} . \quad (8)$$

Как видно, $\beta(\tau)$ является четной функцией τ . Входящие в (7) величины зависят еще и от аргумента r , который мы ради краткости будем опускать. Поскольку поле $\mathbf{E}(t)$ при $-\infty < t < t_0$ задано, то для нахождения условия минимизации Q необходимо проварыровать (7) по $\mathbf{E}(t)$ при $t_0 < t < +\infty$ и приравнять вариацию нулю. В результате получаем уравнение для определения $\mathbf{E}(t)$ на интервале $t_0 < t < +\infty$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt' \beta(t-t') \mathbf{E}(t') = 0 \quad (t > t_0) .$$

Это уравнение удобно представить в спектральном виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \tilde{\beta}(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\omega) e^{-i\omega t} = 0 \quad (t > t_0) , \quad (9)$$

где

$$\tilde{\beta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \beta(\tau) e^{i\omega t} ; \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(\omega) = \tilde{\mathbf{E}}_-(\omega) + \tilde{\mathbf{E}}_+(\omega) , \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_-(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{t_0} dt \mathbf{E}(t) e^{i\omega t}, \quad \tilde{\mathbf{E}}_+(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{t_0}^{\infty} dt \mathbf{E}(t) e^{i\omega t}.$$

Заметим, что, согласно (8) и (10), величину $\tilde{\beta}(\omega)$ можно выразить через спектральное представление диэлектрической проницаемости

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \epsilon(\tau) e^{i\omega t} ,$$

а именно:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \frac{\omega \tilde{\epsilon}''(\omega)}{4\pi} ,$$

где двумя штрихами обозначена мнимая часть $\tilde{\epsilon}(\omega)$.

Уравнение (9) служит для определения $\tilde{\mathbf{E}}_+(\omega)$ через известное

$\tilde{E}_-(\omega)$. Оно может быть решено методом Винера—Хопфа [6]*, основанным на анализе аналитических свойств функций $\tilde{E}_-(\omega)$ и $\tilde{E}_+(\omega)$ в плоскости комплексных частот. Центральным для этого метода является вопрос о представлении $\beta(\omega)$ в виде произведения двух функций $\gamma_+(\omega)$ и $\gamma_-(\omega)$, допускающих аналитическое продолжение, соответственно, в верхнюю и нижнюю полуплоскости комплексных частот, где они не имеют ни нулей, ни полюсов. Не останавливаясь на математической стороне вопроса, отметим, что из положительности $\beta(\omega)$ (для диссипативных систем) и ее четности по ω следует, что функции $\gamma_+(\omega)$ и $\gamma_-(\omega)$ могут быть выражены через одну функцию $\gamma(\omega)$, допускающую аналитическое продолжение в верхнюю полуплоскость и обладающую при комплексных частотах свойством

$$\gamma^*(\omega) = \gamma(-\omega^*) \quad (\operatorname{Im} \omega > 0).$$

Это позволяет представить на вещественной оси функцию $\tilde{\beta}(\omega)$ в следующем виде:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \gamma(\omega)\gamma(-\omega) = \gamma(\omega)\gamma^*\omega.$$

Приведем теперь явное выражение для функции $\gamma(\omega)$ через $\tilde{\beta}(\omega) = \tilde{\omega}\epsilon''(\omega)/4\pi$:

$$\gamma(\omega) = \sqrt{\tilde{\beta}(\omega)} e^{-i\Phi(\omega)}, \quad (12)$$

где фаза $\Phi(\omega)$ имеет вид

$$\Phi(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^\infty d\omega' \frac{\ln \tilde{\beta}(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2}. \quad (13)$$

Фигурирующий здесь интеграл берется в смысле главного значения.

Для дальнейшего удобно ввести в рассмотрение операторы \hat{S}_+ и \hat{S}_- , результат действия которых на произвольную комплексную функцию частоты $\varphi(\omega)$, по определению, имеет вид

$$\hat{S}_\pm \varphi(\omega) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \frac{\varphi(\omega')}{\omega' - (\omega \pm i0)}, \quad (14)$$

причем входящий сюда интеграл понимается в смысле главного значения на бесконечности, т. е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' (\dots) = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a d\omega' (\dots).$$

Из определения (14) нетрудно вывести следующие свойства операторов \hat{S}_\pm :

$$\hat{S}_+ + \hat{S}_- = 1, \quad \hat{S}_- = \hat{S}_+^*; \quad (15)$$

$$\hat{S}_\pm^2 = \hat{S}_\pm, \quad \hat{S}_+ \hat{S}_- = \hat{S}_- \hat{S}_+ = 0, \quad (16)$$

* Простое изложение метода Винера—Хопфа содержится в монографии [7].

т. е. \hat{S}_{\pm} являются проекционными операторами. Нетрудно также убедиться, что они обладают и следующим свойством сопряженности:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \psi(\omega) \hat{S}_{+\phi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \phi(\omega) \hat{S}_{-\psi}(\omega).$$

Используя метод Винера—Хопфа, из уравнения (9) для искомой функции $\tilde{E}_+(\omega)$ получаем выражение

$$\tilde{E}_+(\omega) = -\frac{e^{i\omega t_0}}{\gamma(\omega)} \hat{S}_+ \gamma(\omega) \tilde{E}_-(\omega) e^{-i\omega t_0}. \quad (17)$$

Используя первое из свойств (15) операторов \hat{S}_{\pm} и результат (17), получаем для полной спектральной плотности (11) следующее выражение:

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{e^{i\omega t_0}}{\gamma(\omega)} \hat{S}_- \gamma(\omega) \tilde{E}_-(\omega) e^{-i\omega t_0}. \quad (18)$$

В спектральном представлении выражение (7) для тепловых потерь принимает вид

$$Q = 2\pi \int d^3 r \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \beta(\omega) \tilde{E}(\omega) \tilde{E}^*(\omega).$$

Подставив сюда \tilde{E} из (18), находим следующее окончательное выражение для минимальных тепловых потерь Q_{\min} :

$$Q_{\min} = 2\pi \int d^3 r \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |\hat{S}_- \gamma(\omega) \tilde{E}_-(\omega) e^{-i\omega t_0}|^2.$$

Для нахождения U_{\max} из (6) запишем работу A в спектральной форме:

$$A = \int d^3 r w_v + 2\pi \int d^3 r \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \beta(\omega) \tilde{E}_-(\omega) \tilde{E}_-^*(\omega).$$

С учетом этого (используя также свойства (15) и (16) операторов \hat{S}_{\pm}) нетрудно показать, что

$$U_{\max} = \int d^3 r u_{\max},$$

где величина u_{\max} , равная

$$u_{\max} = w_v + 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega |\hat{S}_+ \gamma(\omega) \tilde{E}_-(\omega) e^{-i\omega t_0}|^2, \quad (19)$$

представляет объемную плотность U_{\max} . Полученное выражение (19) решает задачу о максимальной энергии, передаваемой электромагнитным полем сторонним зарядам в поглощающей и диспергирующей среде при произвольно заданном $E(t)$ на интервале $(-\infty, t_0)$, а результат (17) определяет оптимальный закон выключения поля при $t > t_0$.

2. Случай гармонических полей. Интересно посмотреть, что дает общее выражение (19) в случае полей, гармонически меняющихся во времени с частотой ω при $t < t_0$. Для корректности вычислений необходимо рассматривать и сам процесс включения гармонических полей. Будем для простоты считать, что включение происходит по экспоненциальному закону, т. е. $E(t)$ и $H(t)$ имеют вид

$$E(t) = \frac{e^{\lambda t}}{2} (E_0 e^{-i\omega t} + E_0^* e^{i\omega t}) \quad (\lambda > 0),$$

$$H(t) = \frac{e^{\lambda t}}{2} (H_0 e^{-i\omega t} + H_0^* e^{i\omega t}).$$

В окончательных же результатах необходимо будет перейти к пределу установившихся гармонических полей, устремляя λ к нулю. В результате из (19) для $U_{\max}(t_0)$ получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} u_{\max}(t_0) &= \frac{H_0 H_0^*}{16\pi} + \frac{H_0^2}{32\pi} e^{-2i\omega t_0} + \frac{H_0^2}{32\pi} e^{2i\omega t_0} + \frac{E_0^2}{32\pi} \left(\tilde{\varepsilon} - \frac{4\pi i \gamma^2}{\omega} \right) e^{-2i\omega t_0} + \\ &+ \frac{E_0^2}{32\pi} \left(\tilde{\varepsilon}^* + \frac{4\pi i \gamma^2}{\omega} \right) e^{2i\omega t_0} + \frac{E_0 E_0^*}{16\pi} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \tilde{\varepsilon}' - 2\omega \tilde{\varepsilon}'' \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \right), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\tilde{\varepsilon}'$ — вещественная часть $\tilde{\varepsilon}$. Отсюда для усредненной по времени t_0 энергии u_{\max} имеем

$$u_{\max} = \frac{H_0 H_0^*}{16\pi} + \frac{E_0 E_0^*}{16\pi} \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \omega \tilde{\varepsilon}' - 2\omega \tilde{\varepsilon}'' \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \right). \quad (21)$$

В случае, когда среда на частоте ω прозрачна (т. е. $\tilde{\varepsilon}''(\omega) = 0$), из (21) получаем известное выражение для плотности полной энергии в прозрачной диспергирующей среде.

Отметим попутно одно неравенство, которому должна удовлетворять диэлектрическая проницаемость произвольной диспергирующей и поглощающей среды. Из положительности u_{\max} следует, что

$$\frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \tilde{\varepsilon}'(\omega)) - 2\omega \tilde{\varepsilon}''(\omega) \frac{\partial \Phi(\omega)}{\partial \omega} > 0.$$

Это неравенство должно выполняться при всех частотах. Его, вероятно, можно получить и непосредственно, учитывая, что для поглощающей среды $\tilde{\varepsilon}''(\omega) > 0$ и что вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости связаны соотношениями Крамерса—Кронига.

3. Частные случаи некоторых простых моделей сред. Как уже отмечалось выше, известно, что полная энергия w электромагнитного поля в поглощающей диспергирующей среде (ее плотность будем обозначать через ω) в общем случае не выражается через диэлектрическую проницаемость среды. Однако поскольку $\omega \geq u_{\max}$, то u_{\max} дает нижнюю оценку для полной энергии. В некоторых частных случаях u_{\max} может совпадать с w .

Один из таких случаев — это модель среды, состоящей из осцилляторов одного сорта. Диэлектрическая проницаемость такой среды имеет вид (см., например, [4])

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega^2 + i\nu\omega - \omega_0^2},$$

где ν — эффективная частота соударений, ω_0 — собственная частота осцилляторов, $\Omega^2 = 4\pi e^2 n/m$ — квадрат плазменной частоты, e и m — заряд и масса осцилляторов, n — концентрация осцилляторов. Никаких предположений о малости поглощения мы не делаем.

Обозначим через ω_1 и ω_2 корни уравнения

$$\omega_2 + i\nu\omega - \omega_0^2 = 0.$$

Оба корня, как легко видеть, лежат в нижней полуплоскости, т. е.

$\operatorname{Im} \omega_{1,2} < 0$. В данном случае из общих результатов (12) и (13) следует, что функции $\gamma(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ имеют вид*

$$\gamma(\omega) = \frac{\sqrt{\nu} \Omega}{\sqrt{4\pi}} \frac{i\omega}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)}, \quad \Phi(\omega) = \frac{i}{2} \ln \frac{\gamma(\omega)}{\gamma^*(\omega)}.$$

Тогда из (21) получаем

$$\tilde{u}_{\max} = \frac{H_0 H_0^*}{16\pi} + \frac{E_0 E_0^*}{16\pi} \left[1 + \frac{\Omega^2 (\omega^2 + \omega_0^2)}{|(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)|^2} \right],$$

что совпадает с выражением для усредненной по t_0 плотностью полной энергии \tilde{w} , которую легко найти и исходя непосредственно из модели среды, как это сделано в [4].

Из (20) нетрудно получить и выражение для функции $u_{\max}(t_0)$ без усреднения по времени. Для сокращения записи мы ограничимся случаем плазмы ($\omega_0=0$) для полей вида

$$E(t) = E_0 \cos \omega t, \quad H(t) = H_0 \cos \omega t.$$

В результате получаем, что

$$u_{\max}(t_0) = \frac{H_0^2}{8\pi} \cos^2 \omega t_0 + \frac{E_0^2}{8\pi} \left[\left(1 - \frac{\Omega^2 (\omega^2 - \nu^2)}{(\omega^2 + \nu^2)^3} \right) \cos^2 \omega t_0 + \frac{\nu \Omega^2 \omega}{(\omega^2 + \nu^2)^2} \sin 2\omega t_0 + \frac{\Omega^2 \omega^3}{(\omega^2 + \nu^2)^2} \right],$$

что также совпадает с соответствующим выражением для плотности полной энергии, полученным в [4] непосредственно из модельных представлений.

Рассмотрим теперь двухкомпонентную плазму. В этом случае, как мы увидим, u_{\max} уже не совпадает с w . Диэлектрическая проницаемость такой среды имеет вид

$$\tilde{\epsilon}(\omega) = \left[1 - \frac{\Omega_1^2}{\omega(\omega + i\nu_1)} - \frac{\Omega_2^2}{\omega(\omega + i\nu_2)} \right],$$

где ν_α ($\alpha=1, 2$) — эффективная частота столкновений для частиц α -го сорта, $\Omega_\alpha^2 = 4\pi e_\alpha^2 n_\alpha / m_\alpha$ — квадрат плазменной частоты частиц α -го сорта, e_α , m_α и n_α — соответственно их заряды, массы и концентрации. Для функций $\gamma(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ в рассматриваемом случае имеем

$$\gamma(\omega) = \frac{ia}{\sqrt{4\pi}} \frac{(\omega + ib)}{(\omega + i\nu_1)(\omega + i\nu_2)}, \quad \Phi(\omega) = \frac{i}{2} \ln \frac{\gamma(\omega)}{\gamma^*(\omega)}, \quad (22)$$

где обозначено

$$a^2 = \nu_1 \Omega_1^2 + \nu_2 \Omega_2^2, \quad b^2 = \frac{\nu_1 \nu_2}{a^2} (\nu_1 \Omega_2^2 + \nu_2 \Omega_1^2).$$

Вычисления по формуле (21) дают

$$\tilde{u}_{\max} = \tilde{w} - \frac{E_0 E_0^*}{8\pi} \frac{\nu_1 \nu_2 (\nu_1 - \nu_2)^2 \Omega_1^2 \Omega_2^2}{(\omega^2 + \nu_1^2)(\omega^2 + \nu_2^2)[\nu_1 \Omega_1^2 (b + \nu_2) + \nu_2 \Omega_2^2 (b + \nu_1)]},$$

* Следует заметить, что в том практически важном частном случае, когда мнимая часть диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}'(\omega)$ представима в виде отношения двух полиномов, для нахождения функции $\gamma(\omega)$ нет необходимости использовать общие выражения (12) и (13). В данном случае вопрос о факторизации $\tilde{\epsilon}'(\omega)$, как нетрудно понять, сводится, фактически, к нахождению корней указанных полиномов.

где

$$\tilde{w} = \frac{\tilde{H}^2(t)}{8\pi} + \frac{E_0 E_0^*}{16\pi} \left(1 + \frac{\Omega_1^2}{\omega^2 + v_1^2} + \frac{\Omega_2^2}{\omega^2 + v_2^2} \right)$$

— плотность полной энергии (см., например, [4, 5]). Равенство $\tilde{w} = u_{\max}$ достигается в двух случаях: либо когда одна из плазменных частот равна нулю, либо при $v_1 = v_2$. В обоих случаях мы имеем однокомпонентную плазму, рассмотренную выше.

В заключение рассмотрим на примере двухкомпонентной плазмы закон выключения поля $E(t)$, при котором из системы извлекается максимальная энергия. Будем считать, что выделенный момент времени $t_0 = 0$, а зависимость поля от времени и координаты при $t < 0$ может быть любой. Тогда из общего выражения (17) (учитывая, что $\gamma(\omega)$ имеет вид (22), а $\tilde{E}_-(\omega)$ аналитична в нижней полуплоскости) для спектральной плотности $\tilde{E}_+(\omega)$ получаем

$$\tilde{E}_+(\omega) = \frac{1}{(v_1 - v_2)} \left[(b - v_1) \tilde{E}_-(-iv_1) \frac{\omega + iv_2}{\omega + ib} - (b - v_2) \tilde{E}_-(-iv_2) \frac{\omega + iv_1}{\omega + ib} \right].$$

Отсюда во временном представлении при $t > 0$ находим

$$\begin{aligned} E(t) = & \frac{2\pi}{(v_1 - v_2)} [(b - v_1) \tilde{E}_-(-iv_1) - (b - v_2) \tilde{E}_-(-iv_2)] \delta(t) + \\ & + 2\pi \frac{(b - v_1)(b - v_2)}{(v_2 - v_1)} [\tilde{E}_-(-iv_1) - \tilde{E}_-(-iv_2)] e^{-bt}. \end{aligned} \quad (23)$$

Так как это выражение определено при $t > 0$, то входящую сюда дельта-функцию следует понимать как $\delta(t - 0)$. Из (23) видно, что закон выключения поля имеет особенность при $t = +0$, а затем происходит экспоненциальное выключение.

Автор благодарен С. М. Рытову и участникам руководимого им Московского семинара по радиофизике за обсуждение результатов работы и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
- Пекар С. И. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. Вып. 3. С. 866.
- Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. Вып. 4(10). С. 1179.
- Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л. // УФН. 1976. Т. 118. Вып. 3. С. 523.
- Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1981.
- Нобл Б. Метод Винера—Хопфа. — М.: ИЛ, 1962.
- Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. — М.: Сов. радио, 1960.

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
13 февраля 1989 г.

ON THE MAXIMUM ENERGY, WHICH MAY BE EXTRACTED FROM THE ELECTROMAGNETIC FIELD

V. G. Polevoj

The energy maximum U_{\max} which may be received by free charges from the electromagnetic field in dispersive medium with dissipation is investigated. In particular, it is shown that the harmonic electromagnetic field in the medium without dissipation the expression for U_{\max} coincides with usual expression for total energy of electromagnetic field.

УДК 533.9

МЕТОД ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ПЛОСКОСЛОЙСТЫХ СТРУКТУР

А. А. Жаров, Е. Ю. Кузнецова

Обсуждается метод исследования отражательных характеристик плоскостных сред (сэндвичей), основная идея которого состоит в анализе фазовой плоскости уравнения для поперечного волнового импеданса. Метод позволяет по заранее заданным электродинамическим свойствам сэндвича найти его оптимальную внутреннюю структуру. Наглядность предлагаемого метода существенно облегчает исследование многослойных систем, применительно к которым традиционные подходы дают чрезвычайно громоздкие выражения.

1. Данная работа посвящена новым возможностям хорошо известного импедансного подхода (см., например, [1]), основанного на пересчете поперечного волнового импеданса Z_{\perp} ($E_{\perp} = -Z[\mathbf{z}_0 \mathbf{H}_{\perp}]$, где \mathbf{z}_0 — орт в направлении изменения свойств среды), применительно к задачам о распространении электромагнитных волн в плоских структурах, составленных из произвольного числа однородных (или простейших неоднородных) слоев (пленок), которые в дальнейшем мы будем называть сэндвичами. Повышенный интерес к электродинамике таких объектов, используемых с целью канализации электромагнитных полей, оптической диагностики и спектроскопии поверхностей и границ раздела сред, создания поляризаторов и спектральных фильтров и т. д. [2–4], связан с существенным технологическим прогрессом, позволяющим изготавливать сэндвичи на основе металлических, металlopодобных, полупроводниковых, диэлектрических и других пленок, охватывающих практически все частотные диапазоны от СВЧ до УФ.

Основная идея предлагаемого метода состоит в построении и исследовании интегральных фазовых кривых на комплексной плоскости Z_{\perp} , изображающих поведение мнимой и действительной частей поперечного импеданса в данной электродинамической структуре. В результате любому сэндвичу ставится в соответствие траектория (диаграмма) на плоскости Z_{\perp} , начальная точка которой определяется значением выходного, а конечная точка — входного импеданса.

Такая методика удобна для решения обратных; в известном смысле, задач, когда по заданным электродинамическим характеристикам требуется определить оптимальную внутреннюю структуру сэндвича, детали которой можно в дальнейшем уточнить. Кроме того, данная методика позволяет качественно оценить возможные альтернативные варианты структур, обладающих заданными свойствами.

2. Уравнения, которым удовлетворяет поперечный волновой импеданс Z_{\perp} , соответственно для s - и p -поляризованных электромагнитных полей в одномерном случае имеют вид [1]

$$iZ_{\perp}^{(s)*} - (\epsilon - \gamma^2) Z_{\perp}^{(s)*} = -1; \quad (1a)$$

$$iZ_{\perp}^{(p)*} - \epsilon Z_{\perp}^{(p)*} = -\frac{\epsilon - \gamma^2}{\epsilon}. \quad (1b)$$

Здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, $\gamma = k_{\parallel}/k_0$, $k_0 = \omega/c$,

k_{\perp} — компонента волнового вектора вдоль поверхности сэндвича, ω — частота поля, c — скорость света, штрихи обозначают дифференцирование по координате $z=k_0 z$. Ниже для определенности будем рассматривать физически более содержательный случай p -поляризованных волн. Запишем импеданс $Z_{\perp}^{(p)}$ в виде

$$Z_{\perp}^{(p)} = R + iX. \quad (2)$$

Для R и X непосредственно из (1б) получим

$$R' = 2\epsilon RX, \quad X' = -\epsilon(R^2 - X^2) + \frac{\epsilon - \gamma^2}{\epsilon}. \quad (3)$$

Диэлектрическую проницаемость ϵ будем предполагать вначале чисто действительной величиной ($\epsilon = \epsilon^*$).

Пусть сэндвич состоит из N однородных слоев с диэлектрической проницаемостью s -го слоя ($1 \leq s \leq N$), равной ϵ_s . Система уравнений (3) легко интегрируется, и ее первый интеграл, отвечающий среде с проницаемостью ϵ_s , можно записать в виде

$$X^2 = 2A_s R - R^2 + Z_s^2, \quad (4)$$

где $Z_s^2 = (\epsilon_s - \gamma^2)/\epsilon_s^2$, A_s — произвольная постоянная. Рассмотрим плоскость переменных R , X в трех качественно различных случаях: а) $\epsilon_s > \gamma^2$, б) $\gamma^2 > \epsilon_s > 0$, в) $\epsilon_s < 0$, соответствующих действительному ($\text{Im } Z_s = 0$), емкостному ($\text{Re } Z_s = 0$, $\text{Im } Z_s < 0$) и индуктивному ($\text{Re } Z_s = 0$, $\text{Im } Z_s > 0$) характеристическим импедансам (т. е. импедансам бегущей или экспоненциально спадающей в положительном направлении оси z волны). Напомним, что величина и знак R характеризуют величину и направление потока энергии вдоль оси z

$$(S = (8\pi)^{-1}cR|H_{\perp}|^2z_0),$$

а X определяет сдвиг фазы между поперечными компонентами электрического и магнитного полей в волне. Соответствующие фазовые плоскости представлены на рис. 1. В случае а) на плоскости R , X имеются две особые точки (состояния равновесия) $X=0$, $R=\pm R_{0s}$ типа «центр» со значением $R_{0s} = \sqrt{\epsilon_s - \gamma^2}/\epsilon_s$, отвечающие чисто бегущим электромагнитным волнам. Замкнутые фазовые траектории вокруг состояний равновесия описывают частично стоячие волны, а особая прямая $R=0$ — чисто стоячую волну. В случаях б) и в) состояниями равновесия являются устойчивые и неустойчивые узлы

$R=0$, $X = \pm X_s^{(c)} = \pm \sqrt{\gamma^2 - \epsilon_s}/\epsilon_s$ (б), $R=0$, $X = \pm X_s^{(L)} = \pm \sqrt{\gamma^2 + |\epsilon_s|}/\epsilon_s$ (в), соответствующие экспоненциально убывающим в $+z$ -направлении

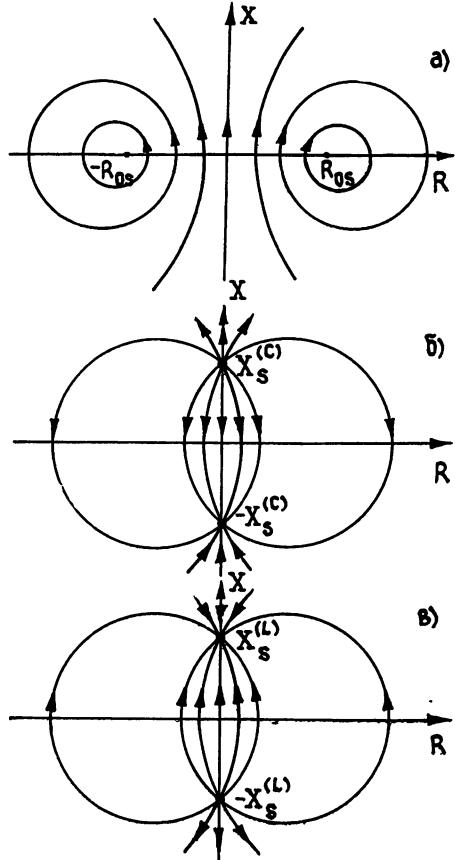


Рис. 1.

$R=0$, $X = \pm X_s^{(c)} = \pm \sqrt{\gamma^2 - \epsilon_s}/\epsilon_s$ (б), $R=0$, $X = \pm X_s^{(L)} = \pm \sqrt{\gamma^2 + |\epsilon_s|}/\epsilon_s$ (в), соответствующие экспоненциально убывающим в $+z$ -направлении

электромагнитным полям (рис. 1б, в). Траектории, соединяющие состояния равновесия, описывают поля, в которых присутствуют как экспоненциально спадающие, так и экспоненциально нарастающие решения. Заметим, что во всех случаях устойчивые состояния равновесия отвечают волновым сопротивлениям среды (характеристическим импедансам).

Поскольку каждый слой имеет конечную толщину, то соответствующее решение будет изображаться отрезком одной из траекторий, старовая точка которого определяется начальным условием для импеданса. В результате, если сэндвич состоит из N слоев, то фазовая траектория этой системы будет состоять из N частей, связанных при переходе от слоя к слою граничным условием непрерывности импеданса (R, X), следующим из условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей. Поэтому фазовая траектория многослойной системы в общем случае будет непрерывной и кусочно-гладкой кривой на плоскости R, X .

3. В качестве примера использования предлагаемого метода фазовых диаграмм мы рассмотрим довольно широкий и важный круг задач о безотражательном прохождении (согласованный режим) плоской монохроматической r -поляризованной электромагнитной волны через сэндвич. По определению входной импеданс безотражательного сэндвича должен быть равен поперечному импедансу падающей из вакуума волны, $R=R_0=\sqrt{1-\gamma^2}$, $X=0$, и фазовая траектория граничащего с вакуумом слоя с номером N должна заканчиваться в этой точке. Выделим эту фазовую траекторию, воспользовавшись соотношением (4):

$$A_N = \frac{R_0^2 + Z_N^2}{2R_0}, \quad X^2 = (R_0 - R) \left(R - \frac{Z_N^2}{R_0} \right). \quad (5)$$

В начале первого слоя ($s=1$) должны быть заданы условия, отвечающие \bar{Z} — импедансу той подложки, на которой лежит сэндвич.

Прежде всего покажем, что при произвольном импедансе подложки (разумеется, с $\bar{R}>0$) всегда достаточно одного непоглощающего однородного слоя, чтобы обеспечить безотражательный режим*.

На языке фазовых диаграмм выбор соответствующего согласующего слоя означает построение траектории, соединяющей точку $\bar{R}=R_0$, $X=0$ с точкой $\bar{Z}=\bar{R}+i\bar{X}$, где \bar{R}, \bar{X} — произвольные действительные числа. Подставляя \bar{R} и \bar{X} в (5), получаем выражение для требуемого волнового сопротивления слоя Z_1 :

$$Z_1^2 = -\bar{X}^2 (1 - \bar{R}/R_0)^{-1} + \bar{R}R_0. \quad (6)$$

Область значений \bar{R}, \bar{X} , внутри которой волновое сопротивление Z_1 действительно, представляет собой круг с центром в точке $\bar{R}=R_0/2$, $\bar{X}=0$ и радиусом $\rho=R_0/2$. Вне этой области Z_1 чисто мнимое, причем знак $\text{Im } Z_1$ определяется направлением движения вдоль фазовых траекторий: $\text{Im } Z_1 < 0$ при $\bar{X} > 0$ и наоборот. Толщина согласующего слоя вычисляется путем интегрирования уравнений (3) вдоль заданной фазовой траектории.

В случае, когда сэндвич с обеих сторон граничит с одной и той же средой, например с вакуумом, безотражательному режиму соответствует полное прохождение падающей волны через сэндвич. Очевидно, что

* Можно сделать и более общее утверждение: при произвольном импедансе подложки \bar{Z} с помощью единственного однородного непоглощающего слоя можно получить любой перед заданный импеданс на поверхности сэндвича с тем же знаком у R .

просветленная структура должна характеризоваться наличием замкнутых фазовых траекторий, начинающихся и кончающихся в одной точке фазовой плоскости $R = R_0 = \sqrt{1 - \gamma^2}, X = 0$. Из доказанного выше утверждения следует, что возможно полное просветление любой многослойной системы, в которой параметры последнего слоя удовлетворяют соотношению (6). В этой связи необходимо заметить, что дискуссия, развернутая в работах [5–8] о том, симметричная или несимметричная система из однородных плазмоподобных слоев с мнимым волновым сопротивлением допускает режим полного прохождения, в значительной степени беспочвена. Число слоев, а также параметры всех слоев, кроме последнего, могут, в принципе, быть произвольными.

Проиллюстрируем эффективность и общность предложенного подхода на примерах построения просветленных слоистых структур. Рис. 1а демонстрирует возможность полного просветления однослойной системы с чисто действительным волновым сопротивлением. Очевидно, что толщина прозрачного слоя соответствует целому числу оборотов изображающей точки вокруг состояния равновесия и, следовательно, является кратной половине длины электромагнитной волны внутри данной среды, в чем легко убедиться путем интегрирования вдоль фазовой траектории. Такой слой формирует резонатор типа Фабри–Перо. Исключение составляет случай, когда $R_0 = R_{0s} = \sqrt{\epsilon_s - \gamma^2}/\epsilon_s$ и мы находимся в состоянии равновесия. При этом поперечный импеданс во всем слое есть действительная постоянная величина и толщина слоя может быть любой, что соответствует падению волны под углом Брюстера.

Гораздо сложнее обстоит дело в случае непрозрачных сред с мнимым волновым сопротивлением. Однослойные структуры здесь, очевидно, всегда принципиально отражающие; безотражательный режим достигается только в многослойных сэндвичах. Мы остановимся на двухслойных и симметричных трехслойных структурах, поскольку им посвящено значительное число как теоретических, так и экспериментальных работ [5–9].

Фазовые траектории, изображенные на рис. 2а, демонстрируют возможность просветления двухслойных сэндвичей. Совместный анализ выражений (4) и (5) приводит к выводу, что двухслойные системы могут быть прозрачны лишь при выполнении условия

$$X_1 = X_2, \quad (7)$$

т. е. при идеальном наложении друг на друга фазовых траекторий, отвечающих каждому из слоев. Очевидно (см. рис. 2а), что знаки ϵ_1 и ϵ_2 должны быть разными, а порядок расположения слоев может быть любым. Условие (7) дает следующее уравнение для γ :

$$\gamma^2 = \epsilon_1 |\epsilon_2| (|\epsilon_2| - \epsilon_1)^{-1}. \quad (8)$$

Интересно, что уравнение (8) совпадает с дисперсионным уравнением для истинной поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела двух сред с ϵ_1 и ϵ_2 ; при этом под γ следует понимать отнормированную на k_0 постоянную распространения. Однако необходимо обратить внимание, что несмотря на такое совпадение, структуры возбуждаемых внутри сэндвичей полей могут существенно отличаться от структуры собственной поверхностной моды. Это следует из того, что фазовые траектории просветленного сэндвича, изображенные на рис. 2а, существенно отличаются от фазовых траекторий, отвечающих поверхностной волне, которые идут вдоль мнимой оси.

На рис. 2б представлены все возможные варианты фазовых диаграмм, соответствующих симметричным трехслойным прозрачным сэндвичам. Как видно из направления движения вдоль фазовых траекторий, знаки диэлектрических проницаемостей центрального и крайних слоев должны быть различными. Для каждого из изображенных случаев легко получить необходимое условие полного просветления. Оно следует

из очевидных требований: 1) пересечения фазовых траекторий, описывающих волновые поля в соседних слоях, и 2) прохождения фазовой траектории крайнего слоя через точку $(R_0, 0)$. Так, например, в случае $\varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon_1 > 0$, $X_2^{(L)} > X_1^{(c)}$ необходимое условие полного просветления сводится к неравенству

$$A_2 < (R_0^2 - X_2^2)/2R_0, \quad (9)$$

которое выделяет класс фазовых траекторий, отвечающих среднему слою и пересекающих фазовую траекторию крайнего слоя.

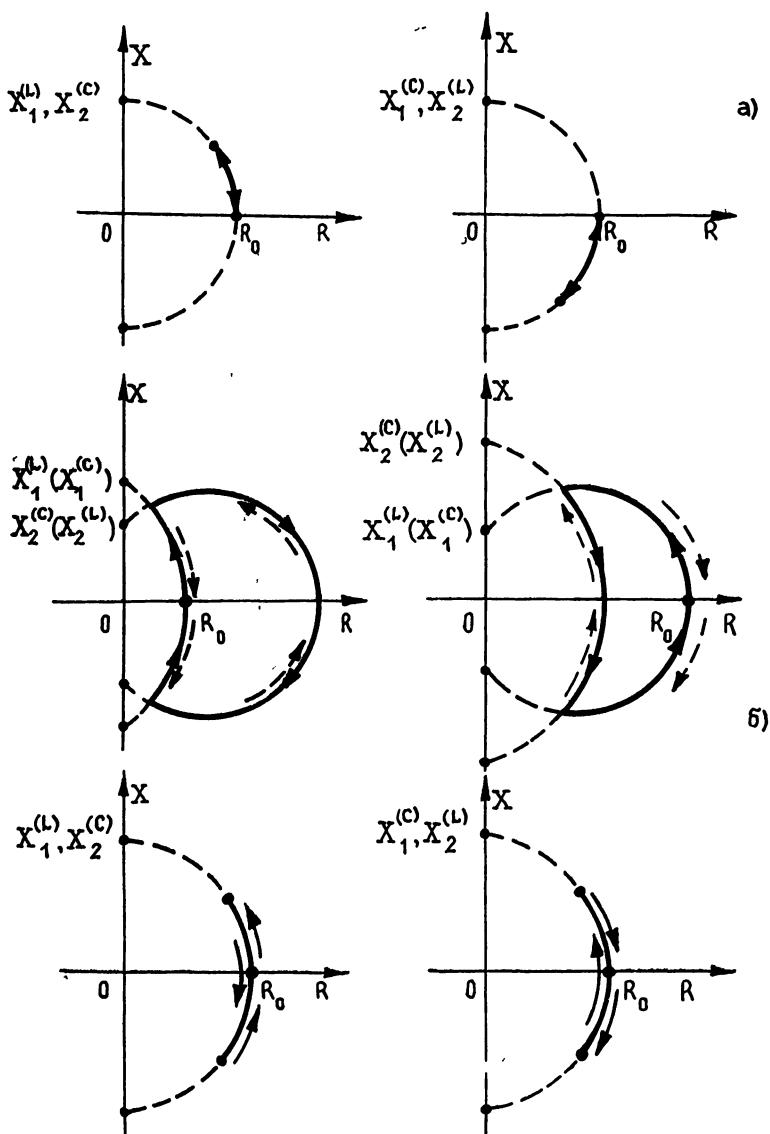


Рис. 2.

Выбрав соответствующим образом фазовые траектории, интегрированием вдоль них можно определить толщину каждого из слоев.

4. В заключение отметим, что предлагаемый метод может быть использован при рассмотрении различных задач о взаимодействии электромагнитных волн с плоскослоистыми структурами. Наглядность метода особенно облегчает исследование многослойных систем, применительно

к которым традиционные подходы дают чрезвычайно громоздкие выражения.

Авторы выражают благодарность И. Г. Кондратьеву за обсуждения и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд. АН СССР, 1957.
2. Поверхностные поляритоны. / Под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Миллса. — М.: Наука, 1985.
3. Salwen A., Stansland L. // Optics Commun. 1970. V. 2. P. 9.
4. Otto A. // Optik. 1969. V. 29. P. 246.
5. Ramazashvili R. R. // Proc. of the Conf. on Surface Waves in Plasma Blagoevgrad, Bulgaria, 1981, Sofia, 1983. P. 268.
6. Vučavac S., Dragila R. // The Australian National University, Institute of Advanced Studies, rep. LPL 8429, 1984.
7. Dragila R., Luther-Davies B., Vučovic S. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 1117.
8. Рамазашвили Р. Р. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 235.
9. Жаров А. А., Заборонкова Т. М. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. С. 995.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
24 апреля 1989 г.

THE METHOD OF PHASE DIAGRAMS IN ELECTRODYNAMICS OF PLANE STRATIFIED STRUCTURES

A. A. Zharov, E. Yu. Kuznetsova

A method of investigation is discussed for reflection characteristics of plane stratified media (sandwiches) the basic idea of which is in the analysis of the phase plane of the equation for the transverse wave impedance. The method permits to find the optimal internal structure of the sandwich over the a priori given electrodynamic properties. The clearness of the method suggested makes the investigation of multi-layered systems easy in contrast to traditional approaches which give rather cumbersome expressions.

Аннотации депонированных статей

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

A. N. Алексеева

(Окончание)

Полученные результаты можно объяснить совместным влиянием внутрирезонаторного диафрагмирования пучка стенками активного элемента и поперечной неоднородности среды, обусловленной в основном неравномерностью интенсивности в сечении пучка. Поскольку для исследуемых CO₂-лазеров по проведенным оценкам степень диафрагмирования примерно одинакова, а поперечная неоднородность среды тем больше, чем больше мощность излучения, особенности, наблюдаемые для лазера повышенной мощности, можно объяснить преобладающим влиянием среды.

Эти особенности могут ограничить возможности создания мощных лазеров с гауссовым пучком, предпочтительным в большинстве областей применения одномодовых лазеров.

Полученные результаты следует иметь в виду при измерениях пространственных характеристик лазерного излучения. Так, метод измерения диаметра пучка калибранными диафрагмами может дать большую ошибку из-за отличия формы пучка от гауссовой, а широко используемый при измерении расходимости метод двух сечений — из-за волнообразного характера распространения пучка, особенно в лазерах большой мощности.

Результаты работы могут быть использованы, таким образом, при применении и разработке лазеров и выборе методики измерения пространственных характеристик лазерного излучения.

Статья депонирована в ВИНИТИ,
регистр. № 2438-В90. Деп. от 7 мая 1990 г.

УДК 621.384.6

МОДЕРНИЗАЦИЯ МЕТОДА ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПУЧКОВО-РЕЗОНАТОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

М. И. Капчинский, Л. А. Юдин

Предлагается модификация метода возмущения для расчета сдвига частоты и инкремента колебания одиночного высокодобротного резонатора, нагруженного холодным стационарным по плотности и скорости электронным пучком. В качестве примера произведен расчет инкремента генерации колебания резонатора с трубками дрейфа при возбуждении в пучке медленной циклотронной волны.

Существующие методы теории возмущений, используемые для расчета задач взаимодействия потока электронов с резонатором (см. [1-4]), основаны на применении формулы

$$\delta\omega = - \frac{i}{4W} \int j E^* dV. \quad (1)$$

Здесь в линейном по возмущению приближении $\delta\omega$ — сдвиг частоты колебания, связанный с пучком, E — электрическое поле собственного колебания резонатора, W — энергия, запасенная в колебании, j — ток, наведенный в пучке заданным ВЧ полем, интегрирование ведется по объему резонатора. Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$, значок * — комплексное сопряжение.

В [1, 3, 4] рассмотрена одномерная динамика электронов в поле волны, где линеаризованные уравнения движения достаточно просто разрешимы. В [2] уравнения движения решены в общем релятивистском случае, но для простейшего вида собственного поля резонатора.

Мы предлагаем другой способ вычисления тока j в (1), не прибегая непосредственно к решению уравнений движения частиц в заданном поле резонатора. Будет использована информация, «запасенная» в тензоре диэлектрической проницаемости пучка. Ввиду однообразия наборов фокусирующих полей (они определяют вид тензора проницаемости), применяемых в ускорительной технике и приборах СВЧ, предлагаемый подход позволяет с единой точки зрения описать широкий класс задач, связанных с нагрузкой резонатора моноскоростным электронным пучком.

1. В системе отсчета, где пучок покоятся, ток j легко вычисляется:

$$j' = - \frac{i\omega'}{4\pi} (\epsilon^\wedge - 1) E'. \quad (2)$$

Здесь ϵ^\wedge — тензор диэлектрической проницаемости, описывающий отклик пучка на бегущую волну постоянной в пространстве амплитуды с фазовым множителем $\exp(-i\omega t + ihz)$, штрихованные величины относятся к системе отсчета, связанной с пучком.

В фокусирующих полях, которые не связывают продольное движение частиц с поперечным, холодный электронный пучок обладает ди-

электрической проницаемостью вида

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \hat{\epsilon}_{\perp} & 0 \\ 0 & \hat{\epsilon}_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $\hat{\epsilon}_{\perp}$ — двумерный тензор. В этом случае соотношение для сдвига частоты нетрудно пересчитать в лабораторную систему отсчета

$$\delta\omega = -\frac{\omega}{16\pi W} \int d\sigma \int_0^L dz [\gamma^2 K^* (\hat{\epsilon}_{\perp} - 1) K + E_z^* (\epsilon_{\parallel} - 1) E_z], \quad (4)$$

где $K = E_{\perp} + \beta [e_z B_{\perp}]$, $\beta = u/c$ и $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистские факторы, u — скорость пучка, c — скорость света, E и B — комплексные амплитуды электрического и магнитного полей, ось z направлена вдоль скорости пучка, интеграл по объему резонатора разбит на раздельные интегралы по продольной и поперечным координатам, 0 и L — координаты входного и выходного торцов резонатора. При получении (4) учтены различный вид преобразований Лоренца для продольных и поперечных компонент поля, инвариантность тензора $\hat{\epsilon}$ и очевидное соотношение $W'/\omega' = W/\omega$. Формула (4) в приведенном здесь виде была выведена в [5] другим методом для расчета возмущения резонатора средой без пространственной дисперсии.

2. Соотношение (4) непосредственно к расчету возмущения резонатора пучком неприменимо. Продольно-неограниченный электронный пучок является средой с пространственной дисперсией вдоль вектора скорости $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}(\omega, h)$, а в резонаторе он становится пространственно неоднородной средой — волновое влияние одной точки пучка на другую определяется не только расстоянием между ними, но и взаимным расположением их относительно торцов резонатора. Для такой среды материальное уравнение (2) в системе отсчета, связанной с пучком, должно быть записано в виде

$$j'(z) = -\frac{i\omega'}{4\pi} \int_0^L \hat{\Phi}(z, \xi) \hat{E}'(\xi) d\xi, \quad (5)$$

где $\hat{\Phi}(z, \xi)$ — функция отклика пучка.

В пространственно постоянных фокусирующих полях пучок является «искусственно неоднородной» средой — неоднородность вносится только торцами резонатора (математически это отражено в (5) наличием конечных пределов интегрирования по переменной ξ). Поэтому функция отклика пучка должна носить разностный характер: $\hat{\Phi}(z, \xi) = \hat{\Phi}(z - \xi)$. Она может быть определена как результат обратного преобразования Фурье тензора диэлектрической проницаемости,

$$\hat{\Phi}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\epsilon}(h) - 1] e^{ihx} dh, \quad (6)$$

и имеет ту же структуру, что и $\hat{\epsilon}$:

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} \hat{\Phi}_{\perp} & 0 \\ 0 & \hat{\Phi}_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Формула для сдвига частоты резонатора в лабораторной системе

координат приобретает вид

$$\delta\omega = -\frac{\omega}{16\pi W} \int d\sigma \int_0^L dz \left[\gamma^2 K^*(z) \int_0^L \hat{\Phi}_\perp(z-\zeta) K(\zeta) d\zeta + \right. \\ \left. + E_z^*(z) \int_0^L \Phi_\parallel(z-\zeta) E_z(\zeta) d\zeta \right]. \quad (8)$$

Зависимость от частоты ω в (6) для простоты опущена. Найденная здесь формула (8), так же как и аналогичные выражения, полученные в [5], справедливы только для случая невырожденных колебаний. Между тем несимметричные по угловой координате ϕ колебания в азимутально-симметричных по форме резонаторах являются, как известно, двукратно-вырожденными. Поэтому при расчете их необходимо, вообще говоря, использовать детерминантное секулярное уравнение второго порядка для сдвига частоты $\delta\omega$. Именно так построена схема расчета в [6, 7] (для задачи о возмущении резонатора плазмой). Однако если пучок, пронизывающий резонатор, является симметричным по углу ϕ , можно избежать решения детерминантного уравнения, выбрав угловую зависимость полей резонатора в виде бегущей по азимуту волны, т. е. $\exp(it\phi)$, где t — азимутальный индекс колебания. Тогда недиагональные члены матрицы возмущений обратятся в нуль, и собственные моды резонатора можно будет формально рассматривать как невырожденные и применять к ним простейшую форму теории возмущений, пользуясь соотношением (8).

Действительная часть выражения (8) показывает, насколько изменилась частота колебания $\Delta\omega = \operatorname{Re}(\delta\omega)$, а мнимая часть определяет изменение добротности резонатора $\Delta\left(\frac{1}{Q}\right) = -2 \operatorname{Im}\left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)$ и, в частности, позволяет найти инкремент (декремент) колебания.

3. Рассмотрим далее частный случай холодного электронного пучка, распространяющегося вдоль продольного магнитного поля без вращения. Тогда отдельные элементы тензора диэлектрической проницаемости равны

$$\hat{\epsilon}_\perp = \begin{pmatrix} \epsilon_\perp & -ig \\ ig & \epsilon_\perp \end{pmatrix}, \quad \epsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma^2[(\omega-hu)^2 - \omega_q^2]}, \\ \epsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_b^2}{\gamma^2[(\omega-hu)^2 - \Omega^2]}, \quad g = \frac{\omega_b^2 \Omega}{\gamma^2(\omega-hu)[(\omega-hu)^2 - \Omega^2]}. \quad (9)$$

Здесь ω_q — редуцированная плазменная частота, $\Omega = e_0 H_0 / \gamma m_0 c$ — циклотронная частота, e_0 и m_0 — заряд и масса электрона, $\omega_b = (4\pi n e_0^2 / \gamma m_0)^{1/2}$ — ленгмюровская частота пучка, n — плотность частиц, которая, в принципе, может быть функцией поперечных координат.

При вычислении интегралов (6) для элементов тензора $\hat{\Phi}$ необходимо выбрать направление обхода полюсов подынтегральных выражений, лежащих на действительной оси. В соответствии с правилом обхода Ландау [8] следует частоте ω приписать положительную мнимую часть $\omega \rightarrow \omega + i0$, что эквивалентно обходу полюсов снизу. Это приводит к физически очевидному результату: функция отклика $\hat{\Phi}(x)$ тождественно равна нулю при $x < 0$ — пучок переносит информацию о действующих на него полях только в направлении своей скорости. В области же $x > 0$

тензор $\hat{\Phi}_\perp$ и его элементы есть

$$\hat{\Phi}_\perp = \begin{pmatrix} \Phi_\perp & -i\Phi_g \\ i\Phi_g & \Phi_\perp \end{pmatrix}, \quad \Phi_\perp(x) = \frac{i\omega_b^2}{2\gamma^2\Omega u} \left[\exp\left(i\frac{\omega-\Omega}{u}x\right) - \exp\left(i\frac{\omega+\Omega}{u}x\right) \right]; \quad (10)$$

$$\Phi_g(x) = -\frac{i\omega_b^2}{2\gamma^2\Omega u} \left[\exp\left(i\frac{\omega-\Omega}{u}x\right) + \exp\left(i\frac{\omega+\Omega}{u}x\right) - 2\exp\left(i\frac{\omega}{u}x\right) \right]. \quad (10a)$$

Формула для Φ_\parallel зависит от конкретного вида выражения для ре-дущированной плазменной частоты ω_q . В частном случае слабого тока пучка, когда можно положить $\omega_q^2 \approx 0$,

$$\Phi_\parallel(x) = \frac{\omega_b^2}{\gamma^2 u^2} x \exp\left(i\frac{\omega}{u}x\right). \quad (106)$$

Зависимость (8) удобно переписать в виде

$$\delta\omega = -\frac{\omega}{16\pi W} \int d\sigma \int_0^L dz \left[\gamma^2 K^*(z) \int_0^z \hat{\Phi}_\perp(z-\zeta) K(\zeta) d\zeta + \right. \\ \left. + E_z^*(z) \int_0^z \Phi_\parallel(z-\zeta) E_z(\zeta) d\zeta \right]. \quad (11)$$

Здесь факт равенства нулю компонент тензор-функции $\hat{\Phi}$ при отрицательном аргументе учтен автоматически выбором верхнего предела интегрирования по ζ , поэтому в дальнейшем зависимости (10a) и аналогичную зависимость для Φ_\parallel можно формально распространить и на отрицательные значения аргумента. Такую «продолженную» функцию отклика будем обозначать $\tilde{\hat{\Phi}}^\Delta$.

4. Возмущение пучком резонатора приводит к появлению положительной мнимой части частоты (и, следовательно, к возрастанию амплитуды колебаний резонатора во времени) в широком диапазоне параметров. Этот эффект называется отрицательной реабсорбцией [9] (см. по этому поводу также [10]). Мнимая часть частоты должна определяться по правилу $\text{Im } \omega = \text{Im } (\delta\omega) - \omega/2Q$, где Q — добротность «холодного» резонатора. Требование $\text{Im } \omega = 0$ позволяет вычислить стартовый ток системы.

Расчет мнимой части сдвига частоты по формуле (11) приводит к соотношению

$$\text{Im } (\delta\omega) = \frac{i\omega}{32\pi W} \int d\sigma \left\{ \int_0^L dz \left[\gamma^2 K^*(z) \int_0^L \tilde{\hat{\Phi}}_\perp(z-\zeta) K(\zeta) d\zeta + \right. \right. \\ \left. \left. + E_z^*(z) \int_0^L \tilde{\hat{\Phi}}_\parallel(z-\zeta) E_z(\zeta) d\zeta \right] \right\}. \quad (12)$$

При выводе (12) было использовано специфическое свойство четности тензор-функции отклика пучка

$$\tilde{\hat{\Phi}}(-x) = -\tilde{\hat{\Phi}}^{*\text{T}}(x), \quad (13)$$

где значок «т» — транспонирование. Это свойство является следствием эрмитовости тензора диэлектрической проницаемости ϵ .

В частных случаях нулевого или бесконечно сильного магнитного поля формула (12) преобразуется к виду

$$\text{Im}(\delta\omega) = \frac{\omega}{32\pi u r^2 W} \int \omega_b^2 \frac{d}{d\omega} |I_s(\omega)|^2 d\sigma. \quad (14)$$

В бесконечно сильном продольном магнитном поле $I_s(\omega) = \int_0^L E_z(z) \exp\left(-i\frac{\omega}{u}z\right) dz$, так что результат (14) эквивалентен аналогичным результатам из [1, 3, 11] для слабых токов. При отсутствии внешнего магнитного поля

$$I_s(\omega) = \int_0^L [E_z(z) e_z + \gamma K(z)] \exp\left(-i\frac{\omega}{u}z\right) dz, \quad (15)$$

где второе слагаемое в квадратных скобках учитывает поперечную динамику электронов.

При произвольной величине продольного магнитного поля выражение (12) для мнимой части сдвига частоты к форме (14) не сводится. Однако и здесь удается избавиться от двойных интегралов:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\delta\omega) = & \frac{\omega}{64\pi W \Omega u} \int d\sigma \omega_b^2 \left\{ \frac{i u^2}{\omega^2} e_z [q_\perp^* q_\perp] + \frac{2\Omega}{\gamma^2} \frac{d}{d\omega} \left| \int_0^L a_0 E_z dz \right|^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left| \int_0^L a_+ (K + i[e_z K]) dz \right|^2 - \frac{1}{2} \left| \int_0^L a_- (K - i[e_z K]) dz \right|^2 \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $a_\pm(z) = \exp\left(i\frac{\omega \pm \Omega}{u}z\right)$, $a_0(z) = \exp\left(i\frac{\omega}{u}z\right)$, $q_\perp = \int_0^L a_0 \text{grad}_\perp E_z dz$.

При зависимости электромагнитного поля от азимута вида $\exp(im\phi)$ первое слагаемое в фигурных скобках равно

$$\frac{2mu^2}{\omega^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left| \int_0^L a_0 E_z dz \right|^2,$$

и оно появляется вследствие эффекта снятия вырождения азимутально-несимметричных мод резонатора при нагрузке его магнитоактивным пучком. Второе слагаемое в (16) и соответствующая ему производная по частоте в (14) обязаны своим видом выражению (10а) для функции $\Phi_{||}$ при слабых токах пучка. Оно корректно при условии близости на-бегов фаз быстрых и медленных ленгмюровских волн на длине резонатора

$$\omega_b L / \gamma u \ll 1. \quad (17)$$

В противном случае необходимо учитывать дисперсию быстрой и медленной продольных ленгмюровских мод пучка ($\omega_q^2(\omega, h)$ в выражении для ϵ , в соотношениях (9)). Для тонкостенного трубчатого пучка, например, согласно дисперсионному уравнению продольных волн, выведенному в [12], $\omega_q^2 = \alpha^2 u^2 (h^2 - \omega^2/c^2)$, где $\alpha^2 = 2J \ln(R/a) / (\beta\gamma)^3 J_0$ — мера предельности тока пучка, R — радиус волновода, a — радиус пучка, $J_0 = 17$ кА (для электронов). При пренебрежении в окончательном

результате членами, пропорциональными α^2 , по сравнению с α получим формулы, аналогичные [3].

5. Расчет генерации колебаний в H -резонаторе на аномальном эффекте Доплера. Описанный в [13] H -резонатор, использовавшийся для возбуждения поперечных колебаний электронов в первоначально прямолинейном пучке, представлял собой цилиндр, нагруженный соосными периодически расположенными трубками дрейфа, сквозь которые распространялся пучок. Генерация колебаний происходила при взаимодействии собственных циклотронных мод пучка с полем моды резонатора, поля которой азимутально симметричны в зазорах между трубками дрейфа; вклад продольных колебаний частиц, очевидно, мал.

Существенно нелинейная стадия генерации поперечных пучковых волн в гладком резонаторе без продольной компоненты электрического поля рассмотрена в [14]. Нас здесь будет интересовать стартовый режим и определение зон неустойчивости системы пучок—резонатор. Для исследования этих вопросов достаточно линейной теории. Мнимая часть сдвига частоты резонатора, ответственная за генерацию, должна вычисляться по формуле

$$\text{Im}(\delta\omega) = \frac{\omega}{64\pi W\Omega u} \int d\sigma \omega_b^2 \left[\left| \int_0^l a_+(K_r - iK_\phi) dz \right|^2 - \left| \int_0^l a_-(K_r + iK_\phi) dz \right|^2 \right], \quad (18)$$

она, как было отмечено в [2–4], является разностью выражений, описывающих взаимодействие поля резонатора с медленной и быстрой циклотронными пучковыми волнами.

Поля собственной моды резонатора с периодической вдоль оси z структурой обладают специфическим трансляционным свойством

$$f(z+l) = \exp(i\theta) f(z), \quad (19)$$

где l — период структуры, θ — сдвиг фазы между колебаниями поля в соседних зазорах между трубками дрейфа. В этом случае вычисления по формуле (18) сводятся к интегрированию по периоду структуры:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\delta\omega) = & \frac{\omega}{64\pi W\Omega u} \int \omega_b^2 d\sigma \left[\left[\sin^2 \frac{N}{2} \left(\theta - \frac{\omega + \Omega}{u} l \right) \right] \times \right. \\ & \times \left[\sin^2 \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{\omega + \Omega}{u} l \right) \right]^{-1} |G_+|^2 - \left[\sin^2 \frac{N}{2} \left(\theta - \frac{\omega - \Omega}{u} l \right) \right] \times \\ & \times \left. \left[\sin^2 \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{\omega - \Omega}{u} l \right) \right]^{-1} |G_-|^2 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где N — число периодов структуры,

$$G_{\pm} = \int_0^l a_{\pm}(K_r \mp iK_\phi) dz.$$

Из соотношения (20) вытекают характерные черты явления генерации колебаний при взаимодействии пучка с «периодическим» резонатором. Если параметры пучка и структуры таковы, что превалирует первое слагаемое в (20), то происходит раскачка колебаний, при этом в пучке возбуждается медленная циклотронная волна, наибольший инкремент достигается при

$$\frac{\omega + \Omega}{u} l - \theta = 2\pi k_+. \quad (21)$$

Если второй член в (20), превосходит первый, то происходит затухание колебаний резонатора, в пучке возбуждается быстрая циклотронная волна, наибольший декремент достигается при

$$\frac{\omega - \Omega}{u} l - \theta = 2\pi k_-, \quad (22)$$

где k_+ , k_- — целые числа. Максимумы инкремента и декремента пропорциональны квадрату числа периодов структуры.

Зададимся следующей моделью поля резонатора на периоде в области, где распространяется пучок:

$$E_z(z) = \mathcal{E} \begin{cases} 1, & 0 < z < d \\ 0, & d < z < l \end{cases},$$

d — ширина зазора между трубками дрейфа. Аналогичная модель принята и в [3]. Остальные компоненты поля определяются с помощью уравнений Maxwella:

$$E_r = -\frac{r\mathcal{E}}{2} [\delta(z) - \delta(z-d)], \quad B_\phi = \frac{irc\mathcal{E}}{2\omega} [\delta'(z) - \delta'(z-d)],$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, штрихом обозначена производная по продольной координате. Тогда

$$|G_\pm|^2 = r^2 |\mathcal{E}|^2 \frac{\Omega^2}{\omega^2} \sin^2 \left(\frac{\omega \pm \Omega}{2u} d \right), \quad (23)$$

причем при $\Omega > \omega$ максимальным оказывается взаимодействие частиц пучка с компонентой магнитного поля B_ϕ . Окончательно мнимая часть сдвига частоты равна

$$\begin{aligned} \text{Im}(\delta\omega) = & \frac{|\mathcal{E}|^2 b^2 c}{16 W} \frac{\Omega}{\gamma^2 \omega} \frac{J}{|J_0|} \left\{ \left[\sin^2 \frac{N}{2} \left(\theta - \frac{\omega + \Omega}{u} l \right) \right] \times \right. \\ & \times \left[\sin^2 \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{\omega + \Omega}{u} l \right) \right]^{-1} \sin^2 \left(\frac{\omega + \Omega}{2u} d \right) - \left[\sin^2 \frac{N}{2} \left(\theta - \frac{\omega - \Omega}{u} l \right) \right] \times \\ & \times \left. \left[\sin^2 \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{\omega - \Omega}{u} l \right) \right]^{-1} \sin^2 \left(\frac{\omega - \Omega}{2u} d \right) \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где b — среднеквадратический радиус пучка.

В эксперименте [13] ток и энергия частиц медленно (по сравнению с периодом высокой частоты) монотонно возрастали во время подачи импульса напряжения на источник электронного пучка. Поэтому система пучок—резонатор последовательно проходила зоны устойчивости и неустойчивости (согласно (21) и (22)), а амплитуда колебаний

$$A(t) = A_0 \exp \left(\int_{t_0}^t \text{Im} \omega(t) dt \right) \quad (25)$$

при изменении мнимой части частоты $\text{Im} \omega(t)$ сложным образом зависела от времени. Здесь A_0 — затравка амплитуды, существовавшая в момент $t=t_0$.

На рис. 1 и рис. 2 представлено поведение функций $A(t)$ при $\theta = \pi/3$ и $\theta = 2\pi$, вычисленное по формулам (24) и (25). В соответствии с параметрами [13] ход изменения тока и энергии пучка принят, соответственно, в виде $J = \alpha_1 t$, $\gamma = 1 + \alpha_2 t$, скорости линейного роста $\alpha_1 = 1 \text{ кА/мкс}$, $\alpha_2 = 0,8 \text{ мкс}^{-1}$; внешнее магнитное поле $H_0 = 5 \text{ кГс}$, частота колебания соответствует 670 МГц, период структуры $l = 2 \text{ см}$, ширина зазора $d = 1 \text{ см}$, число периодов структуры равно 16, безразмерная

величина $|\mathcal{E}|^2 l^3 / W = 0,6$. В максимуме величина амплитуды значительно превосходила начальное шумовое значение.

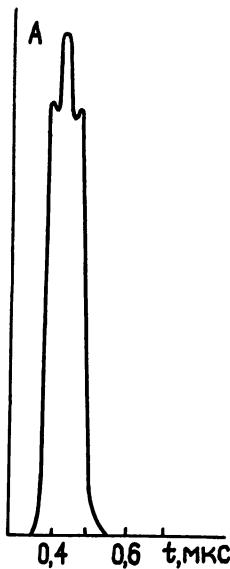


Рис. 1.

Рис. 1. Временная зависимость амплитуды колебаний H -резонатора при сдвиге фазы $\theta = \pi/3$.

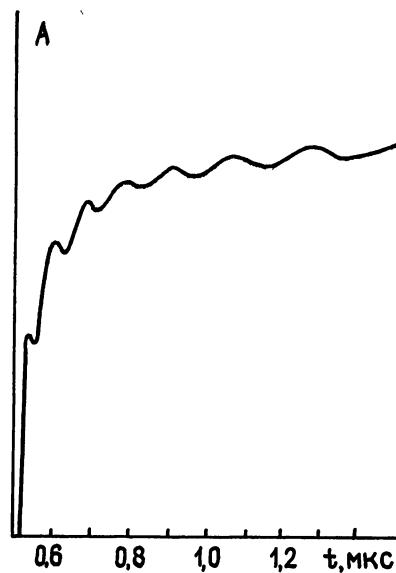


Рис. 2.

Рис. 2. Временная зависимость амплитуды колебания H -резонатора при сдвиге фазы $\theta = 2\pi$.

Отметим, что получаемое в данных расчетах ограничение роста амплитуды колебаний и относительно длительный стабильный (с небольшими вариациями) ее уровень с последующим спадом проявляются на линейной стадии развития волн в пучке как результат своеобразной «линейной конкуренции» быстрой и медленной пучковых мод, для интерпретации этих явлений не требуется привлечения нелинейных эффектов.

6. Развитая в статье модификация метода возмущений, дающая выражение (11) для сдвига частоты резонатора и выражение (16) для его мнимой части, позволяет с единой точки зрения рассмотреть широкий круг задач пучково-резонаторного взаимодействия. При этом допускается любая конфигурация полей резонатора.

Отметим, что такая схема метода возмущений (так же как и в [1-4]) представляется более предпочтительной, чем схема, связанная с составлением дисперсионного уравнения и разложением его в степенной ряд по малому возмущению — плотности пучка (см. [15]). Преимущество состоит прежде всего в том, что не требуется знания полей резонатора во всем его объеме, а только в той области, где распространяется пучок. Информация о поле резонатора в остальной его части в рассматриваемом методе восполняется такими интегральными характеристиками, как собственная частота и полная энергия колебания, которые могут быть измерены экспериментально. Это позволяет рассчитывать взаимодействие пучка с резонаторными структурами сложной формы, у которых не известен точный вид полей в периферийной части.

Сильным ограничением модели, на котором базируются проведенные расчеты, является допущение, что равновесные скорость и плотность частиц не зависят от продольной координаты при распространении пучка вдоль резонатора. Такое условие выполняется, в частности, когда ток пучка далек от предельного или в случае специальных резонаторных структур (например, узкозазорных или длинных однородных).

Авторы благодарны М. Л. Левину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андронов А. А., Фабрикант А. Л. // Сб. Нелинейные волны. / Под ред. Гапонова-Грекова А. В. — М.: Наука, 1979. С. 68.
2. Гинзбург Н. С. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1983. Вып. 3. С. 26.
3. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Скрынник Б. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 11. С. 1443.
4. Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. Вып. 3. С. 354.
5. Юдин Л. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. Вып. 2. С. 235.
6. Buchsbaum S. J., Mower L., Brown S. C. // Phys. Fluids. 1960. V. 3. № 5. P. 806.
7. Mower L., Buchsbaum S. J. // Phys. Fluids. 1962. V. 5. № 12. P. 1545.
8. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979. § 29.
9. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юллатов В. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. Вып. 9—10. С. 1414.
10. Курин А. Ф. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 2. С. 217.
11. Вайнштейн Л. А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 5. С. 40.
12. Weizman B. N., Ryutov D. D. // Nuclear Fusion. 1974. V. 14. № 6. P. 873.
13. Гапанович В. Г., Иванов Б. И., Капчинский М. И. и др. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 193.
14. Гинзбург Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. Вып. 6. С. 728.
15. Айзакий Н. И., Калмыкова С. С., Курилко В. И. Методы теории абсолютных неустойчивостей интенсивных пролетных пучков. — М.: ЦНИИАтоминформ, 1984.

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
2 декабря 1988 г.

PERTURBATION METHOD MODERNIZATION FOR INVESTIGATION OF THE BEAM-CAVITY INTERACTION

M. I. Kapchinskij, L. A. Yudin

A modification of the perturbation method is suggested for calculation of a frequency shift and an increment of a single high Q cavity loaded by an electron beam with stationary density and velocity. An example is added: the calculation of an increment of an oscillation generation of a cavity with the drift tubes while the slow cyclotron wave is excited in the beam.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Нестационарные явления и флуктуации в сверхпроводниках. — М.: Наука, 1990 (III кв.). — 20 л.

В сборник включены статьи, охватывающие ряд вопросов неравновесной и нестационарной сверхпроводимости. Приведен последовательный микроскопический вывод нестационарных уравнений сверхпроводимости вблизи критической температуры. С помощью микроскопической теории сверхпроводимости вычислено эффективное действие для сверхпроводящих контактов с непосредственной проводимостью. Исследованы флуктуации в джозефсоновских контактах и тунNELьных переходах. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

Для специалистов в области сверхпроводимости,

УДК 621.385.6

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ
ВИНТОВОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В ВОЛНОВОДЕ
ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ**

A. P. Четвериков

Проведено численное моделирование эффектов нелинейного усиления в волноводе винтовым электронным пучком электромагнитной волны с частотой, близкой к критической частоте. Исследовано влияние распределенных потерь в волноводе на взаимодействие электронов и волны.

В работе [1] были исследованы эффекты усиления в волноводе винтовым (поливинтовым) электронным пучком слабой электромагнитной волны с частотой, близкой к критической частоте. В настоящей статье для оценки эффективности преобразования энергии пучка в энергию поля в полосе частот проведем нелинейный анализ подобного взаимодействия с использованием той же простой модели, что и в [1]*.

Будем предполагать, что кольцо слаборелятивистских электронов-осцилляторов взаимодействует с электрическим полем одной из ТЕ-мод волновода; поле в сечении пучка считается однородным, причем выполняется соотношение $\omega \sim \omega_c \sim \omega_{kp}$, где ω — частота ВЧ поля, $\omega_c = (e/m_0)B_0$ — циклотронная частота, ω_{kp} — критическая частота рабочей моды. Электромагнитная волна возбуждается поступающим на входной конец волновода входным сигналом. В этом случае взаимодействие электронов и поля описывается известной (см., например, [2, 3]) системой уравнений движения и возбуждения

$$\frac{d\beta}{d\xi} - j[\mu(1 - |\beta|^2) - \Delta]\beta = jF, \quad \beta|_{\xi=0} = \exp(j\phi_0), \quad \phi_0 \in [0, 2\pi]; \quad (1)$$

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} + (\Delta_{kp} - j\theta)F = I, \quad I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta d\phi_0 \quad (2)$$

с граничными условиями, соответствующими режиму усиления сигнала, имеющего на входе в волновод амплитуду F_{bx} [4, 5]:

$$\left(\frac{dF}{d\xi} - jV\Delta_{kp}F \right)_{\xi=0} = -2jV\Delta_{kp}F_{bx}, \quad \left(\frac{dF}{d\xi} + jV\Delta_{kp}F \right)_{\xi=\xi_L} = 0. \quad (3)$$

В (3) считается, что условия излучения реализуются во всем диапазоне частот, в котором может изменяться частота входного сигнала.

Здесь $\beta = \frac{x+iy}{r_0} \exp\left(j\frac{\omega - \Omega_c}{v_{||}}z\right)$; x, y — поперечные координаты

электрона; $\xi = \kappa D z$; z — продольная координата; $D = \sqrt[3]{\frac{KI_0}{4V_0}\left(1 + \frac{v_{||}^2}{v_{||}^2}\right)}$;

* О постановке задачи более подробно см. [1]. Настоящая статья может рассматриваться как вторая часть работы [1].

$K = \frac{|E_0|^2}{2\kappa^2 N}$ — параметр связи пучка и поля; N — норма колебаний; F — нормированная амплитуда поля;

$$\mu = \frac{\Omega_c^3 r_0^2}{2c^2 v_{\parallel} \kappa D}, \quad \Delta = \frac{\omega - \Omega_c}{v_{\parallel} \kappa D}, \quad \Delta_{kp} = \frac{2(\omega - \omega_{kp})}{\omega_{kp} D^2},$$

$$\kappa = \frac{\omega_{kp}}{c}, \quad \Omega_c = \omega_c \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp 0}^2}{2c^2} \right),$$

θ — параметр потерь, остальные обозначения стандартные.

Системы (1), (2) имеют несколько инвариантов движения и, в частности, закон сохранения энергии

$$\eta_{\perp} = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\beta|^2 d\phi_0 = 2 \left\{ \left[\left(|F|^2 \frac{d\phi}{d\zeta} \right)_{\zeta=0} - |F|^2 \frac{d\phi}{d\zeta} \right] + \theta \int_0^{\zeta} |F|^2 d\zeta \right\}, \quad (4)$$

где $F = |F| e^{j\phi}$.

Уравнения, подобные (1), (2), но с граничными условиями, адекватными режиму генерации в гиротроне, неоднократно исследовались (см., например, [2, 3]). Теоретически изучен также и нелинейный режим взаимодействия винтового электронного пучка с бегущей волной [6–8]. Поэтому нелинейные эффекты, возникающие при гирорезонансном взаимодействии и определяемые главным образом нарушением синхронизма между ВЧ полем и током вследствие неизохронного изменения циклотронной частоты, а также перегруппировкой электронов в фазовом сгустке, достаточно хорошо изучены. Однако взаимодействие пучка с полем волноводной моды в режиме усиления сигнала с частотой, близкой к критической, имеет свои особенности. Для их выявления было проведено численное моделирование на основе системы уравнений (1)–(3), определяющих нелинейную краевую задачу, с использованием метода крупных частиц для интегрирования уравнения движения и итерационного метода Ньютона для решения уравнения возбуждения. Полученные результаты можно обобщить следующим образом*. (Из-за большого количества параметров задачи (μ , Δ , Δ_{kp} , F_{vx}) расчеты проводились для ограниченного числа наборов параметров, достаточного, однако, для получения объема информации, позволяющего делать обобщающие выводы.)

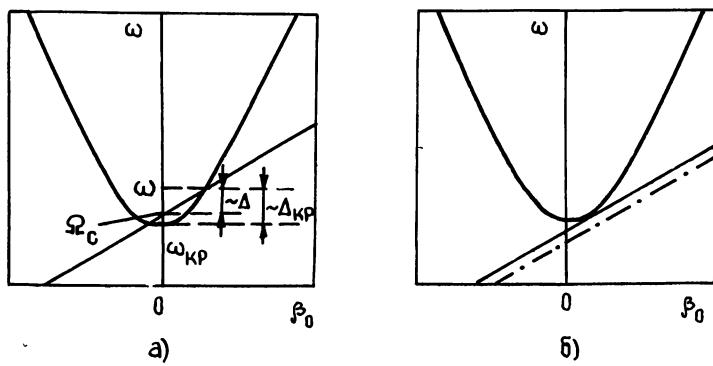


Рис. 1.

1. Определяющим для характера нелинейных эффектов в режиме усиления является соотношение параметров Δ и Δ_{kp} , характеризующих

* Программирование и расчеты на ЭВМ выполнены Л. А. Пищик, которой автор выражает свою признательность.

взаимное расположение дисперсионных характеристик винтового электронного пучка и волноводной моды (при заданных параметрах $F_{\text{вх}}$ и ζ_L , рис. 1).

2. Если имеются точки пересечения дисперсионных характеристик пучка и волноводной моды (о режиме «касания» см. ниже), то в отсутствие потерь в волноводе развитый нелинейный режим усиления в системе с безразмерной длиной ζ_L , меньшей найденной в [1] в качестве пусковой для паразитного самовозбуждения $\zeta_L \approx 10\pi$, практически нереализуем, так как получаемые значения $\eta \ll 1$. Поэтому в дальнейшем везде, где это не оговорено особо, рассматриваются системы с $\zeta_L > \zeta_L \approx 10\pi$ в предположении, что самовозбуждение каким-либо образом предотвращено. (Системы с распределенными потерями в волноводе проанализированы отдельно.)

3. Режим «бегущей волны». Если расположение дисперсионных характеристик таково, что есть точка их пересечения на «встречной» ветви характеристики волноводной моды (рис. 1а), а соответственно, и на прямой ветви и система достаточно «длинная» ($\beta_0 L = \Delta \zeta_L \geq 10\pi$), то возможно селективное взаимодействие пучка с прямой бегущей волной. Амплитуда возбуждаемой пучком встречной волны на частоте сигнала в этом случае незначительна, о чем, в частности, свидетельствует характерный вид распределения амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия (рис. 2, $\mu = 1,25$; $\Delta_{\text{кр}} = 25$; $\Delta = 5$; $F_{\text{вх}} = 10^{-2}$). Рассчитанная кривая $|F(\zeta)|$ лишь мелкими колебаниями, наложенными на некоторую слаженную кривую $\overline{|F(\zeta)|}$ и вызванными воздействием встречной волны, отличается от аналогичной кривой, рассчитанной по уравнениям одноволновой теории [8]. Поскольку одноволновый режим взаимодействия весьма тщательно исследован, то не имеет смысла обсуждать его здесь подробно. Отметим лишь, что выполняемые в рамках настоящей теории расчеты могут рассматриваться, в частности, как контрольные для определения границ применимости одноволновой теории, требующей при расчетах существенно меньших затрат машинного времени.

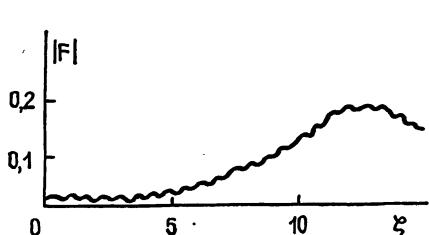


Рис. 2.

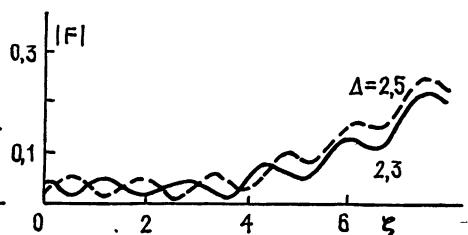


Рис. 3.

4. Режим «касания». В режиме «касания» (или близком к нему), когда дисперсионные характеристики пучка и волноводной моды лишь касаются (или почти касаются) друг друга (рис. 1б), влияние встречной волны на взаимодействие оказывается весьма существенным несмотря на то, что дисперсионные характеристики пучка и встречной волны даже не пересекаются. Особенно заметно это проявляется в «коротких» системах ($\beta_0 L \leq 10\pi$). Возбуждаемое сферизированным пучком вблизи выходного конца, где реализуется максимум амплитуды ВЧ тока $|I(\zeta)|$ в оптимальных для энергообмена режимах усиления, сильное встречное излучение, приходя на входной конец, оказывает заметное влияние на модуляцию пучка, вызываемую полем входного сигнала. Результат совместного воздействия входного сигнала и встречного излучения существенно зависит от соотношения их фаз, что отражается на степени развития нелинейных эффектов и уровне выходного сигнала. В частности, небольшое изменение частоты входного сигнала заметно изменяет распределение амплитуды поля вдоль системы (рис. 3, $\mu = 1,25$; $\Delta_{\text{кр}} = 6,25$; $F_{\text{вх}} = 0,02$). В конечном счете это приводит к силь-

ной изрезанности выходных амплитудно-частотных характеристик, хотя энергообмен при этом может быть эффективным ((рис. 4а, б; а) $\mu=1,25$; $\Delta_c=1,25$; $\zeta_L=8$; $F_{\text{вх}}=0,02$; здесь предполагается, что параметры Δ $\Delta_{\text{кр}}$ изменяются согласованно только за счет изменения частоты входного сигнала; остальные параметры, в том числе и параметр $\Delta_c = \frac{\omega_{\text{кр}} - \Omega_c}{v_{\parallel} \times D}$, определяющий взаимное расположение дисперсионных характеристик пучка и поля и связанный с Δ и $\Delta_{\text{кр}}$ соотношением $\Delta_c = \Delta - \frac{v_{\perp 0}^2}{4v_{\parallel}^2 \mu} \Delta_{\text{кр}}$, фиксированы). Пики и провалы на зависимостях $\eta_1(\Delta)$ и $G(\Delta)$, где $G = 20 \lg \left| \frac{F(\zeta)}{F_{\text{вх}}} \right|$ — коэффициент усиления, отражают своеобразную «модовую» структуру поля $F(\zeta)$, обязанную своим существованием не отражениям от концов волновода (он предполагается согласованным во всей полосе усиления), а суперпозицией возбуждаемых пучком на частоте ω прямой и встречной волн. Отметим, что на частотах, соответствующих пикам на указанных зависимостях, не исключено возбуждение системы, инициированное нелинейными эффектами. Еще более вероятно это явление в «длинных» ($\beta_0 L \geq 10\pi$) системах, где уровень встречного излучения на выходе в систему может даже превышать уровень входного сигнала (рис. 5, $\mu=1,25$; $\Delta_{\text{кр}}=6,25$; $\Delta=2,5$).

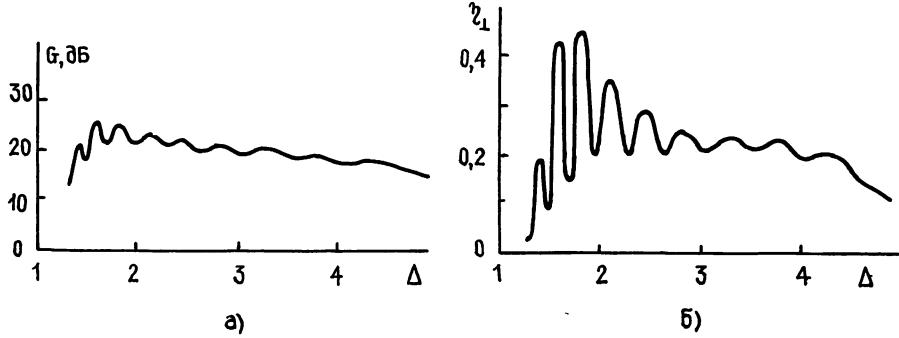


Рис. 4.

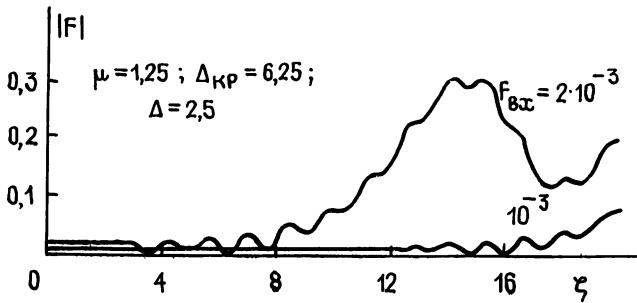


Рис. 5.

Если дисперсионные характеристики пучка и поля даже не касаются, то изрезанность зависимостей $\eta_1(\Delta)$ и $G(\Delta)$ остается сильной, причем даже в том случае, когда длина системы ζ_L не превышает пусковой $\zeta_{L\text{п}}$ (рис. 6а, б; а) $\mu=1,25$; $\Delta_c=1,75$; $\zeta_L=8$; $F_{\text{вх}}=0,02$). С «раздвижением» дисперсионных кривых (с увеличением параметра $\Delta_{\text{кр}}$) кривые сглаживаются, но одновременно падает эффективность взаимодействия и полоса усиления. О пределах «раздвижения» дисперсионных кривых можно судить из рис. 7 ($\mu=1,25$; $\Delta_{\text{кр}}=6,25$; $\zeta_L=8$; $F_{\text{вх}}=0,02$),

на котором показана зависимость эффективности преобразования энергии пучка в энергию поля фиксированной частоты при изменении магнитного поля (параметра $\Delta_{c\text{ кр}}$).

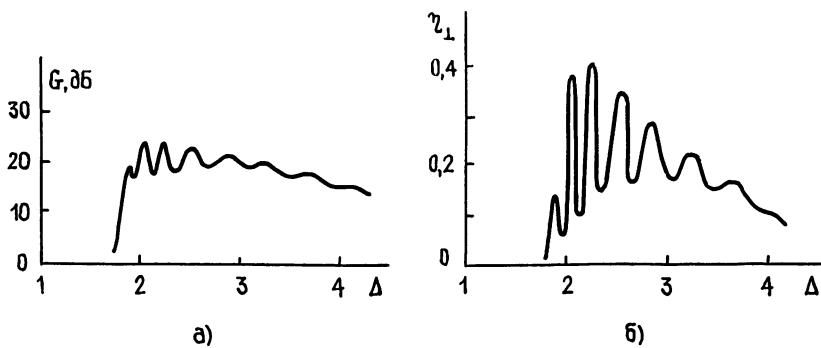


Рис. 6.

5. Влияние распределенных потерь в волноводе. Распределенные потери в волноводе, приводя к существенному повышению пускового тока системы [1], одновременно способствуют сглаживанию амплитудно-частотных характеристик при допустимом снижении уровня мощности выходного сигнала (рис. 8а, $\mu=1,25$; $\Delta_c=1,25$; $\zeta_L=8$; $\theta=0,5$; $F_{\text{вх}}=0,3$). Причина в том, что в режиме усилений, близких к оптимальному, максимум сгруппированного тока находится в области вблизи выходного конца. Именно здесь главным образом возбуждается встречная волна, которая затем, распространяясь к входному концу волновода, существенно ослабляется и не так сильно влияет на модуляцию пучка,

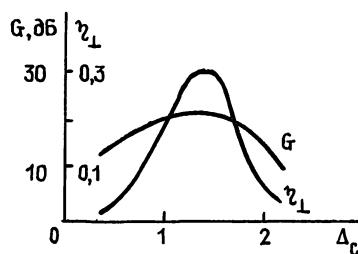
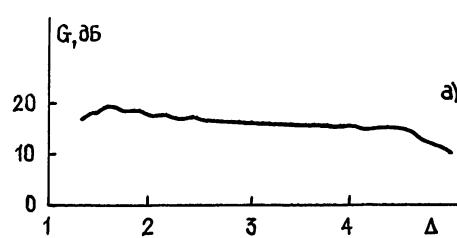


Рис. 7.



а)

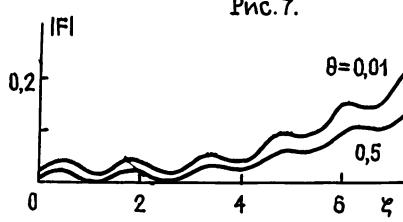
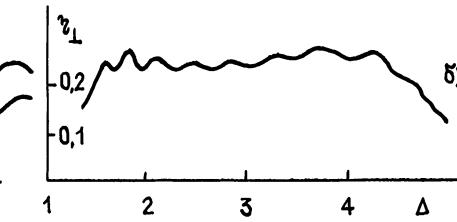


Рис. 9.



б)

как в отсутствие потерь. В то же время попутная пучку волна проходит более короткий путь из области преобладающего возбуждения до выхода из волновода и ослабляется меньше. Об этом, в частности, свидетельствует более плавный, чем при $\theta=0$, характер зависимости $|F(\xi)|$ (рис. 9, $\Delta=2,5$, сравни с рис. 3). В целом введение распределенных потерь в волновод способствует существенному повышению устойчивости режима усиления и сглаживанию частотной характеристики при допустимом снижении уровня выходной мощности и сужении полосы усиления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коневец А. Е., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 5. С. 600.
2. Гиротрон. / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
3. Flyagin V. A., Garopov A. V., Petelin M. I., Yulratov V. K. // IEEE Trans. Microwave Theory Techniques. 1977. V. MTT-25. № 6. P. 514.
4. Кузнецов А. П. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1984 Вып. 7(367). С. 3.
5. Дмитриев А. Ю., Коневец А. Е., Пищик Л. А. и др. В кн.: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (7-я зимняя школа-семинар инженеров). — Саратов: Гос. ун-т, 1986. Кн. 1. С. 61.
6. Юллатов В. К. // Изв. вузов Радиофизика. 1967. Т. 10. № 6. С. 846.
7. Lindsay R. A. // Int. J. Electronics. 1981. V. 51. № 4. P. 379.
8. Zeng-gui Chen // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1984. V. 5. № 1. P. 73.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
20 февраля 1989 г.

NONLINEAR EFFECTS ON INTERACTION BETWEEN HELICAL ELECTRON BEAM AND ELECTROMAGNETIC WAVES NEAR THE WAVEGUIDE CUT-OFF FREQUENCY

A. P. Chetverikov

A numerical simulation of effects of electromagnetic wave nonlinear amplification by helical electron beam in waveguide near-cut-off frequency is derived. A distributed losses influence on electrons and wave interaction in a waveguide is investigated.

621.378.335.9

Аннотации депонированных статей

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

A. N. Алексеева

Экспериментально исследовалось влияние внешних круглых диафрагм на характеристики пучка одномодовых He-Ne- и CO₂ лазеров. По кривым распределения интенсивности изучались форма, размеры диафрагмированного пучка в различных зонах дифракции, оценивалась расходимость.

Для He-Ne-лазера, типа ЛГН-207А получено, что диафрагмирование может привести к сильной изрезанности формы пучка глубиной более 20% вблизи диафрагмы, уменьшающейся с увеличением расстояния, и появлению слабых боковых лепестков. Форма пучка при распространении меняется, т. е. в нем происходит перераспределение интенсивности. При увеличении диафрагмы область сильной изрезанности пучка расширяется и удаляется от диафрагмы. С дальнейшим увеличением диафрагмы искажения пучка становятся менее заметными и могут наблюдаться лишь в некоторых, отдельных областях пространства в виде уплощений или заострений кривой распределения интенсивности, асимметрии пучка. Характер искажений зависит от плоскости наблюдения и меняется при изменении положения диафрагмы в пучке.

Размер диафрагмированного пучка по уровню 0,1 от максимальной интенсивности при распространении увеличивается не плавно, отражая перераспределение в пучке. Причем размер и расходимость пучка по уровню 0,1 для ЛГН-207А были меньше, чем для недиафрагмированного пучка, и уменьшались с уменьшением диафрагмы.

Для исследуемого CO₂-лазера в отличие от ЛГН-207А сильной изрезанности пучка при установке диафрагмы вблизи лазера не наблюдалось. Искажения проявлялись, в основном, в виде уширения нижней части кривой распределения и заострения ее вершины, сглаживаясь по мере распространения пучка. Размер пучка, который вблизи диафрагмы был меньше, чем для недиафрагмированного пучка, увеличиваясь при распространении, становился больше него тем быстрее, чем меньше диафрагма. Расходимость при этом также была больше, чем для недиафрагмированного пучка. При удалении диафрагмы от лазера картина искажений и поведение пучка при распространении были похожи на картину, наблюдавшуюся для He-Ne-лазера. Для обоих лазеров влияние диафрагм обнаруживалось даже при сравнительно больших их размерах, вплоть до четырехкратного превышения размера пучка по уровню 0,1.

(Продолжение см. с. 867)

УДК 530.182

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОД В ГИРОТРОНАХ С НЕФИКСИРОВАННОЙ ПРОДОЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ

Н. А. Завольский, Г. С. Нусинович

Развита теория, описывающая нестационарные процессы взаимодействия мод в гиротронах с нефиксированной продольной структурой высокочастотного поля. Показано, что уже в случае двух мод благодаря адаптивной автоподстройке их структур наряду с конкуренцией мод возможно установление режима двухмодовых колебаний

Проблема селективного возбуждения и устойчивой генерации рабочей моды в гиротроне с развитым пространством взаимодействия исследуется уже на протяжении ряда лет (например, [¹⁻⁶]). До последнего времени исследования велись в предположении, что резонатор гиротрона обладает достаточно высокой добротностью, в силу чего пространственную структуру ВЧ полей всех возбуждающихся мод можно считать фиксированной. В то же время хорошо известно [^{7, 8}], что в обычных для гиротронов резонаторах, представляющих собой отрезки волноводов с дифракционным выводом излучения, дифракционная добротность близка к минимальной величине, в силу чего продольная структура ВЧ поля является нефиксированной, т. е. зависит от параметров электронного пучка.

Первая попытка рассмотреть взаимодействие мод с нефиксированной продольной структурой ВЧ поля была сделана в [⁹], где исследовалась условия самовозбуждения паразитных мод в присутствии колебаний рабочей моды. В принципе, уже такая постановка задачи позволяет определить сценарий включения гиротрона, обеспечивающий первоначальное возбуждение именно рабочей моды и (при дальнейшем выведении этой моды в режим генерации с высоким КПД) устойчивость ее колебаний по отношению к паразитным модам [^{2, 3, 6}]. Тем не менее для более полного понимания процессов взаимодействия мод имеет смысл исследовать гиротрон при произвольных амплитудах как рабочей, так и паразитных мод. Именно такое исследование для гиротрона с нефиксированными продольными структурами мод проведено в настоящей работе.

1. Исходные уравнения. В качестве исходной системы уравнений будем использовать систему, состоящую из уравнения движения электронов в ВЧ поле многомодового резонатора и уравнений возбуждения ВЧ полей резонансных мод электронным пучком на частотах, близких к критическим. Для описания нестационарных процессов в одномодовом гиротроне с нефиксированной продольной структурой ВЧ поля подобная система уравнений была получена в [¹⁰]. Ниже это описание обобщается на случай многомодового гиротрона.

Как и в [^{7, 10}], рассматривается модель гиротрона, в которой электродинамическая система (рис. 1а) представляет собой слабонерегулярный волновод с критическим сужением на входе в пространство взаимодействия, т. е. при $z=0$. Предполагается, что в тонком трубчатом электронном пучке отсутствует разброс электронов по скоростям и радиусам ведущих центров, поля пространственного заряда пренебрежимо

моды малы, а взаимодействие электронов с ВЧ полем, являющимся суммой перпозиций ТЕ-мод, прекращается в выходном сечении $z=L$.

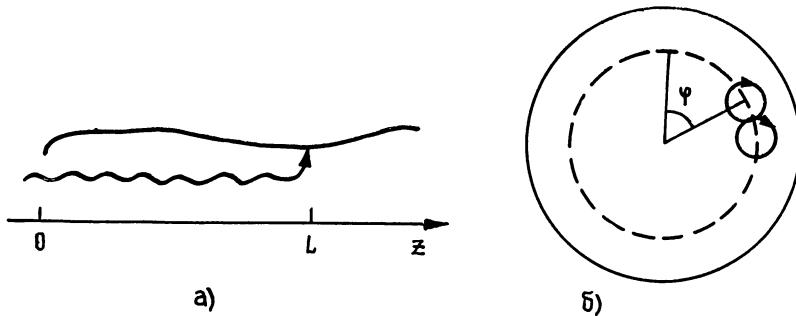


Рис. 1.

Допустим, что рассматриваемые моды могут находиться в резонансе с разными гармониками циклотронной частоты электронов ($\omega_s \approx n_s \omega_H$). При получении самосогласованной системы укороченных уравнений, описывающих процесс возбуждения мод с нефиксированной продольной структурой и движение электронов в поле многомодового резонатора, выберем в качестве опорной частоты циклотронную частоту электронов во входном сечении системы ω_{H_0} . При этом самосогласованная система уравнений может быть записана в виде

$$\frac{\partial^2 f_s}{\partial \zeta^2} - i n_s \frac{\partial f_s}{\partial \tau} + \delta_s f_s = I_s \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \langle p^{n_s} \rangle e^{i(\Delta_s \zeta - \psi_s)} d\vartheta_0; \quad (1)$$

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(|p|^2 - 1)p = i \sum_s (p^*)^{n_s-1} f_s e^{-i(\Delta_s \zeta - \psi_s)}. \quad (2)$$

Здесь уравнение возбуждения s -й моды, записанное для ее комплексной амплитуды f_s , зависящей от приведенной продольной координаты $\zeta = (\beta_{\perp 0}^2 / 2\beta_{\parallel 0}) (\omega_{H_0} z / c)$ и от приведенного времени $\tau = (\beta_{\perp 0}^4 / 8\beta_{\parallel 0}^2) \times \omega_{H_0} t$ ($\beta_{\perp 0} = v_{\perp 0} / c$ — соответственно поперечная и продольная компоненты начальной скорости электрона, нормированные на скорость света), подобно полученному в [10]. Расстройка $\delta_s = (8n_s \beta_{\parallel 0}^2 / \beta_{\perp 0}^4) \times \bar{\omega}_s - \omega_s$ $\omega_{H_0}^{-1}$ характеризует изменение критической частоты s -й моды ω_s в слабонерегулярном волноводе, расстройка $\Delta_s = 2\beta_{\perp 0}^{-2} (\bar{\omega}_s - n_s \omega_{H_0}) \times \omega_{H_0}^{-1}$ — расстройку циклотронного резонанса для s -й моды ($\bar{\omega}_s$ — критическая частота s -й моды в выходном сечении). Комплексная величина p описывает поперечный импульс электронов: $p = (p_x + ip_y) \beta_{\perp 0}^{-1} e^{-i\omega_{H_0} t}$ ($p_{x,y}$ — компоненты импульса в декартовой системе координат). Параметр тока

$$I_s = 64 \frac{e|I|}{m_0 c^3} \frac{\beta_{\parallel 0} \beta_{\perp 0}^{2(n_s-4)}}{\gamma_0} n_s^3 \left(\frac{n_s^{n_s}}{2^{n_s} n_s!} \right)^2 \frac{J_{m_s \mp n_s}^2(\omega_s R_0 / c)}{(v_s^2 - m_s^2) J_{m_s}^2(v_s)} \quad (3)$$

пропорционален постоянной составляющей тока пучка $|I|$ и импедансу связи s -й моды ТЕ _{m_s, p_s} с трубчатым электронным пучком (R_0 — радиус ведущих центров электронов), v_s — p -й корень уравнения $J'_{m_s}(v_s) = 0$. В принципе, в слабонерегулярном волноводе импеданс связи, а значит, и параметр тока I_s зависят от продольной координаты, поскольку $\omega_s = \omega_s(\zeta)$, но этой слабой зависимостью мы ниже будем пренебречь.

Отличие уравнения возбуждения (1) от полученного в [10] состоит

в том, что в правой части (1) добавляется интегрирование по азимутальной координате ϕ (см. рис. 1б) и под интегралом добавляется экспоненциальный множитель, учитывающий фазу s -й моды ($\omega_s - n_s \omega_{H_0}$) $t \mp \mp (m_s \mp n_s) \phi$. В (1) учтено, что в системе координат, связанной с ведущим центром электронной траектории, $t = t_0 + zv_{\parallel}^{-1}$. Соответственно в (1) $\psi_s = \delta'_s t \mp (m_s \mp n_s) \phi$ (где $\delta'_s = 2\beta_{\perp 0}^2 n_s \beta_{\perp 0}^{-4} (\omega_s - n_s \omega_{H_0}) \omega_{H_0}^{-1}$), а член $\Delta_s \zeta$ описывает изменение фазы s -й моды во время движения электрона через пространство взаимодействия. Угловые скобки в (1) означают усреднение по фазе влета электронов $\vartheta_0 \in [0; 2\pi]$.

