

ГОСКОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С АПРЕЛЯ 1958 г.

Том 33, № 2

Горький

февраль 1990

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| Рубцов С. Н., Яковлев О. И., Ефимов А. И. Анализ насыщенных флюктуаций интенсивности при распространении радиоволны через околосолнечную плазму | 135 |
| Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Зюзин В. А., Комраков Г. П., Красильников М. Ю., Прокофьев А. В., Толмачева А. В. Возмущение фазы мощных радиоволн, отраженных от F-области ионосферы | 143 |
| Калинин Ю. К., Куницын В. Е., Рождественская Л. Л. О методической точности измерений задержек сигналов радиозондирования ионосферы | 150 |
| Руденко Г. В. Численное исследование альфвеновского резонатора в ионосфере | 155 |
| Мельников В. М. Характеристики поля ветра в облаках по данным некогерентного радиолокатора | 164 |
| Альбер А. И., Жаров А. А., Заборонкова Т. М., Кондратьев И. Г., Кротова З. Н. О магнитной неустойчивости неоднородной плазмы в поле интенсивной электромагнитной волны | 170 |
| Балакирев В. А., Новиков В. Е., Ткач Ю. В. Ускорение заряженных частиц модулированным электронным пучком в периодически неоднородной плазме | 177 |
| Кипчатов А. А. Особенности сложной динамики неавтономного нелинейного контура | 182 |
| Шевцов Б. М. Статистические характеристики волны в слоистой случайно- и регулярно-неоднородной среде | 191 |
| Орлов В. Б., Якимов А. В. Спектр вида $1/f$ как суперпозиция конечного числа релаксационных спектров | 196 |
| Ремизович В. С., Шехмаметьев Ш. А. Диффузионное распространение излучения в поглощающей дисперсной среде с сильно вытянутой индикатрисой рассеяния при наклонном падении широкого пучка на ее поверхность | 202 |
| Ерохин Г. А. Применение метода изображений для электродинамических задач синтеза | 213 |
| Быков А. А. О диаграмме направленности излучения полубесконечного планарного диэлектрического волновода с многослойным трансформатором | 222 |
| Марцафей В. В., Швайко И. Г., Цалимов Г. Ф. Дифракция электромагнитных волн на тонких экранах с меняющейся геометрией | 226 |
| Клеев А. И. Дифракция на периодической поверхности и метод адаптивной коллокации | 231 |
| Белогорцев А. Б., Ваврик Д. М., Третьяков О. А. Разрушение синхронных колебаний при нерезонансном взаимодействии активной и пассивной мод | 238 |

Краткие сообщения и письма в редакцию

| | |
|--|-----|
| Фурман Г. Б. Эффективное поле периодических радиочастотных полей в ЯМР | 245 |
| Волков В. Ю. Фильтрация изменений интенсивности оптического излучения при регистрации дискретной последовательности фотоотсчетов | 247 |
| Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Ханкина С. И. Особенности отражения сферической электромагнитной волны от анизотропной диэлектрической среды | 249 |
| Инспекторов Э. М., Русецкая Г. И. Численный анализ компактного полигона для измерения диаграмм направленности антенн коллиматорным методом | 253 |
| Малыкин Г. Б., Степанов Д. П. Экспрессный анализ состояния поляризации излучения с помощью врачающегося поляризатора | 255 |
| Острицкий И. В., Ткаченко В. М. Исследование глубины проникновения плазмы в катодную полость тлеющего разряда с цилиндрическим полым катодом | 258 |

Аннотации депонированных статей

| | |
|--|-----|
| Валяев А. Б., Кривошлыков С. Г. Исследование распространения излучения в статистически нерегулярных многомодовых градиентных волноводах алгебраическими методами | 176 |
| Чаплин А. Ф., Яшишин Е. М. Дифракция на проводящей и импедансной полосах: решение Д-методом | 176 |

Информация

| | |
|--------------------------|---------------------------|
| О новых книгах | 149, 201 212, 221, 260 |
|--------------------------|---------------------------|

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С. А. АХМАНОВ, С. Я. БРАУДЕ, А. В. ГАПОНОВ-ГРЕХОВ, [В. И. ГАПОНОВ],
В. Л. ГИНЗБУРГ (главный редактор), Л. М. ЕРУХИМОВ (зам. главного редактора),
В. В. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В. А. ЗВЕРЕВ, Ю. Л. КЛИМОНТОВИЧ, А. Н. КОНДРАТЕНКО, Ю. А. КРАВЦОВ, В. Н. КРАСИЛЬНИКОВ, А. Н. МАЛАХОВ, В. В. НИКОЛЬСКИЙ, В. Ю. ПЕТРУНЬКИН, В. М. ПОЛЯКОВ, А. А. СЕМЕНОВ, А. С. ТАГЕР, В. И. ТАЛАНОВ

Ответственный секретарь редакции К. Б. Мурashкина

Сдано в набор 27.11.89. Подписано к печати 15.02.90. МЦ 00642.
Формат 70×108/16. Бумага типографская № 2. Высокая печать.
Усл. печ. л. 11,2. Усл. кр.-отт. 13,44. Уч.-изд. л. 13,4. Тираж 1230.
Заказ 1070. Цена 1 р. 80 к.

Адрес редакции: 603600, Горький, ул. Лядова, 25, Научно-исследовательский радиофизический институт, редакция журнала «Известия вузов. Радиофизика». Телефон 36-01-71.

Горьковская областная типография управления издательств, полиграфии и книжной торговли, 603116, г. Горький, ул. Гордеевская, 7.

УДК 621.371.36.029.63

АНАЛИЗ НАСЫЩЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ОКОЛОСОЛНЕЧНУЮ ПЛАЗМУ

C. H. Рубцов, O. I. Яковлев, A. I. Ефимов

Представлены результаты экспериментальных исследований насыщенных флюктуаций интенсивности радиоволн, распространяющихся в околосолнечной плазме. Данные получены методом радиопросвечивания с помощью космических аппаратов «Венера-15 и -16», излучавших радиоволны в диапазонах $\lambda_1=32$ и $\lambda_2=5$ см. Изучены длительность и величина внезапных увеличений интенсивности (спайков) и функция распределения насыщенных флюктуаций. Получены временные спектры и автокорреляционные функции флюктуаций. По радиоданным выполнена оценка размеров неоднородностей солнечного ветра, вызывающих флюктуации волн в режиме насыщения.

1. Радиопросвечивание околосолнечной плазмы волнами $\lambda_1=32$ см и $\lambda_2=5$ см проводилось с применением космических аппаратов «Венера-15 и -16» в 1984 г. Во время движения аппаратов лучевая линия сначала приближалась к Солнцу, а затем удалялась от него. Прицельное расстояние радиолуча r изменялось в пределах от 100 до 2,5 радиусов Солнца R_{\odot} . В наших работах [1, 2] были изложены результаты анализа временных спектров слабых флюктуаций амплитуды радиоволн и индекса мерцаний. По радиоданным были определены характеристики неоднородностей плазмы и скорость движения солнечного ветра [3, 4]. При исследовании свойств плазмы по радиоданным применялись методы хорошо разработанной теории слабых флюктуаций [5, 6]. Обзор и анализ работ по радиопросвечиванию околосолнечной плазмы с помощью космических аппаратов за период времени, предшествующий запуску станций «Венера-15 и -16», представлен в книге [6].

Целью данной работы является изложение результатов исследования насыщенных флюктуаций интенсивности радиоволн, распространяющихся в околосолнечной плазме. Мы используем экспериментальные данные, полученные методом радиопросвечивания с применением аппаратов «Венера-15 и -16».

Было показано, что с приближением радиолуча к Солнцу флюктуации интенсивности волн усиливаются, а индекс мерцаний m_t стремится к единице [2]. Когда развитые флюктуации начинают переходить в режим насыщения, индекс мерцаний может превышать единичный уровень. В этой области, называемой областью случайных фокусировок, наблюдаются отдельные увеличения интенсивности волн. Эти выбросы в радиоастрономии получили название «спайков». Насыщенные флюктуации при просвечивании околосолнечной плазмы ранее анализировались в диапазонах волн $\lambda=2$; 11 и $\lambda=21$ см [7], $\lambda=4$ м [8].

Обработка данных, выполненная авторами работы [7], заключалась в измерении длительности и величины выбросов интенсивности. Оказалось, что спайки в диапазонах волн 2, 11 и 21 см наблюдались, когда прицельное расстояние радиолуча равнялось $(3 \div 10) R_{\odot}$. Длительность отдельных выбросов изменялась от 0,04 до 0,2 с. Превышение амплитуды выбросов над средним уровнем достигало 8 раз. Обработка данных, проведенная авторами публикации [8], дополнительно

Включала вычисление функций распределения вероятностей флюктуаций интенсивности и коэффициента асимметрии. Был сделан вывод о том, что распределение вероятностей интенсивности удовлетворительно описывается логарифмически нормальным законом. Для объяснения природы спайков в [7,8] предполагалось, что выбросы интенсивности — это результат фокусировки радиоволн на крупномасштабных, быстро движущихся неоднородностях, которые действуют аналогично собирающей линзе. На основе этой модели в работах [7,8] были сделаны оценки, которые показали, что такие «линзы» могут иметь размеры от 100 до 1000 км и скорость движения от 100 км/с при $R=3R_{\odot}$ до 2000 км/с при $R=10R_{\odot}$.

Теория насыщенных флюктуаций при распространении радиоволн в плазме первоначально разрабатывалась применительно к земной ионосфере [9]. В этой работе были сделаны оценки отклонения электронной концентрации ΔN неоднородностей от среднего значения, которые могут вызывать фокусирующие эффекты. Авторами публикаций [10–12] получены аналитические выражения для индекса мерцаний, спектра и корреляционной функции насыщенных флюктуаций радиоволн. Для режима насыщенных флюктуаций было предсказано появление в низкочастотной области спектра дополнительного характерного масштаба. Там же была проанализирована связь характерных параметров спектра и корреляционной функции со свойствами неоднородностей рассеивающей среды. В работе [13] проведено математическое моделирование распространения волн в плазме со степенной формой пространственного спектра неоднородностей. Показано, что усиление турбулентности плазмы должно приводить к возникновению второго характерного масштаба на низкочастотном участке спектра мерцаний.

2. В наших работах [1,2] было показано, что при радиопросвечивании околосолнечной плазмы насыщение флюктуаций интенсивности радиоволн для $\lambda_1=32$ см наблюдается, когда прицельное расстояние радиолуча ρ становится меньше $22R_{\odot}$, а область насыщения для волн диапазона $\lambda_2=5$ см начинается при $\rho \leq 7R_{\odot}$. В данной работе для анализа отбирались записи сигналов в тех сеансах радиопросвечивания,

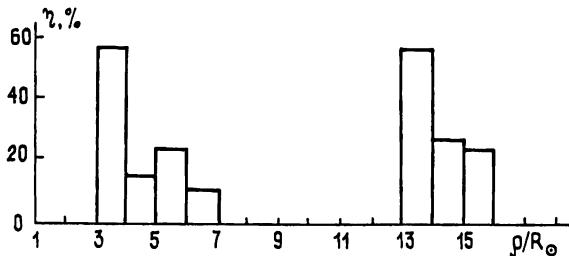


Рис. 1.

в которых индекс мерцаний превышал единичный уровень. Всего было проанализировано 40 таких сеансов. Оказалось, что время, в течение которого наблюдались значения $m_i > 1$, составило примерно 20% по отношению к полному времени регистрации сигналов в режиме насыщения. Гистограммы, показывающие распределение времени существования спайков в зависимости от прицельного расстояния ρ/R_{\odot} , представлены на рис. 1. Спайки в дециметровом диапазоне появляются при $13R_{\odot} < \rho < 16R_{\odot}$ как во время приближения радиолуча к Солнцу, так и при его удалении от Солнца (распределение 1 на рис. 1). В сантиметровом диапазоне спайки существуют при $3R_{\odot} < \rho \leq 7R_{\odot}$ также в обеих областях короны (распределение 2 на рис. 1). Отметим, что в обоих диапазонах с приближением радиолуча к Солнцу и увеличением m_i наблюдается увеличение частоты появления спайков. Затем достигается

максимальный уровень m_1 , который при $\lambda_1=32$ см составляет величину 1,2, а при $\lambda_2=5$ см равняется 1,5. При дальнейшем уменьшении ρ начинается режим многократного рассеяния, индекс мерцаний уменьшается до единицы и спайки пропадают.

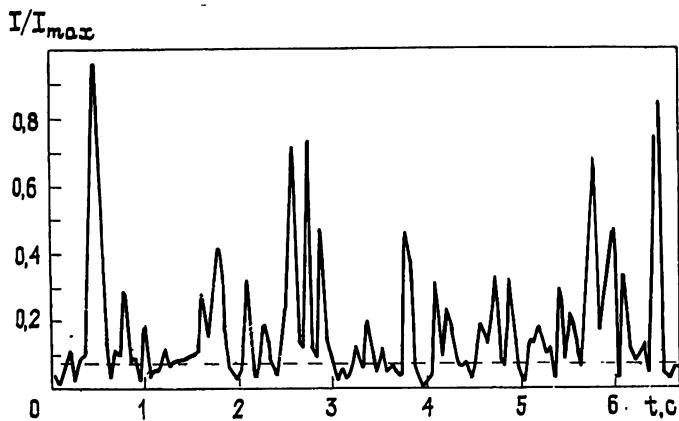


Рис. 2.

На рис. 2 показана типичная запись длительностью 7 с интенсивности сигналов в сеансе со спайками в сантиметровом диапазоне волн. Примем, что выбросами интенсивности считаются пики, максимальная интенсивность которых в два раза и более превышает среднюю интенсивность $I \geq 2\langle I \rangle$. Прямой штриховой линией на этом рисунке показан средний уровень интенсивности. При обработке данных вычислялось отношение максимальной интенсивности к среднему уровню $M = I / \langle I \rangle$. Значение M у наибольшего числа выбросов в диапазоне $\lambda_1=32$ см составило величину $4 \div 5$ и $5 \div 8$ в диапазоне $\lambda_2=5$ см; наибольшее зарегистрированное значение M равно 12.

Длительность выбросов τ определялась по уровню 0,5 от максимальной интенсивности. В дециметровом диапазоне τ изменялось от 0,05 до 0,35 с, наибольшее количество спайков имело длительность 0,1 с. В сантиметровом диапазоне τ изменялось от 0,06 до 0,45 с, а наиболее типичное значение τ составило 0,2 с. Наблюдалась тенденция к уменьшению τ в обоих диапазонах волн при уменьшении прицельного расстояния радиолуча. Убывание τ с увеличением M показано на рис. 3. В отдельных сеансах наблюдалась модуляция огибающей выбросов интенсивности, имеющая период 10—20 с.

Для анализа функции распределения вероятностей насыщенных флюктуаций интенсивности радиоволн вычислялись коэффициенты асимметрии β и эксцесса γ . Приведем таблицу значений β и γ в зависимости от индекса мерцаний и прицельного расстояния радиолуча. Данные для дециметровых волн приведены при $\rho = (13 \div 16)R_\odot$, а данные для сантиметрового диапазона представлены при $\rho = (3 \div 7)R_\odot$.

Из табл. 1 следует, что при $m_1 > 1,3$ в поведении асимметрии наблюдается отличие от зависимости $\beta = 1,5 m_1$, которая оказалась характерной для режима слабых мерцаний с нормальной функцией распределения [2]. Зависимость $\beta(m_1)$ близка при $m_1 > 1,3$ к приведенной в ра-

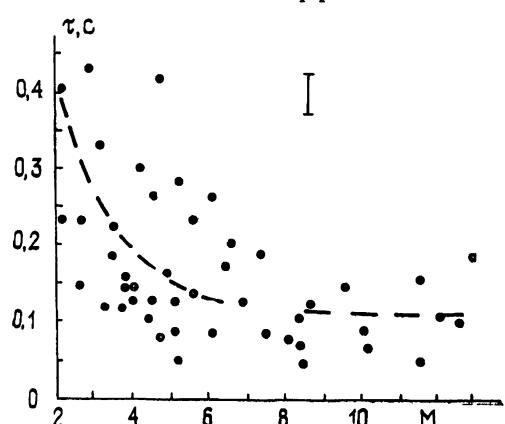


Рис. 3.

боте [8], где был сделан вывод о том, что распределение является логарифмически нормальным.

Таблица 1

Индекс мерцаний m_I и коэффициенты асимметрии β и эксцесса γ
для насыщенных флюктуаций радиоволн

| ρ/R_\odot | m_I | β | γ | ρ/R_\odot | m_I | β | γ |
|----------------|-------|---------|----------|----------------|-------|---------|----------|
| 15,7 | 1,16 | 1,49 | 2,68 | 6,80 | 1,03 | 1,30 | 2,50 |
| 15,38 | 1,02 | 1,19 | 1,29 | 5,80 | 1,01 | 1,25 | 1,97 |
| 15,00 | 1,12 | 1,69 | 3,17 | 5,80 | 1,02 | 1,36 | 2,26 |
| 14,61 | 1,02 | 1,58 | 3,52 | 5,75 | 1,02 | 1,11 | 0,93 |
| 14,60 | 1,02 | 1,52 | 2,89 | 5,05 | 1,11 | 1,65 | 3,70 |
| 14,53 | 1,02 | 1,84 | 4,62 | 4,55 | 1,03 | 2,08 | 7,79 |
| 14,20 | 1,06 | 1,79 | 4,60 | 4,50 | 1,04 | 1,49 | 2,79 |
| 13,49 | 1,17 | 1,66 | 3,70 | 4,02 | 1,30 | 1,83 | 4,36 |
| 13,48 | 1,06 | 1,75 | 4,08 | 4,01 | 1,12 | 2,24 | 7,86 |
| 13,40 | 1,04 | 1,39 | 2,25 | 4,00 | 1,07 | 2,05 | 6,69 |
| 13,36 | 1,06 | 1,52 | 2,88 | 3,80 | 1,46 | 2,11 | 6,49 |
| 13,35 | 1,04 | 1,41 | 2,58 | 3,77 | 1,37 | 2,36 | 7,70 |
| 13,27 | 1,01 | 1,24 | 1,67 | 3,76 | 1,11 | 1,23 | 1,61 |
| 13,26 | 1,04 | 1,79 | 3,44 | 3,75 | 1,47 | 2,61 | 9,36 |
| 13,25 | 1,06 | 1,36 | 1,84 | 3,71 | 1,53 | 3,50 | 28,37 |
| 13,25 | 1,15 | 1,74 | 3,16 | 3,70 | 1,10 | 2,28 | 9,13 |
| 13,24 | 1,09 | 1,54 | 2,85 | 3,66 | 1,01 | 1,93 | 5,57 |
| 13,09 | 1,14 | 1,66 | 3,41 | 3,65 | 1,03 | 1,96 | 5,47 |
| 13,08 | 1,09 | 1,35 | 1,74 | 3,52 | 1,04 | 1,65 | 3,49 |
| | | | | 3,05 | 1,16 | 1,98 | 5,78 |

3. Для спектрального анализа флюктуаций использовались блоки данных, зарегистрированных с частотой выборок 20 Гц. Длительность каждого блока, который подвергался преобразованию Фурье по 512 отсчетам, составляла ≈ 26 с. Для сглаживания применялось усреднение по $10 \div 20$ последовательно полученным спектрам. Таким образом, каждый полученный после усреднения спектр соответствовал интервалу времени от четырех до восьми минут. Характерные спектры флюктуаций интенсивности при $m_I > 1$ показаны на рис. 4 для $\lambda_1 = 32$ см и на рис. 5 для $\lambda_2 = 5$ см. На рис. 4 спектры для дециметровых волн получены при следующих условиях. Кривая 1 — для $\rho = 37 R_\odot$, когда значение m_I составляло 0,43 и флюктуации были еще ненасыщенными. Кривая 2 получена для $\rho = 13,3 R_\odot$, $m_I = 1,01$; кривая 3 — для $\rho = 13,2 R_\odot$, $m_I = 1,06$. На рис. 5 спектры флюктуаций сантиметровых волн были получены, когда прицельное расстояние и индекс мерцаний равнялись следующим значениям. Спектр 1 — при $\rho = 8 R_\odot$, $m_I = 0,56$, флюктуации были ненасыщенными; спектр 2 — при $\rho = 3,65 R_\odot$, $m_I = 1,03$; спектр 3 — для $\rho = 3,7 R_\odot$, $m_I = 1,1$, а спектр 4 — для $\rho = 3,75 R_\odot$, $m_I = 1,47$. Кривые 1 на рис. 4 и 5 характеризуют спектры ненасыщенных флюктуаций, которые подробно проанализированы в публикации [1]. Сплошными прямыми линиями на рис. 4 и 5 нанесены низко- и высокочастотные асимптоты спектров ненасыщенных флюктуаций. Спектры ненасыщенных флюктуаций имеют один характерный масштаб, определяемый по излому, указанному стрелкой F_0 на рис. 4 и 5. Штриховыми линиями показаны аппроксимации спектров насыщенных флюктуаций. При увеличении индекса мерцаний спектры изменяются таким образом, что вместо одного характерного масштаба появляются два масштаба, указанные стрелками, F_1 и F_2 . Масштаб F_1 проявляется как максимум в низкочастотной области. Масштаб F_2 определяется как частота, при которой происходит излом спектральной

плотности, аналогичный излому в режиме ненасыщенных флюктуаций [6]. Значения частот F_1 в большинстве сеансов изменялись в пределах $0,1 \div 0,3$ Гц для обоих диапазонов волн, величина F_2 составляла $1 \div 2$ Гц. При увеличении индекса мерцаний наблюдалось уменьшение F_1 и увеличение F_2 , что согласуется с теоретическими выводами работ [12, 13]. Для области прицельных расстояний $\rho = (13 \div 16) R_\odot$ ранее были получены значения характерных частот F_0 ненасыщенных флюктуаций сантиметровых волн [1]. Сопоставление этих значений F_0 с величинами F_2 насыщенных флюктуаций дециметровых волн в пяти сеансах, выполненных в двух диапазонах одновременно, показало, что в среднем отношение F_2/F_0 составляет $1,5 \pm 0,2$.

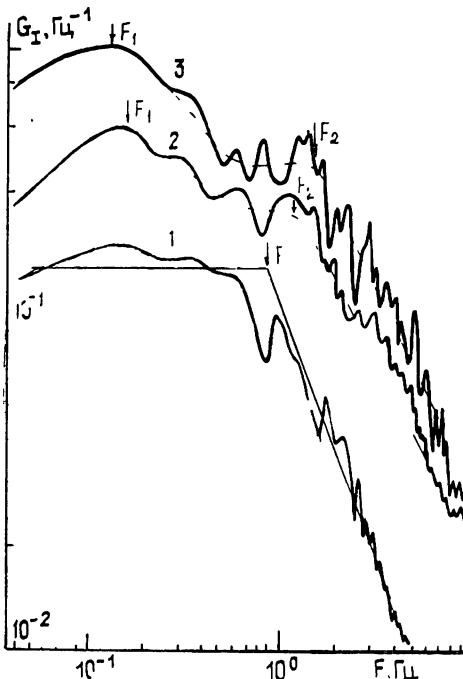


Рис. 4.

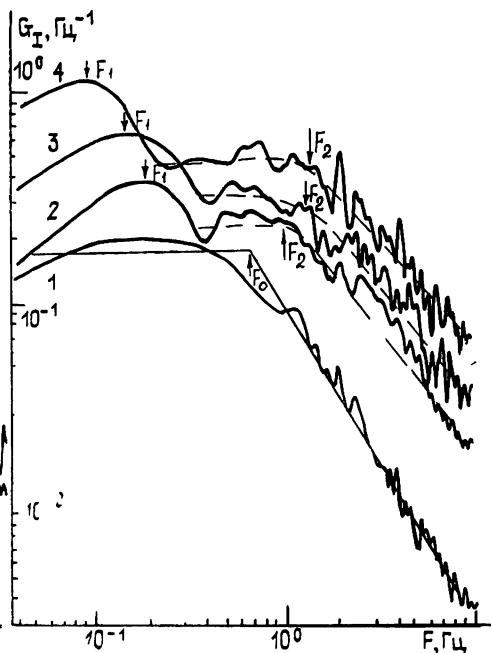


Рис. 5.

В области частот $F > F_2$ спектры насыщенных флюктуаций можно аппроксимировать степенной зависимостью $G_I(F) \propto F^{-\alpha}$. Анализ показал, что при $m_I > 1$ показатель степени α не зависит от прицельного расстояния, от величины индекса мерцаний и для волн обоих диапазонов в среднем составляет $1,3 \pm 0,1$. В области $\rho = (13 \div 16) R_\odot$ флюктуации сантиметровых волн являются ненасыщенными, поэтому значения α , определенные для этих прицельных расстояний, позволили нам из соотношения $\rho = \alpha + 1$ найти p -спектральный индекс пространственного спектра неоднородностей плазмы [3, 6]. Оказалось, что он в среднем увеличивается от $2,6 \pm 0,2$ до $3,2 \pm 0,2$ при изменении ρ от 13 до $16 R_\odot$. Наблюдается отсутствие корреляции между поведением α насыщенных флюктуаций и спектральным индексом p . Этот факт означает, что наклон α спектров насыщенных мерцаний не позволяет определять форму спектра неоднородностей околосолнечной плазмы по методике, применяемой для режима слабых флюктуаций [1, 3, 6].

4. Мы проанализировали также автокорреляционные функции флюктуаций интенсивности для обоих диапазонов волн. На рис. 6 представлены автокорреляционные функции интенсивности радиоволн диапазона $\lambda_1 = 32$ см. Кривые 1—3 получены для следующих условий. Кривая 1 — для $\rho = 27 R_\odot$, когда флюктуации были еще ненасыщенными и индекс мерцаний равнялся $m_I = 0,5$; кривая 2 — для $\rho = 15,7 R_\odot$,

$m_i = 1,16$; кривая 3—для $\rho = 14,2 R_\odot$, $m_i = 1,06$ с. Горизонтальной штриховой линией показан уровень, соответствующий спаду в e раз автокорреляционных функций от максимального значения. Из рис. 6 следует, что интервал корреляции τ_k , определенный по уровню e^{-1} , составляет для кривых 1, 2, 3 соответственно 0,22; 0,20 и 0,10 с. Видно, что τ_k убывает с уменьшением прицельного расстояния и увеличением индекса мерцаний. Отметим, что в области насыщенных флуктуаций, когда индекс мерцаний достигает наибольших значений $m_i = 1,16$ (кривая 2), при $\tau > 0,50$ с наблюдается увеличение уровня корреляции по сравнению со случаями, когда m_i имеет меньшие значения. При дальнейшем уменьшении прицельного расстояния, когда индекс мерцаний уменьшается, приближаясь к единице сверху, длинный «хвост» корреляционной функции исчезает и уровень корреляции уже при $\tau = 0,25$ с спадает до нулевого значения.

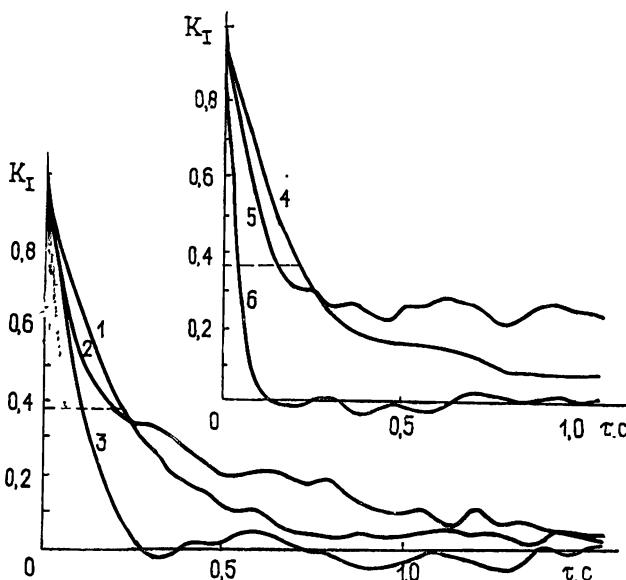


Рис. 6.

На рис. 6 (кривые 4—6) приведены графики автокорреляционных функций интенсивности радиоволны диапазона $\lambda_2 = 5$ см. Кривая 4 получена для $\rho = 5,8 R_\odot$, когда значение m_i составляло 1,02; кривая 5 — для $\rho = 3,8 R_\odot$, $m_i = 1,50$; кривая 6 — для $\rho = 3,0 R_\odot$, $m_i = 1,16$. Видно, что интервал корреляции τ_k составляет для зависимостей 4—6 соответственно 0,21; 0,19 и 0,14 с. Следовательно, τ_k убывает с уменьшением прицельного расстояния и увеличением индекса мерцаний до его максимального значения $m_i = 1,50$. Для $m_i = 1,50$ (кривая 5) функция $K_I(\tau)$ выходит на почти постоянный уровень при $\tau > 0,50$ с. При дальнейшем уменьшении прицельного расстояния и соответствующем стремлении индекса мерцаний к единице сверху уровень корреляции уже при $\tau = 0,15$ с спадает до нулевого значения.

Наблюдения показали, что в области насыщенных флуктуаций дециметровых и сантиметровых волн корреляционные функции характеризуются малым радиусом корреляции и длинным «хвостом», что согласуется с теорией [12—14].

5: Проанализируем механизм процессов, вызывающих насыщенные флуктуации. Из наших экспериментальных данных следует, что индексы мерцаний в обоих диапазонах увеличиваются с приближением радиолуча к Солнцу. При $\rho = (13 \div 15) R_\odot$ индекс мерцаний дециметровых волн m_i достигает максимума, а индекс мерцаний сантиметровых волн имеет наибольшие значения при $\rho = (3 \div 4) R_\odot$. Надиче ма-

сумма в зависимости $m_1(\rho)$ означает, что нерегулярная среда может производить фокусирующий эффект. С приближением радиолуча к Солнцу происходит увеличение фазовых флуктуаций радиоволны до значений нескольких радиан. Это приводит к сильному искривлению волнового фронта, который расслаивается на отдельные пучки [14]. Пучки начинают интерферировать, образуя области сгущения каустик или области случайной фокусировки, проявляющиеся при наблюдениях как выбросы интенсивности. Расслоение волнового фронта на пересекающиеся пучки подобно воздействию на волновой фронт нескольких крупных неоднородностей, действующих аналогично собирающим линзам. Вклад этих крупномасштабных неоднородностей в рассеяние наблюдается и как появление дополнительных масштабов в спектре и в автокорреляционной функции флуктуаций. После того как достигается максимум индекса мерцаний, области пересечения пучков перестают попадать в точку наблюдения и m_1 начинает уменьшаться. При этом увеличивается декорреляция флуктуаций из-за многократного рассеяния и убывает экспериментальное значение интервала корреляции.

Связем характеристики неоднородностей солнечного ветра с характерными масштабами в спектрах флуктуаций и в автокорреляционных функциях насыщенных флуктуаций. Пространственная частота q в спектре неоднородностей плазмы связана с временной частотой F и скоростью солнечного ветра V следующим образом: $q = 2\pi F/V$. Отсюда следует, что характерный масштаб, соответствующий пространственной частоте q_2 , равен $l_2 = 1/q_2 = V/2\pi F_2$, где F_2 — одна из характерных частот во временном спектре, рассмотренная ранее. В то же время пространственный масштаб l_1 , близок к интервалу корреляции, определяемому по спаду автокорреляционной функции в e раз, и при выполнении гипотезы замороженности он составляет $l_2 = \tau_2 V$. Характерный масштаб l_1 , появляющийся в области случайных фокусировок, выражается через соответствующую временную частоту $l_1 = V/2\pi F_1$. Этому масштабу l_1 соответствует характерное время τ_1 , при котором автокорреляционная функция достигает уровня, почти не убывающего с дальнейшим увеличением t . Рассмотрим типичные спектр и автокорреляционную функцию насыщенных флуктуаций сантиметровых волн при $\rho = 3,75 R_\odot$. Ранее мы определили, что скорость солнечного ветра здесь была близка к 40 км/с [1, 3]. Индекс мерцаний составляет 1,47, и, как видно из кривой 4 рис. 5 и кривой 5 рис. 6, характерные масштабы равняются $F_1 = 0,1$ Гц, $F_2 = 1,6$ Гц, $\tau_1 = 0,14$ с, $\tau_2 = 0,5$ с. По временным частотам мы находим два пространственных масштаба $l_1 = 65$ км и $l_2 = 4$ км. Масштаб l_1 превышает размер зоны Френеля, равный для сантиметровых волн 55 км, и отвечает за случайные фокусировки радиоволн. Отметим, что масштаб l_2 близок по величине к внутреннему масштабу спектра неоднородностей для этого гелиоцентрического расстояния [15]. Определение l_1 и l_2 по значениям τ_1 и τ_2 дает значения соответственно 20 км и 6 км. Различие масштаба l_1 , найденного двумя способами, возможно связано с большой погрешностью определения момента, когда корреляционная функция выходит на постоянный уровень. Соответствующий пример приведем для дециметрового диапазона. При $\rho = 15,7 R_\odot$ скорость составляет 150 км/с [1, 3], а значения пространственных масштабов, как это следует из характеристик спектра и автокорреляционной функции, равняются $l_1 = 190$ км и $l_2 = 16$ км.

6. В результате анализа насыщенных флуктуаций интенсивности радиоволн, распространяющихся через околосолнечную плазму, получены следующие результаты.

При зондировании плазмы волнами $\lambda_1 = 32$ см область существования случайной фокусировки наблюдается, когда прицельное расстояние радиолуча составляет $(13 \div 16) R_\odot$. При радиопросвещивании волнами $\lambda_2 = 5$ см выбросы интенсивности появляются, когда $3 R_\odot < \rho < 7 R_\odot$. В

указанных областях индекс мерцаний превышает единицу, достигая значения 1,5. Выбросы интенсивности при фокусировке имеют длительность $0,05 \div 0,45$ с, причем существует тенденция к уменьшению их длительности с приближением радиолуча к Солнцу. Интенсивность в максимумах выбросов может превышать средний уровень в 12 раз.

В спектрах насыщенных флуктуаций появляется максимум спектральной плотности на низкочастотном участке при $F_1 = 0,1 \div 0,3$ Гц, что согласуется с теорией. Частота излома спектральной плотности насыщенных флуктуаций дециметровых волн F_2 в 1,5 раза превосходит частоту излома в спектрах ненасыщенных флуктуаций сантиметровых волн, полученных в одних и тех же сеансах. Спектральный индекс p при $m > 1$ не зависит от прицельного расстояния и для волн обоих диапазонов составляет $1,3 \pm 0,1$, он не коррелирует со спектральным индексом пространственного спектра неоднородностей плазмы. При увеличении индекса мерцаний наблюдается уменьшение временного интервала корреляции флуктуаций интенсивности до 0,1 с.

На основе радиоданных о насыщенных флуктуациях сделаны оценки характеристик фокусирующих неоднородностей. Анализ насыщенных флуктуаций позволяет определять масштабы неоднородностей, превышающие размер зоны Френеля, что расширяет возможности, реализуемые с помощью анализа слабых мерцаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов А. И., Яковлев О. И., Рубцов С. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 10. С. 2025.
2. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Молотов Е. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 33. № 1. С. 3.
3. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Рубцов С. Н. // Космические исследования. 1987. Т. 25. № 2. С. 251.
4. Рубцов С. Н., Яковлев О. И., Ефимов А. И. // Космические исследования. 1987. Т. 25. № 4. С. 620.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967. — 548 с.
6. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. — М.: Наука, 1985. — 214 с.
7. Cohen M. H., Gunderman E. J. // Astrophys. J. 1969. V. 155. № 2. P. 645.
8. Armstrong J. W., Coles W. A., Rickett B. J. // J. Geophys. Res. 1972. V. 77. № 16. P. 2739.
9. Singleton D. G. // J. Atmos. Terr. Phys. 1970. V. 32. № 2. P. 187.
10. Шишов В. И. // Изв. вузов Радиофизика. 1971. Т. 14. № 1. С. 85.
11. Шишов В. И. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 4. С. 1397.
12. Прохоров А. М., Бункин Ф. В., Гочелашвили К. С., Шишов В. И // УФН. 1974. Т. 114. № 3. С. 415.
13. Mariana M. // Radio Sci. 1975. V. 10. № 1. P. 115.
14. Якушкин И. Г. // Изв. вузов Радиофизика 1985. Т. 28. № 5. С. 535.
15. Яковлев О. И., Ефимов А. И., Размансов В. М., Штыров В. К. // Астрон. журн. 1980. Т. 57. № 4. С. 790.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
22 августа 1988 г.

THE SATURATED FLUCTUATIONS ANALYSIS DURING RADIO WAVE PROPAGATION THROUGH SOLAR WIND PLASMA

S. N. Rubtsov, O. I. Yakovlev, A. I. Efimov

The experimental data are obtained using Venera 15 and 16 spacecrafsts at 32 and 5 cm wavelengths. The spikes duration and strength and probability distribution of saturated fluctuations are determined. The temporal spectra and autocorrelations of scintillations are obtained. The scintillation index is 1,5 and spikes amplitude 8 times exceeds the average level of intensity. The maximum is observed in low frequency region of spectra. The dimensions of solar wind irregularities are determined using radio wave fluctuations in the saturation regime.

УДК 550.388.2

ВОЗМУЩЕНИЕ ФАЗЫ МОЩНЫХ РАДИОВОЛН, ОТРАЖЕННЫХ ОТ F-ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ

*В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, В. А. Зюзин, Г. П. Комраков,
М. Ю. Красильников, А. В. Прокофьев, А. В. Толмачева*

Приведены результаты измерений фазы мощных радиоволн, отраженных от *F*-области ионосферы. Обнаружены быстрые изменения фазы обыкновенной компоненты радиоволн в течение первых $0,2 \div 2$ с, соответствующие увеличению фазового пути, а также появление в это время интенсивных рассеянных сигналов с высот, меньших и больших высоты зеркального отражения. Наблюдаемые явления объясняются образованием интенсивных периодических неоднородностей плазмы вблизи уровня отражения.

1. Как известно (см., например, [1, 2]), мощная радиоволна, отражаясь от *F*-области ионосферы, воздействует на ионосферную плазму, изменяя ее параметры. Среди механизмов этого воздействия отметим стрикционные силы, под действием которых в поле стоячей радиоволны образуются искусственные периодические неоднородности [3], а также стрикционную параметрическую неустойчивость, благодаря которой энергия обыкновенной магнитоионной компоненты трансформируется в плазменные колебания, а затухание последних приводит к нагреву электронного газа [4]. Отмечено, что оба эти процесса быстрые. Характерное время развития стрикционной неустойчивости составляет несколько миллисекунд, время затухания плазменных волн, примерно, такой же величины. Естественно, что под воздействием стрикционной силы и нагрева происходит перераспределение ионосферной плазмы и образование неоднородностей различного масштаба. Эти неоднородности в свою очередь влияют на распространение как самой мощной радиоволны, так и пробных радиоволн.

Доплеровские измерения при воздействии на ионосферу мощных радиоволн показали наличие частотного сдвига, который максимален в моменты включения и выключения мощной радиоволны [5, 6]. Однако измерения доплеровского сдвига частоты отраженного сигнала требуют определенного временного усреднения и, как правило, не позволяют получить разрешения менее нескольких секунд. С этой точки зрения фазовые измерения являются более чувствительным способом, позволяющим определить изменения фазового пути в десятые и даже сотые доли длины радиоволны за весьма короткое время. В известных нам экспериментах по измерению фазы пробных радиоволн, проведенных в Боулдере [7], Тромсё [8], и фазы воздействующей волны в Зименках [9] не было обнаружено каких-либо особенностей в поведении фазы в первые моменты после включения мощной волны.

В настоящей работе приведены результаты исследования вариаций фазы мощных и пробных радиоволн, показывающих наличие быстрых изменений фазы в первые моменты воздействия мощной волны обыкновенной компоненты на *F*-слой ионосферы. Первое сообщение об этом приведено в [10].

2. Методика и результаты экспериментов. Экспериментальные исследования проводились в декабре 1986 г., мае и ноябре 1987 и феврале 1988 годов. Воздействие на ионосферу проводилось с помощью стенд-

да «Сура» на частотах 4,785 и 5,828 МГц [11]. Воздействие осуществлялось циклами, в первых экспериментах период работы составлял 300 с с включением мощной волны на 30 с. В дальнейших экспериментах использовался период 60 с с включением воздействия на 0,1–3 с. Высокая скважность включения мощной волны обеспечивала затухание возмущений ионосферы к каждому новому циклу включения. Диагностическая установка располагалась в непосредственной близости от нагревной и состояла из синфазной антенной решетки, принимающей две ортогональные линейные поляризации (12 вибраторов на каждой поляризации); блока фазовращателей, позволяющего выделять две круговые поляризации, соответствующие обыкновенной и необыкновенной магнитоионным компонентам; приемного устройства с полосой пропускания около 40 кГц; амплитудного и фазового детекторов; блока регистрации сигналов, позволяющего записывать одновременно амплитуду и фазу сигнала с шести высотных уровней на быстродействующие самописцы типа Н-338/6П.

Приемная аппаратура в первых экспериментах принимала непрерывное излучение мощной радиоволны, отраженной от ионосферы. При этом до проведения экспериментов путем перевода мощного передатчика в импульсный режим контролировался уровень земной волны, который обычно был подавлен более чем на 20 дБ по отношению к зеркально отраженной от ионосферы компоненте. Для полного устранения влияния земной волны в последующих экспериментах был использован режим, когда мощный передатчик каждые 20 мс выключался на 4–6 мс и в середине этой краткой паузы излучался импульс длительностью 50 мкс, используемый для диагностики возмущений. Такие же короткие импульсы с частотой 50 Гц излучались между периодами воздействия. Приемная аппаратура по кабелю синхронизировалась с работой передатчиков как по временному циклу, так и по фазе излучаемой радиоволны. Подобный режим работы позволял регистрировать поведение фазы и амплитуды отраженных от ионосферы радиоволн как в период воздействия, так и в период паузы, при этом средняя мощность возмущающих передатчиков снижалась незначительно и составляла 0,7–0,8 от максимальной.

Характерные изменения фазы и амплитуды сигналов приведены на рис. 1а–г. На рис. 1 представлено поведение параметров сигнала необыкновенной компоненты при воздействии на ионосферу излучением этой же компоненты (рис. 1а) и обычной компоненты (рис. 1б). Период воздействия на рисунках отмечен жирной линией на оси абсцисс. Как видно из рисунков, в момент включения и выключения мощной волны наблюдается скачок $\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = F$, т. е. происходит изменение

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$$

ние частоты отраженного от ионосферы сигнала. Величина скачка в приведенных примерах составляет 0,2 и 0,6 Гц, а знак соответствует уменьшению фазового пути. Заметим, что больший эффект на рис. 1б не случаен. Воздействие обычной волной, как правило, приводит к большему изменению F . Существенных изменений амплитуды при включении мощной необыкновенной волны не наблюдается.

На рис. 1в, г представлены изменения фазы и амплитуды радиоволн обычной поляризации. Хорошо видно, что при включении воздействия начинается быстрое изменение фазы, соответствующее увеличению фазового пути. Начальная скорость этого увеличения соответствует частоте 2,5–5 Гц; как правило, она постепенно уменьшается и через 0,1–1 с падает до нуля. На рис. 1в хорошо видно, что после окончания быстрого изменения фазы наблюдаются медленные изменения противоположного знака, соответствующие рис. 1б. Одновременно с изменениями фазы происходят изменения амплитуды сигнала, выражающиеся в падении уровня сигнала на 20 и более децибел, это так называемое аномальное ослабление мощных радиоволн, подробно описанное, например, в [2]. Необходимо отметить, что общая величина

возмущений фазы увеличивается с ростом мощности излучения, а также с приближением рабочей частоты к критической частоте F2-слоя ионосферы. Исследование быстрого изменения фазы на пробных волнах с расстройками до ± 250 кГц показало, что это явление наблюдается при расстройках менее ± 40 кГц от частоты возмущающей волны и примерно соответствует полосе пробного радиоимпульса.

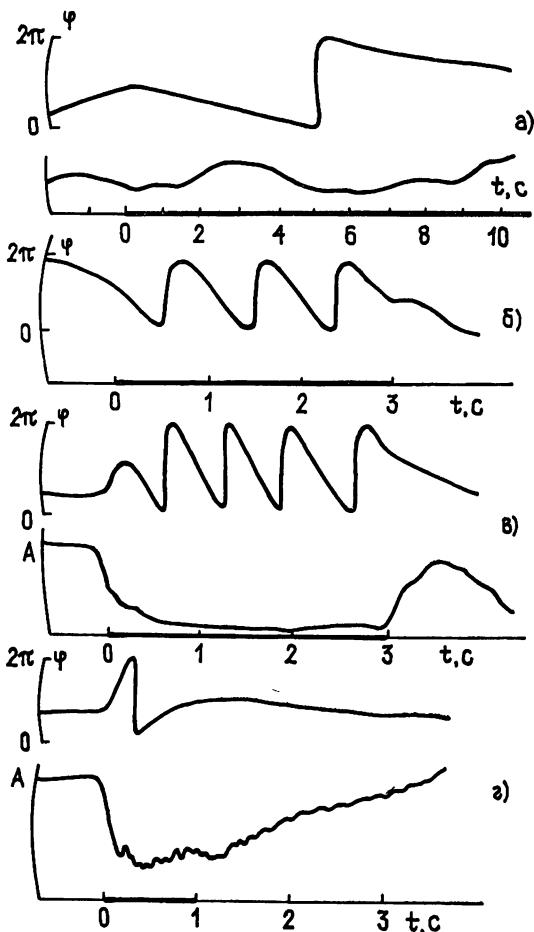


Рис. 1. Поведение амплитуды и фазы при воздействии мощного радиоизлучения на ионосферу.

| Рис. 1 | Дата и время | $f_{\text{в}}$, МГц | $f_{\text{и}}$, МГц | Поляризация | | $h_{\text{д}}$, км | PG мВт | f_0F2 , МГц | F , Гц |
|--------|-----------------|-------------------------|-------------------------|-------------|------|------------------------|-------------|------------------|-------------|
| | | | | наг. | изм. | | | | |
| а) | 1.07.87; 18.05 | 4,785 | 4,785 | x | x | 381 | 47 | 4,5 | 0,2 |
| б) | 12.11.87; 10.27 | 4,785 | 5,6 | 0 | x | 224 | 47 | C | 0,2 |
| в) | 11.11.87; 12.59 | 5,828 | 5,828 | 0 | 0 | 227 | 115 | 7,5 | 5,0 |
| г) | 12.11.87; 16.19 | 4,785 | 4,785 | 0 | 0 | 240 | 7 | 6,1 | 2,5 |

Как уже упоминалось, приемная аппаратура позволяла регистрировать амплитуды и фазы сигналов с шести действующих высот. Такие регистраций показывают, что в первый момент воздействия возникают сигналы, рассеянные от более низких высот. Амплитуда этих сигналов соизмерима с амплитудой зеркально отраженного. Рассеянные сигналы могут иметь сложную форму, т. е. иметь два и более максимума. При приближении рабочей частоты к f_0F2 они занимают больший высотный интервал и наблюдаются в течение нескольких секунд, представляя

собой сильно флюктуирующий сигнал с характерной частотой фединга порядка 5—10 Гц. Рассеянные сигналы наблюдаются и после зеркального, при этом их амплитуда падает по мере удаления от зеркального.

Пример регистрации рассеянного сигнала при воздействии на ионосферу в течение 0,1 с показан на рис. 2. Как видно из рис. 2, максимальный уровень рассеянного сигнала по времени примерно совпадает с минимальным значением отраженного и достигается после окончания воздействующего импульса. Изменения фазы сигналов достигают 2π и весьма подобны на различных высотах. Изменение фазы зеркально отраженного сигнала в данном примере не превышает π , оно меньше, чем для рассеянных сигналов, и происходит в период минимальной амплитуды.

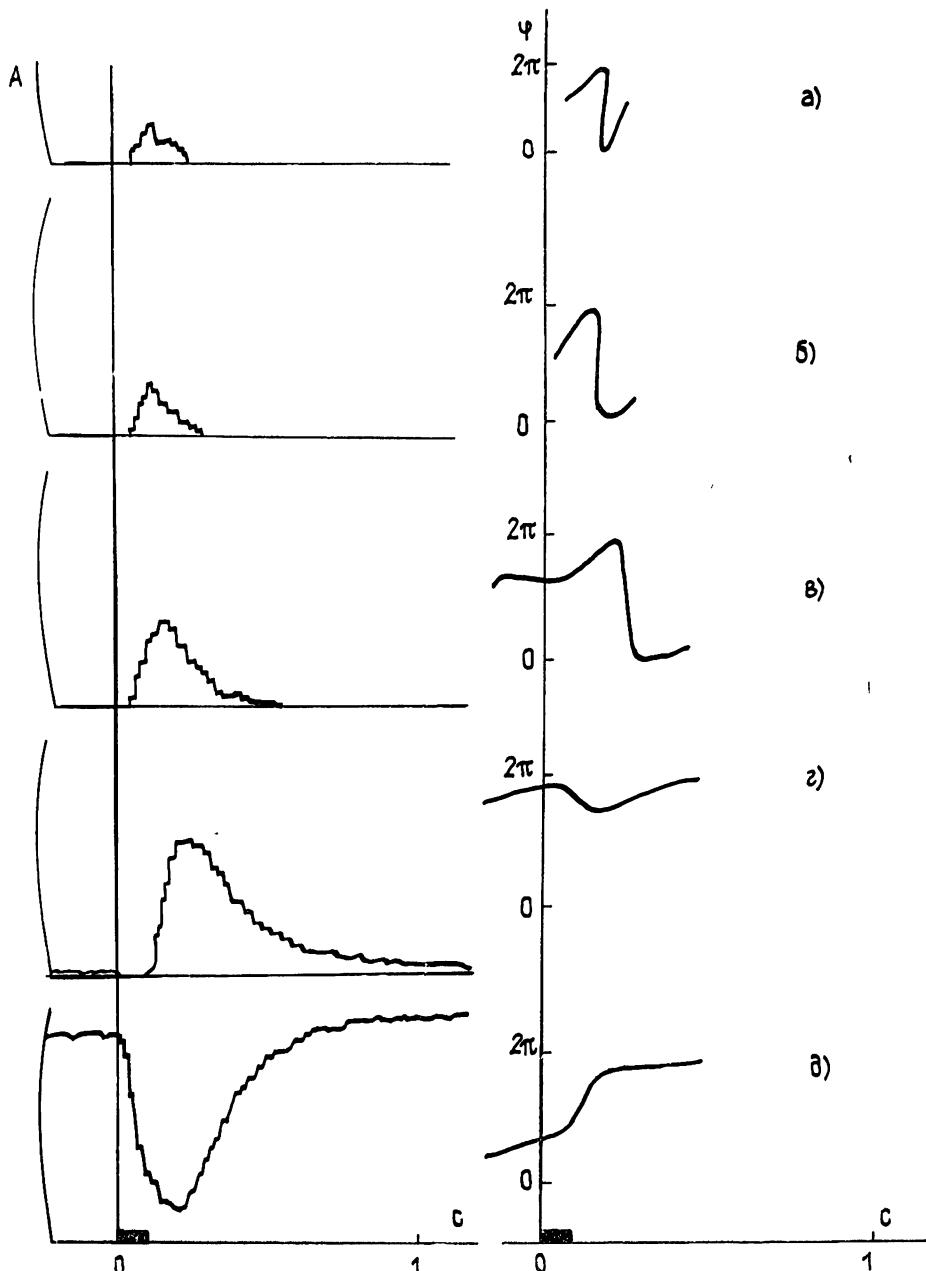


Рис. 2. Записи амплитуды и фазы 11.11.87 в 14 ч 59 мин, $f = 5,828$ МГц, $PG = 115$ мВт на высотах 260, 267, 274, 281 и 288 км соответственно, $f_0F2 = 6,9$ МГц.

Несколько выпадает из этой картины поведение фазы на рис. 2г, где регистрировался сигнал на границе зеркального и рассеянного и, вероятно, происходила интерференция этих волн. Приведенная картина явления довольно устойчива, хотя различные ее элементы в отдельных случаях могут несколько искажаться. В частности, при наличии диффузности как естественного, так и искусственного происхождения быстрые изменения фазы наблюдаются не всегда. Эффект быстрого изменения носит пороговый характер. Точное значение пороговой мощности не измерялось, можно только утверждать, что оно лежит в интервале между 1 и 7 МВт.

3. Физическая картина явления. Предварительно отметим, что скачок $d\phi/dt$ (рис. 1а и б) тождествен скачку доплеровской частоты, отмеченному в [5, 6], и не является новым явлением. Он обусловлен ростом электронной концентрации в значительной толще ионосферы, вызванным уменьшением коэффициента диссоциативной рекомбинации вследствие нагрева электронного газа. Большая величина эффекта при воздействии обыкновенной волной, вероятно, связана с большим нагревом высотного интервала 120—200 км, где величина электронной концентрации больше и, следовательно, больше влияние на фазу волны.

Наиболее интересен эффект быстрого увеличения фазового набега. Его трудно объяснить простым диффузионным выталкиванием плазмы из области отражения за счет повышения температуры электронов, поскольку эффект в этом случае не должен быть столь узкополосным. Более целесообразно объяснить такое «резонансное» явление образованием искусственных периодических неоднородностей. При этом одновременно объясняется и наличие дополнительных рассеянных сигналов на меньших высотах. На больших высотах они обусловлены механизмом M распространения, т. е. двукратного зеркального отражения с промежуточным рассеянием от ИПН. Дополнительный набег фазы можно объяснить замедлением фазовой скорости волны, распространяющейся в периодической структуре вблизи резонанса. При этом фактором изменения фазы является возрастание интенсивности неоднородной структуры. Отставание максимума амплитуды неоднородностей от конца воздействия (рис. 2) объясняется ионно-звуковым характером процесса образования неоднородностей, предложенного в [3]. Количество образования ИПН вблизи точки отражения для модели линейного слоя и их влияние на набег фазы рассмотрены в [12, 13]. Согласно этому рассмотрению, для объяснения набега фазы в несколько л величина $\Delta N/N$ в периодической структуре должна достигать нескольких процентов, при этом в качестве механизма образования ИПН предлагается стрикционная сила. Недостатком этого объяснения является тот факт, что стрикционный механизм работает практически одинаково на обыкновенной и необыкновенной компоненте, не обладает порогостью и создает сравнительно слабые неоднородности $\Delta N/N$. Действительно, как показано в [3], в поле стоячей радиоволны без учета постоянного магнитного поля действует стрикционная сила

$$F = \frac{e^2 N \nabla E^2}{4m\omega^2 T_e}. \quad (1)$$

Здесь m и e — масса и заряд электрона, T_e — температура электронов, $\omega = 2\pi f$. Под действием этой силы создаются неоднородности электронной концентрации

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{e^2 E_0^2}{4m\omega^2 \kappa (T_e + T_i)}, \quad (2)$$

где E_0 — амплитуда напряженности поля в падающей волне, κ — постоянная Больцмана. Можно было бы ожидать увеличения стрикционной силы вблизи уровня отражения за счет уменьшения показателя преломления n и соответствующего увеличения поля $E \sim E_0/\sqrt{n}$. Однако

с уменьшением n растет длина стоячей волны и снижается величина ∇E^2 . В результате в геометрооптическом приближении оба эффекта компенсируют друг друга, поэтому формула (2) верна почти до точки отражения (исключая первый и второй максимумы, описываемые функцией Эйри в модели линейного слоя). Численные оценки по формуле (2) при $f=5$ МГц, $T_e=1500$ К, $T_i=1000$ К, $E_0=0,4$ В/м приводят к величине $\Delta N/N=3 \cdot 10^{-5}$. Коэффициент отражения R от ИПН оценим по формуле

$$R = (\Delta n/2n)m, \quad (3)$$

где m — число неоднородностей на длительности импульса. Полагая $m=200$ и $n=0,1$, получим $R=3 \cdot 10^{-2}$, т. е. интенсивность рассеянных сигналов должна быть на 30—40 дБ ниже уровня зеркально отраженной волны. Таким образом, стрикционная сила создает неоднородности примерно на два порядка меньше, чем необходимо. Очевидно, что при работе на обыкновенной компоненте основной вклад в образование ИПН дает не стрикционная сила, а стрикционная параметрическая неустойчивость. В пучностях стоячей радиоволны, где превышен порог неустойчивости, возбуждаются плазменные волны. Поскольку затухание плазменных волн велико, а скорость распространения мала, то максимальная интенсивность плазменных волн будет совпадать с пучностями стоячей волны. Вполне возможно, что локальный нагрев электронов плазменными волнами приводит к усилению ИПН. Такой механизм должен действовать более эффективно при приближении рабочей частоты к критической, так как в этом случае происходит уменьшение dN/dz . Последнее приводит к снижению порога стрикционной неустойчивости и увеличению длины стоячей радиоволны, что, в свою очередь, снижает выход плазменных волн из областей их генерации и уменьшает отток тепла, способствуя созданию режима локального нагрева. Разумеется, это качественное описание нуждается в точном численном расчете, однако физическая картина представляется достаточно ясной.

Исчезновение рассеянных сигналов при дальнейшем нагреве и вместе с тем прекращение роста фазы происходит за счет роста неоднородностей, вытянутых вдоль магнитного поля. Они искажают область отражения волны и нарушают упорядоченную структуру ИПН.

На основе приведенных экспериментальных данных легко объясняется «эффект пичка» — всплеска амплитуды на отраженном сигнале в начале воздействия мощной волны [9]. Наложение рассеянного от интенсивных ИПН сигнала на зеркально отраженный приводит к их интерференции. При этом изменения фазовых соотношений между ними позволяют наблюдать как увеличение амплитуды, так и ее уменьшение.

4. Выводы. Экспериментально обнаружено быстрое изменение фазы мощной обыкновенной волны, отраженной от ионосферы, а также интенсивные рассеянные сигналы вблизи уровня зеркального отражения. Наблюдаемое явление объясняется образованием интенсивных искусственных периодических неоднородностей (ИИПН) в поле мощной стоячей радиоволны. Образование ИИПН качественно объясняется добавлением к стрикционной силе механизма стрикционной параметрической неустойчивости, сопровождающейся генерацией плазменных волн в пучностях поля стоячей радиоволны. С этой точки зрения легко понять явление «пичка».

Авторы благодарят коллектив стенда «Сура» за помощь в проведении эксперимента, а также В. Г. Лапина и А. Н. Карапшина за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

- Гуревич А. В., Шварцбург А. В. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1973. С. 271.
- Тепловые нелинейные явления в плазме. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 219.
- Беликович В. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 12. С. 1821.

4. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16. № 2. С. 183.
5. Васьков В. В. и др. Препринт ИЗМИРАН СССР № 25 (291). М., 1980.
6. Васьков В. В. и др. Препринт ИЗМИРАН СССР № 5 (479). М., 1984.
7. Wright J. W. // J. Geophys. Res. 1973. V. 78. № 25. P. 5622.
8. Fejer J. A., Kopka H. // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. № A7. P. 5746.
9. Метелев С. А. Диссертация. Горький, 1984.
10. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Зюзин В. В., Комраков Г. П. // Тезисы докл. XV Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — М.: Наука, 1987. С. 120.
11. Белов И. Ф. и др. Препринт НИРФИ № 167. Горький, 1983.
12. Fejer J. A. // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. № A1. P. 489.
13. Huang Z. H., Fejer J. A. // Radio Sci. 1987. V. 22. № 4. P. 663.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
14 июля 1988 г.

DISTURBANCE OF THE PHASE OF POWERFUL RADIO WAVES REFLECTED BY IONOSPHERIC F REGION

V. V. Belikovich, E. A. Benediktov, V. A. Zyuzin, G. P. Komrakov,
M. Yu. Krasil'nikov, A. V. Prokof'ev, A. V. Tolmacheva

The measurement results are presented for the phase of powerful radio waves reflected by F region of the ionosphere. Fast variations of the phase of the radio wave ordinary component have been detected during the first 0,2–2 s which correspond to the increase of the phase length as well as to the occurrence at that time intensive scattered signals at heights larger and smaller than the height of the mirror reflection. The phenomena observed are explained by the formation of intensive periodic irregularities of plasma near the level of reflection.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (IV кв.). — 18 л.

Книга норвежского автора посвящена исследованию свойств фракталов и описанию на языке фракталов явлений различной природы — от биологических до квантовомеханических. В книге рассматриваются также фрактальные поверхности и их построение на ЭВМ с помощью различных современных алгоритмов.

Для научных работников, аспирантов и студентов, желающих ознакомиться с теорией фракталов и ее применением при описании различных явлений.

Клайнкнхт К. Детекторы корпускулярных излучений: Пер. с нем. — М.: Мир, 1990 г. (I кв.). — 13 л.

В книге автора из ФРГ рассматриваются современные экспериментальные установки, применяемые в физике высоких энергий, ядерной физике, медицине, геологии, космических исследований. Детекторы рассматриваются и систематизируются в соответствии с их функциональным назначением. В книге большое внимание уделено практическому использованию детекторов, что выгодно отличает ее от имеющейся литературы. Общие принципы работы детекторов изложены ясно и лаконично. Может служить учебным пособием. Большое число экспериментальных данных, приводимых в книге, позволяет использовать ее как справочное пособие.

Для студентов и аспирантов, специалистов в области детектирования частиц, научных работников и инженеров, занимающихся вопросами регистрации частиц.

Кайзер Дж. Статистическая термодинамика неравновесных процессов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (IV кв.). — 37 л.

В книге американского ученого изложено современное состояние статистической термодинамики. Рассмотрение в значительной мере базируется на идеях Онзагера, а также работах Уленбека и Фокса. В книге представлены как общие результаты статистической теории, так и приложения и конкретным случаям в гидродинамике, химической термодинамике и электрохимии, а также нестационарным процессам в химических системах. Большое внимание уделено описанию результатов реальных экспериментов.

Для специалистов — физиков, биофизиков, химиков, а также студентов и аспирантов.

УДК 550.388.1

О МЕТОДИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАДЕРЖЕК СИГНАЛОВ РАДИОЗОНДИРОВАНИЯ ИОНОСФЕРЫ

Ю. К. Калинин, В. Е. Куницын, Л. Л. Рождественская

Обсуждается вопрос о требуемой точности измерений групповых задержек в задачах радиозондирования, связанных с восстановлением профиля регулярной ионосферы. Проанализировано влияние трехмерных неоднородностей на измерения групповых задержек. Выведены соотношения для дисперсии групповых путей в зависимости от статистических характеристик неоднородностей. Показано, что для широкого круга задач радиозондирования ионосферы не имеет смысла измерять групповые пути с точностью, существенно меньшей френелевского радиуса, т. е. 1—5 км.

Вопрос о необходимой точности измерений групповых задержек важен как с точки зрения разработчиков систем цифровых ионозондов, так и потребителей информации. В последние годы совершенствование методов фазовых измерений и обработки результатов с применением вычислительной техники и спецпроцессоров привело к созданию цифровых ионозондов, способных измерять действующие высоты с точностью до сотен метров и менее [1, 2]. В связи с этим неоднократно возникали дискуссии о целесообразности измерений действующих высот с такой высокой точностью и ставился вопрос о необходимой точности измерений групповых задержек цифровыми ионозондами в прикладных задачах радиозондирования ионосферы. В настоящей статье сделана попытка дать ответ на этот вопрос.

Для расчета распространения радиоволн на наклонных трассах требуется гладкие профили регулярной слоистой ионосферы, а также данные о трехмерных неоднородностях электронной концентрации. Используя измерения на единичных ионозондах, получить трехмерное распределение электронной концентрации в ионосфере нельзя, поэтому расчеты проводятся по гладким профилям слоистой ионосферы, определяющим средние параметры и энергетику распространяющихся сигналов.

Оценим влияние трехмерных неоднородностей электронной концентрации на измерения групповых задержек ионозондом. Рассмотрение проведем в рамках приближения изотропной ионосферы и скалярных волн, когда поле E радиоволны удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta E + k^2 E - \alpha N_0(z) E - \alpha N(r) E = 0.$$

Здесь $k = 2\pi f/c$ — волновое число, f — частота зондирующих волн, $N_0(z)$ — электронная концентрация слоистой регулярной ионосферы, $N(r)$ — плотность электронной концентрации трехмерных неоднородностей, $\alpha = 4\pi r_e$ пропорционально классическому радиусу электрона r_e . Чтобы не загромождать изложение несущественными деталями, сделаем оценку влияния объемных неоднородностей на групповые задержки на примере задачи о прохождении плоской волны через слой трехмерных неоднородностей. В этом случае геометрооптическая фаза плоской

волны $\varphi_{ro} = \int n(z) dz$ ($n(z) = \left[1 - \frac{4\pi r_e N_0(z)}{k^2} \right]^{1/2}$) — показатель преломления

слоистой ионосферы) изменяется вследствие влияния трехмерных неоднородностей на величину Φ . Добавочную комплексную фазу поля Φ можно рассчитать в рамках приближения метода плавных возмущений [3, 4]

$$\Phi(\rho) = -\frac{r_e}{2n} \int N(r_s) \exp\left(ik \frac{(\rho - \rho_s)^2}{2z}\right) d^3 r_s, \quad (1)$$

где z — расстояние от слоя неоднородностей до земли (ионозонда), n — показатель преломления в слое, который считаем тонким (расстояние до него превышает толщину L , и показатель преломления регулярной ионосферы в слое существенно не меняется).

В высокочастотном пределе ($k \rightarrow \infty$) интеграл по поперечной координате ρ_s в (1) можно вычислить методом стационарной фазы, тогда добавочная фаза $\varphi \equiv \text{Im } \Phi \simeq -\frac{a}{2kn} \int N(\rho, z) dz$ определяется интегралом по лучу от трехмерных неоднородностей. Действительно, в рамках геометрической оптики полная фаза равна $k \int [n(z) - aN(r)/k^2]^{1/2} dz \simeq k \int n(z) dz - \frac{a}{2kn} \int N(r) dz$. Однако в общем случае добавку в фазу прошедшей сквозь слой неоднородностей плоской волны вносят и неоднородности, расположенные далеко от вертикали над ионозондом.

Перепишем формулу (1) через спектр объемных неоднородностей $\hat{N}(\mathbf{x}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{-i\mathbf{x}\rho} N(\rho, z) d^2\rho$; тогда для добавочной фазы сигнала нетрудно получить

$$\varphi = -\frac{2\pi r_e}{kn} \int dz_s \int d^2x e^{i\mathbf{x}\rho} \cos\left(\frac{z_s \mathbf{x}^2}{2k}\right) \hat{N}(\mathbf{x}, z_s). \quad (2)$$

Далее, предполагая локальную однородность трехмерных флюктуаций электронной концентрации в слое, выразим дисперсию измеряемого группового пути $r' = \partial\varphi/\partial k$ через Fourier-преобразование \hat{B}_N функции корреляции неоднородностей

$$\sigma^2 \equiv \left\langle \frac{\partial\varphi}{\partial k} \frac{\partial\varphi}{\partial k} \right\rangle = (2\pi r_e)^2 \int dz_s \int d^2x \left[\frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{1}{kn} \cos \frac{z_s \mathbf{x}^2}{2k} \right) \right]^2 \hat{B}_N(\mathbf{x}, 0). \quad (3)$$

Здесь $\hat{B}_N(\mathbf{x}, \chi) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int B_N(r) \exp(i\mathbf{x}\rho + i\chi z) d^2\rho dz$, $B_N(r) = \langle N(\rho + \mathbf{r}', z + z') N(\rho', z') \rangle$ — функция корреляции флюктуаций электронной концентрации с возможной слабой зависимостью от координаты z_s рассеивающего слоя $B_N(\rho, z; z_s)$.

В случае тонкого статистически однородного слоя с крупными неоднородностями масштабов a , удовлетворяющих условию $ka^2/z \gg 1$, из (3) после дифференцирования по k и отбрасывания членов $\sim z/ka^2$ можно получить

$$\sigma^2 = \left(\frac{2\pi r_e}{n^3 k^2} \right)^2 L \int d^2x \hat{B}_N(\mathbf{x}, 0), \quad (4)$$

подобным образом выводится соотношение для дисперсии групповых путей при прохождении сквозь слой с мелкомасштабными неоднородностями:

$$\sigma^2 = \left(\frac{\pi z r_e}{nk^3} \right)^2 L \int d^2x \hat{B}_N(\mathbf{x}, 0). \quad (5)$$

В случае гауссовой корреляционной функции $B_N = \sigma_N^2 \exp(-r^2/a^2)$ соотношения для среднеквадратичных отклонений (СКО) групповых путей приобретают вид

$$\sigma = \frac{\pi r_e}{n^3 k^2} \sigma_N \sqrt{La} — \text{для крупных неоднородностей}; \quad (6)$$

$$\sigma = \frac{\pi r_e}{nk^2} \sigma_N \sqrt{La} \left(\frac{2z}{ka^2} \right) \sqrt{\frac{2}{V\pi}} — \text{для мелких неоднородностей}. \quad (7)$$

Если спектр неоднородностей степенной, $\hat{B}_N(\mathbf{z}, 0) \sim (1 + a^2 \kappa^2)^{-p/2}$, то формулы для СКО групповых путей аналогичны (6), (7) с точностью до констант пропорциональности порядка единицы, которые здесь несущественны.

Нетрудно дать качественную интерпретацию полученных соотношений. В случае крупных неоднородностей, когда работает приближение геометрической оптики, вариации $\delta r'$ групповых путей обусловлены вариациями показателя преломления вследствие трехмерных неоднородностей:

$$\delta r' = \int \frac{dz}{n(z)} - \int \frac{dz}{[n^2(z) - \alpha N/k^2]^{1/2}} \approx \frac{\alpha}{2n^3 k^2} \int N(r) dz. \quad (8)$$

Дисперсия σ^2 будет определяться суммой вкладов от L/a неоднородностей, при этом на одной неоднородности $\int N dz \sim \alpha \sigma_N$, вследствие чего СКО будет пропорционально корню квадратному из числа суммируемых случайных величин $\sigma \sim \sigma_N a \sqrt{L/a} \sim \sigma_N \sqrt{La}$. В случае мелких неоднородностей вклад в возмущение фазы и группового пути дают неоднородности, расположенные в пределах зоны Френеля с поперечным размером $\sqrt{\lambda z}$ ($\lambda = 2\pi/k$), поэтому интеграл в (8) нужно взять $(\sqrt{\lambda z}/a)^2$ раз, соответственно увеличивается СКО группового пути.

Подставляя численные значения $\sigma_N \approx (10^9—10^{11}) \text{ м}^{-3}$, $L \approx 30 \text{ км}$ в (6), (7) или в аналогичные формулы для степенного спектра, получим, что СКО группового пути может составлять несколько километров и достигать десятка километров для мелких ($a \approx 0,1—3 \text{ км}$) и составляет сотни метров до 1 км в случае крупных ($a \approx 1—10 \text{ км}$) неоднородностей. Конечно, зависимость σ_N от размеров неоднородностей в различных областях спектра неоднородностей может несколько изменить приведенные численные значения. Однако, тем не менее, соотношения (4)—(7) и сделанные оценки позволяют сделать важный вывод о том, что в случае, когда размер объемных неоднородностей меньше зоны Френеля, то вклад в вариации групповых задержек дают неоднородности, расположенные «далеко» от вертикали над ионозондом. Более того, этот вклад из-за наличия множителя $(2z/ka^2)$ может и превышать вклад крупных неоднородностей той же интенсивности с размерами больше зоны Френеля, находящихся над ионозондом. Размеры зоны Френеля при вертикальном зондировании варьируются в пределах $r_\phi = \sqrt{\lambda z} = \sqrt{(100—30) \text{ м} (100—300) \text{ км}} \approx (1—5) \text{ км}$. Конечно, учет искривления лучей в регулярной ионосфере приведет к некоторому изменению размеров r_ϕ . Однако для наших оценок и выводов это малосущественно.

Регулярная ионосфера дает достаточно плавную зависимость $r'(f)$. Поскольку не имеется достаточных оснований считать большинство неоднородностей резко анизотропными «блинами», то в основном резкие вариации $\delta r'$ на малом частотном интервале δf с масштабами, меньше френелевского радиуса $\delta r' < r_\phi$, связаны с вариациями профиля $\delta z < r_\phi$ (ниже будет показано, что $\delta z < \delta r'$), вызванными трехмерными неоднородностями. Таким образом, при вертикальном зондировании ионосферы в диапазоне 3—10 МГц ионозонд регистрирует интеграль-

ный вклад от трехмерных неоднородностей, расположенных в зоне Френеля, и вызванные ими флюктуации групповых путей на разных частотах. Этот эффект влияния трехмерных неоднородностей не имеет смысла пересчитывать в слоистую эквивалентную ионосферу. То есть измеренный более точно $p'(f)$ не соответствует вертикальному срезу электронной концентрации над ионозондом, а содержит привнесенные вследствие перерассения на неоднородностях искажения.

В связи с вышесказанным ясно, что для получения сглаженных ионосферных профилей необходимо проводить эффективное усреднение сигнала в частотном диапазоне Δf , превышающем характерный масштаб δf вариаций $\delta p'$ по частоте. Оценим, каким должен быть разнос по частоте, чтобы измерения p' были статистически независимы. Исходя из (1), (2), можно показать, что раскорреляция наступает тогда, когда разность «френелевых объемов» на паре частот существенно превышает размер неоднородности, т. е. в «объем», формирующий основной вклад подынтегрального выражения в интеграл (1), попадают другие неоднородности, $|V_\Phi(f_1) - V_\Phi(f_2)| \gg a^3$. Считаем, что слой неоднородностей заключен между $z_1 < z < z_2$, $z_2 - z_1 = L$ и расположен на расстоянии z , тогда

$$V_\Phi(f) = \int_{z_1}^{z_2} \pi (V\lambda_z)^2 dz = \frac{\pi \lambda}{2} (z_2^2 - z_1^2) \simeq \frac{\pi \lambda L}{2} (2z + L)$$

и неравенство приобретает вид (при $\Delta f \ll f$)

$$\Delta f \gg f \frac{a^3}{\lambda} \frac{a^3}{L(2z + L)} \simeq f \frac{a^3}{2\lambda z L}. \quad (9)$$

Если $f = 6$ МГц, $a = 1$ км, $z = 200$ км, $L = 30$ км ($ka^2/z \sim 1$), то $\Delta f \gg 10$ КГц. Это означает, что для получения набора статистически независимых измерений или, иными словами, для эффективного усреднения по частоте необходимо сглаживание данных в диапазоне нескольких десятков килогерц. Вообще говоря, из полученных выше результатов следует, что имеет смысл сглаживать вариации $\delta p'$, соответствующие размерам неоднородностей, меньшим r_Φ . Поэтому согласно (9) диапазон сглаживания при $a \sim r_\Phi \sim 1-5$ км может достигать сотен килогерц.

Покажем теперь, что вариации $\delta p'$ групповых путей приводят к меньшим вариациям δg истинных высот при решении обратной задачи восстановления профиля $N_0(z)$. Как известно, $p'(f)$ выражается следующим образом через $N_0(z)$:

$$p'(f) = \int_0^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{1 - AN_0(z)/f^2}} = \frac{f}{\sqrt{A}} \int_0^{f/A} \frac{(dz/dN_0) dN_0}{\sqrt{f^2/A - N_0}},$$

где z_0 — точка отражения, $A = (c/2\pi)^2 \alpha$. Решение этого интегрального уравнения имеет вид

$$z(N_0) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{AN_0}} \frac{p'(f) df}{\sqrt{AN_0 - f^2}}, \quad (10)$$

откуда следует связь между вариациями $\delta p' \equiv \max |\tilde{p}'(f) - p'(f)|$ и

$$\delta z \equiv \max |\tilde{z} - z| \leq \frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{AN_0}} \frac{\max |\tilde{p}'(f) - p'(f)|}{\sqrt{AN_0 - f^2}} df \leq \frac{2}{\pi} \delta p' \int_0^{\sqrt{AN_0}} \frac{df}{\sqrt{AN_0 - f^2}} = \delta p'.$$

Здесь под $p'(f)$ понимается групповой путь, обусловленный регулярной

ионосферой, а под $\tilde{p}'(f)$ — искаженный групповой путь в ионосфере с неоднородностями. Отметим, что выше рассматривалось однократное прохождение сквозь слой неоднородностей, поэтому фактически p' соответствует действующей высоте.

Наконец, с математической точки зрения, излишняя точность измерения групповых задержек может приводить к потере монотонности $p'(f)$ и тем самым делать данные противоречивыми, поскольку основанное на приближении геометрической оптики интегральное уравнение для $z(N_0)$ не учитывает волновые эффекты. Понятно, что потеря монотонности может произойти в случае влияния мелких неоднородностей $a < r_\Phi$, приводящих к большим отрицательным вариациям σ . Поэтому данные о групповых задержках необходимо сглаживать, что фактически и делается в грубых ионозондах. Вопрос об оптимальных алгоритмах такого сглаживания, учитывающих данные о неоднородностях, остается открытым.

Приведенные выше обоснования точности измерений групповых путей остаются справедливыми и в случае трансионосферного зондирования с ИСЗ. Однако здесь наиболее типичные значения $r_\Phi \leq 1$ км, поэтому точность измерения групповых путей может достигать сотен метров. Если неоднородности занимают не тонкий слой, а расположены во всей толще ионосферы, то ситуация для анализа усложняется, тем не менее нельзя считать, что малые вариации $\delta p'$ в небольшом частотном диапазоне соответствуют тонким слоям с малыми δz . По-прежнему рассеяние на мелких неоднородностях будет искажать и «зашумлять» данные о слоистой ионосфере.

Подводя итоги, следует сделать вывод, что для широкого круга практически важных задач восстановления регулярного профиля ионосферы не целесообразно превосходить предел точности измерений групповых путей ионозондами выше френелевского радиуса, т. е. порядка 1—5 км. Конечно, в других случаях, например в задачах исследования статистических характеристик объемных неоднородностей ионосферы по вариациям групповых путей, может потребоваться и более высокая точность измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hammer P. R. // J. Atm. Terr. Phys. 1976. V. 38. P. 935.
2. Bibl K., Reinisch B. W. // Radio Sci. 1978. V. 13. № 3. P. 519.
3. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. 2. — 463 с.
4. Куницын В. Е. // Геомагнетизм и аэрономия. 1986. Т. 27. № 1. С. 75.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
10 мая 1988 г.

ON METHODICAL ACCURACY MEASUREMENTS OF GROUP DELAY SIGNALS OF IONOSPHERIC RADIO SOUNDING

Yu. K. Kalinin, V. E. Kunitsyn, L. |L. Rozhdestvenskaya

A problem of required group delay measurements accuracy in radio sounding, connected with reconstruction of regular ionosphere profile is discussed. The effect of three-dimensional irregularities on group delay measurements is analyzed. Expressions of group path dispersions are derived as a function of statistical characteristics of irregularities. It is shown that for a great number of practically important problems of ionosphere radio sounding it is not reasonable to improve group path measurement accuracy more than Fresnel radius, i. e. 1—5 km.

УДК 550.388.3

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛЬФВЕНОВСКОГО РЕЗОНАТОРА В ИОНОСФЕРЕ

Г. В. Руденко

Для плоскостной модели ионосферы вычислены собственные частоты и декременты затухания альфвеновского резонатора для различных углов наклона геомагнитного поля. Исследована высотная структура собственных колебаний резонатора. Показано, что наиболее благоприятными для существования резонатора являются ночные условия.

В настоящее время все большее внимание уделяется малоизученному в теории гидромагнитных пульсаций вопросу об ионосферном альфвеновском резонаторе (ИАР). Это связано в первую очередь с пониманием его роли в динамике целого комплекса геофизических явлений.

К наиболее интересному эффекту приводит наличие ИАР в авроральных широтах, где резонансные колебания могут возбуждаться вследствие появления отрицательной проводимости в ионосфере из-за электрического дрейфа. Возникающая неустойчивость резонансных колебаний приводит к мелкомасштабному (порядка 1 км) расслоению магнитосферной конвекции и тем самым влияет на структуру высыпания частиц [1]. В работах [2, 3] показано, что при превышении скоростью конвекции некоторого порогового значения возбуждение токовых резонансных вихрей имеет взрывной характер и может быть связано с активизацией дуг и началом взрывной фазы суббури.

На широтах, соответствующих плазмопаузе, где наблюдается наиболее интенсивное появление магнитосферных пульсаций РС1 (жемчужин), ИАР является своеобразным отражающим слоем, определяющим частотную структуру этих пульсаций [4, 5]. На средних широтах ИАР проявляет себя во взаимодействии с волноводными «жемчужинами», распространяющимися в F-слое ионосферы вдоль поверхности Земли. Это взаимодействие приводит к пикивой структуре зависимости горизонтального затухания от частоты [6]. Убедительным экспериментальным подтверждением существования ИАР являются работы (см. [7, 8]) по исследованию шумового спектра герцевого диапазона от удаленных молниевых разрядов, когда четко прослеживается резонансная структура спектра.

Впервые термин ИАР был введен автором работы [9], где указывалось на принципиальную возможность его существования. В работе [10] дано теоретическое обоснование ИАР в приближении вертикального магнитного поля. Физически объект представляет собой резонатор для альфвеновских МГД-волн, ограниченных снизу нижней ионосферой, атмосферой и поверхностью Земли, а сверху — лежащей выше максимума F-слоя областью спада показателя преломления. Специфика данного резонатора заключается в том, что он всегда имеет определенную долю энергии, просачивающуюся сквозь верхнюю стенку в виде альфвеновской волны. Характерный частотный диапазон резонатора соответствует интервалу от десятых долей герца до нескольких герц.

В настоящей работе численными методами проводится подробное исследование ИАР для произвольного наклона геомагнитного поля, об-

ращается внимание на существенное отличие резонансных свойств для ночных и дневных условий.

1. Рассмотрим плоскослоистую модель среды с произвольно ориентированным однородным магнитным полем. Для описываемого ниже явления достаточно задать модель тремя параметрами n , v_i , m_i , зависящими от высоты ($n = n_i = n_e$ — концентрация электронов, v_i — эффективная частота столкновений ионов с нейтралами, m_i — эффективная масса ионов). В данной работе используются две конкретные модели распределений n , v_i , m_i , соответствующие характерным условиям дня и ночи. Модели формируются следующим образом. В интервале высот $100 \leq h \leq 1000$ км берутся табличные значения параметров из [1] (см. табл. 1), в численных расчетах по ним строятся непрерывные зависимости методом кубической сплайна-интерполяции. Для $h > 1000$ км

Таблица 1

| Высота h , км | Ночная модель | | | Дневная модель | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|-------------------|---------------------|----------------------|-------------------|
| | n , см $^{-3}$ | v_i , с $^{-1}$ | m_i , мн ед. | n , см $^{-3}$ | v_i , с $^{-1}$ | m_i , мн ед. |
| 100 | 2,00E 3 | 9,40E 3 | 30,6 | 1,30E 5 | 1,02E 4 | 30,6 |
| 120 | 2,25E 3 | 4,40E 2 | 30,8 | 1,39E 5 | 4,40E 2 | 30,8 |
| 140 | 2,50E 3 | 3,30E 1 | 30,4 | 2,30E 5 | 7,83E 1 | 30,4 |
| 160 | 2,75E 3 | 1,80E 1 | 27,5 | 3,25E 5 | 2,84E 1 | 27,5 |
| 180 | 3,06E 3 | 1,32E 1 | 22,5 | 3,60E 5 | 1,43E 1 | 22,5 |
| 200 | 3,50E 3 | 1,10E 1 | 17,6 | 4,20E 5 | 1,10E 1 | 17,6 |
| 250 | 9,80E 3 | 5,00E 0 | 16,2 | 7,50E 5 | 3,86E 0 | 16,2 |
| 300 | 1,55E 5 | 2,00E 0 | 16,0 | 9,60E 5 | 1,17E 0 | 16,0 |
| 350 | 2,18E 5 | 8,50E-1 | 15,8 | 1,05E 6 | 5,80E-1 | 15,8 |
| 400 | 2,00E 5 | 4,10E-1 | 15,7 | 9,50E 5 | 2,94E-1 | 15,7 |
| 500 | 1,34E 5 | 1,10E-1 | 15,4 | 6,90E 5 | 1,10E-1 | 15,4 |
| 600 | 8,00E 4 | 6,50E-2 | 15,0 | 3,70E 5 | 7,90E-2 | 15,0 |
| 700 | 4,45E 4 | 5,45E-2 | 14,2 | 1,95E 5 | 6,78E-2 | 14,2 |
| 800 | 2,40E 4 | 5,12E-2 | 12,8 | 9,80E 4 | 6,30E-2 | 12,8 |
| 900 | 1,30E 4 | 5,00E-2 | 10,6 | 4,80E 4 | 6,10E-2 | 10,6 |
| 1000 | 7,00E 3 | 4,90E-2 | 6,7 | 2,50E 4 | 5,98E-2 | 6,7 |

параметры задаются аналитическими формулами: $v_i(h) = v_i(1000)$, $m_i = 1 + A_m \exp[-(h - 1000)/H_1]$, $n = n(1000) \exp[-(h - 1000)/H_2]$. Величины A_m , H_1 , H_2 подбираются таким образом, чтобы альфвеновская скорость $v = \sqrt{B_0/(4\pi m_i)}$ приближалась к некоторой постоянной величине на уровне 2000 км (B_0 — напряженность внешнего магнитного поля).

На рис. 1 показан пример зависимости квадрата альфвеновской скорости для ночных (кривая 1) и дневных (кривая 2) условий при угле наклона внешнего магнитного поля к нормали поверхности Земли, равном 30° . Ниже 100 км предполагается нейтральная атмосфера. Земля рассматривается как однородная среда с конечной проводимостью σ .

Будем полагать, что зависимость от широты проявляется только в модуле внешнего магнитного поля и определяется дипольным членом разложения $B_0(\theta) = B_0(0)(1 + 3 \sin^2 \theta)^{-1/2}$.

Здесь θ — угол между направлением

магнитной силовой линии и нормалью к поверхности Земли. Для каждого значения угла θ рассматривается отдельная идеализированная задача с однородным магнитным полем.

2. Уравнения, описывающие в линейном приближении МГД-воз-

мущения с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$, имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{E} = (i\omega/c) \mathbf{B}; \quad (1a)$$

$$\text{rot } \mathbf{B} - (\text{rot } \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}) \mathbf{e} = (4\pi/c) \mathbf{J}_\perp. \quad (1b)$$

Здесь c — скорость света, $\mathbf{e} = \mathbf{B}_0/B_0$, \mathbf{J}_\perp — составляющая плотности тока, перпендикулярная вектору внешнего магнитного поля [6]:

$$\mathbf{J}_\perp = [i\omega c^2/(4\pi v^3)] (\mu_1 \mathbf{E} + \mu_2 [\mathbf{E} \times \mathbf{e}]), \quad (2)$$

где v — альфеновская скорость, μ_1 и μ_2 — безразмерные величины, пропорциональные педерсеновской и холловской проводимостям соответственно,

$$\mu_1 = (1 + iv_i/\omega)/\{1 + [(v_i - i\omega)/\omega_i]^2\}; \quad (3a)$$

$$\mu_2 = i(\omega/\omega_i)[1 + iv_i/\omega]\mu_1, \quad (3b)$$

ω_i — эффективная ионная циклотронная частота ($\omega_i = eB/m_i c$). В используемых уравнениях учитывается, что частота возмущений значительно меньше циклотронной частоты, соответствующей наиболее тяжелым ионам. Это оправдывает замену многокомпонентной плазмы на эффективную, двухкомпонентную. Кроме того, ввиду большой величины продольной проводимости здесь пренебрегается продольной компонентой возмущения электрического поля. Несущественным для данной задачи является и учет столкновений электронов с нейтралами и ионами.

Для описания переменных воспользуемся двумя системами координат. В первой системе координат (x, y, z) ось z направлена вертикально вниз, ось x лежит в плоскости геомагнитного меридиана, для определенности направлена на север, ось y ориентирована так, чтобы (x, y, z) образовывала правостороннюю систему координат. Вторая система координат связана с заданием вектора \mathbf{k} , описывающего горизонтальную структуру возмущения: $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega, z) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$. Эта система (δ, β, z) повернута вокруг оси z на угол ϕ , соответствующий отклонению \mathbf{k} от плоскости геомагнитного меридиана.

Подставляя (2), (3) в систему (1), можно преобразовать ее к следующему виду:

$$i \frac{dF}{dz} = \hat{G}F, \quad (4)$$

где F — четырехкомпонентный вектор, $\mathbf{F} = (E_\delta, E_\beta, H_\delta, H_\beta)$, $H_\delta = -(v_0\bar{\omega}/c)B_\beta$, $H_\beta = (v_0\bar{\omega}/c)B_\delta$. Четра означает, что величина обезразмерена. Для обезразмеривания вводятся характеристические длина λ и скорость v_0 (v_0 определяется по формуле $v_0 = \sqrt{B_0(\theta)/(4\pi n_0 m_{i0})}$, $n_0 = n(z_0)$, $m_{i0} = m_i(z_0)$, $z_0 = -350$ км). Матрица $\hat{G} 4 \times 4$ имеет вид

$$G_{11} = \bar{k}e_\delta/e_z, \quad G_{12} = \bar{k}e_\beta/e_z, \quad G_{13} = 1, \quad G_{14} = 0, \quad (5)$$

$$G_{21} = G_{22} = G_{23} = 0, \quad G_{24} = 1, \quad G_{31} = (\bar{\omega}^2/v^2)\mu_1(1-e_\beta^2)/e_z^2,$$

$$G_{32} = (\bar{\omega}^2/v^2)(\mu_1 e_\delta e_\beta + \mu_2 e_z)/e_z^2, \quad G_{33} = \bar{k}e_\delta/e_z, \quad G_{34} = 0,$$

$$G_{41} = (\bar{\omega}^2/v^2)(\mu_1 e_\delta e_\beta - \mu_2 e_z)/e_z^2, \quad G_{42} = (\bar{\omega}^2/v^2)\mu_1(1-e_\delta^2)/e_z^2 - \bar{k}^2,$$

$$G_{43} = \bar{k}e_\beta/e_z, \quad G_{44} = 0,$$

где компоненты e в системе координат (δ, β, z) $e_\delta = \sin \theta \cos \phi$, $e_\beta = -\sin \theta \sin \phi$, $e_z = \cos \theta$. Система (4) должна быть дополнена граничными условиями. Нижние граничные условия для $z = -100$ км получаются в результате сшивки решений в области нейтральной атмос-

феры со спадающим вниз решением в проводящей Земле:

$$\mathbf{H}^I = \hat{A}^\Gamma \mathbf{E}^I, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{H}^I = (H_\delta^I, H_\beta^I), \quad \mathbf{E}^I = (E_\delta^I, E_\beta^I), \quad A_{11}^\Gamma = i(k_0^2/p_1) \operatorname{ctg}(p_1 \bar{z}_1),$$

$$A_{22}^\Gamma = i p_1 \operatorname{ctg}(p_1 \bar{z}_1) [1 - i \operatorname{tg}(p_1 \bar{z}_1) p_1/p_2] [1 + i \operatorname{ctg}(p_1 \bar{z}_1) p_1/p_2]^{-1},$$

$$A_{12}^\Gamma = A_{21}^\Gamma = 0, \quad k_0 = \omega/c, \quad p_1 = \sqrt{k_0^2 - \bar{k}^2},$$

$$p_2 = \sqrt{(1 + i4\pi\sigma/\omega)k_0^2 - \bar{k}^2}, \quad z_1 = -100 \text{ км.}$$

Для получения верхних граничных условий можно положить, что начиная с некоторой высоты (здесь $z = -2000$ км) $v = \text{const}$, $\omega_i = \infty$, $v_i = 0$. Для этой области четыре независимых решения системы (4) записываются в явном виде:

$$\mathbf{F}^{(i)} = \hat{\mathbf{F}}^{(i)} \exp(iq^{(i)} \bar{z}) \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (7)$$

Здесь $q^{(1), (2)} = (-\bar{k}e_\delta \pm \alpha)/e_z$ соответствует ($\alpha = \bar{\omega}/v_\infty$) падающей ⁽¹⁾ и убегающей ⁽²⁾ альфвеновским волнам, $q^{(3), (4)} = \pm q_0 = \pm \sqrt{\alpha - \bar{k}^2}$ — БМЗ-колебаниям. В случае $\operatorname{Re}(\bar{\omega}/v_\infty - \bar{k}^2) > 0$ решение ⁽³⁾ соответствует падающей волне, ⁽⁴⁾ — убегающей. Для $\operatorname{Re}(\bar{\omega}/v_\infty - \bar{k}^2) < 0$ решение ⁽³⁾ растет вверх, а решение ⁽⁴⁾ убывает. Компоненты $\hat{\mathbf{F}}^{(i)}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{F}_1^{(1), (2)} &= \bar{k} \mp \alpha e_\delta, & \hat{F}_2^{(1), (2)} &= \mp \alpha e_\beta, & \hat{F}_3^{(1), (2)} &= \mp (\bar{k}\alpha/e_z)(1 - e_\beta^2) + \alpha^2 e_\delta/e_z, \\ \hat{F}_4^{(1), (2)} &= \alpha e_\beta (\bar{k}e_\delta \mp \alpha)/e_z, \\ \hat{F}_1^{(3), (4)} &= \pm q_0 e_\beta, & \hat{F}_2^{(3), (4)} &= \mp q_0 e_\delta + \bar{k}e_z, \\ \hat{F}_3^{(3), (4)} &= -\alpha^2 e_\beta, & \hat{F}_4^{(3), (4)} &= q_0^2 e_\delta \mp q_0 \bar{k}e_z. \end{aligned} \quad (8)$$

Очевидно, что для задачи на собственные колебания системы решения ⁽¹⁾ и ⁽³⁾ должны быть отброшены, т. е. возмущения должны иметь вид

$$\mathbf{F} = a_2 \mathbf{F}^{(2)} + a_4 \mathbf{F}^{(4)}, \quad a_1 = a_3 = 0. \quad (9)$$

Таким образом, система уравнений (4) с граничными условиями (8), (9) приводит к искомой краевой задаче на собственные колебания.

Хотя краевая задача для системы (4) полностью определена, в том виде, в каком есть, она остается малопригодной для численных расчетов, поскольку в ней для определенных величин k и ω может появляться растущее решение, существенно влияющее на правильность результатов. Поэтому воспользуемся несколько иной записью краевой задачи, позволяющей избежать неустойчивости счета. Введем новые переменные A_{mn} , определяемые следующим соотношением:

$$\begin{pmatrix} H_1^{(2)}, & H_1^{(4)} \\ H_2^{(2)}, & H_2^{(4)} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} E_1^{(2)}, & E_1^{(4)} \\ E_2^{(2)}, & E_2^{(4)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь \hat{A} , так называемая адмитанская матрица (см. [12]), образует четыре новых переменных. Решения с индексами ⁽²⁾ и ⁽⁴⁾ соответствуют решениям во всем диапазоне высот, удовлетворяющим задачам Коши с граничными условиями для убегающей альфвеновской волны ⁽²⁾ и убегающей или убывающей вверх БМЗ-волны ⁽⁴⁾ (см. (7), (8)). Из опре-

деления (10) следует, что матрица \hat{A} не зависит от амплитуд решений (2) и (4). Подставляя (10) в (4), легко получить уравнения, которым удовлетворяет матрица

$$i(d\hat{A}/dz) = -\hat{A}\hat{g}_2\hat{A} - \hat{A}\hat{g}_1 + \hat{g}_4\hat{A} + \hat{g}_3, \quad (11)$$

где

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \hat{g}_1 & \hat{g}_2 \\ \hat{g}_3 & \hat{g}_4 \end{pmatrix}.$$

Подставляя (7), (8) в (10), получаем верхние граничные условия для \hat{A} :

$$\hat{A}_\infty = \hat{H}^{(2, 4)}(\hat{E}^{(2, 4)})^{-1}, \quad (12)$$

где \hat{H} , \hat{E} строятся из компонент $\hat{F}^{(i)}$ соответственно (8). Из (10) и (6) следуют нижние граничные условия

$$(\hat{A}^I - \hat{A}^R)E^I = 0. \quad (13)$$

Новая запись краевой задачи (11)–(13) является наиболее удобной для численного исследования. Решение краевой задачи сводится к отысканию корней уравнения

$$D(\omega, k, \varphi, \theta) = \det(\hat{A}^I - \hat{A}^R) = 0. \quad (14)$$

Величину D можно рассматривать как функцию k при заданной действительной ω либо как функцию ω при заданном действительном k . В первом случае при решении уравнения (14) мнимая часть аргумента D будет соответствовать пространственному затуханию собственной моды, во-втором — времениому.

Для краевой задачи (14) должно существовать по крайней мере три типа решений. Первый тип соответствует волноводным колебаниям БМЗ, они были подробно исследованы аналогичным методом в работе [6]. Второй тип соответствует рассматриваемому нами ИАР. Третий тип (существует только при наличии дневного слоя) соответствует гиротропной моде, локализованной ниже F -слоя ионосферы [13]. Решения этого типа также были обнаружены при расчетах дневной модели. Соответствующая им добротность невелика.

Здесь для исследования ИАР положим, что D — функции ω для заданных параметров φ, θ и действительной k . Необходимость такого выбора следует из физических свойств ИАР, который представляет собой резонансные колебания, «привязанные» к магнитным силовым линиям, т. е. возмущения не распространяются в горизонтальном направлении. Поэтому свойства резонансных колебаний не зависят от k или по крайней мере зависят очень слабо, приводят к небольшому поперечному расплыванию. Таким образом, при выборе D как функции k найти собственные значения ω практически невозможно. Это объясняет причину того, что в работе [6], где D выбиралась как функция k , собственные значения ИАР не были обнаружены. Данное свойство также является критерием принадлежности найденных корней (14) к ИАР, т. е.

$$\omega_i(k) \approx \text{const}, \quad (15)$$

где $D(\omega_i) = 0$.

3. Численный поиск корней функции D в данной работе осуществлялся с помощью метода Ньютона. При некоторых значениях ω_c най-

дены высотные зависимости амплитудных характеристик собственных колебаний, для чего решалась задача Коши для (4) с граничными условиями, вытекающими из (13), (10). Причем значение параметра k выбиралось малым, для того чтобы не развивалась неустойчивость, связанная с экспоненциальным поведением асимптотического БМЗ-решения (индекс ⁽³⁾ в формуле (7)). Ввиду слабой зависимости от k предполагается, что полученные результаты пригодны для широкого диапазона величины k .

В табл. 2 приведены ранее не определенные величины, используемые в вычислениях.

Таблица 2

| A_m , мн ед. | H_1 , км | H_2 , км | $B_0(0)$, Гс | σ , с^{-1} | λ , км | m_{i0} , мн ед. | n_0 , см^{-3} |
|-------------------|---------------|---------------|------------------|-------------------------------|-------------------|----------------------|-----------------------------|
| 5,71 | 133 | 2485 | 0,575 | 1,9E 7 | 300 | 15,8 | 2,18E 5 |

В результате численного решения (14) были найдены характеристики первых четырех мод резонатора для ночной модели. Более высокие гармоники не были определены вследствие возникающей неустойчивости из-за роста асимптотического решения для падающей альфеновской моды в (7). Ее растущий характер связан с большой величиной мнимой части ω_i , что приводит к расстройке функции D .

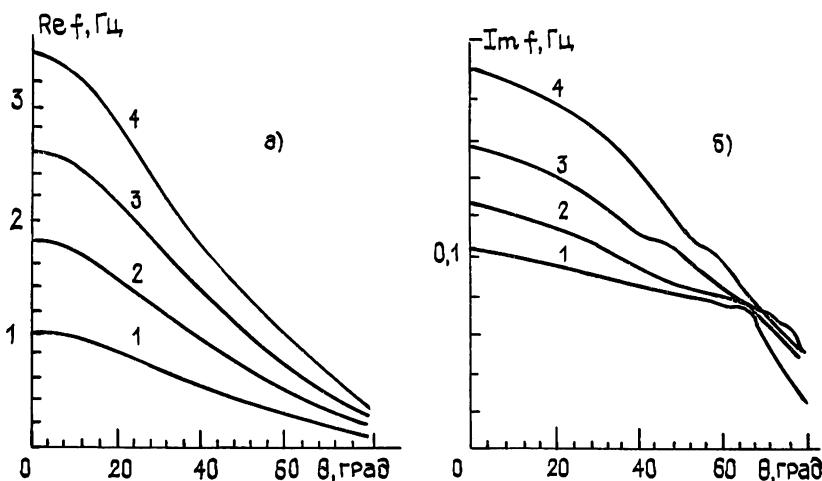


Рис. 2.

На рис. 2а, б приведены для четырех мод зависимости собственных частот ИАР от угла наклона геомагнитного поля θ . Кривые 1—4 описывают соответственно 1-—4-ю моды резонатора; на рис. 2а — зависимость реальной части частоты ($\text{Re } f = \text{Re } \omega / 2\pi$ в Гц), рис. 2б — мнимой части ($\text{Im } f = \text{Im } \omega / 2\pi$ в Гц) от θ . Видно, что в довольно широком диапазоне θ добротность резонатора достаточно велика, отношение $\text{Re } f / \text{Im } f$ варьируется примерно от 20 до 10. Из рисунков видно, что при увеличении отклонения θ снижаются значения реальных и мнимых частей собственных частот. Такое поведение хорошо согласуется со смещением резонансных пиков затухания горизонтального БМЗ-волновода [6]. Мнимая часть собственных частот соответствует временному затуханию резонатора, связанному с двумя эффектами — просачиванием альфеновской волны в магнитосферу и диссипативным поглощением в нижнем слое ионосферы. Для аналогичных мод в дневной модели расчеты показали малую добротность ($\text{Re } f$ и $\text{Im } f$ одного порядка), что очевидно связано с широким диссипативным D-слоем. Поэтому вряд

ли можно наблюдать резонансные свойства в дневное время, что подтверждается и в экспериментах по наблюдению шумового спектра гроз [8], где резонансная структура днем практически не наблюдалась.

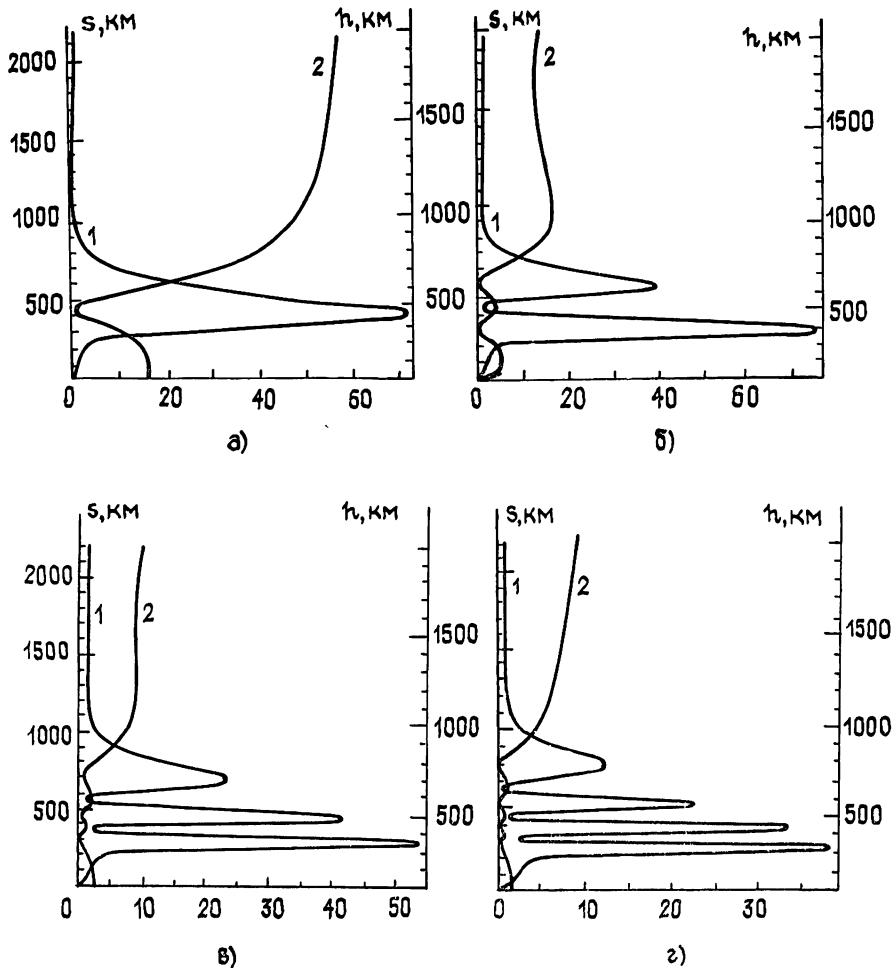


Рис. 3.

Наиболее наглядное представление о высотной структуре собственных колебаний дается рисунками 3а—г. На этих рисунках изображены зависимости (для первых четырех мод) квадратов амплитуд магнитного и электрического полей от расстояния вдоль геомагнитной силовой линии (левые оси): $\tilde{B}^2 = |B|^2 = |B_x|^2 + |B_y|^2 + |B_z|^2$, $\tilde{E}^2 = |E|^2 = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ (правые оси дают соответствующие высоты). Здесь \tilde{B}^2 , \tilde{E}^2 — усредненные по периоду величины, \tilde{B}^2 характеризует распределение энергии собственных колебаний. Кривые 1 на рисунках соответствуют величине \tilde{B}^2r^2 , кривые 2 — \tilde{E}^2 , где $r = v_0\omega/c$ — масштабный множитель. Всем четырем модам на рис. 3а—г соответствуют одинаковые параметры: $\theta = 30^\circ$, $1/k = 900$ км, $\varphi = 0$, $v_0 = 510,6$ км/с. Для рис. 3а (1-я мода) соответствующая комплексная собственная частота равна $f_c = (0,62 - i0,088)$ Гц, $r = 0,0039$, для 2-й моды (рис. 3б), соответственно, $f_c = (1,18 - i0,10)$ Гц, $r = 0,0075$, для 3-й моды — $f_c = (1,71 - i0,13)$ Гц, $r = 0,011$, для 4-й моды (рис. 3г) — $f_c = (2,22 - i0,16)$ Гц, $r = 0,014$. Из рисунков видно, что в отличие от БМЗ-волновода основная часть энергии собственных колебаний не связана с областью максимума F -слоя ионосферы, область их локализации гораздо шире слоя F .

В отличие от магнитного поля поперечное электрическое поле, как видно из рисунков, локализуется у верхней стенки резонатора. Такое поведение полностью согласуется с результатами работ [1, 4]. В свою очередь, как показано в работе [4], повышение электрического поля может способствовать возникновению аномального сопротивления и значительному усилению продольного электрического поля, влияющего на высыпания частиц.

В данной работе также был проведен анализ поляризационных характеристик собственных колебаний. В качестве примера на рис. 4

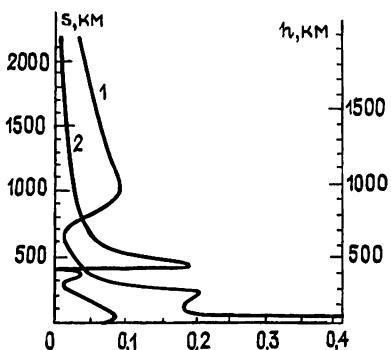
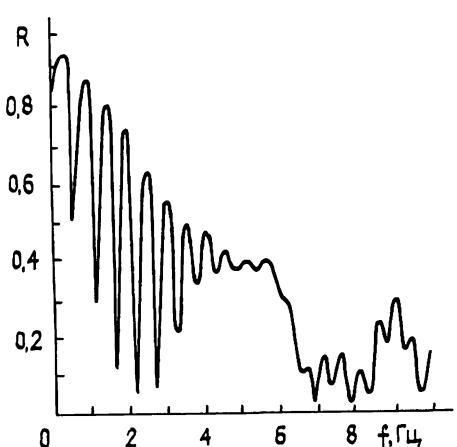


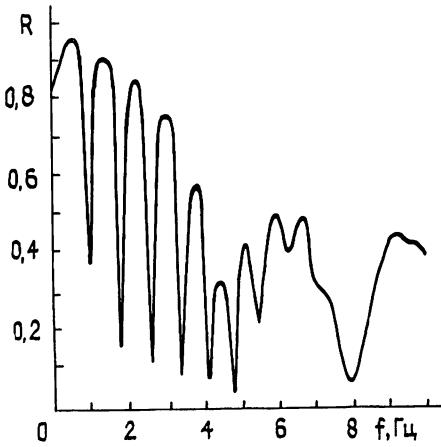
Рис. 4.

приведены зависимости поляризации магнитного (кривая 1) и электрического (кривая 2) полей для первой моды, поляризация здесь — отношение амплитуды малой оси эллипса поляризации к амплитуде большой оси. Видно, что практически во всем рассматриваемом интервале высот поляризация близка к линейной. Для электрического поля направление большой оси эллипса поляризации близко к направлению волнового вектора \mathbf{k} .

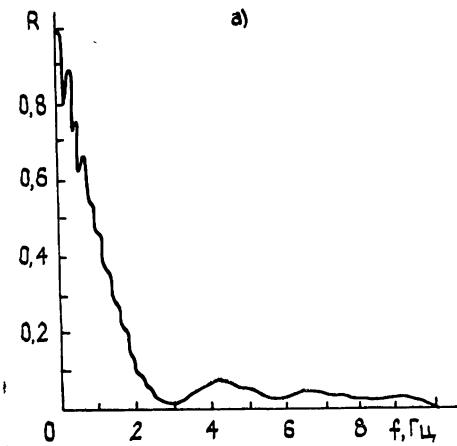
С целью более полного представления о резонансной структуре для



а)



б)



в)

Рис. 5.

рассматриваемых моделей были вычислены коэффициенты отражения для падающей сверху на резонатор альфеновской волны R . Для расчетов коэффициентов отражения был использован более сложный метод, описанный в работе [14].

На рис. 5а, б приведены зависимости коэффициентов отражения от частоты для ночной модели (рис. 5а для $\theta = 30^\circ$ и $\phi = 0$, рис. 5б — для $\theta = 0$ и $\phi = 0$). Видно, что резонансные свойства проявляются примерно до 5,6 Гц, количество резонансов может

быть больше четырех. Последний, рис. 5в показывает зависимость коэффициента отражения от частоты для дневной модели.

фициента отражения для дневной модели ($\theta=30^\circ$, $\varphi=0^\circ$), он наглядно иллюстрирует существенное ослабление резонансных свойств.

Изложенные выше результаты позволяют сформулировать следующие выводы. Созданы эффективные средства для численного исследования ИАР на произвольных моделях ионосферы, что особенно важно в настоящее время при появившейся возможности экспериментального наблюдения резонансной структуры [8]. Исследованы широтная зависимость свойств резонатора и высотная структура собственных мод. Показано, что резонансные свойства ИАР для дневного времени должны проявляться очень слабо.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трахтенгерц В. Ю., Фельдштейн А. Я. // Геомагнетизм и аэрономия. 1981. Т. 21. С. 951.
2. Трахтенгерц В. Ю., Фельдштейн А. Я. // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27. С. 258.
3. