

СОДЕРЖАНИЕ

Агафонов М. И., Барабанов А. П., Кутузов С. М., Станкевич К. С., Удальцов В. А. Шкала потоков на частоте 102 МГц и нестабильность радиоизлучения первичных калибровочных источников	647
Игнашов Ю. В., Криворуцкий Э. Н. Влияние верхнегибридных шумов на формирование неоднородностей F -слоя	655
Бакунов М. И., Жуков С. Н. Резонансные возбуждения на поверхности металла с гиротропным плазменным покрытием	659
Жариков А. А., Темкин С. И., Бурштейн А. И. Релаксация динамической системы, индуцированная параметрической модуляцией ее гамильтониана функционалом от марковского процесса	666
Шмелев А. Б. Об оценивании пространственно-временных фазовых флуктуаций радиоволны, вызванных турбулентной средой распространения	673
Бреховских В. Л. Применение метода эффективных параметров к решению одномерной задачи о функции когерентности поля в случайно-неоднородной среде	680
Островский М. А., Пахомов Ю. И. Асимптотически оптимальное обнаружение сигналов на фоне негауссовых пассивных помех	689
Полевой В. Г. Теплообмен посредством флукутационного электромагнитного поля между хорошо проводящими анизотропными металлами	697
Лялинов М. А. Дифракция высокочастотного электромагнитного поля на гладкой выпуклой поверхности в неоднородной среде	704
Долганов Ю. М., Красинский П. Я. Возможности параметрического управления диаграммами направленности антенных решеток	712
Савинов И. В., Серебряков Г. В. Определение направления на источники коррелированных сигналов с использованием адаптивных антенных решеток	719
Виноградов Д. В., Денисов Г. Г. Преобразование волн в изогнутом волноводе с переменной кривизной	726
Сыровой В. А. К теории однокомпонентных электронных пучков	733
Четвериков А. П. Усиление электромагнитных колебаний в гиропениотроне	741
Пашев А. Г., Якимов А. В. Фликкерный токовый шум полупроводниковых диодов в детекторном режиме	747

Краткие сообщения и письма в редакцию

Ключник А. В. Эффекты поглощения, рассеяния и локализации электромагнитных волн в системе тонких проводящих иголочек	751
Емельнов П. Ю. Матричное описание взаимодействия ФАР и пространства	752
Евстропов Г. А., Прилуцкий А. А. Излучение волноводной антенной решетки с пассивными компенсационными проводниками в случае H -поляризации	755
Бичуцкая Т. И. Влияние взаимодействия мод на поле в волноводе в условиях локального вырождения	758
Крючков С. В., Сыродоев Г. А. Эффект Франца—Келдыша в узкозонных полупроводниках в сильном переменном поле	762
Ханкина С. И., Яковенко В. М. Возбуждение поверхностных геликонов в плазме полупроводника магнитным диполем	764

Аннотации депонированных статей

Брандт Э. А., Дудкин В. П. Взаимодействие электромагнитных волн с движущейся слабонеоднородной средой	654
---	-----

Информация

О новых книгах	679, 696, 725, 732
--------------------------	--------------------

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, В. И. ГАПОНОВ
В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора),
В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРА-
ТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИ-
КОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН, В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР,
В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурашкина

Сдано в набор 3.04.90. Подписано к печати 16.07.90. МЦ 00762.
Формат 70×108/16. Бумага типографская № 2. Высокая печать.
Усл. печ. л. 10,85. Усл. кр.-отт. 13,02. Уч.-изд. л. 13,1. Тираж 1210 экз.
Заказ 4634. Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Горький, ул. Лядова, 25, Научно-исследовательский
радиофизический институт, редакция журнала «Известия вузов. Радиофизика».
Телефон 36-01-71.

Горьковская областная типография управления издательств, полиграфии и книжной
торговли, 603116, г. Горький, ул. Гордеевская, 7.

УДК 523.164

ШКАЛА ПОТОКОВ НА ЧАСТОТЕ 102 МГц И НЕСТАБИЛЬНОСТЬ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПЕРВИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

*М. И. Агафонов, А. П. Барабанов, С. М. Кутузов,
К. С. Станкевич, В. А. Удальцов*

В период 1983—1986 гг. проведены абсолютные и относительные измерения интерферометром из двух диполей и интерферометром в составе диполя и антенны БСА (Пушино). У восьми радионисточников ЗС 405, 461, 144, 274, 348, 123, 10, 353 определены значения плотностей потоков, которые на частоте 102 МГц составляют 13990 ± 406 , 14550 ± 524 (1983.3), 1980 ± 79 (1983.3), 1760 ± 88 , 710 ± 35 , 365 ± 22 , 234 ± 17 , 352 ± 37 Ян соответственно. Измеренные величины представляют шкалу потоков для калибровок антенны БСА. Радионисточники ЗС 405 и ЗС 348 рекомендуются в качестве основных эталонов. У Крабовидной туманности (ЗС 144) в 1984 г. обнаружен спад радиоизлучения не менее чем на 8% ($>3\sigma$) по сравнению с уровнем 1983 года.

Изучение формы спектров и эволюции космических объектов требует знания шкалы потоков дискретных радионисточников с высокой точностью. Надежная информация необходима также при определении эффективной площади антенн радиоастрономическими методами. В метровом диапазоне, в частности на частоте фазированной решетки БСА (Пушино), целесообразно экспериментальное уточнение значений плотностей потоков основных первичных эталонов. Это необходимо также для исключения возможных неопределенностей в ряде шкал, в которых в качестве первичного стандарта использовался радионисточник с изменяющимся излучением — Кассиопея А [1–5]. В отдельных случаях [6] для сравнения применялась Крабовидная туманность, однако в последние годы обнаружено непостоянство ее спектра [7]. В данной работе представлены результаты измерений 1983—1986 гг. плотностей потоков восьми радионисточников ЗС 405, 461, 144, 274, 348, 123, 10, 353, которые представляют шкалу потоков на частоте 102 МГц.

При абсолютных измерениях в метровом диапазоне используют антенны с хорошо известным и стабильным усилением. Наиболее точное определение плотностей потоков мощных радионисточников Кассиопея А и Лебедь А с погрешностью $\sim 3\%$ выполнено Парекером в 1966 году [8]. На частотах 81,5, 152 МГц применялся двухэлементный интерферометр из эталонных диполей. Для абсолютных измерений плотностей потоков у источников меньшей интенсивности нужна более сложная структурная схема [9], при которой в интерферометрической паре используют большую антенну и малую с хорошо известным усилением. Впервые подобные измерения были проведены Литтлом на частоте 81,5 МГц в 1957 году [9]. Впоследствии методика использовалась Вайли [10] и Винером [11] на частотах 408 и 26,3 МГц соответственно.

Для относительных измерений в метровом диапазоне обычно использовались интерферометры или антенны апертурного синтеза, поскольку применение одиночных зеркал не позволяет в достаточной степени исключить ошибки фона. Наиболее точные соотношения потоков радионисточников получены на частотах 81,5 [12] и 178 МГц [13]. В ранних шкалах (см. обзор в работе [14]), в том числе и в шкале Баарса [15] 1977 года, в качестве первичного стандарта применялась

Кассиопей А. Исследования последних лет [1-3, 16] выявили сложную переменность этого радиоисточника. В работе [14] указано на недостаточность известного шкала и обоснована новая шкала потоков. При этом в метровом диапазоне целесообразны уточнение и контроль значений основных первичных эталонов, поскольку абсолютные измерения на частотах 81,5 и 152 МГц [8] проводились около 20 лет назад.

Методика измерений. Измерения излучения дискретных радиоисточников в период 1983—1986 гг. были реализованы с помощью двух интерферометров. Наблюдения проводились интерферометром 1 из двух эталонных диполей по схеме, аналогичной использованной ранее Паркером [8]. Были сохранены неизменными основные параметры системы: величина базы 90λ и полоса пропускания $\Delta f_{\Sigma} = 4$ МГц, ответственные за форму корреляционной диаграммы. Подобие систем позволило продолжить ряды данных после 1966 года, подробно результаты представлены в работе [4].

Измерения велись также на транзитном интерферометре 2 в составе большой синфазной антенны БСА в Пушино и эталонного диполя над рефлектором [17]. База интерферометра располагалась по линии В—З и составляла $D = 76\lambda$. Использовался приемник прямого усиления с фазовой модуляцией (ФМ) для исключения фона и амплитудной модуляцией (АМ) для калибровки каналов от генератора шума (ГШ), расположенного в плече малой антенны. Полоса выходных фильтров (Ф) компенсационного (КОМП) и корреляционного (СОС) каналов равна 0,5 МГц, применялся фазовращатель (ФВР) для совмещения центра интерференционного лепестка с максимумом диаграммы БСА. На выходах после синхронных демодуляторов (СД) регистрировались сигналы (D_k, D_c) при прохождении источников и при включении шумовых генераторов для проведения калибровок $(D_{шк}, D_{шс}, D'_{шс})$. Полоса пропускания выходных фильтров составляла 0,25 Гц ($\tau = 1с$). Использование антенной решетки БСА с большой эффективной площадью ($A \sim 20\,000$ м² в направлении зенита*) и узкой диаграммой (48' по линии В—З и 24'/cos θ по линии С—Ю) позволило получить достаточно высокую эффективную площадь для корреляционного канала $A_{\Sigma} = 2\sqrt{AA_0} \simeq 570$ м². Для полуволнового диполя над рефлектором $A_0 = G\lambda^2/4\pi$, где при высоте подвеса $h = 0,236\lambda$ КНД составлял $G = 5,96$. Оценки показали, что при использованном квадратном рефлекторе со стороной $a = 2\lambda$ потери мощности для высот подвеса $h < 0,29$ составляют $< 1\%$. Расчет КНД проводился согласно [20] исходя из предварительного вычисления по методу пяти членов распределения тока в плечах диполя с учетом его геометрических размеров: диаметра $d = 5,5 \cdot 10^{-3}\lambda$ и длины плеч $2l = 0,44\lambda$. Был также выполнен расчет для синусоидального распределения тока. Ошибка сравнения двух вариантов расчета КНД в области высот $h < 0,4\lambda$ менее 2%. Это дает основания считать максимальной ошибку расчетных значений КНД также $< 2\%$. О конструктивных особенностях реализованной антенны сообщалось ранее [17].

Так как известна эффективная площадь малой антенны, а также делалась калибровка приемных каналов сигналом от ГШ, то при использованной схеме исключается эффективная площадь антенны БСА, известная лишь приближенно. Плотность потока радиоисточника при измерениях интерферометром 2 определяется по формуле

$$S = \frac{k}{2} \frac{K_{ш} \cdot T_{ш}}{K_{сy} \cdot A_0 \cdot K_d \cdot \gamma^2} \frac{D_c^2 \cdot D_{шк}}{D_k \cdot D_{шс} \cdot D'_{шс}}, \quad (1)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ — постоянная Больцмана; $T_{ш}$ и $K_{ш}$ — температура генератора шума и коэффициент потерь на входе; $K_{сy}$ — коэффициент потерь в симметрирующем устройстве эталонной антенны с эффектив-

* После модернизации 1984 года эффективная площадь БСА составляет около 40 000 м².

ной площадью A_3 и диаграммным коэффициентом K_d для соответствующего радиоисточника; γ — коэффициент, зависящий от пространственного распределения яркости источника. Для точечного источника $\gamma=1$. Выражение (1) получено аналогично [10] на основании двух известных соотношений, первое из которых связывает антенную температуру с плотностью потока:

$$S = \frac{2kT}{A_3}, \quad (2)$$

второе представляет собой выражение для антенной температуры интерферометра:

$$T_{\text{инт}} = T_1(\psi) + T_2(\psi) + 2\sqrt{T_1 T_2} \cdot \gamma \cdot R(\psi) \cos\left(\frac{2\pi D \cdot \sin \psi}{\lambda} + \varphi\right), \quad (3)$$

где первые два члена равны нулю при использовании ФМ, ψ — зенитный угол в плоскости В—З, $R(\psi) = \sin[(\pi \Delta \nu / c) D \sin \psi] / [(\pi \Delta \nu / c) D \sin \psi]$ — огибающая корреляционной функции интерференционного канала, φ — величина, учитывающая набег фазы в различных по длине линиях передачи. В нашем случае компенсация разности фаз необходима лишь в интервале от 0 до 2π .

Как хорошо известно из теории ошибок, если измеряемая величина S есть функция статистически независимых переменных, что выполняется в нашем случае, то выражение ее среднеквадратичной ошибки можно представить в виде

$$\frac{\Delta S}{S} = \left[\left(\frac{\sigma T_{\text{ш}}}{T_{\text{ш}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma K_{\text{ш}}}{K_{\text{ш}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma K_{\text{cy}}}{K_{\text{cy}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma A_3}{A_3} \right)^2 + 2 \left(\frac{\sigma \gamma}{\gamma} \right)^2 + \left(\frac{\sigma K_d}{K_d} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{\sigma D_{\text{шс}}}{D_{\text{шс}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma D'_{\text{шс}}}{D'_{\text{шс}}} \right)^2 + 2 \left(\frac{\sigma D_c}{D_c} \right)^2 + \left(\frac{\sigma D_k}{D_k} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Интерферометр 2 может использоваться как для абсолютных, так и для точных относительных измерений. В настоящей работе он применялся для получения отношений плотностей потоков. В этом случае выражение (4) существенно упрощается за счет исключения первых четырех слагаемых. Необходимые условия при этом — лишь сохранение стабильности величин $T_{\text{ш}}$, $K_{\text{ш}}$, K_{cy} , A_3 и одновременная калибровка КОМП и COS каналов сигналом шумового генератора при $T_{\text{ш}} = \text{const}$. Из остальных слагаемых величины $(\sigma K_d / K_d)^2$ и $2(\sigma \gamma / \gamma)^2$ являются систематическими ошибками, другие дают случайный вклад и могут быть уменьшены в \sqrt{N} раз за счет статистики при накоплении данных. Вклад диаграммной погрешности $(\sigma K_d / K_d) < 0,5\%$, его величина оценивалась в работе [4]. Анализ показал, что другие эффекты, такие, как путаница, поглощение в ионосфере, поляризация, незначительны. Отметим, например, что узкий луч, а также низкий уровень боковых (для первого 13 и для второго 26 дБ) антенны БСА позволили свести к минимуму влияние сторонних радиоисточников. Поглощение в ионосфере на частоте 102 МГц составляет $\sim 0,3\%$, им также можно пренебречь. Линейность аппаратуры контролировалась перед наблюдениями. Кроме того, на выходе антенны БСА применялся аттенуатор (Дб) для ослабления сигнала от мощных радиоисточников. Значения суммарной погрешности для наблюдательных данных приведены ниже.

Наблюдения, результаты. В период 1984—1985 гг. интерферометром 1 проведены абсолютные измерения на частотах 81,5, 102, 108, 140 и 152 МГц [4]. При этом плотность потока Лебеда А на частоте 102 МГц составляет

$$S_{\text{Леб А}}(102 \text{ МГц}) = (13990 \pm 406) \cdot 10^{-26} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}. \quad (5)$$

Интерферометром 2 выполнены относительные измерения плотностей потоков восьми радиосточников. Наблюдения проводились в 1983 и в 1986 гг. На рис. 1 приведен ряд записей компенсационного и корреляционного каналов, характеризующих отношение сигнал/шум.

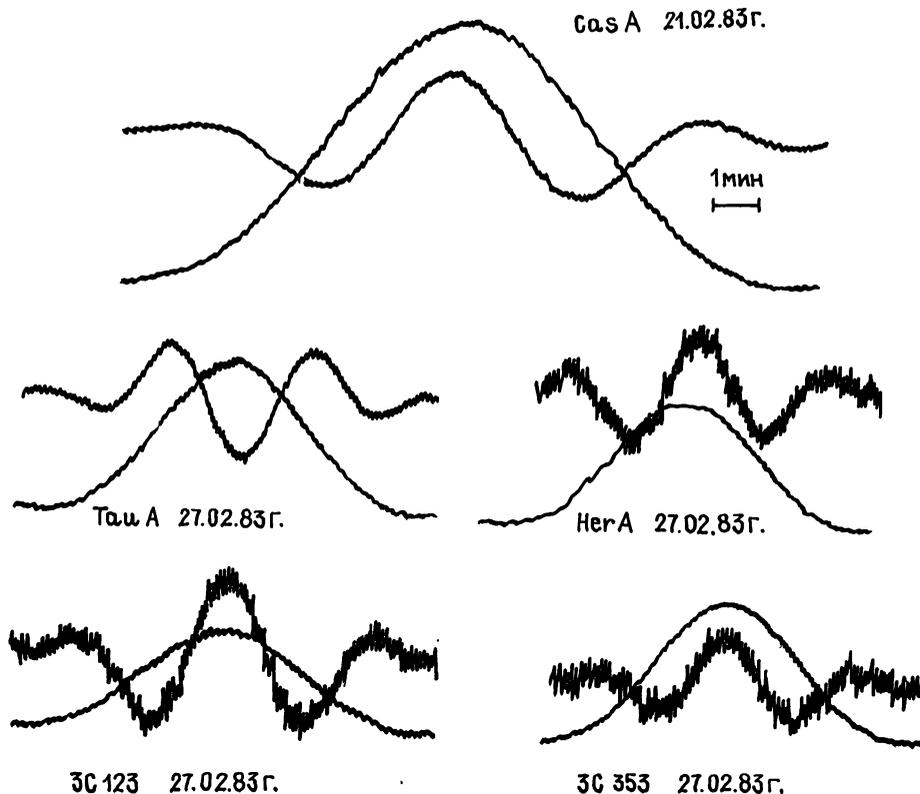


Рис. 1.

В табл. 1 собраны краткие необходимые сведения о наблюдавшихся радиосточниках: зенитный угол θ ; поправки K_d и γ , введенные для учета диаграммы эталонного диполя и конечных угловых размеров радиосточников. При записях длительностью от 10 до 18 минут регистриро-

Таблица 1

Номер п/п	Радиосточник	θ	K_d	γ^2
1	3C 405 Лебедь А	14° 09	0,990	0,992
2	3C 461 Кассиопея А	—3° 48	0,991	0,986
3	3C 144 Телец А	32° 47	0,903	0,984
4	3C 274 Дева А	42° 05	0,801	0,995
5	3C 348 Геркулес А	49° 41	0,675	0,995
6	3C 123	25° 11	0,956	1,000
7	3C 10 Тихо Браге	—9° 09	0,996	0,920
8	3C 353	55° 42	0,552	0,995

вались отклонения косинусного и компенсационного каналов. Данные, поврежденные ионосферными мерцаниями, отбраковывались. Калибровочная процедура сравнения со стабильным сигналом генератора шума проводилась вначале и по окончании каждой записи. В итоге реализованной процедуры полученные в соответствии с (1) результаты не зависели ни от временной стабильности, ни от изменения со склонением усиления антенны БСА. Длительная серия измерений проводилась в пе-

риод с 16 февраля по 22 апреля 1983 года. Как видно из рис. 2, разброс значений отдельных измерений плотностей потоков не превосходил погрешность, вычисленную согласно (4) по экспериментальным отношениям сигнал/шум для каждого источника. Среднеквадратичные ошибки нанесены штриховкой. В течение двухмесячного интервала не обнаружено вариаций радиоизлучения указанных источников за пределами соответствующих погрешностей. Для изучения временной стабильности Крабовидной туманности в ноябре—декабре 1986 года выполнены дополнительные относительные измерения четырех источников. Для обработки были отобраны 6—10 записей каждого источника, не поврежденные мерцаниями.

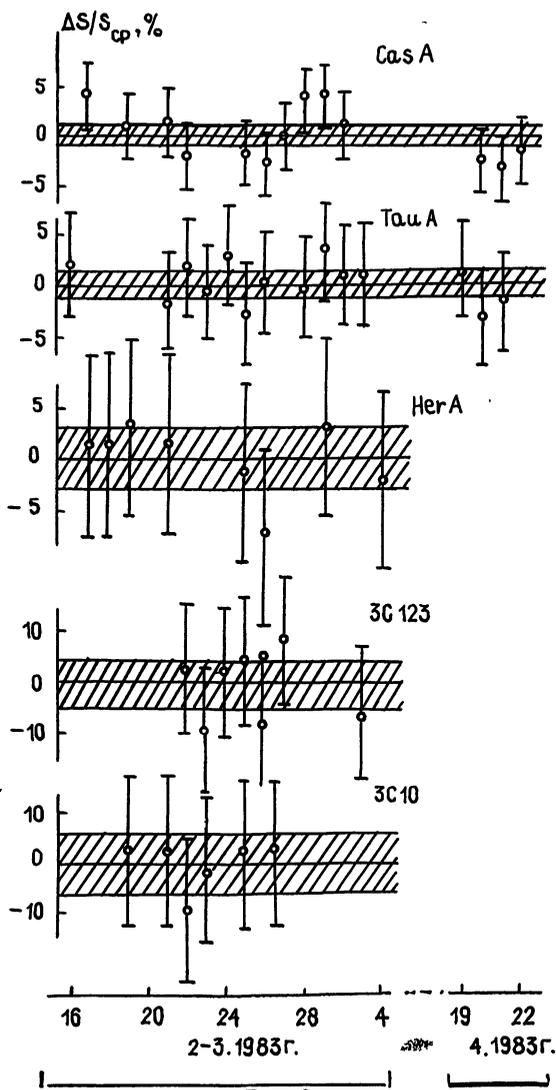


Рис. 2.

В итоге с использованием полученных соотношений и абсолютной калибровки по Лебедю А определены значения плотностей потоков всех наблюдавшихся радиоисточников. В табл. 2 представлены результаты 1983 и 1986 гг. Суммарная погрешность вычислялась при учете следующих основных факторов: ошибки абсолютных измерений плотности потока Лебеда А — см. (5), ошибок относительной привязки радиоисточников каждой серии, ошибок, связанных с корректностью поправок K_d и γ . При базе интерферометра 76λ величина χ^2 для большинства наблюдавшихся радиоисточников составляла менее 1,5%. Исключением являлись лишь 3C 10 и 3C 274 (вследствие протяженного гало), для которых коррекция равнялась $+8 \pm 0,5$ и $+6 \pm 0,5\%$ соответственно.

Радиоисточник	Плотность потока, измеренная на частоте 102 МГц, 10^{-26} Вт·м ⁻² ·Гц ⁻¹		Сопоставление		
			Плотность потока согласно [18]	Плотность потока согласно [14]	
Лебедь А	13990 ± 406			13890	
Кассиопея А	14550 ± 524	14990 ± 524	Эпоха 1986.10	1828	
Телец А	1980 ± 79	1860 ± 93			
Дева А	Эпоха 1983.3	1760 ± 88			1778 ± 180
Геркулес А		710 ± 35			646 ± 60
ЗС 123		365 ± 22			295 ± 30
ЗС 10		234 ± 17			
ЗС 353		352 ± 37			355 ± 42

Обсуждение. Плотность потока Лебеда А при абсолютных измерениях [4] совпадает с данными 1966 года [8]. Отметим, что и в других диапазонах волн нет указаний на нестабильность радиоизлучения источника. Все это подтверждает целесообразность выбора Лебеда А в качестве основного первичного стандарта [14]. При применении антенн с угловыми размерами диаграммы более 1° необходимо оценивать влияние сложного фона в окрестностях радиоисточника, для измерений узким лучом ($\leq 1^\circ$), например антенной БСА, неоднородности несущественны.

Значения плотностей потока Кассиопеи А, измеренные в 1983 и в 1986 гг., в пределах ошибок измерений совпадают. Однако при калибровочных измерениях целесообразно учитывать данные о вековом уменьшении интенсивности радиоизлучения остатка сверхновой. Наблюдения на частотах 81,5 и 152 МГц проводятся на протяжении 40 и 20 лет соответственно. При этом средние величины падения плотности потока составили для 81,5 МГц ($1,25 \pm 0,06$)%, а для 152 МГц ($1,06 \pm 0,15$)% в год [4]. Кроме того, в метровом диапазоне в конце 1980 года отмечался всплеск радиоизлучения [5, 19, 16] продолжительностью около двух лет. Интенсивность его на частоте 102 МГц составляла 3—4% [19]. Таким образом, нестационарность радиоизлучения Кассиопеи А на частоте 102 МГц проявляется в виде общего уменьшения плотности потока, на фоне которого могут быть слабые всплески радиоизлучения.

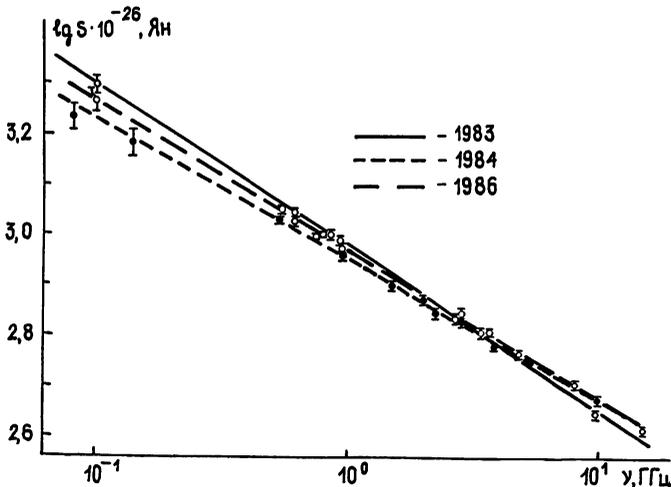


Рис. 3.

Плотность потока Крабовидной туманности (ЗС 144) в 1986 году меньше на 6% той же величины 1983 года, однако в пределах указан-

ных ошибок значения совпадают. Вместе с тем следует обратить внимание на результаты 1984 года [4], согласно которым $S_{\text{Краба}} \times \times (102 \text{ МГц}) = (1652 \pm 100) \cdot 10^{-26} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}$. Сравнение этого потока с данными 1983 года свидетельствует о падении в указанный период радиоизлучения на величину $>3\sigma$ или не менее чем на 8%. Сопоставление с результатами [7] указывает на корреляцию с изменением в этот период спектрального индекса в дециметровом-сантиметровом диапазонах. На рис. 3 изображены спектры туманности различных лет, построенные в диапазоне 0,1—10 ГГц при учете [7]. Полученные данные 1986 года не противоречат результатам 1984 года, следовательно, падение радиоизлучения можно рассматривать как несомненный факт, вместе с тем из-за перекрывающихся пределов ошибок измерений 1984 и 1986 гг. все же недостаточно оснований для утверждений о росте радиоизлучения в 1986 году, хотя корреляция с данными более высоких частот явно свидетельствует в пользу этого предположения.

Сравнение полученных результатов со значениями, вычисленными при экстраполяции шкалы [14] в метровый диапазон, и в соответствии с каталогом [18] представлено в табл. 2. Хорошее совпадение наблюдается для всех источников за исключением лишь 3С 123, интенсивность которого превосходит на 18—20% значения из [14] и [18].

В заключение сформулируем краткие выводы.

1) В период 1983—1986 гг. на частоте 102 МГц определены значения плотностей потоков восьми наиболее мощных дискретных радиоисточников северной полусферы. Ошибки измерений не превышают 3—10%.

2) Полученные результаты полезны для уточнения поведения спектров дискретных источников, подтверждают возможность использования шкалы [14] в метровом диапазоне.

3) Сравнение результатов 1983, 1984, 1986 гг. свидетельствует об уменьшении плотности потока Крабовидной туманности. Спад радиоизлучения в 1984 году в сравнении со значением 1983 года составляет не менее 8% от величины полного потока. Установлена корреляция этого изменения с поведением спектра туманности в дециметровом—сантиметровом диапазонах.

4) Шкала потоков на частоте 102 МГц рекомендуется для проведения антенных измерений, в том числе для калибровки БСА. Радиоисточники Лебедь А и Геркулес А целесообразно использовать в качестве основных первичных эталонов. Отличия их потоков от значений, рассчитанных в соответствии со шкалой [14], не превосходят 0,6 и 3,0% соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барабанов А. П., Иванов В. П., Станкевич К. С., Торхов В. А. // Письма в Астрон. журн. 1977. Т. 3. № 7. С. 302.
2. Иванов В. П., Станкевич К. С. // Астрон. журн. 1986. Т. 63. Вып. 5. С. 926.
3. Иванов В. П., Станкевич К. С. Препринт НИРФИ № 218. Горький, 1986.
4. Агафонов М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 4. С. 383.
5. Виняйкин Е. Н. // Тезисы докл. XV Всесоюзной конференции по галактической и внегалактической радиоастрономии. Харьков, 1983. С. 137.
6. Кутузов С. М., Удадьцов В. А. Препринт ФИАН № 289. М., 1985.
7. Барабанов А. П., Иванов В. П., Малышев И. А., Станкевич К. С., Столяров С. П. // Астрон. журн. 1987. Т. 64. № 2. С. 280.
8. Parker E. A. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1968. V. 138. № 4. P. 407.
9. Little A. G. // Austr. J. Phys. 1958. V. 2. № 1. P. 70
10. Wyllie D. V. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1969. V. 142. № 2. P. 229.
11. Viner M. R. // Astron. J. 1975. V. 80. № 2. P. 83
12. Scott P. F., Shakeshaft J. R. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1971. V. 154. № 4. —19 p.
13. Crowther J. H., Clarke R. W. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1966. V. 132. № 4. P. 405.
14. Иванов В. П., Станкевич К. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 3.
15. Baars J. W. H., Genzel R., Pauliny-Toth I. I. K., Witzel A. // Astron. Astrophys. 1977. V. 61. № 1. P. 99.

16. Walzowski L. T., Smith K. L. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1985. V. 212. —27 p.
17. Агафонов М. И., Барабанов А. П., Кутузов С. М., Станкевич К. С., Удальцов В. А. // Тезисы докл. XIV Всесоюзной радиоастрономической конференции по аппаратуре, антеннам и методам. Ереван, 1982. С. 400.
18. Kühn H., Witzel A., Pauliny-Toth I. I. K., Nauber U // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1981. V. 45. P. 367.
19. Агафонов М. И., Барабанов А. П., Кутузов С. М., Станкевич К. С., Удальцов В. А. // Тезисы докл. XIX Всесоюзной конференции по галактической и внегалактической радиоастрономии. Таллин, 1987. С. 98.
20. Chang V. W. H., King R. W. P. // IEEE Trans, 1968. V. AP-16. № 3 p 309.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
21 февраля 1989 г.

THE FLUX DENSITY SCALE AT 102 MHz AND INSTABILITY OF RADIATION OF PRIMARY CALIBRATION SOURCES

M. I. Agafonov, A. P. Barabanov, S. M. Kutuzov,
K. S. Stankevich, V. A. Udaltsov

The absolute and relative measurements are carried out in the period from 1983 up to 1986 by the interferometer of two dipoles and interferometer consisting of the dipole and the antenna BSA (Pushchino). The values of the flux densities have been defined at 102 MHz in eight radio sources 3C 405, 461, 144, 274, 348, 123, 10, 353 which amount 13990 ± 406 , 14550 ± 524 (1983.3), 1980 ± 79 (1983.3), 1760 ± 88 , 710 ± 35 , 365 ± 22 , 234 ± 17 , 352 ± 37 Jy, respectively. The values measured are the flux density scale for the calibration of the BSA antenna. The radio sources 3C 405 and 3C 348 can be taken as the basic standards. The radio emission decrease is detected in the Crab Nebula (3C 144) in 1984 by no more than 8% ($> 3\sigma$) in comparison with the 1983 level.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.8

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ДВИЖУЩЕЙСЯ СЛАБОНЕОДНОРОДНОЙ СРЕДОЙ

Э. А. Брандт, В. П. Дудкин

Проведен анализ взаимодействия плоской электромагнитной волны с движущейся с постоянной скоростью сплошной безграничной средой со слабо неоднородным слоем. Показано, что частота, волновое число, фазовая скорость и энергия электромагнитной волны изменяются в движущейся среде с неоднородным слоем. Отмечено, что характеристики электромагнитного поля частота, фазовая скорость и поток энергии могут обращаться в нуль. Установлена невязимость распространения электромагнитных волн, падающих на движущуюся среду с неоднородным слоем в противоположных направлениях, и зависимость условий распространения от предьстории происходящих процессов. Справедливость полученных выражений подтверждается предельным переходом к неподвижной слабонеоднородной среде.

рег. № 1959-В90. Деп. от 10 апреля 1990 г.
Статья депонирована в ВИНТИ,

УДК 550.388.2

ВЛИЯНИЕ ВЕРХНЕГИБРИДНЫХ ШУМОВ НА ФОРМИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ F-СЛОЯ

Ю. В. Игнашов, Э. Н. Криворуцкий

В рамках теории слабой турбулентности рассмотрено поведение неустойчивости Рэлея—Тейлора при наличии верхне- и нижнегибридных шумов. Показано, что наличие шумов может приводить к анизотропии неоднородностей порядка наблюдаемой.

Как показывают наблюдения, в F-слое ионосферной плазмы существуют низкочастотные неоднородности, для которых отношение размера вдоль магнитного поля l_{\parallel} к размеру, перпендикулярному магнитному полю l_{\perp} , порядка десяти. Объяснение возникновения таких неоднородностей как результата развития неустойчивости Рэлея—Тейлора в линейном приближении сталкивается с существенными трудностями [1, 2]. Линейная теория объясняет неоднородности с анизотропией $l_{\parallel}/l_{\perp} \sim 10^3$. В связи с возникающим противоречием предпринимаются попытки учесть влияние нелинейных эффектов на развитие ионосферных неоднородностей [1, 2].

Известно, что низкочастотные свойства плазмы могут существенно меняться при наличии достаточно развитых высокочастотных шумов [4]. Экспериментальные данные и расчеты указывают на существование в плазме F-слоя ниже- и верхнегибридных пульсаций, уровень которых приблизительно на два порядка превышает тепловой [3, 5, 8, 9].

В настоящей работе рассмотрено влияние таких шумов на развитие низкочастотных колебаний. Анализ проводился в рамках теории слабой турбулентности в приближении случайных фаз.

Для вычисления нелинейных поправок использовалась кинетическая модель. Так как низкая частота ω и частоты столкновений ν_{α} удовлетворяют неравенству $\omega, \nu_{\alpha} \ll \omega_{B\alpha}$, то для описания низкочастотного движения электронов и ионов использовалось кинетическое уравнение в дрейфовом приближении [6]. Столкновения электронов и ионов с нейтралами учитывались в релаксационном приближении. Электрон-ионными столкновениями мы пренебрегли [1]. При анализе высокочастотного движения ионов, поскольку $k_{1\perp}^2 V_{Ti}^2 / \omega_{Bi}^2 \gg 1$ (где индекс 1 относится к высокочастотным колебаниям), влияние магнитного поля в нелинейных членах не учитывалось; для электронов предполагалось, что $k_{1\perp}^2 V_{Te}^2 / \omega_{Be}^2 \ll 1$. Уровень высокочастотных шумов полагался заданным.

При вычислении нелинейных поправок можно пренебречь неоднородностью ионосферы и считать, и что электроны и ионы сносятся ветром совместно вдоль магнитного поля, $U_{\alpha} = \frac{B}{|B|} U = U$.

Следуя методике, описанной в работе [4], получим системы уравнений для низкочастотной f_{α}^R и высокочастотной f_{α}^T частей функции распределения f_{α} :

$$\frac{\partial f_{\alpha}^R}{\partial t} + V \frac{\partial f_{\alpha}^R}{\partial r} + e_{\alpha} E_{\alpha} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p} + \frac{e_{\alpha}}{c} [VB_0] \frac{\partial f_{\alpha}^R}{\partial p} + V \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial r} =$$

$$= -e_\alpha \left\langle E^{T(0)} \frac{\partial f_\alpha^{T(1)}}{\partial p} + E^{T(1)} \frac{\partial f_\alpha^{T(0)}}{\partial p} \right\rangle - \nu_\alpha f_\alpha^R; \quad (1)$$

$$\frac{\partial f_\alpha^{T(0)}}{\partial t} + V \frac{\partial f_\alpha^{T(0)}}{\partial r} + \frac{e_\alpha}{c} [VB_0] \frac{\partial f_\alpha^{T(0)}}{\partial p} + e_\alpha E^{T(0)} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_\alpha^{T(1)}}{\partial t} + V \frac{\partial f_\alpha^{T(1)}}{\partial r} + \frac{e_\alpha}{c} [VB_0] + e_\alpha E^{T(1)} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p} = -e_\alpha \left[E^{T(0)} \frac{\partial f_\alpha^R}{\partial p} + E^R \frac{\partial f_\alpha^{T(0)}}{\partial p} \right]; \quad (3)$$

$$\nabla E^R = 4\pi \sum_{\alpha=l,e} e_\alpha N_\alpha^R, \quad \nabla E^T = 4\pi \sum_{\alpha=l,e} e_\alpha N_\alpha^T, \quad (4)$$

где f_α^R , f_α^T , E^R и E^T определяются выражением

$$A = A^R + A^T, \quad \langle A \rangle = A^R,$$

$f_{0\alpha}$ — невозмущенная функция распределения, $E^{T(0)}$ — заданный уровень турбулентности, $E^{T(1)}$, $f_\alpha^{T(1)}$ — первый порядок разложения турбулентных возмущений по регулярному низкочастотному полю, $\langle A \rangle$ — значение A при усреднении по статистическому ансамблю.

Решив систему уравнений (1)–(4) относительно нелинейного низкочастотного возмущения $f_{\alpha,k}^{(H)}$, найдем поправку к плотности ионов и электронов:

$$N_{\alpha,k}^R = \int f_{\alpha,k}^R dV. \quad (5)$$

Полученное выражение содержит слагаемые, описывающие квазилинейные эффекты, комптоновское рассеяние, трехволновое распадное взаимодействие и индуцированное рассеяние.

Члены, описывающие комптоновское и индуцированное рассеяние на электронах, как обычно, частично компенсируются, однако именно они дают основной нелинейный эффект. Вклад квазилинейного взаимодействия и трехволновых распадов, как показывают вычисления, оказывается в $k^2 V_{Te}^2 / \omega_{pe}^2$ раз меньше.

Для ниже- и верхнегибридных шумов получаем следующие выражения:

$$а) \omega_1^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2 \sin^2 \theta,$$

$$\frac{4\pi e N_k^R}{k^2} = 2 \frac{\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2 \omega_{pe}^2 W_{\varphi_k^R}}{(\tilde{\omega} + i\nu_e)^2 k^2 k_{\parallel}^2 \omega_{Be}^2 n_0 T_e} Q(k, k_1); \quad (6)$$

$$б) \omega_1 = \omega_{Be} \cos \theta,$$

$$\frac{4\pi e N_k^R}{k^2} = 4 \frac{\omega_{pe}^2 k_{\parallel}^2 W_{\varphi_k^2}}{(\tilde{\omega} + i\nu_e)^2 k^2 n_0 T_e} Q(k, k_1), \quad (7)$$

$$Q(k, k_1) = 1 - \frac{k_{\perp 1}^* |k_{\parallel}|}{k_{\perp} |k_{\parallel 1}^*|} \frac{G(|k_{\parallel} k_{\perp 1}^* / k_{\perp} k_{\parallel 1}^*| - 1)}{[(k_{\parallel} k_{\perp 1}^* / k_{\perp} k_{\parallel 1}^*)^2 - 1]^{1/2}},$$

где $k_{\perp 1}^*$, $k_{\parallel 1}^*$ — характерные значения компонентов волнового вектора высокочастотных колебаний;

$$\omega = \omega - kU,$$

$$G(x) \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad \text{— функция единичного скачка.}$$

Полученные выражения существенно зависят от структуры спектра высокочастотных шумов. Слагаемые, содержащие единичную функцию ступеньки G , обращаются в нуль для той части спектра шумов, волновые векторы которой удовлетворяют неравенству

$$\operatorname{tg} \theta_1 < \operatorname{tg} \theta,$$

где θ_1 и θ — углы между волновыми векторами высокочастотных и низкочастотных колебаний и магнитным полем. Сопоставление выражений (6) и (7) показывает большую эффективность воздействия верхнегибридных шумов на низкочастотные свойства плазмы, чем нижнегибридных в рассматриваемой области параметров.

Для анализа влияния верхнегибридных шумов на низкочастотные колебания воспользуемся дисперсионным уравнением [1], учтя в нем нелинейные добавки, которые играют роль поправок:

$$\sum_{\alpha=l, e} \frac{\omega_{p\alpha}^2 A_\alpha}{v_\alpha [-i(\omega - kU_\alpha) + (V_{T\alpha}^2/v_\alpha) A_\alpha]} + \frac{\omega_{pe}^2 k_\parallel^2}{v_e^2} \beta = 0, \quad (8)$$

где

$$A_\alpha = k_\parallel^2 + k_\perp^2 \frac{v_\alpha^2}{\omega_{B\alpha}^2} + iL^{-1} \left(k_\parallel \cos \chi + \frac{v_\alpha}{\omega_{B\alpha}} \sin \chi - k_x \frac{v_\alpha^2}{\omega_{B\alpha}^2} \right),$$

$$U_\alpha = \frac{v_\alpha^2}{\omega_{B\alpha}^2} \left\{ R_0 + \frac{\omega_{B\alpha}}{v_\alpha} [R_0 z_0] + \frac{\omega_{B\alpha}^2}{v_\alpha^2} z_0 (R_0, z_0) \right\},$$

$$R_0 = U_n - \frac{T_\alpha}{m_\alpha v_\alpha} L^{-1} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha v_\alpha} \left(E_0 + \frac{m_\alpha}{e_\alpha} g \right),$$

$$\beta = \frac{4\pi e N^R}{\omega_{pe}^2 k_\parallel^2} (\omega + iv_e)^2.$$

T — температура, g — ускорение силы тяжести, E_0 — стационарное поле, $z_0 = \frac{g}{|g|}$, $L^{-1} = z_0 \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial z}$, N_0 — равновесная концентрация, U_n — скорость нейтральных частиц, χ — угол между векторами g и B_0 .

С учетом малости нелинейной поправки решение дисперсионного уравнения имеет вид

$$\omega = kU_{0l} - i \frac{k_\parallel^2 V_{Tl}^2}{v_l} \left(2 - \frac{k_\parallel^2 V_{Te}^2}{v_e} \beta \right) + i \frac{k_y L^{-1}}{k_\parallel^2} k(U_{0e} - U_{0l}) \frac{v_e}{\omega_{Be}} \sin \chi. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что влияние высокочастотного шума существенно зависит от его распределения в k -пространстве и анизотропии низкочастотного возмущения. При заданном отношении $\frac{k_\parallel}{k_\perp}$ для $\frac{k_\parallel^*}{k_\perp^*} <$

$< \frac{k_\parallel}{k_\perp}$ получаем $\beta < 0$, и наличие шумов ухудшает условие возникновения

неустойчивости Рэля—Тейлора. В обратном случае, когда $\frac{k_\parallel^*}{k_\perp^*} > \frac{k_\parallel}{k_\perp}$,

шумы способствуют развитию неустойчивости, причем при

$$\frac{k_\parallel^4 V_{Te}^2 k_\perp^{*2} \omega_{pe}^2 W}{v_e v_l k_\parallel^{*2} \omega_{Be}^2 n_0 T_e} > \frac{k_\perp L^{-1}}{k_\parallel^2} k(U_{0e} - U_{0l}) \frac{v_e}{\omega_{Be}} \sin \chi \quad (10)$$

влияние шумов оказывается более существенным для раскачки колеба-

ний, чем наличие неоднородности концентраций L^{-1} .

При значениях

$$\frac{k_{1\parallel}^*}{k_{1\perp}^*}, \quad \frac{k_{2\parallel}}{k_{2\perp}} \sim 10^{-1}, \quad \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim 10^{-1}, \quad k \sim 10^{-4} \div 10^{-5}, \quad k_{1,2} \sim 10^{-1} \quad (11)$$

требование (10) оказывается практически всегда выполнимым:

$$\frac{W}{n_0 T_e} > \frac{10^{-22}}{k_{\parallel}^4} L^{-1}. \quad (12)$$

Требование раскочки за счет шумов оказывается более жестким:

$$\frac{W}{n_0 T_e} > \frac{\nu_e^2 k_{1\parallel}^2 \omega_{Be}^2}{k_{\perp}^2 V_{Te}^2 k_{1\perp}^2 \omega_{pe}^2}. \quad (13)$$

Выполнение условия (12) приводит к значениям $W/n_0 T_e \sim 10^{-3}$. С другой стороны, переход к таким плотностям энергии выводит нас за рамки применимости выражения (6), поскольку становится существенным изменение частоты шумов за счет нелинейных эффектов $\Delta\omega_{\text{cor}}$, т. е.

нарушается условие $\Delta\omega_{1 \text{ cor}} \ll \max(\tilde{\omega}, k V_{T\text{p}1})$, которое позволило нам в исходных уравнениях ограничиться разложением с точностью до линейных членов по $W/n_0 T_e$. Наконец, отметим, что наши результаты подтверждают недопустимость учета влияния турбулентности путем формальной замены частоты столкновений в линейных уравнениях на некоторую эффективную частоту, на что уже обращалось внимание в [7].

Авторы признательны А. А. Веряеву за стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. И. и др. Явление F -рассеяния в ионосфере. — М.: Наука, 1984.
2. Гельберг М. Г., Федоров В. П. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1983. Т. 23. С. 230.
3. Гельберг М. Г. Неоднородности высокоширотной ионосферы. — Новосибирск: Наука, 1986. — 192 с.
4. Цытович В. Н. Теория турбулентности плазмы. — М.: Атомиздат, 1971.
5. Трухан А. А. Диссертация, Иркутск, 1983.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Физическая кинетика. 1984. — 532 с.
7. Пудовкин М. И., Сажин С. С. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1979. Т. 19. С. 88.
8. Keskinen M. J., Huba J. D. // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. P. 3109.
9. McFadden J. P., Carlson C. W., Boehm M. H. // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. P. 1207.

Алтайский государственный
университет

Поступила в редакцию
9 января 1989 г.

THE INFLUENCE OF UPPER HYBRID NOISES ON FORMATION OF IRREGULARITIES IN F -REGION

Yu. V. Ignashov, E. N. Krivorutskij

The dispersion equation for plasma F -region in the presense of lower and upper hybrid noises is obtained. It is found, that such noises can change the anisotropy of irregularities, generated by Rayleigh—Taylor instability. Calculations are made in the framework of weak turbulence.

УДК 537.86

РЕЗОНАНСНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА
С ГИРОТРОПНЫМ ПЛАЗМЕННЫМ ПОКРЫТИЕМ

М. И. Бакунов, С. Н. Жуков

Изучены электромагнитные волны поверхностного типа, поддерживаемые областью плазменного резонанса тонкой, (в масштабе длины волны) неоднородной пленки магнитоактивной плазмы, расположенной на идеально проводящей подложке, при произвольном внешнем магнитном поле и различном характере неоднородности пленки. Показано, что волноводными свойствами обладают только плазменные покрытия с резонансным экстремумом либо плато профиля концентрации плазмы и что путем изменения ориентации и величины магнитного поля возможно эффективное управление условиями существования и дисперсионными свойствами резонансных поверхностных возбуждений.

Исследование электромагнитных волн поверхностного типа в слоистых системах типа плазменной пленки на идеально проводящей подложке (ППП) представляет интерес как в связи с задачами разработки новых элементов твердотельной СВЧ электроники и интегральной оптики [1-4], так и для целей диагностики параметров полупроводниковых пленок и приповерхностной газовой плазмы [3, 5]. К настоящему времени наиболее полно изучены ППП-системы с изотропной плазмой [6, 7], где, в частности, установлено существование волн с аномальной дисперсией (у которых знаки фазовой и групповой скорости различны), что может быть использовано для создания обратной связи в активных СВЧ устройствах [8]. Исследование ППП-систем с гиротропной плазмой, представляющих наибольший интерес с точки зрения богатства дисперсионных свойств поверхностных волн и возможности управления ими за счет изменения ориентации и величины внешнего магнитного поля, проводилось лишь для однородных и, как правило, достаточно толстых (по сравнению с длиной волны) плазменных слоев при ориентации магнитного поля только в плоскости слоя [9-11]. Между тем, для получения волн с аномальной дисперсией наиболее интересны тонкие (в масштабе длины волны) слои [6, 7, 10, 11]. Волноводные свойства таких слоев обусловлены наличием в них области плазменного резонанса и, как показано в [7] на примере изотропной плазмы, сильно зависят от структуры профиля концентрации плазмы в резонансной области. Поэтому используемая обычно модель однородного слоя далеко не всегда является адекватной.

В связи с вышесказанным в настоящей работе исследуются условия существования и дисперсионные свойства поверхностных волн в гиротропной ППП-системе с тонкой (в масштабе длины волны) неоднородной плазменной пленкой при произвольном внешнем магнитном поле и различном характере неоднородности пленки.

При наличии внешнего магнитного поля B_{ext} без ограничения общности рассмотрим поверхностные электромагнитные волны, не зависящие от координаты z и пропорциональные $\exp(i\omega t - ihy)$, в системе, представленной на рис. 1. Неоднородный слой магнитоактивной плазмы $-d_1 < x < d_2$, расположенный на идеально проводящей подложке $x = d_2$

и граничащий при $x = -d_1$ с вакуумом, считается достаточно тонким, так что выполнены неравенства

$$hd \ll 1, \quad h \int_{-d_1}^{d_2} dx |\epsilon_{ij}(x)| \ll 1, \quad (1)$$

где $d = d_1 + d_2$, а $\epsilon_{ij}(x)$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы.

Зависимость компоненты $\epsilon_{xx}(x)$ от координаты в окрестности существенной для рассматриваемых эффектов точки плазменного резонанса $\epsilon_{xx}(0) \approx 0$ будем моделировать степенными функциями вида

$$\epsilon_{xx}(x) = \pm (x/l)^n + \epsilon_0 - iv, \quad (2)$$

где порядок слоя $n = 1, 2, 3, \dots$, масштаб l определяется масштабом l_N изменения концентрации носителей (для определенности

электрон, $N(x) = N(0)(1 \mp x^n/l_N^n)$) и диэлектрической проницаемостью ϵ_L кристаллической решетки в случае полупроводниковой пленки ($\epsilon_L = 1$ для газовой плазмы): $l = l_N \epsilon_L^{-1/n}$, $l \leq d_{1,2}$, а малые параметры частотной отстройки от резонанса $|\epsilon_0| \ll 1$ и поглощения $v \ll 1$ выражаются известным образом (см., например, [12, 13]) в виде

$$\epsilon_0 = \epsilon_L \left[1 - \frac{\omega_p^2(0)(\omega^2 - \omega_B^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_B^2)} \right], \quad (3)$$

$$v = \frac{v_{\text{eff}}}{\omega} \epsilon_L \omega_p^2(0) \frac{\omega^2(\omega^2 + \omega_B^2) + \omega_B^2(\omega_B^2 - 3\omega^2) \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}{\omega^2(\omega^2 - \omega_B^2)^2}$$

через значение плазменной частоты в точке резонанса $\omega_p(0)$, гирочастоту электронов ω_B , эффективную частоту соударений v_{eff} и углы α, β (см. рис. 1). Использование «эталонных» слоев вида (2) позволяет аналитически исследовать резонансные волноводные свойства тонкого плазменного покрытия в зависимости от структуры области плазменного резонанса, в том числе для линейных в области резонанса слоев (при $n=1$), для слоев с резонансной точкой перегиба (при n — нечетном) и резонансным экстремумом профиля концентрации (при n — четном), а также проследить предельный переход к однородному слою ($n \rightarrow \infty$).

Применяя полученные в работе [14] без конкретизации функции $\epsilon_{xx}(x)$ и с точностью до членов порядка hd формулы связи компонент электрического поля E_y, E_z на краях тонкого плазменного слоя, а также граничное условие $E_{y,z}(d_2) = 0$, можно показать, что в рассматриваемой системе допустимо существование поверхностных волн только ТМ-типа ($E_z \equiv 0, E_{x,y} \neq 0$). Соответствующее дисперсионное уравнение имеет вид

$$\frac{ix}{\sqrt{\chi^2 - 1}} = \frac{2\text{Re}G}{\exp(2\chi\delta \text{Re}G) - 1} + G, \quad (4)$$

где $\chi = h/k_0$, $k_0 = \omega/c$, G — параметр гиротропии плазмы, равный компоненте ϵ_{xy} тензора диэлектрической проницаемости в точке резонанса [12, 13],

$$G = \varepsilon_{xy}(0) = \varepsilon_L \omega_B \omega_p^2(0) \frac{\omega_B \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta - i \omega \cos \alpha}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_B^2)}, \quad (5)$$

а δ — резонансный параметр, определяемый выражением

$$\delta = ik_0 \int_{-a_1}^{a_1} \frac{dx}{\varepsilon_{xx}(x)}. \quad (6)$$

В случае линейного перехода $\text{Re } \varepsilon_{xx}(x)$ через нуль ($n=1$), как и вообще в отсутствие плазменного резонанса, параметр δ мал: $|\delta| \leq k_0 d \ll 1$ [7, 14]. В результате, как следует из дисперсионного уравнения (4), решения поверхностного типа отсутствуют. Иными словами, тонкое плазменное покрытие с линейным профилем концентрации волноводными свойствами не обладает.