Нетрудно видеть, что выбор (как это сделано в [11]) первой моды в качестве опорной (при этом опорной частотой становится $\omega_1/n_1 \approx \omega_{H_0}$, а фазы ψ_s отсчитываются относительно ψ_1) приводит к тому, что в уравнениях (1), (2) $\psi_1 = \Delta_1 = 0$, но в левой части уравнений (2) к разности $|p|^2 - 1$ добавляется расстройка Δ_1 . Соответственно расстройки Δ_s прочих мод отсчитываются относительно ω_1/n_1 , т. е. $\Delta_s = 2\beta_{\perp 0}^{-2} (n_1 \omega_s - n_s \omega_1) \omega_1^{-1}$. При этом интегрирование по ϕ приводит к усреднению по разностным фазам $\psi_s - (n_s/n_1)\psi_1$ ($s \neq 1$) в том случае, когда имеет место азимутальная ортогональность мод [11]:

$$n_s m_1 \neq n_1 m_s.$$

Уравнение (1) следует дополнить начальным условием $f_s(\tau=0) = f_{s0}(\zeta)$, а также граничными условиями на входе $f_s(\zeta=0)=0$ и на выходе из пространства взаимодействия [10]:

$$f_s(\zeta_k, \tau) + \frac{1}{V \pi i} \int_0^\tau \frac{1}{V \tau - \tau'} \left. \frac{\partial f_s(\zeta, \tau')}{\partial \zeta} \right|_{\zeta_k} d\tau' = 0.$$

Границное условие к уравнению (2) имеет обычный вид $p(\zeta=0) = e^{i\vartheta_0}$.

Эффективность взаимодействия электронов с ВЧ полем многомодового гиротрона будем характеризовать поперечным электронным КПД

$$\eta_{\perp} = 1 - \langle |p(\zeta_k)|^2 \rangle^{\varphi}, \quad (4)$$

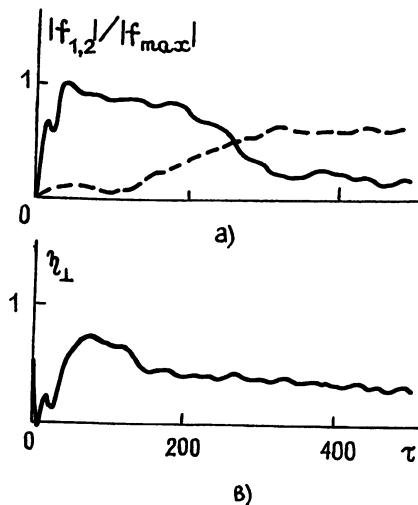
который, как следует из уравнения (2), можно представить в виде суммы КПД отдельных мод:

$$\eta_{\perp} = \sum_s \eta_{\perp s} = \sum_s 2 \operatorname{Im} \left[\int_0^{\zeta_k} \langle (p^*)^n s \rangle e^{i(\psi_s - \Delta_s \zeta)} f_s d\zeta \right]. \quad (5)$$

2. Результаты исследования. Численно исследовалась система, в которой две моды возбуждаются в условиях основного циклотронного резонанса, а волновод при $z > 0$ является регулярным, т. е. расстройки δ_s в (1) полагались равными нулю. Использовался метод интегрирования уравнений типа (1), (2), описанный в [10]. В качестве начального распределения полей мод задавались функции $f_s(\tau=0) = f_{s0} \sin^2(\pi \zeta / \zeta_k)$ с разными амплитудами f_{s0} . Шаг интегрирования по ζ выбирался равным 0,2, по τ — 1. Число электронов с общим центром циклотронного вращения и равномерным распределением по фазам влета ϑ_0 выбиралось равным 16, число элементарных электронных трубок, различающихся фазой ϕ , равным восьми. В основном исследовался гиротрон с оптимальными по КПД током пучка ($I_1=0,009$), приведенной длиной пространства взаимодействия ($\zeta_k=15$) и расстройкой циклотронного резонанса для рабочей моды ($\Delta_1=0,6$). Из результатов [9] известно, что в этом случае при одинаковых параметрах тока для обеих мод ($I_2=I_1$) самовозбуждение паразитных мод возможно в области отрицательных значений взаимной расстройки частот мод $\Delta_2 = 2\beta_{\perp 0}^{-2} (\omega_2 - \omega_1) \omega_1^{-1}$: от $\Delta_2 = -1$ до $\Delta_2 = -0,15$. Нами исследовались

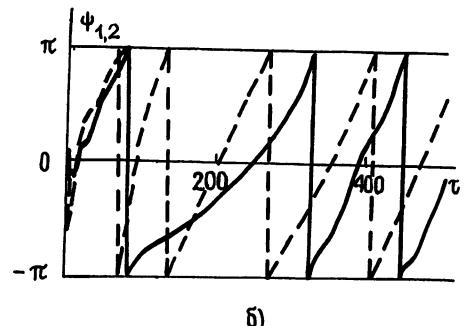
случаи, когда Δ_2 принимает значения от $-0,1$ до $-0,6$. Предполагалось, что условие азимутальной ортогональности $m_2 \neq m_1$ выполняется.

В качестве примера на рис. 2а показана эволюция модулей ампли-



б)

Рис. 2.



б)

колебаний, причем, как видно из рис. 2б, где показана эволюция фаз мод в выходном сечении, в процессе установления происходит выравнивание скоростей изменения фаз мод, т. е. нагруженные частоты мод сдвигаются относительно своих критических частот на примерно одинаковую величину. Вследствие того, что в установленвшемся режиме доминирует вторая мода, для которой расстройка циклотронного резонанса не является оптимальной по кпд, кпд гиротрона, показанный на рис. 2в, составляет около 40%, в то время как в процессе установления, когда доминировала первая мода, кпд превышал 70%.

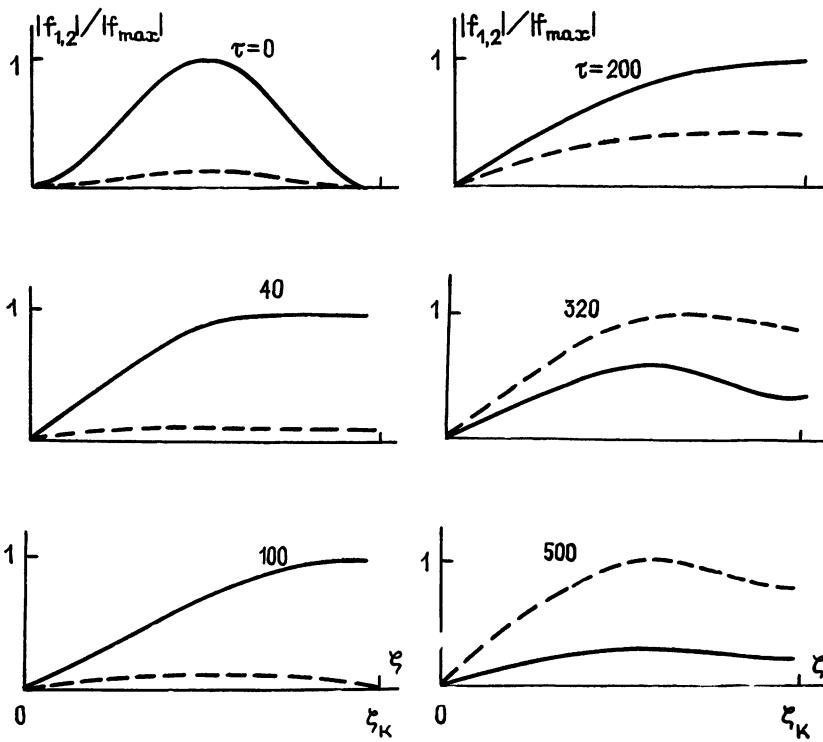


Рис. 3.

Для того чтобы понять причину возбуждения паразитной моды, которая вначале (при $\tau \leq 100$) подавлялась рабочей модой, следует обратиться к рис. 3, на котором изображены продольные структуры мод в различные моменты времени. Из этого рисунка видно, что уже к моменту времени $\tau \approx 40$ устанавливается структура рабочей моды, оптимальная по кпд (ср. [10]) и характеризующаяся низкой дифракционной добротностью (максимум поля находится в выходном сечении резонатора). В то же время продольная структура паразитной моды еще меняется, и при $\tau \approx 100$ эта мода имеет максимум в середине пространства взаимодействия и малую амплитуду в выходном сечении, что повышает ее дифракционную добротность и, соответственно, понижает стартовый ток. Эти рассуждения можно также пояснить, пользуясь известным определением дифракционной добротности $Q_{\text{диф}} = P_s/\omega W_s$ (P_s — мощность излучения s -й моды, W_s — запасенная в резонаторе энергия ее СВЧ колебаний). Как показано А. Б. Павельевым, отношение $q_s = Q_{\text{диф}}/Q_{\text{диф}}^{\min}$ ($Q_{\text{диф}}^{\min} = 4\pi(L/\lambda)^2$, см. [7]) можно выразить в переменных уравнений (1), (2) в виде

$$q_s = \pi \int_0^{\zeta_k} |f_s|^2 d\zeta \left[\zeta_k^2 \operatorname{Im} \left(f_s \frac{\partial f_s^*}{\partial \zeta} \right)_{\zeta_k} \right]^{-1},$$

откуда следует, что мода с малой величиной $f_s(\zeta_k)$ имеет большую величину q_s , чем мода с максимумом поля в выходном сечении, что и понижает ее стартовый ток.

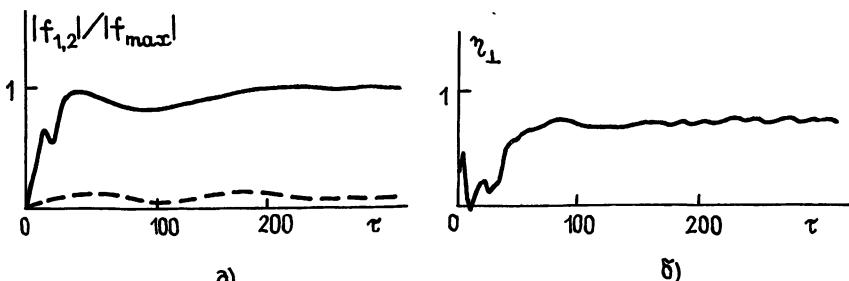


Рис. 4.

Приближение частоты паразитной моды к частоте рабочей моды усиливает эффекты конкуренции, приводящие к подавлению паразитной моды, что видно из рис. 4а, построенного для $\Delta_2 = -0,1$. Полного подавления этой моды не происходит из-за описанной выше адаптивности ее продольной структуры; кпд гиротрона в данном случае превышает 70% (рис. 4б), т. е. близок к кпд одноМодового гиротрона.

При удалении частоты паразитной моды от частоты рабочей моды режим двухмодовых колебаний устанавливается и при $\Delta_2 = -0,3$. При больших расстройках ($\Delta_2 = -0,4$) и тех же начальных условиях ($f_{10} = 0,1$, $f_{20} = 0,01$) рабочая мода практически полностью подавляет паразитную (рис. 5а); кпд при этом превышает 70%. В то же время при одинаковых начальных условиях для обеих мод, а также в том случае, когда начальная амплитуда второй моды больше, чем первой ($f_{20} = 0,1$, $f_{10} = 0,01$), и прежних остальных параметрах устанавливается режим двухмодовых колебаний (рис. 5б, $f_{10} = f_{20}$), но поскольку амплитуды обеих мод в данном случае гораздо ниже ($|f_{1\max}| \approx 0,08$, $|f_{2\max}| \approx 0,05$), чем в предыдущем ($|f_{1\max}| \approx 0,16$), то и кпд оказывается ниже 40%. Дальнейшее увеличение отрицательной расстройки приводит (см. рис. 5в, где $\Delta_2 = -0,6$, $f_{10} = f_{20} = 0,1$) к двухмодовым колебаниям с более длительным процессом установления паразитной моды с меньшей амплитудой ($|f_{1\max}| = 0,074$, $|f_{2\max}| \approx 0,037$). Довольно продолжительные ос-

цилляции амплитуды этой моды связаны с тем, что она находится вблизи границы зоны автомодуляции [10].

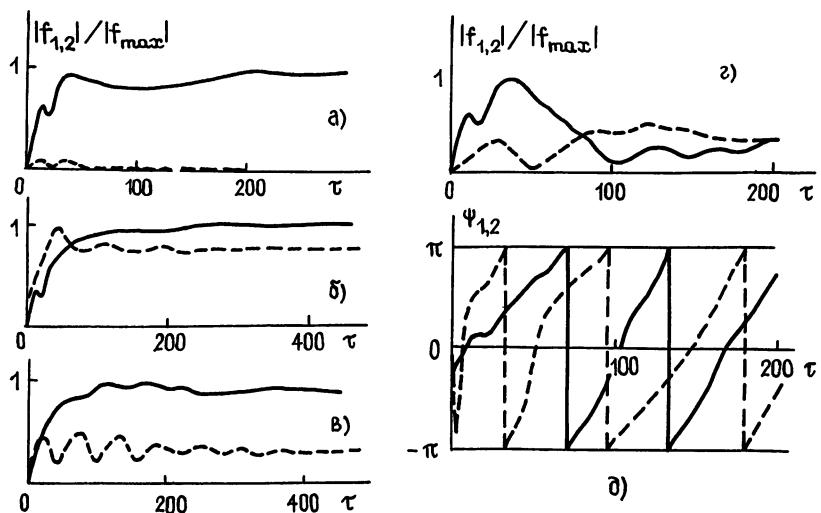


Рис. 5.

Для того чтобы продемонстрировать взаимодействие мод, для которых не выполняется условие азимутальной ортогональности, система уравнений (1), (2) была исследована без усреднения по ф при $\Delta_2 = -0,4$, $f_{10} = 0,1$ и $f_{20} = 0,01$. Результаты представлены на рис. 5г, д, откуда видно, что в данном случае довольно быстро устанавливается режим с соизмеримыми амплитудами мод (кпд около 40%) и примерно одинаковым смещением частот обеих мод относительно критических значений.

Численно исследовалась также возможность нелинейного возбуждения [12] более высокочастотных паразитных мод, частоты которых лежат вне зоны самовозбуждения гиротрона. Расчеты показали, что при оптимальном токе пучка ($I_1 = 0,009$) этот эффект отсутствует, т. е. интенсивности рабочей моды не хватает для нелинейного возбуждения подобных внеполосных мод.

3. Обсуждение. Развитая теория позволяет исследовать процессы взаимодействия мод в гиротроне с нефиксированной продольной структурой ВЧ поля. Нефиксированность структуры ВЧ поля низкодобротного резонатора приводит к возможности адаптивной автоподстройки структуры паразитной моды с целью увеличения ее доброкачественности и, соответственно, понижения стартового тока. Результатом является возможность самовозбуждения в гиротроне с оптимальными для рабочей моды параметрами колебаний более низкочастотных паразитных мод, приводящая к установлению двухмодовых режимов с относительно низким кпд. Зона самовозбуждения паразитных мод в гиротроне с нефиксированной продольной структурой ВЧ поля оказывается существенно шире, чем в гиротроне с высокодобротным резонатором. Результатом возбуждения паразитной моды может стать установление режима двухмодовых колебаний (случай слабой связи мод [13]). Поскольку последний эффект при несинхронном взаимодействии мод с фиксированной пространственной структурой возможен только при их жестком самовозбуждении [14], а в нашем случае паразитная мода ($\Delta_2 < 0$) находится в условиях мягкого самовозбуждения, то можно предположить, что причиной этого эффекта являются различия в продольных структурах модулей и фаз взаимодействующих мод.

Наконец, зависимость поведения гиротрона от начальных условий (ср. рис. 5а и 5б) свидетельствует о достаточно сложном фазовом порт-

рете данной автоколебательной системы: помимо примыкающей к оси $|f_1|$ части фазового пространства, в которой траектории, изображающие состояние генератора, стремятся к устойчивому состоянию равновесия на оси $|f_1|$, существует другая часть пространства, в которой траектории стремятся к двухмодовому состоянию равновесия.

Таким образом, уже рассмотрение простейшего случая взаимодействия двух мод показывает, что нефиксированность продольной структуры ВЧ поля существенно обогащает картину взаимодействия мод по сравнению с исследованными ранее процессами взаимодействия мод с фиксированной структурой поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарница И. Г., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 12. С. 1858.
2. Нусинович Г. С. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1974. № 3. С. 44.
3. Kreischer K E, Temkin R. J. // Int. J. Inf. Mill. Waves. 1981. V. 2 № 2 P. 175.
4. Dialetis D, Chu K. R // Inf. Mill. Waves. Academic Press 1983. V 7 P. 537.
5. Min Zhu, Döring H. // Int J. Inf. Mill. Waves 1986. V. 7. № 4. P. 653.
6. Borie E., Jodicke B. // Int J Inf. Mill. Waves. 1987. V 8. № 3. P. 207
7. Братман В. Л. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 622.
8. Fliflet A W. et al. // Int. J. Electr. 1982. V 53 № 6. P. 505
9. Нусинович Г. С., Павельев А. Б. Препринт ИПФ АН СССР № 196. Горький, 1988.
10. Ginzburg N. S., Nusinovich G. S., Zavolsky N. A. // Int J. Electr. 1986. V. 61. № 6. P. 881. Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С., Завольский Н. А. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32 № 5. С. 1031.
11. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974 Т 17. № 11. С. 1709.
12. Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 8. С. 1043.
13. Lamb W. E. // Phys. Rev. 1964. V. 134. № 6а. P. 1429.
14. Вайнштейн Л. А. // В сб.: Электроника больших мощностей. — М.: Наука, 1969. Сб. 6. С. 84.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
4 апреля 1989 г.

MODE INTERACTION IN GYROTRONS WITH A NON-FIXED AXIAL STRUCTURE OF THE RF FIELD

N. A. Zavol'skij, G. S. Nusinovich

The theory is developed, which describes nonstationary processes of mode interaction in gyrotrons with a non-fixed axial structure of the RF field. It is shown that even in the simplest case of two-mode interaction, due to the adaptive variation of their structures, two-mode oscillations as well as mode competition can take place.

УДК 538.566

К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЭФФЕКТА КАНАЛИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ТОНКОСТЕННЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПУЧКАМИ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

Н. С. Гинзбург, М. А. Горшкова, А. Д. Шаткус

Для лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), основанных на вынужденном ондуляторном излучении, получены дисперсионные уравнения, описывающие усиление и канализацию электромагнитных волн тонкостенными — ленточными и трубчатыми — релятивистскими электронными пучками. Рассмотрены системы с плоскими магнитными и электрическими ондуляторами, а также с осесимметричным магнитным ондулятором. Исследованы комптоновский и рамановский режимы взаимодействия. Показано отсутствие процессов канализации при излучении волн *H*- и *E*-поляризаций, обусловленное различным соотношением компонент волн, осуществляющих перенос электромагнитной энергии и связь с электронным пучком.

В последнее время значительный интерес уделяется исследованию эффектов канализации излучения пучками релятивистских электронов-осцилляторов в различных схемах лазеров на свободных электронах ЛСЭ [1—12]. Наряду с общими закономерностями проявления указанных эффектов существуют определенные различия, связанные с типом осцилляторов, геометрией систем, а также с поляризационными эффектами.

Ниже на примере ЛСЭ-убитронов с магнитным и электрическим ондуляторами показано, что тип дисперсионного уравнения и, соответственно, инкременты усиления и масштабы локализации поля изменяются в зависимости от соотношения между направлением осцилляций электронов и направлением распространения излучаемой волны. Наряду с двумерной моделью убитрона с плоским ондулятором и ленточным релятивистским электронным пучком РЭП в работе рассмотрена также трехмерная модель с трубчатым РЭП и осесимметричным ондулятором. Полученные в работе результаты легко обобщаются на ЛСЭ, основанные на вынужденном рассеянии волн, в которых осцилляторное движение сообщается электронам интенсивной волной накачки *H*- и *E*-типа.

1. УБИТРОН С ПЛОСКИМ МАГНИТНЫМ ОНДУЛЯТОРОМ И ЛЕНТОЧНЫМ РЭП

На основе анализа дисперсионного уравнения исследуем здесь более подробно, чем в [10], канализацию излучения ленточным РЭП, движущимся через плоский ондулятор, магнитное поле которого задается вектор-потенциалом

$$\mathbf{A}_u = \operatorname{Re}[\mathbf{y}_0 \tilde{A}_u \operatorname{ch}(h_u x) e^{ih_u z}], \quad (1)$$

где $h_u = 2\pi/d$, d — период ондулятора. Допустим, что бесконечно тонкий ленточный РЭП инжектируется в сечение $x=0$. Поступательная скорость электронов $v_{||}$ направлена вдоль оси z , а колебания электронов в поле ондулятора происходят в плоскости yz^* . Излучаемое элек-

* Очевидно, поперечно-неоднородное ондуляторное поле образует фокусирующий потенциальный рельеф, дно которого в данном случае совпадает с плоскостью инжекции пучка. При необходимости дополнительная фокусировка пучка может быть осуществлена наложением продольного магнитного поля $H_0 = H_0 z_0$, которое при условии $\omega_n \ll h_u v_{||}$ ($\omega_n = eH_0/mc\gamma$) не оказывает влияния на осцилляторное движение и излучение частиц.

ронным пучком электромагнитное поле представляет собой ТЕ-волну с вектор-потенциалом

$$A_s = \operatorname{Re} [y_0 \tilde{A}_s(x) e^{i(\omega t - h_z)}]. \quad (2)$$

Задача состоит в определении в линейном приближении дисперсионных характеристик $h(\omega)$, а также поперечной структуры $A_s(x)$ излучающей волны.

При выполнении условий комбинационного синхронизма

$$\omega \approx h_c v_{\parallel}, \quad (3)$$

где $h_c = h_u + h$ — движение электронов в полях (1), (2), можно представить как сумму быстроосцилляторного со скоростями осцилляций

$$v_y^u = -\operatorname{Re} \left[\frac{e \tilde{A}_u}{mc\gamma} e^{ih_u z} \right], \quad v_y^s = -\operatorname{Re} \left[\frac{e \tilde{A}_s}{mc\gamma} e^{i(\omega t - h_z)} \right] \quad (4)$$

и медленного дрейфового движения под действием усредненной пондеромоторной силы

$$F_z = \frac{e^2}{28} \operatorname{Re} [i h_c \tilde{A}_u \tilde{A}_s e^{i(\omega t - h_c z)}], \quad (5)$$

$\mathcal{E} = mc^2\gamma$ — энергия электронов. Под влиянием пондеромоторной силы, представляющей собой синхронную комбинационную волну, развивается модуляция плотности пучка с частотой ω и волновым числом h_c . Это приводит к возбуждению дополнительного поля высокочастотного пространственного заряда, которое имеет следующие компоненты:

$$E_{z,x}^b, H_y^b = \operatorname{Re} [\tilde{E}_{z,x}^b(x), \tilde{H}_y^b(x) e^{i(\omega t - h_c z)}]. \quad (6)$$

Линеаризованные усредненные уравнения движения электронов в полях (5), (6) могут быть записаны в виде

$$m \tau_0^3 (\partial v_z / \partial t) = F_z + e E_z^b, \quad (7)$$

где индекс «0» соответствует невозмущенным начальным значениям величин. Представляя продольную скорость электронов v_z , поверхностную плотность заряда σ и тока $j_z = \sigma v_z$ в форме

$$v_z, \sigma, j_z = \operatorname{Re} [\tilde{v}_z, \tilde{\sigma}, \tilde{j}_z e^{i(\omega t - h_c z)}],$$

для амплитуд возмущений этих величин из уравнения (7) и уравнения непрерывности

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

с учетом (5), (6) получим

$$\tilde{v}_z = \frac{1}{\omega - h_c v_{\parallel}} \left[\frac{e^3 h_c \tilde{A}_u \tilde{A}_s(0)}{2m^3 c^2 \tau_0^4} - \frac{i e \tilde{E}_z^b(0)}{m \tau_0^3} \right]; \quad (9)$$

$$\tilde{j}_z = \frac{\omega}{h_c} \tilde{\sigma} = \frac{\omega \sigma_0 \tilde{v}_z}{\omega - h_c v_{\parallel}}. \quad (10)$$

Для записи уравнений возбуждения сигнальной волны необходимо также выражение для поперечной компоненты электронного тока

$j_y = \sigma v_u$ на частоте ω . С учетом соотношения (4) для этой компоненты имеем

$$j_y = \operatorname{Re}[\tilde{j}_y e^{i(\omega t - hz)}], \quad \tilde{j}_y = -\frac{e\tilde{A}_u}{2m\gamma_0 c} \tilde{\sigma}. \quad (11)$$

В свободном пространстве вне электронного пучка в соответствии с уравнениями Максвелла амплитуда сигнальной волны изменяется по закону $\tilde{A}_s = \tilde{A}_s(0) e^{-ixIx_1}$, где $x = \sqrt{\omega^2/c^2 - h^2}$ — поперечное волновое число. На пучке должна претерпевать разрыв продольная компонента магнитного поля волны ($\tilde{H}_z = -ix\tilde{A}_s(0) \operatorname{sign} x$)

$$\{\tilde{H}_z\}|_{x=0} = -\frac{4\pi}{c}\tilde{j}_y \quad \text{или} \quad ix\tilde{A}_s(0) = -\frac{\pi e\tilde{A}_u\tilde{\sigma}}{mc^3\gamma_0}. \quad (12)$$

Аналогичным образом получаются уравнения для амплитуды поля пространственного заряда. На электронном пучке испытывает разрыв $\tilde{H}_y^b = -\frac{\omega}{gc}\tilde{E}_z^b \operatorname{sign} x$ -компоненты магнитного поля (ср. с [13,14])^{*}

$$\{\tilde{H}_y^b\}|_{x=0} = \frac{4\pi}{c}\tilde{j}_z \quad \text{или} \quad \tilde{E}_z^b(0) = -\frac{2\pi g\tilde{\sigma}}{h_c}, \quad (13)$$

где $g = \sqrt{\omega^2/c^2 - h_c^2}$ — поперечное волновое число поля пространственного заряда.

Объединяя (9) — (11), (13), приходим к дисперсионному уравнению

$$ix\left[(\omega - h_c v_{\parallel})^2 - \frac{i\omega_b^2 g}{2}\right] = -\frac{1}{8} \alpha_u^2 \omega_b^2 h_c^2, \quad (14)$$

где $\alpha_u = e\tilde{A}_u/mc^2\gamma_0$, $\omega_{\parallel} = \sqrt{4\pi e\sigma_0/m\gamma_0^3}$ — продольная плазменная частота.

Рассмотрим далее решение (14), соответствующее волнам, распространяющимся в направлении, близком к оси z : $h = (\omega/c)(1-\Gamma)$, где $|\Gamma| \ll 1$ ^{**}. В таком параксиальном приближении дисперсионное уравнение может быть приведено к виду

$$\sqrt{\frac{\tilde{\Gamma}}{\Gamma - \tilde{\Delta}}}[(\tilde{\Gamma} - \tilde{\Delta})^2 - q^2] = i; \quad (15a)$$

$$\tilde{\kappa}[(\tilde{\omega}^2 - \tilde{\Delta})^2 - q^2] = i, \quad (15b)$$

где $\tilde{\Gamma} = \Gamma/G$, $\tilde{\kappa} = \kappa/\sqrt{2G} = \sqrt{\frac{\tilde{\Gamma}}{\Gamma}}$, $\tilde{\Delta} = \Delta/G$, $\Delta = (c/v_{c0} - c/v_{\parallel})$ — начальная расстройка синхронизма, $v_{c0} = \omega/(\omega/c + h_u)$ — невозмущенная фазовая скорость комбинационной волны, $q = Q/G$, $Q = \omega_b \parallel |g|/\sqrt{2} \omega_{\parallel} \beta_{\parallel}$ — параметр пространственного заряда, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$,

$$G = \left(\frac{\omega_b^2 \parallel \alpha_u^2 h_c^2 c}{\sqrt{2} 8\omega^3 \beta_{\parallel}^2} \right)^{2/5} \quad (16)$$

— параметр усиления.

* Заметим, что непосредственно воздействующие на движение электронов E_y - и H_v -компоненты поля сигнальной волны и E_z^b -компоненты поля пространственного заряда непрерывны в плоскости пучка.

** Для временной постановки задачи (эффект сверхизлучения [15]) интересен также случай квазипоперечного распространения излучаемой волны ($h \rightarrow 0$), когда для собственных частот колебаний слоя из (14) при $\omega_b \parallel / h_u v_{\parallel} \ll 1$ имеем

$$\omega \approx h_u v_{\parallel} \pm \sqrt{i \omega_b^2 \parallel \left(\frac{\alpha_u^2 h_u^2 c}{8 h_u v_{\parallel}} + \frac{g}{2} \right)}. \quad .$$

Комптоновский режим взаимодействия. В режиме исчезающее малого влияния пространственного заряда ($q \ll 1$) решение (15) легко находится в случае точного начального синхронизма $\tilde{\Delta} = 0$:

$$\tilde{\alpha}_n = \exp[i(\pi/10) + 2\pi(n-1)/5]; \quad (17a)$$

$$\tilde{\Gamma}_n = \exp[i(\pi/5) + 4\pi(n-1)/5], \quad (17b)$$

где $n=1 \div 5$. Согласно (17) в рассматриваемой системе существуют пять нормальных волн (см. рис. 1), две из которых возрастают вдоль оси z , $\text{Im } \tilde{\alpha}_{3,5} < 0$, две затухают, $\text{Im } \tilde{\alpha}_{1,4} > 0$, и одна волна распространяется без изменения амплитуды, $\text{Im } \tilde{\alpha}_2 = 0$. Амплитуды волн с номерами $n=1 \div 3$ нарастают при удалении от пучка, $\text{Re } \tilde{\alpha} > 0$, в то время как волны с номерами $n=4,5$ затухают, $\text{Re } \tilde{\alpha} < 0$. Заметим, что поток энергии (поперечная компонента вектора Пойнтинга) для волн с $n=1,5$ направлен от пучка к периферии, $\text{Re } \tilde{\Gamma} > 0$, а для волн $n=3,4$ в противоположном направлении, $\text{Re } \tilde{\Gamma} < 0$, для волн с $n=2$ указанный поток отсутствует, $\text{Re } \tilde{\Gamma} = 0$. Среди двух нарастающих в продольном направлении волн особый интерес представляет волна с $n=5$, поскольку эта волна локализована в поперечном направлении и имеет поток энергии, направленный от пучка (абсолютная величина этого потока экспоненциально убывает при удалении от пучка).

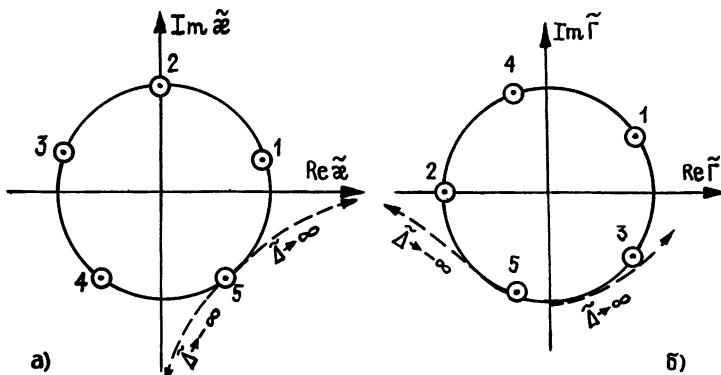


Рис. 1. ЛСЭ с плоским магнитным ондулятором и ленточным РЭП. Расположение на комплексной плоскости (а) поперечных и (б) продольных волновых чисел нормальных волн в комптоновском режиме взаимодействия: $q=0$, $\tilde{\Delta}=0$. Стрелками показано направление смещения корня, соответствующего усиливающейся локализованной волне $n=5$ при изменении параметра $\tilde{\Delta}$.

При произвольной величине параметра расстройки синхронизма поперечные и продольные волновые числа канализируемой волны представлены на рис. 2*. Как следует из рис. 2б, максимум инкремента указанной волны достигается при $\tilde{\Delta}=0$. Фазовая скорость волны $v_\phi = c/(1-\text{Re } \tilde{\Gamma})$ меньше скорости света ($\text{Re } \tilde{\Gamma} < 0$) в области $\tilde{\Delta} < \tilde{\Delta}^* \approx 0,4$ и превышает эту скорость ($\text{Re } \tilde{\Gamma} > 0$) в области $\tilde{\Delta} > \tilde{\Delta}^*$. Обратим внимание

* Исследуя поведение других корней дисперсионного уравнения (15), нетрудно установить, что корень $n=4$ на комплексной плоскости поперечных волновых чисел (рис. 1а) всегда расположен симметрично относительно оси ординат с корнем $n=5$. Корни с номером $n=1,3$ при смещении параметра $\tilde{\Delta}$ в сторону отрицательных значений приближаются к оси ординат и при $\tilde{\Delta} < -1,6$ оказываются лежащими на этой оси. В результате при $\tilde{\Delta} < -1,6$ в системе наряду с волной $n=2$ появляются еще две нормальные волны, у которых отсутствует поток энергии в поперечном и изменение амплитуды в продольном направлении.

ние, что по мере увеличения параметра $\tilde{\Delta}$, т. е. чем сильнее поступательная скорость электронов v_{\parallel} превосходит холодную фазовую скорость комбинационной волны v_{co} , тем больше действительная часть поперечного волнового числа и меньше мнимая часть (см. рис. 2а). Это означает, что при увеличении $\tilde{\Delta}$ увеличивается поперечный поток энергии и одновременно возрастает масштаб локализации поля, т. е. возрастает ширина волнового пучка. Напротив, в области больших отрицательных $\tilde{\Delta}$, когда $v_{\parallel} < v_{co}$, поток энергии стремится к нулю, масштаб локализации поля также уменьшается и взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем приобретает реактивный характер.

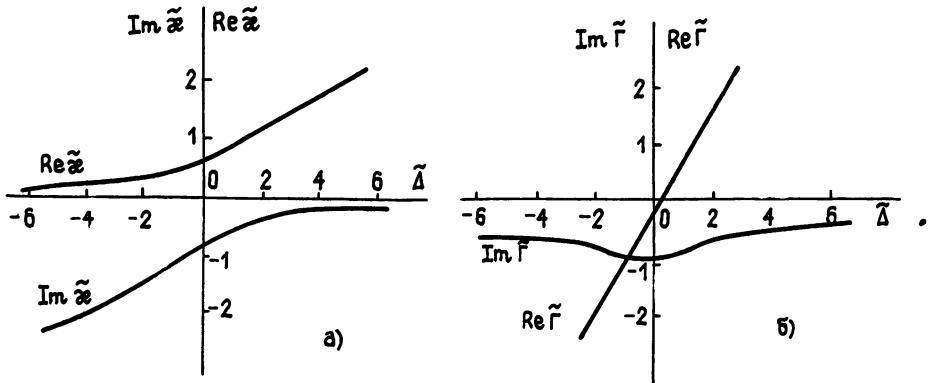


Рис. 2. Зависимость от параметра расстройки комбинационного синхронизма $\tilde{\Delta}$ действительных и мнимых частей (а) поперечных и (б) продольных волновых чисел усиливающейся локализованной собственной моды ($n=5$), $q=0$.

Сказанное подтверждается характером асимптотических решений уравнений (15), которые при $|\tilde{\Delta}| \gg 1$ могут быть получены методом последовательных приближений. Действительно, при $q=0$ один из корней, соответствующий отсутствию поперечного потока энергии, мал по величине, $\tilde{x}_2 \approx i/\tilde{\Delta}^2$, $\tilde{\Gamma}_2 = -1/\tilde{\Delta}^4$, а остальные корни равны

$$\tilde{x}_{1,3,4,5} \approx (\tilde{\Delta})^{1/2} + \frac{1}{2} \left[\frac{i}{(\tilde{\Delta})^{3/2}} \right]^{1/2}. \quad (18)$$

где должны быть взяты все возможные комплексные значения извлекаемых корней. Таким образом, для усиливаемой, локализованной моды при $\tilde{\Delta} > 0$, $\tilde{\Delta} \gg 1$ имеем

$$\tilde{x}_5 \approx \left(\sqrt{\frac{1}{\tilde{\Delta}}} - \frac{1}{2\sqrt{2}\tilde{\Delta}^{3/4}} \right) - \frac{i}{2\sqrt{2}\tilde{\Delta}^{3/4}}; \quad (19a)$$

$$\tilde{\Gamma}_5 \approx \tilde{\Delta} - \frac{1}{\sqrt{2}\tilde{\Delta}^{1/4}} - \frac{i}{\sqrt{2}\tilde{\Delta}^{1/4}}, \quad (19b)$$

а при $\tilde{\Delta} < 0$, $|\tilde{\Delta}| \gg 1$

$$\tilde{x}_5 \approx \frac{1}{2|\tilde{\Delta}|^{3/4}} - i\sqrt{|\tilde{\Delta}|}; \quad (20a)$$

$$\tilde{\Gamma}_5 \approx \tilde{\Delta} - \frac{i}{|\tilde{\Delta}|^{1/4}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (206)$$

Отсюда следует, что при больших положительных значениях расстройки синхронизма $\tilde{\Delta}$ электронный пучок излучает косые электромагнитные волны, распространяющиеся под углом $\psi \approx \sqrt{2} G^{1/2} |\tilde{\Delta}|^{1/2}$ к оси ондулятора. Отрицательные значения $\tilde{\Delta}$ соответствуют замедленным волнам с фазовой скоростью $v_\phi \approx c(1 - G|\tilde{\Delta}|)$. Причем как в первом, так и во втором случаях инкремент отличен от нуля при любых |значениях| расстройки и медленно спадает при ее увеличении.

Рамановский режим взаимодействия. В случае достаточно плотного электронного пучка $q \gg 1$ можно разделить взаимодействие электромагнитной волны с быстрой и медленной волнами пространственного заряда. Предполагая, что в синхронизме находится медленная волна пространственного заряда $\tilde{\Delta} = q + \delta$, где $|\delta| \ll q$, и пренебрегая взаимодействием с быстрой волной, приведем дисперсионное уравнение (15) к виду

$$\tilde{\chi}(\tilde{x}^2 + \delta) = -i/2q. \quad (21)$$

Решение (21) при $\delta=0$ дается соотношениями

$$\tilde{\chi}_n = 1/(2q)^{1/3} \exp \left[i \left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}(n-1) \right) \right]; \quad (22a)$$

$$\tilde{\Gamma}_n = 1/(2q)^{2/3} \exp \left[i \left(-\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3}(n-1) \right) \right], \quad (226)$$

где $n=1 \div 3$. Расположение корней на комплексной плоскости показано на рис. 3. Очевидно, что в рассматриваемом режиме взаимодействия среди нормальных волн также существует усиливающаяся, локализованная в поперечном направлении волна ($n=1$). Заметим, что в случае синхронизма с быстрой волной пространственного заряда $\tilde{\Delta} = -q$ подобные волны отсутствуют.

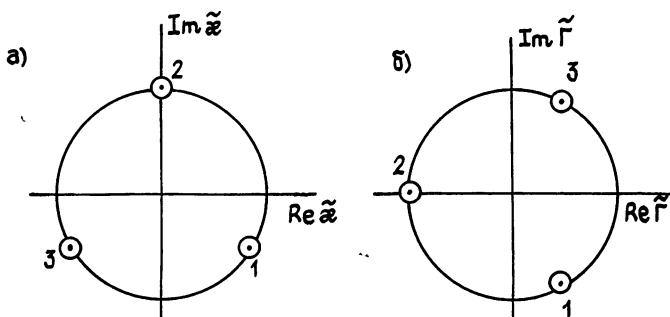


Рис. 3. Расположение на комплексной плоскости (а) поперечных и (б) продольных волновых чисел нормальных волн в рамановском режиме взаимодействия $a \gg 1$, $\tilde{\Delta} = a$.

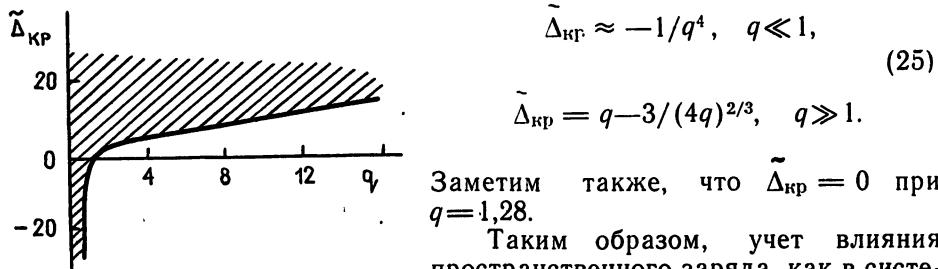
Анализ дисперсионного уравнения (15) при произвольной величине параметра пространственного заряда q показывает, что усиливающаяся локализованная волна существует в области расстроек синхронизма (см. рис. 4)

$$\tilde{\Delta}_{kp} < \tilde{\Delta} < \infty, \quad (23)$$

где $\tilde{\Delta}_{kp}$ определяется из соотношения

$$4\left(-3\tilde{\Delta}_{kp} + \sqrt{4\tilde{\Delta}_{kp}^2 + 5q^2}\right)^{3/2} \left(2\tilde{\Delta}_{kp} + \sqrt{4\tilde{\Delta}_{kp}^2 + 5q^2}\right) = 5^{5/2}. \quad (24)$$

В случае малого и большого параметра пространственного заряда имеем



Заметим также, что $\tilde{\Delta}_{kp} = 0$ при $q = 1,28$.

Таким образом, учет влияния пространственного заряда, как в системах с фиксированной поперечной

штрихована), в которой существует уси-структурой поля [16, 13, 14], ограничи-ливающаяся локализованная волна. вает зону расстроек синхронизма, в которой возможно усиление со сто-роны больших отрицательных значений. В то же время в отличие от традиционных систем усиление возможно при сколь угодно больших положительных расстройках (на рис. 4 отсутствует вторая граница, ограничивающая зону усиления в области $\tilde{\Delta} \gg 1$ (ср. [16], рис. 6.3). Это подтверждается также асимптотическим поведением корней при больших значениях $\tilde{\Delta}$. Так, при $\tilde{\Delta} < 0$, $|\tilde{\Delta}| \gg \max(1, q)$ из уравнения (15б) имеем

$$\tilde{x}_5 \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{|\tilde{\Delta}|^{3/2}} - \frac{q^2}{|\tilde{\Delta}|}} - i \sqrt{|\tilde{\Delta}|}; \quad (26a)$$

$$\tilde{\Gamma}_5 \approx \tilde{\Delta} - q - \frac{i}{2q\tilde{\Delta}^{1/2}}, \quad (26b)$$

а при $\tilde{\Delta} > 0$, $\tilde{\Delta} \gg \max(1, q, 1/q^{2/3})$

$$\tilde{x}_5 = \left[\sqrt{\frac{\tilde{\Delta}}{2}} - \frac{q}{2\sqrt{\frac{\tilde{\Delta}}{2}}} \right] - \frac{i}{4q\tilde{\Delta}}; \quad (27a)$$

$$\tilde{\Gamma}_5 = \tilde{\Delta} - q - \frac{i}{2q\sqrt{\frac{\tilde{\Delta}}{2}}}. \quad (27b)$$

Согласно формулам (26б), (27б) наличие конечного пространственного заряда приводит не только к появлению границы усиления при отрицательных расстройках ($\tilde{\Delta}_{kp} = -1/q^4$), но также к более быстрому по сравнению с комптоновским случаем (ср. с (19б)) убыванию инкремента при увеличении $\tilde{\Delta}$ в сторону положительных значений, $\text{Im } \tilde{\Gamma} \sim 1/\tilde{\Delta}^{1/2}$.

2. УБИТРОН С ПЛОСКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ОНДУЛЯТОРОМ И ЛЕНТОЧНЫМ РЭП

Рассмотрим теперь случай, когда осцилляторное движение сообщается электронам при пролете через электрический ондулятор. Будем

считать, что электроны могут двигаться строго вдоль оси z (замагниченный пучок, $\omega_h \gg h_u v_{||}, \omega - hv_{||}$) и воздействующую на электроны продольную компоненту электрического поля ондулятора представим в виде

$$E_z = \operatorname{Re}[\tilde{E}_u e^{ih_u z}] . \quad (28)$$

Замагниченный РЭП может взаимодействовать только с волной ТМ-поляризации, имеющей компоненты

$$E_{z,x}; \quad H_y = \operatorname{Re}[\tilde{E}_{z,x}(x, z), \tilde{H}_y(x, z) e^{i(\omega t - h z)}] . \quad (29)$$

Соответственно выражения для осцилляторных скоростей и усредненной пондеромоторной силы имеют вид [14]

$$v_z^u = -\operatorname{Re}\left[\frac{ie\tilde{E}_u}{m\Omega\gamma_0^3} e^{ih_u z}\right], \quad v_z^s = -\operatorname{Re}\left[\frac{ie\tilde{E}_s}{m\Omega\gamma_0^3} e^{i(\omega t - h z)}\right]; \quad (30)$$

$$F_z = -\frac{e^2}{2m\gamma^3\Omega^2} \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{Re}[\tilde{E}_s(0)\tilde{E}_u e^{i(\omega t - h_c z)}], \quad (31)$$

где с учетом условий комбинационного синхронизма (3) $\Omega = h_u v_{||} = \omega - hv_{||}$. Выражение для поля высокочастотного пространственного заряда совпадает с (6), (13).

Вывод дисперсионного уравнения аналогичен предыдущему разделу. Линеаризованные уравнения движения могут быть представлены в виде (7), (8). Отличается только уравнение возбуждения сигнальной волны. В данном случае претерпевает разрыв H_y^s -компоненты магнитного поля волны

$$\{\tilde{H}_y^s\} = \frac{4\pi}{c} \tilde{j}_z . \quad (32)$$

где амплитуда комбинационной компоненты тока с учетом (30) определяется соотношением

$$\tilde{j}_z = -\frac{ie\tilde{E}_u}{2m\Omega\gamma_0^3} \tilde{\sigma} . \quad (33)$$

Считая по-прежнему, что поперечная структура сигнальной волны имеет вид $e^{-i\omega t} \mathbf{x}^1$, и принимая во внимание соотношение между компонентами волны $\tilde{H}_y = -(i\omega/c)^{-1} \tilde{E}_z$, для непрерывной плоскости пучка продольной компоненты электрического поля имеем

$$\tilde{E}_z^s(0) = i \frac{\pi}{\omega} \frac{xe\tilde{E}_u}{m\gamma_0^3\Omega} \tilde{\sigma} . \quad (34)$$

В результате приходим к дисперсионному уравнению

$$[(\omega - h_c v_{||})^2 - ig\omega_{||}^2] - i \frac{\omega_b^2 h_c^2 c^2 \alpha_u^2}{8\Omega\gamma_0^6\omega} , \quad (35)$$

где $\alpha_u = e\tilde{E}_u/mc\Omega$. В параксиальном приближении $h = (\omega/c)(1-\Gamma)$, $\Gamma \ll 1$, уравнение приобретает вид

$$[(\tilde{\Delta} - \tilde{\kappa}^2)^2 - q^2] = i\tilde{\kappa} . \quad (36)$$

Здесь все обозначения идентичны с использованными при записи уравнения

ний (15), где под величиной параметра усиления следует понимать

$$G = \left(\frac{\omega_b^2 |k_c^2 c \alpha_u^2|}{4\sqrt{2} \omega^3 \Omega_{10}^6 \beta_{||}^2} \right)^{2/3}. \quad (37)$$

Комптоновский режим взаимодействия: $q \ll 1$. Канализация излучения имеет место при наличии собственных волн, нарастающих в продольном направлении $\text{Im } \Gamma < 0$, локализованных в поперечном направлении $\text{Im } \alpha < 0$ и переносящих энергию от пучка к периферии $\text{Re } \alpha > 0$.

Как нетрудно видеть, при $\tilde{\Delta} = 0$ решения (36) даются соотношениями

$$\tilde{\alpha}_4 = 0, \quad \tilde{\alpha}_n = \exp \left[i \left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}(n-1) \right) \right], \quad n = 1 \div 3, \quad (38)$$

и волны, удовлетворяющие перечисленным выше признакам, отсутствуют (рис. 5). Для исследования поведения корней (36) при изменении параметра $\tilde{\Delta}$ с помощью замены переменных $y = i\tilde{\alpha}$ приведем (36) к форме алгебраического уравнения с действительными коэффициентами

$$y = (\tilde{\Delta} + y^2)^2. \quad (39)$$

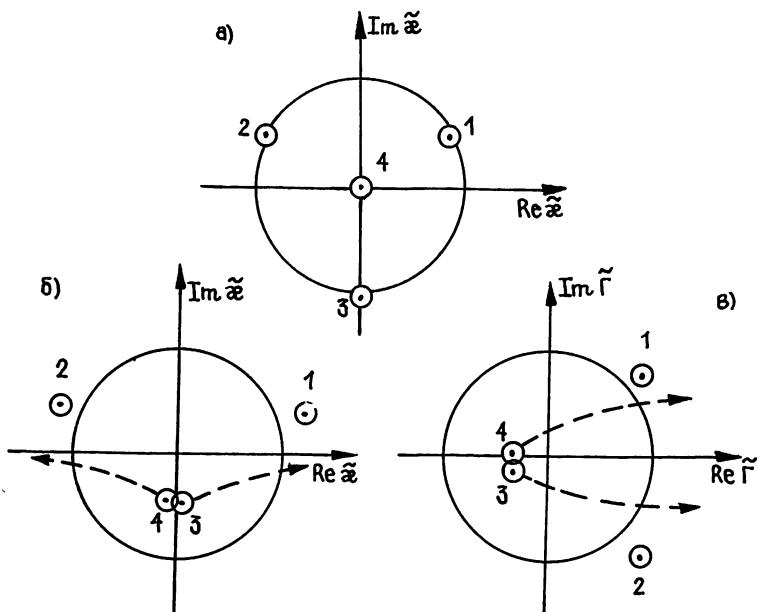


Рис. 5. Комптоновский режим взаимодействия в ЛСЭ с электрическим ондулятором и ленточным замагниченным РЭП. Расположение на комплексной плоскости (а) поперечных волновых чисел нормальных волн в условиях точного начального синхронизма, $\tilde{\Delta} = 0$; (б, в) поперечных и продольных волновых чисел при $\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_*$, стрелками показано направление эволюции корней при $\tilde{\Delta} > \tilde{\Delta}_*$, когда существует усиливающаяся локализованная волна.

При $\tilde{\Delta} = 0$ уравнение (39) имеет два комплексных и два действительных корня. При изменении величины $\tilde{\Delta}$ в сторону положительных значений происходит сближение действительных корней, и при $\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_*$ в момент касания кривых $f_1 = y$ и $f_2 = (\tilde{\Delta} + y^2)^2$ эти корни сливаются. Бифуркационное значение $\tilde{\Delta}$ находим из условий $f_1 = f_2$, $f'_{1y} = f'_{2y}$; $\tilde{\Delta}_* = (3/8)\sqrt{2}$.

При $\tilde{\Delta} > \tilde{\Delta}_*$ возникает два дополнительных комплексных корня, одному из которых $n=4$ соответствует значение $\tilde{\alpha}$, лежащее в правом нижнем квадранте (рис. 5б). Зависимость от параметра $\tilde{\Delta}$ действительных и мнимых частей поперечных и продольных волновых чисел для канализируемой РЭП собственной волны показана на рис. 6. Асимптотическое поведение волновых чисел при больших положительных значениях параметра определяется соотношениями

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\Delta}^{1/2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{1}{\tilde{\Delta}^{1/4}} - i \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{1}{\tilde{\Delta}^{1/4}} ; \quad (40a)$$

$$\tilde{\Gamma} = \tilde{\Delta} - \frac{\sqrt{2}}{2} \tilde{\Delta}^{1/4} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \tilde{\Delta}^{1/4} . \quad (40b)$$

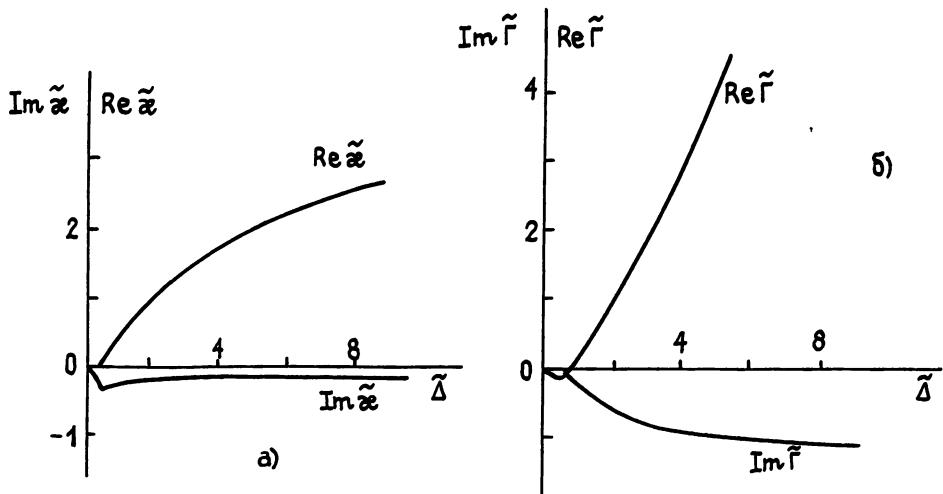


Рис. 6. То же, что на рис. 2 в случае электрического ондулятора.

Обратим внимание на ряд существенных отличий рассматриваемого случая от излучения ТЕ-волн в магнитном ондуляторе. Во-первых, канализируемая пучком усиливающаяся ТМ-волна существует только при положительных значениях расстройки. Во-вторых, как следует из общего решения уравнения (39), которое может быть получено методом Декарта—Эйлера, $|Im \tilde{\Gamma}|$ монотонно возрастает при увеличении $\tilde{\Delta}$. При этом существует оптимальное значение параметра усиления $G_{opt} \approx 1,2\tilde{\Delta}$, при котором достигается максимум инкремента для заданного значения ненормированной расстройки синхронизма $\tilde{\Delta}$:

$$|Im \tilde{\Gamma}|_{max} \frac{\omega}{c} \approx 0,44 \Delta \frac{\omega}{c} . \quad (41)$$

Эти особенности обусловлены следующими обстоятельствами. Замагниченные электроны совершают в электрическом ондуляторе только продольные осцилляции и не взаимодействуют с электромагнитными волнами, распространяющимися строго в продольном направлении. В соответствии с соотношениями (40а), (40б) при увеличении параметра расстройки $\tilde{\Delta}$ растет угол, под которым излучается волна ($\psi = -\sqrt{2} G^{1/2} \tilde{\Delta}^{1/2}$), и соответственно увеличивается воздействующая на электроны продольная компонента электрического поля ($E_z \approx c \kappa E_x / \omega$).

В результате увеличивается эффективность взаимодействия и инкремент монотонно возрастает с ростом Δ : $\text{Im } \tilde{\Gamma} = \tilde{\Delta}^{1/4}/\sqrt{2}$.

Рамановский режим взаимодействия $q \gg 1$. Предполагая, что в синхронизме находится медленная волна пространственного заряда $\tilde{\Delta} = q + \delta$, где $|\delta| \ll q$, приведем дисперсионное уравнение к виду

$$\tilde{x}^2 - \tilde{\Delta} = -i\tilde{x}/2q. \quad (42)$$

Решение (42) дается соотношениями

$$\tilde{x}_{1,2} = -\frac{i}{4q} \mp \sqrt{\delta - 1/16q^2}, \quad \tilde{\Gamma}_{1,2} = \delta - \frac{1}{8q^2} \pm \frac{i}{2g} \sqrt{\delta - \frac{1}{16q^2}}. \quad (43)$$

Согласно (43) при $\delta > 1/16q^2$ один из корней уравнения (42) лежит в правом нижнем квадранте и существует локализованная усиливающаяся волна. В случае синхронизма с быстрой волной пространственного заряда ($\tilde{\Delta} = -q$) подобные волны отсутствуют.

Из формул (43) также следует, что, как и в комптоновском режиме, инкремент монотонно растет с увеличением приведенной расстройки $\tilde{\Delta}$. Причем записав инкремент через не нормированные на параметр усиления величины

$$|\text{Im } \Gamma| = \sqrt{\frac{G^3}{4Q^2} \left(\Delta' - \frac{G^3}{16Q^2} \right)}, \quad (44)$$

где $\Delta' = \delta G = \Delta - Q$, видим, что при заданной расстройке синхронизма с медленной волной пространственного заряда Δ' инкремент максимален при $G^3/8Q^2 = \Delta'$ и равен $\frac{\omega}{c} |\text{Im } \Gamma|_{\max} = \Delta' \frac{\omega}{c}$.

3. УБИТРОН С ОСЕСИММЕТРИЧНЫМ МАГНИТНЫМ ОНДУЛЯТОРОМ И ТРУБЧАТЫМ РЭП

Рассмотрим эффект канализации излучения в условиях аксиальной симметрии. Пучок считается трубчатым с дельта-образным распределением плотности $n_b(r)$ по радиусу: $n_b(r) = \frac{l}{2\pi aev_{||}} \delta(r-a)$, где l — ток пучка, a — его радиус. Вектор-потенциалы полей ондулятора и излучаемой ТЕ-волны имеют только азимутальные компоненты

$$\mathbf{A}_u = \text{Re} [\varphi_0 A_u(r) e^{i\hbar_u z}]; \quad (45)$$

$$\mathbf{A}_s = \text{Re} [\varphi_0 A_s(r) e^{i(\omega t - \hbar z)}], \quad (46)$$

где φ_0 — азимутальный орт, $A_{u,s}$ — амплитуды полей ондулятора и электромагнитной волны. В этих условиях быстрые осцилляции электронов имеют только азимутальную компоненту:

$$\mathbf{v} = -\text{Re} \left\{ \varphi_0 \frac{eA_u}{m\gamma c} e^{i\hbar_u z} + \varphi_0 \frac{eA_s}{m\gamma c} e^{i(\omega t - \hbar z)} \right\}, \quad (47)$$

а усредненная пондеромоторная сила действует в продольном направлении и по-прежнему определяется формулой (5). Высокочастотное поле пространственного заряда представляет собой аксиально-симметричную ТМ-волну с компонентами E_z^b , E_r^b , H_φ^b .

Сшивая, как и выше, поля на поверхности пучка, получим дисперсионное уравнение

$$(\tilde{x}^2 - \tilde{\Delta})^2 - q^2 + \frac{2}{\Lambda} I_1 \left(\frac{i\tilde{x}}{\Lambda} \right) K_1 \left(\frac{i\tilde{x}}{\Lambda} \right) = 0, \quad (48)$$

где

$$q = \frac{1}{G} \left[\frac{2eI}{\beta_0^3 \gamma_0^3 mc^3} \frac{c^2 |g|^2}{\omega^2} I_0(|g|a) K_0(|g|a) \right]^{1/2} \quad (49)$$

— параметр пространственного заряда; $I_{0,1}$, $K_{0,1}$ — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков, описывающие радиальную структуру амплитуды E_z и A_s соответственно; $\Lambda = (c/\sqrt{2}\omega a)/G^{1/2}$ — параметр кривизны поверхности пучка, характеризующий поперечные размеры пучка по отношению к характерному масштабу локализации электромагнитной волны. Остальные обозначения те же, что и в разд. 1, где под A_u нужно понимать амплитуду поля (45) в месте расположения пучка: $A_u \rightarrow A_u(r=a)$, $\sigma_0 \rightarrow I/2\pi a v_{||}$.

Полученное уравнение отличается от рассмотренного выше дисперсионного уравнения (15б) наличием дополнительного независимого параметра кривизны Λ . Однако в пределе $\Lambda \ll |\tilde{x}|$ асимптотические разложения для модифицированных функций Бесселя дают $(2/\Lambda) I_1(i\tilde{x}/\Lambda) \times K_1(i\tilde{x}/\Lambda) \simeq (i\tilde{x})^{-1}$. В результате параметр кривизны пучка выпадает из дисперсионного уравнения (48), и оно сводится к уравнению (15б) плоского случая. Действительно, при малой кривизне поверхности пучка, когда поперечный масштаб изменения электромагнитных полей мал по сравнению с радиусом пучка ($\Lambda \ll 1$), форма поверхности не играет роли и справедливы все выводы, сделанные при анализе плоского случая.

Новые дисперсионные соотношения получаются в пределе большой кривизны поверхности пучка, когда $\Lambda \gg |\tilde{x}|$. Разложение в ряд модифицированных функций Бесселя I_1 и K_1 при малых значениях аргумента позволяет свести дисперсионное уравнение (48) к квадратному относительно \tilde{x}^2 :

$$(\tilde{x}^2 - \tilde{\Delta})^2 = q^2 - 1/\Lambda, \quad (50)$$

откуда

$$\tilde{\Gamma} = \tilde{x}^2 = -\tilde{\Delta} \pm i\sqrt{1/\Lambda - q^2}. \quad (51)$$

Из последнего соотношения следует, что усиление имеет место, если

$$1/\Lambda > q^2, \quad (52)$$

причем в рамках сделанных предположений инкремент не зависит от расстройки синхронизма $\tilde{\Delta}$. Соответствующее приведенное поперечное волновое число равно

$$\tilde{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left(\tilde{\Delta}^2 - q^2 + \frac{1}{\Lambda} \right)^{1/2} - \tilde{\Delta} - i \left[\left(\tilde{\Delta}^2 - q^2 + \frac{1}{\Lambda} \right)^{1/2} + \tilde{\Delta} \right]^{1/2} \right\}. \quad (53)$$

Следует отметить, что условие усиления (52) не зависит от тока пучка и определяет некоторое пороговое значение поля накачки. Действительно, используя введенные выше обозначения, неравенство (52) можно переписать в следующей форме:

$$a_u^2 > 8I_0\left(\frac{\omega a}{v_{||}\gamma_0}\right)K_0\left(\frac{\omega a}{v_{||}\gamma_0}\right). \quad (54)$$

В заключение сравним инкременты волн, локализованных электронным пучком, и волн, поперечная структура которых определяется внешним волноводом [13]. Очевидно, что влияние стенок последнего оказывается, если волна успевает от них отразиться при распространении

на расстояние порядка характерной длины усиления. Поскольку в волноводе распространение излучения происходит под углом ψ к оси, тангенс которого равен $\operatorname{tg} \psi = f/hL_{\perp}$, где L_{\perp} — характерный поперечный размер волновода, f — константа, определяемая его геометрической формой, то указанные условия выполняются, если

$$(\operatorname{Im} h)^{-1} > \frac{L_{\perp}}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{hL_{\perp}^2}{f}. \quad (55)$$

При выполнении сильного неравенства (55) и, следовательно, многократном отражении от стенок в процессе усиления поперечную структуру поля можно считать фиксированной.

Если $hL_{\perp} \sim 1$ (длина волны порядка поперечных размеров волновода), условие (55) сводится к обычному требованию медленного изменения амплитуды в масштабе длины волны. В сверхразмерных волноводах, поперечные размеры которых значительно превосходят длину волны излучения, $hL_{\perp} \gg 1$, и несмотря на медленное изменение амплитуды, неравенство (55) может нарушаться. В этом случае поперечное распределение амплитуды поля будет отличаться от распределения амплитуды волноводных мод, и при выполнении сильного неравенства, противоположного по смыслу (55), можно пользоваться дисперсионными соотношениями (15), (48) данной работы.

Сравнение проведем со случаем симметричных ТЕ-мод цилиндрического сверхразмерного волновода, когда $L_{\perp} = R$ — радиус волновода ($\omega R/c \gg 1$), $f = \mu_m$ — m -й корень функции Бесселя J_1 , а параметр усиления C при возбуждении волноводных мод равен [13]

$$C = \left[\frac{eI|\alpha_u|^2}{mc^2\beta_1^3} \frac{J_1(\mu_m a/R)}{J_0^2(\mu_m)} \frac{c^2}{\omega^2 R^2} \right]^{1/3}. \quad (56)$$

Отсюда, считая $a \sim R$, получим с точностью до геометрического фактора порядка единицы

$$\frac{G}{C} \sim \left(C^{1/2} \frac{\omega a}{c} \right)^{1/3} \sim (\operatorname{Im} \alpha)^{1/3}. \quad (57)$$

Таким образом, параметр усиления локализованной вблизи поверхности пучка волны ($\operatorname{Im} \alpha \gg 1$) в $\sim (\operatorname{Im} \alpha)^{1/3}$ раз превосходит параметр усиления волноводной моды, имеющей большой радиальный индекс. Это приводит к тому, что в комптоновском режиме инкремент локализованных пучком волн во столько же раз выше инкремента волноводных мод.

Авторы признательны Н. Ф. Ковалеву и М. И. Петелину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981. Вып. 2. С. 62.
- Tang C. M., Sprangle P. In.: Free-electron generators of coherent radiation. Physics of quant. electr. v. 9, Addison—Wesley, 1982, p. 627.
- Кондратенко А. М., Салдин Е. А. // ЖТФ. 1981. Т. 51. № 8. С. 1633.
- Канавец В. И., Корженевский А. В., Черепенин В. А. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 11. С. 2202.
- Черепенин В. А. Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. — М.: Гос. ун-т, 1987. С. 76.
- Ginzburg N. S., Koval'ev N. F., Ruzov N. Yu. // Opt. Commun., 1983. V. 46. № 5—6. P. 300.
- Ginzburg N. S. // Ibid. 1982. V. 43. № 3. P. 203.
- Sharlemann E. T., Sessler A. M., Wurtele J. C. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. № 17. P. 1925.
- Moore G. T. // Opt. Commun. 1985. V. 52. № 1. P. 46.
- Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. № 5. С. 234.
- Гинзбург Н. С., Горшкова М. А., Сергеев А. С. Препринт ИПФ АН СССР. № 216. Горький, 1988.

12. Гинзбург Н. С., Сергеев А. С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 20. С. 1844.
13. Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Шаткус А. Д. // ЖТФ. 1984. Т. 54. № 3. С. 534.
14. Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // ЖТФ. 1983. Т. 53. № 9. С. 1681.
15. Гинзбург Н. С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 5. С. 440.
16. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Введение в сверхвысокочастотную электронику. — М.: Сов. радио. 1973.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
23 февраля 1989 г.

LINEAR THEORY OF RADIATION CHANNELIZATION BY THIN-WALL ELECTRON BEAMS IN FREE-ELECTRON-LASERS

N. S. Ginzburg, M. A. Gorshkova, A. D. Shatkus

Dispersion equations describing amplification and channelization of electromagnetic waves by thin-wall (ribbon and tubular) relativistic electron beams are obtained for FEL based on stimulated undulator radiation. Systems with plane magnetic and electric, as well as axially symmetric undulators are considered. Compton and Raman interactions are studied. It is shown, that channelization processes for H - and E -polarized electromagnetic waves differ because of different ratios of the wave components responsible for electromagnetic energy transfer and interacting with electron beams.

Аннотации депонированных статей

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

A. N. Алексеева

(Продолжение)

Полученные результаты хорошо согласуются с расчетными числами зон Френеля N , открытых диафрагмой, зависящими от степени раскрытия диафрагмы, положения диафрагмы и плоскости наблюдения, геометрических размеров резонатора. Большое различие последних приводит к почти на порядок меньшей величине N для CO_2 -лазера и объясняет различия в поведении пучков исследуемых лазеров после диафрагмирования.

Сферичность волны лазерного излучения обуславливает существование нижнего предела для числа зон Френеля при бесконечном увеличении расстояния. Это ограничивает возможность выхода в дальнюю зону дифракции, в частности, для лазера ЛГН-207А. В ближней зоне, соответствующей $N \approx 1 \div 5$, изрезанность пучка обусловлена чередованием максимумов и минимумов интенсивности в дифракционной картине. Смена максимумов и минимумов в центре пучка при его распространении приводит к осцилляциям осевой интенсивности пучка. Этой сменой и увеличением расстояния между максимумами объясняется и перераспределение интенсивности в пучке при его распространении. Из-за малых $N < 1$ изрезанность пучка для CO_2 -лазера почти не проявляется. Выход в ближнюю зону для него был возможен за счет сравнительно большого раскрытия диафрагмы, но заметных искажений при этом не наблюдалось из-за сравнительно большого расстояния между максимумами и неравномерности интенсивности в гауссовом пучке. Эта неравномерность приводит к тому, что интенсивность в минимумах не спадает до нуля, а в максимумах меньше, чем при равномерном освещении диафрагмы.

При $N \approx 1$ (переходная зона дифракции) для обоих лазеров выделяется лишь центральный максимум дифракционной картины, соответствующей наблюдавшемуся бутылкообразному распределению интенсивности. При $N < 1$ наблюдается лишь размытие краев пучка. При $N \geq 10$ искажения пучка слабо выражены, а при $N \geq 20$, что соответствует размеру диафрагмы, в четыре раза превышающему размер пучка, искажения для обоих лазеров практически отсутствуют.

Если вблизи диафрагмы N велико, так что искажения пучка отсутствуют или слабы, то при распространении пучка из-за уменьшения N искажения могут возникнуть или усиливаться, что и наблюдалось экспериментально.

(Окончание см. с. 879)

УДК 621.37

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЖВИДОВОЙ СВЯЗИ В СВЕРХРАЗМЕРНОМ СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ РЕЗОНАТОРЕ ДЛЯ НАКОПЛЕНИЯ И ВЫВОДА СВЧ ЭНЕРГИИ

С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Г. М. Самойленко

Представлены результаты экспериментального исследования проблемы получения высокой добротности и высокого коэффициента связи с выходным ВЧ трактом рабочего вида колебаний в многомодовом сверхпроводящем резонаторе (СПР) для накопления и вывода СВЧ энергии. Проведено сравнение экспериментальных данных с численными оценками влияния межвидовой связи в СПР на характеристики рабочего вида колебаний. С позиций полученных результатов обсуждены перспективы развития формирователей мощных и энергоемких СВЧ импульсов на основе сверхпроводящих резонансных накопителей энергии электромагнитного поля.

1. Известно, что существенное влияние на рабочие характеристики формирователей СВЧ импульсов, работающих на основе накопления и вывода электромагнитной энергии из сверхразмерных медных резонаторов, оказывает межвидовая связь [1, 2]. Представляется очевидным, что еще более сильным влияние этой связи может оказаться в формирователях со сверхпроводящими сверхразмерными резонаторами. В частности, из-за высокой плотности спектра колебаний и присутствия в таких резонаторах колебаний с относительно низкой добротностью может оказаться невозможным достижение существенных преимуществ сверхпроводящих формирователей перед обычными по таким параметрам, как коэффициент усиления ВЧ мощности и уровень энергии в выходном импульсе.

Действительно, как показывают оценки, коэффициент межвидовой связи γ , определяемый соотношением [3]

$$\gamma = - \frac{1}{V} \int_{\delta V} (\mathbf{H}_1 \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2) dV , \quad (1)$$

где $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ — векторы магнитной и электрической компонент ВЧ поля взаимодействующих колебаний, V — объем резонатора, δV — объем деформированной его части, на которой возникает связь между колебаниями, в реальных СПР обычно составляет значения $\sim 10^{-5}$ — 10^{-7} . Добротности же колебаний, например, в наиболее часто применяемых на практике разборных сверхпроводящих резонаторах, как правило, лежат в пределах 10^6 — 10^{10} . Поэтому для большинства взаимодействующих резонансов с добротностями Q_1, Q_2 в СПР будет выполняться неравенство $\gamma^2 Q_1 Q_2 \gg 1$, и, следовательно, согласно принятой в теории связанных колебательных контуров классификации [4] связь между этими резонансами будет сильной. Это означает, что, несмотря на естественную селекцию колебаний в сверхпроводящих резонаторах за счет сужения их резонансных кривых, получение «чистого» рабочего вида колебаний в СПР будет сильно затруднено из-за более интенсивного, чем в обычных резонаторах, перемешивания колебаний. При этом, как известно [3], единственным средством достижения предельно высоких значений электрофизических характеристик рабочего вида колебаний, от которых прямо зависят коэффициент усиления ВЧ мощности

формирователя и уровень энергии в выходном импульсе [5], является достаточно сильная взаимная расстройка частот рабочего и взаимодействующих с ним низкодобротных «паразитных» видов колебаний. Однако обеспечение требуемой величины расстройки, относительные значения которой, как показывают расчеты, в СПР должны составлять $\sim 10^{-2} - 10^{-3}$ и более, в сверхразмерных сверхпроводящих резонаторах представляется практически нереализуемой задачей. Именно поэтому достижение существенных преимуществ сверхпроводящих формирователей со сверхразмерными накопительными резонаторами перед аналогичными обычными формирователями может оказаться невозможным. Вместе с тем детальные экспериментальные результаты исследования данной проблемы в литературе отсутствуют. В связи с этим в настоящей работе изложены результаты экспериментального исследования влияния межвидовой связи в разборном сверхразмерном СПР на основные характеристики рабочего вида колебаний — добротность и величину связи с выходным ВЧ трактом. Проведено сравнение экспериментальных данных с численными оценками, и на основе полученных результатов сделаны выводы относительно перспектив развития сверхпроводящих формирователей мощных и энергоемких СВЧ импульсов.

2. Эксперименты выполнены на ниобиевом резонаторе 3-сантиметрового диапазона длин волн объемом около четырех литров и с плотностью спектра колебаний один резонанс на десять мегагерц. Резонатор состоял из цилиндра и двух крышечек, соединяемых через индивидуальные прокладки, и работал на удобном для накопления энергии, в резонаторе такой конструкции, виде колебаний $H_{01(20)}$ с расчетным значением добротности $2,3 \cdot 10^8$ при температуре 4,2 К.

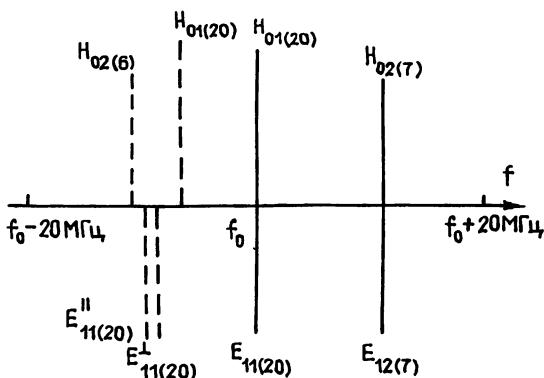


Рис. 1.

Расчетный спектр исследованного СПР в области рабочего вида колебаний в пределах полосы частот ± 20 МГц изображен сплошными линиями на рис. 1. Отклонение формы резонатора от идеальной — эллиптичность цилиндра, перекос крышек и т. п. — составляло единицы—десятки микрон и согласно оценкам, выполненным на основе формулы (1), могло вызывать взаимодействие колебаний с коэффициентом межвидовой связи $\gamma \approx 10^{-5} - 10^{-6}$. Возбуждение рабочего вида колебаний осуществлялось по прямоугольному волноводу через отверстие для ввода энергии в одной из крышек. Эта же система могла служить и для вывода накопленной энергии.

Методика исследования заключалась во взаимной расстройке собственных частот взаимодействующих колебаний и одновременном отслеживании добротности колебаний и осциллограмм отраженного от входа СПР сигнала. Расстройка обеспечивалась ниобиевым цилиндрическим плунжером, вводимым в резонатор по его оси через отверстие в крышке с элементом ввода — вывода энергии.

3. Исследование влияния взаимодействия колебаний на добротность выполнено при относительно слабой связи β ($\beta \leq 1$) рабочего ви-

да колебаний с ВЧ трактом, когда размеры отверстия для ввода или вывода энергии были таковы, что межвидовая связь на нем была сравнима со связью на других неидеальностях формы резонатора.

На рис. 2а, б сплошными кривыми изображены, соответственно, экспериментальные зависимости частот взаимодействующих $H_{01(20)}$ и вырожденного с ним $E_{11(20)}^L$ видов колебаний и добротности колебаний вида $H_{01(20)}$ от глубины погружения плунжера h , выраженной в единицах рабочей длины волны λ ($E_{11(20)}^L$ — вид колебаний с плоскостью поляризации, перпендикулярной широкой стенке волновода). Здесь же пунктирными линиями показаны, соответственно, ход частот в отсутствие межвидовой связи и расчетный ход добротности колебаний вида $H_{01(20)}$ при сильной его связи с относительно низкодобротным паразитным колебанием.

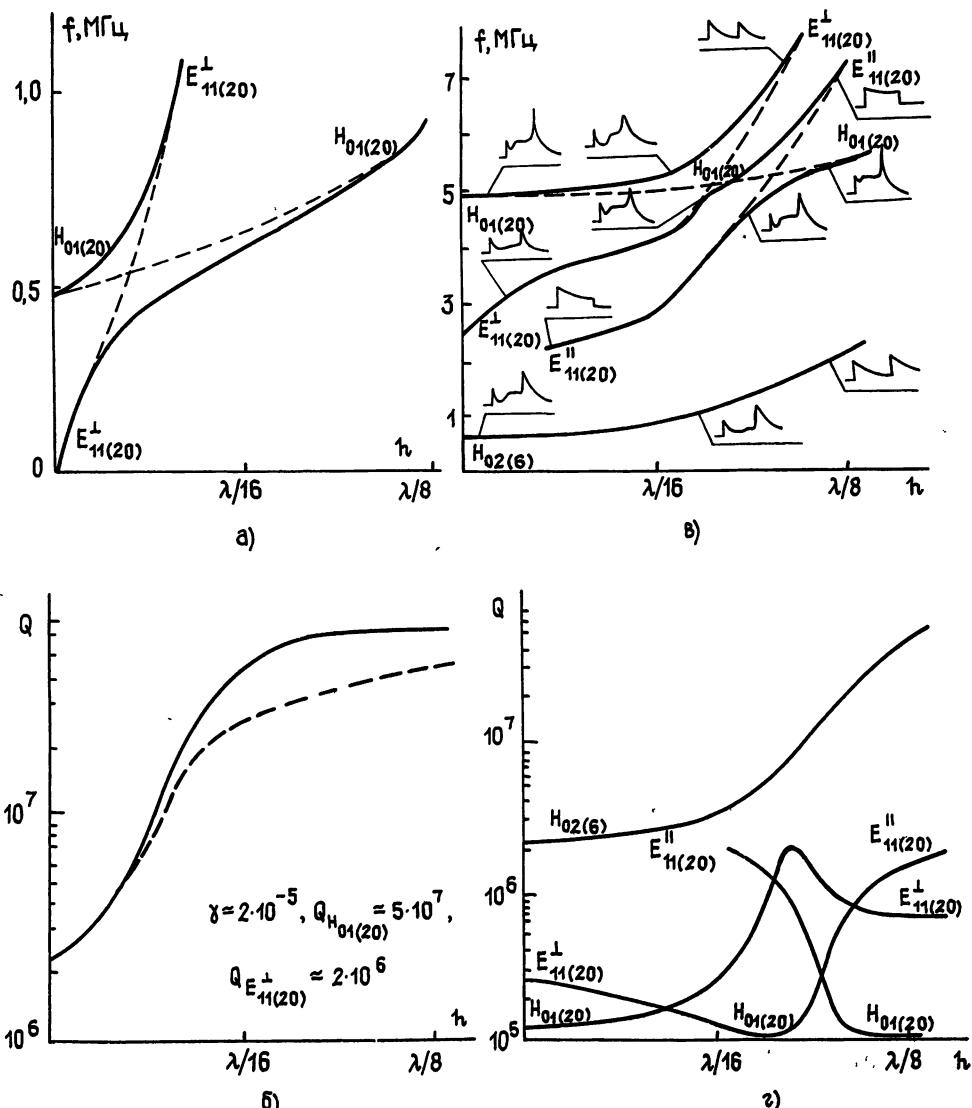


Рис. 2.

Относительно невысокая предельная добротность $Q_{H_{01(20)}} \simeq 5 \cdot 10^7$ при температуре 4,2 К в рассмотренном случае обусловлена низким качеством приготовления рабочей поверхности СПР, подвергнутой только прецизионной токарной обработке. Низкая же добротность колебаний вида $E_{11(20)}^L$, которая равнялась $2 \cdot 10^6$ и определяла добротность рабо-

чего вида колебаний в точке совпадения их частот, объясняется наличием у него ВЧ токов через стыки крышек резонатора с цилиндром. Электрохимическое полирование и понижение температуры резонатора до 2 К позволили увеличить добротность колебаний вида $H_{01(20)}$ до достаточно высокого значения, равного $5 \cdot 10^8$. Вместе с тем оно оказалось существенно ниже расчетного, которое равно $2,7 \cdot 10^{10}$. Наиболее вероятной причиной этого является недостаточно сильная расстройка частот взаимодействующих колебаний, поскольку, как показывают оценки, для достижения расчетной добротности величина расстройки при $\gamma \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ должна составлять $\sim 10 - 20$ МГц, тогда как плунжер обеспечивал не более 2,5 МГц. Использованная же в работе технология приготовления рабочей поверхности резонатора в маломодовых СПР позволяла уверенно получать добротность колебаний вида H_{01} порядка $10^9 - 10^{10}$ [6].

Таким образом, из рис. 2а, б и полученных результатов по предельной добротности рабочего вида колебаний следует, что даже при максимально правильной форме сверхпроводящего резонатора связь между его резонансами является сильной и без специальных мер идентифицировать и получить «чистый» рабочий вид колебаний с высокой добротностью в сверхразмерном разборном СПР достаточно сложно. Полученные выше результаты позволяют также отметить, что экспериментальные данные находятся в хорошем качественном и удовлетворительном количественном соответствии с расчетными. Поэтому развитая в [3] методика расчета значений коэффициента межвидовой связи с успехом может быть использована для прогнозирования поведения колебаний и в сверхпроводящих резонаторах.

4. Для исследования влияния взаимодействия колебаний на коэффициент связи β резонатора с ВЧ трактом диаметр отверстия для ввода — вывода энергии был увеличен до максимально возможного, равного высоте волновода. При этом, согласно расчетам, межвидовая связь на отверстий для $H_{01(20)}$ - и $E_{11(20)}^\perp$ -колебаний должна была увеличиться на порядок и отверстие обеспечивать для рабочего вида колебаний с добротностью $\sim 10^8$ значение $\beta \approx 10^3$, а для $E_{11(20)}^\perp$ - и $E_{11(20)}^\parallel$ -колебаний с плоскостью поляризации, соответственно, перпендикулярной и параллельной широкой стенке волновода и с добротностью $\sim 3 \cdot 10^6$, значения $\beta_{E_{11(20)}^\perp} \simeq 1 - 10$ и $\beta_{E_{11(20)}^\parallel} \ll 1$.

На рис. 1 пунктирными линиями изображен снятый экспериментально локальный спектр колебаний резонатора с увеличенным отверстием. Экспериментальные же зависимости изображенных на рис. 1 частот колебаний $H_{01(20)}$, $E_{11(20)}^\perp$, $E_{11(20)}^\parallel$ и оказавшегося поблизости с ними колебания $H_{02(6)}$ и зависимости их добротности от глубины погружения плунжера для резонатора с увеличенным отверстием приведены на рис. 2в, г.

Рис. 2в наглядно иллюстрирует характерную для сильной межвидовой связи и достаточно сложную из-за взаимодействия рабочего вида колебаний не с одним, а с двумя соседними колебаниями картину взаимного «превращения» одного вида колебаний в другой с соответствующими изменениями их добротности, что отображено ходом кривых рис. 2г. На рис. 2в для каждого из отмеченных резонансов приведена также динамика отраженного от входа СПР сигнала, которая позволяет проследить изменение коэффициента связи β с ВЧ трактом того или иного вида колебаний при изменении расстройки их частот.

Из рисунков видно, что при достаточно сильной расстройке — порядка единиц мегагерц — добротность $E_{11(20)}^\perp$ - и $E_{11(20)}^\parallel$ -колебаний максимальна и практически совпадает с их добротностью при малом отверстии для ввода—вывода энергии, тогда как добротность $H_{01(20)}$ -колебания минимальна и равна $\sim 10^5$, что соответствует значению коэффициента его связи с ВЧ трактом $\beta \approx 10^3$. Однако приближение частот добротность рабочего вида колебаний увеличивается, а его коэффициент

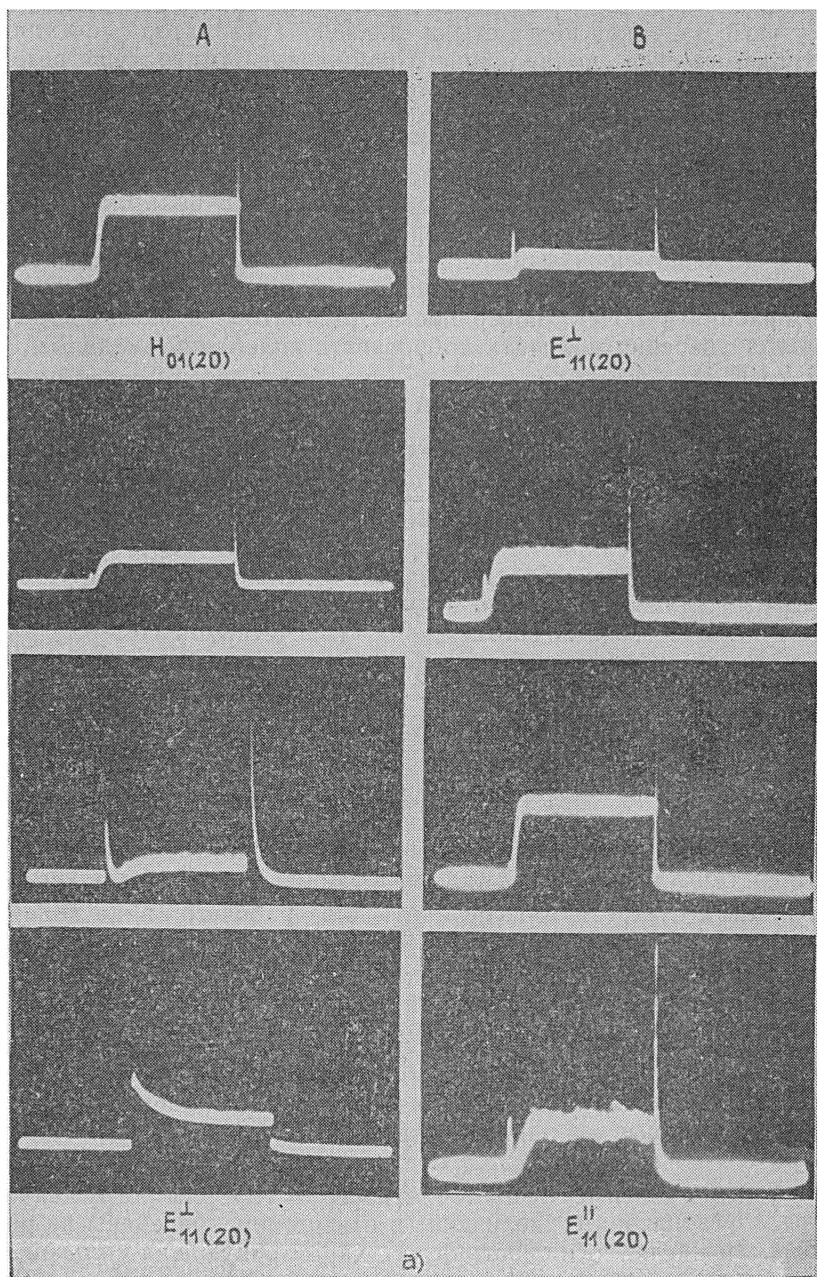
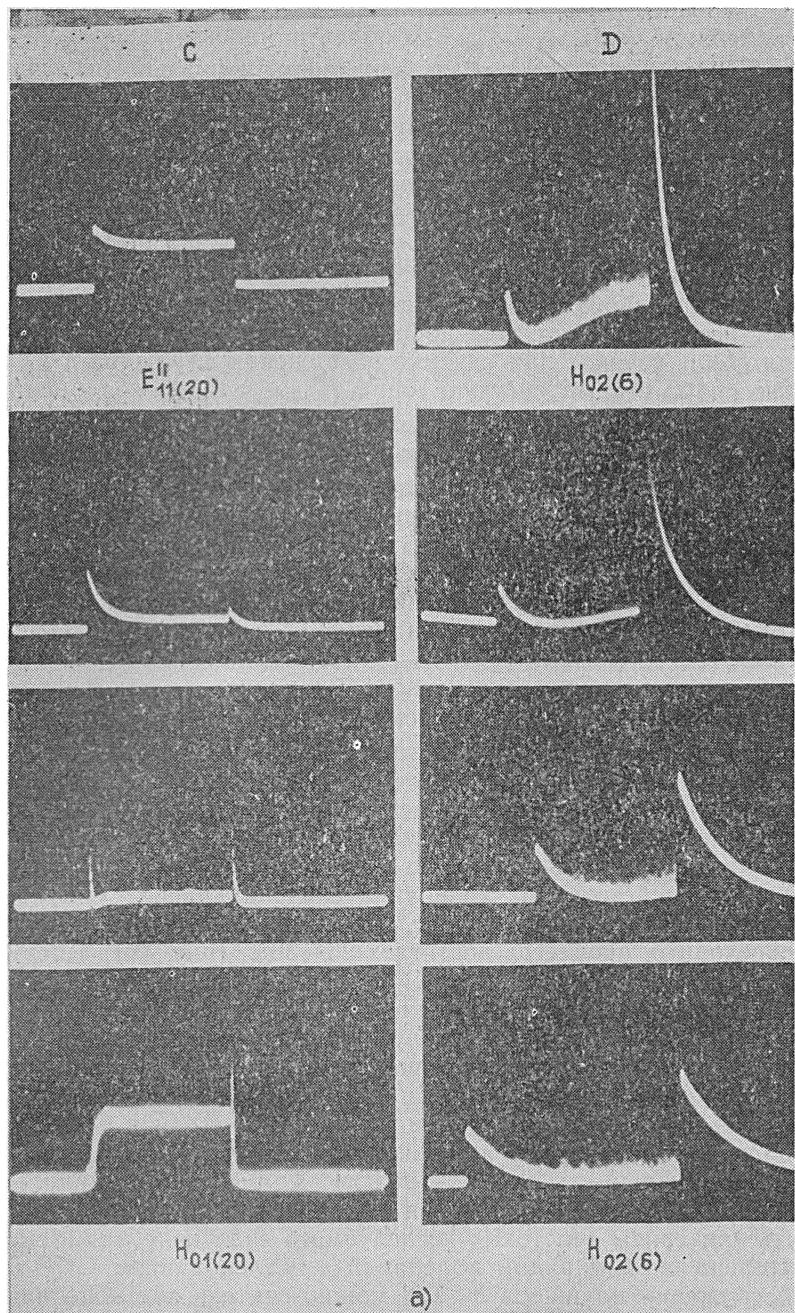
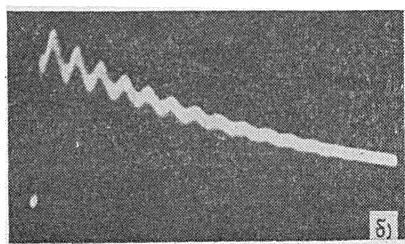


Рис. 3.



a)

Рис. 3.



связи β уменьшается. При этом одновременно падает добротность и расстет β колебаний $E_{11(20)}^{\perp}$ и $E_{11(20)}^{\parallel}$. В области максимального сближения частот добротности взаимодействующих колебаний и их коэффициенты связи β сравнимы и принимают промежуточные значения ($1 \ll \beta < 10^3$). Идентифицировать при этом рабочий вид колебаний невозможно.

Некоторые несущественные аномалии в поведении частот колебаний, их добротности и коэффициентов связи β , по-видимому, вызваны «деформацией» при погружении плунжера структуры ВЧ поля в области отверстия и возможными «скакками» добротности колебаний $E_{11(20)}^{\perp}$ и $E_{11(20)}^{\parallel}$ из-за отсутствия надежного электрического контакта плунжера с крышкой. Косвенным подтверждением этого может служить характер изменения частоты, добротности и коэффициента связи β колебания $H_{02(6)}$, которое при глубине погружения плунжера $h < \lambda/8$ относительно слабо взаимодействует как с $H_{01(20)}$ - и $E_{11(20)}^{\perp}$ -колебаниями, так и с вырожденным колебанием $E_{12(6)}$.

Рост максимального сближения частот $H_{01(20)}$ - и $E_{11(20)}^{\perp}$ -колебаний от 0,15 МГц при $\beta \leq 1$ (рис. 3а) до 0,8 МГц при $\beta \approx 10^3$ (рис. 2в) свидетельствует о росте γ (при увеличении диаметра отверстия для ввода—вывода энергии) более чем в 5 раз. При этом абсолютная величина γ достигает значения $\gamma \approx 5 \cdot 10^{-5}$. О таком же увеличении γ говорит и рост расстройки частот взаимодействующих колебаний, необходимой для устранения их взаимного влияния, с 0,5 МГц при $\beta \leq 1$ (рис. 2а, б) до 2—2,5 МГц при $\beta \approx 10^3$ (рис. 2в, г). Все это может служить основанием для утверждения, что основным источником сильной связи между колебаниями $H_{01(20)}$ и $E_{11(20)}^{\perp}$ в рассматриваемом случае является увеличенное отверстие для ввода и вывода энергии. При этом можно показать, что для достижения расчетной добротности рабочего вида колебаний необходимая расстройка частот должна составлять уже не менее 50 МГц против 10—20 МГц при малом диаметре отверстия.

Интересно отметить появление в области максимального сближения частот взаимодействующих колебаний синусоидальной модуляции амплитуд отраженных сигналов (рис. 3а—А, В, С), глубина которой в начале переходных процессов достигает 25—30% (рис. 3б), а период пропорционален расстройке частот. Причина модуляции, очевидно, заключена в перераспределении энергии при ее накоплении между взаимодействующими колебаниями и излучении энергии в выходной волновод на их собственных частотах, отличающихся на величину взаимной расстройки. Из факта модуляции амплитуды отраженного сигнала можно сделать вывод о сильном влиянии межвидовой связи в СПР не только на добротность и величину коэффициента связи с ВЧ трактом, но и на процессы накопления и вывода энергии. Кроме того очевидно, что характер переходного процесса при накоплении энергии в СПР может служить критерием «чистоты» исследуемого вида колебаний. Например, относительно чистым видом колебаний в исследованном СПР при глубине погружения плунжера $h < \lambda/8$ можно считать вид колебания $H_{02(6)}$, картина поведения отраженного сигнала для которого изображена на рис. 2в и 3а—Д. Как видно из этих рисунков, отраженный сигнал для этого вида колебаний не содержит осцилляций амплитуды и его добротность, несмотря на близость других колебаний с добротностью $\sim 10^5$ — 10^6 и наличие большого отверстия для ввода—вывода энергии, сохранена на достаточно высоком уровне, соответствующем значению $\sim 5 \cdot 10^7$, что близко к теоретическому пределу для этого вида колебаний. Однако при погружении плунжера на глубину $h > \lambda/4$ на нем резко возрастает ($\sim h^3$) связь между $H_{02(6)}$ -колебанием и колебанием $H_{01(20)}$, и кроме того $H_{02(6)}$ -колебание начинает «догонять» рабочий вид. При этом колебание $H_{02(6)}$ перестает быть чистым — его добротность падает, коэффициент связи β растет и появляются осцилляции на отраженном сигнале. Следует также отметить, что при погружении плунжера на глубину $h > \lambda/4$ начинается еще и «возврат» $E_{11(20)}^{\perp}$ -колебаний.

баний к колебанию $H_{01(20)}$ со всеми вытекающими отсюда последствиями.

Таким образом, из результатов исследования межвидовой связи в сверхразмерном разборном СПР с отверстием для ввода—вывода энергии, размеры которого сравнимы с поперечными размерами выходного волновода, следует, что связь на таком отверстии между колебаниями в сверхпроводящих резонаторах с плотностью спектра один резонанс на 10 МГц и более может достигать такого уровня, при котором реализация устранения ее влияния на добротность рабочего вида колебаний и его коэффициент связи с ВЧ трактом превращается в чрезвычайно сложную техническую задачу.

5. В целом полученные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы относительно перспектив развития сверхпроводящих формирователей СВЧ импульсов на основе сверхразмерных сверхпроводящих накопителей СВЧ энергии:

а) использование для накопления энергии сверхразмерных СПР с разбросом добротности колебаний 10^6 — 10^{10} оправдано при объеме резонаторов, допускающем плотность спектра колебаний не более 2—3 резонансов на 10 МГц. При этом максимальная добротность рабочего вида колебаний может достигать значений 10^8 — 10^9 , а коэффициент усиления ВЧ мощности формирователя 40—50 дБ;

б) при использовании для накопления энергии резонаторов с плотностью спектра выше нескольких резонансов на 10 МГц необходимо применение таких конструкций СПР, в которых разброс добротности большинства колебаний минимален (например, сварных резонаторов с полностью закрытым объемом). Очевидно, только такие накопительные СПР могут обеспечить предельные характеристики сверхпроводящих формирователей.

В заключение авторы благодарят Ю. Г. Юшкова за постоянную поддержку и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Farkas Z. D., Hogg H. A., Loew G. A., Wilson P. W. // Proc. IX Int. Conf. on High Energy accel. SLAC (SLAC-PUB-1453). — Stanford: California. 1974. P. 576.
2. Alvarez R. A., Bigr D. L., Burne D. P. et al. // Particle accelerators. 1981. V. 11. № 3. P. 125.
3. Штейншлейгер В. Б. Явления взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах. — М.: Оборонгиз, 1955. — 112 с.
4. Мандельштам Л. И. Лекции по колебаниям. Полное собрание трудов. — М.: АН СССР, 1950. Т. 4.
5. Диденко А. Н., Юшков Ю. Г. Мощные СВЧ импульсы наносекундной длительности. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 112 с.
6. Диденко А. Н., Артеменко С. Н., Каминский В. Л. и др. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. № 22. С. 1368.

Научно-исследовательский
институт ядерной физики
при Томском политехническом институте

Поступила в редакцию
3 апреля 1989 г.

MODE COUPLING INVESTIGATION IN THE MULTIMODE SUPERCONDUCTING CAVITY FOR THE PURPOSE OF RF-ENERGY STORAGE AND EXTRACTION

S. N. Artemenko, V. L. Kaminskij, G. M. Samojlenko

The results of the experimental investigation of gaining the high-quality factor and high coupling coefficient of output RF-line for fundamental mode oscillation in the multimode superconducting cavity (SCC) for purpose of storage and extraction of RF-energy are presented. The experimental data are compared with numerical evaluations for the influence of the higherorder coupling in SSS to fundamental mode characteristics. The received results and the progress in high-power RF-pulse sources operating on the basis of energy storage in SCC are discussed.

УДК 621.369.61

АМПЛИТУДНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В РАСПРЕДЕЛЕННОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ АВТОГЕНЕРАТОРЕ

В. В. Зайцев, П. В. Тяпухин

Обсуждается методика численного анализа амплитудных флюктуаций автоколебаний распределенного полупроводникового генератора с внутренней обратной связью. Анализируются особенности спектра мощности амплитудных шумов на выходе генератора. Показывается, что в некоторых случаях возможна минимизация амплитудных шумов в выходном колебании путем выбора оптимальных параметров генератора.

Распределенные автоколебательные системы широко представлены в квантовой и полупроводниковой электронике. Ими являются, например, оптические и микроволновые генераторы, электронные генераторы сантиметрового и миллиметрового диапазонов, а также интенсивно разрабатываемые в последние годы СВЧ генераторы на основе полупроводниковых распределенных активных элементов.

Анализ флюктуаций интенсивности амплитуды и частоты автоколебаний распределенных систем проводится, как правило, в рамках модового представления поля в активной зоне резонатора (см., например, [1]). Задача, таким образом, сводится к применению хорошо развитых методов теории флюктуаций в сосредоточенных системах [2].

Вместе с тем подход на основе пространственно-временного метода усреднения в большей степени адекватен волновым процессам, протекающим в распределенных генераторах. Он позволяет, в частности, исследовать тонкую структуру спектра выходного сигнала. Соответствующие флюктуационные уравнения содержат, однако, коэффициенты, зависящие от пространственной переменной. Поэтому аналитическое исследование флюктуаций пространственно-временным методом удается провести лишь в некоторых частных случаях [3, 4].

В настоящей работе на примере распределенного полупроводникового автогенератора с внутренней обратной связью [5] описана методика численного анализа флюктуаций амплитуды автоколебаний.

Система флюктуационных уравнений для относительных флюктуаций амплитуды прямой $\alpha_f(x, t)$ и обратной $\alpha_r(x, t)$ волн получена в работе [5]. После перехода к временным фурье-образам она может быть записана в матричной форме:

$$\frac{d}{dx} [\hat{\alpha}(x, \Omega)] = [\hat{P}(x, \Omega)] [\hat{\alpha}(x, \Omega)] + [\hat{f}(x, \Omega)], \quad (1)$$

где матрицы $[\hat{\alpha}(x, \Omega)]$, $[\hat{f}(x, \Omega)]$ и $[\hat{P}(x, \Omega)]$ имеют вид

$$[\hat{\alpha}] = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_f(x, \Omega) \\ \hat{\alpha}_r(x, \Omega) \end{bmatrix}, \quad [\hat{f}] = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{Z_0}{2I_f(x)}} \cdot \hat{J}'_f(x, \Omega) \\ \sqrt{\frac{Z_0}{2I_r(x)}} \cdot \hat{J}'_r(x, \Omega) \end{bmatrix},$$

$$[\hat{P}] = \begin{bmatrix} -j\frac{\Omega}{v_0} - \frac{2I_f(x)}{x_n I_{ct}} & -\frac{4I_r(x)}{x_n I_{ct}} \\ \frac{4I_f(x)}{x_n I_{ct}} & j\frac{\Omega}{v_0} + \frac{2I_r(x)}{x_n I_{ct}} \end{bmatrix}.$$

В этих выражениях $I_f(x)$ и $I_r(x)$ — средние интенсивности взаимодействующих прямой и обратной волн, I_{ct} — насыщенное значение интенсивности бегущей волны в активной области распределенного активного элемента (РАЭ), x_n — характерный пространственный масштаб нелинейного взаимодействия волн, v_0 — фазовая скорость электромагнитных волн в РАЭ, Z_0 — волновое сопротивление РАЭ, $\hat{f}_f(x, \Omega)$ и $\hat{f}_r(x, \Omega)$ — фурье-образы амплитуд синфазных компонент прямой и обратной волн распределенного источника шума, x — пространственная координата, Ω — частота анализа, отсчитываемая от частоты генерации.

Как и в работе [5], будем считать, что режим одномодовой генерации обеспечивается наличием на входе РАЭ при $x=0$ резонансного отражателя с полосой пропускания 2Π и собственной частотой ω_0 , равной частоте одной из мод РАЭ $\omega_n = n\pi v_0 / \omega = n\Omega_0$, где ω — длина активного элемента. Предполагаем также, что на выходе РАЭ в точке $x=\omega$ подключена рассогласованная широкополосная нагрузка с коэффициентом отражения по мощности R . В этом случае граничные условия для временных фурье-образов относительных флуктуаций амплитуды будут иметь вид

$$\hat{\alpha}_f(0, \Omega) = K_n(j\Omega) \hat{\alpha}_r(0, \Omega), \quad \hat{\alpha}_f(\omega, \Omega) = \hat{\alpha}_r(\omega, \Omega), \quad (3)$$

где $K_n(j\Omega) = 1/(1+j\Omega/\Pi)$ — коэффициент передачи резонансного отражателя для шумов.

Общее решение неоднородной системы уравнений (1) может быть записано следующим образом:

$$[\hat{\alpha}(w, \Omega)] = [A(w, \Omega)] \{ [\hat{\alpha}(0, \Omega)] + \int_0^w [A(x_0, \Omega)]^{-1} \times \\ \times [\hat{f}(x_0, \Omega)] dx_0 \}, \quad (4)$$

где квадратная матрица $[A(x, \Omega)]$ является фундаментальной матрицей системы уравнений (1).

Обозначим для краткости

$$[M(x, \Omega)] = [A(x, \Omega)]^{-1}, \quad [F(x, \Omega)] = \int_0^x [M(x_0, \Omega)] \times \\ \times [\hat{f}(x_0, \Omega)] dx_0,$$

$$E_i(x, \Omega) = M_{1i}(x, \Omega) - K_n(j\Omega) M_{2i}(x, \Omega), \quad i=1, 2.$$

Тогда, пользуясь граничными условиями (3), на основании (5) можно в явном виде записать выражение для

$$\hat{\alpha}_f(w, \Omega) = \frac{F_1(w, \Omega) - K_n(j\Omega) F_2(w, \Omega)}{E_1(w, \Omega) + E_2(w, \Omega)}, \quad (5)$$

где F_i означают соответствующие элементы матрицы-столбца $[F]$.

Выражение для спектральной плотности мощности относительных

флуктуаций амплитуды на выходе автогенератора получается из соотношения (5):

$$S_\alpha(w, \Omega) = \frac{Z_0 S_0}{2|E_1(w, \Omega) + E_2(w, \Omega)|^2} \int_0^w \left(\frac{|E_1(x_0, \Omega)|^2}{I_f(x_0)} + \frac{|E^2(x_0, \Omega)|^2}{I_r(x_0)} \right) dx_0. \quad (6)$$

При выводе выражения (6) были учтены следующие корреляционные соотношения между фурье-образами амплитуд синфазных компонент прямой и обратной шумовых волн:

$$\langle \hat{J}_f''(x, \Omega) \hat{J}_f''(x', \Omega) \rangle - \langle \hat{J}_r''(x, \Omega) \hat{J}_r''(x', \Omega) \rangle = 2S_0 \delta(x-x'),$$

$$\langle \hat{J}_f''(x, \Omega) \hat{J}_r''(x', \Omega) \rangle = 0.$$

Итак, процедура расчета спектральной плотности мощности относительных флуктуаций амплитуды на выходе распределенного автогенератора с внутренней обратной связью сводится к решению нелинейной граничной задачи для средних интенсивностей прямой и отраженной волн $I_f(x)$ и $I_r(x)$ (см. [5]), вычислению элементов фундаментальной матрицы, ее обращению и численному интегрированию в соответствии с выражением (6). Рассчитанные таким образом графики спектров относительных амплитудных шумов для автогенератора с параметрами $\Pi/\Omega_0=0,5$, $R=0,05$ и различных значений длины РАЭ w приведены на рис. 1. Константа нормировки $S_n = 0,25Z_0S_0x_h/I_{ct}$.

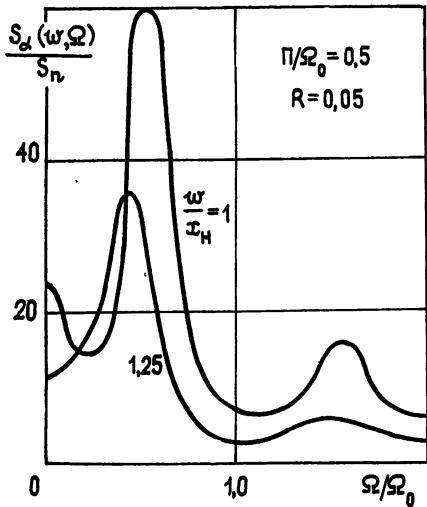


Рис. 1.

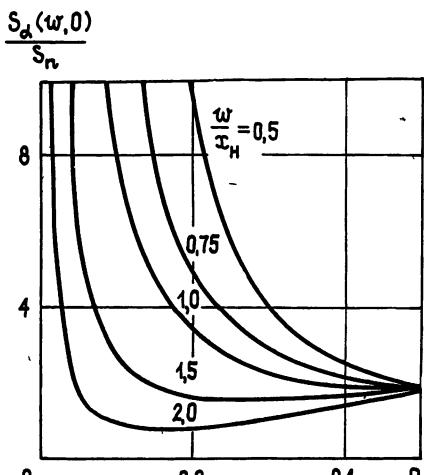


Рис. 2.

Как видно из графиков, спектр естественных флуктуаций амплитуды распределенного автогенератора с внутренней обратной связью состоит в общем случае из шумового пьедестала вблизи несущей и ряда дополнительных максимумов, обусловленных подвоздужением собственных мод РАЭ шумовыми волнами. Отметим, что спектр флуктуаций интенсивности излучения аналогичного вида обнаружен в лазерах [6]. Высота основного ($\Omega=0$) и дополнительных максимумов зависит от величины коэффициента отражения R и длины РАЭ, причем наиболее сильная зависимость наблюдается для высоты спектра в нуле $S_\alpha(w, 0)$. На рис. 2 приведены графики зависимости $S_\alpha(w, 0)$ от величины коэффициента отражения R . Изменяя коэффициент отражения R , можно в достаточно широких пределах менять высоту шумового пьедестала вблизи несущей.

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что в некоторых случаях возможна минимизация амплитудных шумов в выходном колебании автогенератора. В частности, для генератора на распределенном активном элементе длиной $w=2x_n$ оптимальным значением коэффициента отражения, как следует из рис. 2, является значение $R=0,15$. Следует, однако, отметить, что при оптимальном значении R не обеспечивается максимальная выходная мощность генератора.

Описанная методика применима также для расчета флюктуаций интенсивности излучения квантовых генераторов, в частности, полупроводниковых лазеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волновые и флюктуационные процессы в лазерах / Зейгер С. Г., Климонтович Ю. Л. и др. — М.: Наука, 1974.
2. Малахов А. Н. Флюктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968.
3. Малахов А. Н., Сандлер М. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 6. С. 845.
4. Ланда П. С. Автоколебания в распределенных системах. — М.: Наука, 1983.
5. Зайцев В. В., Тяпухин П. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 8. С. 995.
6. Casperson L., Yariv A. // IEEE J. Quantum Electronics. 1972. V. 8. P. 69.

Куйбышевский государственный
университет

Поступила в редакцию
27 декабря 1988 г.

FLUCTUATIONS OF AMPLITUDE IN THE DISTRIBUTED SEMICONDUCTOR SELF-OSCILLATOR

V. V. Zaitsev, P. V. Tjapukhin

The method is discussed of digital analysis of amplitude fluctuations of self-oscillations of the distributed semiconductor generator with the inside coupling. The features of power spectrum of amplitude noise on output of generator is analysed. It is shown that in some cases the minimization of amplitude noise in output oscillation is possible by the choice of optimal parameters of the generator.

Аннотации депонированных статей

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИАФРАГМИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

A. N. Алексеева

(Окончание)

Расходимость диафрагмированного пучка, в дальней зоне объясняется зависимостью ее от соотношения угловых размеров дифракционных максимумов и собственной расходимости пучка $\theta_{0,1}$, и от степени раскрытия диафрагмы. При размере диафрагмы, близком или меньшем размера пучка, расходимость диафрагмированного пучка θ_d близка к угловому размеру центрального дифракционного максимума ϕ_0 , но несколько отличается из-за неравномерности пучка. При $\theta_{0,1} > \phi_0$ величина $\theta_d < \theta_{0,1}$, если же $\theta_{0,1} < \phi_0$, $\theta_d > \theta_{0,1}$, т. е. диафрагмирование может как уменьшать, так и увеличивать расходимость лазерного излучения. По мере увеличения диафрагмы расходимость θ_d будет стремиться к $\theta_{0,1}$, соответственно, снизу или сверху.

Полученные результаты позволяют прогнозировать поведение лазерного пучка после диафрагмирования, оптимизировать апертуры оптических и приемных устройств, устанавливаемых на пути луча, и показывают возможность управления характеристиками излучения с помощью диафрагм.

Статья депонирована в ВИНТИ,
регистр. № 2439-В90. Деп. от 7 мая 1990 г.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 538.56

ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЯРКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АТМОСФЕРЫ НАД МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

*А. В. Волков, А. Р. Глинэр, К. Г. Кобяков, К. В. Кошель,
С. Н. Кривоножкин, О. Б. Утробин, Д. В. Шаников, Б. М. Шевцов*

В работе [1] показано, что определенные высотные распределения температуры и влажности воздуха у земной поверхности создают условия для волноводного распространения сантиметровых радиоволн и приводят при этом к увеличению яркостной температуры теплового, радиоизлучения атмосферы, приходящего с направления на горизонт. Данное обстоятельство могло бы послужить основой для развития радиометрической методики обнаружения условий волноводного распространения.

В [1] с помощью численных расчетов показано, что изменение метеопараметров, приводящее к появлению волновода, для определенных длин волн и поляризации излучения вызывает резкое возрастание радиояркостной температуры T в некотором диапазоне углов $\Delta\theta$, близких к горизонту, за счет увеличения длины траектории луча в атмосфере.

Условия приповерхностного волноводного распространения радиоволн наиболее удобно наблюдать над морской поверхностью в открытых районах океана. Однако проведенные эксперименты такого рода (см., например, [2]) выявили ряд методических трудностей. При работе с судов возникает проблема фиксации угла наблюдения с точностью до долей градуса. Обычно в этих целях применяются гиростабилизированные платформы, на которых устанавливаются антенны приемников. В наших работах антenna свободно подвешивалась на борту судна, а угол наблюдения менялся в результате качки или вручную и непосредственно измерялся с помощью гироскопического датчика.

Установка для проведения эксперимента состояла из радиометрического приемника с антенной системой, гироскопического датчика и вычислительного комплекса. В качестве приемника был использован радиометр с длиной волны 2,1 см, полосой приема 500 МГц, флюктуационной чувствительностью 1,75 К при постоянной времени 0,02 с. Измерения проводились на вертикальной и горизонтальной поляризациях приема. За основу антенной системы был взят параболический рефлектор диаметром 2,5 м и фокусным расстоянием 0,75 м. В качестве облучателя применялся скалярный рупор, обес печивающий уровень боковых лепестков не выше 25 дБ и, следовательно, низкий коэффициент рассеяния.

Расчетная ширина главного лепестка диаграммы направленности около 40°. Измерения, проведенные с использованием в качестве эталонного источника генератора шума, показали, что ширина главного лепестка по уровню половинной мощности около 1°.

Радиометр крепился за поверхностью антенны и соединялся с облучателем отрезком волновода. Потери в волноводном тракте учитывались в процессе внешней калибровки, которая проводилась перед каждым измерением. За этalon низкой температуры принималось излучение неба в зените, радиояркостная температура которого в ясную погоду равна 15—20 К. В качестве опорного источника с температурой окружающей среды использовался эквивалент черного тела. В условиях морской экспедиции не было возможности перекрывать этим эквивалентом всю антенну систему. Поэтому, учитывая малый коэффициент рассеяния антенны, уровень соответствующий абсолютно черному телу, измерялся при перекрытии эталоном облучателя антенны. Результаты внешних калибровок позволяли также уточнить параметры излучения встроенного в радиометр генератора шума, который применялся для внутренней калибровки. Угол приема измерялся с помощью гироскопического датчика с точностью до 5'.

Напряжения с выхода радиометра и гироскопического датчика подавались на комплекс приема и обработки информации, состоящий из ЭВМ ДВК-3 и двух АЦП. Опрос обоих АЦП осуществлялся с частотой 10 Гц, и каждому отсчету угла ставилось в соответствие значение радиояркостной температуры. Отсчеты значений температуры, приходящиеся на один и тот же угол, накапливались и усреднялись. Каждая серия измерений продолжалась 3 мин, так что полученная при каждом значении угла температура была результатом усреднения 20—30 значений температуры. Таким образом, при флюктуационной чувствительности радиометра 1,75 К (приведенной к постоянной

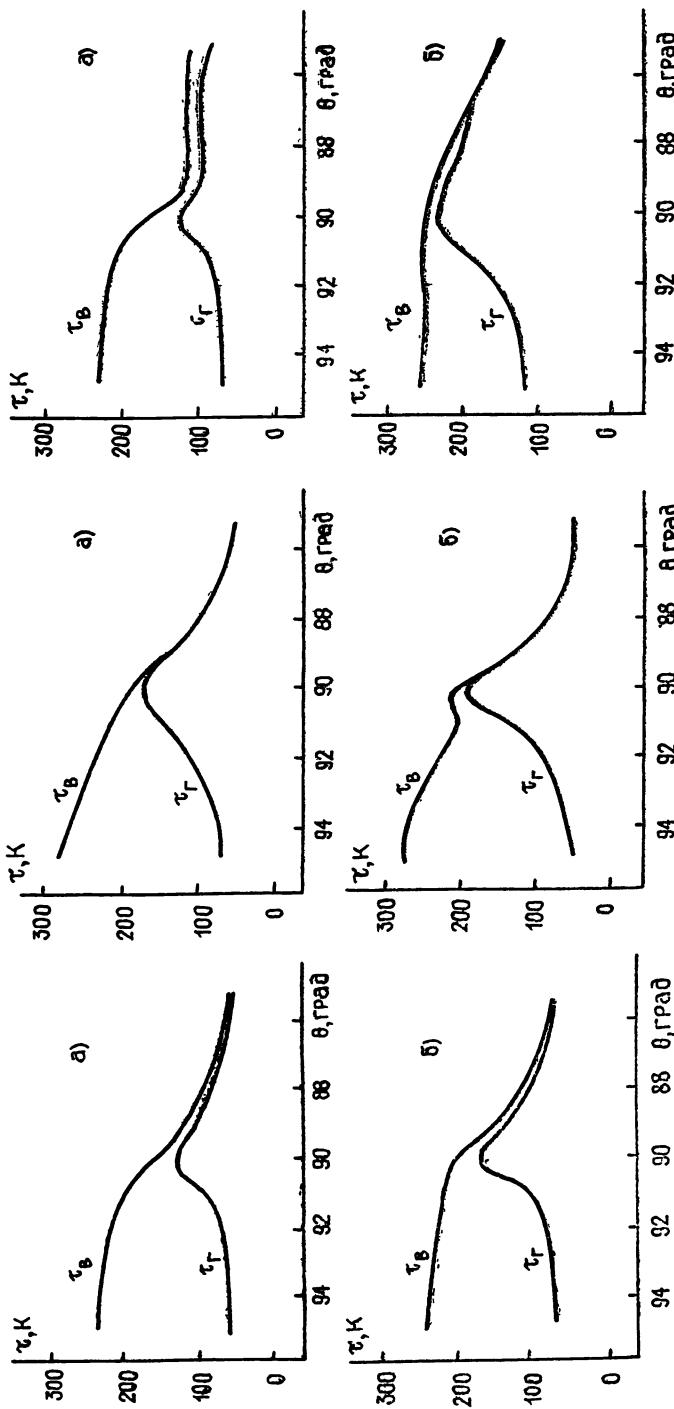


Рис. 1. а) Наблюдаемые зависимости $\tau(\theta)$ при отсутствии волновода; б) наблюдаемые зависимости $\tau(\theta)$ при наличии волновода.

Рис. 2 а) Расчетные зависимости $\tau(\theta)$ при отсутствии волновода; б) расчетные зависимости $\tau(\theta)$ при наличии волновода.

Рис. 3 а) Наблюдаемые зависимости $\tau(\theta)$ для случая облачности; б) наблюдаемые зависимости $\tau(\theta)$ для случая дождя.

Рис. 2.

Рис. 3.

времени 0,02 с) эквивалентная чувствительность измерений была не хуже 0,3 К. В общей сложности было выполнено более ста наблюдений, которые имели хорошую повторяемость в пределах отрезка времени 10—15 минут. Увеличение времени накопления (свыше 3 минут) на виде кривых $\tau_b(\theta)$, $\tau_r(\theta)$ не сказывалось.

Наиболее характерные зависимости $\tau_b(\theta)$ и $\tau_r(\theta)$ приведены на рис. 1а. В различных сериях измерений наблюдаются небольшие вариации абсолютных значений температур и ширины пика при горизонтальной поляризации. В некоторых сериях измерений наблюдался качественно иной вид зависимости $\tau_b(\theta)$ (рис. 1б). Если сравнить эти типичные зависимости с результатами расчета при наличии и в отсутствие волновода испарения (рис. 2а, 2б), то можно предположить, что случай, показанный на рис. 1б, соответствует волноводному распространению. Кривые, показанные на рис. 2, получены путем численной свертки соответствующих зависимостей, приведенных в работе [1], с модельной диаграммой направленности, главный лепесток которой имел гауссову форму и ширину на уровне половинной мощности 1°.

Некоторое влияние на вид кривых $\tau_b(\theta)$ и $\tau_r(\theta)$ оказывали метеорологические условия в момент измерений (дождь, туман, облачность и т. д.). Например, кривые, показанные на рис. За, были получены, когда на некоторой высоте над горизонтом имелся слой плотной облачности. Кривые на рис. Зб соответствуют условиям дождя.

Следует отметить, что абсолютные значения измеренной радиоактостной температуры на вертикальной поляризации при $\theta > 90^\circ$ почти всегда получались меньше расчетных, что может быть связано с влиянием морского волнения и затенением некоторых участков моря для отраженных лучей [3].

В заключение можно сказать, что для обнаружения и идентификации волноводных структур в атмосфере наиболее удобными могут оказаться измерения на вертикальной поляризации, так как вид кривой при горизонтальной поляризации качественных изменений не претерпевает. Использование формы пика радиоактостной температуры при горизонтальной поляризации для определения характеристик волноводов требует дополнительных исследований. Так, например, в отдельных измерениях на вершинах этого пика появлялись дополнительные выбросы, возможно связанные со структурой волноводов.

Проводились сопоставления по 30-ти наблюдениям амплитуд пика радиоактостной температуры как для горизонтальной, так и для вертикальной поляризации с высотами волноводов, полученным по стандартным метеорологическим измерениям, выполненным сотрудниками ЛГМИ. Высоты волноводов восстанавливались по двум методикам, предложенным А. С. Гавриловым и в работе [4]. Корреляции между данными не наблюдалось, что может быть связано с условиями проведения эксперимента.

Авторы выражают благодарность сотрудникам ЛГМИ за предоставленные данные

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич А. С., Ершов А. Т. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1979. Т 15. № 2 С. 218.
2. Дорожкин Н. С., Михайлов Н. Ф., Щукин Г. Г. и др. // Труды ГГО. 1987. Вып. 508. С. 134.
3. Мартынова Е. В., Рыжков А. В. // Труды ГГО. 1982. Вып. 470. С. 108
- 4 Rothenberg S. // Marconi Review. 1974 V 37 № 192. P. 18.

Тихоокеанский океанологический институт
ДВО АН СССР

Поступила в редакцию
1 марта 1989 г.,
после переработки
22 ноября 1989 г.

УДК 538.56:519.25

НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ БЕТЕ—СОЛПИТЕРА: ДИАГРАММНЫЙ ПОДХОД

Л. А. Апресян

Уравнение Бете—Солпитера (УБС) обычно используется для строгого обоснования феноменологической теории переноса излучения (ТПИ) [1, 2]. Оно позволяет выяснить микроскопический смысл феноменологических параметров ТПИ и, кроме того, установить границы применимости уравнения переноса излучения (УПИ), широко применяемого при описании различных классических и квантовых задач. В последние годы выяснилось, что линейная ТПИ отказывает при возникновении андерсоновской (сильной) локализации в случайных системах [3], предшественником которой является так называемая слабая локализация [4] или, в несколько ином контексте, эффект усиления обратного рассеяния [5]. В работе [6] была предпринята попытка описания андерсоновской локализации на основе феноменологического нелинейного самосогласованного подхода, использующего диффузионное приближение. Результаты [6] нашли разнообразные применения (в качестве примеров укажем работы [7—10]), где оценивались границы

бълостей локализаций для объемных и поверхностных акустических волн). Позже в [1] было показано, что уравнения диффузионного приближения [6] вытекают из более общего нелинейного приближения для УБС, полученного в [12] на основе алгебраического подхода. Такой подход хотя и не представляет особых затруднений, но выглядит довольно формальным и приводит к громоздким выражениям. В данной заметке нелинейное УБС, аналогичное полученному в [12], выводится значительно короче с использованием диаграммной техники.

Рассмотрим линейную стохастическую задачу вида

$$G = G^0 + G^0 V G, \quad (1)$$

где G и G^0 — соответственно искомый и невозмущенный операторы Грина, а V — случайный оператор возмущения ($\langle V \rangle = 0$). Для определенности будем считать, что (1) отвечает стационарному волновому уравнению $(\Delta + k^2(1+\varepsilon))u=0$ [2] с гауссовыми флуктуациями ε , так что $G=(\Delta+k^2(1+\varepsilon))^{-1}$, $G^0=(\Delta+k^2)^{-1}$, $V=-k^2\varepsilon$. Считая, что операторы с индексами 1 и 2 действуют на функции от аргументов с теми же индексами, причем величины с индексом 2 берутся комплексно-сопряженными, рассмотрим второй момент $\langle G_1 G_2 \rangle \equiv \overline{G_1 G_2}$. Этот момент удовлетворяет УБС [2]

$$\overline{G_1 G_2} = \overline{G_1} \overline{G_2} (1 + K \overline{G_1} \overline{G_2}). \quad (2)$$

Входящий сюда оператор интенсивности $K \equiv K_{1,2}$ известен в общем случае лишь в виде разложения в бесконечный ряд теории возмущений по V и дается суммой сильносвязных диаграмм

$$K = \text{[diagram]} + \text{[diagram]} + \text{[diagram]} + \text{[diagram]} + \dots, \quad (3)$$

где использованы обычные диаграммные обозначения [2].

Покажем, что K удовлетворяет нелинейному уравнению, приближенное решение которого позволяет частично просуммировать сумму (3). С этой целью введем вспомогательный «флуктуационный T -оператор» с помощью соотношения

$$G = \overline{G} + \overline{G} T \overline{G}. \quad (4)$$

Если среднее значение \overline{G} считать известным, то нахождение второго момента $\overline{G_1 G_2}$ эквивалентно нахождению $\overline{T_1 T_2}$, поскольку эти моменты выражаются друг через друга:

$$\overline{G_1 G_2} = \overline{G_1} \overline{G_2} + \overline{G_1} \overline{G_2} \overline{T_1} \overline{T_2} \overline{G_1} \overline{G_2}, \quad \overline{T_1} \overline{T_2} = K + K \overline{G_1} \overline{G_2} K. \quad (5)$$

При этом «вершинная функция» $\overline{T_1 T_2}$ удовлетворяет вытекающему из УБС (2) уравнению

$$\overline{T_1 T_2} = K + K \overline{G_1} \overline{G_2} \overline{T_1} \overline{T_2}, \quad (6)$$

которое естественно назвать «УБС для T ». Итерируя (6), получаем $\overline{T_1 T_2} = K + P$, где P — сумма всех слабосвязных диаграмм:

$$P = K \overline{G_1} \overline{G_2} K + K \overline{G_1} \overline{G_2} K \overline{G_1} \overline{G_2} K + \dots = K \overline{G_1} \overline{G_2} K. \quad (7)$$

Введем теперь линейную операцию R , действие которой на двухрядные диаграммы сводится к развороту на 180° нижней линии с сохранением всех кумулянтных связей, так что

$$R \text{ [diagram]} = \text{[diagram]}, \quad R \text{ [diagram]} = \text{[diagram]}, \quad R \text{ [diagram]} = \text{[diagram]}$$

и т. д. (Алгебраически действие R сводится к замене местами аргументов, отвечающих концам нижней линии распространения, причем $R^2 = 1$.)

По отношению к R оператор K можно разложить на инвариантную часть K_{inv} , $R K_{inv} = K_{inv}$ и неинвариантную часть K_n , такую, что диаграммы из $R K_n$ не принадлежат K , т. е. оказываются слабосвязными. Таким образом, имеем $K = K_{inv} + K_n$. Нетрудно видеть, что действие R на любую слабосвязную диаграмму из (7) приводит к сильносвязной диаграмме. Другими словами, P не содержит инвариантной относительно R части. Рассматривая K_n и P не как суммы, а как множества диаграмм, имеем $R K_n \subset P$ и $R P \subset K_n$, откуда следует, что $K_n = RP$. Таким образом, мы пришли к соотношению

$$K = K_{inv} + K_n = K_{inv} + R K \overline{G_1} \overline{G_2} K, \quad (8)$$

которое и представляет собой искомое нелинейное уравнение для K с «источником» K_{inv} , равным сумме сильносвязных диаграмм, инвариантных относительно операции

разворота R (отдельные слагаемые этой суммы не обязательно инвариантны относительно R):

$$K_{\text{inv}} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]} + \dots \quad (9)$$

Нелинейное уравнение для K (8) нужно рассматривать совместно с УБС (2). Если решить формально (8), выразив K через K_{inv} и $\overline{G_1 G_2}$, то, подставив результат в (2), мы получим нелинейное уравнение для $\overline{G_1 G_2}$. Так, например, итерируя (8) и полагая в простейшем приближении $K_{\text{inv}} \simeq \langle V_1 V_2 \rangle$, имеем

$$K \simeq K_{\text{inv}} + R K_{\text{inv}} \overline{G_1 G_2} K_{\text{inv}} \simeq \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 4]} + \text{[Diagram 5]}, \quad (10)$$

где

$$\text{[Diagram 4]} = \overline{G_1 G_2} - \overline{\overline{G_1} \overline{G_2}}. \quad (11)$$

Если удержать здесь первую и третью диаграммы (что оправдано, если вклад от второй диаграммы меньше вклада от первой), то, подставив найденное K в (2), мы придем к нелинейному УБС, использованному в [1] для вывода уравнений самосогласованного диффузационного приближения [6]. Это приближение может оправдываться, например, результатами работ [7-10], допускающими сравнение с экспериментом.

В заключение отметим, что в цитированной выше работе [6] также рассматривалась классификация диаграмм, приводящая к нелинейному соотношению для вторых моментов (соотношение (19), из [6]), которое в наших обозначениях имеет вид

$$P = (RP + K_{\text{inv}}) \overline{G_1 G_2} (P + RP + K_{\text{inv}}). \quad (12)$$

В [6] отмечалась принципиальная возможность использования этого уравнения для нахождения P , однако окончательное нелинейное уравнение было получено в [6] с помощью эвристических соображений. Предложенная выше методика, рассматривающая уравнение (8) совместно с УБС (2), более последовательна и непосредственно приводит к нелинейной теории переноса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения. — М.: Наука, 1983.
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. 2.
3. Anderson P. W. // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 1492.
4. Bergman G. // Phys. Rep. 1984. V. 107. P. 1.
5. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 7. С. 1064.
6. Vollhardt D., Wölfle P. // Phys. Rev. 1980. V. B22. P. 4666.
7. Kirkpatrick T. R. // Phys. Rev. 1985. V. B31. P. 5746.
8. Condat C. A., Kirkpatrick T. R. // Phys. Rev. 1987. V. B36. P. 6782.
9. Condat C. A., Kirkpatrick T. R. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 226.
10. McGurn A. R., Maradudin A. A. // JOSA. 1987. V. 4. P. 910.
11. Апресян Л. А. Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 3504-В89. Деп. от 26 мая 1989 г.
12. Апресян Л. А. Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 2697-В89. Деп. от 25 апреля 1989 г.

Поступила в редакцию
13 декабря 1988 г.

УДК 621.371

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПРИ ЧИСЛЕННОМ АНАЛИЗЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

A. A. Бочаров

В работе [1] рассмотрен метод случайных «лучевых» траекторий (МСЛТ), предназначенный для анализа распространения волн в средах с крупномасштабными случайными неоднородностями показателя преломления. МСЛТ позволяет получить ряд

характеристик, связанных с двухчастотной функцией взаимной когерентности поля, в частности средний профиль рассеянного импульса. Особенностью МСЛТ является простота реализации на его основе численных алгоритмов с использованием метода Монте-Карло, причем специальная процедура «ускорения вычислений» [1] позволяет резко уменьшить время счета задач. Конкретная программа на основе МСЛТ, предназначенная для радиоастрономических задач, описана в [2].

При численном анализе с использованием МСЛТ на ЭВМ просчитываются реализации «лучевых» траекторий, состоящих из отрезков между последовательными точками рассеяния, где «луч» меняет свое направление на случайный угол. Плотность распределения этих угловых отклонений определяется видом автокорреляционной функции (АКФ) или, эквивалентно, пространственным спектром неоднородностей. Пусть $R_n(x, y, z)$ — нормированная АКФ неоднородностей [3], тогда соответствующая нормированная «поперечная» АКФ есть $f(x, y) = A(x, y)/A(0, 0)$, где

$$A(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_n(x, y, z) dz$$

(если z совпадает с направлением распространения волны, x и y — поперечные координаты). Плотность распределения проекций углов рассеяния «лучей» на координатные плоскости $x0z$ и $y0z$ в МСЛТ связана с $f(x, y)$ преобразованием Фурье вида

$$m(\theta_1, \theta_2) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{ik(\theta_1 x + \theta_2 y)} dx dy,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, т. е. по существу определяется непосредственно видом пространственного спектра неоднородностей $\Phi_n(x_1, x_2, x_3 = 0)$ [3] при замене пространственной частоты на угол рассеяния: $\kappa_\perp = k\theta_\perp$.

В этой связи при статистическом моделировании на основе МСЛТ возникает задача формирования случайных чисел с плотностью распределения $m(\theta_1, \theta_2)$. Для гауссовой АКФ неоднородностей эта плотность распределения является также гауссовой:

$$m_G(\theta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\theta_1^2/2\sigma^2), \quad \sigma = \sqrt{2}/kl,$$

где l — характерный размер неоднородностей (аналогично для θ_2). Формирование угловых отклонений «лучей» при этом сложности не представляет; например, в программе [2] использован известный алгоритм [4], обеспечивающий за одно обращение к датчику генерацию сразу двух независимых случайных чисел — проекций θ_1 и θ_2 . Однако формирование случайных чисел с законом распределения, соответствующим, например, модифицированному степенному спектру, является не столь простой задачей, тем более, что число обращений к такому датчику составляет обычно порядка 10^6 — 10^7 , т. е. требования к его быстродействию весьма высоки.

Эффективный метод формирования необходимых случайных чисел между тем непосредственно вытекает из предложенной в [5] многомасштабной модели неоднородностей. АКФ неоднородностей при этом представляется в виде суперпозиции гауссовых АКФ

$$R_n(r) = \int_0^\infty \varphi(a) e^{-r^2/a^2} da,$$

где $\varphi(a)$ — некоторая весовая функция. Соответствующим выбором $\varphi(a)$ можно обеспечить аппроксимацию любого из обычно используемых при анализе видов АКФ неоднородностей. Для распределения угловых отклонений «лучей» в рамках данной модели получаем выражение, допускающее очевидную вероятностную трактовку:

$$m(\theta) = \int_0^\infty p(a) m_G(\theta/a) da, \quad (1)$$

где

$$p(a) = \begin{cases} a\varphi(a)/\int_0^\infty a\varphi(a) da, & a > 0 \\ 0 & , a < 0 \end{cases}$$

есть плотность распределения характерных размеров неоднородностей, а величина

$$m_G(\theta/a) = \frac{ka}{2\sqrt{\pi}} \exp[-(ka\theta/2)^2]$$

есть по сути условная плотность распределения угловых отклонений при фиксированном размере неоднородностей a .

Из соотношения (1) непосредственным образом следует практический способ формирования необходимых случайных чисел при статистическом моделировании на основе МСЛТ:

- 1) генерируется случайное число — характерный размер неоднородности a — с законом распределения $p(a)$;
- 2) генерируются два независимых случайных числа θ'_1 и θ'_2 с нормальным распределением ($\mu=0, \sigma=1$);
- 3) вычисляются проекции угла рассеяния «луча»

$$\theta_1 = \theta'_1 \sqrt{2}/ka, \quad \theta_2 = \theta'_2 \sqrt{2}/ka,$$

имеющие требуемый закон распределения.

В частности, для степенного спектра неоднородностей с показателем $\alpha = -11/3$, внутренним и внешним характерными масштабами l_0 и L_0

$$\varphi(a) = 0,246 C_n^2 a^{-1/3}, \quad l_0 \leq a \leq L_0,$$

где $\tilde{l}_0 \approx 0,475 l_0$, $\tilde{L}_0 \approx 1,58 L_0$ [6]. Соответственно получаем

$$p(a) = \frac{5}{3} a^{2/3} / [\tilde{L}_0^{5/3} - \tilde{l}_0^{5/3}], \quad \tilde{l}_0 \leq a \leq \tilde{L}_0. \quad (2)$$

Для формирования случайных чисел с законом распределения (2) можно использовать обычный подход [4], основанный на генерации случайных чисел x , равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$, с последующим преобразованием на основе соотношения $a = F^{-1}(x)$, где $F(x)$ — функция распределения, соответствующая плотности $p(a)$. В данном случае

$$a = [x(\tilde{L}_0^{5/3} - \tilde{l}_0^{5/3}) + \tilde{l}_0^{5/3}]^{3/5}. \quad (3)$$

Для экспоненциальной АКФ неоднородностей вида

$$R_n(r) = \exp(-r/l)$$

соответствующая плотность распределения есть [3]

$$p(a) = (a/2l^2) \exp[-(a/2l)^2], \quad a \geq 0,$$

и вместо (3) надо использовать преобразование

$$a = 2l \sqrt{-\ln(1-x)}.$$

Включение в конкретную программу для ЭВМ [2] наряду с гауссовой АКФ и вариантов, соответствующих экспоненциальному АКФ и степенному спектру с произвольным показателем α , при использовании рассмотренного метода не представляет никакой сложности и практически не оказывается на времени счета. Сама программа при этом становится достаточно универсальной, поскольку включает в себя все наиболее часто используемые виды АКФ неоднородностей среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бочаров А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 10. С. 1151.
2. Бочаров А. А. // Астрофизика. 1987. Т. 27. Вып. 3. С. 489.
3. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. — М.: Наука, 1978
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Математические методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980.
5. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Фейзуллин З. И. // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. Вып. 8. С. 1758.
6. Кравцов Ю. А., Фейзуллин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. — М.: Радио и связь, 1983.

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
9 марта 1989 г.

БАЛАНСНЫЙ РАДИОМЕТР

В. Г. Панаджян

Известно, что балансная схема радиометра выгодно отличается от схем модуляционных радиометров, в частности, тем, что в них отсутствуют процессы модуляции и демодуляции измеряемого шумового сигнала, вследствие чего исключаются источники потерь мощности входного слабого сигнала, подлежащего измерению. В балансном радиометре мощность измеряемого шумового сигнала используется полностью. Однако это дается ценой усложнения схемы радиометра — требуется два канала приемника. Это приводит к тому, что чувствительность балансного радиометра в $\sqrt{2}$ раз ухудшается относительно предельной чувствительности компенсационного радиометра. Для того чтобы реализовать предельную чувствительность балансного радиометра, необходимо устранить паразитный сигнал, являющийся переносчиком нестабильности коэффициента усиления приемников радиометра. В известной схеме балансного радиометра [1] для компенсации паразитного сигнала, обусловленного антенной температурой (фон неба) и связью между двумя каналами (приемниками) радиометра, используется эквивалент антены [1]. В некоторых отношениях это создает неудобства и усложняет радиометр. Нам представляется возможным построить схему балансного радиометра так, чтобы исключить эквивалент антены из входного тракта радиометра, а вместо него для компенсации паразитного сигнала использовать внутренние шумы приемников радиометра.

Блок-схема балансного радиометра, в котором для компенсации паразитного сигнала используются внутренние шумы приемников, приведена на рис. 1. От известной схемы балансного радиометра она отличается тем, что здесь: 1) исключен эквивалент антены из входного тракта радиометра; 2) в цепи компенсирующего сигнала введен дополнительный УПЧ (ДУПЧ), коэффициент передачи которого выбирается в зависимости от величины антенной температуры; 3) в цепи компенсирующего сигнала использован ФНЧ с более узкой полосой пропускания, чем в ФНЧ компенсируемого сигнала. Причем в случае, когда коэффициент передачи ДУПЧ выбирается перед каждым наблюдением источника радиоизлучения, получаем схему квазинулевого балансного радиометра.

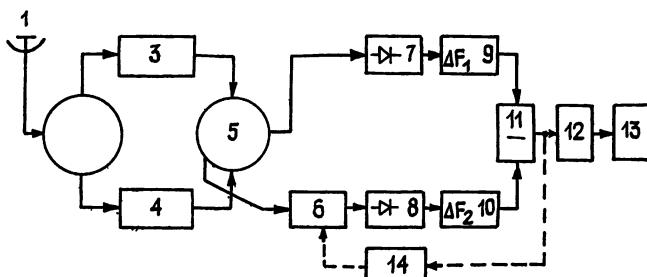


Рис. 1. Блок-схема балансного радиометра: 1 — антenna, 2 — гибридное кольцо, 3, 4 — приемники, 5 — двойное гибридное соединение, 6 — дополнительный усилитель промежуточной частоты ДУПЧ, 7, 8 — квадратичные детекторы, 9, 10 — фильтры низких частот, 11 — блок компенсации, 12 — выходной блок, 13 — регистратор, 14 — блок автоматического регулирования усиления (АРУ).

Вычислим квадрат коэффициента передачи M дополнительного усилителя ПЧ в канале компенсирующего сигнала исходя из условия равенства паразитного сигнала нулю. Воспользуемся обозначениями и формулами (55)–(61) из работы [1]. В принципе эту задачу можно решать в общем случае, когда коэффициенты усиления приемников отличаются друг от друга. Для получения простых соотношений рассмотрим случай, когда два канала (приемника) радиометра идентичны. В этом случае можно показать, что постоянные составляющие токов на выходе квадратичных детекторов 7 и 8 равны

$$i_1 = \beta K^2 [\bar{n}_a^2 + \bar{n}^2 (1 + \gamma)^2]; \quad (1)$$

$$i_2 = \beta K^2 M^2 \bar{n}^2 (1 - \gamma)^2 \quad (2)$$

и представляют собой компенсируемый и компенсирующий сигналы соответственно.

Разность (1) и (2) является паразитным сигналом:

$$I_{\text{пар}} = \beta K^2 [\bar{n}_a^2 + \bar{n}^2 (1 + \gamma)^2 - M^2 \bar{n}^2 (1 - \gamma)^2]. \quad (3)$$

Из условия равенства паразитного сигнала нулю находим

$$M^2 = \frac{n_a^2 + n^2(1+\gamma)^2}{n^2(1-\gamma)^2} = \frac{T_a + (1+\gamma)^2 T}{(1-\gamma) T}. \quad (4)$$

Как видно из (4), квадрат коэффициента передачи ДУПЧМ линейно зависит от антенной температуры (фона неба) T_a . Это позволяет введением цепи АРУ между выходом блока компенсации и ДУПЧ рассмотриваемый балансный радиометр, в котором внутренние шумы приемников использованы для компенсации паразитного сигнала радиометра, превратить в нулевой балансный радиометр, как это показано пунктиром на рис. 1. В этом случае выходной сигнал блока компенсации автоматически регулирует коэффициент передачи ДУПЧ, так что условие компенсации паразитного сигнала выполняется автоматически и непрерывно, а рассматриваемый радиометр работает в автономном режиме с минимальным вмешательством оператора.

Определим флуктуационную чувствительность рассмотренной схемы балансного радиометра, используя процедуру вычислений стандартного отклонения выходных флуктуаций тока и тока сигнала, описанную в [1]. Для повышения флуктуационной чувствительности радиометра целесообразно сузить полосу пропускания ФНЧ компенсирующего сигнала (ΔF_2) в сравнении с каналом компенсируемого сигнала (ΔF_1), как это сделано в случае модуляционного радиометра [2]. Можно показать, что стандартное отклонение выходных флуктуаций тока рассмотренной схемы балансного радиометра имеет вид

$$I_{\text{ш}} \equiv (\bar{I}_{\text{ш},1}^2 + \bar{I}_{\text{ш},2}^2)^{1/2} = \sqrt{2} \beta [(\bar{n}^2)^2 (\chi + M^2) + (\bar{n}_a^2 + 2\bar{n}^2) \bar{n}_a^2 \chi]^{1/2} \sqrt{\Delta F_2 / \Delta f},$$

а флуктуационная чувствительность определяется выражением (при $K_1 = K_2 = K$, $\gamma = 0$)

$$\Delta T = \sqrt{2} T_{\text{ш}} \sqrt{\Delta F_1 / \Delta f + \Delta F_2 / \Delta f} = \sqrt{2} T_{\text{ш}} \sqrt{\Delta F_1 / \Delta f} \sqrt{1 + 1/\chi} = \Delta T_{\text{к.р.}} \sqrt{1 + 1/\chi},$$

где

$$\chi = \Delta F_1 / \Delta F_2, \quad T_{\text{ш}} = T_a + T, \quad \Delta T_{\text{к.р.}} = \sqrt{2} T_{\text{ш}} \sqrt{\Delta F_1 / \Delta f}.$$

Из выражения для флуктуационной чувствительности видно, что при одинаковых полосах пропусканий ФНЧ каналов компенсирующего и компенсируемого сигналов ($\chi = 1$) флуктуационная чувствительность рассмотренной схемы равна флуктуационной чувствительности традиционного балансного радиометра — $2T_{\text{ш}} \sqrt{\Delta F_1 / \Delta f}$, а при сужении полосы пропускания ФНЧ компенсирующего сигнала в сравнении с каналом компенсируемого сигнала ($\chi \gg 1$) флуктуационная чувствительность рассмотренного балансного радиометра приближается к флуктуационной чувствительности компенсационного радиометра — $\Delta T = \Delta T_{\text{к.р.}} \sqrt{1 + 1/\chi}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парицкий Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1973. С. 259.
2. Ворсин Н. Н., Милицкий Ю. А., Шайнский В. М.; Эткин В. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 8. С. 931.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
АН АрмССР

Поступила в редакцию
17 марта 1989 г.

УДК 621.391.822:621.3.018

ОЦЕНКА ШИРИНЫ СПЕКТРА КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПО ДЕВИАЦИИ ЧАСТОТЫ

А. Г. Пашев

Вопрос об оценке ширины спектра сигнала с флуктуациями частоты возникает при разработке прецизионных радиоэлектронных систем. Непосредственное измерение этой характеристики является сложной и трудоемкой процедурой, а строгий ее расчет требует детальной информации о спектре флуктуаций частоты. В то же время хорошо разработаны методы измерения такой интегральной характеристики, как девиация частоты сигнала. В настоящей работе показана возможность оценки ширины спектра сигнала на основе данных о девиации его частоты.

1. Рассмотрим радиопульс длительностью T , обладающий амплитудой X_0 и невозмущенной частотой f_0 :

$$x(t) = X_0 [1(t) - 1(t-T)] \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)). \quad (1)$$

Здесь $1(\cdot)$ — единичная функция, $\varphi(t) = \varphi_n(t) + \varphi_d(t)$ — флюктуации фазы, спектр мощности которых состоит из непрерывной части и набора N дискретных составляющих:

$$\langle \varphi^2 \rangle_F = \langle \varphi_n^2 \rangle_F + \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} B_k^2 \delta(F - F_k).$$

Считаем, что непрерывная часть спектра изменяется по степенному закону $\langle \varphi_n^2 \rangle_F = h/F^\alpha$. На низких частотах, $F < F_b$, величина параметра формы спектра ограничена, $\alpha < 5$, что означает стационарность вторых приращений фазы. На высоких частотах, $F > F_b$, полагаем $\alpha = 4$. Величина F_b носит название верхней частоты перегиба.

Рассмотрим сигнал большой длительности T , при которой спектр полностью определяется свойствами заполнения.

Ширину ΔF энергетического спектра $W(F)$ сигнала, (1) определим как диапазон частот отстройки, внутри которого сосредоточено 50% энергии сигнала:

$$\int_0^{\Delta F/2} W(F) dF = X_0^2 T / 8.$$

Подобное определение пригодно для описания сигналов, обладающих любой формой $W(F)$.

Определим девиацию частоты следующим образом:

$$\sigma(T) = \sqrt{2} \sigma_A(\tau; T); \quad (2)$$

$$\tau \ll (T; 1/F_b), \quad (3)$$

где $\sigma_A^2(\tau; T)$ — многоотсчетная дисперсия Аллена с нулевым «мертвым» временем [1], методы ее измерения рассмотрены в [2, 3].

2. Анализ начнем с сигналов, обладающих интегрируемыми ($\alpha < 3$) спектрами частотных флюктуаций. В этом случае, форма спектра сигнала (1) и девиация его частоты (2) не зависят от T , а величина $\sigma_A^2(\tau; T)$ при условии (3) равна дисперсии частотных флюктуаций $\langle v^2 \rangle$.

Спектр сигнала может быть представлен в виде

$$W(F) = \int_{-\infty}^{\infty} W_n(F') W_d(F - F') dF',$$

где $W_n(F)$ — энергетический спектр сигнала с амплитудой X_0 и флюктуациями фазы $\varphi_n(t)$ [4, 5], $W_d(F)$ — спектр мощности сигнала, обладающего неограниченной длительностью, единичной мощностью и гармонической модуляцией фазы $\varphi_d(t)$ [6].

Можно показать, что ширина ΔF связана с шириной ΔF_n спектра $W_n(F)$ следующим соотношением:

$$\Delta F \lesssim \Delta F_n / \beta, \quad \beta = \prod_{k=1}^N J_0^2(B_k), \quad \beta < 1,$$

где β — мощность дискретной составляющей, расположенной на частоте f_0 , в спектре $W_d(F)$, $J_0(\dots)$ — функция Бесселя.

В прецизионных генераторных устройствах индекс паразитной фазовой гармонической модуляции $m \ll \sum_{k=1}^N B_k$ обычно не превышает сотых долей радиана, поэтому величина β близка к единице. При $m < 0,5$ ширина ΔF отличается от ΔF_n менее чем на 10%:

$$\Delta F_n \ll \Delta F \ll 1,1 \Delta F_n.$$

В работе [7] при помощи неравенства Чебышева показано, что для сигналов с гауссовыми частотными флюктуациями $\Delta F_n \ll \sqrt{2 \langle v^2 \rangle}$, т. е. при выполнении (3) $\Delta F_n \ll \sigma_n$. Для ширины ΔF спектра $W(F)$ получим

$$\Delta F = \lambda \sigma_n, \quad \lambda < 1,1. \quad (4)$$

Девиация частоты σ_n , обусловленная $\varphi_n(t)$, связана с измеряемой девиацией σ сигнала (1) следующим соотношением:

$$\sigma_n^2 = \sigma^2 - \sigma_d^2, \quad \sigma_d^2 \ll 4\pi^2 \sum_{k=1}^N F_k^2 B_k^2, \quad (5)$$

где σ_d — девиация частоты, обусловленная паразитной гармонической модуляцией.

Из вышесказанного следует, что в случае отсутствия информации о форме спект-

ра фазовых флюктуаций ширину спектра $W(F)$ можно оценить по дёвиации частоты сигнала:

$$\Delta F = \lambda \sigma_n < \lambda \sigma, \quad \lambda < 1,1. \quad (6)$$

Если имеются данные о дёвииации частоты, обусловленной гармонической фазовой модуляцией, можно уточнить оценку ΔF , оценив σ_n при помощи (5).

Для уменьшения погрешности оценки (4) необходима информация о величине индекса частотной модуляции: $n = (\sigma_n/F_v)^2$. Спектр сигналов, обладающих медленными флюктуациями частоты ($n \gg 1$), имеет гауссову форму [4]. В этом случае $\Delta F_n \approx \sigma_n$ ($\lambda \approx 1$). Форма радиочастотного спектра сигнала с малым ($n \ll 1$) индексом частотной модуляции близка к лоренцевой, параметр λ равен отношению дёвииации частоты к ширине спектра частотных флюктуаций, т. е. ширина спектра ΔF в (F_v/σ_n) раз меньше дёвииации частоты.

3. Ширина спектра $W(F)$ сигналов, обладающих стационарными ($\alpha < 1$) слабыми ($\langle \Phi^2 \rangle < 0,7$) фазовыми флюктуациями, равна нулю, поскольку имеющаяся в этом случае монохроматическая линия в спектре $W_n(F)$ заключает в себе более половины энергии сигнала. Для сигналов, обладающих более мощными флюктуациями фазы, уточнение оценки (4) требует дополнительных исследований.

4. Соотношение (4) справедливо и для сигналов, спектры фазовых флюктуаций которых расходятся на низких частотах быстрее, чем F^{-3} [7]. Спектр сигнала (1) в этом случае расположен не на частоте f_0 , а на средней по реализации частоте f_T [7, 8]. Отличие f_0 от f_T определяют спектральные составляющие, расположенные на частотах $F < 1/T$. Для таких сигналов также справедлива оценка (6), с той лишь разницей, что ΔF и σ_n будут являться функциями времени T . Детальный анализ соотношения ширины спектра и дёвииации частоты проводится [9].

Таким образом, дёвииация частоты является верхней оценкой ширины спектра квазигармонического сигнала независимо от мощности и формы спектра его фазовых флюктуаций. При наличии информации о ширине спектра частотных флюктуаций F_v точность оценки ΔF может быть повышена.

Автор выражает благодарность Малахову А. Н. и Якимову А. В. за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Barnes J. A. et. al. // IEEE Trans. 1971. V. IM-20. P. 105.
2. Пашев Г. П., Парфёнов Г. А. // Техника средств связи. Сер. РИТ. 1982. № 2. С. 1.
3. Rutman J. // IEEE Trans. 1974. V. IM-23. № 1. P. 40.
4. Малахов А. Н. // Флюктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968.
5. Стратонович Р. Л. // Избранные вопросы теории флюктуаций в радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1961.
6. Гоноровский И. С. // Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Радио и связь, 1986.
7. Гершт А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 4. С. 701.
8. Josse B., Vergnè L., Gardoñ F. // 40-th Ann. Freq. Control, Symp. 1986. P. 300.
9. Пашев А. Г., Саичев А. И., Якимов А. В. // Радиотехника и электроника 1989. Т. 34. № 12. С. 2550.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
25 января 1989 г.

УДК 533.951

РЕЗОНАНСНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН С ГРАНИЦЕЙ ПЛАЗМА — ПРОВОДНИК

E. M. Громов

Резонансное согласование волн с плоскослоистыми неоднородностями в плазме осуществляется при взаимодействии этих волн с затухающими квазилокализованными волнами, распространяющимися вдоль неоднородностей. Ранее изучалось однополевое согласование, при котором квазилокализованная затухающая волна и волна излучения являлись волнами одного поля, например электромагнитного (ЭМ) [1-3]. Возможность взаимодействия квазилокализованных ЭМ волн с волнами излучения другого поля отмечалась в [4]. В частности, в [4] показана возможность согласования ленгмюровских волн с барьераами плотности.

В данной работе рассмотрено взаимодействие ленгмюровских волн с затухающими поверхностными ЭМ волнами, распространяющимися вдоль границы плазма—проводник.

ник. Показана возможность резонансного согласования ленгмюровских волн с такими границами.

Рассмотрим наклонное падение монохроматической ленгмюровской волны из области однородной изотропной бесстолкновительной плазмы на изотропную поглощающую среду, заполняющую полупространство $z > 0$. В области изотропной бесстолкновительной плазмы распространение ЭМ и ленгмюровских волн, заданной частоты, описывается хорошо известным уравнением четвертого порядка [5], а распространение монохроматических ЭМ волн в изотропной среде с комплексной диэлектрической проницаемостью описывается уравнением Гельмгольца с комплексным волновым числом [6]. Волновой вектор падающей ленгмюровской волны \mathbf{k} примем лежащим в плоскости xy . В этом случае условие непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе плазмы с поглощающей средой при $z=0$ примет вид

$$E_y^p = E_y^d, \quad H_x^p = H_x^d, \quad (1)$$

где E_y — амплитуда y -компоненты электрического поля, H_x — амплитуда x -компоненты магнитного поля, индексы p и d соответствуют полям в плазме и поглощающей среде. Для получения третьего граничного условия примем, что на границе плазмы с поглощающей средой нормальная компонента, осцилляторной скорости электронов обращается в нуль: $V_z=0$ [7-9]. В этом случае граничное условие для нормальной компоненты электрического поля E_z примет вид

$$E_z^p = \varepsilon_k E_z^d, \quad (2)$$

где $\varepsilon_k = \varepsilon_0 - i4\pi\sigma/\omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость поглощающей среды, σ — ее проводимость, ω — частота взаимодействующих волн. Из исходных уравнений [5, 6] с учетом граничных условий (1) и (2) может быть найдена матрица рассеяния ленгмюровских волн на границе плазмы с поглощающей средой. Так, коэффициент отражения ленгмюровских волн R , равный отношению амплитуд отраженной и падающей волн, имеет вид

$$R = - \left(\lambda k_z + i \beta_T^2 \frac{k^2 k_z \chi}{\chi^2 + k_y^2} - ik_y^2 \right) \left(\lambda k_z + i \beta_T^2 \frac{k^2 k_z \chi}{\chi^2 + k_y^2} + ik_y^2 \right)^{-1}, \quad (3)$$

где k_z и k_y — z - и y -компоненты волнового вектора падающей ленгмюровской волны, $k^2 = k_z^2 + k_y^2$, $\beta_T^2 = 3V_T^2/c^2$, V_T — тепловая скорость электронов, c — скорость света, $\chi^2 = k_0^2 - k^2 - 2i\delta^{-2}$, $k_0^2 = \varepsilon_0\omega^2/c^2$, $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$ — толщина скин-слоя,

$$\lambda = \begin{cases} \sqrt{k_y^2(1 - \beta_T^2) - \beta_T^2 k_z^2} & \text{при } \theta > \theta_c \\ i\sqrt{\beta_T^2 k_z^2 - k_y^2(1 - \beta_T^2)} & \text{при } \theta < \theta_c \end{cases},$$

θ — угол между волновым вектором падающей волны и нормалью к границе плазмы, $\tan \theta_c = \beta_T/(1 - \beta_T^2)^{1/2}$. При $\theta < \theta_c$ ленгмюровские волны возбуждают на границе плазмы объемные ЭМ волны, распространяющиеся в плазме под углом к ее границе, а при $\theta > \theta_c$ — поверхностные ЭМ волны, распространяющиеся в плазме вдоль ее границы.

В данной работе остановимся на углах падения $\theta > \theta_c$, соответствующих случаю взаимодействия ленгмюровских волн с поверхностными ЭМ волнами на границе плазмы. Толщину скин-слоя δ примем достаточно малой, $\delta^2(k_0^2 - k_y^2) \ll 1$, когда среда при $z > 0$ является проводником. В этом случае, полагая $\chi = (1 - i)/\delta$, найдем коэффициент отражения R из (3):

$$R = \left(\frac{\tan \theta}{\tan \theta_c} - 1 \right)^{1/2} - \frac{\beta_T k \delta}{2 \cos \theta} + i \left(\frac{\beta_T k \delta}{2 \cos \theta} - \frac{\tan \theta}{\beta_T} \right) \times \\ \times \left[\left(\frac{\tan \theta}{\tan \theta_c} - 1 \right)^{1/2} - \frac{\beta_T k \delta}{2 \cos \theta} + i \left(\frac{\beta_T k \delta}{2 \cos \theta} + \frac{\tan \theta}{\beta_T} \right) \right]^{-1}. \quad (4)$$

Условие согласования ленгмюровских волн $R=0$ с учетом (4) примет вид

$$\left(\frac{\tan \theta}{\tan \theta_c} - 1 \right)^{1/2} = \frac{\beta_T}{2} \frac{k \delta}{\cos \theta}, \quad \tan \theta = \frac{\beta_T^2}{2} \frac{k \delta}{\cos \theta},$$

решением которого являются две пары значений:

$$\theta_1 = \theta_c \left(1 + \frac{1}{2} \beta_T^2 \right), \quad k_1 D = 2\beta_T \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \quad k_1 D = \frac{1}{\beta_T} \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\omega}} \gg 1.$$

Здесь $D = V_T/\omega_p$ — дебаевский радиус. Видно, что области применимости использованного в данной работе приближения $kD \ll 1$ соответствует только первое значение k_1 .

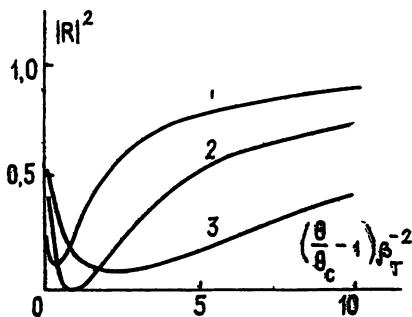


Рис. 1. Квадрат модуля коэффициента отражения ленгмюровских волн $|R|^2$ от границы плазма—проводник в зависимости от величины $(\theta/\theta_c - 1)\beta_T^{-2}$ в окрестности θ_1 при различных значениях $k\delta$

Кривая 1 соответствует $k\delta=1$; 2 — $k\delta=2$; 3 — $k\delta=4$.

Амплитуда поверхностных ЭМ волн в режиме согласования достигает максимума, что говорит о резонансном характере согласования ленгмюровских волн, обусловленном их взаимодействием с затухающими поверхностными ЭМ волнами. На рис. 1 приведен квадрат модуля коэффициента отражения ленгмюровских волн $|R|^2$ в окрестности значений (θ_1, k_1) .

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Ю. М., Вукович С. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. С. 351.
2. Жаров А. А., Кондратьев Н. Г., Миллер М. А. // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. С. 355; Физика плазмы. 1979. Т. 5. С. 261.
3. Сахаров А. А. // Препринт ФИАН СССР № 190. М., 1979.
4. Громов Е. М. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 1219.
5. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
7. Field G. B. // Astrophys. J. 1956. V. 124. P. 555
8. Tidman D. A., Boyd J. M. // Phys. Fluids. 1962. V. 13. P. 215
9. Федорченко А. М. // Укр. физ. журн. 1968. Т. 13. С. 1032.

Горьковский политехнический
институт

Поступила в редакцию
27 февраля 1989 г.