Параметр δ резко возрастает в плазменных слоях высших порядков ($n > 1$), что качественно объясняется уширением области плазменного резонанса (в $v^{(1-n)/n} \gg 1$ раз [15]) по сравнению с линейным слоем. Вычисление интеграла (6) с учетом только резонансного вклада от полюсов (в точках $x = l[\mp(\varepsilon_0 - iv)]^{1/n}$ функции $\varepsilon_{xx}^{-1}(x)$ (нерезонансные слагаемые имеют порядок $k_0 d$) приводит при $n \geq 2$ к выражению

$$\delta = \frac{2k_0 l \exp[i\varphi(n-1)/n \pm i\pi/2]}{|\tilde{v}|^{(n-1)/n} (n/\pi) \sin(\pi/n)} \begin{cases} 1, & n - \text{четное} \\ \cos(\pi/2n) \exp(\pm i\pi/2n), & n - \text{нечетное} \end{cases}, \quad (7)$$

где $\varphi = \pi - \arg \tilde{v}$, $\tilde{v} = \mp(\varepsilon_0 - iv)$ — обобщенный параметр расстройки, $0 < \arg \tilde{v} < 2\pi$, знак выбирается в соответствии со знаком в формуле (2). Из формулы (7) видно, что при $n \geq 2$ параметр δ оценивается как отношение двух малых величин $k_0 l$ и $|\tilde{v}|^{(n-1)/n}$, вследствие чего он может быть не мал даже в тонких слоях, если $|\tilde{v}| \leq (k_0 l)^{n/(n-1)}$. Именно это условие слабой отстройки от резонанса в экстремуме (перегибе) профиля концентрации плазмы и является необходимым для существования в системе волн поверхностного типа.

Отыскание достаточных условий существования резонансных поверхностных возбуждений, а также анализ их дисперсионных свойств удобно провести, выделяя следующие три случая по параметру гиротропии G .

1. *Вырожденный случай* $G=0$, соответствующий, как видно из формулы (5), пределу изотропной плазмы ($\omega_B/\omega \rightarrow 0$), а также гиротропной плазме с магнитным полем, ориентированным параллельно одной из осей x, y ($\alpha = \pi/2, \beta = 0, \pm\pi/2, \pi$), либо замагниченной ($\omega/\omega_B \rightarrow 0$) в плоскости x, z ($\beta = 0, \pi, \alpha \neq 0, \pi$).

В этом случае дисперсионное уравнение (4) сводится к простому виду (ср. с [7])

$$\kappa^2 / \sqrt{\kappa^2 - 1} = (i\delta)^{-1} \quad (8)$$

и имеет решения

$$\kappa_{\pm}^2 = 1 \mp \sqrt{1 - 4(i\delta)^2} / 2(i\delta)^2, \quad (9)$$

отвечающие слабозатухающим ($|\text{Re } \kappa| \gg |\text{Im } \kappa|$) поверхностным волнам при выполнении условий

$$|\text{Im } \delta| \gg |\text{Re } \delta|, \quad -1/2 < \text{Im } \delta < 0. \quad (10)$$

Как видно из рис. 2, где представлены области изменения $\arg \delta$ для

слоев рассматриваемых типов (ямка, горб, перегиб профиля плотности плазмы), неравенства (10) могут быть удовлетворены только в слоях с ямкой либо с плато ($n \gg \pi$) профиля плотности плазмы при $\epsilon_0 < 0$, $\nu \ll -\epsilon_0$.

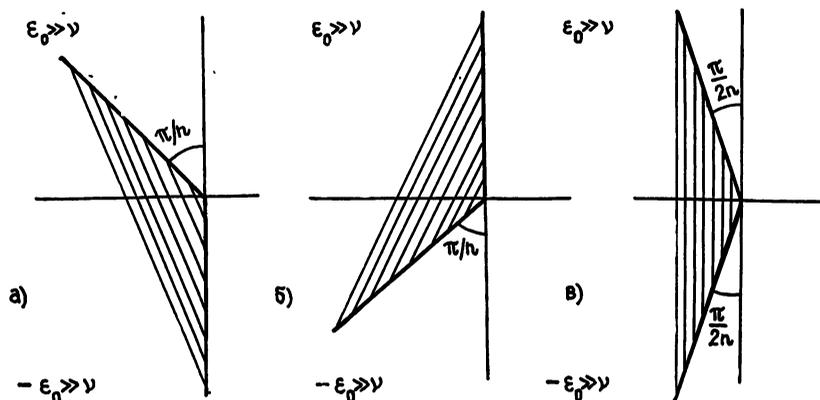


Рис. 2. Области изменения $\arg \delta$ (заштрихованные секторы): а) ямка плотности плазмы (n — четное); б) горб плотности плазмы (n — четное); в) перегиб профиля плотности плазмы (n — нечетное). Указаны соотношения параметров ν и ϵ_0 , при которых достигаются предельные значения $\arg \delta$.

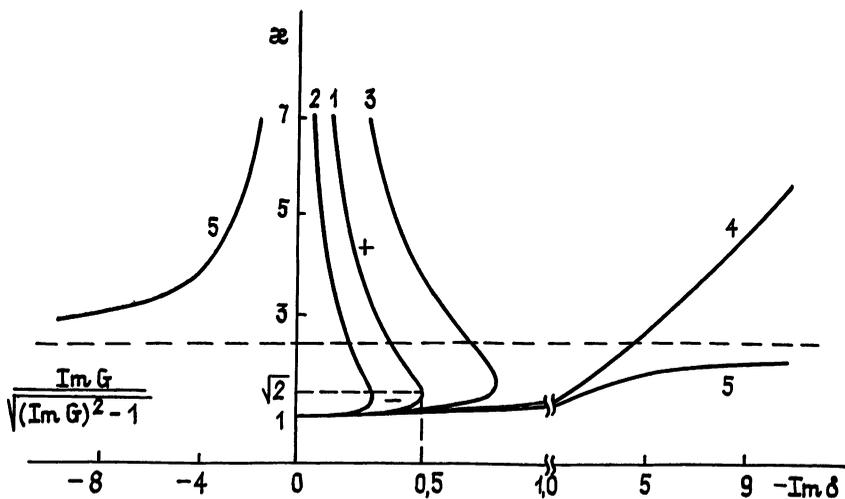


Рис. 3. Дисперсионные кривые при $\text{Re } G = 0$ и различных значениях $\text{Im } G$: 1 — $\text{Im } G = 0$ (ветви «—» и «+» соответствуют волнам с нормальной и аномальной дисперсией); 2 — $\text{Im } G = -1$; 3 — $\text{Im } G = 0,5$; 4 — $\text{Im } G = 1$; 5 — $\text{Im } G = 1,1$.

Дифференцируя формулу (9) по частоте ω с учетом выражений (7), (3) (см. также дисперсионную кривую 1 на рис. 3), нетрудно показать, что дисперсия волны «—» является нормальной, а волны «+» — аномальной. При $\text{Im } \delta \rightarrow -1/2$ фазовые скорости волн совпадают ($v_{\Phi}^{\mp} = c/\kappa_{\mp} = c/\sqrt{2}$), а их групповые скорости стремятся к нулю (см. рис. 3). В пределе же сильной отстройки от резонанса $\text{Im } \delta \rightarrow 0$ волна «—» теряет локализацию и вырождается в обычную плоскую моду вакуумного полупространства ($v_{\Phi}^{-} \rightarrow c$), а волна «+», наоборот, прижимается к плазменному слою и практически не распространяется ($v_{\Phi}^{+} \approx (-\text{Im } \delta)c$).

Хотя в рассматриваемом случае ($G=0$) характеристики магнитного поля не входят в явном виде в уравнение (8), однако в силу зависимости параметра отстройки ϵ_0 от величины и направления магнитного

поля (см. формулу (3)) наложение последнего позволяет существенно сдвигать спектральную область существования резонансных поверхностных возбуждений (в соответствии с уравнением $\varepsilon_0 \approx 0$) как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения от плазменной частоты $\omega_p(0)$ (минимума (плато) профиля $N(x)$), характерной для резонансных возбуждений в ППП-системе с изотропной плазмой [7].

2. *Случай чисто мнимого параметра гиротропии* ($\text{Re } G=0$, $\text{Im } G \neq 0$), соответствующий, как видно из формулы (5), ориентации конечного магнитного поля либо вдоль оси z ($\alpha=0, \pi$), либо в одной из плоскостей x, z или y, z ($\beta=0, \pm\pi/2, \pi, \alpha \neq \pi/2$).

В этом случае дисперсионное уравнение (4) приводится к виду

$$\kappa^2/\sqrt{\kappa^2-1} = (i\delta)^{-1} + \kappa \text{Im } G, \quad (11)$$

отличительной особенностью которого по сравнению с рассматривавшимся выше уравнением (8) прежде всего является зависимость от знака κ , что влечет за собой невзаимный характер распространения поверхностных волн. Последнее означает, что при неизменном магнитном поле свойства волн, распространяющихся вдоль и против оси y , различны. Поскольку, однако, изменение знака κ в уравнении (11) эквивалентно изменению знака $\text{Im } G$ (т. е. в соответствии с формулой (5) замене α на $\pi-\alpha$), то при исследовании решений этого уравнения достаточно ограничиться только положительными κ , рассматривая значения параметра $\text{Im } G$ обоих знаков.

Среди корней уравнения (11) в первую очередь выделим приближенное решение

$$\kappa \approx \frac{\text{Im } G}{\sqrt{(\text{Im } G)^2 - 1}} \left[1 - \frac{(i\delta)^{-1}}{(\text{Im } G)^2 \sqrt{(\text{Im } G)^2 - 1}} \right], \quad (12)$$

справедливое в пределе $|\delta| \gg 1$ (т. е. $|\tilde{v}|^{(n-1)/n} \ll k_0 l$) и отвечающее слабозатухающим поверхностным волнам при $|\text{Im } G| > 1$ независимо от профиля слоя (ямка, горб, перегиб, плато) и от соотношения параметров ε_0, v (пропорциональный $(i\delta)^{-1}$ малый член в выражении (12) удержан как существенный для вычисления групповой скорости). Обратим внимание на предельно сильную невзаимность решения (12): при фиксированном магнитном поле волна может распространяться только в одну сторону (вдоль или против оси y), так чтобы κ было одного знака с $\text{Im } G$.

Соответствующее решению (12) выражение для групповой скорости волны

$$v_{\text{гр}} = -c \frac{n}{n-1} \text{Im } G [(\text{Im } G)^2 - 1] \frac{i\delta(\varepsilon_0 - iv)}{\omega(d\varepsilon_0/d\omega)} \quad (13)$$

принимает действительные значения, совпадающие по знаку с фазовой скоростью (нормальная дисперсия), только при определенном (зависящем от профиля плазменного слоя) соотношении между параметрами ε_0 и v (см. формулу (7) для параметра δ и рис. 2): в слое с ямкой плотности плазмы — при $\varepsilon_0 < 0$, $v \ll -\varepsilon_0$; в слое с горбом плотности — при $\varepsilon_0 > 0$, $v \ll \varepsilon_0$; в слое с перегибом плотности — при $|\varepsilon_0| \ll v$. В остальной области параметров ε_0, v групповая скорость (13) комплексна (причем $v_{\text{ф}} \text{Re } v_{\text{гр}} > 0$), что говорит о сильной деформации волнового пакета и неприменимости самого понятия групповой скорости [16, 17]. Исключения составляют слои с плато плотности плазмы ($n \gg \pi$), для которых, как видно из (7), (13), $v_{\text{гр}}$ действительна (и совпадает по знаку с $v_{\text{ф}}$) при любом соотношении ε_0 и v .

В области умеренных значений резонансного параметра $|\delta| \leq 1$ для существования слабозатухающих решений, как и в случае $G=0$, необходимо выполнение условия $|\text{Im } \delta| \gg |\text{Re } \delta|$. Ограничения же на

$\text{Im } \delta$, а также характер дисперсионных кривых существенно зависят от значения параметра $\text{Im } G$ (см. рис. 3).

При $\text{Im } G < 1$ вид кривых качественно такой же, как и в случае $G = 0$: две ветви с нормальной и аномальной дисперсией, расположенные в ограниченной области положительных значений $(-\text{Im } \delta)$ (кривые 2, 3 на рис. 3).

Качественно иная картина имеет место при $\text{Im } G > 1$. В этом случае одна из ветвей дисперсионной кривой расположена в области $(-\text{Im } \delta) > 0$, а другая — в области $(-\text{Im } \delta) < 0$ (кривая 5 на рис. 3). Причем обе ветви, как можно видеть из рис. 3, имеют нормальную дисперсию. Допустимость положительных значений $\text{Im } \delta$ в соответствии с рис. 2 означает, что в рассматриваемом случае (в отличие от случая $G = 0$) локализованные моды могут поддерживаться и слоями с горбом или плато профиля плотности плазмы при $\epsilon_0 > 0$, $\nu \ll \epsilon_0$.

Дисперсионная кривая 4, соответствующая случаю $\text{Im } G = 1$ и разделяющая два семейства кривых на рис. 3, имеет нормальную дисперсию и линейную асимптотику на бесконечности (см. формулу (11)): $\kappa = (-\text{Im } \delta)/2$.

3. Случай $\text{Re } G \neq 0$, охватывающий не рассматривавшиеся выше ориентации магнитного поля \mathbf{B}_{ext} вне координатных плоскостей x, z и y, z .

Как показывает анализ, волновые решения уравнения (4) допустимы в этом случае только при чисто мнимых значениях резонансного параметра δ ($|\text{Re } \delta| \ll |\text{Im } \delta|$), когда уравнение (4) сводится к виду

$$\kappa/\sqrt{\kappa^2 - 1} = -\text{Re } G \text{ctg } (\kappa \text{Re } G \text{Im } \delta) + \text{Im } G. \quad (14)$$

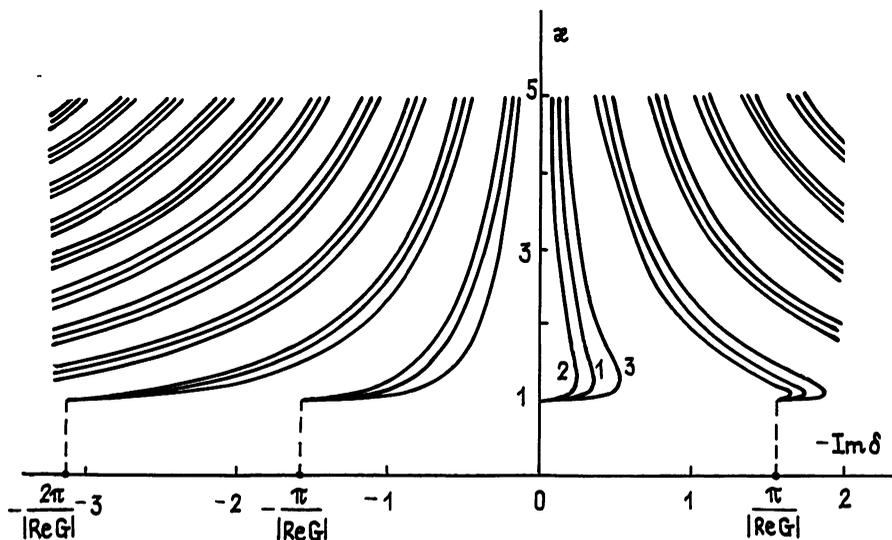


Рис. 4. Дисперсионные кривые при $|\text{Re } G| = 2$ и различных значениях $\text{Im } G$: 1— $\text{Im } G = 0$; 2— $\text{Im } G = -1$; 3— $\text{Im } G = 1,1$ (порядок расположения кривых 1, 2, 3 для всех ветвей одинаков).

Характерной особенностью уравнения (14) является присутствие в нем периодической функции, что приводит к расщеплению (с периодом $\pi/|\text{Re } G|$ при $\kappa = 1$) дисперсионных кривых на бесконечное (при $\nu \rightarrow 0$) множество ветвей, расположенных как в области положительных, так и в области отрицательных значений параметра $(-\text{Im } \delta)$ (см. рис. 4). В области $(-\text{Im } \delta) < 0$ дисперсия волн является нормальной, в области же $(-\text{Im } \delta) > 0$ на дисперсионных кривых есть участки как с нормальной ($d\kappa/d(-\text{Im } \delta) > 0$), так и с аномальной ($d\kappa/d(-\text{Im } \delta) < 0$) дисперсией. В отличие от случая $\text{Re } G = 0$, $\text{Im } G \neq 0$ вид дисперсионных кривых качественно не меняется в зависимости от параметра $\text{Im } G$.

Из уравнения (14) видно также, что его решения не зависят от

знака параметра $\operatorname{Re} G$, а определяются только модулем $|\operatorname{Re} G|$. Отличие $\operatorname{Im} G$ от нуля приводит, как и в случае $\operatorname{Re} G=0$, к невязимности распространения волн (изменение знака и по-прежнему эквивалентно смене знака у $\operatorname{Im} G$).

Таким образом, в тонкопленочных ППП-системах с гиротропной плазмой путем изменения ориентации и величины магнитного поля возможно эффективное управление свойствами резонансных поверхностных возбуждений: частотным спектром, невязимностью распространения, количеством дисперсионных ветвей, типом дисперсии и крутизной участков дисперсионных кривых с аномальной дисперсией. В целом область существования резонансных возбуждений значительно расширяется по сравнению с изотропным случаем [7] как по допустимым профилям концентрации плазмы, так и по спектральному интервалу, который ограничен узкими полосами допустимых расстройек ($|\epsilon_0| \ll (k_0 l)^{n/(n-1)}$) вблизи частот, для которых компонента $\epsilon_{xx}(x)$ тензора диэлектрической проницаемости плазмы имеет нуль выше первого порядка.

Результаты настоящей работы легко обобщаются на случай полинеоднородных ППП-систем, содержащих несколько резонансных (на одной частоте) точек экстремума или перегиба профиля концентрации плазмы. Для этого достаточно взять в качестве параметра δ сумму вкладов (вычисляемых по формуле (7)) от отдельных резонансных точек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барыбин А. А. Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
2. Любченко В. Е., Макеева Г. С., Нефедов Е. И. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. Вып. 9. С. 1665.
3. Поверхностные поляритоны / Под ред. Аграновича В. М., Миллса Д. Л. — М.: Наука, 1985. — 526 с.
4. Интегральная оптика / Под ред. Тамира Т. — М.: Мир, 1978. — 344 с.
5. Бакунов М. И. // Тезисы докладов I Всесоюзной конф. Методы диагностики двухфазных и реагирующих потоков. — Харьков: Изд. ХФ МПП, 1988. — 298 с.
6. Белецкий Н. Н., Гасан Е. А., Яковенко В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 11. С. 1391.
7. Бакунов М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 1. С. 25.
8. Кондратенко А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 208 с.
9. Кондратьев И. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 5. С. 987.
10. Белецкий Н. Н., Гасан Е. А., Яковенко В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 10. С. 1270.
11. Белецкий Н. Н., Гасан Е. А., Яковенко В. М. // Изв. вузов. Физика. 1988. Т. 31. № 1. С. 38.
12. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984. — 392 с.
13. Владимиров В. В., Волков А. Ф., Мейлихов Е. З. Плазма полупроводников. — М.: Атомиздат, 1979. — 256 с.
14. Пилия А. Д., Федоров В. И. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. Вып. 4 (10). С. 1198.
15. Буланов С. В., Коврижных Л. М., Сахаров А. С. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. Вып. 5. С. 1809.
16. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. — 684 с.
17. Вайнштейн Л. А. // УФН. 1976. Т. 118. Вып. 2. С. 339.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
12 декабря 1988 г.

RESONANT EXCITATIONS ON THE METAL SURFACE WITH GYROTROPIC PLASMA COVER

M. I. Bakunov, S. N. Zhukov

The surface-type electromagnetic waves maintained by the plasma resonance region of thin (compared to wavelength) inhomogeneous film of magnetoplasma placed on the perfectly conducting substrate have been studied for arbitrary external magnetic field and various types of film inhomogeneity. It has been demonstrated that only plasma covers with a resonant extremum or a plateau of the plasma density profile possess waveguide properties. Variation of magnetic field orientation and its magnitude is shown to be an effective way to control the conditions of existence and dispersive properties of resonant surface excitations.

УДК 543.42

РЕЛАКСАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ИНДУЦИРОВАННАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ЕЕ ГАМИЛЬТониАНА ФУНКЦИОНАЛОМ ОТ МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА

А. А. Жариков, С. И. Темкин, А. И. Бурштейн

Проведено усреднение отклика динамической системы на стохастическую параметрическую модуляцию. Рассмотрена задача о релаксации двухуровневой системы под действием частотно-модулированного излучения произвольной мощности.

1. Введение. Во многих задачах оптической и радиоспектроскопии возникает необходимость усреднения отклика системы на внешнее воздействие, сводящееся к стохастическому изменению во времени коэффициентов в уравнении движения:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = L[\alpha(t)]\rho. \quad (1.1)$$

Такая запись позволяет одновременно иметь в виду и квантовые и классические системы. соответственно, в первом случае ρ — матрица плотности, а $L\rho = -i/\hbar [H, \rho]$ — лиувиллиан, во втором ρ — функция распределения динамических переменных системы, а L — скобки Пуассона. Аргумент $\alpha(t)$, вообще говоря, вектор, компонентами которого являются модулируемые параметры. Хорошо известно, что только для достаточно быстро флуктуирующего $\alpha(t)$ решение (1.1) может быть найдено универсальным образом с помощью стохастической теории возмущений [1–3]. В противоположном случае усреднить (1.1) гораздо сложнее, а вместе с тем эта область наиболее интересна, так как содержит информацию о микроскопическом механизме изменения $\alpha(t)$. Получение такой информации возможно после выбора физически обоснованной модели флуктуаций $\alpha(t)$ и решения математической задачи усреднения (1.1). За последние два десятилетия исследований в этом направлении подавляющее большинство работ было связано с заданием $\alpha(t)$ в виде марковского стационарного процесса, так как в этом случае известен алгоритм построения математически замкнутой системы кинетических интегродифференциальных уравнений, в принципе, решающих проблему нахождения $\bar{\rho}(t)$ [4–7]. Отметим также, что многие интересные с физической точки зрения задачи нахождения отклика системы на гауссов шум решались с выбором экспоненциальных корреляционных функций, отвечающих по теореме Дуба [8], гаусс-марковскому процессу, см., например, [9, 10]. Укажем несколько конкретных примеров, когда предположение о марковости временного изменения возмущения оказывалось хорошим приближением: скорость поступательного движения атомов при столкновительном сужении доплеровского контура [11], угловая скорость — при расчете корреляционных функций ориентационной релаксации [12], ориентация молекулы — при нахождении кинетики стереоспецифических клеточных реакций [13] и в ЭПР — спектроскопии спиновых меток и зондов [14], пространственные координаты реагентов в уравнениях кинетики диффузионно-контролируемых бимолекулярных реакций [15], обобщенная координата в реакциях переноса электрона

[16] и т. д. Насколько жестким с физической точки зрения является это ограничение? Во всяком случае к настоящему времени в целом ряде задач, некоторые из них будут обсуждаться ниже, существует необходимость выхода за рамки марковского приближения. В предыдущей работе нами был предложен один из возможных путей в этом направлении [17]. Было показано, что метод суммирования реализаций, развитый в теории внезапной модуляции [18], позволяет усреднить отклик (1.1) на шум с более общими, чем у марковского процесса, статистическими свойствами, используемыми, в частности, в так называемой теории СТРУ [19].

В настоящей работе рассмотрена более распространенная ситуация. Параметры в (1.1) являются обобщенными координатой и импульсом — Q и P , вообще говоря, многомерными векторами, не обязательно канонически сопряженными друг с другом. При этом изменение Q во времени подчиняется стохастическому дифференциальному уравнению

$$\dot{Q} = f(Q, P). \quad (1.2)$$

В вышеперечисленных примерах предполагалось, что $P(t)$ является марковской величиной и лиувиллиан системы (1.1) L зависит только от $P \equiv \alpha$. Очевидно, что в случае L , зависящего от Q , развитый для марковских процессов алгоритм усреднения не может быть применен прямо, как это было сделано, например, в [20] в задаче о фазовой релаксации, индуцированной в двухуровневой системе частотно-модулированным излучением. Взаимодействие с таким излучением зависит от его фазы $Q = \int P dt$, которая не является марковской. К этому примеру мы вернемся в заключение, после того как разовьем метод усреднения уравнений (1.1) общего вида, когда $\alpha = \alpha(P, Q)$, а Q — функционал (1.2) от марковского шума P .

2. Общее решение. Представим (1.2) в математически эквивалентном виде через $\delta[q - Q(t)]$ — условную плотность вероятности обнаружить систему в момент времени t с обобщенной координатой $Q(t) = q$, если при $t=0$ обобщенная координата имела некоторое значение, являющееся начальным для решения $Q(t)$, удовлетворяющего (1.2). Дифференцируя как сложную функцию, находим

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta[q - Q(t)] = -\dot{Q}(t) \frac{\partial}{\partial q} \delta[q - Q(t)]. \quad (2.1)$$

Внося в правой части (2.1) $\dot{Q}(t)$ под знак дифференцирования, воспользовавшись тем, что $f(x)\delta(x-a) = f(a)\delta(x-a)$, и (1.2), приведем (2.1) к виду уравнения непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta[q - Q(t)] = -\frac{\partial}{\partial q} f[q, P(t)] \delta[q - Q(t)]. \quad (2.2)$$

Очевидно, что (2.2) является уравнением типа (1.1) с $\alpha = P$ и оператором

$$\tilde{L}[P(t)] = -\frac{\partial}{\partial q} f[q, P(t)]. \quad (2.3)$$

Предположение о марковости $P(t)$ позволяет усреднить решение (2.2) стандартным методом. Для этого введем в рассмотрение не полностью усредненное решение

$$U(p, q, t | p_0, q_0, t = 0) = \langle \delta[q - Q(t)] \rangle_{\substack{P(t)=p \\ P(0)=p_0}}, \quad (2.4)$$

где нижние индексы угловых скобок указывают, что усреднение велось только по тем реализациям случайного изменения $P(t)$, которые в начальный и конечный момент времени принимали значения соответствен-

но p_0 и p . Понятно, что определенная таким способом функция и является условной плотностью вероятности пары случайных переменных P, Q . В соответствии с общим методом [4-6] $U(p, q, t|p_0, q_0, t=0)$ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\partial U / \partial t = \tilde{L}(p, q) U + K_p U, \quad (2.5)$$

где оператор K_p дает уравнение Феллера для марковской переменной [21]

$$\frac{\partial \tilde{U}(p, t|p_0, t=0)}{\partial t} = K_p \tilde{U}(p, t|p_0, t=0) \quad (2.6)$$

и тем самым определяет все статистические свойства изменения $P(t)$. В свою очередь (2.5) можно рассматривать как уравнение Феллера для новой переменной — пары $\{P(t), Q(t)\}$.

Покажем, что эта пара является марковской переменной несмотря на то, что $Q(t)$ не обладает этим свойством. Для этого найдем многомерную плотность вероятности того, что в n последовательных моментов времени t_1, t_2, \dots, t_n на случайных траекториях переменные системы принимали, соответственно, значения $p_1, q_1; p_2, q_2; \dots; p_n, q_n$:

$$\begin{aligned} U(q_n, p_n, t_n; q_{n-1}, p_{n-1}, t_{n-1}; \dots; q_1, p_1, t_1) = \\ = \langle T \exp \left\{ \int_{t_{n-1}}^{t_n} dt' \tilde{L}[q_n, P(t')] \right\} \delta(q_n - q_{n-1}) T \exp \left\{ \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dt' \times \right. \\ \times \tilde{L}[q_{n-1}, P(t')] \rangle \delta(q_{n-1} - q_{n-2}) \dots T \exp \left\{ \int_{t_1}^{t_2} dt' \times \right. \\ \times \tilde{L}[q_2, P(t')] \rangle \delta(q_2 - q_1) \rangle_{\substack{P(t_i)=p_i \\ i=1,2,\dots,n}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

и использовано формальное решение уравнения (2.2), где T — оператор хронологического упорядочения. Вследствие основного свойства марковского процесса усреднение по всему подансамблю случайных траекторий от момента времени t_i до t_{i+1} может быть выполнено независимо от усреднения на других временных интервалах, если начальное и конечное значение марковской переменной p_i и p_{i+1} фиксировано у всех реализаций подансамбля. Соответственно среднее от произведения в (2.7) представляется как мультипликация средних

$$\begin{aligned} U(q_n, p_n, t_n; \dots; q_2, p_2, t_2 | q_1, p_1, t_1) = \left\langle T \exp \left\{ \int_{t_{n-1}}^{t_n} dt' \times \right. \right. \\ \times \tilde{L}[q_n, P(t')] \rangle \delta(q_n - q_{n-1}) \rangle_{\substack{P(t_n)=p_n \\ P(t_{n-1})=p_{n-1}}} \times \\ \times \left\langle T \exp \left\{ \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} dt' \tilde{L}[q_{n-1}, P(t')] \right\} \delta(q_{n-1} - q_{n-2}) \right\rangle_{\substack{P(t_{n-1})=p_{n-1} \\ P(t_{n-2})=p_{n-2}}} \times \\ \times \dots \times \left\langle T \exp \left\{ \int_{t_1}^{t_2} dt' \tilde{L}[q_2, P(t')] \right\} \delta(q_2 - q_1) \right\rangle_{\substack{P(t_2)=p_2 \\ P(t_1)=p_1}} = \\ = U(q_n, p_n, t_n | q_{n-1}, p_{n-1}, t_{n-1}) \times \dots \times U(q_2, p_2, t_2 | q_1, p_1, t_1). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Разбиение многомерной условной плотности вероятности на произведе-

ние двумерных, как хорошо известно [21], является необходимым и достаточным условием марковости введенной пары переменных $\{P, Q\}$. Отметим, что аналогичное утверждение высказывалось в [22].

Этот результат позволяет опять возвратиться к теории усреднения отклика на марковский шум и получить общую систему кинетических уравнений, определяющих полностью усредненный отклик (1.1) на функционал от марковского процесса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(t, p, q) = L[p, q] \rho(t, p, q) - \frac{\partial}{\partial q} [f(p, q) \rho(t, p, q)] + K_p \rho(t, p, q),$$

$$\rho(t) = \int dp dq \rho(t, p, q), \quad \rho(t=0, p, q) = \rho(0) \Phi(p) F(q). \quad (2.9)$$

В (2.9) учтено (2.3) и введены начальные значения для матрицы плотности $\rho(0)$ и распределения по Φ и q при $t=0$, т. е. $\Phi(p)$ и $F(q)$, не обязательно совпадающие с равновесными $\varphi_{eq}(p)$ и $f_{eq}(q)$.

Для иллюстрации реализуем полученный алгоритм построения кинетического уравнения: учтем эффекты инерциальности вращения в форме спектров ЭПР, уширяемых переориентациями молекул. В данном случае обобщенной координатой является набор эйлеровых углов, определяющих ориентацию в пространстве сферического ротатора Ω , а обобщенным импульсом — угловая скорость ω , которую будем считать марковской. Динамическое стохастическое уравнение (2.2) запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta[\Omega - \Omega(t)] = -i\omega(t) \hat{L}_\Omega \delta[\Omega - \Omega(t)], \quad (2.10)$$

где \hat{L}_Ω — оператор орбитального момента. Вводя ориентационно зависящий спин-гамильтониан $H(\Omega)$, получаем окончательно

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(t, \Omega, \omega) = -\frac{i}{\hbar} [H(\Omega), \rho(t, \Omega, \omega)] - i\omega \hat{L}_\Omega \rho(t, \Omega, \omega) + K_\omega \rho(t, \Omega, \omega), \quad (2.11)$$

что, в частности, обосновывает подход, использованный авторами [23].

3. Взаимодействие двухуровневой системы с мощным частотно-модулированным лазерным излучением. В качестве приложения полученных результатов рассмотрим ставшую уже классической задачу нелинейной спектроскопии о влиянии статистики лазерного излучения на характер релаксации взаимодействующей с ним двухуровневой системы. С помощью полученного выше общего результата последняя задача может быть решена в полном объеме.

Конкретизируя (1.1), имеем ($\hbar = 1$)

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho], \quad H = \begin{pmatrix} E_1 & (1/2)\Omega_0 e^{i\omega_0 t + i\varphi(t)} \\ (1/2)\Omega_0 e^{-i\omega_0 t - i\varphi(t)} & E_2 \end{pmatrix}, \quad \varphi(t) = \int_0^t \omega(t') dt', \quad (3.1)$$

где частота Раби $\Omega_0 = d_{12} \varepsilon$ выражается через дипольный матричный элемент d_{12} и амплитуду лазерного поля ε , ω_0 — его несущая частота, $\omega(t)$ — центрированный марковский процесс флуктуаций частоты, E_1 и E_2 — энергия уровней. Сделав очевидный выбор

$$P = \omega, \quad Q = \varphi, \quad \partial\varphi/\partial t = \omega(t), \quad (3.2)$$

находим для парциальной матрицы плотности

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(t, \varphi, \omega) = -i[H(\varphi), \rho(t, \varphi, \omega)] - \omega \frac{\partial}{\partial \varphi} \rho(t, \varphi, \omega) + K_\omega \rho(t, \varphi, \omega),$$

$$\rho(t) := \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi \rho(t, \varphi, \omega).$$

Перейдем к фурье-преобразованию (3.3), вводя переменные

$$\rho_{nn}(t, k, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik\varphi} \rho_{nn}(t, \varphi, \omega) d\varphi, \quad n=1, 2, \quad (3.4)$$

$$\rho_{12}(t, k, \omega) = e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k+1)\varphi} \rho_{12}(t, \varphi, \omega) d\varphi, \quad r(t, k, \omega) = \begin{pmatrix} \rho_{22} - \rho_{11} \\ \rho_{12} \\ \rho_{21} \end{pmatrix},$$

$$\rho_{21}(t, k, \omega) = e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k-1)\varphi} \rho_{21}(t, \varphi, \omega) d\varphi,$$

после чего имеем систему линейных уравнений

$$\dot{r} = iAr - i\omega Br + K_{\omega} r, \quad (3.5)$$

$$2A = \begin{vmatrix} 0 & -2\Omega_0 & 2\Omega_0 \\ -\Omega_0 & -2\Delta & 0 \\ \Omega_0 & 0 & 2\Delta \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{vmatrix}, \quad \Delta = \omega_0 - (E_2 - E_1).$$

Принципиально это решает задачу при произвольной корреляции частоты.

Упростим рассмотрение, выбрав частный случай некоррелированных изменений $\omega(t)$ [18]:

$$K_{\omega} \rho(t, k, \omega) = -\frac{1}{\tau} \rho(t, k, \omega) + \frac{\varphi_{eq}(\omega)}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, k, \omega) d\omega, \quad (3.6)$$

где τ — время корреляции $\omega(t)$, а $\varphi_{eq}(\omega)$ — равновесное распределение отклонений от средней частоты ω_0 . Подстановка (3.6) в (3.5) позволяет найти лапласовский образ решения при начальном условии $\rho(t, k, \omega) = r(k) \varphi_{eq}(\omega)$:

$$r(s, k) = \int_0^{\infty} e^{-st} dt \int_{-\infty}^{\infty} r(t, k, \omega) d\omega, \quad (3.7)$$

$$r(s, k) = \left[C^{-1} - \frac{1}{\tau} \hat{1} \right]^{-1} r(t=0, k), \quad C = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \varphi_{eq}(\omega) \left[\left(s + \frac{1}{\tau} \right) \hat{1} + i\omega B - iA \right]^{-1},$$

где $\hat{1}$ — единичная матрица третьего ранга. Окончательное выражение для эволюции усредненных элементов матрицы плотности, согласно (3.3), (3.4), получается из (3.7) при различном выборе k . Полагая k равным нулю, мы можем определить лапласовский образ временной зависимости диагональных элементов матрицы плотности. Ответ совпадает с результатами работ [24, 18], в которых описание процесса проводилось в случайно вращающейся системе координат. Такая процедура позволяет свести задачу к нахождению отклика системы на марковский шум $\omega(t)$, однако при этом теряется возможность определения временной эволюции недиагональных элементов матрицы плотности. В рамках рассмотренного в настоящей работе метода недиагональные элементы легко получить из (3.7), полагая k равным ± 1 .

В случае быстрых флуктуаций частоты ($\bar{\omega}^2 < 1/\tau^2$) можно упростить (3.7), используя разложение до квадратичных членов по ω в выражении для матрицы C :

$$C = D^{-1} - \bar{\omega}^2 D^{-1} B D^{-1} B D^{-1}, \quad D = (s + 1/\tau) \hat{1} - iA, \quad (3.8)$$

$$r(s, k)' = \hat{U}(s, k) r(t=0, k),$$

$$\hat{U}(s, k) = \frac{1}{s \hat{1} - iA + \bar{\omega}^2 B D^{-1} B}, \quad \bar{\omega}^2 = \int \omega^2 \varphi_{eq}(\omega) d\omega.$$

Если $\Delta, \Omega_0 \ll 1/\tau$, то $D^{-1} = \tau \hat{1}$. В этом пределе мы приходим к частному результату теории релаксации двухуровневой системы под действием монохроматического излучения с марковской случайной фазой [18, 25], когда изменение фазы представлено диффузионным процессом. Однако при достаточно сильных полях ($\Omega_0 \tau \gg 1$) или больших расстройках резонанса ($\Delta \tau \gg 1$) проявляются немарковские свойства фазы.

В качестве примера рассмотрим форму спектра флуоресценции в сильных полях, которая определяется релаксацией недиагональных элементов матрицы плотности [18]:

$$G(\omega) \sim \text{Re}[\hat{U}(s, -1)]_{22} |_{s=i(\omega-\omega_0)+1/T}. \quad (3.9)$$

В (3.9) на основе обычной радиационной схемы ($T_1 = T_2 = T$) введен диссипативный член, учитывающий взаимодействие двухуровневой системы со средой и обеспечивающий существование стационарного поглощения и рассеяния света. Используя (3.8), получаем

$$G(\omega) = \text{Re} \frac{(s + \Gamma_1^*)(s + \Gamma_2^* - i\Delta) + \Omega_0^2(1 - \alpha)^2/2}{(s + \Gamma_1^*)(s + \Gamma_2^* - i\Delta)(s + i\Delta) + \Omega_0^2[s(1 - \alpha) - i\alpha\Delta + \Gamma_2^*/2]}, \quad (3.10)$$

где

$$\Gamma_1^* = \bar{\omega}^2 \tau^* \frac{1 + (\Delta \tau^*)^2}{1 + (\Omega \tau^*)^2}, \quad \Gamma_2^* = 4\bar{\omega}^2 \tau^* \frac{1 + i\Delta \tau^* + (1/2)(\Omega_0 \tau^*)^2}{1 + (\Omega \tau^*)^2},$$

$$\tau^* = \tau / (1 + s\tau), \quad \alpha = 2\Gamma_1^* \tau^* / (1 - i\Delta \tau^*), \quad \Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \Delta^2}.$$

В сильном поле спектр (3.10) имеет форму триплета. Его компоненты приближенно описываются лоренцовскими линиями, центрированными на частотах ω_0 и $\omega_0 \pm \Omega$ с шириной

$$\delta_0 = \frac{1}{T} + \bar{\omega}^2 \tau \left(1 + \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \frac{1}{1 + \Omega^2 \tau^2} \right) \text{ — центральная компонента,} \quad (3.11)$$

$$\delta = \frac{1}{T} + \frac{\bar{\omega}^2 \tau}{2\Omega^2} [2(\Omega \pm \Delta)^2 + \Omega_0^2 / (1 + \Omega^2 \tau^2)] \text{ — боковые компоненты.}$$

Соответствующие интенсивности компонент $\frac{\Omega_0^2}{2\Omega^2}$ и $\frac{\Omega_0^2 + 2\Delta(\Delta \mp \Omega)}{4\Omega^2}$.

Эти формулы дают описание спектра флуоресценции за пределами диффузионного приближения работы [26].

Представляется уместным провести сравнение обсуждаемого в настоящей работе подхода к усреднению стохастических дифференциальных уравнений с подходом, использующим уравнение Ланжевена. По постановке последний отличается тем, что, во-первых, в (1.2) марковская переменная $P(t)$ считается совершенно случайным процессом

(белым шумом), значения которого в любые сколь угодно близкие моменты времени полностью некоррелированы, во-вторых, функция $f(Q, P)$ линейна по P (см., например, [27]). При этом всегда отмечается физическая нереалистичность такой модели шумового воздействия на систему, связанная с введением равного нулю времени корреляции, и то, что усреднение отклика на шум с конечным временем корреляции конечно же предпочтительнее (см. [27], с. 172). Как ни парадоксально, описание этой более физической ситуации основывается на существенно более простом математическом аппарате, так как не использует обобщенные функции. В результате становится возможным преодолеть и второе ограничение и рассматривать в (1.2) функции нелинейные по P .

В заключение авторы благодарят Д. Н. Зубареву и В. Г. Морозова за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрагам А. Ядерный магнетизм. — М.: ИЛ, 1963. С. 553.
2. Бурштейн А. И. // ФТТ. 1963. Т. 5. № 5. С. 1243.
3. Kubo R. // J. Phys. Soc. Japan. 1962. V. 17. P. 1100
4. Бурштейн А. И. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 85; Т. 49. С. 1362.
5. Kubo R. // Adv. Chem. Phys. 1969. V. 15. P. 101.
6. Корст Н. Н. // ТМФ. 1971. Т. 6. № 2. С. 265.
7. Sillescu H., Kivelson D. // J. Chem. Phys. 1968. V. 48. P. 3493
8. Миддлтон Л. Введение в статистическую теорию связи. — М.: Сов. радио, 1961. Т. 1.
9. Зусман Л. Д., Гельман А. Б. // Журн. структ. химии. 1980. Т. 21. № 1. С. 72.
10. Зусман Л. Д. // ТЭХ. 1979. Т. 15. № 3. С. 227.
11. Бурштейн А. И. Лекции по курсу «Квантовая кинетика». — Новосибирск: Гос. ун-т, 1968. Т. 1. С. 230.
12. Бурштейн А. И., Темкин С. И. Спектроскопия молекулярного вращения в газах и жидкостях. — Новосибирск: Наука, 1982.
13. Burshtein A. I., Yakobson B. I. // Chem. Phys. 1978. V. 28. P. 415.
14. Корст Н. Н., Анциферова Л. И. // УФН. 1978. Т. 126. С. 67.
15. Doctorov A. B. // Physica. 1978. V. 90A. P. 109.
16. Burshtein A. I., Khudyakov I. V., Yakobson B. I. Progress in reaction kinetics. — Oxford, New York: Pergamon Press. 1984. P. 221.
17. Бурштейн А. И., Жариков А. А., Темкин С. И. // ТМФ. 1986. Т. 66 № 2. С. 253.
18. Бурштейн А. И. Лекции по курсу «Квантовая кинетика». — Новосибирск: Гос. ун-т, 1968. Т. 2. С. 264.
19. Montroll E. W., Weiss S. H. // J. Math. Phys. 1965. V. 6. P. 167.
20. Оселедчик Ю. С., Дудавский Е. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 552.
21. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1976. Ч. 1. С. 496.
22. Van Kampen N. G. // Physics Reports. 1976. V. 240. № 3. P. 171; Клячкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980.
23. Bruno G. V., Freed J. H. // J. Phys. Chem. 1974. V. 78. № 9. P. 935.
24. Бурштейн А. И. // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. № 4. С. 1120.
25. Оселедчик Ю. С., Бурштейн А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 3. С. 698.
26. Kimble H. J., Mandel L. // Phys. Rev. 1977. V. A. 15. P. 689.
27. Arnold L. Stochastic differential equations. — N. Y.: Wiley and Sons. 1974 — 228 p.

Институт химической кинетики и горения
СО АН СССР

Поступила в редакцию
13 февраля 1989 г.

RELAXATION INDUCED BY PARAMETRIC MODULATION OF DYNAMIC SYSTEM HAMILTONIAN BY THE FUNCTIONAL OF MARKOVIAN PROCESS

A. A. Zharikov, S. I. Temkin, A. I. Burshtein

The response of dynamic system to stochastic parametric modulation is averaged. The apparatus developed is used to solve the problems on two-level system relaxation under frequency-modulated radiation of an arbitrary intensity.

УДК 621.391

ОБ ОЦЕНИВАНИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ РАДИОВОЛНЫ, ВЫЗВАННЫХ ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДОЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

А. Б. Шмелев

Рассмотрена задача оптимальной пространственно-временной фильтрации и интерполяции фазовых флуктуаций, вызванных распространением радиоволны в турбулентной атмосфере, при наличии шума с учетом насыщения флуктуаций диэлектрической проницаемости среды и описания распространения волнового поля по методу плавных возмущений. Решение проведено методами теории условных марковских процессов, обобщенными на случайные поля, в гауссовом приближении. Получены и проанализированы выражения для среднего квадрата погрешности оценок, исследованы апостериорные законы пространственной корреляции оцениваемых полей на приемной апертуре. Выяснено влияние насыщения флуктуаций в среде и волнового параметра на апостериорные характеристики поля фазовых флуктуаций.

1. Пространственно-временные фазовые флуктуации радиоволн, обусловленные распространением в турбулентных средах (тропосфере, ионосфере), ограничивают возможности когерентного приема сигналов большими антенными системами. Для их учета и компенсации необходимо производить оценку фазы полезного сигнала на приемной апертуре. Такие оценки требуются также для систем обращения волнового фронта и при изучении свойств среды радиофизическими методами.

Задачи оптимальной пространственно-временной фильтрации и интерполяции фазовых флуктуаций сигналов, наблюдаемых на фоне белого гауссова шума, рассматривались в работах [1,2], где предполагалось, что спектр диэлектрической проницаемости турбулентной среды удовлетворяет закону Колмогорова—Обухова, а распространение волны можно описать в приближении геометрической оптики. Первое предположение не учитывает насыщения флуктуаций диэлектрической проницаемости среды на расстояниях порядка внешнего масштаба турбулентности, второе существенно ограничивает длину трассы распространения, что сужает область применимости полученных в [1,2] результатов. Цель данной работы состоит в решении данной задачи при более широких условиях, свободных от указанных ограничений. Как и в [1,2], для решения используем методы теории условных марковских процессов [3,4], обобщенные на случайные поля. Для выявления основных закономерностей и потенциальной точности пространственно-временных оценок воспользуемся идеализацией бесконечной сплошной приемной апертуры, имея в виду, что полученные при этом результаты применимы к дискретным решеткам с расстоянием между элементами, меньшим апостериорного радиуса корреляции оцениваемых флуктуаций.

2. Представим смесь полей полезного сигнала и шума на плоской приемной апертуре D в виде

$$y(t, \mathbf{r}) = A \cos [\omega t + \xi(t, \mathbf{r})] + n(t, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где $n(t, \mathbf{r})$ — пространственно-временной белый гауссов шум со спектральной плотностью N , а $\xi(t, \mathbf{r})$ — подлежащее оценке поле фазовых флуктуаций.

Рассмотрим сначала задачу оценивания пространственных флуктуаций фазы, считая поле ξ не зависящим от времени. На практике это соответствует случаю, когда время корреляции флуктуаций велико по сравнению с длительностью наблюдения. Алгоритм формирования текущей средней апостериорной оценки $\hat{\xi}(t, \rho)$ в гауссовом приближении описывается уравнением [1]

$$\frac{d\hat{\xi}(t, \rho)}{dt} = -\frac{A}{N} \int_{\rho} y(t, r) K(t, \rho - r) \sin[\omega t + \hat{\xi}(t, r)] dr, \quad (2)$$

где $K(t, \rho)$ — пространственная корреляционная функция апостериорного распределения, вычисляемая по формуле

$$K(t, \rho) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}_{\xi}(q) e^{-iq\rho} dq}{1 + \mu t \tilde{x}_{\xi}(q)}, \quad (3)$$

$\tilde{x}_{\xi}(q)$ — априорная пространственная спектральная плотность фазовых флуктуаций в плоскости приемной апертуры, $\mu = A^2/2N$ — отношение сигнал/шум в единицу времени на единице площади антенны.

В отличие от [1] используем для описания флуктуаций диэлектрической проницаемости ϵ изотропной турбулентной среды спектр Кармана [5]

$$\Phi_{\epsilon}(0, q) = 4\pi^2 \cdot 0,033 C_{\epsilon}^2 (q^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (4)$$

учитывающий насыщение флуктуаций ϵ на расстояниях, больших внешнего масштаба турбулентности $L_0 = \kappa_0^{-1}$, т. е. при $q \ll \kappa_0$ (C_{ϵ} — структурная постоянная диэлектрической проницаемости среды). Тогда при геометрическом описании волнового поля для $\tilde{x}_{\xi}(q)$ имеем выражение

$$\tilde{x}_{\xi}(q) = \frac{\pi k^2 L}{2} \Phi_{\epsilon}(0, q) = a(q^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (5)$$

где $a = 2\pi^3 \cdot 0,33 C_{\epsilon}^2 k^2 L$, L — длина трассы распространения, $k = \omega/c$ — волновое число.

Подставляя (5) в (3), производя интегрирование по углу в полярных координатах и вводя в оставшемся интеграле новую переменную интегрирования $x = \tau_r^{-6/11} (1 + q^2/\kappa_0^2)$, получаем

$$K(\tau_r, \rho) = \frac{5\sigma_{\xi}^2}{6\tau_r^{5/11}} \int_{\tau_r^{-6/11}}^{\infty} \frac{J_0(\rho \sqrt{x - \tau_r^{-6/11}}) dx}{1 + x^{11/6}}, \quad (6)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка. Априорная дисперсия фазы радиоволны в геометрическом приближении σ_{ξ}^2 , безразмерное время τ_r и безразмерный аргумент ρ определяются выражениями

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}_{\xi}(q) dq = \frac{3a}{10\pi\kappa_0^{5/3}} \approx \frac{C_{\epsilon}^2 k^2 L L_0^{5/3}}{10}; \quad (7)$$

$$\tau_r = \frac{\mu a t}{\kappa_0^{11/3}} = \frac{10\pi\mu t \sigma_{\xi}^2}{3\kappa_0^2}; \quad (8)$$

$$\beta = (\mu at)^{3/11} \rho = \kappa_0 \tau_T^{3/11} \rho. \quad (9)$$

Полагая в (6) $\rho=0$, находим апостериорную дисперсию (средний квадрат погрешности оценки)

$$\sigma_{ps}^2 = \frac{5\sigma_\xi^2}{6\tau_T^{5/11}} \int_{\tau_T^{-6/11}}^{\infty} \frac{dx}{1+x^{11/6}}. \quad (10)$$

На рис. 1 приведены графики апостериорного коэффициента корреляции $R_{ps}(\rho) = K(\rho)/\sigma_{ps}^2$ при разных значениях τ_T . Как видно из рисунка, учет насыщения флуктуаций приводит к тому, что закон корреляции несколько видоизменяется в процессе наблюдения, однако уже при значениях $\tau_T > 1$ он становится близким к полученному в [1] без учета насыщения, т. е. при $\kappa_0=0$.

Апостериорный масштаб корреляции фазовых флуктуаций на апертуре l_{ps} можно оценить из соотношения

$$S_{ps} = \pi l_{ps}^2 = \frac{\tilde{\kappa}_\xi(0)}{\sigma_{ps}^2 [1 + \mu t \tilde{\kappa}_\xi(0)]}, \quad (11)$$

которое вытекает из определения интегральной площади корреляции

$$S_{ps} = \frac{1}{\sigma_{ps}^2} \int_{-\infty}^{\infty} K(\rho) d\rho \quad \text{после подстановки в него выражения (3).}$$

Полагая в (11) $\tilde{\kappa}_\xi(0) = a\kappa_0^{-11/3}$ и учитывая (7) и (8), находим

$$l_{ps} \simeq \frac{\sigma_\xi}{\sigma_{ps}\kappa_0 \sqrt{1 + \tau_T}}. \quad (12)$$

При $\tau_T \gg 1$, когда отношение апостериорной дисперсии к априорной убывает по закону $\sigma_{ps}^2/\sigma_\xi^2 \sim \tau_T^{-5/11}$, эта формула приводит к прежнему результату [1] $l_{ps} \simeq \kappa_0^{-1} \tau_T^{-3/11} = (\mu at)^{-3/11}$, полученному в отсутствие насыщения флуктуаций.

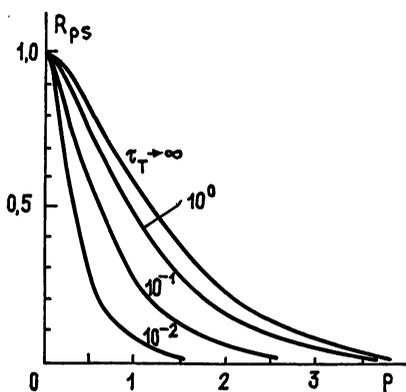


Рис. 1.

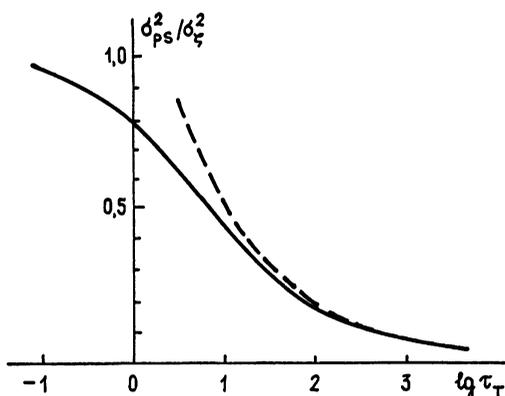


Рис. 2.

На рис. 2 показан график функции (10), характеризующий зависимость качества оценки от безразмерного времени τ_T . Для сравнения пунктиром изображена предельная кривая при $\kappa_0 \rightarrow 0$. Она хорошо аппроксимирует функцию (10) в области значений $\tau_T > 10$, где относительная дисперсия оценки $\sigma_{ps}^2/\sigma_\xi^2$ становится меньше 0,5. Как видно, учет

насыщения флуктуаций играет важную роль в начале наблюдения, поскольку при $\kappa_0 = 0$ и $\tau_\tau \rightarrow 0$ дисперсия оценки, а вместе с ней и коэффициенты усиления петель фазовой автоподстройки, моделирующих алгоритм (2), обратились бы в бесконечность.

3. Обобщим полученные результаты на случай описания волнового поля в среде по методу плавных возмущений. Спектральная плотность фазовых флуктуаций описывается тогда более сложным, чем (5), выражением [5]

$$\bar{\kappa}_\xi(q) = \frac{\pi k^2 L}{4} \left(1 + \frac{k}{q^2 L} \sin \frac{q^2 L}{k} \right) \Phi_s(0, q) = \frac{a}{2} \left(1 + \frac{k}{q^2 L} \sin \frac{q^2 L}{k} \right) (q^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}. \quad (13)$$

Подставляя его в (3), интегрируя по углу в полярных координатах и вводя переменную интегрирования $x = q^2 / \kappa_0^2$, получаем

$$K(t, \rho) = \frac{5\sigma_\xi^2}{6} \int_0^\infty \frac{(1/2)(1 + (\sinh x / hx)) J_0(\kappa_0 \rho \sqrt{x}) dx}{(1+x)^{11/6} + (\tau_\tau / 2)(1 + \sinh x / hx)}, \quad (14)$$

где $h = \kappa_0^2 L / k = L / k L_0^2$ — волновой параметр.

При $\rho = 0$ эта формула дает апостериорную дисперсию оценки σ_{ps}^2 , а при $\rho = 0$ и $\tau_\tau = 0$ — априорную дисперсию σ_0^2 флуктуаций фазы радиоволны в турбулентной среде в приближении метода плавных возмущений:

$$\sigma_0^2 = \frac{5\sigma_\xi^2}{6} \int_0^\infty \frac{(1/2)(1 + \sinh x / hx) dx}{(1+x)^{11/6}}. \quad (15)$$

На рис. 3 показан график зависимости $\sigma_0^2 / \sigma_\xi^2$ от h . При больших значениях h величина σ_ξ^2 вдвое превышает σ_0^2 . На практике это отличие не очень существенно, поскольку структурная постоянная C_e обычно бывает известна лишь с точностью до порядка величины, чем, в основном, и определяется разброс априорной дисперсии фазовых флуктуаций.

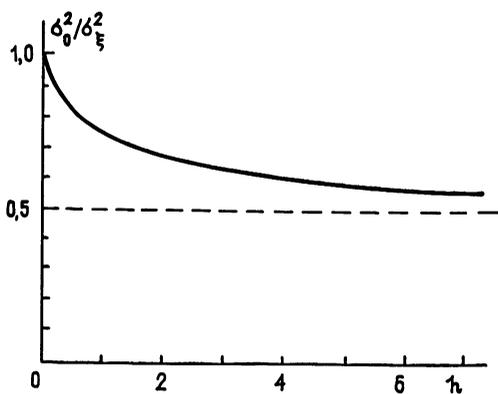


Рис. 3.

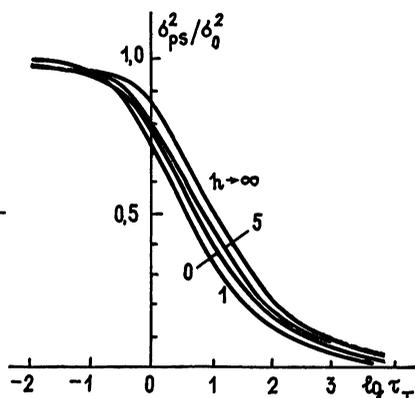


Рис. 4.

Слагаемое $\sinh hx / hx$ под интегралами (14) и (15), изменяющееся в пределах от $-0,2172$ до 1 , слабо влияет на характер зависимости $\sigma_{ps}^2 / \sigma_0^2$ от τ_τ , а также на апостериорный коэффициент корреляции оцениваемого поля. В этом можно убедиться путем численного анализа на ЭВМ выписанных интегралов. На рис. 4 показаны графики зависимости $\sigma_{ps}^2 / \sigma_0^2$ от τ_τ при различных значениях h . Все они достаточно хорошо

аппроксимируются кривой, вычисленной в предположении о геометрико-оптическом описании волнового поля, т. е. при $h=0$. Что касается апостериорного коэффициента корреляции, то из (14) легко видеть, что при больших h его зависимость от ρ имеет такой же вид, как и при $h=0$, но с вдвое меньшим параметром τ_T . Такое изменение параметра незначительно влияет на график $R_{ps}(\rho)$.

4. Перейдем к задаче стационарной фильтрации поля $\xi(t, \mathbf{r})$ из наблюдаемой реализации (1), считая, что оно априори удовлетворяет стохастическому уравнению

$$\frac{d\xi(t, \mathbf{r})}{dt} + \gamma\xi(t, \mathbf{r}) = \chi(t, \mathbf{r}), \quad (16)$$

в котором гауссово поле сторонних воздействий $\chi(t, \mathbf{r})$ обладает корреляционной функцией $\overline{\chi(t, \mathbf{r})\chi(t', \mathbf{r}')} = 2\gamma\kappa_{\xi}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t-t')$.

Алгоритм стационарной фильтрации этого поля, согласно [1], описывается уравнением

$$\frac{d\hat{\xi}(t, \rho)}{dt} = -\hat{\gamma}\hat{\xi}(t, \rho) - \frac{A}{N} \int_D y(t, \mathbf{r})K(\rho - \mathbf{r})\sin[\omega t + \hat{\xi}(t, \mathbf{r})] d\mathbf{r}, \quad (17)$$

а апостериорная функция пространственной корреляции дается выражением

$$K(\rho) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\kappa}_{\xi}(q)e^{-iq\rho} dq}{1 + \sqrt{1 + (2\mu/\gamma)\tilde{\kappa}_{\xi}(q)}}. \quad (18)$$

Подставляя сюда (13), по аналогии с (14) преобразуем интеграл к виду

$$K(\rho) = \frac{5\sigma_{\xi}^2}{3} \int_0^{\infty} \frac{(1/2)(1 + (\sin hx/hx))(1+x)^{-11/6} J_0(x_0\rho\sqrt{x}) dx}{1 + \sqrt{1 + (\alpha_T/2)(1 + \sin hx/hx)(1+x)^{-11/6}}}, \quad (19)$$

где $\alpha_T = 2\mu a/\gamma\kappa_0^{11/3}$ — безразмерный параметр, отличающийся от введенного ранее параметра τ_T тем, что вместо времени наблюдения t содержит время корреляции неоднородностей среды γ^{-1} .

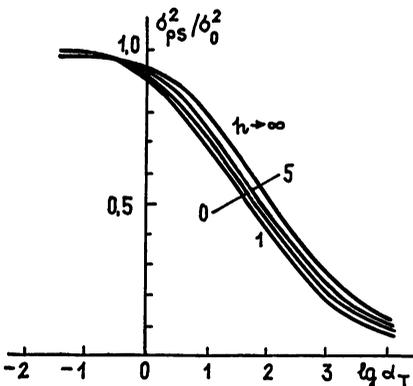


Рис. 5.

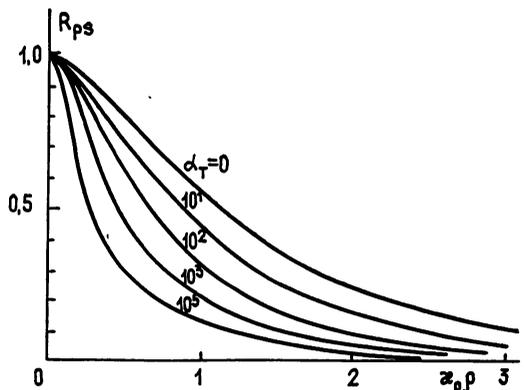


Рис. 6.

Как и в случае нестационарного оценивания, можно показать, что влияние волнового параметра h на отношение апостериорной дисперсии к априорной и на апостериорный коэффициент пространственной кор-

реляций незначительно. Это иллюстрирует рис. 5, на котором приведена зависимость σ_{ps}^2/σ_0^2 от α_τ при различных h . Таким образом, результаты, полученные в предположении о геометрикооптическом описании волнового поля, с достаточной для практики точностью справедливы и в области применимости метода плавных возмущений.

Более существенно на апостериорный коэффициент корреляции влияет насыщение фазовых флуктуаций. Вид $R_{ps}(x_0\rho)$ при $h=0$ и различных α_τ показан на рис. 6. Здесь наблюдается значительно более медленное уменьшение масштаба корреляции с ростом α_τ , чем при увеличении τ_T в случае нестационарной оценки. Физически это объясняется тем, что уменьшение l_{ps} и соответствующее ослабление взаимосвязи между петлями фазовой автоподстройки приемных элементов позволяет более эффективно оценивать мелкомасштабные компоненты пространственного спектра фазовых флуктуаций. Однако при этом снижается качество фильтрации крупномасштабных составляющих, которые при наличии временных флуктуаций тоже требуют непрерывной оценки из-за смены реализаций случайного поля ξ . Поэтому область оптимальной взаимосвязи между приемными элементами, обеспечивающая минимум результирующей погрешности стационарной фильтрации, определяется в основном доминирующей крупномасштабной частью спектра и слабо зависит от параметра α_τ , пропорционального отношению сигнал/шум в пространственно-временной области корреляции оцениваемых флуктуаций. По аналогии с (12) можно дать следующую оценку интегрального масштаба корреляции в рассматриваемом случае:

$$l_{ps} \approx \sqrt{\frac{20}{3}} \frac{\sigma_\xi}{\sigma_{ps} x_0 \sqrt{1 + \sqrt{1 + \alpha_\tau}}} \quad (20)$$

Видно, что без учета насыщения фазовых флуктуаций в среде интегрального масштаба корреляции не существует. При этом имеет место гораздо более медленный, чем на рис. 6, спад корреляции с ростом ρ [1].

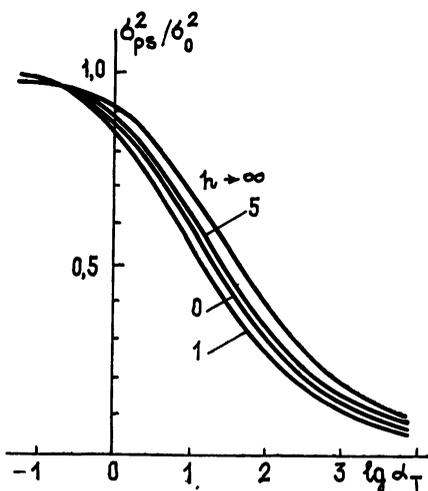


Рис. 7.

Все сказанное переносится и на случай пространственно-временной интерполяции фазовых флуктуаций. Потенциально достижимая (при бесконечном запаздывании) дисперсия интерполяционной оценки, согласно [2], вычисляется по формуле

$$\sigma_{ps}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}_\xi(q) dq}{\sqrt{1 + (2\mu/\tau) \tilde{x}_\xi(q)}}, \quad (21)$$

которая с учетом (13) приводится к виду

$$\sigma_{ps}^2 = \frac{5\sigma_\xi^2}{6} \int_0^\infty \frac{(1/2)(1 + \sin hx/hx)(1+x)^{-11/6} dx}{\sqrt{1 + (\alpha_\tau/2)(1 + \sin hx/hx)(1+x)^{-11/6} dx}}. \quad (22)$$

Зависимость σ_{ps}^2/σ_0^2 от α_τ при интерполяции показана на рис. 7 для разных h .

5. Полученные результаты приводят к заключению, что учет насыщения диэлектрической проницаемости турбулентной среды существенно влияет на решение задач пространственно-временного оценивания фазовых флуктуаций радиосигнала на фоне шума. Он позволяет конкретизировать дисперсию нестационарной оценки и значения коэффициентов усиления петель фазовой автоподстройки на начальном отрезке времени наблюдения, приводит к качественному изменению апостериорного закона пространственной корреляции, определяющего взаимосвязь этих петель на приемной апертуре при фильтрации и интерполяции. Напротив, влияние волнового параметра на результаты решения рассматриваемых задач оказывается незначительным. Поэтому результаты, полученные в рамках геометрооптического описания волнового поля в турбулентной среде, остаются справедливыми при менее жестких ограничениях на длину трассы распространения — в области применимости метода плавных возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шмелев А. Б. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 4. С. 717.
2. Шмелев А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 9. С. 1095.
3. Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. — М.: Изд-во МГУ, 1966.
4. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975.
5. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978.

ON ESTIMATION OF SPACE-TIME PHASE FLUCTUATIONS, CAUSED BY RADIO WAVE PROPAGATION IN TURBULENT MEDIUM

A. B. Shmelev

The solution of a problem of optimal space-time filtering and smoothing of phase fluctuations, caused by radio wave propagation in the turbulent atmosphere, in the presence of noise is presented, taking into account saturation of medium dielectric constant fluctuations and description of wave propagation by means of Rythov method. The conditional Markov processes approach, generalized on random fields, in Gauss approximation is used for the solution. Formulas for mean square error of estimates are obtained, aposteriori space correlation laws of estimated fields on receiving aperture are investigated. The effect of fluctuations saturation in medium and wave parameter on aposteriori properties of phase fluctuation field is studied.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Толедано Ж.-К., Толедано П. Теория Ландау фазовых переходов: Приложение к структурным, несоразмерным, магнитным и жидкокристаллическим системам: Пер. с англ.-М.: Мир, 1990. (II кв.).—32 л.

Книга известных французских ученых содержит изложение достижений теории фазовых переходов в веществах, включая самые последние работы по теории несоразмерных фаз и теории жидких кристаллов. Благодаря широте охвата материала авторам удалось связать воедино теоретические подходы к, казалось бы, разным проблемам и вместе с тем выявить общность этих проблем. Строгость и математическая полнота изложения сочетаются с доходчивостью, что дает возможность использовать книгу как современное учебное пособие.

Для научных работников, интересующихся теорией фазовых переходов, аспирантов и студентов,

УДК 538.574.33

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ
К РЕШЕНИЮ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ О ФУНКЦИИ
КОГЕРЕНТНОСТИ ПОЛЯ
В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ**

В. Л. Бреховских

Рассматривается одномерная задача о поле точечного источника в неограниченной случайно-неоднородной среде. Вычислена функция когерентности поля в приближении, аналогичном приближению «эффективного волнового числа» при расчете среднего поля. Эффективные параметры второго порядка выражаются через оператор интенсивности.

Решение линейной задачи о многократном рассеянии электромагнитных волн в случайно-неоднородной среде связано с анализом уравнений Дайсона и Бете—Солпитера для первых двух моментов поля [1]. Для широкого класса задач можно упростить описание среднего поля, используя понятие эффективной диэлектрической проницаемости [2]. Следуя логике работы [3], рассмотрим аналогичное упрощенное описание вторых моментов поля для простейшего частного случая — одномерной задачи о поле точечного источника в неограниченной среде.

Считаем, что диэлектрическая проницаемость среды имеет вид $\varepsilon(z) = \langle \varepsilon(z) \rangle + \tilde{\varepsilon}(z)$, где $\langle \varepsilon(z) \rangle = \langle \varepsilon \rangle = \text{const}$, $\tilde{\varepsilon}(z)$ — статистически однородная случайная функция. Электрическое поле точечного источника, или функция Грина $\tilde{G}(z)$, для одномерной задачи удовлетворяет уравнению

$$i[d^2/dz^2 + k_0^2 \varepsilon(z)] \tilde{G}(z) = \delta(z). \tag{1}$$

(Зависимость от времени опускаем, считая поле монохроматическим.)

Для усредненных по ансамблю реализаций функции $\tilde{\varepsilon}(z)$ величин $G(z) = \langle \tilde{G}(z) \rangle$ и $\Gamma(z_1, z_2) = \langle \tilde{G}(z_1) \tilde{G}^*(z_2) \rangle$ справедливы уравнения Дайсона и Бете—Солпитера:

$$G(z) = G^0(z) + \iint dz' dz'' G^0(z-z') Q(z', z'') G(z''); \tag{2}$$

$$\Gamma(z_1, z_2) = G(z_1) G^*(z_2) + \iint dz' dz'' G(z_1-z') G^*(z_2-z'') \times \\ \times \iint K(z', z''; z_3, z_4) \Gamma(z_3, z_4) dz_3 dz_4. \tag{3}$$

Здесь $G^0(z)$ — поле в отсутствие флуктуаций, $Q(z', z'')$ и $K(z', z''; z_3, z_4)$ являются соответственно ядрами массового оператора \hat{Q} и оператора интенсивности \hat{K} [1], и могут быть выражены в виде бесконечных рядов по моментам случайной функции $\tilde{\varepsilon}(z)$.

С другой стороны, введя оператор эффективной диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon}_0 G(z) = \int dz' \varepsilon_0(z, z') G(z') = \langle \varepsilon(z) \tilde{G}(z) \rangle, \quad \hat{\varepsilon}_0 = \langle \varepsilon \rangle + \hat{\varepsilon}_0 \tag{4}$$

и усредняя (1), получим уравнение

$$\{d^2/dz^2 + k_0^2 \hat{\epsilon}_0\} G(z) = \delta(z) \quad (5)$$

или, в интегральной форме,

$$G(z) = G^0(z) - k_0^2 \int dz' G^0(z-z') \hat{\epsilon}_0 G(z'). \quad (6)$$

Представив в левой части (1) диэлектрическую проницаемость как сумму $\hat{\epsilon}_0$ и $\epsilon(z) - \hat{\epsilon}_0$, получим

$$\tilde{G}(z) = G(z) - k_0^2 \int dz' G(z-z') [\epsilon(z') - \hat{\epsilon}_0] \tilde{G}(z'). \quad (7)$$

Сопоставление уравнений (2), (3) и (6), (7) показывает, что операторы \hat{Q} и \hat{K} можно интерпретировать, с точностью до постоянных множителей, как операторы эффективных неоднородностей первого и второго порядка:

$$\hat{Q} = -k_0^2 \tilde{\epsilon}_0, \quad \hat{K} = k_0^4 \hat{B}_0, \quad (8)$$

где \hat{B}_0 — оператор «эффективной функции корреляции» диэлектрической проницаемости — определяется соотношением

$$\begin{aligned} \hat{B}_0 \Gamma(z_1, z_2) &= \iint dz' dz'' B_0(z_1, z_2; z', z'') \Gamma(z', z'') = \\ &= \langle [\epsilon(z_1) - \hat{\epsilon}_{0,1}] [\epsilon^*(z_2) - \hat{\epsilon}_{0,2}^*] \tilde{G}(z_1) \tilde{G}^*(z_2) \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

(индекс у знака оператора соответствует индексу переменной, по которой он действует).

Заметим, что из уравнения (7) следует уравнение общего вида для моментов поля любого порядка:

$$\langle \prod_{k=1}^n [\tilde{G}(z_k) - G(z_k)] \rangle = (-1)^n k_0^{2n} \int dz'_1 \dots \int dz'_n G(z_1 - z'_1) \dots \quad (10)$$

$$\dots G(z_n - z'_n) \hat{B}_0^{(n)} \Gamma^{(n)}(z'_1, \dots, z'_n),$$

где

$$\Gamma^{(n)}(z_1, \dots, z_n) = \langle \prod_{k=1}^n \tilde{G}(z_k) \rangle, \quad (11)$$

$\hat{B}_0^{(n)}$ — оператор эффективных неоднородностей n -го порядка:

$$\hat{B}_0^{(n)} \Gamma^{(n)}(z_1, \dots, z_n) = \langle \prod_{k=1}^n [\epsilon(z_k) - \hat{\epsilon}_0] \tilde{G}(z_k) \rangle. \quad (12)$$

Сомножители с одинаковыми индексами в (10) — (12) могут быть комплексно сопряжены; разумеется, это повлияет и на вид оператора $\hat{B}_0^{(n)}$.

Будем считать среду статистически однородной, так что можно перейти к разностным переменным:

$$\epsilon_0(z_1, z_2) = \epsilon_0(z_1 - z_2),$$

$$B_0(z_1, z_2; z', z'') = B_0(z_1 - z_2, z_1 - z', z' - z''),$$

где $Z = \frac{z_1 + z_2}{2}$, $Z' = \frac{z'_1 + z'_2}{2}$, причем

$$\varepsilon_0(z) = \varepsilon_0(-z), \quad B_0(z, Z, z') = B_0(-z, -Z, -z'). \quad (13)$$

Из определения \hat{B}_0 следует также

$$B_0(z, Z, z') = B_0^*(-z, Z, -z'). \quad (14)$$

Воспользовавшись преобразованиями Фурье

$$g^0(\kappa) = \int G^0(z) e^{-i\kappa z} dz, \quad g(\kappa) = \int G(z) e^{-i\kappa z} dz,$$

$$\tilde{\varepsilon}_0(\kappa) = \int \tilde{\varepsilon}_0(z) e^{-i\kappa z} dz,$$

$$\Gamma(K, k) = \iint dZ dz \Gamma\left(Z + \frac{z}{2}, Z - \frac{z}{2}\right) e^{-i(KZ + kz)},$$

$$b_0(k, K, k') = \iiint dz dZ dz' B_0(z, Z, z') e^{-i(kz + KZ + k'z')}$$

и соотношениями (8), приведем уравнения (2), (3) к виду

$$g(\kappa) = g^0(\kappa) [1 - k_0^2 \tilde{\varepsilon}_0(\kappa) g(\kappa)]; \quad (15)$$

$$\Gamma(K, k) = g\left(k + \frac{K}{2}\right) g^*\left(k - \frac{K}{2}\right) \left[1 + \frac{k_0^2}{2\pi} \int dk' b_0(k, K, k') \Gamma(K, -k')\right]. \quad (16)$$

В отсутствие флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$g(\kappa) = g^0(\kappa) = 1/(\kappa_0^2 - \kappa^2), \quad (17)$$

где

$$\kappa_0 = k_0 \sqrt{\langle \varepsilon \rangle} = k + i\gamma.$$

Если оператор $\tilde{\varepsilon}_0(z)$ пропорционален $\delta(z)$, т. е. преобразование Фурье

$\tilde{\varepsilon}_0(\kappa) \equiv \tilde{\varepsilon}_0 = \text{const}$, то функция Грина

$$g(\kappa) = 1/(\kappa_0^2 + k_0^2 \tilde{\varepsilon}_0(\kappa) - \kappa^2) \quad (18)$$

имеет вид, аналогичный (17):

$$g(\kappa) = 1/(\kappa_0^2 - \kappa^2), \quad (19)$$

где $\kappa_0^2 = \kappa_0^2 + k_0^2 \tilde{\varepsilon}_0$. Можно ожидать, что приближение (19) будет справедливо для достаточно узко локализованной вблизи точки $z=0$ функции $\tilde{\varepsilon}_0(z)$, или, другими словами, для медленно меняющейся функции $\tilde{\varepsilon}_0(\kappa)$. Тогда можно разложить $\tilde{\varepsilon}_0(\kappa)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $\kappa = \kappa_0$:

$$\tilde{\varepsilon}_0(\kappa) = \tilde{\varepsilon}_0(\kappa_0) + \left. \frac{d\tilde{\varepsilon}_0(\kappa)}{d\kappa^2} \right|_{\kappa=\kappa_0} (\kappa^2 - \kappa_0^2), \quad (20)$$

и при выполнении условия

$$k_0^2 \left. \frac{d\tilde{\varepsilon}_0(\kappa)}{d\kappa^2} \right|_{\kappa=\kappa_0} \ll 1 \quad (21)$$

получить для функции Грина формулу (19), в которой

$$x_3^2 = x_0^2 + k_0^2 \tilde{\varepsilon}_3(x_0). \quad (22)$$

Соотношения (21), (22) можно также обосновать, подставив предполагаемое приближение (19) для $g(x)$ (с неизвестным x_0) в уравнение (15). Переходя в координатное представление, получим

$$\frac{1}{2x_3} e^{ix_3|z|} = \frac{1}{2x_0} e^{ix_0|z|} + \frac{k_0^2}{x_3^2 - x_0^2} \left[\frac{\tilde{\varepsilon}_3(x_3)}{2x_3} e^{ix_3|z|} - \frac{\tilde{\varepsilon}_3(x_0)}{2x_0} e^{ix_0|z|} \right]. \quad (23)$$

При этом мы пренебрегаем наличием собственных полюсов x_0 у функции $\tilde{\varepsilon}_3(x)$ на основе предположения о быстром убывании $\tilde{\varepsilon}_3(|z|)$ с ростом аргумента. Например, полагая $\tilde{\varepsilon}_3(z) \sim \exp(-|z|/l)$, получим $x_0 = \pm i/l$. Вычисление вычетов в этих точках при интегрировании уравнения (15) приведет к появлению в правой части (20) слагаемых, пропорциональных $\exp(-|z|/l)$. При выполнении условия $\gamma l \ll 1$ этими слагаемыми можно пренебречь всюду кроме небольшой примыкающей к источнику области $|z| \leq l$, которую исключаем из рассмотрения. По сути дела, возможность такого пренебрежения обеспечивает малость относительной погрешности

$$k_0^2 \left| \frac{\tilde{\varepsilon}_3(x) - \tilde{\varepsilon}_3(x_0)}{x_0^2 - x^2 + k_0^2 \tilde{\varepsilon}_3(x_0)} \right|$$

приближения (19), (22) по сравнению с точным решением (18).

Сравнивая коэффициенты при одинаковых экспоненциальных множителях в (20), получим соотношения (21), (22), при которых равенство (20) можно считать справедливым. Условия типа (21) приводятся также в работах [4, 5] и других. Мы здесь подробно остановились на этом вопросе, так как при расчете вторых моментов поля применимы аналогичные рассуждения, однако соответствующие выкладки слишком громоздки, чтобы приводить их полностью.

Используя в качестве примера функцию $\tilde{\varepsilon}_3(x) = c_0/(1 + x^2 l^2)$ (что соответствует $\tilde{\varepsilon}_3(z) \sim \exp(-|z|/l)$), можно найти корни знаменателя в (18) и убедиться, что при выполнении условия (21) приближение (19), (22) может быть справедливо как для мелкомасштабной ($k_0 l \ll 1$), так и для крупномасштабной ($k_0 l \gg 1$) среды.

Подобные рассуждения можно использовать и при расчете второго момента поля $\Gamma(z_1, z_2)$ в случае, когда функция $B_3(z, Z, z')$ локализована вблизи точки $z = Z = z' = 0$. В предельном случае $b_3(k, K, k') \equiv \equiv b_3 = \text{const}$ уравнение (16) принимает вид

$$\Gamma(K, k) = g\left(k + \frac{K}{2}\right) g^*\left(k - \frac{K}{2}\right) [1 + k_0^4 b_3 J(K)]; \quad (24)$$

$$J(K) = \frac{1}{2\pi} \int dk' J(K, k') = \int dZ \Gamma(Z, Z) e^{-iKZ} \quad (25)$$

— спектр интенсивности поля. Используя (18), получим

$$J(K) = J^0(K) + k_0^4 J^0(K) b_3 J(K), \quad (26)$$

где

$$J^0(K) = \frac{1}{|x_3|^2} \frac{\gamma_3}{K^2 + 4\gamma_3^2}, \quad x_3 = k_3 + i\gamma_3. \quad (27)$$

Отсюда находим

$$J(K) = \frac{1}{|x_0|^2} \frac{\gamma_0}{K^2 + 4\Gamma_0^2}; \quad (28)$$

$$\Gamma_0^2 = \gamma_0^2 - \frac{k_0^4 \gamma_0}{4|x_0|^2} b_0; \quad (29)$$

$$\Gamma(K, k) = \frac{1}{[x_0^2 - (k + K/2)^2] [(x_0^*)^2 - (k - K/2)^2]} \left(1 + 4 \frac{\gamma_0^2 - \Gamma_0^2}{K^2 + 4\Gamma_0^2} \right). \quad (30)$$

Величина Γ_0 , как видно из (28), является коэффициентом затухания средней интенсивности поля:

$$I(Z) = \frac{1}{2\pi} \int dK J(K) e^{iKZ} \sim e^{-2\Gamma_0 Z}. \quad (31)$$

Формулу (30) при помощи несложных преобразований можно записать в виде

$$\Gamma(K, k) = \sum_{i=0,1} \left[\frac{f'_i(K)}{x_0 + (-1)^i (k + K/2)} + \frac{f''_i(K)}{x_0^* + (-1)^i (k - K/2)} \right]. \quad (32)$$

Для дальнейших вычислений функции f'_i , f''_i удобно разложить на простые слагаемые вида $A/(K+a)$. Приведем, например, выражение для $f'_0(K)$:

$$f'_0(K) = \frac{1}{4|x_0|^2} \left\{ \frac{1}{K + 2k_0} \left(1 + \frac{\gamma_0^2 - \Gamma_0^2}{k_0^2 + \Gamma_0^2} \right) + \frac{\gamma_0^2 - \Gamma_0^2}{2\Gamma_0} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{K - 2i\Gamma_0} \left(\frac{1}{\gamma_0 + \Gamma_0} - \frac{i}{k_0 + i\Gamma_0} \right) - \frac{1}{K + 2i\Gamma_0} \left(\frac{1}{\gamma_0 - \Gamma_0} + \frac{i}{k_0 - i\Gamma_0} \right) \right] \right\}. \quad (33)$$

В дальнейшем будем считать эффективное поглощение слабым:

$$\gamma_0 \ll k_0, \quad (34)$$

что существенно упрощает расчеты. При этом выполняется также условие $\Gamma_0 \ll k_0$, так как, согласно (29), $\Gamma_0 < \gamma_0$. Последнее неравенство объясняется тем, что флуктуации фазы волны, не влияющие на интенсивность, дают вклад в коэффициент затухания среднего поля. Условие (34) накладывает определенные ограничения на параметры флуктуаций диэлектрической проницаемости в соответствии с соотношением (21).

Учитывая (34), можно отбросить вторые слагаемые в коэффициентах формулы (33) для $f'_0(K)$. Проводя аналогичные вычисления для других функций, входящих в (32), получим следующее выражение для спектра функции когерентности:

$$\Gamma(K, k) = \frac{1}{4|x_0|^2} \left[\frac{1}{(x_0 + k + K/2)(x_0^* - k + K/2)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{(x_0 - k - K/2)(x_0^* + k - K/2)} + \left(\frac{1 + R}{K + 2i\Gamma_0} - \frac{R}{K - 2i\Gamma_0} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{x_0^* + k - K/2} - \frac{1}{x_0 + k + K/2} \right) + \right. \quad (35)$$

$$+ \left(\frac{1+R}{K-2i\Gamma_0} - \frac{R}{K+2i\Gamma_0} \right) \left(\frac{1}{\kappa_0 - k - K/2} - \frac{1}{\kappa_0^* - k + K/2} \right),$$

где

$$R = \frac{\Upsilon_0 - \Gamma_0}{2\Gamma_0}. \quad (36)$$

Конкретный вид формулы для $\Gamma(z_1, z_2)$ зависит от взаимного расположения точек z_1, z_2 и координаты источника $z=0$. В частности, при $z_1 > 0, z_2 > 0$ получим

$$\Gamma(z_1, z_2) = \frac{1}{4|\kappa_0|^2} \exp [ik_0 z - 2\Gamma_0 Z - (\gamma_0 - \Gamma_0) |z|] \times \quad (37)$$

$$\times [(1+R) + R \exp (-2ik_0 z - 2\Gamma_0 |z|)], \quad z = z_1 - z_2, \quad Z = (z_1 + z_2)/2.$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны тем, которые использовались при расчете среднего поля. Можно ожидать, что при достаточно гладкой функции $b_0(k, K, k')$ применима формула вида (35), полученная для случая $b_0(k, K, k') \equiv \text{const}$, но с неизвестными параметрами Γ_0 и R , подлежащими определению. Подстановка выражения (35) для $\Gamma(K, k)$ в уравнение (16) позволит получить условия применимости данного приближения и выразить Γ_0 и R через фурье-компоненты функции $B_0(z, Z, z')$. При этом, выполняя интегрирование методом вычетов, следует пренебречь наличием собственных полюсов функции $b_0(k, K, k')$ из тех же соображений, которые применялись по отношению к функции $\tilde{\epsilon}_0(\kappa)$ при расчете среднего поля. Соответствующие выкладки достаточно громоздки, поэтому ограничимся их сокращенным описанием. Рассмотрим, например, случай $z_1 > z_2 > 0$, подставим (35) в уравнение (16) и вычислим обратное фурье-преобразование, чтобы получить уравнение Бете—Солпитера (3) в координатном представлении. Тогда в левой части получим выражение (37) для $\Gamma(z_1, z_2)$, которое можно записать в виде

$$\frac{1}{4|\kappa_0|^2} [(1+R) \exp [i\kappa_0(z_1 - z_2) - 2\Gamma_0 z_2] + \quad (38)$$

$$+ R \exp [-i\kappa_0^*(z_1 - z_2) - 2\Gamma_0 z_1]].$$

При вычислении интеграла $\int dk' b_0(k, K, k') \Gamma(K, -k')$, входящего в (16), пользуемся формулой

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(k)}{k - \kappa} dk = \begin{cases} \int_{-\infty}^0 dz f(z) e^{-i\kappa z}, & \text{Im } \kappa > 0 \\ \int_0^{\infty} dz f(z) e^{i\kappa z}, & \text{Im } \kappa < 0, \end{cases} \quad \varphi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-ikz} dz.$$

Расчет показывает, что правая часть рассматриваемого уравнения состоит в данном случае из трех слагаемых:

$$F(\hat{B}_0, R, \Gamma_0, \kappa_0) \exp (i\kappa_0 z_1 - i\kappa_0^* z_2) + \quad (39)$$

$$+ \Phi_1(\hat{B}_0, R, \Gamma_0, \kappa_0) \exp [i\kappa_0(z_1 - z_2) - 2\Gamma_0 z_2] +$$

$$+ \Phi_2(\hat{B}_0, R, \Gamma_0, \kappa_0) \exp [-i\kappa_0^*(z_1 - z_2) - 2\Gamma_0 z_1],$$

где F, Φ_1, Φ_2 — некоторые функции, содержащие фурье-преобразования от $B_0(z, Z, z')$. Например, функция Φ_1 содержит величины вида

$$b_0^\pm(k_0 + i\gamma_0 - i\Gamma_0, 2i\Gamma_0, k_0 \mp i(\gamma_0 + i\Gamma_0)),$$

$$b_0^\pm(k_0 + i\gamma_0 - i\Gamma_0, 2i\Gamma_0, -k_0 \mp i(\gamma_0 - \Gamma_0)),$$
(40)

где обозначено

$$b_0^\pm(k_1, K, k_2) = \pm \iint_{-\infty}^{\infty} dzdZ \int_0^{\pm\infty} dz' B_0(z, Z, z') \exp[-i(k_1 z + KZ + k_2 z')]$$

Придерживаясь предположения о малости коэффициентов затухания γ_0 и Γ_0 , будем считать справедливым приближенное равенство

$$b_0^+(k_0 + i\gamma_0 - i\Gamma_0, 2i\Gamma_0, k_0 - i\gamma_0 - i\Gamma_0) \approx b_0^+(k_0, 0, k_0) \quad (41)$$

и аналогичные соотношения для других функций типа (40). Условиями применимости такого приближения являются неравенства вида

$$\left[\gamma_0 \frac{\partial b_0(k_1, k_2, k_3)}{\partial k_1} \ll b_0(k_1, k_2, k_3) \right]_{\substack{k_1=k_0 \\ k_2=0 \\ k_3=\pm k_0}} \quad (42)$$

Указанные допущения упрощают выражения для функций F, Φ_1, Φ_2 . Приравняв коэффициенты при одинаковых экспоненциальных множителях в (38), (39), получим систему уравнений

$$\frac{1}{4|x_0|^2} (1 + R) = \Phi_1, \quad \frac{1}{4|x_0|^2} R = \Phi_2; \quad (43)$$

$$F = 0, \quad (44)$$

где функции Φ_1, Φ_2 и F имеют следующий вид:

$$\Phi_1 = \frac{1}{4|x_0|^2} \frac{b_1 R + b_2 (1 + R)}{\gamma_0 - \Gamma_0},$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{4|x_0|^2} \frac{b_1 (1 + R) + b_2 R}{\gamma_0 + \Gamma_0}, \quad (45)$$

$$F = \frac{1}{4|x_0|^2} \left[1 + \frac{b_1 (1 + R) + b_2 R}{\gamma_0 + \Gamma_0} - \frac{b_1 R + b_2 (1 + R)}{\gamma_0 - \Gamma_0} \right],$$

$$b_{1,2} = \frac{k_0^4}{8k_0^2} b_0(k_0, 0, \pm k_0).$$

Система уравнений (43) позволяет найти неизвестные постоянные Γ_0 и R :

$$\Gamma_0^2 = \gamma_0^2 - 2b_2 \gamma_0 - b_1^2 + b_2^2; \quad (46)$$

$$R = \frac{b_1}{\gamma_0 + \Gamma_0 - b_1 - b_2}. \quad (47)$$

Уравнение (44), как нетрудно видеть, выполняется тождественно. Таким образом, при сделанных предположениях (34), (42) функцию когерентности $\Gamma(z_1, z_2)$ можно представить формулой (37), в которой постоянные R и Γ_0 определяются соотношениями (46), (47). Последние как будто бы допускают отрицательные значения величин Γ_0^2 и R . Од-

нако эта возможность кажущаяся, так как постоянные γ_0 , b_1 и b_2 связаны между собой еще одним соотношением — «оптической теоремой» (см., например, [6, 7]):

$$Q(z) - Q^*(z) = \iint dZ dz' K(z, Z', z') [G(z') - G^*(z')]. \quad (48)$$

Умножая обе части уравнения (48) на $e^{ix_0 z}$ и интегрируя по z , можно привести его к виду

$$\gamma_0 - \gamma = b_1 + b_2. \quad (49)$$

При этом используются равенства (8), (21), малость коэффициента затухания и выражение для средней функции Грина $G(z) = -\frac{i}{2x_0} e^{ix_0 |z|}$. Оптическая теорема является следствием закона сохранения энергии. Как видно из (49), она связывает дополнительное затухание среднего поля, обусловленное рассеянием, с оператором «эффективной корреляции» диэлектрической проницаемости среды \hat{B}_0 . С учетом (49) соотношения (46), (47) принимают следующий вид:

$$\Gamma_0^2 = \gamma^2 + 2\gamma b_1; \quad (50)$$

$$R = \frac{b_1}{\gamma + \Gamma_0}, \quad \text{или} \quad R = \frac{\Gamma_0 - \gamma}{2\gamma}. \quad (51)$$

Из сопоставления (49) и (50) видно, что $\Gamma_0 < \gamma_0$, как это и следует из физических соображений. Нетрудно проверить, что при $b_1 = b_2$ определение (51) совпадает с формулой (36), полученной для $b_0(k, K, k') \equiv \text{const}$.

Предположение о том, что ядра операторов $\hat{\epsilon}_0, \hat{B}_0$ являются узколокализованными функциями, справедливо, строго говоря, лишь для одногруппового приближения ([4, 6]). В случае гауссовых флуктуаций диэлектрической проницаемости этому приближению соответствует учет только членов первого порядка по $\langle \epsilon^2 \rangle$: приближение Бурре для массового оператора и «лестничное приближение» для оператора интенсивности. В одногрупповом приближении область значений аргументов, для которых функции $\hat{\epsilon}_0$ и \hat{B}_0 существенно отличны от нуля, имеет размеры порядка радиуса корреляции неоднородностей. Однако условия типа (23), (42) могут выполняться и для более широкого класса функций.

Рассмотрим, например, оператор $\hat{\epsilon}_0$ для простейшей модели среды с гауссовыми δ -коррелированными неоднородностями: $\langle \tilde{\epsilon}(z) \tilde{\epsilon}(z') \rangle = \sigma^2 \delta(z - z')$. В приближении Бурре функция $\tilde{\epsilon}_0(z)$ пропорциональна корреляции $\langle \tilde{\epsilon}(z) \tilde{\epsilon}(z') \rangle$ и, следовательно, имеет вид δ -функции. В этом случае формула (18) для средней функции Грина справедлива без дополнительных условий. Учитывая слагаемые порядка σ^4 , получим [1]:

$$\tilde{\epsilon}_0(z) = \left(i \frac{k_0^2 \sigma^2 l}{2x_0} + \frac{k_0^6 \sigma^4 l^3}{8x_0^4} \right) \delta(z) - k_0^6 \sigma^4 l^2 [G^0(z)]^3. \quad (52)$$

Последнее слагаемое в (52) не является, вообще говоря, быстроубывающей функцией, так как

$$|G^0(z)|^3 = \frac{1}{8|x_0|^3} e^{-3|x_0|z}$$

и характерный масштаб затухания γ^{-1} , по предположению, много боль-

ше размера неоднородностей l . Однако условие (23), которое в приближении (52) можно привести к виду

$$\frac{3}{8^3} \sigma^2 k^2 l^2 \ll 1$$

(полагая $k \sim k_0$), справедливо в широком диапазоне изменения параметров задачи, в том числе и для больших значений дисперсии флуктуаций. Аналогичная ситуация может иметь место и по отношению к неравенству (42) при расчете функции когерентности поля.

Таким образом, показано, что в отношении вторых моментов поля для одномерной задачи можно использовать приближение (35), (37), содержащее новые «эффективные постоянные» второго порядка Γ_3 , R . Последние имеют смысл соответственно энергетического коэффициента затухания и энергетического коэффициента отражения от полупространства, так что интенсивность поля единичного источника имеет вид

$$I(z) = \frac{1}{4|z_3|^2} (1 + 2R) e^{-2\Gamma_3 |z|}. \quad (53)$$

При этом «эффективная функция корреляции» неоднородностей должна удовлетворять условиям (42).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. 2. Гл. 8.
2. Рыжов Ю. А., Тамойкин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 3. С. 356.
3. Бреховских В. Л. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 6(12). С. 2013
4. Финкельберг В. М. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 1(7). С. 401.
5. Барабаненков Ю. Н. // УФН. 1975. Т. 117. № 1. С. 49.
6. Апресян Л. А., Кравцов Ю. А. Теория переноса излучения. — М.: Наука, 1983 Гл. 2.
7. Барабаненков Ю. Н., Финкельберг В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 5. С. 719.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
6 февраля 1989 г.

THE «EFFECTIVE CONSTANTS» METHOD APPLIED TO THE ONE-DIMENTIONAL PROBLEM OF ELECTRIC FIELD COHERENCE FUNCTION IN RANDOM MEDIA

V. L. Brekhovskikh

The one-dimensional problem of the electric field generated by point source in infinite random media is considered. The formulas describing field coherence function are obtained by use of approximation similar to that of «effective medium» for mean field value. The second-order effective constants are expressed in terms of intensity operator.

УДК 621.396.96

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВЫХ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ*М. А. Островский, Ю. И. Пахомов*

Синтезирован алгоритм обнаружения слабого сигнала на фоне асимптотически большой по сравнению с сигналом негауссовой помехи с временной статистической связью. Получена структура обнаружителя, в которой компенсация помехи, независимо от закона ее распределения, осуществляется в линейном тракте обнаружителя, а нелинейный безынерционный преобразователь расположен на выходе фильтра.

В настоящее время теория оптимального обнаружения сигналов на фоне помех достаточно подробно разработана для класса помех с гауссовым законом распределения. Однако на практике известны ситуации, когда гауссов обнаружитель вследствие различного рода отклонений закона распределения помехи от гауссова снижает свою эффективность. Так, некоторые экспериментальные результаты [1, 2] показывают, что при уменьшении размеров элемента разрешения наблюдается отклонение закона распределения помехи от нормального, проявляемое в более медленном спаде «хвостов» ее распределения и возрастании эксцесса.

Известны работы [3-5] и другие, посвященные вопросам обнаружения сигналов на фоне негауссовых помех. В большинстве из них для определения функционала отношения правдоподобия используется предположение о статистической независимости отсчетов помехи, позволяющее выразить их многомерные плотности вероятности через произведение одномерных и тем самым существенно упростить синтез. Однако предположение о статистической независимости отсчетов не распространяется на пассивные помехи, междупериодные связи которых достаточно велики. В [6] для решения задачи синтеза используется подход, связанный с представлением помехи марковскими процессами. При всех достоинствах марковского описания следует указать, что основной областью его применения являются процессы с невысоким порядком связности. В общем же случае марковская модель приводит к громоздким, трудно поддающимся практической реализации структурам обнаружителей.

В [4] для преодоления вычислительных трудностей предлагается модель помехи, формируемая из гауссовой путем ее линейной фильтрации и нелинейного преобразования. На основе этой модели синтезируются различные обнаружители, общей особенностью которых является наличие нелинейного устройства на входе. Следует отметить, что такие структуры плохо согласуются с физическими представлениями о возможностях компенсации помеховых отражений, искаженных в процессе их нелинейного преобразования.

В работе предпринимается попытка создания модели помех, отраженных от совокупности хаотически распределенных неоднородностей, и на базе полученной модели решения задачи синтеза асимптотически оптимальных обнаружителей сигналов на фоне негауссовых статистически зависимых помех.

Модель помеховых отражений. Известна пуассоновская модель сигнала, отраженного от среды с хаотически вкрапленными неоднород-

ностями, базирующаяся на представлении отраженного сигнала в виде суперпозиции детерминированных функций $f(t)$ со случайными и статистически независимыми аргументами $t^{(i)}$ и случайными комплексными множителями ξ_i [7-9]:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^K \xi_i f(t-t^{(i)}), \quad (1)$$

где K — случайное число отражателей в импульсном объеме.

Сопоставляя (1) с уравнением радиолокации [10], несложно убедиться, что детерминированная функция $f(t)$ пропорциональна произведению диаграмм направленности на излучение и прием $g(t)$, которое при сканировании антенны является функцией времени, и зондирующего сигнала $u(t)$. Если в РЛС осуществляется периодическое зондирование пространства серией простых сигналов $u(t)$, следующих с периодом повторения T , и поимпульсное (т. е. синхронное излучению) сканирование диаграммы направленности (ДН) по угловой координате, то, представляя моменты времени $t^{(i)}$ суммой внутрипериодного $\tau^{(i)}$ и междупериодного μT времен, выражение (1) можно переписать:

$$\eta(t) = \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{i=1}^K \xi_i(\mu) g(t-\mu T-\tau^{(i)}) u(t-\mu T-\tau^{(i)}), \quad (2)$$

где $\xi_i(\mu)$ — комплексная амплитуда i -го отражения, принятого в μ -м периоде повторения, N — количество импульсов в сигнальном пакете.

Смешанный момент такого процесса N -го порядка при пуассоновском законе распределения числа K , статистической независимости множителей ξ_i и равномерном законе распределения времен $\tau^{(i)}$ в пределах длительности зондирующего сигнала τ_n равен

$$m_N(t_1; \dots; t_N) = \lambda \langle \xi^N \rangle \sum_{\mu=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{r=1}^N g(t_r - \mu T - \tau) u(t_r - \mu T - \tau) d\tau, \quad (3)$$

где λ — среднее число импульсов в единицу времени, и отличается от приведенного в [8] наличием дополнительной суммы по междупериодному индексу μ , обусловленной периодическим характером зондирования пространства. Представляя текущее время набором дискретных отсчетов $t_r = nT + \tau_s$, где τ_s — интервал статистической независимости процесса, и полагая, что произведение ДН не зависит от внутрипериодного времени, а зондирующие сигналы при достаточно высоком уровне когерентности слабо зависят от номера периода повторения, получаем для простого сигнала прямоугольной формы с единичной амплитудой

$$m_N(0, 1, \dots, N-1) = \lambda \langle \xi^N \rangle \tau_s \sum_{\mu=0}^{N-1} \prod_{n=0}^{N-1} g[(n-\mu)T]. \quad (4)$$

Обратим внимание на то, что точно такая же зависимость для смешанного момента имеет место при воздействии статистически независимых междупериодных отсчетов стационарного процесса $\xi(t)$ на междупериодный фильтр с импульсной характеристикой $g(nT)$:

$$\eta(nT) = \sum_{\mu=0}^{N-1} \xi(\mu T) g[(n-\mu)T]. \quad (5)$$

В этой связи при рассмотрении сигнала, отраженного в одном кольце дальности от среды с хаотически распределенными отражателями, имеет смысл использовать модель, представляющую совокупность «передатчик — передающая антенна — пространство — приемная антенна», в виде междупериодного фильтра, на вход которого действуют статистически независимые отсчеты процесса $\xi(nT)$. Физический смысл $\xi(nT)$ состоит в представлении отсчетов статистически независимого процесса суммой элементарных отражений из объема пространства $\Delta v = \Delta R \Delta \epsilon \Delta \beta$,

где $\Delta\bar{R}$, $\Delta\epsilon$, $\Delta\beta$ — элементы разрешения РЛС по дальности, углу места и азимуту.

При отсутствии временных флуктуаций хаотических отражателей, зондирующего сигнала и параметров ДН за время облучения объема $\Delta\nu$ импульсный отклик междупериодного фильтра в точности повторяет временную зависимость $g(nT)$, т. е. имеет форму результирующей ДН на прием и передачу. В принципе, импульсный отклик может учитывать и хаотические изменения ЭПР отражателей, регулярное их смещение под действием ветра, междупериодные флуктуации ДН и зондирующего сигнала при условии их медленности. В этом случае характерный период изменения импульсного отклика будет уменьшаться по сравнению со случаем отсутствия флуктуаций.

Из выражения (4) следует, что смешанный момент распределения помехи выражается через начальный момент распределения ξ того же порядка и N -мерную свертку импульсного отклика фильтра. Последнее означает, что при негауссовости множителя ξ многомерный закон распределения помехи η полностью определяется одномерным законом множителя и импульсной характеристикой фильтра $g(nT)$, причем закон распределения ξ определяет статистические характеристики совокупности отражателей в объеме $\Delta\nu$, а импульсная характеристика $g(nT)$ характеризует статистическую связь отражений от различных импульсных объемов, сосредоточенных в одном кольце дальности.

На отличия закона распределения суммы отражений от гауссова обращается внимание в материалах ряда работ [1, 2, 4, 11-13]. В числе возможных причин негауссовости обычно указывают малое число отражений, суммируемых в импульсном объеме, а также наличие в совокупности блестящих точек доминирующей [13]. По экспериментальным данным [1, 2] уменьшение длительности зондирующего сигнала с 5 до 0,5 мкс приводит к подчеркиванию элементов в ячейке разрешения с наиболее отражающими свойствами. При более коротких импульсах распределение амплитуд помехи сильно отличается от рэлеевского. По экспериментальным данным авторов, полученным при испытаниях РЛС Δ -диапазона, закон распределения ЭПР, несмотря на его многообразие для различных участков местности, приближается к экспоненциальному $W(\sigma) \sim e^{-\lambda\sigma}$ в случае сравнительно гладкой поверхности (степные районы и районы со скудной растительностью) и к разновидности закона Вейбулла $W(\sigma) \sim \exp(-\lambda/\sigma)$ при наличии ярко выраженных, доминирующих блестящих точек (горные местности, густо застроенные городские участки).

Помеховые отражения ξ для достаточно широкого класса одномерных законов распределения могут быть интерпретированы как результат безынерционного нелинейного преобразования статистически независимых отсчетов некоторого гауссова процесса x в аналогичные отсчеты негауссова процесса ξ [3]. В соответствии с этим помеховые отражения, поступающие на приемный вход РЛС в одном кольце дальности, могут быть представлены результатом безынерционного нелинейного преобразования (НП) гауссова процесса x и его последующей межпериодной фильтрации (МФ) (рис. 1).

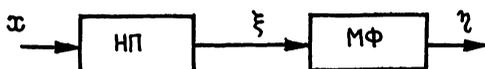


Рис. 1.

Данная модель помехи отличается от известной тем, что комбинированное нелинейное и линейное преобразование независимых гауссовых отсчетов осуществляется в ней в обратной последовательности по сравнению с [4].

В соответствии с предложенной моделью представим совокупности действующих на фильтр статистически независимых отсчетов $\xi(nT)$ и

статистически зависимых выходных отсчетов помехи $\eta(nT)$ в виде вектор-столбцов бесконечной размерности

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_N \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_N \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

При этом формирующее преобразование (5) удобно записать в матричном виде

$$\eta = G\xi,$$

где G — матрица формирующего преобразования, имеющая в общем случае бесконечную размерность. В том случае когда длительность импульсного отклика фильтра выражается достаточно большим, но конечным числом отсчетов N , то с допустимой степенью точности, пренебрегая «краевыми эффектами», матрицу G можно свести к квадратной [14]:

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & g_{1N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{N1} & \cdot & \cdot & \cdot & g_{NN} \end{pmatrix}.$$

Предположим, что определитель матрицы отличен от нуля, тогда существует обратное обеляющее преобразование

$$\xi = G^{-1}\eta$$

и соответствующее ему линейное разностное уравнение

$$\xi(vT) = \sum_{i=0}^{\infty} \psi(vT-iT)\eta(iT), \quad (6)$$

преобразующее статистически зависимые отсчеты помехи η в статистически независимые.

Если известна N -мерная плотность вектор-столбца ξ — $W_N(\xi)$ и якобиан преобразования ξ в η :

$$\frac{\partial \xi}{\partial \eta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial \eta_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial \xi_1}{\partial \eta_N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \xi_N}{\partial \eta_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial \xi_N}{\partial \eta_N} \end{pmatrix},$$

то N -мерная плотность вероятности η при однозначности указанного преобразования имеет вид

$$W_N(\eta) = w_N(G^{-1}\eta) \left| \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right|. \quad (7)$$

Отметим, что (7) справедливо для любого вида преобразования, в том числе и линейного. Поскольку преобразование $G^{-1}\eta$ линейно, чле-

ны якобиана $\partial \xi / \partial \eta$, как это следует из (6), являются постоянными числами:

$$\left| \frac{\partial \xi(\nu)}{\partial \eta(i)} \right| = |\psi(\nu T - iT)|.$$

Кроме того, учитывая, что отклик фильтра не может возникнуть раньше, чем появилось соответствующее входное воздействие, имеем $\partial \xi(\nu) / \partial \eta(i) = 0$ при $i > \nu$ и якобиан равен

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right| = \prod_{i=1}^N \left| \frac{\partial \xi(i)}{\partial \eta(i)} \right| = |\psi(0)|^N.$$

Поскольку величина $\psi(0)$ не играет существенной роли при последующем синтезе, далее будем полагать $\psi(0) = 1$. Из (7) следует, что N -мерная плотность вероятности помехи η может быть представлена произведением одномерных плотностей случайного статистически независимого множителя

$$W_N(\eta_1 \dots \eta_N) = \prod_{\nu=1}^N \omega_1 \left[\sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) \eta(i) \right]. \quad (8)$$

Асимптотически оптимальный алгоритм обнаружения сигнала в негауссовых коррелированных помехах. Пусть на вход обнаружителя в одном кольце дальности поступает выборка $y(\nu)$ аддитивной смеси детерминированного простого сигнала $s(\nu)$ и пассивной помехи $\eta(\nu)$, имеющая размерность N . Принятая выборка характеризуется N -мерной плотностью вероятности, получаемой из (8) путем соответствующего смещения распределения под действием сигнала

$$W_N(y_1 - s_1; \dots; y_N - s_N) = \prod_{\nu=1}^N \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) [y(i) - s(i)] \right\}. \quad (9)$$

При малой мощности сигнала по сравнению с мощностью помехи логарифм функционала (9) может быть разложен в ряд Тейлора по степеням сигнала и ограничен линейным членом

$$\begin{aligned} \ln W_N(\mathbf{y} - \mathbf{s}) &\simeq \sum_{\nu=1}^N \ln \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\} - \\ &- \sum_{\nu=1}^N \sum_{\mu=1}^N s(\mu) \frac{\partial}{\partial y(\mu)} \ln \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial y(\mu)} \sum_{\nu=1}^N \ln \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\} = \sum_{\nu=1}^N \psi(\nu-\mu) \frac{\partial \ln \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\}}{\partial \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\}},$$

подставляя найденное соотношение в (10) и вычитая из полученного выражения логарифм плотности вероятности помехи, получим формулу для логарифма отношения правдоподобия и соответствующее правило обнаружения сигнала:

$$\ln \Lambda \simeq - \sum_{\nu=1}^N \frac{\partial \ln \omega_1 \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\}}{\partial \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \psi(\nu-i) y(i) \right\}} \sum_{\mu=0}^{\infty} s(\mu) \psi(\nu-\mu) \geq C, \quad (11)$$

где C — порог обнаружения.

Алгоритм (11) относится к классу асимптотически оптимальных (АО) и справедлив для произвольного закона распределения помехи. В соответствии с полученным правилом АО обнаружитель должен последовательно осуществлять обеление смеси в междупериодном обеляющем фильтре (ОФ), безынерционное нелинейное преобразование (НП), согласованную с полезным сигналом на выходе ОФ междупериодную фильтрацию (когерентное накопление) сигнала (СФ) и сравнение результата с порогом обнаружения C в пороговом устройстве (ПУ) (рис. 2).

Существенным отличием обнаружителя от известного [4] является то, что при любом законе распределения помехи операция ее обеления должна осуществляться в линейном тракте приемника и предшествовать операции нелинейного преобразования. При этом на выходе ОФ происходит минимизация второго момента и устраняется статистическая связь между отсчетами помехи. Нелинейный преобразователь, деформируя одномерный закон распределения обеленной помехи, минимизирует на своем выходе кумулянты более высокого порядка, т. е. компенсирует помеховые остатки, связанные с негауссовостью помехи. Таким образом, совокупность «ОФ—НП» в обнаружителе (рис. 2) осуществляет функции компенсации помехи при любом законе ее распределения точно так же, как это делает ОФ в гауссовом обнаружителе при воздействии гауссовой помехи.

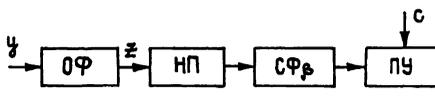


Рис. 2.

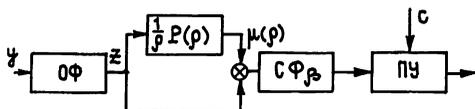


Рис. 3.

Вид нелинейного преобразования в алгоритме (11) определяется функционалом $\partial \ln w_1(z)/\partial z$, который при переходе к распределению помехи, заданному в полярных координатах, имеет следующий вид (5):

$$\frac{\partial}{\partial z} \ln w_1(z) = P(\rho, \theta) e^{-j\theta} + Q(\rho, \theta) e^{-j(\theta+\pi/2)}, \quad (12)$$

где

$$P(\rho, \theta) = -\frac{\partial}{\partial \rho} \ln w_2(\rho, \theta), \quad Q(\rho, \theta) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \frac{1}{\rho} w_2(\rho, \theta),$$

ρ, θ — огибающая и фаза входного процесса. При равномерном распределении фазы помехи θ двумерная плотность вероятности выражается через одномерную плотность распределения ее модуля $w_2(\rho, \theta) = \frac{1}{2\pi} w(\rho)$. При этом функционалы P и Q , входящие в (12), равны с точностью до постоянного множителя

$$P(\rho, \theta) \sim -\frac{\partial}{\partial \rho} \ln \frac{1}{\rho} w(\rho), \quad Q(\rho, \theta) = 0,$$

а структура обнаружителя имеет вид, показанный на рис. 3.

Как следует из рисунка, структуру НП можно трактовать как процесс модуляции выходного сигнала ОФ некоторой нелинейной функцией $\mu(\rho)$ от модуля этого же сигнала.

Рассмотрим некоторые типовые зависимости модулирующей функции от вида распределения ЭПР отражателей. При экспоненциальном законе распределения ЭПР $w(\sigma) \sim e^{-\lambda\sigma}$ модулирующая функция постоянна и не зависит от величины z :

$$\mu(\rho) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \ln \frac{1}{\rho} w(\rho) \sim \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \ln w(\sigma = \rho^2) = 2\lambda.$$

Нелинейное преобразование выходного процесса z трансформируется в линейное, поскольку распределение процесса z в этом случае точно совпадает с гауссовым.

При $\omega(\sigma) \sim \exp(-\lambda\sqrt{\sigma})$ закон распределения огибающей имеет вид $\omega(\rho) \sim e^{-\lambda\rho}$, что является одной из разновидностей закона Вейбулла. При этом модулирующая функция изменяется по закону $\mu(\rho) \sim \lambda/\rho$, а само нелинейное преобразование сводится к идеальному ограничению процесса на выходе ОФ.

При логнормальной зависимости ЭПР модулирующая функция имеет вид

$$\mu(\rho) \sim (\lambda/\rho^2)(L + \ln \rho^2),$$

где λ и L — константы. При стремлении ρ к нулю и бесконечности модулирующий член приближенно выражается как $\mu(\rho) \sim 1/\rho^2$, а при стремлении ρ к единице справедливо асимптотическое разложение

$$\mu(\rho) \simeq \lambda L + 2\lambda(L-1)\frac{1}{\rho} + 2\lambda(L-3)\frac{1}{\rho^2} + \dots$$

Из приведенных примеров следует, что для типовых законов распределения ЭПР отражателей характеристику НП удобно представить в виде ряда

$$\mu(\rho) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{B_{\nu}}{\rho^{\nu}}, \quad (13)$$

где B_{ν} — постоянный коэффициент разложения. В случае сравнительно гладкой поверхности без доминирующих точек $B_{\nu}=0$ для $\nu>0$, а при ярко выраженных интенсивных отражениях $B_{\nu}\neq 0$ для $\nu=1$. При промежуточных же законах распределения ЭПР требуется учет нескольких членов ряда (13).

В заключение отметим, что полученные в работе алгоритмы обнаружения относятся к случаю детерминированных простых сигналов. Проведя аналогичные вышеприведенным преобразования многомерных плотностей вероятности помехи и находя логарифмы отношения правдоподобия, несложно показать, что в случае облучения пространства последовательностью сложных сигналов структура обнаружителя (рис. 2) дополняется внутривнутрипериодным согласованным с одиночным зондирующим сигналом фильтром на выходе НП. Произведя соответствующее усреднение отношения правдоподобия, несложно показать также, что при обнаружении сигнала с неизвестными амплитудой и фазой схемы обнаружителей дополняются амплитудным детектором на выходе СФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. — М.: Сов. радио, 1979. Т. 3.
2. Waller R. New Achievements of Radar Systems. 4-th European Microwave Conference, Switzerland, Jenewa, 10—13 Sept., 1974. P. 510.
3. Валеев В. Г. // Радиотехника и электроника. 1973. Т. 8. Вып. 4. С. 857.
4. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984.
5. Зачепицкий А. А., Марескин В. М., Пахомов Ю. И. // Радиотехника и электроника, 1972. Т. 17. № 10. С. 2025.
6. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. — М.: Сов. радио, 1978.
7. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. — М.: Наука, 1976.
8. Зачепицкая Л. П. Пуассоновские случайные процессы, Особенности простых и сложных процессов. — Горький: ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1982.
9. Фельдман Ю. И., Мандуровский И. А. Теория флуктуационных сигналов, отраженных распределенными целями. — М.: Радио и связь, 1988.
10. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Скольника. — М.: Сов. радио, 1978. Т. 1.
11. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. — М.: Сов. радио, 1960.

12. Бакулев П. А., Степин В. М. Методы и устройства селекции движущихся целей. — М.: Радио и связь, 1986.
13. Теоретические основы радиолокации. / Под ред. Я. Д. Ширмана. — М.: Сов. радио, 1970.
14. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. — М.: Наука, 1970.

Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
15 декабря 1988 г.

ASYMPTOTICALLY OPTIMAL DETECTION OF SIGNALS ON THE NON-HAUSS PASSIV CLUTTER

М. А. Ostrovskij, Yu. I. Pakhomov

The algorithm of weak signal detection on the clutter being asymptotically bigger than the signal with temporary and spatial statistical connection is synthesized. The structure of detection is obtained, in which compensation of clutter is produced in the linear part of detection independently on the low probability distribution, and a non-linear uninertial transformer is replaced at the filter output.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Гилянский И. А. Электромагнитные приповерхностные явления. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд. АН СССР, 1990 (IV кв.). — 9 л.

Монография посвящена вопросам электродинамики поверхностных явлений и теории волновых процессов в твердых телах. Рассмотрены акустоэлектрические и плазменно-акустические волны в ограниченных пьезокристаллах. Введено понятие о сопутствующих поверхностных колебаниях, возникающих при отражении упругой волны от свободной поверхности пьезокристалла. Приведены результаты численных расчетов возбуждения поверхностных магнитостатических волн.

Для специалистов в области акустики твердого тела, акустоэлектроники, электродинамики и физики полупроводников.

Гуляя А. М., Жарков Г. Ф. Сверхпроводники во внешних полях. — М.: Наука, 1990 (IV кв.). — 20 л.

В монографии изложен общий аппарат теории сверхпроводимости, на основе которого с единой точки зрения описаны неравновесные явления как в электронной, так и в фононной системах (эффекты стимуляции и фононного дефицита). Рассмотрен неравновесный поток Джозефсона. Подробно изложена теория динамических уравнений Гинзбурга—Ландау.

Для специалистов в области физики сверхпроводимости.

Сухов Л. Т. Лазерный спектральный анализ. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд. АН СССР, 1990 (IV кв.). — 8 л.

Монография посвящена физическому обоснованию одного из наиболее перспективных аналитических методов. Рассмотрены процессы, протекающие при взаимодействии лазерного излучения с твердой мишенью и последующем разлете лазерной плазмы: испарение вещества, плазмообразование, динамика разлета плазмы и взаимодействие ее с окружающим газом, процессы рекомбинации лазерной плазмы и конденсации паров. Установлена связь этих процессов со спектроскопическими характеристиками метода.

Для специалистов, занимающихся разработкой методик спектрального анализа.

Физические процессы в сверхпроводящих устройствах. — М.: Наука, 1990. (III кв.). — 20 л.

В сборнике изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований кинетики тепловых и электромагнитных процессов, протекающих в сверхпроводящих коммутаторах и магнитах. Дан обзор состояния работ по созданию сверхпроводящих материалов для энергетических устройств переменного тока. Приведена математическая модель, позволяющая прогнозировать поведение многомодульных сверхпроводящих систем. Описан вероятностный метод определения расчетного значения критического тока сверхпроводящих магнитов.

Для специалистов, проектирующих и эксплуатирующих сверхпроводящие магнитные системы.

УДК 538.3

ТЕПЛОБМЕН ПОСРЕДСТВОМ ФЛУКТУАЦИОННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕЖДУ ХОРОШО ПРОВОДЯЩИМИ АНИЗОТРОПНЫМИ МЕТАЛЛАМИ

В. Г. Полевой

Рассмотрена задача о теплообмене посредством флуктуационного электромагнитного поля между двумя хорошо проводящими анизотропными средами (металлами), разделенными плоскопараллельным вакуумным зазором. В случае слабой анизотропии получено выражение для спектральной плотности теплового потока при произвольной ширине зазора a . Для широких и узких зазоров получено выражение для интегрального теплового потока. В частности, показано, что влияние анизотропии при широких зазорах проявляется сильнее, чем при узких.

В работе [1] была рассмотрена задача о теплообмене посредством флуктуационного электромагнитного поля между двумя произвольными средами 1 и 2, нагретыми до разных температур и разделенными плоским вакуумным зазором шириной a (рис. 1). Был подробно исследован случай изотропных сред и особенно детально — частный случай хорошо проводящих металлов, когда окончательным результатам удастся придать простую аналитическую форму. Что касается анизотропных сред, то в [1] (см. п. 5) дан лишь вывод общего выражения теплового потока без обсуждения полученных результатов.

В данной работе рассматривается теплообмен между хорошо проводящими анизотропными средами (металлами). Тепловой поток в этом случае зависит от относительного угла поворота сред вокруг оси z . Это позволяет изменять величину теплового потока, поворачивая одну из сред относительно другой, не меняя при этом ни их температур, ни ширины зазора между ними.

Однако даже в приближении хорошо проводящих сред при произвольной величине их анизотропии и произвольной ширине зазора получить обозримые аналитические выражения для теплового потока невозможно. Поэтому мы дополнительно ограничимся случаем малой анизотропии. Впрочем, как показывает рассмотрение теплового потока при малых ширинах зазора, когда вычисления можно довести до конца при произвольной величине анизотропии (см. п. 1), предположение о малости последней не является особенно ограничительным.

1. ВЫВОД ОБЩЕГО ВЫРАЖЕНИЯ И СЛУЧАЙ УЗКИХ ЗАЗОРОВ

Как показано в [1], полный (интегральный) тепловой поток $P(a)$, отнесенный к единице площади и направленный от среды 1 к среде 2 (мы считаем, что $T_1 > T_2$), следующим образом выражается через его спектральную плотность $S(\omega; a)$ по положительным частотам:

$$P(a) = \int_0^{\infty} d\omega S(\omega; a), \quad (1)$$

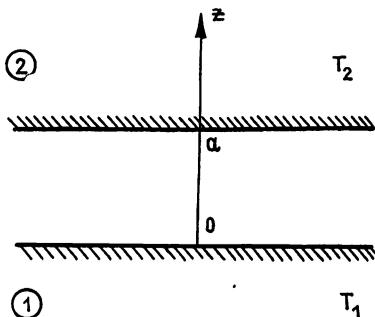


Рис. 1.

а сама спектральная плотность может быть записана в виде

$$S(\omega; a) = \frac{1}{\pi^2} [\Pi(T_1, \omega) - \Pi(T_2, \omega)] M(\omega; a); \quad (2)$$

$$M(\omega; a) = \frac{1}{2\pi} \int d^2\kappa m(\omega, \kappa; a), \quad (3)$$

где

$$\Pi(T, \omega) \equiv \hbar\omega / (e^{\omega/\omega_T} - 1), \quad \omega_T = k_B T / \hbar.$$

Здесь \hbar и k_B — постоянные Планка и Больцмана соответственно. Интегрирование в (3) ведется по всему пространству двумерных волновых векторов κ . Величина $m(\omega, \kappa; a)$ определяется через тензоры поверхностных импедансов металлов. Мы не приводим здесь выражение для $m(\omega, \kappa; a)$, так как это будет сделано в соответствующем месте ниже.

Поверхностные импедансы металлов 1 и 2 представляют собой двумерные тензоры второго ранга, для которых мы используем следующие матричные обозначения:

$$\hat{\zeta}_1 = \begin{pmatrix} \zeta_{11}^{(1)} & \zeta_{12}^{(1)} \\ \zeta_{21}^{(1)} & \zeta_{22}^{(1)} \end{pmatrix}, \quad \hat{\zeta}_2 = \begin{pmatrix} \zeta_{11}^{(2)} & \zeta_{12}^{(2)} \\ \zeta_{21}^{(2)} & \zeta_{22}^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Они, как известно, связывают между собой тангенциальные составляющие векторов электрического и магнитного полей \mathbf{E} и \mathbf{H} на поверхностях металлов. Если обозначить через \mathbf{n} единичный вектор, ортогональный границам сред и направленный от среды 1 к среде 2, то на поверхностях металлов 1 и 2 будут иметь место следующие импедансные связи:

$$\mathbf{E} = -\hat{\zeta}_1 \mathbf{U} (z = 0), \quad \mathbf{E} = \hat{\zeta}_2 \mathbf{U} (z = a). \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{U} = [\mathbf{H}, \mathbf{n}]$. Векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{U} являются двухкомпонентными. В первой формуле (4) знак минус соответствует тому, что вектор \mathbf{n} представляет собой внешнюю, а не внутреннюю нормаль к поверхности металла 1.

Хорошо проводящий металл обладает большой диэлектрической проницаемостью. Мы будем предполагать, что тензор его диэлектрической проницаемости ϵ_{jk} имеет вид $\epsilon_{jk} = -(4\pi/i\omega)\sigma_{jk}$, где σ_{jk} — тензор проводимостей — от частоты не зависит. Нетрудно получить выражение для тензора поверхностного импеданса $\hat{\zeta}$ хорошо проводящего металла через σ_{jk} (см., например, [2], с. 457). Это выражение имеет следующий вид:

$$\hat{\zeta} = (1 - i) \sqrt{\frac{\omega}{8\pi d}} \frac{(s + \sqrt{d}) \hat{I} - \hat{N}}{\sqrt{2\sqrt{d} + s}}, \quad (5)$$

где \hat{I} — единичный двумерный тензор, \hat{N} — двумерный тензор с компонентами

$$N_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - \frac{\sigma_{\alpha n} \sigma_{n\beta}}{\sigma_{nn}},$$

$$\sigma_{\alpha n} = \sigma_{\alpha k} n_k, \quad \sigma_{n\beta} = \sigma_{k\beta} n_k, \quad \sigma_{nn} = \sigma_{jk} n_j n_k.$$

Здесь \mathbf{n} — вектор единичной внутренней нормали к поверхности рассматриваемого металла. Греческие индексы пробегают значения 1, 2, а латинские — 1, 2, 3. По повторяющимся индексам производится суммирование. Наконец,

$$s \equiv \text{Sp } \hat{N}, \quad d \equiv \det \hat{N}.$$

Из положительной определенности тензора σ_{jk} для диссипативных систем следует, что $s > 0$ и $d > 0$. В силу этого выражение (5) удобно представить в виде

$$\hat{\zeta} = (1-i)\hat{\omega},$$

где тензор $\hat{\omega}$ — веществен, а если нет внешнего подмагничивающего поля (что мы предполагаем), то и симметричен. Кроме того, он является положительно определенным. Таким образом, тензоры поверхностных импедансов металлов 1 и 2 будут

$$\hat{\zeta}_1 = (1-i)\hat{\omega}_1, \quad \hat{\zeta}_2 = (1-i)\hat{\omega}_2.$$

Как видно из (5), тензоры $\hat{\zeta}_1$ и $\hat{\zeta}_2$ зависят от частоты по закону $\omega^{1/2}$. Эту частотную зависимость целесообразно выделить и записать $\hat{\omega}_1$ и $\hat{\omega}_2$ в виде

$$\hat{\omega}_1 = \omega^{1/2}\hat{Y}_1, \quad \hat{\omega}_2 = \omega^{1/2}\hat{Y}_2,$$

так что тензоры \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 от частоты уже не зависят.

Теперь мы приведем выражение для интеграла от $m(\omega, \kappa; a)$, определяющего, согласно (2), (3), спектральную плотность теплового потока. Переходя в пространстве двумерных волновых векторов κ к полярным координатам φ и $\kappa \equiv |\kappa|$, имеем

$$M(\omega; a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi J(\omega, \varphi; a), \quad (6)$$

где

$$J(\omega, \varphi; a) = \int_0^{\infty} d\kappa \kappa m(\omega, \varphi, \kappa; a).$$

Опуская громоздкие промежуточные выкладки, дадим лишь окончательное выражение для величины $J(\omega, \varphi; a)$:

$$J(\omega, \varphi; a) = \frac{\pi\omega^{3/2}}{2ac} \frac{\overline{\hat{L}\hat{Y}_1\hat{L}\hat{Y}_2}}{\overline{\hat{L}\hat{Y}}} + \sum_{n=1}^m J_n(\omega, \varphi; a), \quad (7)$$

где использованы следующие обозначения: $m \equiv [y]$ — целая часть числа $y = \omega a / \pi c$, c — скорость света в вакууме, \hat{L} — двумерный тензор с компонентами

$$L_{\alpha\beta} = \kappa_\alpha \kappa_\beta / \kappa^2, \quad \kappa^2 = \kappa_1^2 + \kappa_2^2.$$

Через \hat{Y} здесь и ниже обозначается сумма тензоров \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 : $\hat{Y} = \hat{Y}_1 + \hat{Y}_2$. Черта, поставленная над тензором, означает взятие его следа, например, $\overline{\hat{L}\hat{Y}_1} \equiv \text{Sp } \hat{L}\hat{Y}_1$. Наконец, величины $J_n(\omega, \varphi; a)$ имеют следующий вид:

$$J_n = \frac{n\pi^2\omega^{1/2}}{a^2} \frac{\overline{D_1\hat{Y}_1\hat{Y}_1\hat{Y}_2} - 2D_1\overline{D_1\hat{Y}_2} + D_2\overline{\hat{Y}_1} + \overline{\hat{Y}_1}[D(D_1+D_2) - (D_1-D_2)^2]}{D(\overline{\hat{Y}})^2}, \quad (8)$$

причем

$$D_1 = \det \hat{Y}_1, \quad D_2 = \det \hat{Y}_2, \quad D = \det \hat{Y},$$

а двумерный тензор $\hat{\xi}$ имеет вид

$$\hat{\xi} = \frac{n}{y} \hat{T} + \frac{y}{n} \hat{L}, \quad \hat{T} \equiv \hat{I} - \hat{L}.$$

Отметим здесь, что приведенные выше выражения справедливы при произвольной величине анизотропии металлов 1 и 2. Первое слагаемое в (7) отвечает вкладу квазистационарного (ближнего) поля, а слагаемые J_n соответствуют вкладам дискретных волноводных мод, которые могут распространяться в плоском волноводе, образованном металлами 1 и 2.

Рассмотрим теперь более подробно частный случай узких зазоров, не предполагая при этом малости анизотропии. Когда a достаточно мало ($y < 1$), сумма в (7) исчезает и, следовательно, при $a \rightarrow 0$ имеем

$$J(\omega, \varphi; a) \approx \frac{\pi \omega^{3/2}}{2ac} \frac{\overline{\hat{L}}_1 \overline{\hat{L}}_2}{\overline{\hat{L}} \hat{Y}}.$$

Величина $M(\omega; a)$ дается интегралом (6), при вычислении которого удобно ввести в рассмотрение собственные числа и собственные векторы тензоров \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 . Обозначим через λ_1 и λ_2 собственные числа тензора \hat{Y}_1 , а через u_1 и u_2 — соответствующие им собственные векторы, которые определяются из уравнений

$$\hat{Y}_1 u_1 = \lambda_1 u_1, \quad \hat{Y}_1 u_2 = \lambda_2 u_2.$$

Из положительной определенности \hat{Y}_1 следует, что $\lambda_1, \lambda_2 > 0$. Будем нумеровать собственные числа так, чтобы было $\lambda_1 > \lambda_2$. Векторы u_1 и u_2 взаимно ортогональны как относящиеся к разным собственным значениям. Их можно считать нормированными на единичную длину.

Аналогично обозначим через $\rho_1 > \rho_2 > 0$ собственные числа тензора \hat{Y}_2 , а через v_1 и v_2 — соответствующие им ортонормированные собственные векторы. Система векторов u_1, u_2 и v_1, v_2 показана на рис. 2, где θ — угол между векторами u_1 и v_1 , относящимися к большим собственным значениям λ_1 и ρ_1 . Введем еще следующие обозначения:

$$\alpha_1 = (\lambda_1 + \rho_2)/2, \quad \alpha_2 = (\rho_1 + \rho_2)/2, \quad (9)$$

$$v_1 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad v_2 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

Величины v_1 и v_2 меняются в пределах от нуля до единицы: $0 < v_1, v_2 < 1$. Они характеризуют степень анизотропии металлов 1 и 2. Ясно, что если $v_1 = 0$ (или

$v_2 = 0$), то металл 1 (или 2) изотропен.

В рассматриваемом случае тонких зазоров вычисления приводят к следующему выражению для величины $M(\omega, \theta; a)$:

$$M(\omega, \theta; a) = \frac{\pi \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}{2ac} \omega^{3/2} H(\theta), \quad (10)$$

где $H(\theta)$ — не зависящая от частоты функция θ , имеющая вид

$$H(\theta) = \frac{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}{R} \left[1 - \frac{(\alpha_1 v_1^2 + \alpha_2 v_2^2)}{(R + \alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_1 \alpha_2 v_1^2 v_2^2 \sin^2 2\theta}{(R + \alpha_1 + \alpha_2)^2} \right],$$

$$R = [(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \alpha_1^2 v_1^2 - \alpha_2^2 v_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 v_1 v_2 \cos 2\theta]^{1/2}.$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках в последней формуле, как нетрудно видеть, ни при каких значениях параметров и угла θ не бывает отрицательным.

Используя выражение (10) для $M(\omega, \theta; a)$, по (1) и (2) можно рассчитать интегральный тепловой поток $P(a, \theta)$. Он оказывается равным

$$\begin{aligned} P(a, \theta) &\approx \frac{15}{16} \zeta(7/2) \frac{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}{\sqrt{\pi} a c} \frac{k_B^{7/2}}{\hbar^{5/2}} (T_1^{7/2} - T_2^{7/2}) H(\theta) \approx \\ &\approx 1,057 \frac{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}{a c \sqrt{\pi}} \frac{k_B^{7/2}}{\hbar^{5/2}} (T_1^{7/2} - T_2^{7/2}) H(\theta), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\zeta(7/2) \approx 1,127$ — значение дзета-функции Римана. Как видно, вся зависимость теплового потока от относительного угла поворота сред θ определяется функцией $H(\theta)$. Если хотя бы одна из сред изотропна, т. е. либо $v_1 = 0$, либо $v_2 = 0$, то тепловой поток, как и должно быть, от θ не зависит.

В общем случае разных металлов функция $H(\theta)$ достаточно сложна. Поэтому для того, чтобы более наглядно увидеть влияние анизотропии, рассмотрим частный случай, когда металлы 1 и 2 можно считать одинаковыми:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \equiv \alpha, \quad v_1 = v_2 \equiv v.$$

Тогда функция $H(\theta)$ принимает простой вид:

$$H(\theta) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v^2 \sin^2 \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \cos^2 \theta}} \right). \quad (12)$$

Для характеристики степени анизотропии теплового потока удобно ввести функцию $\Phi(\theta)$, определяемую отношением теплового потока $P(a, \theta)$ к его значению при $\theta = 0$:

$$\Phi(\theta) = P(a, \theta) / P(a, 0).$$

Из (11) и (12) получаем, что

$$\begin{aligned} \Phi(\theta) &= H(\theta) / H(0) = \\ &= 1 - \frac{v^2 \sin^2 \theta}{1 + \sqrt{1 - v^2 \cos^2 \theta}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Если анизотропия мала ($v \ll 1$), то из (13) приближенно имеем

$$\Phi(\theta) \approx 1 - \frac{v^2}{2} \sin^2 \theta. \quad (14)$$

Зависимость $\Phi(\theta)$ от угла θ для разных v показана на рис. 3, где изображен только первый квадрант, так как функция $\Phi(\theta)$ симметрична относительно вертикальной и горизонтальной осей.

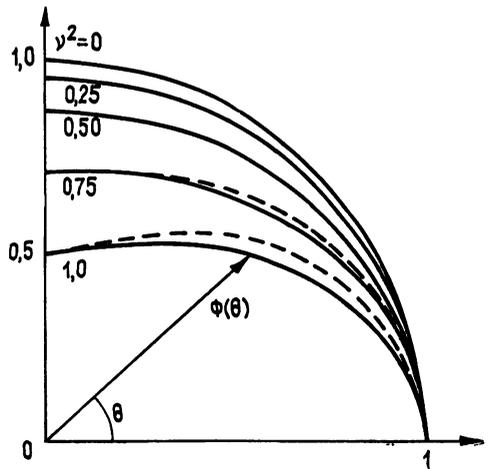


Рис. 3.

Пунктиром показаны кривые, построенные с помощью приближенной формулы (14). Видно, что даже при достаточно сильной анизотропии ($v^2=0,75$) приближенная формула (14) неплохо описывает поведение функции $\Phi(\theta)$.

В общем случае разных металлов, но малой их анизотропии ($v_1, v_2 \ll 1$) для функции $\Phi(\theta)$ имеем следующее приближенное выражение:

$$\Phi(\theta) = 1 - \frac{2\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} v_1 v_2 \sin^2 \theta. \quad (15)$$

2. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ШИРИНЕ ЗАЗОРА И МАЛОЙ АНИЗОТРОПИИ. СЛУЧАЙ ШИРОКИХ ЗАЗОРОВ

При произвольной ширине зазора величина $M(\omega; a)$, определяющая спектральную плотность теплового потока $S(\omega; a)$, находится из (6)–(8). Мы приведем выражение для нее в случае слабой анизотропии, т. е. когда тензоры \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 представимы в виде

$$\hat{Y}_1 = Y_1 \hat{I} + \Delta \hat{Y}_1, \quad \hat{Y}_2 = Y_2 \hat{I} + \Delta \hat{Y}_2, \quad (16)$$

где тензоры $\Delta \hat{Y}_1$ и $\Delta \hat{Y}_2$ можно считать малыми. Отметим, что представление тензоров \hat{Y}_1 и \hat{Y}_2 в виде (16), очевидно, неоднозначно. Используя эту неоднозначность, удобно выбрать величины нулевого приближения таким образом, чтобы выполнялись равенства

$$\overline{\Delta \hat{Y}_1} \equiv \text{Sp} \Delta \hat{Y}_1 = 0, \quad \overline{\Delta \hat{Y}_2} \equiv \text{Sp} \Delta \hat{Y}_2 = 0.$$

Это несколько упрощает вычисления, которые приводят к следующему результату для $M(\omega, \theta; a)$:

$$M(\omega, \theta; a) = \frac{\omega^{5/2}}{c} [Zf(y) - g(y)F(\theta)],$$

где

$$Z = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2}, \quad F(\theta) = \frac{Z^2}{2(Y_1 + Y_2)} (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos 2\theta),$$

а функции $f(y)$ и $g(y)$ имеют вид

$$f(y) = \frac{1}{2y} + \frac{m}{y} + \frac{m(m+1)(2m+1)}{6y^3},$$

$$g(y) = f(y) + \frac{2m}{y} - \frac{2}{y} \sum_{n=1}^m \frac{1 - l_n^2}{1 + l_n^4}, \quad l_n = n/y.$$

Напомним, что $y = \omega a / \pi c$, $m = [y]$. Из приведенного выражения видно, что $M(\omega, \theta; a)$ сложным образом зависит от ширины зазора и частоты ω , так что выполнение в (1) интегрирование по частоте и тем самым определить зависимость теплового потока от a можно только численными методами. Поэтому мы подробнее остановимся здесь на влиянии анизотропии при очень широких зазорах ($y \rightarrow \infty$). При этом, как легко видеть, $f(y) \rightarrow 4/3$. При вычислении же предельного значения функции $g(y)$ необходимо учесть, что входящая в нее сумма имеет вид интегральной суммы, так что

$$\frac{1}{y} \sum_{n=1}^m \frac{1 - l_n^2}{1 + l_n^4} \xrightarrow{y \rightarrow \infty} \int_0^1 dt \frac{1 - t^2}{1 + t^4} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \approx 0,623.$$

С учетом этого имеем $g(y) \rightarrow 2,087$. Следовательно, при широких зазорах

$$M(\omega, \theta) \approx \frac{4}{3} \frac{\omega^{5/2}}{c} (Z - 1,565F(\theta)).$$

Выполняя интегрирование по частоте, получим, согласно (1) и (2), для теплового потока следующее выражение:

$$P(\theta) = \frac{105}{12} \zeta(9/2) \frac{k_B^{9/2}}{\pi \sqrt{\pi} \hbar^{7/2}} (T_1^{9/2} - T_2^{9/2}) (Z - 1,565F(\theta)), \quad (17)$$

где $\zeta(9/2) \approx 1,055$ — значение дзета-функции Римана.

Как и в случае узких зазоров, для характеристики анизотропии теплового потока используем отношение

$$\Psi(\theta) = P(\theta) / P(0).$$

Для него из (17) получаем

$$\Psi(\theta) = 1 - 3,13 \frac{Y_1 Y_2}{(Y_1 + Y_2)^2} v_1 v_2 \sin^2 \theta. \quad (18)$$

В рассматриваемом случае слабой анизотропии величины α_1 и α_2 (см. (9)), как нетрудно убедиться, совпадают с Y_1 и Y_2 соответственно, так что (18) можно записать и в виде

$$\Psi(\theta) = 1 - 3,13 \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} v_1 v_2 \sin^2 \theta. \quad (19)$$

Из сравнения (15) и (19) видно, что влияние анизотропии при широких зазорах проявляется сильнее, чем при узких.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин М. Л., Полевой В. Г., Рытов С. М. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. № 6 (12). С. 2087.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.

Поступила в редакцию
28 ноября 1988 г.

THE HEAT TRANSFER DUE TO A FLUCTUATION ELECTROMAGNETIC FIELD BETWEEN HIGH CONDUCTING ANISOTROPIC METALS

V. G. Polevoj

The problem of heat transfer due to a fluctuation electromagnetic field between two high conducting anisotropic metals, divided by a plane vacuum gap, is considered. The expression for heat flow spectral density in the case of weak anisotropy and at the arbitrary width of gap is obtained. For the broad and narrow gaps the total heat flow is calculated. In particular it is shown that anisotropy influence at the broad gap is larger than at narrow one.

УДК 519.9; 532.2

ДИФРАКЦИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ГЛАДКОЙ ВЫПУКЛОЙ ПОВЕРХНОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

М. А. Лялинов

Построен старший член высокочастотной асимптотики электромагнитного поля в полутени в плавно неоднородной среде при дифракции волны, заданной лучевым разложением, на гладкой выпуклой поверхности. Показано, что ориентация векторов рассеянного поля при смещении вдоль луча в полутени в старшем порядке описывается законом С. М. Рытова. Для однородной среды асимптотическое решение упрощается, а коэффициенты в решении вычисляются явно через геометрические характеристики поверхности и фронта волны. Установлены границы применимости выведенных формул.

В последнее время в связи с развитием лазерной техники и применением ее для контроля различных технологических процессов возродился интерес к дифракции высокочастотного электромагнитного излучения на гладких выпуклых поверхностях. Появилась возможность непосредственного экспериментального изучения дифракции лазерного излучения на компактных лабораторных установках, в том числе в области полутени [1]. Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы для теоретического описания таких экспериментов, а также применены при исследовании дифракции радиоволн на выпуклых поверхностях в неоднородной среде.

Изучение рассеянного электромагнитного поля вблизи поверхности при скользящем падении лучей было впервые предпринято Фоком в серии его фундаментальных работ [2].

Позднее были построены равномерные асимптотические решения скалярной задачи дифракции в однородной среде на гладком выпуклом цилиндре [3-5], справедливые для любых расстояний от рассеивателя. Дальнейшее развитие идей Фока привело к применению метода пограничного слоя в задачах дифракции волн в неоднородной среде [6], в том числе в теории упругости [7]. Была разработана техника «сшивания» локальных асимптотических разложений, которая используется и в данной статье.

В теории распространения высокочастотных электромагнитных волн в неоднородной среде установлено, что в старшем порядке изменение направления векторов поля при движении вдоль луча определяется его кручением (закон Рытова [8, 9]). Аналогичный закон определяет ориентацию спина электрона при его движении по квазиклассической траектории [10, 11]. Асимптотическое решение высокочастотной задачи дифракции строится по-разному в освещенной области, полутени и тени [5].

В работе [12] в приближении геометрической оптики получена формула для коэффициента передачи энергии на трассе антенна — рассеивающее тело — приемная антенна в плавно неоднородной среде. В статье [13] в приближении физической оптики изучается структура поля, рассеянного гладким выпуклым телом, находящимся вблизи каустики падающих лучей. Структура поля в скалярной задаче в полутени исследуется в работе [14]. В статье [15] указан способ построения геометрикооптического приближения электромагнитного поля, рассеянного идеально проводящим телом, в неоднородной среде. Учитывается явление

изменения поляризации поля при смещении вдоль луча в неоднородной среде.

В предлагаемой работе построено асимптотическое решение уравнений Максвелла в полутени в плавно неоднородной среде для конечных (немалых) расстояний от рассеивающей поверхности (рис. 1), которое сшивается в старшем порядке с асимптотическим решением в окрестности терминатора* (в области Фока [2]). Результат данной статьи дополняет результат работы [15], так как решение построено для области полутени. При переходе из полутени в геометрическую зону построенное решение смыкается в старшем порядке с геометрическим приближением. Полученные формулы справедливы при условии, что вблизи рассеивающей поверхности отсутствуют каустики.

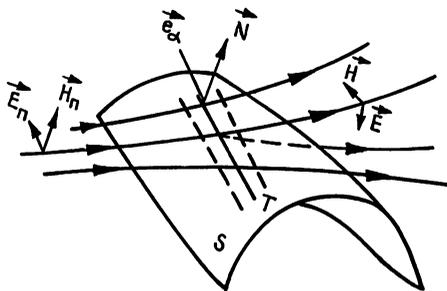


Рис. 1.

1. **Электромагнитное поле в окрестности терминатора.** Предположим, что неоднородная среда вне области, ограниченной гладкой выпуклой поверхностью S , описывается диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{x})$, $\mu = \mu(\mathbf{x})$, $N^2 = \varepsilon(\mathbf{x}) \cdot \mu(\mathbf{x})$, зависящими от точки наблюдения \mathbf{x} . Будем считать, что их величины меняются незначительно на расстояниях порядка длины волны в среде. Электромагнитное поле $\tilde{\mathbf{E}}e^{-i\omega t}$, $\tilde{\mathbf{H}}e^{-i\omega t}$, гармонически зависящее от времени, удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$-i\omega\varepsilon(\mathbf{x})/c_0\tilde{\mathbf{E}} = \text{rot}\tilde{\mathbf{H}}, \quad i\omega\mu(\mathbf{x})/c_0\tilde{\mathbf{H}} = \text{rot}\tilde{\mathbf{E}}, \quad (1)$$

где ω — циклическая частота, c_0 — скорость света в вакууме, $c = c_0/N$ — скорость электромагнитных волн в среде. (Множитель $e^{-i\omega t}$ здесь и в дальнейшем опускается.) Большим безразмерным параметром задачи является величина $\omega\tilde{P}/c_0$, причем \tilde{P} — характерный масштаб неоднородности среды или характерный радиус кривизны рассеивающей поверхности. Пусть падающая электромагнитная волна задана лучевыми разложениями [5]

$$\tilde{\mathbf{E}} = \exp(i\omega\Phi_n(\mathbf{x}))[\tilde{\mathbf{E}}_{n0}(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{E}}_{n1}(\mathbf{x})/(\omega\tilde{P}/c_0) + \dots], \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \exp(i\omega\Phi_n(\mathbf{x}))[\tilde{\mathbf{H}}_{n0}(\mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{H}}_{n1}(\mathbf{x})/(\omega\tilde{P}/c_0) + \dots],$$

причем $\Phi_n(\mathbf{x})$ — решение уравнения $(\nabla\Phi_n)^2 = c^{-2}$; $\tilde{\mathbf{E}}_{nj}$, $\tilde{\mathbf{H}}_{nj}$ удовлетворяют уравнениям переноса. Рассеянное поле $\tilde{\mathbf{E}}_0$, $\tilde{\mathbf{H}}_0$ является решением системы (1), удовлетворяет условию предельного поглощения и граничным условиям импедансного типа:

$$\tilde{\mathbf{E}}^\tau|_S = -q\tilde{\mathbf{H}}^\alpha|_S, \quad \tilde{\mathbf{E}}^\alpha|_S = q^{-1}\tilde{\mathbf{H}}^\tau|_S, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{E}}_n + \tilde{\mathbf{E}}_0$, $\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{H}}_n + \tilde{\mathbf{H}}_0$, (τ, α) — ортогональные координаты на поверхности S , q — поверхностный комплексный импеданс ($\text{Im} q > 0$), зависящий от свойств среды внутри S . Величина импеданса предполагается такой, что не возникает слабо затухающих поверхност-

* Терминатором называется линия касания лучей падающей волны с поверхностью.

ных волн. Более подробно вопрос об применимости граничного условия (3) для реальных поглощающих сред в высокочастотной задаче дифракции проанализирован в работе [16].

Введем в окрестности терминатора T систему координат (τ, α, n) , α — координата на S вдоль терминатора, τ — координата на S , ортогональная терминатору $(\nabla\tau)^2 = c^{-2}|_S$, $\tau|_T = 0$, $\nabla\tau|_T = \nabla\Phi_n|_T$, n — координата по нормали к поверхности. В малой окрестности терминатора T -области Фока введем безразмерные приведенные координаты пограничного слоя [8]:

$$\sigma = (\omega/2)^{1/3} (c/\tilde{P}_\tau)^{2/3}|_T \tau, \quad \nu = (\omega/c)^{2/3}|_T \cdot (2/\tilde{P}_\tau)^{1/3}|_T n,$$

где \tilde{P}_τ — эффективный радиус кривизны S в направлении τ ,

$$\tilde{P}_\tau = \left[\rho_\tau^{-1} - \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial n} \right]^{-1},$$

$\rho_\tau^{-1} = -b_{\tau\tau}/a_{\tau\tau}$, $a_{\tau\tau}$, $b_{\tau\tau}$ — коэффициенты первой и второй квадратичной формы поверхности. В приведенных координатах область Фока задается условиями $|\sigma| \leq M^{\epsilon_1}$, $\nu \leq M^{\epsilon_2}$, $M = (\omega\tilde{P}_\tau/2c)^{1/3}|_T$, $M \gg 1$, положительные постоянные ϵ_1, ϵ_2 выбираются из условий $0 < \epsilon_1 < 1/12$, $0 < \epsilon_1 < \epsilon_2 < 1/6$. Значения $|\sigma| \sim M^{\epsilon_1}$, $\nu \sim M^{\epsilon_2}$ соответствуют промежуточной области между областью Фока и освещенной зоной ($\sigma < 0$), областью Фока и полутенью ($|\sigma - \sqrt{\nu}| \leq M^{\epsilon_3}$, $0 < \epsilon_3 < 1/12$).

Электromагнитное поле в области Фока в плавно неоднородной среде будем искать в виде асимптотического разложения

$$\mathcal{E}^r = \mathcal{E}_n^r + \mathcal{E}_0^r = \exp[i\omega(\tau + \Phi_n|_T)]((E_{n0}^r + E_{00}^r) + (E_{n1}^r + E_{01}^r)/M + \dots), \quad (4)$$

где индекс r пробегает значения τ, α, n . Аналогичное разложение имеем для магнитной компоненты поля, однако для нее будут выписаны лишь окончательные формулы. Коэффициенты $E_{n0}^r, E_{n1}^r, \dots$ однозначно определяются из ряда (2) после разложения $\tilde{E}_{nj}(\mathbf{x})$ по степеням τ, n и введения приведенных координат σ, ν . Величины E_{nj}^r находятся из уравнений (1) и граничных условий.

Для этого запишем (1) в ковариантной форме в координатах τ, α, n , разложим коэффициенты по степеням τ, n , введем переменные σ, ν , подставим разложение (4) в уравнения и приравняем нулю члены при одинаковых степенях M^{-1} . Получим рекуррентную систему уравнений с параболическим оператором в левой части и известной правой частью, зависящей от компонент, найденных на предыдущем шаге, и от α как от параметра. Для старших членов разложения (4) получаются однородные параболические уравнения Фока—Леонтовича. Их решение имеет вид

$$\mathcal{E}^\alpha = \exp[i\omega(\tau + \Phi_n|_T)] \frac{E_{n0}^\alpha|_T}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^2 \int_{\tilde{L}_k} e^{i\sigma\xi} (v_k(\xi - \nu) - R_k(\xi, Q_\mu)\omega_1(\xi - \nu)) d\xi (1 + O(M^{-1})),$$

$$\mathcal{E}^n = \exp[i\omega(\tau + \Phi_n|_T)] \frac{E_{n0}^n|_T}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^2 \int_{\tilde{L}_k} e^{i\sigma\xi} \times$$

$$\times (v_k(\xi - \nu) - R_k(\xi, Q_\epsilon)\omega_1(\xi - \nu)) d\xi (1 + O(M^{-1})), \quad (5)$$

$$\mathcal{E}^{\tau} = (-i) \frac{\exp[i\omega(\tau + \Phi_{\pi}|_T)]}{\sqrt{\pi} M} E_{n_0}^{\tau} \sum_{k=0}^2 \int_{\tilde{L}_k} e^{i\omega\xi} \times$$

$$\times (v'_k(\xi - v) - R_k(\xi, Q_\varepsilon) \omega'_1(\xi - v)) d\xi (1 + O(M^{-1})).$$

В выражениях (5) введены следующие обозначения: $v_0(\xi) = v(\xi)$, $v_1(\xi) = \omega_1(\xi)/2i$, $v_2(\xi) = \omega_2(\xi)/(-2i)$, где v , ω_1 , ω_2 — функции Эйри в определении Фока,

$$R_k(\xi, Q) = \frac{v'_k(\xi) - Qv_k(\xi)}{\omega'_1(\xi) - Q\omega_1(\xi)}, \quad k = 0; 1; 2,$$

\tilde{L}_k — контуры интегрирования в комплексной плоскости, $\tilde{L}_0 = [0, \infty)$, $\tilde{L}_1 = (\infty \exp(-2\pi i/3), 0]$, $\tilde{L}_2 = (\infty \exp(2\pi i/3), 0]$; для окрестности T $Q_\mu = iMq_\mu|_T$, $Q_\varepsilon = iMq_\varepsilon|_T$, $q_\mu = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0 - 1/\mu_0}$, $q_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0 - 1/\varepsilon_0}$; ε_0, μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды внутри S , зависящие от координат. Отметим, что на выбранных контурах интегралы экспоненциально сходятся, первое слагаемое в подынтегральном выражении соответствует падающей волне, а второе — отраженной. В случае однородной среды выражения (5) переходят в известные формулы Фока [2]. Выражение для составляющей \mathcal{E}^{τ} дает возможность количественно оценить величину продольной компоненты поля в неоднородной среде в окрестности терминатора. Очевидно, что $|\mathcal{E}^{\tau}|/|\mathcal{E}^{\alpha, n}| = O(M^{-1})$, $M^{-1} \ll 1$. Выражения (5) справедливы в промежуточной области $|\sigma| \sim M^{\varepsilon_1}$, $v \sim M^{\varepsilon_2}$ в окрестности поверхности, «сотканной» из касательных лучей падающей волны и разграничивающей области света и тени: $\delta = |\sigma - \gamma v| \leq M^{\varepsilon_3}$. Параметр δ определяет безразмерное приведенное «расстояние» от поверхности — границы света и тени. Асимптотическое решение уравнений Максвелла в полутени ($\delta \leq M^{\varepsilon_3}$) на конечных немалых ($\geq \tilde{P}_\tau$) расстояниях от терминатора T построим в координатах, связанных с лучами соскальзывания, причем начальные данные для уравнений переноса найдем из условия «сшивания» решения с выражениями (5) в промежуточной области.

2. Электромагнитное поле в полутени в неоднородной среде. Преобразуем систему (1), учитывая, что $\operatorname{div}(\varepsilon \tilde{\mathbf{E}}) = 0$, получим

$$\Delta \tilde{\mathbf{E}} + \omega^2/c^2 \tilde{\mathbf{E}} + \nabla(\tilde{\mathbf{E}}, \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon) - i\omega/c_0 [\nabla \mu, \tilde{\mathbf{H}}] = 0. \quad (6)$$

Для формального упрощения вычислений предположим, что μ постоянно. Введем координаты (τ_0, α_0, t) : (τ_0, α_0) — точка на поверхности S , которая является исходной точкой криволинейного луча соскальзывания, t — координата вдоль луча, $(\nabla t)^2 = c^{-2}$, $\nabla t|_S = \mathbf{e}_{\tau_0}/c|_S$, $t|_S = \tau_0$, $|\mathbf{e}_{\tau_0}| = 1$. Пусть g_{ik} — метрический тензор введенной системы координат, тогда $g_{tt} = c^2$, $g_{t\tau_0} = g_{t\alpha_0} = 0$. Запишем уравнение (6) в координатах τ_0, α_0, t , считая $\tau_0 \sim M^{-1}$, разложим коэффициенты по степеням τ_0 и введем безразмерную приведенную координату $\gamma = (\omega/2)^{1/3} (c/P_\tau)^{2/3} |_\tau \tau_0$. Для освещенной части полутени $\tau_0 \leq 0$, для затененной $\tau_0 \geq 0$. Решение уравнения (6) для отраженного поля ($\tau_0 \leq 0$) ищем в виде

$$\tilde{\mathbf{E}}_0 = \exp[i\omega(t + \Phi_\pi|_T)] (\tilde{\mathbf{E}}_{00}(\gamma, \alpha_0, t) + \tilde{\mathbf{E}}_{01}(\gamma, \alpha_0, t)/M + \dots); \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{00} = \left\{ \int_{\tilde{L}_0} e^{i\gamma\xi} \chi_0(\xi, \alpha_0) d\xi + \int_{\tilde{L}_1} \exp(i\gamma\xi + \dots) \right.$$

$$+ i\xi^2/4M\Psi\chi_1(\xi, \alpha_0)d\xi + \int_{\tilde{L}_1} e^{i\nu\xi}\chi_2(\xi, \alpha_0)d\xi\} V_{00}(t, \alpha_0).$$

Построение решения в такой форме объясняется необходимостью «сшивания» с выражениями (5) в промежуточной области. При этом неизвестные пока функции χ_0, χ_1, χ_2 однозначно определяются из условия «сшивания». Выражение (8), по существу, аналогично предложенному в работе [6] для построения полутеневого асимптотики скалярной задачи. Так же как и в скалярной задаче, выражение для Ψ во втором интеграле (8) определяется членом, пропорциональным τ_0^2 в разложении эйконала падающей волны по степеням τ_0 , и имеет вид (см. [6, 7])

$$\Psi = \tilde{P}_\tau(K - K_\Pi) \left| \frac{\partial x(\tau_0, \alpha_0, t)}{\partial \tau_0} \right|^2 / c^2|_T, \quad (9)$$

где K, K_Π — кривизны нормальных сечений фронтов волны соскальзывания и падающей волны, соответствующих линиям $\alpha_0 = \text{const}$. Подставим разложение (7) в уравнение и приравняем нулю коэффициенты при одинаковых степенях M^{-1} , в старшем порядке получим

$$2g_0^{tt} \frac{\partial V_{00}}{\partial t} + J_0^{-1/2} \frac{\partial}{\partial t} (J_0^{1/2} g_0^{tt}) V_{00} + \nabla t(V_{00}, \varepsilon^{-1} \nabla \varepsilon)|_{\tau_0=0} = 0, \quad (10)$$

где $J_0 = J_0(t, \alpha_0) = \det \{g_{ih}\}|_{\tau_0=0}$, $g_0^{tt} = c^{-2}|_{\tau_0=0}$. Уравнение переноса (10) является уравнением вдоль луча соскальзывания, задаваемого параметром α_0 . Решение уравнения (10) имеет вид

$$V_{00} = (J_0^{1/2} g_0^{tt})^{-1/2} (V^v(s, \alpha_0) \nu(s, \alpha_0) + V^b(s, \alpha_0) b(s, \alpha_0)), \quad (11)$$

где V^v, V^b удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{dV^v}{ds} + \kappa V^b = 0, \quad \frac{dV^b}{ds} - \kappa V^v = 0, \quad (12)$$

ν, b — нормаль и бинормаль луча, s — длина дуги луча, связанная с координатой t соотношением $dt = c^{-1} ds$, κ — кривизна кручения луча. Система (12) имеет решение

$$V^v(s, \alpha_0) = V^v(0, \alpha_0) \cos \theta(s, \alpha_0), \quad V^b(s, \alpha_0) = V^b(0, \alpha_0) \sin \theta(s, \alpha_0),$$

где θ находится из уравнения Рытова

$$d\theta/ds = \kappa, \quad (13)$$

описывающего закон вращения плоскости поляризации. Начальное условие для уравнения (13) определяется ориентацией вектора $\tilde{E}_{\text{по}}$ на терминаторе T : $\theta_0 \equiv \theta(0, \alpha_0)$, $\cos \theta_0 = (N, \nu)$, $\sin \theta_0 = -(N, b)$, N — единичная внешняя нормаль S . $\tilde{E}_{\text{по}}|_T = |\tilde{E}_{\text{по}}|(b \sin \theta_0 + \nu \cos \theta_0)|_T$. $\tilde{H}_{\text{по}}|_T = |\tilde{H}_{\text{по}}|(b \cos \theta_0 - \nu \sin \theta_0)|_T$.

Для завершения построения старшего члена асимптотики электромагнитного поля в полутени необходимо найти $iV^{v,b}, \chi_0, \chi_1, \chi_2$. Эти величины находятся из условия «сшивания» разложения (7) и выражений (5) в области их одновременной применимости ($|\sigma| \sim M^{\varepsilon_1}$, $\nu \sim M^{\varepsilon_2}$, $\delta = |\sigma - \sqrt{\nu}| \ll M^{\varepsilon_3}$). Опуская громоздкие и непростые вычисления, используя формулы связи координат (τ, α, n) и (τ_0, α_0, t) (см. также [6, 7]), из (5), (7), (8), (11) в старшем порядке получаем

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_0 \\ \tilde{H}_0 \end{bmatrix} = \frac{\exp[i(\omega[t + \Phi_\Pi|_T]) + i\pi/4]}{(\pi M(\alpha_0))^{1/2}} \sqrt{\frac{(I_S/c)|_T}{(I/c)|_{\tau_0=0}}} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} A_{11} + O(M^{-1}) & A_{12} + O(M^{-1}) & O(M^{-1}) \\ A_{21} + O(M^{-1}) & A_{22} + O(M^{-1}) & O(M^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(s, \alpha_0) \\ \mathbf{b}(s, \alpha_0) \\ \mathbf{s}(s, \alpha_0) \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = \frac{\cos \theta(s)}{\cos \theta_0} (\cos \theta_0 E_{n0}^n |_{\tau} W(\gamma, Q_\mu) - \sin \theta_0 E_{n0}^a |_{\tau} W(\gamma, Q_\varepsilon)),$$

$$A_{12} = \frac{\sin \theta(s)}{\sin \theta_0} (-\sin \theta_0 E_{n0}^n |_{\tau} W(\gamma, Q_\mu) - \cos \theta_0 E_{n0}^a |_{\tau} W(\gamma, Q_\varepsilon)),$$

$$A_{21} = -\frac{\sin \theta(s)}{\sin \theta_0} (-\cos \theta_0 H_{n0}^n |_{\tau} W(\gamma, Q_\varepsilon) + \sin \theta_0 H_{n0}^a |_{\tau} W(\gamma, Q_\mu)),$$

$$A_{22} = \frac{\cos \theta(s)}{\cos \theta_0} (-\sin \theta_0 H_{n0}^n |_{\tau} W(\gamma, Q_\varepsilon) - \cos \theta_0 H_{n0}^a |_{\tau} W(\gamma, Q_\mu)),$$

где I — расходимость лучей соскальзывания, $I = c^{-1} \left| \frac{D(x, y, z)}{D(\tau_0, \alpha_0, t)} \right| = c^{-1} I^{1/2}$, I_s — расходимость поверхностных лучей,

$$E_{n0}^n |_{\tau} = (N, \tilde{E}_{n0}) |_{\tau}, \quad H_{n0}^a |_{\tau} = (\mathbf{e}_{\alpha_0}, \tilde{H}_{n0}) |_{\tau},$$

\mathbf{e}_{α_0} — единичный вектор вдоль координатной линии α_0 на поверхности S , $\mathbf{s}(s, \alpha_0)$ — единичный вектор вдоль луча, причем $(\mathbf{s}, \mathbf{v}, \mathbf{b})$ образуют правую тройку векторов. Функция $W(\gamma, Q)$ имеет вид

$$W(\gamma, Q) = \frac{i}{2} \int_{\tilde{L}_1} \exp(i\gamma\xi + i\xi^2/4M(\alpha_0)\Psi) d\xi +$$

(15)

$$+ (-1) \int_{\tilde{L}_0} e^{i\nu\xi} R_0(\xi, Q) d\xi + \left(-\frac{i}{2}\right) \int_{\tilde{L}_2} e^{i\nu\xi} R_2(\xi, Q) d\xi.$$

Выражение (15) справедливо в освещенной полутени ($\tau_0 \leq 0$). В затененной части полутени ($\tau_0 \geq 0$) целесообразно объединить падающее и рассеянное поле, тогда полное поле \tilde{E} , \tilde{H} будет описываться теми же выражениями (14), (15), если в первом слагаемом в (15) изменить знак подынтегрального выражения, а интегрирование проводить по контуру $\tilde{L}'_1 = [0, \infty \exp(i\pi/3)]$.

Полученные выражения (14) применимы для окрестности геометрической границы света и тени: $|\gamma| \leq M^{\varepsilon_1}$, $\varepsilon_1 < 1/12$. Формулы (14) выведены для конечных значений t ($\omega t \geq M^2$), т. е. для конечных немалых расстояний от рассеивателя. Однако выражения (14) остаются справедливыми при неограниченном возрастании t , если величина Ψ (см. (10)) остается положительной и I — расходимость лучей соскальзывания не обращается в нуль. С физической точки зрения это означает, что нормальная кривизна фронта падающей волны K_n ($\alpha_0 = \text{const}$, $\tau_0 = 0$) должна быть меньше нормальной кривизны фронта волны соскальзывания* K , кроме того, в полутени не должно быть области фокусировки лучей соскальзывания. Формула (15) неприменима вблизи области нерегулярности лучей соскальзывания.

Следуя терминологии Фока [2], второй и третий интегралы в (15) будем называть фоновыми интегралами. Первое слагаемое в (15) —

* Это условие выполнено, по крайней мере, для некоторого промежутка по t .

интеграл Френелевского типа — в полутени имеет порядок $O(M^{1/2})$ по сравнению с фоновыми слагаемыми. Это подтверждает вывод Фока о том, что и в неоднородной среде в полутени в старшем порядке поле имеет френелевский характер и не зависит от материальных свойств рассеивателя. Фоновое излучение, описываемое вторым и третьим слагаемым в (15), зависит от материальных свойств поверхности S посредством величин Q_μ , Q_ε .

Для однородной среды расходимость I , I_S и величина $\Psi(t, \alpha_0)$ в (10) могут быть вычислены явно:

$$I = (a_{\alpha\alpha} a_{\tau\tau})^{1/2} (t - \tau_0) \left(1 + (t - \tau_0) \frac{\partial a_{\alpha\alpha}}{\partial \tau_0} \right) / 2a_{\alpha\alpha} \tilde{P}_\tau^{-1},$$

$$I_S = (a_{\alpha\alpha} a_{\tau\tau})^{1/2}, \quad \Psi = (ct)^2 (K - K_n) / \tilde{P}_\tau.$$

В этом случае формулы (14) упрощаются, и выражение для \tilde{E}_0 удобно записать в виде

$$\tilde{E}_0 = \frac{\exp(i\omega[t + \Phi_n|_T] + i\pi/4)}{(\pi M(\alpha_0))^{1/2}} \sqrt{I_S/I} |\tilde{E}_{n0}|_T \times \quad (16)$$

$$\times \{ \cos \varphi_0 N|_T W(\gamma, Q_\mu)(1 + O(M^{-1})) + \sin \varphi_0 e_{\tau_0}|_T \times \\ \times W(\gamma, Q_\varepsilon)(1 + O(M^{-1})) + e_{\tau_0}|_T O(M^{-1}) \},$$

где φ_0 — угол между нормалью $N|_T$ и направлением падающего поля в точках терминатора, e_{τ_0} — единичный вектор вдоль координатной линии τ_0 на S . Из формулы (16) следует, что в полутени в старшем порядке поле поперечно направлению распространения и сохраняет поляризацию падающего.

На рис. 2 представлена характерная зависимость в освещенной полутени амплитуды рассеянного

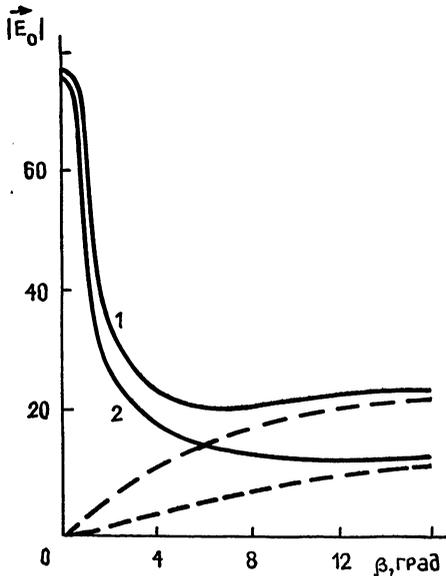


Рис. 2.

электрического поля $|\tilde{E}_0|$ (нормированной на амплитуду падающего поля в точках терминатора) от угла наблюдения β , который отсчитывается от касательного луча. Рассматривалась задача о падении цилиндрической волны на цилиндрическую нить из поглощающего материала $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2,08 + i \cdot 3,09$ (константан). Расчет проводился по формуле (16) для $M^2 = 250$, $\varepsilon = \mu = 1$,

$c_0 t \gg \tilde{P}_\tau$, $\Psi = 20$, $\gamma = -\beta M$. Кривая 1 соответствует поперечно-электрической поляризации падающего поля ($\varphi_0 = 0$), кривая 2 — поперечно-магнитной ($\varphi_0 = \pi/2$). Штриховой линией представлен расчет по геометрическим формулам. Штриховые и сплошные линии существенно различаются для углов $\beta < 15^\circ$, где геометрическая оптика неприменима.

Направление $\beta \sim 15^\circ$ следует считать границей полутени. Полуценная зависимость подтверждается экспериментом [1].

Выводы. 1) Электромагнитное поле в области Фока в неоднородной среде описывается выражениями, содержащими интегралы Фока, которые по сравнению со случаем однородной среды отличаются лишь

заменой радиуса кривизны поверхности в плоскости падения на его эффективное значение.

2) Получены асимптотические формулы для электромагнитного поля в полутени в плавно неоднородной среде на конечных немалых расстояниях от рассеивателя. Поляризация поля при смещении вдоль луча описывается законом Рывова.

3) Для однородной среды вычислены явные значения для множителей, входящих в формулу (16), через геометрические характеристики поверхности и фронта волны в плоскости падения.

В заключение хочу поблагодарить В. С. Булдырева за постоянное внимание к работе и конструктивные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булдырев В. С., Смирнов В. Н. и др. // Опт. и спектр. 1985. Т. 59. Вып. 6 С. 1255.
2. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970. — 517 с.
3. Вайнштейн Л. А., Малюжинец Г. Д. // Радиотехника и электроника. 1961. Т. 6. №№ 8, 9.
4. Буслаев В. С. // Вестник ЛГУ. 1962. № 13. С. 53.
5. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. — М.: Наука, 1972. — 456 с.
6. Бабич В. М., Кирпичникова Н. Я. Метод пограничного слоя в задачах дифракции. — Л.: Гос. ун-т, 1974. — 125 с.
7. Чихачев Б. А. // Вестник ЛГУ. 1975. № 10. С. 142.
8. Рывов С. М. // ДАН СССР. 1938. Т. 18. № 2. С. 263.
9. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980. — 304 с.
10. Galapin A. D. // J. Phys. (USSR). 1942. Bd 6. № 1—2. S. 35.
11. Маслов В. П., Федорюк М. В. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики. — М.: Наука, 1976. — 296 с.
12. Жидко Ю. М. // Изв. высш. уч. зав. Радиофизика. 1969. Т. 12. Вып. 8. С. 1205.
13. Кондратьев И. Г. // Изв. высш. уч. зав. Радиофизика. 1977. Т. 20. Вып. 1. С. 118.
14. Буслаев В. С. // Известия АН СССР. 1975. Т. 39. № 1. С. 149.
15. Гутман А. Л., Ярыгин А. П. // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16. Вып. 1. С. 3.
16. Булдырев В. С., Лялинов М. А. // Вестник ЛГУ. 1987. Вып. 2. № 11. С. 10.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
31 января 1989 г.

DIFFRACTION OF HIGH FREQUENCY ELECTROMAGNETIC FIELD BY A SMOOTH CONVEX SURFACE IN INHOMOGENEOUS MEDIA

M. A. Ljalinov

The main order term of high frequency asymptotic of electromagnetic field near light-shadow boundary in inhomogeneous media is obtained. In high order term the orientation of vectors in scattered field is described by Rytov's law within penumbral region. In the case of homogeneous media the asymptotic solution is simplified and coefficients are computed. They depend upon the geometrical characteristics of scattering surface and the wave front. The conditions of formula applications are established.

единичной окружности на комплексной плоскости, определяют глубину и положение провалов в ДН в окрестности углов $\theta = \zeta_l$.

Управление формой ДН решетки через совокупность $\{z_l\}$ ввиду связи с физическими параметрами ДН названо здесь параметрическим, причем, как следует из дальнейшего, метод выходит за рамки линейных эквидистантных АР, обладая достаточной общностью.

Реализация параметрического управления возможна в диаграммообразующих схемах (ДОС) трех типов [2].

1) Последовательная ДОС формирует ДН в мультипликативной форме (3) в каскадных схемах, подобной схеме Дэвиса [3], в которых осуществляется в каждом из последовательно включенных каскадов независимое формирование одного из провалов путем взвешенного попарного суммирования компонентов вектора входных сигналов каскада с понижением размерности вектора на единицу. Причем заметим, что ввиду фундаментальности соотношений (2) весовая обработка в АР произвольной конфигурации может быть организована в виде каскадной структуры с комплексными множителями $z_l = |z_l| \exp(j\zeta_l)$. Однако параметризация управления достаточно просто достигается только при определенной геометрии решетки, например в линейных эквидистантных или плоских АР с двойной периодичностью. Общей идейной основой служит здесь представление амплитудно-фазового распределения (АФР) на всей решетке сверткой АФР отдельных подрешеток. Использование подобного подхода известно из задачи синтеза АР по заданным нулям [4]. В неэквидистантных АР параметризация управления в ДОС последовательного типа может быть достигнута путем формирования индивидуальных весовых множителей внутри каскада на основе управляющих параметров данного и всех предшествующих каскадов с учетом расстановки элементов АР. Последнее утверждение не противоречит выводу о невозможности подобного управления [5], поскольку нами рассматривается более общая постановка задачи.

2) Параллельная ДОС обеспечивает взвешенное суммирование компонентов вектора входных сигналов $x(t) = (x_1(t) \dots x_K(t))^T$ антенной решетки

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \omega_k x_k(t),$$

но совокупность $\{\omega_k\}$ вычисляется из $\{z_l\}$ на основе соотношений (2). В этом варианте несколько снижаются требования к идентичности элементов ДОС.

3) Комбинированная (последовательно-параллельная) реализация сочетает в себе первые два варианта и может явиться наиболее целесообразной при ограниченном числе регулируемых параметров. Здесь возможно совместное решение ряда задач, требующих наложения специальных ограничений на форму ДН, на основе факторизованного представления полинома (3):

$$f(z) = \prod_{m=1}^M (z - z_m) \prod_{l=1}^{L-M} (z - z_l) = \prod_{m=1}^M (z - z_m) \sum_{l=1}^{K-M} \omega_l z^{l-1}, \quad (4)$$

где параметры с индексами m обеспечивают, например, подавление точечных источников мешающего излучения в узкой полосе частот, а параметры с индексами l позволяют контролировать положение главного луча ДН и уровень боковых путем расстановки $L-M$ нулей ДН в соответствии с положением нулей, например, дольф-чебышевской решетки [1] или соответствующего выбора ω_l .

Параметризованное формирование широкополосных зон режекции может достигаться двумя основными путями.

1) Стягиванием необходимого числа узкополосных нулей в задаваемые секторы [6]. При этом, однако, слишком нерационально используются ресурсы АР.

2) Посредством любой из трех названных выше типов ДОС, но с введением задержки сигналов в процессе их взвешивания. Действительно, аргументы корней полинома (3) могут быть представлены в виде

$$\zeta_l = \omega \frac{d}{c} \sin \alpha_l = \omega \tau_l,$$

где τ_l — задержка в двух смежных элементах АР плоского фронта волны, приходящей с направления α_l . Тогда при $|z_l|=1$, $\omega_K=1$ выражения (2) будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= (-1)^L \exp(j\omega\tau_1, \dots, L), \\ \omega_2 &= (-1)^{L-1} [\exp(j\omega\tau_1, \dots, L-1) + \exp(j\omega\tau_2, \dots, L)], \\ &\dots \\ \omega_L &= -[\exp(j\omega\tau_1) + \dots + \exp(j\omega\tau_L)], \end{aligned}$$

где $\tau_{k, \dots, l} = \tau_k + \dots + \tau_l$.

Пример ДОС параллельного типа, реализующей такое взвешивание, приведен на рис. 1.

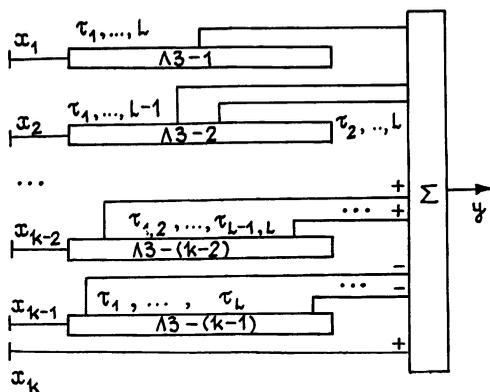


Рис. 1.

Самостоятельный интерес представляет задача формирования в широкой полосе частот управляемого провала с помощью ДОС комбинированного типа, когда (4) преобразуется к виду

$$f(z) = (z^N - z_i^N)^{K-N} \sum_{l=1}^{K-N} z^{l-1}.$$

Это выражение ассоциируется с фазово-разностной ДОС, построенной на двух смещенных на N элементов перекрывающихся подрешетках, или с однокаскадной ДОС, у которой попарно объединяются сигналы элементов АР, разнесенных на N позиций. ДН такой решетки с точностью до несущественного множителя имеет вид [7]

$$f(\theta) = \frac{\sin[(K-N)\theta/2]}{(K-N) \sin(\theta/2)} \sin \frac{(\theta - \zeta_1)N}{2}.$$

Синусный множитель здесь обеспечивает формирование управляемого нуля при $\theta = \zeta_1$, причем можно говорить об оптимальном (с позиции максимизации ДН в направлении основного приема $\theta = 0$) значении параметра сдвига N_0 , при котором синусный множитель наиболее близок к единице. Очевидно, что для этого параметр N_0 должен равняться целому числу, наиболее близкому к π/ζ_1 . Соответствующая амплитуд-

ная ДН в диапазоне частот (ω_1, ω_2) представляется интегралом

$$F(\alpha) = \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} \left[\frac{\sin[(K-N)\omega d \sin \alpha/2c]}{(K-N) \sin(\omega d \sin \alpha/2c)} \sin\left(\omega\left(\frac{d}{c} \sin \alpha - \tau_1\right)\frac{N}{2}\right) \right]^2 d\omega \right]^{1,2}$$

и, как видно из этого выражения, имеет провал в направлении, задаваемом параметром задержки τ_1 , во всем диапазоне частот.

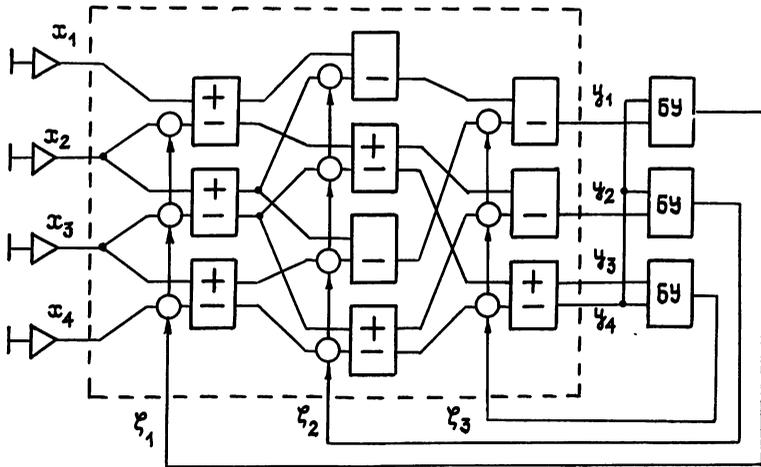


Рис. 2.

Ранее речь шла о формировании одиночных ДН. Система взаимосвязанных ДН с рядом совпадающих нулей может создаваться с целью разрешения и независимого выделения сигналов, приходящих с нескольких направлений. Диаграммообразование при этом возможно также в одном из трех названных типов ДОС, однако последовательная реализация имеет некоторые преимущества вследствие своеобразного вложения одной в другую ДОС, формирующих отдельные диаграммы. Структура ДОС этого типа, обеспечивающая в общем случае невырожденное преобразование вектора входных сигналов, показана на рис. 2 (в пунктирной рамке). Схема полагается активной и содержит набор умножителей на комплексный множитель z_l (в частности, как показано на рисунке, ими являются управляемые фазовращатели на угол ξ_l) и набор суммарно-разностных блоков. Можно показать, что преобразование K -мерного вектора входных сигналов такой ДОС в K -мерный выходной сигнал $y(t) = (y_1(t) \dots y_K(t))^T$ описывается матрицей

$$W = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ s_1^{(1)} & s_1^{(2)} & \dots & s_1^{(K)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_L^{(1)} & s_L^{(2)} & \dots & s_L^{(K)} \end{vmatrix},$$

где $s_l^{(k)}$ — многочлены, являющиеся элементарными симметрическими функциями [8] от переменных $\omega_l^{(k)} = -(-1)^{\delta_{lk}} z_l$, где $l=1, \dots, L$; $k=1, \dots, K$; δ_{lk} — символ Кронекера.

Вычисляя определители различного порядка, получаемые из элементов матрицы W , можно установить, что ее ранг равен числу различающихся между собой значений z_l . То есть преобразование обеспечивает переменную размерность пространства вектора выходных сигналов ДОС и при всех различающихся параметрах управления является невырожденным. Кроме того, при всех $|z_l|=1$ и равномерной расстановке ξ_l в пределах $(-\pi, \pi)$ ДОС создает веер ортогональных ДН типа $\sin(K\theta/2)/K \sin(\theta/2)$. В общем же случае ДОС формирует набор ДН,

на процесс настройки. Следовательно, системы дискриминаторов вида (6) и (7) могут использоваться для построения алгоритмов адаптации, способных осуществлять локально независимую коррекцию нулей путем оценки текущих рассогласований

$$\Delta_m = 2 \arctg [\operatorname{Im}(q_m)] . \quad (8)$$

Простейшие алгоритмы настройки, основанные на рекуррентной оценке рассогласований, в дискретном и непрерывном времени имеют, соответственно, вид [9]

$$\zeta_l(t_{i+1}) = \zeta_l(t_i) + \gamma \hat{\Delta}_l(t_i) , \quad (9)$$

$$d\zeta_l(t)/dt = \gamma \hat{\Delta}_l(t) ,$$

где $l=1, \dots, L$; γ — коэффициент; $\hat{\Delta}$ — оценка величины Δ . Соответствующая адаптивная схема пространственного разрешения сигналов показана на рис. 2, где блоки управления БУ выполняют операции (6) — (9). В отличие от известных градиентных алгоритмов здесь БУ осуществляют оценивание угловых рассогласований, а не степени корреляционных взаимосвязей сигналов.

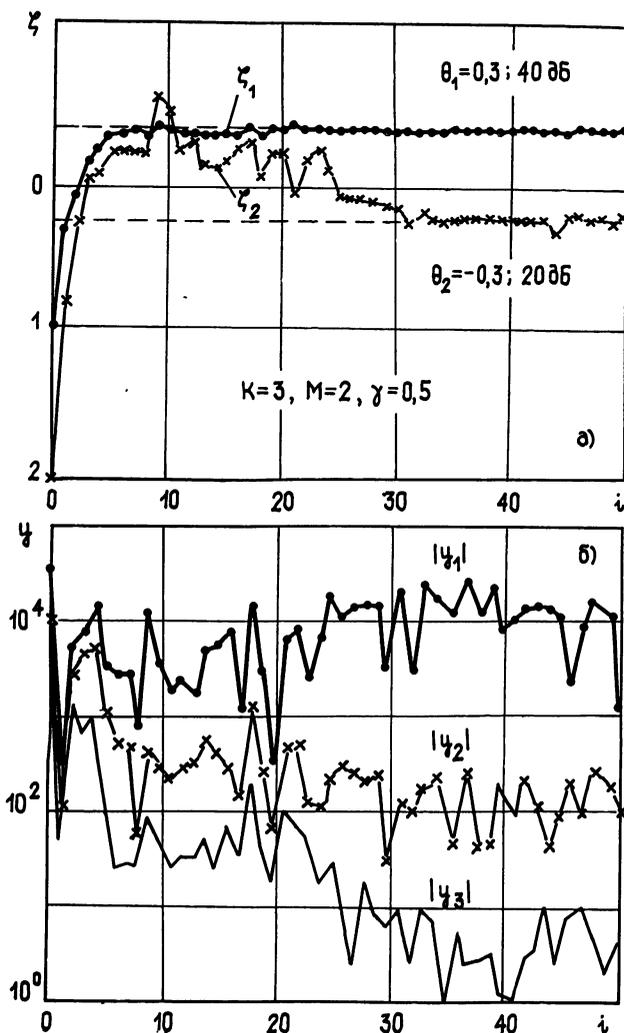


Рис. 3.

Математическое моделирование алгоритмов (9) показывает их работоспособность не только в локальной зоне расстроек. На рис. 3 показан (в обозначениях рис. 2, но для $K=3$) процесс разрешения двух источников шумового излучения при значительных начальных рассогласованиях. В процессе разрешения осуществляется как формирование нулей на оба источника (разностный выход ДОС y_3), так и выделение сигналов каждого источника в отдельности (выходы y_1 и y_2) с оценкой угловых координат ($\zeta_1 \rightarrow \theta_1$, $\zeta_2 \rightarrow \theta_2$). В отличие от известного алгоритма с внутрикаскадными корреляционными обратными связями [10], работоспособность которого удовлетворительна только при существенно различающейся мощности приходящих сигналов, рассматриваемый алгоритм в альтернативной ситуации имеет высокую сходимость.

При достаточно большом K (≥ 16) и ограниченном M (≤ 4) оказывается целесообразным использование ДОС, формирующей суммарно-разностные пары ДН, когда избыточные параметры управления служат для максимизации крутизны дискриминаторов на рабочем участке. Если же M априори неизвестно, схема, приведенная на рис. 2, допускает модификацию с принятием решения о числе источников путем включения обнаружителей сигналов на выходах y_i . В процессе настройки по результатам непрерывно принимаемых решений излишние параметры управления переводятся в разряд ограничений на форму ДН. Как показывает моделирование, такая модификация позволяет, в частности, обеспечить адаптивное разрешение источников прерывистого излучения, если при отсутствии сигнала на некотором выходе y_i будет запоминаться соответствующий параметр управления, восстанавливаемый в моменты последующего появления сигнала.

Таким образом, на основе принципа параметризации допускается совместное решение ряда задач, связанных с пространственной обработкой сигналов в узкой и широкой полосе частот, в том числе адаптивное разрешение и выделение сигналов, приходящих с нескольких направлений, с контролем уровня боковых лепестков системы разрешающих диаграмм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антенные решетки / Под ред Л. С. Бенненсона. — М. Сов радио, 1966 — 368 с
2. Долганов Ю. М., Журавлев А. К., Устинов Б. В., Хоменко А. А. // Тезисы докл. 8-го Всесоюзного симпозиума по проблемам избыточности в информационных системах. — Л.: Ленинградский институт авиационного приборостроения, 1983. Ч. 5. С. 46.
3. Davies D. E. N. // IEEE Trans 1967 V AP-15 № 2. P. 296.
4. Laxrati S. R. // IEEE Trans. 1982. V. AP-30. № 6. P. 1176
5. Минкович Б. М. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1982. Т. 25, № 2. С. 48
6. Данилевский Л. Н., Коробко О. В., Таурогинский Б. И. // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. № 3. С. 43.
7. Красинский П. Я. // В сб.: Акустика и ультразвуковая техника. — Киев: 1982. № 17. С. 105.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике — М.: Наука, 1970. С. 38.
9. Долганов Ю. М., Хоменко А. А. В кн: Обработка пространственно-временных сигналов — Воронеж: Гос. ун-т. 1983. С. 20.
10. Ogawa, Ohmia, Itoh // IEEE Trans. 1983. V. AES-19 № 1 P. 89

Акустический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
9 января 1989 г.,
после доработки
28 ноября 1989 г

POSSIBILITIES OF PARAMETRIC CONTROL OF ANTENNA ARRAY PATTERNS

Yu. M. Dolganov, P. Ya. Krasinskij

Consideration presented deals with the methods of the program and adaptive control of parameters of the receiving antenna array pattern set. Positions of pattern nulls are of special concern. Different requirements for the form of patterns for the point source signals of narrow and wide band are taken into consideration from the unified point of view.

УДК 621.396.674.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИКИ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

И. В. Савинов, Г. В. Серебряков

Получены аналитические оценки разрешающей способности адаптивных антенных решеток с ограничениями в случае двух коррелированных сигналов. Показано, что характеристики разрешения существенно зависят от модуля и фазы коэффициента корреляции. Рассмотрен метод пространственного сглаживания и показано, что для сильнокоррелированных сигналов его применение приводит к повышению разрешающей способности.

1. Основной задачей обработки сигналов в антенных решетках (АР) является определение направлений на источники излучения плоских волн. Классический подход к ее решению связан с использованием линейной синфазной антенны, разрешающая способность которой может быть повышена лишь путем увеличения апертуры. В [1, 2] отмечалось, что нелинейная обработка, основанная на методах максимального правдоподобия (МП)* и линейного предсказания (ЛП), позволяет повысить разрешающую способность по сравнению с обычным сканированием лучом, причем улучшение тем больше, чем больше входное отношение сигнал/шум (ОСШ). Отметим, однако, что результаты [1, 2] получены в основном для некоррелированных источников. При наличии корреляции разрешающая способность этих методов падает, хотя в ряде работ (например, [4-6]) была показана возможность разрешения даже сильнокоррелированных сигналов, локализованных в пределах главного лепестка стационарной диаграммы направленности (ДН). Целью настоящей статьи является получение аналитических оценок потенциальной возможности нелинейных методов обработки при наличии корреляции между источниками. Заметим, что такая корреляция встречается практически всегда в задачах оценивания пространственного спектра в каналах с многолучевым распространением, в задачах пассивной локации из-за переотражений от местных предметов и т. п. Основное внимание в работе уделяется методу МП, суть которого сводится к определению оценки пространственного спектра в виде $P(\theta) = (S^T R_{xx}^{-1} S^*)^{-1}$, где R_{xx} — ковариационная матрица принимаемого сигнала, S — вектор, управляющий положением главного лепестка АР. Для линейной, эквидистантной N -элементной АР в случае плоских волн

$$S^T = \{1, e^{ju}, \dots, e^{j(N-1)u}\}, \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta,$$

d — межэлементное расстояние, λ — длина волны, θ — угол поворота луча относительно нормали к антенне. Величина $P(\theta)$ совпадает с полной выходной мощностью адаптивной АР (ААР) с ограничениями [7], поэтому метод МП обычно связывают с использованием ААР с ограничениями. Проведенный анализ основывается на предположении, что ковариационная матрица принимаемого сигнала R_{xx} определена точно, что позволяет получить оценки предельной разрешающей способности.

* Это название, данное Кейпеном [3], не является вполне точным

2. Рассмотрим N -элементную эквидистантную ААР. Поле в плоскости антенны представляет собой суперпозицию p плоских волн, распространяющихся под различными углами θ_p к нормали, и собственного шума приемных элементов. Ограничимся, для определенности, случаем двух сигналов. Тогда вектор принимаемого сигнала запишется в виде

$$X(t) = a_1(t)S_1 + a_2(t)S_2 + \eta(t), \quad (1)$$

где $\eta(t)$ — вектор собственного шума, $a_{1,2}(t)$ — комплексные амплитуды сигналов, $S_{1,2}$ — вектор-фазор с компонентами $S_{1,2}^T = \{1, \exp(ju_{1,2}), \dots, \exp[j(N-1)u_{1,2}]\}$, $u_{1,2} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{1,2}$. Используя (1), запишем ковариационную матрицу принимаемого сигнала ($R_{xx} = \langle X^*(t)X^T(t) \rangle$)

$$R_{xx} = \sigma_\eta^2 I + \sigma_1^2 S_1^* S_1^T + \sigma_2^2 S_2^* S_2^T + \{\langle a_1^*(t)a_2(t) \rangle S_1^* S_2^T + \langle a_2^*(t)a_1(t) \rangle S_2^* S_1^T\},$$

где σ_η^2 — интенсивность собственного шума, σ_1^2 , σ_2^2 — мощности сигналов. Коэффициент корреляции между $a_1(t)$ и $a_2(t)$ определим следующим образом:

$$r \equiv |r| \exp(j\varphi_0) = \frac{\langle a_1^*(t)a_2(t) \rangle}{\sigma_1 \cdot \sigma_2},$$

где $|r|$, φ_0 — модуль и фаза коэффициента корреляции. Фаза φ_0 эквивалентна постоянному фазовому сдвигу между $a_1(t)$ и $a_2(t)$ в геометрическом центре антенны. Если различие между сигналами лишь в постоянном фазовом сдвиге и постоянном амплитудном коэффициенте, то $|r|=1$ (сигналы когерентны). Выберем начало координат в геометрическом центре антенны. Тогда, используя результаты работы [8], определим обратную ковариационную матрицу R_{xx}^{-1} :

$$\begin{aligned} R_{xx}^{-1} = & \frac{1}{\sigma_\eta^2} \left\{ I - \frac{1}{\alpha} [v_1(1 + Nv_2(1 - |r|^2)) S_1^* S_1^T - \right. \\ & - \sqrt{v_1 v_2} (N\sqrt{v_1 v_2}(1 - |r|^2)|f(\Delta u)| - |r| \exp(j\varphi_0)) S_1^* S_2^T - \\ & - \sqrt{v_1 v_2} (N\sqrt{v_1 v_2}(1 - |r|^2)|f(\Delta u)| - |r| \exp(-j\varphi_0)) S_2^* S_1^T + v_2(1 + Nv_1 \times \\ & \left. \times (1 - |r|^2)) S_2^* S_2^T \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $v_1 = \sigma_1^2/\sigma_\eta^2$, $v_2 = \sigma_2^2/\sigma_\eta^2$ — относительные мощности сигналов, $|f(\Delta u)| = \sin N \frac{\Delta u}{2} / N \sin \frac{\Delta u}{2}$, $\Delta u = u_2 - u_1$, а параметр α определяется выражением $\alpha = 1 + N(v_1 + v_2) + N^2 v_1 v_2 (1 - |r|^2) (1 - |f(\Delta u)|^2) + 2N|r|\sqrt{v_1 v_2}|f(\Delta u)| \cos \varphi_0$. Источники считаются разрешенными, если выходная мощность в направлении на любой из них больше, чем выходная мощность в направлении между ними (в каждом из направлений излучения сформирован отдельный максимум адаптивной оценки $P(\theta)$). Для близко расположенных источников одинаковой интенсивности ($v_1 = v_2 = v_0$) порог разрешения определяется условием

$$J = \frac{P(\theta_1)}{P[(\theta_1 + \theta_2)/2]} = \frac{S_0^T R_{xx}^{-1} S_0^*}{S_1^T R_{xx}^{-1} S_1^*} > 1, \quad (3)$$

где S_0 — управляющий вектор в направлении между сигналами. Тогда, воспользовавшись (2), из (3) получим

$$J = [1 + 2Nv_0 + N^2 v_0^2 (1 - |r|^2) (1 - |f(\Delta u)|^2) + 2Nv_0|r| \cos \varphi_0 \times$$

$$\begin{aligned} & \times (|f(\Delta u)| - |f(\Delta u/2)|^2) + 2N^2 v_0^2 (1 - |r|^2) |f(\Delta u)| |f(\Delta u/2)|^2 - \\ & - 2N v_0 (1 + N v_0 (1 - |r|^2)) |f(\Delta u/2)|^2 [1 + N v_0 (1 - |f(\Delta u)|^2)]^{-1} > 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет проанализировать зависимость разрешающей способности ААР от входного ОСШ Nv_0 и коэффициента корреляции r . На практике интересно знать минимальное ОСШ Nv_{\min} , необходимое для разрешения источников, угловое расстояние между которыми фиксировано и равно Δu . Предположим, что источники локализованы в главном лепестке стационарной ДН и угловое расстояние между ними мало ($\Delta u \ll u_0$, где u_0 — ширина главного лепестка). Тогда, разложив в степенной ряд по Δu функции $|f(\Delta u)|$, $|f(\Delta u/2)|$, оставим первые четыре члена разложения. В результате из (4) получим для Nv_{\min}

$$Nv_{\min} \approx \left(\frac{8,71}{N\Delta u} \right)^4 \frac{1 + |r| \cos \varphi_0}{1 - |r|^2}. \quad (5)$$

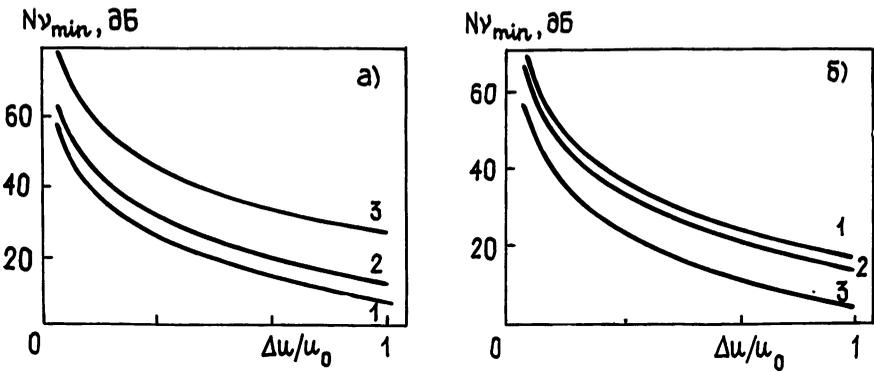


Рис. 1.

Отметим, что при $|r|=0$ (источники некоррелированы) выражение (5) совпадает с известным соотношением из [7]. На рис. 1а представлены зависимости входного ОСШ Nv_{\min} от углового расстояния между источниками Δu (выраженному в ширине главного лепестка), вычисленные по формуле (5) для 10-элементной ААР и $\varphi_0=0$ при различных значениях модуля коэффициента корреляции (кривая 1 соответствует $|r|=0$; 2 — $|r|=0,7$; 3 — $|r|=0,99$). Из кривых видно, что увеличение $|r|$ приводит к существенному увеличению Nv_{\min} , однако даже для сильнокоррелированных источников (кривая 3) разрешение возможно, если входное ОСШ достаточно велико. Например, для $|r|=0,99$ минимальное ОСШ на 20 дБ больше, чем для некоррелированных источников ($|r|=0$). На рис. 1б приведены зависимости Nv_{\min} от Δu для различных фаз коэффициента корреляции φ_0 при $|r|=0,9$ (кривая 1 соответствует $\varphi_0=0$; 2 — $\varphi_0=\pi/2$; 3 — $\varphi_0=\pi$). Зависимость Nv_{\min} от φ_0 означает, что разрешающая способность определяется местоположением ААР. В частности, ААР, помещенная в максимум интерференционной картинки ($\varphi_0=0$, кривая 1), имеет разрешающую способность (определяемую в соответствии с порогом (3)) ниже, чем ААР, расположенная в минимуме интерференционной картинки ($\varphi_0=\pi$, кривая 3). Максимальный выигрыш, который можно получить, меняя расположение ААР, определяется величиной $(1 + |r|)/(1 - |r|)$. Для когерентных сигналов ($|r|=1$) разрешение, независимо от входного ОСШ, становится невозможным, за исключением случая $\varphi_0=\pi$. Эффект разрешения когерентных источников для $\varphi_0=\pi$ при использовании ААР был впервые, по-видимому, обнаружен в [9]. Однако необходимо заметить, что оценки углового положения источников в этом случае являются существенно смещенными (см. рис. 4).

Рассмотрим далее ситуацию, когда угловое расстояние между ис-

точниками Δu порядка ширины главного лепестка стационарной ДН. Тогда $|f(\Delta u/2)| \ll 1$, $|f(\Delta u)| \ll 1$. В этом случае условие (3) выполнено для любого $Nv_{\min} > 0$. Исходя из практических соображений увеличим значение порога и потребуем, чтобы выполнялось неравенство $J > 2$. Тогда из (4) несложно получить для Nv_{\min}

$$Nv_{\min} \approx \sqrt{1/(1-|r|^2)}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что разрешение когерентных сигналов даже при большом угловом расстоянии между ними невозможно независимо от расположения АР. Для сравнения отметим, что для разрешения сигналов, расположенных на расстоянии порядка ширины главного лепестка обычной линейной синфазной АР, требуется, чтобы входное ОСШ было равно $Nv_{\min} = 1$ независимо от степени корреляции. Таким образом, в этом случае для разрешения источников целесообразнее использовать синфазную АР.

В заключение этого раздела необходимо сказать о том, что в работе [10], используя результаты численного моделирования для метода ЛП, были построены зависимости минимального входного ОСШ от углового расстояния между источниками, качественно аналогичные приведенным на рис. 1а, б. Заметим, что метод ЛП требует для разрешения источников, локализованных в пределах главного лепестка, входное ОСШ на 10—13 дБ меньше, чем метод МП.

3. Как отмечалось ранее (см. (5), (6)), разрешение даже сильно-коррелированных источников возможно, если входное ОСШ достаточно велико. В случае же полностью коррелированных (когерентных) сигналов требуется применение специальных декоррелирующих методов, таких, например, как равномерное или случайное движение апертуры АР [10—13]. Если движение АР технически нереализуемо, то целесообразно использовать метод пространственного сглаживания [14, 15], основанный на искусственном движении выбранной M -элементной субапертуры вдоль линии N -элементной апертуры АР. При этом дополнительные случайные фазовые сдвиги (вызванные таким движением) для сигналов, приходящих с разных направлений, отличных от нормального, будут разными в каждый момент времени. Предположим, что переключения подапертуры (M вибраторов из N) происходят случайным образом, причем вероятность принять любое из $k = N - M + 1$ положений одинакова и равна $1/k$. В работах [15, 16] было показано, что такое движение приводит к тому, что модуль коэффициента корреляции уменьшится с величины $|r|$ до

$$|r_{\text{сл}}| = |r| \left(\sin k \frac{\Delta u}{2} \right) \left(k \sin \frac{\Delta u}{2} \right)^{-1}, \quad (7)$$

где $|r|$ — модуль коэффициента корреляции для неподвижной ААР. Поскольку величина $\sin k \frac{\Delta u}{2} / \left(\sin \frac{\Delta u}{2} \right) k \leq 1$ для любых k и Δu , то $|r_{\text{сл}}| \leq |r|$. Отсюда несложно видеть, что даже когерентные сигналы ($|r| = 1$) могут быть разрешены. В предположении, что Δu мало, из (5) можно получить

$$Mv_{\min} \approx \left(\frac{8,71}{M\Delta u} \right)^4 \frac{1 + |r| \cos \varphi_0 (\sin k(\Delta u/2)/k \sin(\Delta u/2))}{1 - |r|^2 (\sin^2 k(\Delta u/2)/k^2 \sin^2(\Delta u/2))}. \quad (8)$$

На рис. 2а приведены зависимости входного ОСШ Mv_{\min} от углового расстояния Δu для 10-элементной ААР, $|r| = 1$, $\varphi_0 = 0$ и различных размерах субапертуры (кривая 1 соответствует $M = 2$; 2 — $M = 4$; 3 — $M = 8$). Из кривых видно, что разрешающая способность АР с переключающейся подапертурой существенно зависит от размеров подапертуры (подробнее этот эффект обсуждается несколько ниже). На рис. 2б представле-

ны аналогичные зависимости для $|r|=0,99$. Для сравнения на рисунке приведена зависимость Mv_{\min} от Δu для $M=N$ (т. е. случай неподвижной апертуры, кривая 4). Из рисунка видно, что даже для сильнокоррелированных (но не когерентных) сигналов при малых Δu целесообразнее использовать АР с наибольшей апертурой. Начиная с некоторого $\Delta u_{\text{кр}}$ эффективность ААР с оптимальной подапертурой становится выше, чем у неподвижной АР. Для Δu порядка ширины главного лепестка использование переключений приводит к уменьшению Mv_{\min} (см. (6)) практически для любых M . Следует, однако, помнить, что применение переключающейся M -элементной субапертуры автоматически приводит к некоторому уширению главного лепестка стационарной ДН.

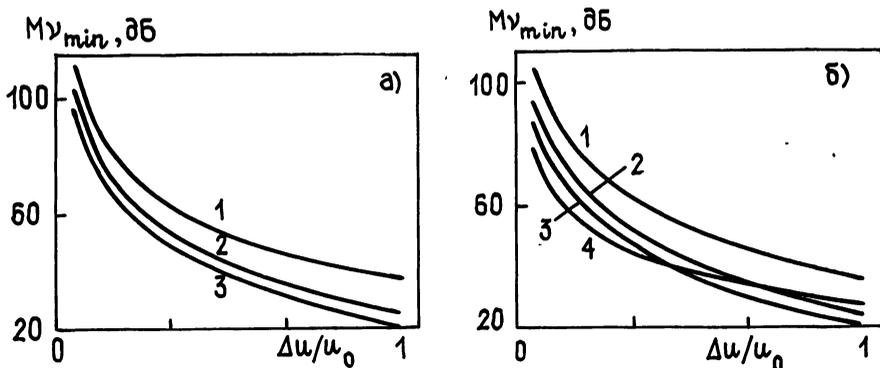


Рис. 2.

Остановимся несколько подробнее на анализе выражения (8). Нетрудно видеть, что уменьшения минимального входного ОСШ (т. е. практически повышения разрешающей способности АР) можно добиться двумя взаимоисключающими способами: либо увеличением M , либо уменьшением $|r_{\text{сд}}|$ (если Δu мало, то уменьшения коэффициента корреляции можно добиться лишь уменьшением размеров субапертуры). Очевидно, что должно существовать некоторое M_{opt} , при котором эти два фактора сочетаются наилучшим образом. Физически это можно пояснить так: при M , меньшем M_{opt} , вследствие большого размаха колебаний происходит более полная декорреляция сигналов, однако из-за малости эффективного размера апертуры ОСШ на входе достаточно велико, при M , большем M_{opt} , наблюдается обратный эффект (апертура велика, а декорреляция недостаточна).

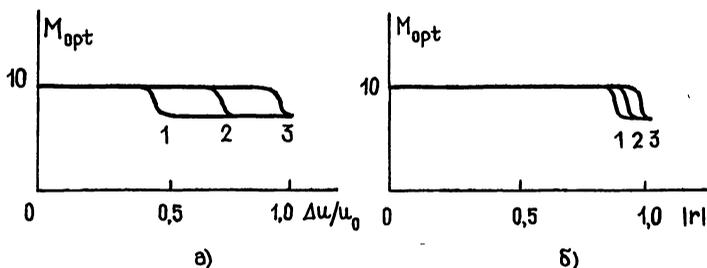


Рис. 3.

Получить аналитическое выражение для M_{opt} затруднительно, поэтому выражение (8) исследовалось численно. На рис. 3а представлены зависимости оптимального размера подапертуры M_{opt} от углового расстояния между источниками Δu для различных модулей коэффициента корреляции $|r|$ (кривая 1 соответствует $|r|=0,99$; 2 — $|r|=0,95$; 3 — $|r|=0,9$), на рис. 3б — зависимости M_{opt} от $|r|$ для различных Δu (кривая 1 соответствует $\Delta u=0,4$; 2 — $\Delta u=0,1$; 3 — $\Delta u=0,02$). Все графики построены для $N=10$ и $\varphi_0=0$. Из приведенных кривых

Видно, что при малых Δu целесообразнее использовать неподвижную ААР ($M_{\text{opt}}=N$) для всех $|r|$, отличных от единицы. В то же время для каждого $|r|$ существует $\Delta u_{\text{кр}}$ (см. рис. 3а), при котором происходит быстрое изменение M_{opt} от N до некоторого конечного (заметим, что большему $|r|$ соответствует меньшее $\Delta u_{\text{кр}}$). Это объясняется тем, что при малых угловых расстояниях между источниками переключения приводят к настолько незначительному уменьшению модуля коэффициента корреляции (см. (7)), что это уменьшение практически не сказывается на изменении входного ОСШ, а уменьшение эффективной апертуры ведет к существенному увеличению M_{vmin} . Достаточно заметное влияние уменьшение $|r_{\text{сл}}|$ оказывает лишь при довольно существенных Δu . Поведению кривых на рис. 3б можно дать аналогичное объяснение.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Как показал численный анализ выражения (8), значения M_{opt} практически одинаковы для любых $|r|$, φ_0 и $\Delta u < u_0$. Поэтому для простоты рассмотрим случай $|r|=1$, $\varphi_0=0$. Тогда (8) преобразуется к виду

$$M_{\text{vmin}} \approx \left(\frac{8,71}{M \Delta u} \right)^4 \frac{1}{1 - |r_{\text{сл}}|}. \quad (9)$$

Воспользовавшись (7), разложим выражение для $|r_{\text{сл}}|$ в ряд по Δu и ограничимся первыми двумя членами разложения. Взяв производную по M , нетрудно определить M_{opt} :

$$M_{\text{opt}} \approx (N + 1) \frac{5}{7} \approx N \frac{5}{7}. \quad (10)$$

Для $N=10$ оптимальный размер субапертуры будет равен $M_{\text{opt}}=7-8$, что соответствует кривым, приведенным на рис. 3а, б.

4. Для иллюстрации полученных выражений рассмотрим результаты численного моделирования 10-элементной ААР с линейными ограничениями на весовые коэффициенты ($d=\lambda/2$), принимающей два монохроматических сигнала одинаковой частоты ($|r|=1$) и равной интенсивности (входное ОСШ полагаюсь равным 40 дБ). Угловое расстояние между источниками составляло 5° при ширине главного лепестка стационарной ДН около 12° . На рис. 4 приведены зависимости выходной мощности ААР, $P(\theta)$ от угла сканирования для разных значений фаз коэффициента корреляции (кривая 1 соответствует $\varphi_0=0$; 2— $\varphi_0=\pi$). Отметим, что несмотря на то, что в соответствии с (3) для $\varphi_0=\pi$ источники разрешаются, оценки углового положения смещены (для метода ЛП существенная смещенность оценок при $\varphi_0=\pi$ была экспериментально показана в [10]).

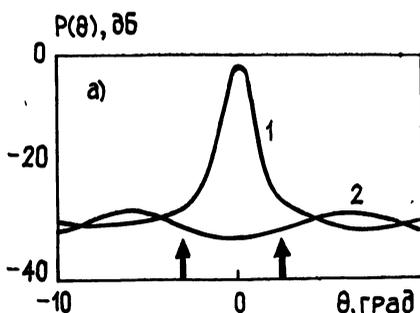


Рис. 4.

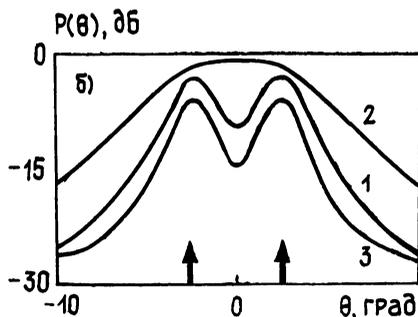


Рис. 5.

На рис. 5 представлены зависимости выходной мощности от угла поворота при использовании метода пространственного сглаживания

для $\varphi_0 = 0$ (кривая 1 соответствует $M=6$; 2— $M=4$; 3— $M=8$). Из приведенных кривых видно, что эффективность разрешения существенно зависит от размеров субапертуры и будет наивысшей для случая $M=8$, что соответствует выражению (10).

Авторы благодарны А. А. Мальцеву и А. М. Силаеву за ценные замечания, способствующие улучшению работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гейбриел У. // ТИИЭР. 1980. Т. 68. № 6. С. 19.
2. Джонсон Д. // ТИИЭР. 1982. Т. 70. № 9. С. 126.
3. Кейпон Дж. // ТИИЭР. 1969. Т. 57. № 8. С. 69.
4. Кудинов А. В., Тетельбаум И. С. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1987. Т. 30. № 3. С. 24.
5. Гершман А. Б., Ермолаев В. Т. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 10. С. 1236.
6. De Graaf S., Johnson D. // IEEE Trans. 1985. V. ASSP-33. № 6. P. 1368
7. Пистолькорс А. А. // Радиотехника. 1980. Т. 35. № 12. С. 8.
8. Литвинов О. С. // Сб. Антенны. 1981. Вып. 29. С. 67.
9. White W // IEEE Trans. 1979. V. AES-15. № 11. P. 895.
10. Kesler S. et al. // IEEE Trans. 1985. V. AP-33. № 11. P. 1221.
11. Haber F., Zoltowski M. // IEEE Trans. 1986. V. AP-34. № 3. P. 301.
12. Мальцев А. А., Савинов И. В., Серебряков Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 193.
13. Zrou C., Haber F. // Proc. Ant. Prop. Int. Symp. Dig. 1987. P. 870.
14. Shan T. J., Wax M., Kailath T. // IEEE Trans 1985. V. ASSP-33 № 4. P. 806.
15. Reddy V. U. et al. // IEEE Trans. 1987. V. ASSP-35. № 7. P. 927.
16. Мальцев А. А., Серебряков Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 4. С. 453.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
1 февраля 1989 г.

A DETERMINATION OF A BEARING OF THE CORRELATED SIGNALS SOURCES USING THE ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS

I. V. Savinov, G. V. Serebryakov

The analytic estimates of two correlated signals resolution of the adaptive arrays with constraints are obtained. The characteristics of the resolution are shown to depend essentially on the amplitude and phase of the correlation coefficient. Spatial smoothing method is considered to improve the resolution.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Космическая плазма: Энергичные частицы в магнитосфере Земли: Сб. статей 1984—1987 гг.: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (II кв.)—19 л.

Сборник статей ведущих ученых из Великобритании, США, ФРГ, Швейцарии, посвященный новейшим инструментальным методам исследования заряженных частиц в магнитосфере Земли, использованным на КА «Вояджер», «Викинг» и «Джотто». Основу сборника составил обзор Б. Уилкена, в котором изложены методы идентификации ядерных частиц, успешно использованные в экспериментах АМРТЕ и др. Включены также статьи о трассировке частицами магнитосферы, кольцевых токах и радиационных поясах и др. Аналогичные методы будут использованы при дальнейших исследованиях с помощью космических аппаратов.

Для научных работников и инженеров в области исследования околоземной и космической плазмы.

Система Сатурна: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (II кв.) — 50 л.

Сборник обзорных статей специалистов из США, посвященный планете-гиганту Сатурн и системе его спутников. Книга написана на основе данных, полученных во время полета космических аппаратов «Вояджер». Приводятся сведения о химическом составе, структуре и динамике атмосферы Сатурна, которые сравниваются с теоретическими представлениями о явлениях в верхней атмосфере и ионосфере, а также данные о распространении плазменных волн и быстрых частиц во внутренней магнитосфере. Рассмотрена структура колец Сатурна, приведены данные о его спутниках и наличии органических соединений в системе.

Для астрономов, геофизиков, геологов, метеорологов, а также студентов и аспирантов соответствующих специальностей и лиц, интересующихся строением Солнечной системы.

УДК 621.372.823

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВОЛН В ИЗОГНУТОМ ВОЛНОВОДЕ
С ПЕРЕМЕННОЙ КРИВИЗНОЙ**

Д. В. Виноградов, Г. Г. Денисов

Теоретически и экспериментально исследована возможность эффективного и широкополосного преобразования симметричных электрической E_{01} - и магнитной H_{01} -волн круглого волновода в волны с поляризацией, близкой к линейной, H_{11} , HE_{11} .

При разработке волноводных СВЧ трактов, предназначенных для передачи большой мощности (в установках УТС, линейных ускорителях), актуальна задача создания преобразователей высших типов волн в простейшие, такие, как H_{10}^{\square} , H_{11}° , HE_{11}° , удобные для использования [1, 2]. В диапазоне миллиметровых волн эта задача не проста даже для низших симметричных волн круглого волновода E_{01} и H_{01} . В настоящей работе исследуется возможность осуществления эффективного и широкополосного преобразования этих волн в отрезках волноводов с нерегулярностью в виде плавных изгибов.

1. Уравнения связанных волн. Для анализа взаимодействия волн в плавно-нерегулярном волноводе будем использовать систему уравнений связанных волн [3, 4]:

$$\frac{dA_j(z)}{dz} = ih_j A_j(z) + i \sum_{i \neq j} \kappa_{ji}(z) A_i(z), \quad (1)$$

где A — амплитуда волн, h — их постоянные распространения, z — продольная координата, κ_{ji} — коэффициенты связи.

В случае изогнутого волновода коэффициент связи обратно пропорционален радиусу изгиба волновода $R(z)$:

$$\kappa_{ji} = F_{ji}/R(z), \quad F_{ji} = F_{ij}, \quad (2)$$

причем в круглом волноводе отличны от нуля коэффициенты связи только тех волн, азимутальные индексы которых отличаются на единицу:

$$n_i = n_j \pm 1. \quad (3)$$

Кроме того должно выполняться поляризационное условие: если взаимодействующие волны принадлежат одному типу (электрические или магнитные), то их мембранные функции должны быть пропорциональны одной тригонометрической функции ($\cos n\varphi$ или $\sin n\varphi$); если волны принадлежат к разному типу, то их мембранные функции должны быть пропорциональны различным тригонометрическим функциям. При этом для

двух магнитных волн [3]

$$F_{ji} = \pm \frac{h_i \mu_j^2 (\mu_i^2 - n_j n_i) \pm h_j \mu_i^2 (\mu_j^2 - n_j n_i)}{k(\mu_j^2 - \mu_i^2)^2 \sqrt{\mu_j^2 - n_j^2} \sqrt{\mu_i^2 - n_i^2}} \sqrt{1 + \delta_{0n_j} + \delta_{0n_i}} \frac{h_i \pm h_j}{2\sqrt{h_i h_j}} ka, \quad (4a)$$

Для двух электрических волн

$$F_{jl} = \pm \frac{h_l v_j^2 \pm h_j v_l^2}{k(v_j^2 - v_l^2)} \sqrt{1 + \delta_{0nj} + \delta_{0nl}} \frac{h_l \pm h_j}{2\sqrt{h_l h_j}} ka, \quad (4б)$$

для электрической и магнитной волны

$$F_{jl} = - \frac{n_l}{\sqrt{\mu_l^2 - n_l^2(\mu_l^2 - \nu_l^2)}} \sqrt{1 + \delta_{0nj}} \frac{h_l \pm h_j}{2\sqrt{h_l h_j}} ka, \quad (4в)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, a — радиус волновода, μ/a , ν/a — поперечные волновые числа соответственно магнитной и электрической волн. В формулах (4) верхние знаки соответствуют попутным волнам, нижние — встречным.

При анализе преобразования волн в плавных ($R \gg a$) изгибах не будем учитывать встречных волн. Это оправдано тем, что согласно условию (3) коэффициент связи волны с отраженной волной равен нулю. Кроме того в сверхразмерном волноводе, когда $h_l, h_j \simeq k$, коэффициенты связи попутных и встречных волн пропорциональны разной степени ka : $F_{jl} \sim ka$, $F_{j-l} \sim ka^{-1}$.

Отметим также, что коэффициенты связи низших волн с высшими быстро убывают с ростом номера последних.

2. Взаимодействие двух волн. Условия полного преобразования. Рассмотрим взаимодействие двух волн на участке с постоянным коэффициентом связи χ_0 (с постоянным радиусом кривизны). При этом система (1) состоит из двух уравнений:

$$\frac{dA_1}{dz} - ih_1 A_1 = i\chi_0 A_2, \quad \frac{dA_2}{dz} - ih_2 A_2 = i\chi_0 A_1. \quad (5)$$

Если в сечении $z=0$ заданы амплитуды волн $A_1(0) = a_1$, $A_2(0) = a_2$, то решением системы (5) будет

$$A_1(z) = \left[a_1 \left(\cos \frac{\pi z}{d} + \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) + a_2 \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right] \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right), \quad (6)$$

$$A_2(z) = \left[a_1 \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} + a_2 \left(\cos \frac{\pi z}{d} - \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right) \right] \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right),$$

где $d = 2\pi / ((h_1 - h_2) \sqrt{1 + \rho^2})$ — период биений нормальных волн, а $\rho = \frac{2\chi_0}{h_1 - h_2}$ — связанность волн.

В частном случае, когда на входе нерегулярного участка только одна волна,

$$A_1(0) = 1, \quad A_2(0) = 0, \quad (7)$$

получаем хорошо известное [4] решение

$$A_1(z) = \left[\cos \frac{\pi z}{d} + \frac{i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \right] \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right), \quad (8)$$

$$A_2(z) = \frac{i\rho}{\sqrt{1+\rho^2}} \sin \frac{\pi z}{d} \exp \left(i \frac{h_1 + h_2}{2} z \right).$$

Как следует из (8), максимально возможный коэффициент преобразования определяется именно связанностью волн и равен (рис. 1)

$$\eta = \rho^2 / (1 + \rho^2). \quad (9)$$

Очевидно, что для эффективного преобразования $(1-\eta) \ll 1$ требуется сильная связанность волн:

$$\rho \gg 1. \quad (10)$$

Такой случай имеет место, в частности, в преобразователях волн $H_{0n} \rightarrow E_{1n}$ [5, 7].

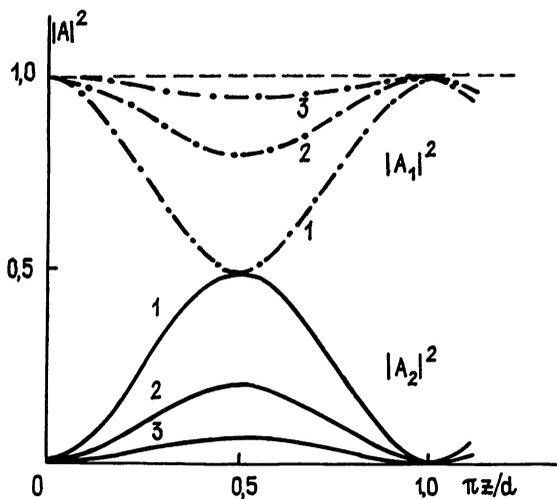


Рис. 1. Взаимодействие двух связанных волн с постоянным коэффициентом связи при разной связанности: 1) $\rho=1$; 2) $\rho=0,5$; 3) $\rho=0,25$.

Описанная ситуация (9) достаточно редкая. По существу она относится к вырожденным волнам. Оказывается, что и в более общем случае умеренной связанности,

$$\rho \geq 1, \quad (11)$$

в системе, состоящей из двух участков с коэффициентами связи κ_0 и $-\kappa_0$, соответственно, возможно полное преобразование волн.

Пусть на вход преобразователя, описываемого коэффициентом связи

$$\kappa(z) = \begin{cases} \kappa_0 & \text{при } 0 \leq z < z^* \\ -\kappa_0 & \text{при } z \geq z^* \end{cases}, \quad (12)$$

поступает одна волна.

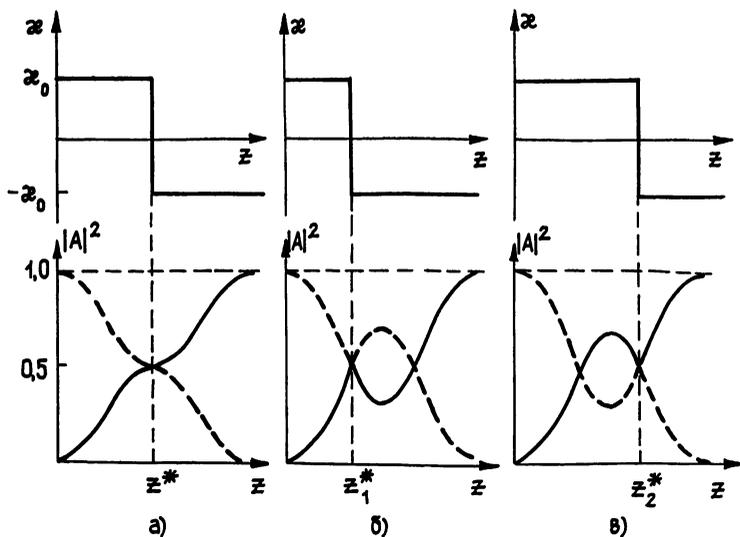


Рис. 2. Полное преобразование волн в системе со знакопеременным коэффициентом связи: а) $\rho=1$; б, в) $\rho>1$.

Анализ выражений (6) показывает наличие решений, обеспечивающих при начальных условиях (7) полное преобразование волн (рис. 2). Эти решения существуют при связанности $\rho \geq 1$ и выполнении условия

$$z^* = \frac{\arccos(-1/\rho^2)}{(h_1 - h_2)\sqrt{1 + \rho^2}}. \quad (13)$$

При выполнении условия (13) амплитуды волн в точке z^* равны, а их фазы связаны соотношением

$$\theta_1 - \theta_2 = \arccos(1/\rho). \quad (14)$$

Если в волноводе условие (13) выполнено на частоте ω_0 , то при отстройке частоты коэффициент преобразования уменьшается. Ширина полосы преобразования по уровню $|A_2|^2 = 0,9$ равна

$$\left. \frac{\Delta\omega}{\omega} \right|_{0,9} \approx 0,3 \frac{h_1 h_2}{k^2}. \quad (15)$$

В сверхразмерном волноводе существует большое число распространяющихся и взаимодействующих волн. При этом для сохранения высокого коэффициента преобразования в случаях (10) и (11) необходимо, чтобы связанность выбранных волн 1, 2 с остальными была малой*:

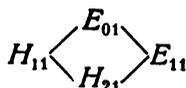
$$\rho_{k,s} \ll 1, \quad k=1, 2. \quad (16)$$

3. Преобразователи волн на основе изогнутого волновода со знакопеременной кривизной. Как было показано в разд. 2, при знакопеременной зависимости коэффициента связи от координаты (12) и выполнении условия (13) возможно широкополосное и эффективное преобразование волн с различными постоянными распространения.

Требуемые условия (11), (16), как видно из выражений для коэффициентов связи (4), могут быть обеспечены для взаимодействия волн $H_{1n} - E_{0n}$. Для намеренно расстроенных волн $H_{0n} - E_{1n}$ также возможно удовлетворение этих условий.

3.1. Преобразователь $H_{11} \rightarrow E_{01}$. Для обеспечения связи волн H_{11} и E_{01} изгиб круглого волновода должен быть в плоскости вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} волны H_{11} . В случае малой сверхразмерности волновода ($ka < 3,05$) справедливо рассмотрение только двух рабочих волн и для расчета преобразователя можно воспользоваться формулами (2), (4), (13). В более сверхразмерном волноводе ($ka > 3,05$) появятся паразитные волны. Однако заметим, что при любой сверхразмерности связанность ρ_{π} паразитных волн существенно меньше связанности ρ_p рабочих волн H_{11} и E_{01} . Например, если выбрать $\rho_p = 1$, то $\rho_{\pi} < 1/3$. Это не должно существенно уменьшить коэффициент преобразования.

Для определения влияния паразитных волн на преобразование рабочих численно методом Рунге—Кутты решалась система связанных волн (1). Основной энергообмен в преобразователе можно характеризовать схемой



дены на рис. 3. В трехволновом случае ($H_{11}, E_{01}, H_{21}; 3,05 < ka < 3,83$) коэффициент преобразования $\eta > 0,98$; При росте ka коэффициент преобразования в среднем уменьшается, приближаясь к значению $\eta = 0,91$.

* В общем случае для обеспечения селективного преобразования двух выбранных волн можно использовать волновод с периодическим и малым коэффициентом связи [8, 7] $\kappa(z) = \kappa_0 F(z)$, $F(z+d) = F(z)$, выполнив брэгговское условие $h_1 - h_2 \approx 2\pi/d$. Эффективное преобразование обеспечивается на большом числе N периодов, что сужает частотную полосу преобразования: $\left. \frac{\Delta\omega}{\omega} \right|_{0,9} \approx 0,4 \frac{h_1 h_2}{k^2} \frac{1}{N}$.

Отметим, что использование более сложной знакопеременной зависимости коэффициента связи от координаты, например

$$\kappa(z) = \kappa_0 \sin \alpha z, \quad (17)$$

может повысить коэффициент преобразования и в сверхразмерном волноводе (рис. 4).

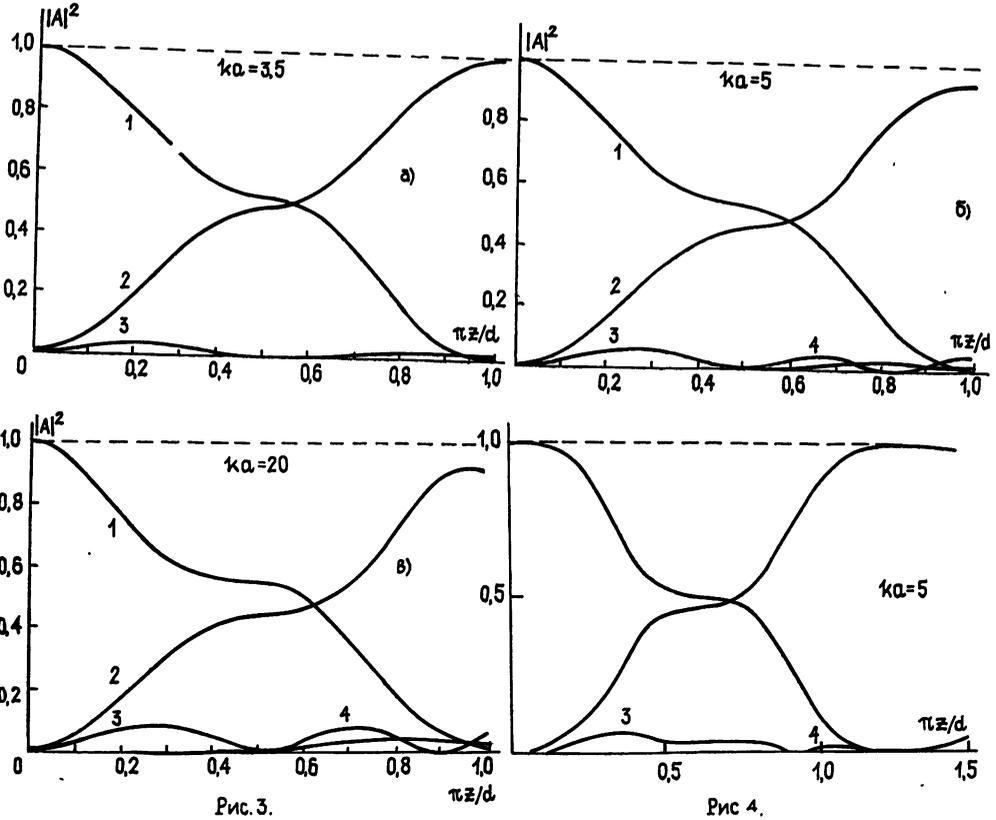


Рис. 3.

Рис. 4.

Рис. 3. Взаимодействие волн (1 — H_{11} , 2 — E_{01} , 3 — H_{21} , 4 — E_{11}) в преобразователе $H_{11} \rightarrow E_{01}$ различного сечения. Радиус изгиба волновода постоянен по величине и меняет знак в точке $\pi z^*/d = 0,5$.

Рис. 4. Взаимодействие волн (1 — H_{11} , 2 — E_{01} , 3 — H_{21} , 4 — E_{11}) в преобразователе $H_{11} \rightarrow E_{01}$ при зависимости коэффициента связи $\kappa = \kappa_0 \sin \alpha z$ ($\rho_0 = 1,2$; $\alpha = 1,95 \pi/d$).

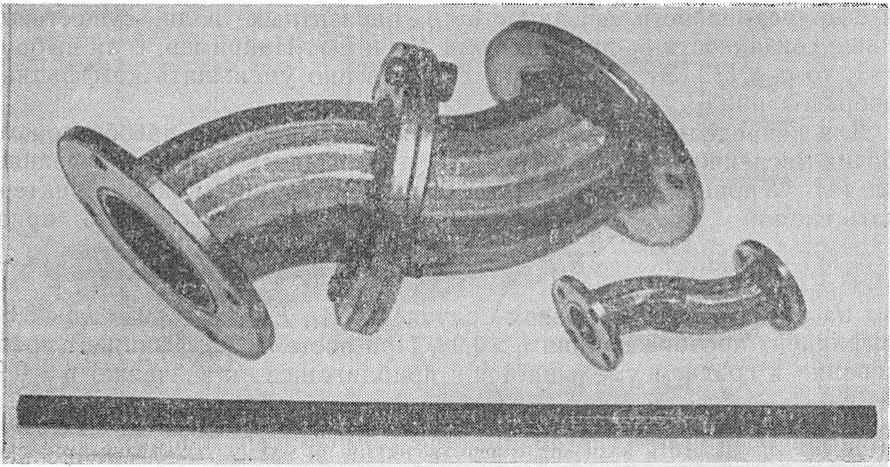


Рис. 5. Преобразователь волн $H_{11} \rightarrow E_{01}$.

Экспериментальное исследование преобразователей было проведено в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн (рис. 5).

Исследовались преобразователи различных сечений: $ka=2,7; 3,5; 4,5; 8,5$. Измерение коэффициентов преобразования проводилось с помощью панорамных измерителей КСВ по измерению матрицы рассеяния при селективном отражении волны E_{01} с помощью конеческих втулок [8] или брегговских рефлекторов [9], по измерению поля на апертуре вол-

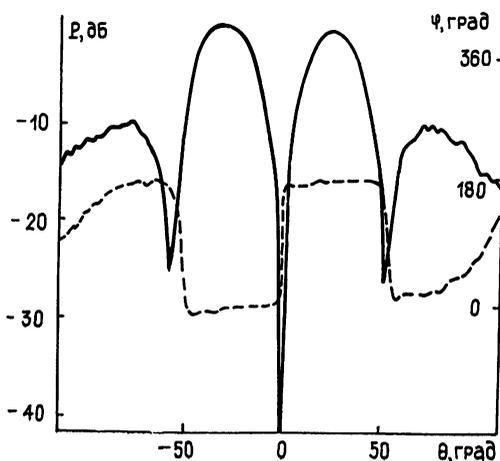


Рис. 6.

Рис. 6. Диаграмма направленности излучения волны E_{01} из преобразователя (——— — мощность, - - - - - фаза).

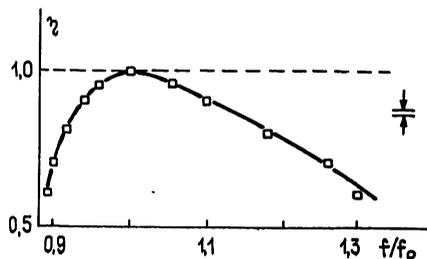


Рис. 7.

Рис. 7. Частотная зависимость коэффициента преобразования.

новода, а также по измерению диаграмм направленности излучения волн из открытого конца сверхразмерного волновода (рис. 6, 7). На рис. 7 приведена частотная зависимость одного из преобразователей. Измеренный коэффициент преобразования на рабочей частоте $\eta=0,99\pm 0,007$. Ширина полосы на уровне $\eta=0,9$ составляет 16%.

3.2. Преобразователь волн $H_{01} \rightarrow E_{11}$. Преобразователь вырожденных волн $H_{01} \rightarrow E_{11}$, состоящий из изогнутого на угол Жуге волновода [5, 7], изменяет направление его оси. В ряде случаев это создает дополнительные трудности при использовании такого преобразователя в трактах СВЧ. Если снять вырождение волн, то можно осуществить их преобразование в волноводе со знакопеременной кривизной, соответственно, без смены направления оси волновода.

Преобразователь исследован в миллиметровом диапазоне длин волн. Расстройка волновых чисел волн H_{01} и E_{11} обеспечена небольшой деформацией сечения (слабая эллиптичность). Эта расстройка и радиус изгиба волновода были выбраны таким образом, что удовлетворялись условия (11), (16) взаимодействия только этих двух волн. Диаметр волновода был выбран равным $1,7\lambda$. Измеренный коэффициент преобразования составил $\eta=0,95\pm 0,02$. Излучение на выходе преобразователя состояло лишь из двух волн — E_{11} и H_{01} , примесь остальных волн не превышала 1%. По-видимому, неполное преобразование рабочих волн обусловлено погрешностями изготовления отрезков изогнутых волноводов.

Волна E_{11} была преобразована в близкую к гауссову волновому пучку волну HE_{11} с помощью адиабатического гофрированного преобразователя [7, 10]. Общий коэффициент преобразования $H_{01} \rightarrow HE_{11}$ составил также $\eta=0,95\pm 0,02$.

Таким образом, теоретически показана возможность эффективного и широкополосного преобразования волн в сверхразмерных волноводах со знакопеременной зависимостью коэффициента связи. Использование этого принципа позволило осуществить эффективное и широкополосное преобразование волн E_{01} в H_{11} и H_{01} в E_{11} с последующим преобразованием в HE_{11} . Результаты этих экспериментов находятся в хорошем соответствии с теоретическими расчетами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thumm M. et al. // Int. J. of Infr. and MM Waves. 1985. V. 6. P. 459.
2. Moeller C // Int. J. Electronics. 1982. V. 53. № 6. P. 587.
3. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: АН СССР, 1961.
4. Ваганов Р. Б., Матвеев Р. Ф., Мериакри В. В. Многоволновые волноводы со случайными нерегулярностями. — М.: Сов. радио, 1972.
5. Jouguet M // Cobl. et Trans 1947. V. 1. № 2. P. 133.
6. Ковалев Н. Ф., Орлова И. М., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 6. С. 783.
7. Thumm M. et al // Microwave J 1986. V. 29 № 11. P. 103
8. Власов С. Н., Орлова И. М., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 12. С. 1913.
9. Денисов Г. Г., Резников М. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 5. С. 562.
10. Керженцева Н. П. // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16 № 1. С. 29.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
14 марта 1989 г.

MODE CONVERSION IN CURVED WAVEGUIDE WITH VARIABLE CURVATURE

D. V. Vinogradov, G. G. Denisov

The possibility of efficient and wide-band conversion of circular symmetric transverse magnetic TM_{01} and electric TE_{01} modes to almost linearly polarized TE_{11} and HE_{11} modes is theoretically and experimentally investigated.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Наугольных К. А., Островский Л. А. Нелинейные волновые процессы в акустике. — М.: Наука, 1990 (II кв.). — 20 л.

Книга посвящена анализу закономерностей, определяющих физические процессы, лежащие в основе нелинейных явлений в звуковых полях. Изучены процессы в звуковых полях. Изучены процессы в звуковых пучках высокой интенсивности, где нелинейные эффекты развиваются на фоне дифракционных явлений. Рассмотрено взаимодействие звуковых волн друг с другом. Обсуждаются практические приложения эффектов нелинейной акустики в задачах генерации и приема звука и нелинейной акустодиагностике сред.

Для специалистов в области нелинейной акустики.

Рагульский В. В. Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света. — М.: Наука, 1990 (I кв.). — 12 л.

В монографии изложены физические основы нелинейного рассеяния интенсивных световых лучей, приводящего к изменению их распространения на прямо противоположное. Обсуждаются основные свойства и практические приложения этого нового эффекта, в том числе компенсация аберраций в оптических системах и получение лазерных пучков с предельно высокой направленностью. Подробно рассмотрены методы экспериментальных исследований эффекта и соответствующая аппаратура.

Для специалистов в области физической оптики и квантовой электроники.

Капица П. Л. Электроника больших мощностей и физика плазмы. — М.: Наука, 1990 (I кв.). — 35 л.

В книге представлены научные работы выдающегося советского физика П. Л. Капицы по теории генераторов СВЧ колебаний непрерывного действия, по созданию на ее основе мощных генераторов нового типа — платинотрона и ниготрона. В книгу также вошли работы П. Л. Капицы по использованию этих генераторов для создания плотной плазмы как одного из альтернативных путей решения задачи управляемого термоядерного синтеза.

Для специалистов в области физики плазмы, ядерной физики,

УДК 621.3.032.266

К ТЕОРИИ ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В. А. Сыровой

Проанализированы основные положения и результаты теории однокомпонентных течений. Показано, что она представляет собой весьма ограниченный по возможностям способ построения некоторых частных решений двумерных уравнений пучка, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

В оптике плотных пучков система координат, связанная с траекториями частиц, введена в [1] и несколько позднее в [2] в связи с теорией однокомпонентных течений, анализу которой посвящена настоящая статья. Система, связанная с трубками тока, использовалась в [3]. В основе подхода [1-3] лежит исключительно привлекательная мысль о возможности описания пространственного потока обыкновенным дифференциальным уравнением. Именно поэтому мало кто из специалистов прошел мимо модели однокомпонентных потоков, а в редакции журналов основанные на развитии этой идеи статьи поступают и поныне. Изложение теории содержится в монографиях [4-6], а ее перспективы в [7] оценивались весьма оптимистично. Заметим, что отмеченные в [3, 5] трудности обращения формул, выражающих цилиндрические координаты R, z через криволинейные x^1, x^2 для осесимметричных потоков

$$R = x^2 \Phi(z), \quad R^2 + 2 \int_{x^1}^z \frac{\Phi(t)}{\Phi'(t)} dt = 0,$$

легко можно было бы преодолеть численными методами, особенно если использовать более простую по сравнению с [3] систему криволинейных координат, приведенную в [7]:

$$R = x^2 \Phi(z), \quad R^2 + 2 \int \frac{\Phi(z)}{\Phi'(z)} dz = x^1.$$

Аналогичный подход известен и при решении электростатических задач, когда система координат связывается с конфигурацией поля.

Вместе с тем за три десятилетия, прошедших с выхода работ [1, 2], конструктивных результатов в виде новых решений уравнений пучка получено крайне мало. Совсем по-другому обстоит дело в приближенной параксиальной теории [9], которая стала эффективным инструментом расчета широкого класса приборов и которая также использует связанную с геометрией потока систему координат.

Столь разительный контраст между ожиданиями и результатами нуждается в объяснении. Дать его оказалось возможным лишь после создания геометризованной теории электронных пучков [10, 11].

Ниже используются стандартные тензорные обозначения.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ ПУЧКОВ

Рассмотрим потенциальные электростатические нерелятивистские потоки в системе x^i ($i=1, 2, 3$), связанной с траекториями, направленными вдоль оси x^1 криволинейной системы (x^1 -течения). Вектор скоро-

сти при этом имеет лишь одну отличную от нуля физическую компоненту u , что и послужило основанием для термина «однокомпонентное течение».

Три положения теории состоят в следующем.

(I) Любой пространственный пучок можно представить как однокомпонентный за счет введения специальных координат, причем действие W будет функцией только одной из них:

$$W = W(x^1), \quad \boldsymbol{v} = \nabla W = \{u, 0, 0\}. \quad (1)$$

(II) Рассмотрение можно вести в ортогональной системе.

(III) Действие, будучи функцией x^1 , для произвольного пространственного потока удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению.

Это уравнение получается после подстановки в определяющее действие соотношение*

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ g^{ip} \frac{\partial W}{\partial x^p} \frac{\partial}{\partial x^j} \left[\sqrt{g} g^{jn} \frac{\partial}{\partial x^n} \left(g^{ik} \frac{\partial W}{\partial x^i} \frac{\partial W}{\partial x^k} \right) \right] \right\} = 0 \quad (2)$$

искомой функции в виде (1)

$$\omega^{1/2} \left[f(x^i) \omega'' + \frac{\partial f(x^i)}{\partial x^i} \omega' \right] + f(x^i) h(x^i) \omega^{3/2} = F(x^2, x^3), \quad (3)$$

$$\omega^{1/2} \equiv W' = \frac{dW}{dx^1}.$$

Здесь $F(x^2, x^3)$ — произвольная функция интегрирования по x^1 , g^{ik} — метрический тензор системы x^i , связанный с коэффициентами Ляме h_k соотношениями

$$g_{aa} = 1/g^{aa} = (h_a)^2, \quad \sqrt{g} = h_1 h_2 h_3. \quad (4)$$

Функции $f(x^i)$, $h(x^i)$ следующим образом выражаются через метрику g_{ik} :

$$f(x^i) = \frac{h_2 h_3}{h_1^5}, \quad h(x^i) = \frac{h_1^4}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{g} g^{ik} \frac{\partial g^{11}}{\partial x^k} \right). \quad (5)$$

Соотношение (3) интерпретировалось [12] как уравнение относительно $\omega(x^1)$ с коэффициентами, зависящими от всех трех координат. Уравнение, аналогичное (3) для течений во внешнем магнитном поле в системе, связанной с трубками тока, получено в [3]. Специализация (3) для соленоидальных течений $\nabla \boldsymbol{v} = 0$ приведена в [13], релятивистские потоки рассмотрены в [14].

Дальнейшие усилия были направлены на выявление условий, при которых (3) становится обыкновенным дифференциальным уравнением. В [12] эти условия сводились к требованиям, сформулированным как общая теорема для плотных электронных пучков:

$$\dot{f}(x^i) = \Phi(x^1) F(x^2, x^3), \quad h(x^i) = \Psi(x^1). \quad (6)$$

В [15, 16], однако, приведены примеры решений, не удовлетворяющих выражениям (6). В [15] — это плоское течение по гиперболическим

* Последующие уравнения записаны в безразмерных переменных [10, 11], позволяющих устранить из выкладок физические константы, свойственные используемой системе единиц. Уравнение (2) представляет собой результат исключения переменных из обычной системы уравнений потенциального потока: $2\varphi = v^2$, $\boldsymbol{v} = \nabla W$, $\Delta\varphi = \rho$, $\nabla(\rho\boldsymbol{v}) = 0$. Здесь \boldsymbol{v} — вектор скорости, φ — скалярный потенциал электрического поля, ρ — плотность пространственного заряда.

траекториям с однородной плотностью пространственного заряда, для которого

$$x^1 = \frac{1}{2} (x^2 - y^2), \quad x^2 = xy, \quad W = x^1, \quad (7)$$

$$f(x^i) = 4[(x^1)^2 + (x^2)^2], \quad h(x^i) = [(x^1)^2 + (x^2)^2]^{-1}.$$

В [16] показано, что для плоского периодического течения условия (6) также не выполняются:

$$x^1 + ix^2 = 2i \ln \operatorname{sc}(x + iy), \quad W = x^1, \quad (8)$$

$$f(x^i) = 16(1 - e^{x^2} \cos x^1 + e^{2x^2}).$$

Формулы (7), (8) описывают потоки, не допускающие введения эмиттирующей поверхности. Этим недостатком не обладает решение [16], которое может описывать эмиссию в р-режиме с плоскости $x=0$:

$$x^1 = e^{\alpha y} V(x), \quad x^2 = y - \alpha \int \frac{V(x)}{V'(x)} dx, \quad W = x^1, \quad \alpha = \text{const}. \quad (9)$$

Здесь $V(x)$ — функция, удовлетворяющая обыкновенному дифференциальному уравнению, получаемому после подстановки W из (9) в (2) в случае декартовых координат x, y . Метрика системы (9) также не подчиняется требованиям (6).

Приведенные примеры стимулировали выработку более общих с формальной точки зрения условий превращения (3) в обыкновенное уравнение. Наиболее компактная форма этих условий приведена в [17]. Их следует интерпретировать как уравнение в частных производных, связывающее коэффициенты Ляме и содержащее две произвольные функции $F(x^2, x^3)$ и $w(x^1)$, однако такой взгляд в теории однокомпонентных течений не был принят. В [18] рассмотрен ряд частных случаев формул из [17].

В работах [19, 20] условия (6) были усложнены следующим образом:

$$f(x^i) = \Phi(x^1)F(x^2, x^3) + G(x^i), \quad (10)$$

$$f(x^i)h(x^i) = \Psi(x^1)F(x^2, x^3) + H(x^i).$$

Функции G, H при этом должны удовлетворять дополнительной связи

$$\frac{\partial}{\partial x^1} (Gw') + Hw = 0. \quad (11)$$

Наиболее громоздкие и трудно обозримые условия получены в [21, 22] путем замены (3) эквивалентной системой уравнений первого порядка с последующим приравниванием перекрестных производных.

2. ОБСУЖДЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ

Результаты, полученные в геометризованной теории интенсивных пучков [10, 11], позволяют отметить ошибочность положения (II) теории однокомпонентных течений. В [10, 11] путем анализа уравнений пучка и условий эвклидовости пространства, которым должна удовлетворять метрика используемой системы координат, показано, что как пространственные электростатические течения в системе, связанной с траекториями, так и потоки в магнитном поле в системе, связанной с трубками тока, могут быть описаны лишь в неортогональных координатах. В первом случае неортогональность обусловлена отличным от нуля значением g_{23} (линии $x^2 = \text{const}$, $x^3 = \text{const}$ на поверхностях, $x^1 = \text{const}$ не пе-

ресекаются под прямыми углами). Во втором случае $g_{12} \neq 0$, $g_{23} \neq 0$, т. е. дополнительно к описанной неортогональности ось x^1 составляет отличный от прямого угол с осью x^2 .

Траектории или трубки тока пространственных течений не могут быть отнесены к чисто геометрическим понятиям. На них выполняются условия силового баланса, что включает их в класс более сложных объектов, чем криволинейные оси или координатные поверхности ортогональной системы*.

Для двумерных (плоских и осесимметричных) потоков использование ортогональных координат возможно при дополнительном ограничении на ориентацию магнитного поля на эмиттере

$$H_{x^3} = H_{x^1} H_{x^2} = 0. \quad (12)$$

Здесь H_{x^i} — физические компоненты напряженности. Условия (12) означают, что при обязательном отсутствии азимутального поля H_{x^3} магнитное поле на эмиттере должно быть направлено либо по нормали, либо по касательной к нему.

Таким образом, результаты теории x^1 -течений могут относиться только к двумерным нерелятивистским электростатическим потокам, в то время как в релятивистском случае при учете собственного магнитного поля даже эта возможность исключается, если эмиттер находится в области рассмотрения, из-за ненулевого азимутального магнитного поля.

Продолжая исследование двумерных нерелятивистских электростатических потоков, заметим, что они описываются системой уравнений в частных производных [10]:

$$\begin{aligned} 2\varphi = u^2, \quad \frac{\partial}{\partial x^2}(h_1 u) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x^1}(h_2 h_3 \rho u) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x^1}\right) + \frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x^2}\right) = h_1 h_2 h_3 \rho, \\ \frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial x^1}\right) + \frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x^2}\right) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

В осесимметричном случае $h_3 = R$, для плоских течений $h_3 = 1$. Уравнения в (13) представляют собой интеграл энергии, условие потенциальности потока, уравнение сохранения тока, уравнение Пуассона и единственное в двумерном случае нетривиальное условие эвклидовости, связывающее коэффициенты Ляме h_1, h_2 .

Из сказанного следует, что утверждение (III) теории однокомпонентных течений, несмотря на кажущуюся бесспорность, не является справедливым. Займемся разрешением этого противоречия.

Выше уже упоминалось, что в общем случае даже без преобразований, проведенных в [9], соотношение (3) следует рассматривать как уравнение для коэффициентов Ляме h_1, h_2 , дающее совместно с последним уравнением (13) полную систему для этих величин, если $\omega(x^1), F(x^2)$ — заданные функции.

Справедливость этого утверждения вытекает из первичности уравнений движения, сохранения тока и Пуассона по отношению к уравнению для действия (2), из которого получено (3). Рассматривая второе уравнение (13), замечаем, что функция, имеющая смысл производной действия W' , возникает как произвольная функция интегрирования и

* В [2] уравнения однокомпонентного пучка записаны в неортогональной системе и, в частности, предложено использовать в качестве x^1, x^2 действие W и потенциал φ . Необходимость применения неортогональных координат, однако, не была установлена, и все последующие публикации имели дело с ортогональными системами. Переменные W, φ непригодны для течений, стартующих с эквипотенциального эмиттера, так как его поверхность одновременно является поверхностью постоянного действия и постоянного потенциала.

потому не обязана удовлетворять никакому дифференциальному уравнению, но может быть выражена через условия при $x^2=0$:

$$\frac{\partial h_1 u}{\partial x^2} = 0, \quad h_1 u = W'(x'), \quad u = \frac{W'(x')}{h_1}. \quad (14)$$

Так же обстоит дело с функцией F в правой части (3), которая получается при интегрировании уравнения сохранения тока и связана с плотностью тока эмиссии $J(x^2)$:

$$\frac{\partial}{\partial x^1} (h_2 h_3 \rho u) = 0, \quad h_2 h_3 \rho u = h_{20} h_{30} J(x^2) \equiv F(x^2), \quad (15)$$

$$h_{20} \equiv h_2(0, x^2), \quad h_{30} \equiv h_3(0, x^2).$$

Здесь предполагалось, что $x^1 = 0$ суть уравнение эмиттера.

При интегрировании системы (13) от оси $x^2=0$ функция \sqrt{w} в (3) тождественна скорости на оси u^0 , которая произвольна с точностью до выполнения прикатодной асимптотики [11]:

$$u^0(x^1) = \left(\frac{9J}{2}\right)^{1/3} (x^1)^{2/3} \left(1 + \frac{4}{15} T x^1\right) + U(x^1). \quad (16)$$

Здесь $U(x^1)$ — произвольная функция, стремящаяся к нулю как $(x^1)^2$, T — полная кривизна эмиттера при $x^1=x^2=0$. Особенность, отвечающая эмиссии в ρ -режиме, обеспечивается видом функции $u^0(x^1)$ при регулярных коэффициентах Ляме. Существует альтернатива, связанная с полной геометризацией системы (13), при которой $W=x^1$, $w=1$, а h_1 обладает специальной степенной особенностью на эмиттере:

$$h_1 \sim (x^1)^{-2/5}. \quad (17)$$

При этом физическая задача о расчете течения сводится к определению коэффициентов Ляме:

$$\frac{\partial}{\partial x^1} \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[\frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1^4} \frac{\partial h_1}{\partial x^1} \right) + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{h_3}{h_1^2 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x^2} \right) \right] \right\} = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial x^1} \right) + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x^2} \right) = 0,$$

а параметры потока выражаются через метрику

$$u = \frac{1}{h_1}, \quad 2\varphi = \frac{1}{h_1^2}, \quad \rho = -\frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x^1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1^4} \frac{\partial h_1}{\partial x^1} \right) + \frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{h_3}{h_1^2 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x^2} \right) \right]. \quad (19)$$

Первое соотношение (18) после интегрирования по x^1 принимает вид «необходимого условия существования однокомпонентного течения» [12], которое в рамках теории x^1 -поток не имело конструктивного характера: его можно было проверить лишь для известного решения.

Сказанное выше, будучи справедливым для произвольного потенциального пучка, не исключает в некоторых частных случаях решения обратной задачи, когда систему координат, удовлетворяющую условиям (6) или (10), (11), удается подобрать вначале, а соответствующее w найти интегрированием обыкновенного дифференциального уравнения. Условия (10), (11), однако, приводят к заведомо переопределенной системе, так как угадать систему с асимптотикой (17) невозможно. Поэтому надеяться на удовлетворение условий термоэмиссии здесь во всяком случае не приходится.

Теория однокомпонентных течений, таким образом, представляет собой попытку построения некоторых точных решений, уравнений пучка,

класс которых существенно более узок [23, 24], чем класс решений с разделенными переменными $W = W_1(x^1)W_2(x^2)W_3(x^3)$. От задачи построения произвольных трехмерных потенциальных потоков мы пришли к поиску некоторых частных двумерных течений.

3. КРАТКАЯ СВОДКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Конструктивные результаты. Наиболее значительные конструктивные результаты теории однокомпонентных потоков были получены в первых работах [1-3, 17], посвященных этой теме. В [2] для течения в ψ -направлении в полярных координатах R, ψ сформулировано уравнение

$$w'' + 4w = 2J_0/\sqrt{w}, \quad F(R)R^5 = 2J_0 = \text{const}, \quad (20)$$

$$x^1 = \psi, \quad x^2 = R, \quad h_1 = R, \quad h_2 = 1, \quad f(x^i) = R^{-5}, \quad h(x^i) = 4.$$

Его решение, отвечающее эмиссии в ρ -режиме с полуплоскости $\psi = 0$ и окружностями в качестве траекторий, выражается через элементарные функции

$$w = (2J_0)^{2/3} \sin^{4/3} \frac{3\psi}{2}, \quad u = \frac{(2J_0)^{1/3}}{R} \sin^{2/3} \frac{3\psi}{2}, \quad (21)$$

$$2\varphi = \frac{(2J_0)^{2/3}}{R^2} \sin^{4/3} \frac{3\psi}{2}, \quad \rho = \left(\frac{J_0^2}{2}\right)^{1/3} \frac{1}{R^4} \sin^{-2/3} \frac{3\psi}{2}, \quad J = \frac{J_0}{R^5}.$$

Это единственное известное аналитическое решение с криволинейными траекториями и термоэмиттером, которое многократно использовалось как эталон при разработке приближенных и численных методов [8, 25].

В [17] совместное рассмотрение условий (6) и второго уравнения (18) для плоских и осесимметричных систем выявило четыре ортогональные системы, допускающие x^1 -течения в направлении любой из осей: декартовы координаты x, y , полярные координаты R, ψ , спиральные координаты p, q , сферические координаты r, θ, ψ . Подход [17] представлял несомненный методический интерес, однако введение спиральных координат в электронную оптику является заслугой комплексного формализма при рассмотрении плоских потенциальных потоков [26], а не теории x^1 -течений. Вскоре в спиральных и сферических координатах методом разделения переменных были построены семейства решений [27], которые в качестве частных случаев включают однокомпонентные ρ - и θ -потоки.

Уравнение для w из (20) допускает решение

$$w = (J_0/2)^{2/3} = \text{const}. \quad (22)$$

Зависимость от R у параметров потока такая же, как в (21). Формула (22), определяющая движение частиц в радиальном электрическом поле по круговым орбитам при отсутствии эмиттера, указана в [19].

Отрицательные результаты. В работе [19] исследованы одиннадцать криволинейных ортогональных систем, известных в математической физике. Спиральные координаты не входят в их число, поэтому в качестве систем, допускающих x_1 -течения, были указаны декартовы, цилиндрические и сферические координаты.

В [23] условия (6) рассматривались совместно с шестью тождествами Ляме, выражающими факт эвклидовости пространства, в случае трехмерных ортогональных координат в предположении о разделении переменных в коэффициентах Ляме. Новых по сравнению с [17] систем не было обнаружено.

В работе [24] при изучении уравнений (18) для плоских систем

с конформной метрикой $h_1 = h_2 = \sqrt{g}$ показано, что в классе координат, для которых

$$g = [a(x^1)b(x^2) + c(x^1)d(x^2)]^{-1},$$

x^1 -течения возможны лишь в системах (7), (8).

Неконструктивные результаты и результаты заблуждений. Все условия превращения (3) в обыкновенное уравнение более сложные, чем (6), не являются конструктивными. При их помощи не было получено ни одного точного решения. Более того, авторам приходится приложить немало усилий [13, 21, 22], чтобы показать, что известные решения (решение (7) и его осесимметричный аналог и решения (8)) удовлетворяют сформулированным ими условиям. Результаты [22] в силу ошибочности положений (II) не имеют смысла, так как относятся к пространственным течениям. Соотношения (14) для релятивистского пучка справедливы лишь в двумерном случае при отсутствии эмиттирующей поверхности.

В работе [19] решение (22) записано в ряде систем с аксиальной симметрией. Ясно, что смысл решения от этого не меняется, поэтому утверждение о возможности азимутального течения в произвольной осесимметричной системе [13] не несет в себе никакой новой информации.

В [21] утверждается, что в случае двух переменных x^1, x^2 решение уравнений пучка может быть выписано в общем случае в конечном виде или в квадратурах. Если в $f(x^i)$ из (3) разделялись переменные

$$f(x^i) = X(x^1)Y(x^2),$$

то конечное выражение для потенциала определялось формулой

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{h_1^2} [A(x^1)]^{-2,3}, \quad \varphi_0 = \text{const}.$$

Функция $A(x^1)$ следовала из соотношения

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{fh}{Y} \right) = A(x^1)B(x^2).$$

Для четырех упоминавшихся выше ортогональных систем имеет место как раз этот случай. Однако воспользоваться формулой для φ не удается, так как

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(\frac{fh}{Y} \right) = 0$$

и $A(x^1)$ остается неопределенной. Утверждения [21], таким образом, лишаются смысла.

Ни в одной из поздних работ по однокомпонентным течениям не предлагалось угадать решение исходных уравнений, однако эти обзорные и физически понятные соотношения перерабатывались в громоздкую систему нелинейных уравнений в частных производных для коэффициентов Ляме (условия превращения (2) в обыкновенное уравнение) или в еще более сложные соотношения* для поля касательных векторов семейства траекторий [28]. Решение этих уравнений оставалось уже только угадывать. Неудивительно, что успех здесь не сопутствовал ни одному из авторов.

В работе [29] даже не ставился вопрос о подборе системы координат, в которой уравнение (3) превращается в обыкновенное. Для данной системы оно рассматривалось как таковое и численно интегрировалось, причем координаты x^2, x^3 в его коэффициентах считались параметрами.

В [30, 31] предпринята попытка распространить теорию x^1 -течений на нестационарные пучки. Результаты проанализированы в [32], где по-

* Результаты [28] не предполагают ортогональности координат; не понимая ошибочности этого требования, автор рассматривает его как некоторое ограничение класса допускаемых к конкурсу систем.

казано, что ни одного нового решения в [30, 31] получить не удалось.

Подводя итог, можно сказать, что теория однокомпонентных потоков представляет собой весьма ограниченный по возможностям способ построения некоторых частных решений уравнений пучка, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Возможности эти были исчерпаны уже в первых работах [1-3, 17], посвященных этой теме.

С методической точки зрения интересно отметить, что задача построения наиболее общего класса точных решений, трактуемых как x^1 -течения, которая оказалась не под силу теории однокомпонентных потоков, в плоском случае успешно решена при исследовании инвариантных решений геометризованных уравнений пучка [33, 34]. При этом, однако, связь декартовых координат x , y и криволинейных x^1 , x^2 описывается уравнениями в частных производных, сводимыми к квадратурам, а поток в плоскости x^1 , x^2 удовлетворяет системе обыкновенных уравнений. Соответствующие решения описывают течение с плоскости $x=0$ при $J=J_0 e^{3\alpha y}$, полуплоскости $\Psi=0$ при $J=J_0 R^{3\alpha-2}$, окружности $R=1$ при $J=J_0 e^{3\alpha\psi}$, спирали $\rho=\rho_0$ при $J=J_0 \exp(3\alpha-2)b_2 q$, $J_0, \alpha, b_2 = \text{const}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Овчаров В. Т. // ДАН СССР. 1956. Т. 107. № 1. С. 47.
2. Meltzer B. // J. Electr. 1956. V. 2. № 2. P. 118.
3. Овчаров В. Г. // Радиотехника и электроника. 1957. Т. 2. № 6. С. 696.
4. Кириштейн П., Кайно Г., Устерс У. Формирование электронных пучков. — М.: Мир, 1970.
5. Алямовский И. В. Электронные пучки и электронные пушки. — М.: Сов. радио, 1966.
6. Молоковский С. И., Сушков А. Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. — Л.: Энергия, 1972.
7. Meltzer B. // British J. Appl. Phys. 1959. V. 10 № 9. P. 391.
8. Акимов П. И., Осипова Г. П., Сыровой В. А. // ЖВМиМФ. 1989. Т. 29. № 3, С. 405.
9. Овчаров В. Т. // Радиотехника и электроника. 1962. Т. 7, № 8. С. 1367.
10. Сыровой В. А. // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 4. С. 625.
11. Сыровой В. А. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 4. С. 793.
12. Lucas A. R., Meltzer B., Stuart G. A. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4 № 2. P. 160.
13. Огородников С. Н. // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13. № 7. С. 1332.
14. Lomax R. J. // J. Electr. Contr. 1958. V. 5. № 6. P. 563.
15. Meltzer B., Lucas A. R. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 5. P. 454.
16. Kirstein P. T. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 5. P. 457.
17. Овчаров В. Т. // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4. № 10. С. 1741.
18. Огородников С. Н. // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13. № 10. С. 1907.
19. Mueller W. M. // J. Electr. Contr. 1959. V. 5. № 6. P. 499.
20. Mueller W. M. // J. Electr. Contr. 1960. V. 8. № 2. P. 111.
21. Rosenblatt J. // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. № 8. P. 1371.
22. Огородников С. Н. // Радиотехника и электроника. 1967. Т. 12. № 9. С. 1616.
23. Сыровой В. А. // ПМТФ. 1964. № 3. С. 24.
24. Сыровой В. А. // ПМТФ. 1966. № 1. С. 3.
25. Сыровой В. А., Шантурин Л. П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 5. С. 1048.
26. Kirstein P. T. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 5. P. 425.
27. Kirstein P. T., Kino G. S. // J. Appl. Phys. 1958. V. 29. № 12. P. 1758.
28. Пытьев Ю. П. // ЖВМиМФ. 1962. Т. 2. № 5. С. 859.
29. Михеев Н. И., Чуян Р. К., Брюхнов И. М. // Радиотехника и электроника. 1967. Т. 12. № 4. С. 642.
30. Огородников С. Н. // ЖТФ. 1973. Т. 43. № 7. С. 1381.
31. Огородников С. Н. // ЖТФ. 1973. Т. 43. № 7. С. 1387.
32. Данилов В. Н., Сыровой В. А. // ЖТФ. 1977. Т. 47. № 10. С. 2210.
33. Сыровой В. А. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 5. С. 10.
34. Сыровой В. А. // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24. № 11. С. 2336.

Всесоюзный электротехнический институт
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
9 января 1989 г.

TO THE THEORY OF SINGLE-COMPONENT ELECTRON FLOW

V. A. Syrovoy

The main postulates and results of single-component electron flow theory are analysed. The conclusion is drawn that this theory is a very restricted method of constructing of some 2-space solutions of the space-charge flow equations. The solutions mentioned are described by ordinary differential equations.

УДК 621.385.6

УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ГИРОПЕНИОТРОНЕ

А. П. Четвериков

Проведено численное моделирование нелинейного взаимодействия поливинтового электронного пучка с электромагнитной TE_{0n}^0 -волной в цилиндрическом волноводе в режиме усиления. Определена эффективность преобразования энергии пучка в энергию поля в широком диапазоне параметров.

1. Известно, что основные надежды в создании генераторов и усилителей мощного коротковолнового электромагнитного излучения связываются в настоящее время с разработкой приборов на быстрых волнах (ПБВ), главными среди которых являются хорошо исследованные гирорезонансные (см., например, [1, 2]). Менее изучены ПБВ другого типа, основанные на силовом механизме взаимодействия электронов-осцилляторов с поперечно-неоднородными электромагнитными полями [1]. Иногда их называют пениотроноподобными по «имени» первого из них — пениотрона, предложенного в 60-х годах в качестве усилителя средней мощности [3]. Другим прибором этого типа является недавно описанный гиропениотрон, который изучался в качестве альтернативного гиротрону генератора мощного излучения [4]. В настоящей работе анализируется режим усиления электромагнитных колебаний в слабо-релятивистском гиропениотроне.

2. В гиропениотроне цилиндрический поливинтовой пучок взаимодействует с ВЧ электрическим полем одной из TE_{0n} , $n \geq 2$, мод цилиндрического волновода. Пучок встреливается таким образом, что на входе пространства взаимодействия центры вращения электронов находятся в узлах электрического поля TE_{0n} -моды (в частности, TE_{02} -моды [4]). Волновод должен быть согласован на концах со входным и выходным трактами, если реализуется режим усиления (режим бегущей волны).

Поскольку пучок и поле TE_{0n} -моды аксиально симметричны, анализ их взаимодействия сводится к рассмотрению динамики электронов, первоначально вращающихся вокруг одного центра и образующих в поперечном сечении прибора кольцо. Будем считать, что ларморовский радиус r_0 электронов мал по сравнению с радиусом R волновода, и пренебрежем кривизной силовых линий ВЧ поля в сечении кольца. Тогда для напряженности электрического поля, действующего на электроны кольца, можно записать

$$E = E_y = E_0(x) \operatorname{Re} [C(z) e^{j(\omega t - \beta z)}]; \quad (1)$$

$$E_0(x) = E_1 \left(\frac{Z + Z^*}{2} \right) + E_3 \left(\frac{Z + Z^*}{2} \right)^3 + \dots, \quad (2)$$

где $E_0(x)$ имеет смысл собственного поля рабочей моды (предполагаем, что частота ω усиливаемого сигнала достаточно отличается от критической частоты $\omega_{кр}$ рабочей моды, чтобы можно пренебречь взаимодействием со встречной волной; возможность паразитного самовозбуждения системы за счет взаимодействия пучка с другими волноводными модами также будем считать предотвращенной), $C(z)$ — без-

размерная амплитуда волны с «холодной» постоянной распространения β_0 вдоль оси z волновода, x — поперечная координата в системе с началом в узле поля TE_{0n} -моды, ось абсцисс которой направлена по радиусу волновода, $Z = x + jy$ — поперечная комплексная координата, E_p , $p = 1, 3, \dots$ — коэффициенты разложения функции $E_0(x)$, величина которых зависит от номера n и номера узла поля. Из нечетности функции $E_0(x)$ в окрестности узла поля следует, что эффективный энергообмен между пучком и полем будет происходить на нечетных гармониках циклотронной частоты ω_c ($\omega_c = eB_0/cm_0$, обозначения стандартные): $\omega \approx \omega_c$, $\omega \approx 3\omega_c, \dots$ В дальнейшем ограничимся рассмотрением двух низших резонансов, учитывая, что с увеличением номера резонанса величина связи электронов с полем, определяемая коэффициентом E_p , быстро падает.

Используя метод усреднения [5, 6] и представляя траектории движения электронов слаборелятивистского пучка в виде

$$z(t) = v_{\parallel} (t - t_0); \quad (3)$$

$$Z(t) = \tilde{\alpha}(t) + \tilde{\beta}(t) e^{j\Omega_c(t-t_0)}, \quad (4)$$

где $\tilde{\alpha}(t)$ и $\tilde{\beta}(t)$ — медленно меняющиеся по сравнению с $\exp(j\Omega_c t)$ комплексные координаты центра вращения электрона и самого электрона относительно центра вращения, $\Omega_c = \frac{eB_0}{cm_{\text{вх}}} \approx \omega_c \left(1 - \frac{v_1^2 + v_{10}^2}{2c^2}\right)$ — циклотронная частота на входе в пространство взаимодействия, v_{\parallel} — продольная скорость электронов, которая считается постоянной в пренебрежении влиянием на движение электронов ВЧ магнитного поля, t_0 — момент влета рассматриваемого кольца в пространство взаимодействия, а также записывая уравнение возбуждения [6], нетрудно получить самосогласованные системы нелинейных уравнений с соответствующими начальными условиями:

для $\omega \approx \omega_c$

$$\frac{d\alpha_r}{d\zeta} = \text{Re}(F_1\beta^*), \quad \alpha_r|_{\zeta=0} = 0; \quad (5)$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} - j\mu_1(1 - |\beta|^2)\beta = -F_1\alpha_r, \quad \beta|_{\zeta=0} = e^{j\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0, 2\pi]; \quad (6)$$

$$\frac{dF_1}{d\zeta} - jb_1F_1 = I_1, \quad I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha_r\beta d\varphi_0, \quad F_1|_{\zeta=0} = F_{1\text{вх}}, \quad (7)$$

для $\omega \approx 3\omega_c$

$$\frac{d\alpha_r}{d\zeta} = \text{Re}(F_3\beta^{*3}), \quad \alpha_r|_{\zeta=0} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d\beta}{d\zeta} - j\mu_3(1 - |\beta|^2)\beta = -F_3\alpha_r\beta^{*2}, \quad \beta|_{\zeta=0} = e^{j\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0, 2\pi]; \quad (9)$$

$$\frac{dF_3}{d\zeta} - jb_3F_3 = I_3, \quad I_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha_r\beta^3 d\varphi_0, \quad F_3|_{\zeta=0} = F_{3\text{вх}}. \quad (10)$$

Здесь безразмерные переменные и параметры имеют следующий смысл:

$\zeta = kDz$ — продольная координата, $\beta = \tilde{\beta}/r_0$, $\alpha_r = \text{Re} \tilde{\alpha}/r_0$, $F_{1,3} =$

$$= \frac{e|E_{1,3}|C(\xi)e^{jb_1\zeta}}{2R\Omega_c v_{\parallel} kD_{1,3}} - \text{амплитуда поля, } b_1 = \frac{\omega - \Omega_c - \beta_0 v_{\parallel}}{v_{\parallel} kD_1}, \quad b_3 = \frac{\omega - 3\Omega_c - \beta_0 v_{\parallel}}{v_{\parallel} kD_3} - \text{параметры расстройки частот, } \mu_{1,3} = \frac{v_{1,0}^2 v_{\parallel} / c}{2v_{\parallel}^3 D_{1,3}}$$

параметр неизохронности, $D_{1,3} = \sqrt{\frac{I_0 |E_{1,3}|^2 r_0^3}{16 |N| k^2 V_0 R^2 \left(1 + \frac{v_{1,0}^2}{v_{\parallel}^2}\right)}}$ — параметр взаимодействия, остальные обозначения стандартные.

Из выведенных уравнений следует, во-первых, что ведущие центры электронов смещаются только вдоль радиуса волновода и, во-вторых, что в отличие от теории обычного пениотрона [7] в них не удастся избавиться от усреднения в явном виде по начальным фазам влета электронов φ_0 . Последнее свидетельствует о неидентичности траекторий электронов с разными начальными фазами*.

Обе системы уравнений имеют по два инварианта движения:

$$|F|^2 - |F_{\text{вх}}|^2 = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\beta|^2 d\varphi_0 = \eta_{\perp} \quad (11)$$

(закон сохранения энергии; здесь η_{\perp} — эффективность преобразования поперечной кинетической энергии ансамбля электронов в энергию поля) и

$$\alpha_r^2 = 1 - |\beta|^2. \quad (12)$$

Из последнего видно, что отбор энергии у электронов возможен только при смещении его ведущего центра.

3. В линейном режиме усиления, когда $|F|$, $|\alpha_r| \ll 1$, $|\beta| \approx 1$, из (5) — (7) и (8) — (10) в пренебрежении эффектом неизохронности (когда реализуется чисто «пениотронный» эффект) следует

$$dF/d\zeta - j b F = I; \quad (13)$$

$$dI/d\zeta = F, \quad (14)$$

где $I = I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha_r e^{j\varphi_0} d\varphi_0$ при $\omega \approx \omega_c$ и $I = I_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha_r e^{3j\varphi_0} d\varphi_0$ при $\omega \approx 3\omega_c$.

Системе (13), (14) соответствует типичное для приборов с силовой группировкой электронов дисперсионное уравнение второго порядка ($F \sim e^{j\zeta}$)

$$\kappa^2 - j b - 1/2 = 0, \quad (15)$$

показывающее, что режим усиления ($\text{Re } \kappa > 0$) реализуется при $|b| < \sqrt{2}$, а инкремент равен $\text{Re } \kappa = \sqrt{2 - b^2}/2$.

4. Однако более важной характеристикой мощного усилителя, в качестве которого исследуется здесь гиропениотрон, является эффективность энергообмена η_{\perp} , для оценки которой необходимо численное моделирование на основе уравнений (5) — (7) ((8) — (10)).

Рассмотрим сначала режим основного резонанса.

Из представленных на рис. 1 зависимостей максимально достижимой эффективности энергообмена $\eta_{\perp \text{max}} = \eta_{\perp \text{max}}(b_1)$ при разных значениях μ_1 (рис. 1а) и линий равных значений $\eta_{\perp \text{max}}$ на плоскости (μ_1, b_1) (рис. 1б), полученных при малом уровне входного сигнала $F_{1 \text{вх}} = 0,1$, следует прежде всего, что при малом значении параметра

* Отметим, что эти уравнения (или их несущественно отличные аналоги) пригодны и для анализа процессов в некоторых других типах пениотронов [8, 9].

неизохронности $\mu=0$ величина $\eta_{\perp \max}$ не превышает 0,5. (Заметим, что в обычном пениотроне при $\mu=0$ $\eta_{\perp \max} \approx 1$ [7].) Причина в том, что в гиропениотроне разные электроны кольца по-разному взаимодействуют с полем. Проще всего это понять, отвлекаясь пока от рассматриваемой ситуации, из анализа движения кольца электронов в поле постоянной амплитуды $F = \text{Re } F = \text{const}$. Здесь при $\mu=0$

$$d\alpha_r/d\xi = F_1 \text{Re } \beta^*, \quad d\beta/d\xi = -F_1 \alpha_r, \quad (16)$$

откуда следует уравнение линейного осциллятора

$$d^2\alpha_r/d\xi^2 + F_1^2 \alpha_r = 0. \quad (17)$$

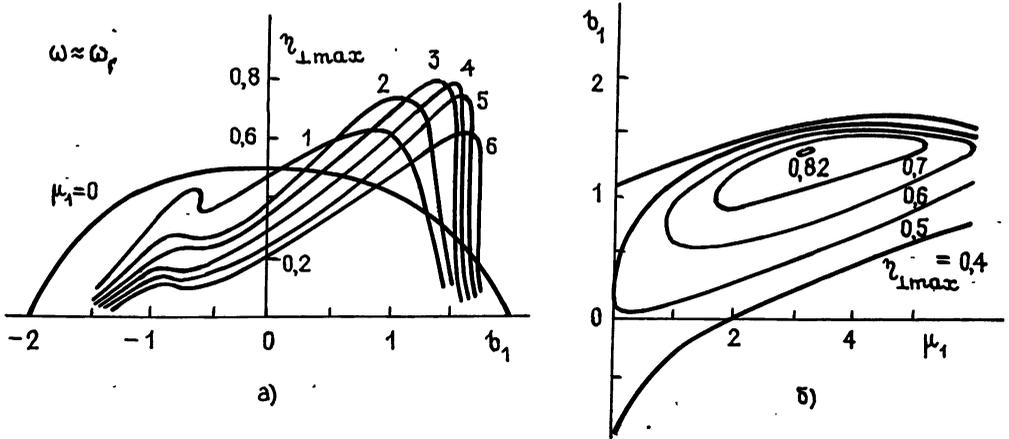


Рис. 1.

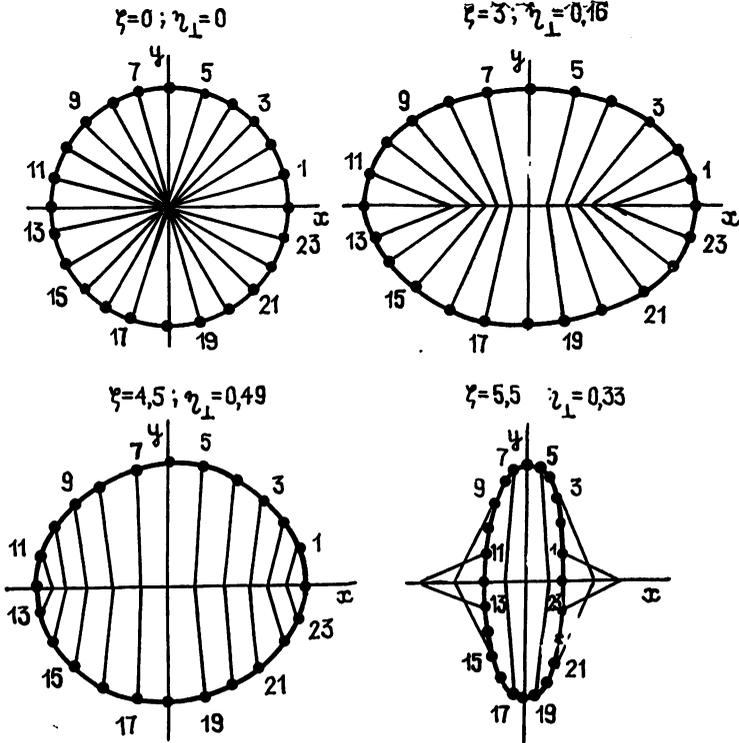


Рис. 2.

Его решение с учетом начальных условий имеет вид

$$\alpha_r = \cos \varphi_0 \sin F_1 \xi \quad (18)$$

и, следовательно,

$$\eta_{\perp} = (1/2) \sin^2 F_1 \xi. \quad (19)$$

Из последнего вытекает, что в данном случае γ ансамбля электронов можно отобрать в лучшем случае половину запасенной энергии, поскольку в кольце есть электроны, отдающие полю весь запас энергии (с фазами $\varphi_0 \approx 0$ и π), но есть и электроны, не отдающие нисколько энергии (с фазами $\varphi_0 \approx \pi/2$ и $3\pi/2$).

Аналогичный эффект реализуется и в усилителе при $\mu \approx 0$. Ведущие центры электронов распределяются по оси x по закону, близкому к $\cos \varphi_0$, как это видно из рис. 2, на котором представлено рассматриваемое «кольцо» при различных значениях ξ (отмечены положение ведущих центров и координаты крупных частиц, с помощью которых моделировалось движение электронов пучка в численном эксперименте). Поэтому эффективность энергообмена не превышает 0,5. Однако если параметр неизохронности не мал, то максимальное значение η_{\perp} выше и достигает 0,82 при $\mu_1 \approx 3$ (рис. 1). Объясняется это тем, что из-за неизохронности фаза ВЧ поперечного тока I_1 быстро меняется по координате ξ , вследствие чего изменяется и фаза наводимого им ВЧ поля. При определенных соотношениях между параметрами μ_1 и b_1 в начале пространства взаимодействия эффективно отдают энергию электроны с фазами φ_0 , близкими к 0 и π , а ближе к концу — с фазами, близкими к $\pi/2$ и $3\pi/2$. Поэтому в целом ансамбль электронов отдает полю большую долю энергии. Таким образом, в гиропениотроне в режиме основного резонанса неизохронность электронов существенно повышает эффективность «пениотронного» механизма группировки.

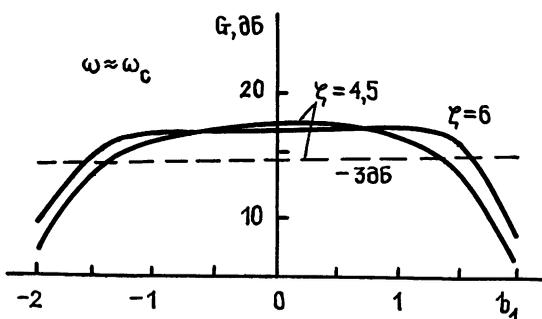


Рис. 3.

Особый интерес представляют полосовые характеристики. Из расчетов следует, что почти во всем интервале изменения параметра b_1 , определенном в линейном приближении, возможно обеспечение уровня усиления 15—20 дБ при $\eta_{\perp} \approx 0,5$ ($\mu \ll 1$, рис. 3). Однако режимы с большей эффективностью преобразования энергии реализуются в относительно узкой частотной полосе (рис. 1).

Достаточно эффективен энергообмен между электронами и полем ($\eta_{\perp \max} \approx 0,6$, рис. 4) и в режиме усиления на третьей циклотронной гармонике, для реализации которого требуется вдвое меньшее магнитное поле, чем в режиме основного резонанса. Причем высокие значения η_{\perp} получаются при меньших, чем в первом случае, величинах параметра неизохронности. Причина в том, что из-за несовпадения частоты поля и частоты вращения все электроны испытывают действие быстромменяющегося поля и все участвуют в энергообмене. Поэтому неизохронность не играет такой роли, как при низшем резонансе. Необходимо, однако, иметь в виду, что привлекательность режимов высших резонансов ослабляется трудностями реализации из-за существенно более низких коэффициентов связи пучка с полем в этих режимах по сравнению с основным.

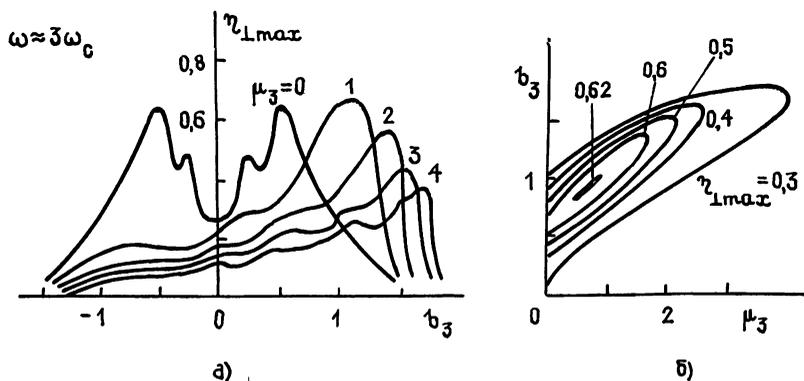


Рис. 4.

5. Таким образом, вследствие большой эффективности энергообмена потенциальные возможности гиropениотрона для усиления мощного СВЧ излучения представляются высокими, хотя присущие приборам на быстрых волнах проблемы нежелательного возбуждения разного рода побочных колебаний кажутся для гиropениотрона достаточно острыми [10]. Однако этот вопрос требует специального исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиpотрон / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
2. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 9—10. С. 1414.
3. Yamapouchi K., Ono S., Shibata Y. Proc. of the 5-th Int. Congress on Microwave Tube — Paris, 1964 P. 96.
4. Ono S., Tsusaki K., Kageyama T. // Int. J. Electronics. 1984. V. 56. № 4. P. 507.
5. Петелин М. И., Юлпатов В. К. В кн.: Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров). — Саратов: Гос. ун-т, 1974. Кн. 4. С. 96.
6. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по электронике СВЧ. — М.: Сов. радио, 1970.
7. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И., Четвериков А. П. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 19. С. 1164.
8. Zhou Le-zhu, Jiang Man-ying, Guo He-zhong, He Yue-wang // Int. J. Electronics. 1984. V. 57. № 6. P. 1065.
9. Razeghi M. et al // Int. J. Electronics. 1985. V. 59. № 5 P. 533
10. Vitello P., Ko K. // IEEE Trans. Plasma Science. 1985. V. PS-13. № 6. P. 454.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию
3 января 1989 г.

AMPLIFICATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A GIROPENIOTRON

A. P. Chetverikov

A numerical simulation of a helical electron beam and electromagnetic TE_{0n}^0 mode nonlinear interaction in the amplification regime is derived. An efficiency of transformation of a beam energy into an electromagnetic field energy in a wide range of parameters is defined.

УДК 621.391.822

ФЛИККЕРНЫЙ ТОКОВЫЙ ШУМ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ В ДЕТЕКТОРНОМ РЕЖИМЕ

А. Г. Пашев, А. В. Якимов

Проведено теоретическое сравнение мощностей токовых фликкерных шумов полупроводникового диода при его работе на постоянном токе и в детекторном режиме. Показано, что наблюдаемое в экспериментах различие интенсивностей $1/F$ шумов в указанных режимах может быть объяснено как следствие различия величин относительных флуктуаций низкочастотной и высокочастотной проводимостей диода, индуцированных первичными флуктуациями электрофизических параметров полупроводника.

Низкочастотный токовый шум в полупроводниковых диодах различных типов в настоящее время является предметом интенсивных исследований. Важным является вопрос об идентификации в каждом конкретном случае параметра диода, ответственного за фликкерную модуляцию протекающего через диод тока. Подавляющее количество работ посвящено исследованию шумов диода на постоянном токе. Однако эксперименты на постоянном токе не всегда позволяют однозначно указать первичный источник флуктуаций. Поэтому исследования шумов диода, возбуждаемого переменным током, дающие дополнительные возможности для конкретизации механизма формирования токовых шумов, являются актуальными. Отметим, что детектирование электрических колебаний является одним из основных применений полупроводниковых диодов.

Имеющиеся экспериментальные данные [1-3] свидетельствуют о том, что мощность токовых шумов диода, питаемого от источника постоянного напряжения, отличается от мощности шумов постоянной составляющей тока через диод при его возбуждении СВЧ сигналом. В работе показано, что данное различие может быть объяснено как следствие неодинакового влияния первичных флуктуаций параметров диода на величину постоянной составляющей и на амплитуду переменного тока через диод.

Проанализирована зависимость мощности шумов постоянной составляющей от величины характеристического сопротивления цепи согласования R_0 при возбуждении диода СВЧ сигналом. Показана возможность конкретизации механизма образования фликкерных флуктуаций путем измерения зависимости мощности флуктуаций продетектированного тока от частоты приложенного к диоду напряжения.

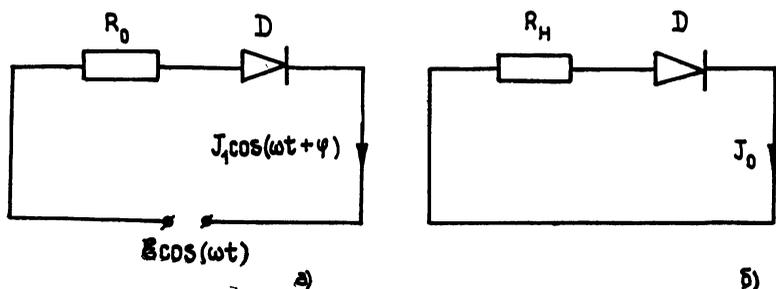


Рис. 1.

1. Рассмотрим полупроводниковый диод, возбуждаемый СВЧ сигналом. Схемы по постоянному и переменному току изображены на рис. 1. Здесь D — исследуемый диод, R_0 — характеристическое сопротивление цепей согласования, $\mathcal{E} \cos \omega t$ — внешний сигнал, R_H — сопротивление нагрузки.

Постоянная составляющая J_0 и амплитуда первой гармоники тока J_1 описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} J_0 &= J_{s0} \exp\left(-\frac{J_0 R_H}{V_T}\right) I_0\left(\frac{\mathcal{E} - J_1 R_0}{V_T}\right), \\ J_1 &= J_{s1} \exp\left(-\frac{J_0 R_H}{V_T}\right) I_1\left(\frac{\mathcal{E} - J_1 R_0}{V_T}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода; $V_T = = pkT/q$ — тепловой потенциал; k — постоянная Больцмана; T — температура; p — коэффициент неидеальности вольт-амперной характеристики диода; q — заряд электрона; J_{s0} — обратный ток насыщения диода; ток J_{s1} характеризует высокочастотную проводимость диода и является функцией частоты подаваемого сигнала ω .

В качестве причины фликкерных флуктуаций параметров принимается процесс перестройки микроструктуры рабочей области диода, что может быть связано, например, с изменением конфигурации имеющихся в полупроводнике дефектов [4, 5]. Эти процессы приводят к возмущению концентрации, подвижности и времени жизни носителей в полупроводнике, которые, в свою очередь, вызывают флуктуации δJ_{s0} и δJ_{s1} параметров ВАХ диода.

Введем $\kappa = \delta J_{s1} / \delta J_{s0}$ — параметр относительного влияния флуктуаций на амплитуду первой гармоники тока. Величина κ зависит от соотношения между частотой приложенного к диоду напряжения и обратным временем диффузии носителей в базе, а также от того, флуктуации какого электрофизического параметра (концентрации, подвижности или времени жизни носителей тока) оказывают определяющее влияние на формирование флуктуаций параметров вольт-амперной характеристики диода. Так, для диода с p - n -переходом $\kappa = 1$ при $\omega < \omega_{гр}$

$$\omega_{гр} \sim \max\left\{\frac{1}{\tau}; \frac{L_0^2}{W^2} \frac{1}{\tau}\right\}. \quad \text{Здесь } \tau \text{ — время жизни носителей в базе, } L_0 \text{ —}$$

диффузионная длина неосновных носителей в базе, W — ширина базовой области. При более высоких частотах ($\omega > \omega_{гр}$), в том случае, если первично флуктуирующим параметром является подвижность, величина κ равна 0,5; если флуктуации испытывают время жизни τ , то κ уменьшается с ростом частоты пропорционально ω^{-2} и может принимать значения, существенно меньшие единицы. Если первичными являются флуктуации концентрации носителей тока, то величина κ при переходе к высоким частотам не изменяется: $\kappa = 1$ независимо от частоты ω (см. [6]).

2. Относительные флуктуации величины постоянного тока δJ_0 и амплитуды переменной составляющей δJ_1 связаны с δJ_{s0} и δJ_{s1} следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \delta J_0 &= \delta J_{s0} - (R_H/r_d)\delta J_0 - (\alpha R_0/r_d)\delta J_1, \\ \delta J_1 &= \delta J_{s1} - (R_H/r_d)\delta J_0 - (n\alpha R_0/r_d)\delta J_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $r_d = V_T/J_0$ — дифференциальное сопротивление диода, $\alpha = J_1/J_0$ — отношение амплитуды первой гармоники тока к величине постоянной составляющей, n — нормированная локальная крутизна колебательной характеристики диода,

$$n = (\partial J_1 / \partial V_1) / J_1 = (I_0(x) + I_2(x)) / 2I_1(x), \quad x = \frac{\mathcal{E} - J_1 R_0}{V_T}.$$

При больших амплитудах возбуждающего сигнала имеем $x \gg 1$, следовательно, $\alpha \approx 2$ и $n \approx 1$. Для абсолютных флуктуаций постоянной составляющей ΔJ_0 получим

$$\frac{\Delta J_0}{J_0} = \frac{\delta J_{s0}}{1 + J_0/\bar{J}} + \frac{J_0/J'}{1 + J_0/\bar{J}} (\delta J_{s0} - \delta J_{s1}), \quad (3)$$

$$\bar{J} = \frac{J^* J'}{J^* + J'}, \quad J^* = V_T/R_H, \quad J' = V_T/(\alpha R_0).$$

В статическом режиме абсолютные флуктуации тока связаны с относительными флуктуациями обратного тока насыщения следующим соотношением:

$$\frac{\Delta J_{ст}}{J_0} = \frac{\delta J_{s0}}{1 + J_0/J^*}. \quad (4)$$

Считаем, что флуктуации обратного тока насыщения имеют спектр фликкерного типа: $\langle \delta J_{s0}^2 \rangle_F = A_s/F$, соответственно $\langle \Delta J_0^2 \rangle_F = A_0/F$ и $\langle \Delta J_{ст}^2 \rangle_F = A_{ст}/F$. На рис. 2 изображены зависимости коэффициентов $A_{ст}$ (кривая «стат») и A_0 при различных значениях x от величины постоянной составляющей тока J_0 . Значение A_s принято равным единице. Из рисунка видно, что при $x=1$ мощность флуктуаций постоянной составляющей при возбуждении СВЧ сигналом меньше мощности флуктуаций тока диода, возбуждаемого от источника постоянного напряжения, при любых значениях J_0 . При $x < 1$ токовая зависимость имеет качественно иной вид: насыщение при больших токах сменяется квадратичным ростом. При токах $J_0 < J_e$, $J_e = J^* \frac{x}{1-x}$ мощность флуктуаций постоянной

составляющей тока диода, работающего в детекторном режиме, меньше, чем в статическом. При увеличении тока ($J_0 > J_e$) ситуация меняется на обратную. В случае $x=0$ при любых токах $A_0 > A_{ст}$.

На рис. 3 приведены токовые зависимости A_0 для диода с $x=0,9$ при различных значениях сопротивления R_0 . При $R_0=0$ токовая зависимость A_0 совпадает с токовой зависимостью $A_{ст}$, изображенной на рис. 2. При $R_0 = \infty$ величина $A_0 \sim J_0^2$.

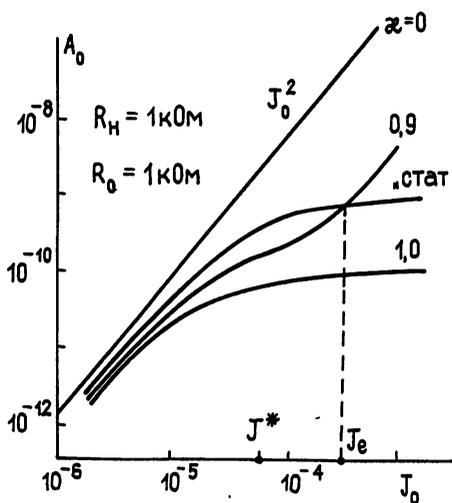


Рис. 2.

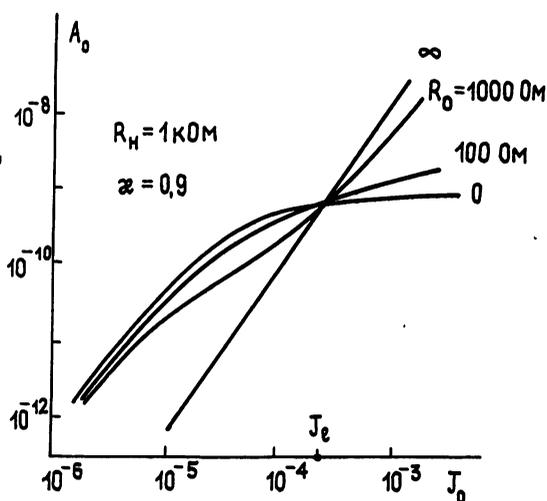


Рис. 3.

3. Проведенные теоретические исследования показывают, что соотношение между мощностями шумов диода в статическом и динамиче-

ческом режиме при одинаковых значениях постоянного тока определяется отношением величины относительных флуктуаций параметра δJ_{s1} к величине флуктуаций δJ_{s0} . Мощность шумов в статическом режиме может быть больше (при $J_0 < J_e$) и меньше (при $J_0 > J_e$) мощности фликкерного шума в детекторном режиме. Подобное положение и наблюдается в эксперименте. В исследуемых в [1] диодах Шоттки мощность шума в детекторном режиме больше мощности в статическом при любом значении тока, что может быть объяснено отсутствием флуктуаций δJ_{s1} (т. е. $\kappa=0$). Это означает, что флуктуации электрофизических параметров диода не приводят к модуляции амплитуды СВЧ сигнала. В работе [2] обнаружено, что у точечных диодов мощность шумов в динамическом режиме при $J_0 \leq 80$ мкА меньше, чем в статическом, при больших токах — больше. Экспериментальные данные [2] могут быть аппроксимированы зависимостями (3) и (4) при $\kappa=0,7$ и $A_s=10^{-8}$.

4. То обстоятельство, что соотношение между A_0 и $A_{ст}$ определяется параметром κ , который является функцией частоты ω , может дать дополнительные возможности для конкретизации механизма образования фликкерных флуктуаций. При низких частотах возбуждающего сигнала, когда инерционностью диода можно пренебречь, флуктуации параметров одинаково модулируют как постоянную составляющую, так и амплитуду низкочастотного переменного тока. В этом случае $A_0 < A_{ст}$. Влияние флуктуаций электрофизических параметров диода на амплитуду протекающего через него переменного тока при ω , превышающей некоторую $\omega_{гр}$, может ослабляться с ростом частоты. Ослабление этого влияния и описывает функция $\kappa(\omega)$. Величина $\omega_{гр}$ определяется флуктуирующим параметром и геометрией диода. В [6] для диода с $p-n$ -переходом определен вид функций $\kappa(\omega)$ для флуктуаций подвижности, времени жизни и концентрации носителей тока, принятых в качестве первичных.

При $\omega > \omega_{гр}$ параметр κ меньше единицы и токовые зависимости спектров шумов в статическом и динамическом режимах имеют точку пересечения при $J_0 = J_e = (V_T/R_H)(1-\kappa^{-1})^{-1}$ (см. рис. 2). Экспериментально определив зависимость $J_e = J_e(\omega)$, можно найти зависимость $\kappa(\omega)$ и таким образом указать параметр, флуктуации которого формируют фликкерный токовый шум диода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнилов С. А., Лосев В. Л., Мещеряков А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 11. С. 1392.
2. Lipkin I., Maniv S. // IEEE Trans. 1974. V. MTT-22. № 8. P. 793
3. Лучинин А. С., Ковалев Е. И., Коробейников А. В., Костин А. А. // Метрология и изм. техника. 1984. № 10. С. 58.
4. Коган Ш. М. // УФН. 1985. Т. 145. № 2. С. 285.
5. Орлов В. Б., Якимов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 12. С. 1584.
6. Пашев А. Г., Якимов А. В. // Тезисы докл. V Всесоюзной конференции. Флуктуационные явления в физических системах. — Вильнюс.: Институт физики полупроводников АН Литовской ССР. 1988. С. 100.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
25 января 1989 г.

THE 1/F CURRENT NOISE OF THE SEMICONDUCTOR DIODE DETECTOR

A. G. Pashev, A. V. Yakimov

The diode 1/F noise power at DC and RF excitation is analysed. The known difference in the DC and RF noise behaviour is explained by taking into account the difference in the influence of initial fluctuations of the influence of initial fluctuations of electrophysical semiconductor parameters on the high-frequency and low-frequency diode conductance.

УДК 538.56:519

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

**ЭФФЕКТЫ ПОГЛОЩЕНИЯ, РАССЕЯНИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СИСТЕМЕ ТОНКИХ ПРОВОДЯЩИХ ИГОЛОЧЕК**

А. В. Ключник

В последнее время значительный интерес вызывают эффекты локализации электромагнитных волн в сильно неоднородных средах. Андерсоновская локализация волн должна осуществляться, когда выполняется критерий Йоффе—Регеля [1]:

$$l_{sc}/\lambda \leq 1/2\pi. \tag{1}$$

Здесь l_{sc} — длина упругого рассеяния, λ — длина волны. Критерий (1) обычно используется для описания эффектов локализации электронов в неоднородных структурах [2]. Применительно к рассеянию волн он был исследован в работах Джона [3–5] (см. также [6, 7]).

В обычных условиях (1) не выполняется ни в пределе высоких частот (геометрическая оптика), ни в пределе низких частот (рэлеевская область). В пределе геометрической оптики $\lambda \ll R$, $l_{sc} = (n\sigma_{sc})^{-1} \sim D^3/2\pi R^2 \gg \lambda$ даже при плотной упаковке частиц $D \simeq R$, аналогично в низкочастотной области $\lambda \gg R$, $l_{sc} = R^{-6}(\lambda/2\pi)^4 D^3 \gg \lambda$ (R — радиус частиц, D — среднее расстояние между ними, n — концентрация частиц, σ_{sc} — сечение рассеяния).

Еще одно обстоятельство связано с тем, что наряду с условием (1) для реализации эффектов андерсоновской локализации электромагнитных волн необходимо выполнение неравенства

$$l_a \gg l_{sc}, \tag{2}$$

где l_a — неупругая длина пробега фотона, связанная с поглощением

Чтобы обойти указанные трудности, в работе [8] предлагалось использовать хорошо проводящие частицы из Ag, Cu, Au с малыми омическими потерями вблизи плазменных резонансов. Рассматривались и более экзотические системы, например неупорядоченные диэлектрические сверхрешетки [9], полупроводники вблизи линии поглощения К настоящему времени выполнен ряд работ по исследованию эффектов локализации, однако экспериментально они до сих пор не наблюдались [11, 12].

В настоящей работе показано, что условия андерсоновской локализации (1) и (2) могут быть выполнены в широком диапазоне параметров для системы тонких проводящих иголочек. Особенностью этой системы является то, что наряду с большим сечением рассеяния $\sigma_{sc} \sim L^2$ здесь может быть велик и коэффициент заполнения $nL^3 \gg 1$ ($2L$ — длина иголочки, n — их концентрация). Малость отношения l_a/l_{sc} может быть обусловлена хорошей проводимостью. В качестве модели иголочки будем использовать вытянутый эллипсоид вращения, длинная полуось которого $L \gg a$, a — радиус поперечного сечения. Если длина иголочки $L < \lambda$, то ее поляризуемость вдоль осей x, y, z (поле направлено вдоль оси z) имеет вид [13]

$$\alpha_{x, y, z} = \frac{La^2}{3} \frac{\epsilon - 1}{1 + (\epsilon - 1)m_{x, y, z}}. \tag{3}$$

Коэффициенты деполаризации m_x, m_y, m_z можно найти предельным переходом $a/L \rightarrow 0$. Результат имеет вид

$$m_z \simeq (a/L)^2 \ln(L/a), \quad m_x = m_y = (1/2)(1 - m_z). \tag{4}$$

Используя (3) и (4); можно найти сечения рассеяния, поглощения и соответствующие длины упругого и неупругого рассеяния:

$$\sigma_{sc} = \frac{8\pi}{3} k^4 \langle (\alpha\alpha')^2 + (\alpha'')^2 \rangle, \quad \sigma_a = 4\pi k \langle \alpha'' \rangle, \quad l_a = \frac{1}{n\sigma_a}, \quad l_{sc} = \frac{1}{n\sigma_{sc}}, \quad k = 2\pi/\lambda. \tag{5}$$

Здесь α' и α'' — действительная и мнимая части поляризуемости, знак $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по ориентациям иголочек. Предположим, что оси иголочек ориентированы случайным образом, равновероятно по углам наклона к внешнему полю. Подста-

вим в (3) $\varepsilon = \varepsilon'(\omega) - 4\pi i \frac{\sigma(\omega)}{\omega}$, $\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2}$, $\sigma(\omega) = \frac{\nu\omega_p^2}{4\pi(\omega^2 + \nu^2)}$ — проводимость, ω_p — плазменная частота, ν — частота столкновений. На рис. 1 представлен график зависимости l_a/l_{sc} и l_{sc}/λ от частоты для двух значений f . В СВЧ диапазоне имеем $\omega \ll \nu \ll \omega_p$, $\varepsilon'(\omega) \gg 1$,

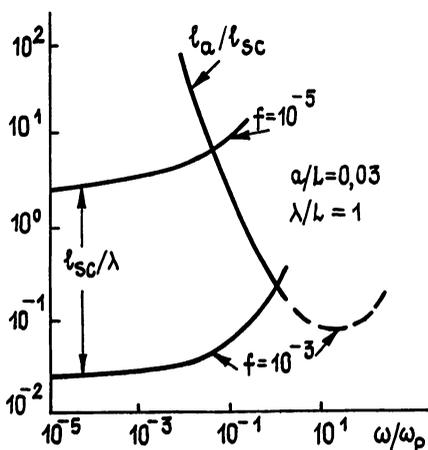


Рис. 1.

где $\sigma(0)$ — проводимость на нулевой частоте, $f = n \frac{4\pi L a^2}{3}$ — доля объема, занятая проводящими иглочками. Эффекты локализации электромагнитных волн могут проявляться при $nL^3(kL)^3 \geq 1$. В области плазменного резонанса $\omega = \omega_0$ ($1 + (1 - \varepsilon(\omega_0))m_z = 0$) выражения для l_{sc}/λ и l_a/l_{sc} совпадают с выражениями (6). В оптическом диапазоне условия андерсоновской локализации условия андерсоновской локализации области спектра имеем

$$\frac{l_{sc}}{\lambda} \approx 3 \frac{9}{4\pi} m_z \frac{\ln(L/a)}{(kL)^3 f}, \quad (6)$$

$$\frac{l_a}{l_{sc}} \approx \frac{2}{9} \frac{(kL)^3 m_z}{\ln(L/a)} \frac{4\pi\sigma(0)}{\omega}$$

могут выполняться в окрестности плазменного резонанса. В далекой ультрафиолетовой области спектра имеем

$$\frac{l_{sc}}{\lambda} \approx 3 \frac{9}{4\pi} \frac{(\omega/\omega_p)^4}{k^3 L a^2 f} \gg 1, \quad \frac{l_a}{l_{sc}} \approx \frac{2}{9} k^3 L a^2 \frac{\omega_p^2}{\omega \nu}.$$

Эффекты локализации здесь не проявляются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yoffe A. F., Regel A. R. // Prog. in Semiconductors. 1960. V. 4. P. 237.
2. Lee P., Ramakrishnan T. V. // Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. P. 287.
3. John S., Sompolinsky H. // Phys. Rev. 1983. V. B27. P. 5592.
4. John S., Stephen M. J. // Phys. Rev. 1983. V. B28. P. 6358.
5. John S. // Phys. Rev. 1985. V. 31. P. 304.
6. Anderson P. W. // Philos. Mag. 1985. V. B52. P. 505.
7. Ad. Lagendijk, Van Albada M. P., Van der Mark // Physica. 1986. V. 140A. P. 183.
8. Arya K., Su Z. B., Birman J. L. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2725.
9. John S. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2486.
10. Jr Watson G. H., Fleury P. A., Mc Call S. L. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 945.
11. Genack A. Z. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2043.
12. White B., Sheng P., Zhang O., Papanicolaou G. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 1918.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука. 1987.

Поступила в редакцию
24 февраля 1989 г.

УДК 621.396.677

МАТРИЧНОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАР И ПРОСТРАНСТВА

П. Ю. Емельянов

Матричная теория АР позволяет представить систему из N взаимодействующих излучателей в виде эквивалентного МП СВЧ [1], описываемого волновой матрицей рассеяния вида

$$S_{AP} = \begin{bmatrix} \frac{N}{S_{21}} & \frac{N}{S_{12}} \\ \frac{N}{S_{21}} & \frac{N}{S_{22}} \end{bmatrix} N. \quad (1)$$

Одним из существенных недостатков данного представления является неоднозначность определения блок-матриц S_{12} , S_{21} и S_{22} , описывающих взаимодействие АР и пространства, что значительно сдерживает широкое практическое использование модели.

С целью преодоления этого недостатка предлагается несколько изменить данное представление АР.

В качестве выходных каналов эквивалентного МП предлагается рассматривать систему из M радиальных пространственных каналов, на которые разбивается все пространство, окружающее АР. Каждый такой канал связывает фазовый центр АР с некоторым участком сферы в дальней зоне, ограничен телесным углом

$$\Delta\Omega_j = \Delta\theta_j \times \Delta\varphi_j \quad (2)$$

и обеспечивает связь между полями в фидерах АР и полями плоских волн, распространяющимися в направлении $\theta_j; \varphi_j$.

Поставленный таким образом в соответствие системе «АР-пространство» эквивалентный $2 \times (N+M)$ -полюсник может быть описан волновой матрицей рассеяния:

$$S_{\text{экив}} = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha} & S_{\alpha\beta} \\ S_{\beta\alpha} & S_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{matrix} N \\ M \end{matrix} \quad (3)$$

Так как изменение входных каналов вновь представляемого МП не производится, то справедливо

$$S_{\alpha\alpha} = S_{11} \quad (4)$$

Матрица $S_{\beta\alpha}$ представляет из себя систему парциальных ДН по каждому из N входов АР, разложенных в дискретно-непрерывный базис по M участкам пространства. Любой ее элемент S_{jl} характеризует, какая часть мощности, подводимой к l -му входу АР, при согласованных нагрузках (СН) на всех остальных входах будет излучаться в j -й сектор. Выражение для этого элемента имеет вид

$$S_{jl} = \sqrt{\int_{\Delta\theta_j} \int_{\Delta\varphi_j} f_l^*(\theta; \varphi) f_l(\theta; \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi} \exp(i\psi_{jl}) \quad (5)$$

где из [2], с. 197,

$$\psi_{jl} = \Phi_l(\theta; \varphi) - \beta(x_l \sin \theta_j \cos \varphi_j + y_l \sin \theta_j \sin \varphi_j + z_l \cos \theta_j) \quad (6)$$

$\Phi_l(\theta; \varphi)$ — парциальная фазовая характеристика АР по l -му входу; $f_l(\theta; \varphi)$ — парциальная ДН АР по полю; x_l, y_l, z_l — координаты l -го излучателя относительно фазового центра АР; $*$ — знак комплексного сопряжения.

При условии отсутствия потерь матрица $S_{\text{экив}}$ будет удовлетворять условию унитарности. Следовательно, матрицы $S_{\alpha\alpha}$ и $S_{\beta\alpha}$ полностью опишут распределение подводимой ко входам АР мощности, а матрицы $S_{\alpha\beta}$ и $S_{\beta\beta}$ — распределение поля плоских волн, падающих на полотно АР.

Матрицу $S_{\alpha\beta}$, характеризующую парциальные ДН АР на прием, можно определить из условия унитарности матрицы $S_{\text{экив}}$ как

$$S_{\alpha\beta} = S'_{\beta\alpha} \quad (7)$$

где ' — знак транспонирования. Элемент S_{ij} матрицы $S_{\alpha\beta}$ показывает, какая часть поля плоской волны, падающей на согласованную АР с направления θ_j, φ_j , будет принята в i -й канал.

Матрица $S_{\beta\beta}$, характеризующая рассеивающие свойства АР, не имеет однозначной математической связи с матрицами $S_{\alpha\alpha}$, $S_{\beta\alpha}$ и $S_{\alpha\beta}$.

В качестве примера использования представленной математической модели рассмотрим задачу оптимизации огибающей коэффициента усиления (КУ) АР в заданном секторе обзора.

Задавая определенный вектор амплитудно-фазового распределения (АФР) возбуждающего воздействия

$$A_j = [A_{j1}, A_{j2} \dots A_{jN}]' \quad (8)$$

обеспечивающий максимум излучения АР в направлении $\theta_j; \varphi_j$, можно определить вектор АФР по выходным каналам эквивалентного МП, т. е. распределение излученного поля по угловым координатам:

$$B_j = [B_{j1}, B_{j2} \dots B_{jM}]' \quad (9)$$

В этом случае элемент B_{jj} вектора B_j будет характеризовать мощность, излучаемую в направлении главного лепестка ДН АР.

Пусть

$$A = \{A_1, A_2 \dots A_M\} \quad (10)$$

— матрица векторов входного АФР, обеспечивающих сканирование ДН в заданном секторе обзора. Тогда среднее значение КУ в секторе можно определить как

$$G_{ср} = 4\pi/M \sum_{j=1}^M |B_{jj}|^2. \quad (11)$$

Выражение (11) в матричном виде с учетом выражений (9) и (10) можно записать

$$G_{ср} = (4\pi/M) \text{Tr}(A^* S_{\beta\alpha}^*) \text{Tr}(S_{\beta\alpha} A), \quad (12)$$

где $\text{Tr}(X)$ — след квадратной матрицы X .

Эффекта оптимизации будем достигать путем подключения ко входам АР согласующего устройства (СУ) в виде реактивных нагрузок с комплексным коэффициентом отражения γ_k .

Задача будет заключаться в определении параметров СУ, которое будет обеспечивать трансформацию характеристик АР $S_{\text{экв}} \rightarrow \hat{S}_{\text{экв}}$ таким образом, чтобы обеспечить максимум $\hat{G}_{ср}$.

Параметры γ_k будем определять из условия стационарности целевого функционала (13) [3]

$$d \hat{G}_{ср} = 0. \quad (13)$$

Используя правила скалярно-матричного дифференцирования [4], исходное уравнение для решения данной задачи можно записать в виде

$$\text{Tr}(A^* \hat{d} S_{\beta\alpha}^*) \text{Tr}(\hat{S}_{\beta\alpha} A) + \text{Tr}(A^* \hat{S}_{\beta\alpha}^*) \text{Tr}(\hat{d} S_{\beta\alpha} A) = 0. \quad (14)$$

Матрицы $\hat{S}_{\beta\alpha}$ и $\hat{S}_{\beta\alpha}^*$ определим из выражений для каскадного соединения двух МП [2]: СУ и эквивалентного МП. Дифференцируя данные матрицы по параметру γ_k , определим матрицы $\hat{d} S_{\beta\alpha}$ и $\hat{d} S_{\beta\alpha}^*$. Ввиду громоздкости математических выражений запись данных матрицы и последующих математических выкладок будет опущена. Подставляя полученные выражения матриц $\hat{S}_{\beta\alpha}$, $\hat{S}_{\beta\alpha}^*$, $\hat{d} S_{\beta\alpha}$ и $\hat{d} S_{\beta\alpha}^*$, получаем матричное дифференциальное уравнение относительно неизвестного параметра γ_k . Приближенное аналитическое решение данного уравнения имеет вид

$$\gamma_k^* = \frac{\text{Tr}(S_{\beta\alpha}^* A^*) \left(\sum_{l=1}^N S_{kl} \left(\sum_{j=1}^M A_{lj} S_{jk} \right) \right)}{\text{Re}(\text{Tr}(S_{\beta\alpha}^* A^*)) \left(\sum_{j=1}^M A_{kj} S_{jk} \right)}. \quad (15)$$



Рис. 1.

чество создаваемых выходных каналов точноностью разложения парциальных ДН АР в дискретно-непрерывный базис и возможностями применяемой ЭВМ.

С целью проверки полученных результатов был проведен численный эксперимент на ЭВМ. В качестве модели использовалась 11-элементная вибраторная АР, описанная в [5].

Результаты эксперимента представлены на рис. 1; кривая 1 — исходная огибающая КУ АР в секторе обзора; кривая 2 — огибающая КУ после оптимизации. Среднее значение КУ возросло на 53%, из них 28% роста обеспечено за счет улучшения согласования и 25% за счет коррекции парциальных ДН.

Практическое применение рассмотренного подхода требует наличия исходной информации о парциальных ДН АР и матрице коэффициентов отражения и взаимной связи излучателей. Методика оптимизации ориентирована на применение ЭВМ. Отсюда следует, что угловые размеры участков, на которые разбивается пространство, а следовательно, и количество эквивалентного МП определяется требуемой

точностью разложения парциальных ДН АР в дискретно-непрерывный базис и возможностями применяемой ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сазонов Д. М. // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1983. Вып. 6. С. 111.
- 2 Сазонов Д. М. Антенны и устройства СВЧ. — М.: Высшая школа, 1988.

3. Воропаев Ю. П. // Радиотехника и электроника. 1981. № 9. С. 1809.
 4. Амосов А. А., Колпаков В. В. // Проблемы передачи информации. — М.: Наука, 1972. № 1. С. 3.
 5. Fein A. // IEEE Trans. Ann Propag. 1985. V. AP-33. № 10. P. 1118.

Поступила в редакцию
20 июня 1989 г.

УДК 621.396.67

ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЛНОВОДНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ С ПАСИВНЫМИ КОМПЕНСАЦИОННЫМИ ПРОВОДАМИ В СЛУЧАЕ H -ПОЛЯРИЗАЦИИ

Г. А. Евстропов, А. А. Прилуцкий

Известно, что вследствие взаимной связи между элементами волноводной фазированной антенной решетки (ФАР) при качании луча происходит рассогласование входного сопротивления апертуры со схемой питания, что при больших углах отклонения может привести к значительному падению усиления ФАР [1]. Ослабить этот эффект можно введением элементов компенсации взаимной связи [2, 3]. В волноводных ФАР простым компенсатором является подрешетка из пассивных цилиндрических проводов, устанавливаемая перед раскрытием ФАР. Провода расстановлены с шагом волноводов параллельно их E -плоскости. Однако, несмотря на простоту таких элементов, строгий электродинамический анализ их влияния на характеристики ФАР до сих пор не проводился.

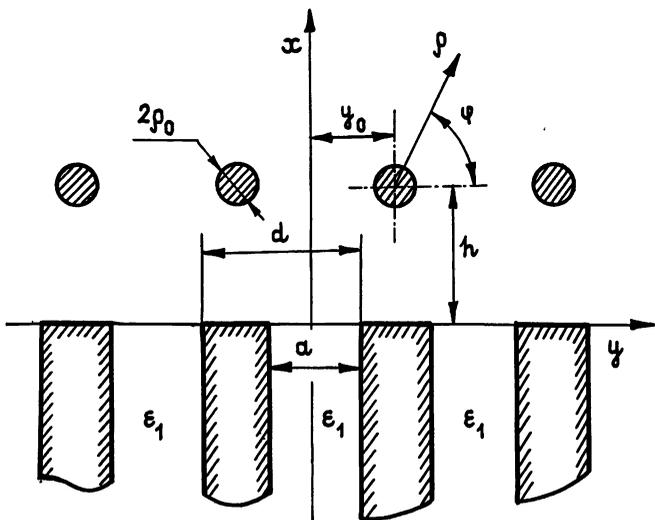


Рис. 1.

В данной работе проводится подобный анализ на примере решения двумерной задачи об излучении H -поляризованных волн из бесконечной решетки плоских волноводов, перед раскрытиями которых установлены пассивные цилиндрические провода, параллельные E -плоскости. Геометрия задачи показана на рис. 1. Волноводы равномерно возбуждаются волнами типа H_{10} с прогрессивным набегом фазы. Под действием падающих на раскрыт решетку волн волноводные излучатели возбуждаются и переизлучают электромагнитные волны как в волноводы, так и в свободное пространство, возбуждая пассивные провода. Результирующее электромагнитное поле в свободном пространстве полностью определяется электрическим полем в раскрытии волновода и электрическим током на компенсационных проводах.

Поле внутри волновода можно разложить в ряд по системе собственных функций плоскопараллельного волновода $\{f_m(y)\}$:

$$H_z^{(t)} = \frac{2}{z} \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{e}_m^{(t)} f_m(y) \exp(-ik\gamma_m^{(t)} x),$$

$$E_z^{(1)} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{e}_m^{(1)} \gamma_m^{(1)} f_m(y) \exp(-ik\gamma_m^{(1)} x),$$

где

$$f_m(y) = \sin \frac{m\pi}{a} \left(y + \frac{a}{2} \right), \quad \gamma_m^{(1)} = \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a} \right)^2},$$

$$I_m(\gamma_m^{(1)}) \leq 0, \quad \tilde{e}_m^{(1)} = \frac{1}{a} (e(y), f_m(y)).$$

Поле ФАР, волноводов в свободном пространстве можно разложить в ряд по гармоникам Флоке:

$$E_z^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{e}_m^{(e)} \varphi_m(y) \exp(-ik\alpha_m x),$$

$$H_y^{(1)} = \frac{1}{z_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{e}_m^{(e)} \alpha_m \varphi_m(y) \exp(-ik\alpha_m x),$$

где

$$\varphi_m(y) = \exp(-ikv_m y), \quad v_m = \sin \theta + m\lambda/d,$$

$$I_m(\alpha_m) \leq 0, \quad \alpha_m^2 + v_m^2 = 1,$$

$$\tilde{e}_m^{(e)} = (1/d) (e(y), \varphi_m(y)).$$

Электрическое поле подрешетки цилиндрических проводов представляется в виде разложения по цилиндрическим функциям с учетом, что $\rho_0 \ll \lambda$:

$$E_z^{(2)} = -\frac{I_0}{4} k z_0 \left\{ H_0^{(2)}(k\rho) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(2)}(kmd) J_0(k\rho) \cos(kmdv_0) \right\}.$$

а y -компонента магнитного поля в декартовой системе координат

$$H_y^{(2)} = \frac{I_0}{2d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi_m(y) \exp(-ik\alpha_m h) \exp(-ik\alpha_m x).$$

Уравнение для определения поля в раскрыве волноводов и тока на проводах получается из граничных условий для тангенциальных компонент полного электрического поля на проводах

$$E_z^{(1)} + E_z^{(2)} = 0 \Big|_{\substack{x=h \\ \rho=\rho_0}}$$

и условия непрерывности тангенциальных компонент полного магнитного поля в раскрыве волноводов

$$H_y^{(1)} = H_y^{(1)} + H_y^{(2)} \Big|_{x=0}.$$

Таким образом, имеем систему уравнений

$$\int_{-d/2}^{d/2} e(y) \left\{ \frac{2}{z_0 a} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m^{(1)} f_m(y) f_m(y') + \frac{1}{z_0 d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_m \varphi_m^*(y) \varphi_m(y') \right\} dy +$$

$$+ \frac{I_0}{2d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi_m(y') \exp(-ikv_m y_0 - ik\alpha_m h) = \frac{2\gamma_1^{(1)}}{z_0} f_0(y'), \quad (1)$$

$$\int_{-d/2}^{d/2} e(y) \frac{1}{d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_0(k\rho_0) \varphi_m^*(y) \exp(ikv_m y_0 - ik\alpha_m h) dy -$$

$$-\frac{I_0}{4} k z_0 \{ H_0^{(2)}(k \rho_0) + 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_0(k \rho_0) H_0^{(2)}(k m d) \cos(k m d \nu_0) \} = 0.$$

Выражение для электрического тока на проводах получается из второго уравнения системы (1):

$$I_0 = \left[4 \int_{-d/2}^{d/2} e(y) \frac{1}{d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_0(k \rho_0) \varphi_m^*(y) \varphi_m(y') \exp(-i k \alpha_m h) dy \right] \times \\ \times \{ k z_0 [H_0^{(2)}(k \rho_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_0(k \rho_0) H_0^{(2)}(k m d) \cos(k m d \nu_0)] \}^{-1}.$$

Система интегральных уравнений (ИУ) (1) преобразуется к ИУ Фредгольма первого рода относительно неизвестного электрического поля в раскрыве волновода

$$\int_{-d/2}^{d/2} e(y) k(y, y') dy = \frac{2 \gamma_1^{(l)}}{z_e} f_0(y'), \quad (2)$$

ядро которого определяется формулой

$$k(y, y') = \frac{2}{z_e d} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m^{(l)} f_m(y) f_m(y') + \frac{1}{z_0 d} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_m \times \\ \times \varphi_m^*(y) \varphi_m(y') + [2 J_0(k \rho_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi_m^*(y) \exp(-i k \nu_m y_0) \times \\ \times \exp(-i k \alpha_m h) \{ k z_0 [H_0^{(2)}(k \rho_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_0(k \rho_0) H_0^{(2)}(k m d) \times \\ \times \cos(k m \nu_m) \}]^{-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi_m(y') \exp(-i k \alpha_m h) \exp(-i k \nu_m y_0)].$$

Уравнение (2) решается методом саморегуляризации. При применении этого метода задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. По полученному распределению поля в раскрыве волновода и электрическому току на проводах определяются характеристики излучения решетки — коэффициент отражения по основному типу волны в волноводе, парциальная диаграмма направленности одиночного элемента в составе решетки.

В качестве примера на рис. 2 приведены кривые коэффициента отражения для ФАР с согласующими элементами для различного положения компенсационных проводов с радиусом $\rho_0 = 0,055 \lambda$ при $h/\lambda = 0,25$. Параметры ФАР следующие: $a = 0,53 \lambda$, $d = 0,55 \lambda$. Кривая 1 соответствует положению провода по центру волновода ($y_0 = 0$), 2 — положению провода между волноводами ($y_0/\lambda = 0,2525$). Кривая 3 соответствует ФАР без проводов при заполнении волноводов диэлектриком с $\epsilon_1 = 1,0$, 4 — $\epsilon_1 = 2,0$. Кривая 5 соответствует ФАР с компенсационными проводами при $h/\lambda = 0,4$ и диэлектрическим заполнением волноводов с $\epsilon_1 = 2,0$.

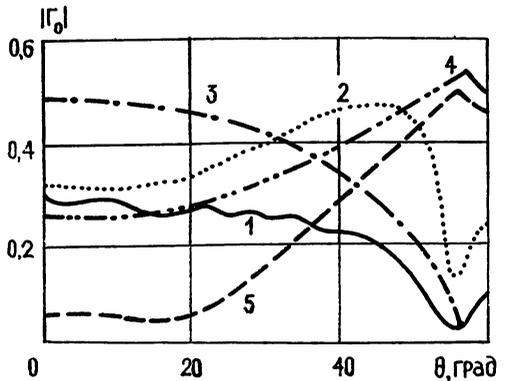


Рис. 2.

Коэффициент усиления ФАР за счет применения компенсационных проводов увеличен на ~ 1 дБ. Оптимальное положение провода соответствует $y_0/\lambda = 0,2525$, при этом в момент появления дифракционного лепестка отмечается полная компенсация взаимных связей (кривая 1). При согласовании ФАР выбором параметра диэлектрического заполнения волноводов (ϵ_1) при качании луча происходит существенное рассогласование в момент появления дифракционного лепестка.

Таким образом, в данной работе изложена строгая методика анализа решетки плоских волноводов с компенсационными проводниками в раскрывах, которая может оказаться полезной при разработке ФАР, предназначенных для широкоугольного сканирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мейлукс Р. Д. // ТИИЭР. 1978. Т. 70. № 3. С. 5.
2. Скобелев С. П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 5.
3. Henderson L. W. // Ant. and Prop. AP-S. Int. Symp. Dig., Philadelphia: Pa. June 8—13, 1986 V 1. № 4 P. 3.

Поступила в редакцию
16 февраля 1989 г.

УДК 538.566

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОД НА ПОЛЕ В ВОЛНОВОДЕ В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛЬНОГО ВЫРОЖДЕНИЯ

Т. И. Бичуцкая

При определенных условиях на граничных поверхностях волновода с потерями [1-7] спектр несамосопряженного оператора соответствующей краевой задачи имеет кратные (вырожденные) собственные числа.

При глобальном вырождении мод поле в волноводе описывается с помощью присоединенных функций [8], и расчет [9] зависимости поля от расстояния до источника в регулярном плоском волноводе Земля — ионосфера показал, что учет присоединенной волны, имеющей помимо экспоненциального затухания линейно растущий множитель, не приводит к качественным изменениям поведения поля.

В нерегулярном волноводе, свойства которого медленно меняются вдоль трассы распространения (малый параметр $(kL)^{-1}$, где L — продольный масштаб нерегулярности), моды вырождаются лишь локально и коэффициенты связи вырождающихся мод в сечении вырождения становятся бесконечно большими (критическая связь мод). Связь вырождающихся мод можно ослабить, если перейти к голоморфному поперечному базису для вырожденных мод. Впервые на возможность перехода к голоморфному базису для вырожденных мод указал Бадден [10], а в дальнейшем несколько отличное преобразование было проведено в [11, 12]. В результате система дифференциальных волноводных уравнений получается с ограниченными коэффициентами, и для ее решения используется метод последовательных приближений.

Краевая задача для нерегулярного участка плоского волновода с идеально проводящей нижней стенкой и с плавно меняющимся импедансом $\delta(x)$ на верхней стенке имеет вид

$$(L_z + L_x)\mathcal{G} = P, \quad \mathcal{G} = \text{col}(\tilde{H}_y, -E_z), \quad \tilde{H}_y = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_y,$$

$$L_z = \begin{pmatrix} 0 & ik \\ -\frac{1}{ik} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) & 0 \end{pmatrix}, \quad L_x = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad P = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} j_z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$j_z = J h_g \delta(x) \delta(z) e_z, \quad D_z \mathcal{G}^{(1)}|_{z=0} = 0, \quad D_z \mathcal{G}^{(1)}|_{z=h} = ik \delta(x) \mathcal{G}^{(1)}|_{z=h}. \quad (1)$$

Решение задачи ищется в виде разложения по собственным функциям поперечного оператора (по модам), медленно зависящим от продольной координаты через параметрическую зависимость поперечного собственного числа от импеданса:

$$\mathcal{G} = \sum_j \psi_j(x) W_j^{(0)}(z, x), \quad L_z W_j = -ik \lambda_j W_j, \quad \eta_j g \eta_j = t,$$

$$t = -ik \lambda h, \quad W_j^{(1)0} = \frac{1}{\sqrt{N_j}} \cos k \sqrt{1 - \lambda_j^2} z, \quad N_j = \lambda_j h \left[1 + \frac{\sin 2\eta_j}{2\eta_j} \right], \quad (2)$$

$$\eta_j = \sqrt{1 - \lambda_j^2} kh.$$

После подстановки разложения (2) в уравнение (1) и последующего скалярного умножения на собственные функции сопряженного поперечного оператора получается система дифференциальных уравнений первого порядка для продольных функций $\psi_j(x)$ с диагональной матрицей \hat{A} :

$$\psi' = \hat{A}\psi + \hat{\Gamma}\psi, \quad \psi = \text{col}(\psi_0, \psi_1, \dots), \quad (3)$$

$$\Gamma_{ik} = -\frac{t'_x}{k^2 h} \frac{W_i^{(1)0}(x, h) W_k^{(0)0}(x, h)}{\lambda_l - \lambda_k}, \quad i \neq k,$$

а матрица $\hat{\Gamma}$ характеризует связь нормальных волн, обусловленную нерегулярностью волновода.

При наличии локального вырождения нулевой и первой мод с помощью преобразования

$$\tilde{W} = \hat{S}W, \quad \tilde{W} = \text{col}(W_+, W_-, W_2), \quad W = \text{col}(W_0, W_1, W_2),$$

$$\hat{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha_0^{1/2} \delta^{1/4} & \alpha_1^{1/2} \delta^{1/4} & 0 \\ \alpha_0^{-1/2} \delta^{-1/4} & \alpha_1^{-1/2} \delta^{-1/4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_{0,1} = \pm 1, \quad \delta^{1/2} = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{2}$$

осуществляется переход к голоморфному поперечному базису, коэффициенты разложения по которому связаны соотношением $\tilde{\psi} = (S^{-1})^T \psi$. В результате уравнение для $\tilde{\psi}$ принимает вид

$$\tilde{\psi}' = \hat{A}\tilde{\psi} - \hat{\Gamma}\tilde{\psi}, \quad (4)$$

$$\hat{A} = (S^T)^{-1} \hat{A} S^T, \quad \hat{\Gamma} = -(S^T)^{-1} (S^T)' - (S^T)^{-1} \hat{\Gamma} S^T,$$

$$\tilde{\psi} = \text{col}(\psi_+, \psi_-, \psi_2).$$

Вклад двух вырождающихся мод, рассчитанный по (4) в нулевом приближении по малому параметру нерегулярности, в поле на нижней стенке волновода выражается через функции Эйри:

$$V(x) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\alpha_0^{1/2} \varphi^{1/4}}{\sqrt{N_0 \lambda_0}} + \frac{\alpha_1^{1/2} \varphi^{1/4}}{\sqrt{N_1 \lambda_1}} \right) W(\varphi) + \left(\frac{\alpha_0^{-1/2} \varphi^{-1/4}}{\sqrt{N_0 \lambda_0}} + \frac{\alpha_1^{-1/2} \varphi^{-1/4}}{\sqrt{N_1 \lambda_1}} \right) W'(\varphi) \right] \times \\ \times \exp \left(i \int_{x_{\text{ист}}}^x \lambda_+ dx \right), \quad (5)$$

$$\varphi(x) = \frac{3}{2} i \int_{x_B}^x \frac{\lambda_0(x) - \lambda_1(x)}{2} dx, \quad W(\varphi) = c_+ w_1(\varphi) + c_- w_2(\varphi).$$

Численный расчет в нулевом приближении поля двух мод (5), вырождающихся при $x = x_B$ на частоте $f = 4,75$ кГц в зависимости от расстояния до источника в плоском волноводе постоянной высоты $H = 80$ км с нижней стенкой идеально проводящей, а верхней — имеющей импеданс $t(x)$ (модель I, рис. 1), плавно меняющийся на участке протяженностью 1100 км ($x_B = 550$ км), представлен на рис. 2. Сплошной линией на рис. 2 изображены амплитуда и фаза E_z -компоненты поля, рассчитанной по асимптотическим представлениям функций Эйри, пунктирной — по функциям Эйри, штрихпунктирной — по формулам (2), (3) с диагональной матрицей \hat{A} . Затухания вырождающихся мод, представленные на верхней части рис. 1, меняются в окрестности сечения вырождения от сравнительно близких значений до значений сильно различающихся, в связи с чем ожидалось осцилляция поля в той части волновода, в которой затухания двух мод близки. Расчеты показали, что наблюдается лишь один минимум в поведении поля от расстояния. Для заданных условий расчета он имеет место в правой регулярной части волновода на расстоянии 1800 км от начала нерегулярного участка, где происходит смена механизма распространения от первой моды к менее затухающей, нулевой моде.

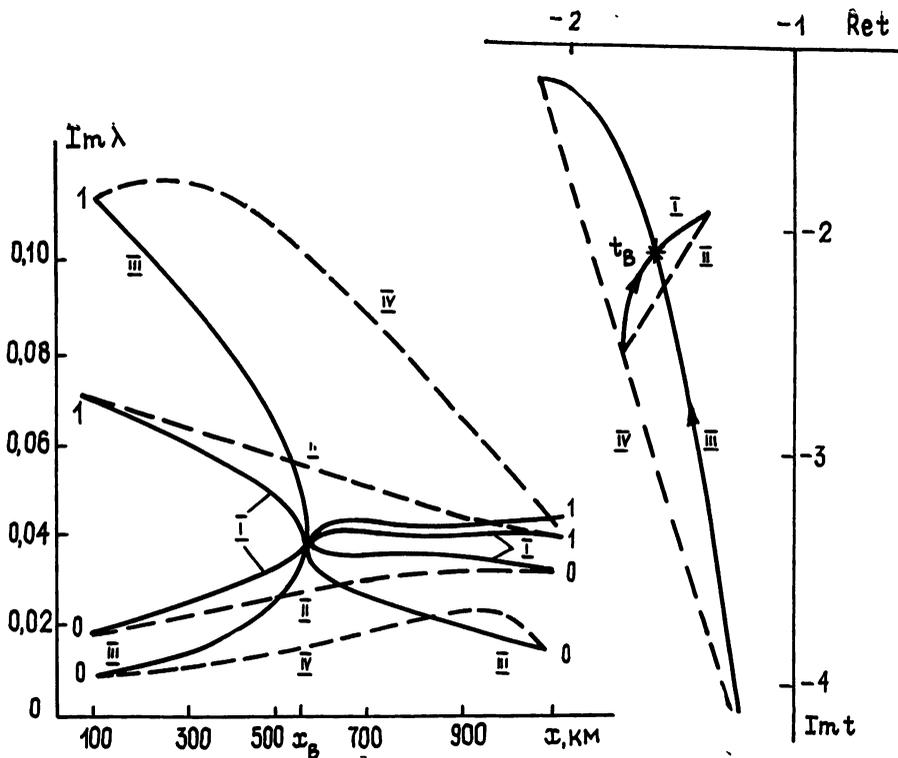


Рис. 1.

Учет влияния коэффициентов связи мод на поле может быть прослежен по рис. 3, на котором изображена относительная амплитуда E_z -компоненты поля, рассчитанная в диагональном и жордановом базисе с учетом трех мод и коэффициентов связи ((3) или (4)) для четырех моделей импеданса, представленных на рис. 1. Соответствующие моделям $t(x)$ I—IV затухания мод вдоль нерегулярного участка изображены также на рис. 1, где сплошные кривые относятся к моделям I, III импеданса, принимающего вырожденное значение при $x_B = 550$ км, а пунктирные — к моделям $t(x)$ II, IV — без вырождения.

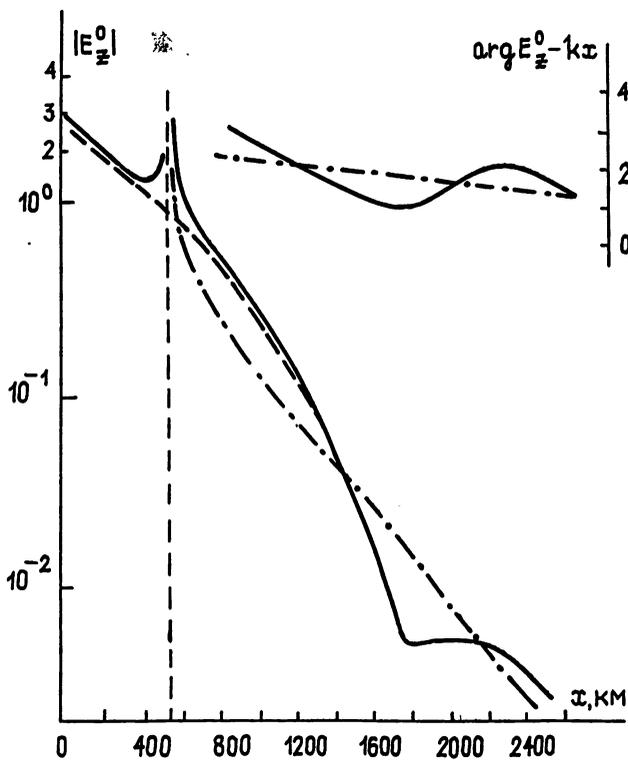


Рис. 2.

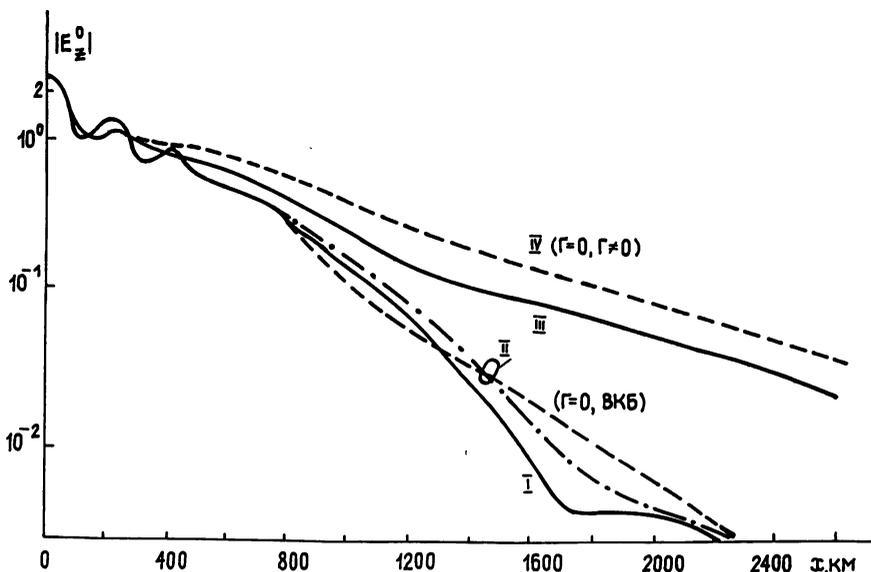


Рис. 3.

Расчет поля в жордановом базисе по моделям I, III в силу незначительности коэффициентов связи $\tilde{\Gamma}_{ik}$ (4) показывает, что можно ограничиться нулевым приближением. Поле, рассчитанное по модели III, также имеет минимум, но не столь выраженный, как в случае I, поскольку затухания вырождающихся мод для модели III за сечением вырождения (рис. 1) сильнее отличаются одно от другого.

Вклад коэффициентов связи мод, рассчитанных для моделей II, IV без вырождения в диагональном базисе, оказывается заметным лишь для модели импеданса II, проходящей близко от вырожденного значения.

Таким образом, критическая связь вырождающихся мод вносит основной вклад в нулевое приближение при расчете поля в жордановом базисе и приводит к минимуму в поведении поля с расстоянием, наиболее выраженному для трассы, пересекающей t_b по лучу $\arg t = \arg t_b$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров Г. И., Новиков В. В. // Проблемы дифракции и распространения волн. 1968. Вып. 7. С. 19.
2. Макаров Г. И., Новиков В. В. // Проблемы дифракции и распространения волн. 1971. Вып. 11. С. 3.
3. Краснушкин П. Е., Федоров В. Н. // Геомагнетизм и аэрномия. 1972. Т. 12. С. 60.
4. Westerlund S., Reder F. H. // JATP. 1973. V. 35. P. 1475.
5. Ременец Г. Ф. // Проблемы дифракции и распространения волн. 1973. Вып. 12. С. 211.
6. Foley G., Wand I. G., Jones T. B. // JATP. 1973. V. 35. P. 2111.
7. Budden K. G. // Proc. Roy. Soc. 1975. V. A342. P. 175.
8. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы: М., 1969. — 526 с.
9. Бичуцкая Т. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 3. С. 430.
10. Budden K. G. // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 1975. V. 77. Pt. 3. P. 567.
11. Бичуцкая Т. И., Новиков В. В. // Изв. вузов. Радиофизика, 1979. Т. 22. № 7. С. 860.
12. Молотков И. А., Старков А. С. // Записки научн. семинаров ЛОМИ АН СССР. 1978. Т. 78. Вып. 9. С. 138; 1979. Т. 89. Вып. 10. С. 2867.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
17 января 1989 г.

ЭФФЕКТ ФРАНЦА—КЕЛДЫША В УЗКОЗОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ В СИЛЬНОМ ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

С. В. Крючков, Г. А. Сыродоев

Постоянное электрическое поле существенно влияет на межзонное поглощение света [1]. В случае слабого поля световой волны вероятность одноквантового перехода может быть вычислена по теории возмущений. Расчет предсказывает возможность поглощения света частоты $\omega < \varepsilon_g$ (ε_g — ширина запрещенной зоны, $\hbar = 1$). Для полупроводниковых сверхструктур — сверхрешеток (СР) — влияние постоянного поля на однофотонное поглощение света учтено в [2]. В последнее время заметно возрос интерес к полупроводниковым СР [3]. Как известно, сверхрешетки обладают минизонным (неквадратичным) энергетическим спектром, который экспериментально проявляет себя, например, в резонансной СВЧ фотопроводимости [4]. В одноминизонном приближении форма спектра обычно выбирается в виде [3]

$$\varepsilon(p) = p_{\perp}^2/2m + \Delta(1 - \cos pd). \quad (1)$$

Здесь p и p_{\perp} — компоненты квазинимпульса вдоль и поперек оси сверхструктуры, d — постоянная СР, Δ — полуширина минизоны.

В настоящем сообщении мы рассмотрим поглощение света при межминизонном пробое в СР в присутствии постоянного и переменного электрических полей. Нас будет интересовать случай относительно сильных полей, когда существенны многоквантовые переходы. В этом случае необходимо использовать квазиклассическое приближение. При ориентации напряженностей полей вдоль оси сверхструктуры задача становится одномерной.

Для двухминизонного одномерного полупроводника примем следующую модель энергетического спектра (ср. с [3]):

$$\varepsilon(p) = \pm \varepsilon_g \sqrt{1 + (4\Delta/\varepsilon_g)(1 - \cos pd)}. \quad (2)$$

Такая зависимость $\varepsilon(p)$ при $pd \ll 1$ дает хорошо известный кэйнковский спектр, а при $\Delta \ll \varepsilon_g$ из (2) получается формула (1) с $p_{\perp} = 0$.

Лагранжиан частицы со спектром (2), находящейся под действием постоянного и ВЧ полей $E_0 + E \cos \Omega t$, имеет вид

$$L = \frac{v}{d} \arccos f_{\pm}(v) \mp \frac{\varepsilon_g}{2} \left\{ 1 + \frac{4\Delta}{\varepsilon_g} [1 - f_{\pm}(v)] \right\}^{1/2} + (E_0 + E \cos \Omega t)x, \quad (3)$$

где

$$f_{\pm}(v) = \frac{2v^2}{\varepsilon_g \Delta d^2} \pm \left[\left(1 - \frac{2v^2}{\varepsilon_g \Delta d^2} \right)^2 - \frac{v^2}{\Delta^2 d^2} \right]^{1/2}, \quad v = \frac{\partial \varepsilon}{\partial p}, \quad e = 1. \quad (4)$$

Межминизонный переход можно представить себе как составной переход из «валентной» минизоны на примесный уровень (с энергией, точно лежащей на середине запрещенной зоны, т. е. с энергией, равной нулю при выбранном в (2) начале отсчета энергии) и с примесного уровня в минизону «проводимости». В квазиклассической ситуации вероятность составного перехода факторизуется. Классическое действие (с учетом симметричности (2)) частицы, испытывающей туннельный межминизонный переход, записывается в виде

$$S = S_{vi} + S_{ic} = 2S_{ic}. \quad (5)$$

Здесь S_{vi} — действие при переходе «валентная зона — примесный уровень», S_{ic} — действие при переходе «примесный уровень — зона проводимости».

Таким образом, задача сводится к задаче об ионизации короткодействующего примесного центра (расположенного в точке $x=0$) в зону, описываемую спектром (2) со знаком «+». Вероятность ионизации, согласно [6], определяется выражением:

$$w = \exp(-2\text{Im } S) = \exp(-4\text{Im } S_{ic}).$$

Для нахождения S_{ic} воспользуемся начальными условиями [6]

$$x(t_0) = 0, \quad \varepsilon(t_0) = 0. \quad (6)$$

Здесь t_0 — момент начала туннелирования с примесного центра. Момент выхода частицы из запрещенной области отвечает максимальному значению поля, т. е. $t=0$. При этом $p(0)=0$.

Запишем уравнение Лагранжа

$$dp/dt = E_0 + E \cos \Omega t. \quad (7)$$

Интегрирование (7) дает

$$p = E_0 t + (E/\Omega) \sin \Omega t. \quad (8)$$

Далее находим скорость $v = dx/dt = \partial \epsilon / \partial p$:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta d^2 \sin(dE_0 t + (dE/\Omega) \sin \Omega t)}{\sqrt{1 + (4\Delta/\epsilon_g)[1 - \cos(dE_0 t + (dE/\Omega) \sin \Omega t)]}}, \quad (9)$$

и закон движения $x = x(t)$:

$$x(t) = \int_{t_0}^t \frac{\Delta d \sin(dE_0 t + (dE/\Omega) \sin \Omega t)}{\sqrt{1 + (4\Delta/\epsilon_g)[1 - \cos(dE_0 t + (dE/\Omega) \sin \Omega t)]}} dt. \quad (10)$$

Интеграл в (10) берется аналитически лишь при наличии только постоянного поля ($E=0$), что приводит к

$$x(t) = (\epsilon_g/2E_0) \sqrt{1 + (4\Delta/\epsilon_g)(1 - \cos E_0 t)}. \quad (11)$$

Нетрудно убедиться, что корень уравнения (6) чисто мнимый. Вводя $t = i\tau$, получаем трансцендентное уравнение для определения $t_0 = i\tau_0$:

$$dE_0 \tau_0 + (dE/\Omega) \operatorname{sh} \Omega \tau_0 = 2 \operatorname{Arsh} \sqrt{\epsilon_g/8\Delta}. \quad (12)$$

Действие S_{ic} определяется обычным образом:

$$S_{ic} = \int_{t_0}^0 L dt. \quad (13)$$

Проведя в (13) интегрирование по частям, найдем

$$\operatorname{Im} S_{ic} = \frac{\epsilon_g}{2} \int_0^{\tau_0} \left\{ 1 - \frac{8\Delta}{\epsilon_g} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{dE_0 \tau}{2} + \frac{dE}{2\Omega} \operatorname{sh} \Omega \tau \right) \right\}^{1/2} d\tau. \quad (14)$$

В отсутствие постоянного поля ($E_0=0$) (14) преобразуется к виду

$$\operatorname{Im} S_{ic} = \frac{\epsilon_g}{2} \int_0^{\tau_0} \sqrt{1 - \frac{8\Delta}{\epsilon_g} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{dE}{2\Omega} \operatorname{sh} \Omega \tau \right)} d\tau, \quad (15)$$

где τ_0 определяется соотношением

$$\Omega \tau_0 = \operatorname{Arsh} \left\{ \frac{2\Omega}{dE} \operatorname{Arsh} \sqrt{\frac{\epsilon_g}{8\Delta}} \right\}. \quad (16)$$

При наличии только постоянного поля имеем

$$\operatorname{Im} S_{ic} = \frac{\epsilon_g}{dE_0} \frac{K(k) - E(k)}{k}, \quad (17)$$

где $k = (1 + 8\Delta/\epsilon_g)^{-1/2}$, $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы, а

$$\tau_0 = \frac{2}{dE_0} \operatorname{Arsh} \sqrt{\frac{\epsilon_g}{8\Delta}}.$$

Совершая в (12)—(17) предельный переход к обычным полупроводникам ($d \rightarrow 0$, $\Delta \rightarrow \infty$, $\Delta d^2 \rightarrow m^{-1}$), получаем аналогичное выражение из [7]. Таким образом, полное решение задачи дается соотношением (14) с τ_0 из (12). Такое решение выполняется численными методами. На рисунке представлена зависимость $\operatorname{Im} S_{ic}$ от E для различных значений Ω . Численный анализ показывает, что вероятность туннелирования уменьшается при переходе от сверхрешетки к обычным полупроводникам (при $m_0 \Delta d^2 > 1$, m_0 — эффективная масса в обычном полупроводнике). Для различных сверхрешеток с одинаковым значением Δd^2 вероятность туннелирования больше у той, у которой меньше Δ . Если к СР приложено только постоянное поле, последнее утверждение имеет аналитическое обоснование, так как

$$\frac{\operatorname{Im} S_{ic}^{(1)}}{\operatorname{Im} S_{ic}^{(2)}} = \sqrt{\frac{1 - k_1^2}{1 - k_2^2}} \frac{k_2}{k_1} \frac{K(k_1) - E(k_1)}{K(k_2) - E(k_2)} < 1 \quad (18)$$

при $k_1 > k_2$ ($\Delta_2 > \Delta_1$). Для сверхрешеток, имеющих одинаковые периоды d , но различ-

ные значения эффективной массы на дне минизоны $m = (\Delta d^2)^{-1}$, вероятность больше у той, у которой меньше m . Это позволяет судить о параметрах CP d и Δ исходя из измерений коэффициента поглощения света.

Присутствие ВЧ поля приводит к экспоненциальному возрастанию вероятности туннелирования и, следовательно, к экспоненциальному возрастанию коэффициента поглощения света α , который может быть записан как отношение энергии, поглощаемой в 1 см^3 за секунду:

$$(W/\tau_0) \epsilon_g N,$$

где N — концентрация атомов, к плотности потока падающей энергии

$$(c/\sqrt{\kappa}) (E^2/4\pi).$$

Таким образом

$$\alpha = \frac{4\pi\epsilon_g N \sqrt{\kappa}}{cE^2 \tau_0} \exp(-4 \text{Im} S_{ic}).$$

Сделаем численные оценки. Полагая $\epsilon_g = 0,1$ эВ, $N = 10^{22} \text{ см}^{-3}$, $\kappa = 10$, $\Delta = 5 \cdot 10^{-2}$ эВ, $\hbar\Omega = 10^{-2}$ эВ, $E = 20$ ед. СГС ($6 \cdot 10^3 \text{ В/см}$), находим $\tau_0 = 6,3 \cdot 10^{-14}$ с, $\text{Im} S_{ic} = 4,5$. При этом $\alpha \approx 2,5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. — М.: Наука, 1978. — 616 с.
2. Крючков С. В. // ФТП. 1984. Т. 18. Вып. 11. С. 2072.
3. Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. Вып. 3. С. 485.
4. Герасименко В. А., Зорченко В. В., Кондратенко В. В., Федоренко А. И., Халамейда Д. Д., Яковенко В. М. // Письма в ЖЭТФ. Т. 47. Вып. 2. С. 114.
5. Генкин Г. М., Зильберберг В. В., Щедрина Н. В. // ФТТ. 1988. Т. 30. Вып. 6. С. 1594.
6. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. — М.: Наука, 1971. — 544 с.
7. Ивлев Б. И., Мельников В. И. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. Вып. 6. С. 2208.

Волгоградский государственный педагогический институт

Поступила в редакцию 1 февраля 1989 г.

УДК 621.315.592

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ГЕЛИКОНОВ В ПЛАЗМЕ ПОЛУПРОВОДНИКА МАГНИТНЫМ ДИПОЛЕМ

С. И. Ханкина, В. М. Яковенко

Полупроводник, помещенный в магнитное поле, является интересным объектом изучения плазменных эффектов, используемых как для диагностики, так и для создания твердотельных СВЧ устройств различного назначения.

С этой точки зрения весьма важным представляется предсказание существования в ограниченной магнитоактивной плазме дополнительной, по сравнению с безграничной средой, ветви электромагнитных волн — поверхностных геликонов [1, 2]. Эти волны имеют квадратичный закон дисперсии, обладают относительно небольшим затуханием и фазовыми скоростями, величина которых регулируется внешним магнитным полем. Характерными особенностями поверхностных геликонов являются их распространение под косым углом к внешнему магнитному полю, параллельному плоскости раздела

полупроводник—вакуум, и одинаправленности. Кроме того, компоненты магнитного поля этих волн велики по сравнению с электрическими.

Экспериментально поверхностные геликоны обнаружены и исследованы различными методами в монокристаллах In Sb при комнатных температурах на частотах 10—50 МГц в магнитных полях до 30 кЭ [3-6]. В работах [3, 4], где в качестве источника возбуждения и приемника излучения использовались петли связи, расположенные на поверхности образца, впервые были обнаружены поверхностные геликоны под углом —45 и —135° к магнитному полю. Эти направления совпадают с границами двух секторов углов, расположенных симметрично относительно $\theta = -90^\circ$, в которых теоретически предсказано существование поверхностных геликонов. В работах [5, 6] разработана меандровая методика возбуждения и индикации волн, с помощью которой изучены геликоны в широком интервале напряженностей магнитного поля.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию зависимости мощности поверхностных геликонов от направления их распространения относительно внешнего магнитного поля.

Рассмотрим случай, когда поверхностные волны возбуждаются магнитным диполем (виток с переменным током), находящимся в вакууме ($y > 0$) на расстоянии a от границы раздела ($y = 0$) вакуум—полупроводник. Именно такой источник создает в вакууме H -волну ($E_z = 0$), соответствующую по поляризации поверхностному геликону. Поскольку размеры диполя малы по сравнению с длиной волны в вакууме, то ток в витке можно представить в виде

$$j^b = j_0 \delta(x) \delta(y - a) \delta(z) e^{-i\omega t},$$

где

$$j_0 = (j_{0x}, j_{0y}, 0).$$

Система уравнений поля, возбуждаемого током в вакууме, имеет вид

$$\text{rot } E = 0, \quad \text{rot } H = (4\pi/c) j_0 \delta(x) \delta(y - a) \delta(z) e^{-i\omega t}. \quad (1)$$

В качестве образца используется полупроводник типа собственного In Sb. Именно этот материал обладает свойствами, необходимыми для распространения поверхностного геликона: носители заряда электроны и дырки имеют одинаковые концентрации и сильно различаются подвижностью. Для описания электромагнитных процессов в такой твердотельной плазме можно воспользоваться следующими приближенными уравнениями:

$$\text{rot } E = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \text{div } H = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot } H = \frac{4\pi e n_0 v}{c} E, \quad E + \frac{1}{c} [v H_0] = 0,$$

где e , n_0 , v — заряд, концентрация и скорость электронов, H_0 — внешнее постоянное магнитное поле, направленное вдоль поверхности раздела по оси Oz. Образец предполагается безграничным в направлениях осей x , z .

Все поля и токи можно разложить в интегралы Фурье вида

$$H^b = \iint_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_z) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)] \times \\ \times dk_x dk_z + \frac{1}{2\pi^2 c} \int_{-\infty}^{\infty} \{\text{rot}(j_0 \exp[i(k_x x + k_y(y-a) + k_z z - \omega t)]) dk\} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{-1}, \quad (3)$$

где первое слагаемое является решением однородного уравнения Лапласа, второе — неоднородного и описывает волны, распространяющиеся от источника. Компоненты вектора A связаны соотношениями: $A_x = \frac{k_x}{k_{y0}} A_y$, $A_z = \frac{k_z}{k_{y0}} A_y$, где $k_{y0} = i|\sqrt{k_x^2 + k_z^2}|$.

Во втором слагаемом выражения (3) в результате интегрирования по k_y получим $k_y = i|\sqrt{k_x^2 + k_z^2}|$ для $y > a$, $k_y = -i|\sqrt{k_x^2 + k_z^2}|$ для $y < a$. Знаки перед радикалами выведены из условия затухания поля при $y = \pm\infty$.

В качестве граничных условий на плоскости $y = 0$ воспользуемся непрерывностью H_y и H_z компонент магнитного поля. В результате получим

$$A_y = -\frac{\exp(ik_{y0} a)}{2\pi c k_{y0}} (k_x^2 + k_z^2) \left\{ j_{0x} \left[\frac{k_{y1} k_z^2 - k_x(\omega^2/c^2) \epsilon_{yx}}{k_x^2 + k_z^2} + k_{y0} \right] + k_x j_{0y} \right\} \times$$

$$\times \left(k_{y1} k_z^2 - k_x \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{yx} - k_{y0} k_z^2 \right)^{-1},$$

где $\epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = \frac{i\omega_0^2 e}{\omega \omega_{He}}$, ω_{0e} , ω_{He} — плазменная и циклотронная частоты электронов,

$k_{y1}^2 = -k_x^2 - k_z^2 - \frac{\omega^4}{c^4 k_z^2} \epsilon_{xy}^2$, $\text{Re } k_{y1} < 0$, $\text{Im } k_{y1} < 0$ В цилиндрической системе координат $x = \rho \sin \theta$, $z = \rho \cos \theta$, y , ($k_x = k \sin \theta$, $k_z = k \cos \theta$), поле волны, отраженной в вакуум, равно

$$H_y^{\text{отр}} = -\frac{i}{2\pi c} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} dk d\theta' F(\theta', k) \exp[-k(y+a) + ik\rho \cos(\theta - \theta') - i\omega t], \quad (5)$$

$$F(\theta', k) = \left\{ j_{0x} \left[k_{y1} k \cos^2 \theta' - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{yx} \sin \theta' + k k_{y0} \right] + j_{0y} k^2 \sin \theta' \right\} \times \\ \times \left(k k_{y1} \cos^2 \theta' - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{yx} \sin \theta' + k k_{y0} \cos \theta' \right)^{-1}.$$

Для анализа отраженной волны на больших по сравнению с длиной волны расстояниях от источника $k\rho \gg 1$ воспользуемся методом стационарной фазы при интегрировании по переменной величине θ' . В результате получим

$$H_y^{\text{отр}} = \frac{1}{c\sqrt{2\pi\rho}} \exp\left(-\frac{3}{4}\pi i\right) \int_0^\infty k^{1/2} F(\theta' = \theta, k) \exp[ik\rho - k(y+a)] dk. \quad (6)$$

Поле излучения (6) достигает наибольшей величины, когда угол θ заключен между -135° и -45° ($\theta \neq -90^\circ$) и выражение $F(\theta, k)$ имеет полюс. (Можно показать, что вне указанного сектора углов функция $F(\theta, k)$ полюса не имеет и $H_y^{\text{отр}}/H_{y \text{ max}} \ll 1$.) Для этого, кроме условия $-i\epsilon_{yx} \sin \theta < 0$, должны выполняться неравенства $k_x^2 > k_z^2$ и $k_x^2 k_z^2 > \omega^2 \omega_0^4 / \omega_{He}^2 c^4$. Тогда

$$F(\theta, k) = \frac{k}{2\cos \theta} \left[j_{0x} \left(k^2 \sin^2 \theta + \frac{\omega \omega_0^2}{|\omega_H| c^2} \right) + i k^2 \sin^2 \theta j_{0y} \right] \left(k^2 - \frac{\omega \omega_0^2}{2c^2 |\omega_H| \cos^2 \theta} \right)^{-1}. \quad (7)$$

При $k_h = \frac{1}{|\cos \theta|} \left(\frac{\omega \omega_0^2}{2c^2 |\omega_H|} \right)^{1/2}$, т. е. на частотах поверхностного геликона, в случае $a \rightarrow 0$ (источник излучения находится на поверхности полупроводника) максимальное значение y -й компоненты магнитного поля на плоскости $y=0$ равно

$$H_{y \text{ max}}^{\text{отр}} \approx \frac{\exp(-i\pi/4) \pi^{1/2} \sin^3 \theta}{4c\sqrt{2\rho}} \frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta} (j_{0x} + i j_{0y}) \exp[i(k_h \rho \sin \theta - \omega t)]. \quad (8)$$

Зная $H_{y \text{ max}}^{\text{отр}}$ определим все компоненты электрического и магнитного полей отраженной волны:

$$E_x^{\text{отр}} = \frac{\omega}{ck \cos \theta} H_y^{\text{отр}}, \quad E_y^{\text{отр}} = -i \frac{\omega}{kc \cos \theta} H_y^{\text{отр}}.$$

Поток энергии излучения электромагнитной волны через цилиндрическую площадку $ds = \rho d\theta dy$ равен

$$\frac{d\omega}{ds} = S_\rho = \frac{c}{4\pi} \text{Re}[E_y H_z^* \sin \theta + (E_x H_y^* - E_y H_x^*) \cos \theta]. \quad (9)$$

Таким образом, на плоскости $y=0$ при распространении геликонов в области углов -135° , -45°

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{\omega}{(16c)^2 \cos^2 \theta} k_h^2 j_0^2 = \frac{1}{2|\omega_H|} \left(\frac{\omega \omega_0 j_0 \text{tg}^2 \theta}{16c} \right)^2. \quad (10)$$

Покажем, что при пересечении магнитным диполем границы вакуум—магнитоактивная плазма возможно переходное излучение поверхностных геликонов.

Для удобства вычислений систему координат в этом случае выбираем так, что ось

0у, вдоль которой равномерно движется диполь со скоростью v_0 , направлена из вакуума в среду и $H_0 \parallel Oz$. Все поля ищем в виде тройных интегралов Фурье. В вакууме

$$H^{(b)} = \int_{-\infty}^{\infty} A \exp [i(k_x x + \lambda y + k_z z) - i\omega t] d\mathbf{k} + \frac{1}{2\pi^2 c} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{rot}(j_0 \exp[l(kr - \omega t)])}{k_{\perp}^2 + \omega^2/v_0^2} d\mathbf{k}. \quad (11)$$

Здесь $\lambda = -i\sqrt{k_x^2 + k_z^2}$, $k_y = \omega/v_0$, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_z^2$. Из граничных условий получим, что у-компонента магнитного поля излучения в вакуум равна

$$H_{y\text{max}}^b \approx - \frac{\exp(3\pi i/4) \pi^{1/2} \exp(ik_h \rho + k_h \sin \theta y)}{4c v_0 \sqrt{2\rho} (k_h^2 + \omega^2/v_0^2)} \times \times \left[j_{0x} \left(\frac{\omega}{v_0} \sin \theta - ik_h \cos^2 \theta \right) - k_h^2 \sin^2 \theta j_{0y} \right] k_h^{3,2}. \quad (12)$$

В этом случае спектральная плотность потока энергии излучения поверхностных геликонов, распространяющихся вдоль поверхности раздела сред в секторе углов $45^\circ < \theta < 135^\circ$, имеет вид

$$\frac{d\omega}{d\theta d\omega} = \left[\omega \sin^2 \theta k_h^2 \left(\frac{\omega}{v_0} j_{0x} - k_h \sin \theta j_{0y} \right)^2 \right] [(16c v_0)^2 (k_h^2 + \omega^2/v_0^2)]^{-1}. \quad (13)$$

Экспериментально такое излучение можно наблюдать на границе раздела сред с различными плотностями носителей при выполнении условий, необходимых для распространения поверхностных геликонов. Если в такую систему инжектируются электроны (в выбранной системе координат постоянное напряжение приложено вдоль оси у, а в направлении х контакты разомкнуты), то движение инжектируемых носителей в скрещенных электрическом и магнитном полях можно рассматривать как движение магнитных диполей. Заметим, что, поскольку плотность носителей одной из сред мала, они не оказывают влияния на спектр собственных колебаний системы.

Таким образом, эксперимент возможен на $p-n$ -переходе или гетеропереходе, вдоль границы которого приложено постоянное магнитное поле, а тянущее напряжение перпендикулярно ему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ханкина С. И., Яковенко В. М. // ФТП. 1979. Т. 13. Вып. 9. С. 1795.
2. Beletski N. N., Jakovenko V. M. // Sol. St. Commun. 1980. V. 34. № 10. P. 837.
3. Байбаков В. И., Дацко В. Н. // Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 15. С. 195.
4. Байбаков В. И. Автореферат диссертации. — М.: Гос. ун-т, 1983.
5. Руйбис Г., Толутис Р. // ФТП. 1982. Т. 16. Вып. 7. С. 1316.
6. Руйбис Г., Толутис Р. // ФТП. 1988. Т. 22. Вып. 3. С. 516.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
28 февраля 1989г.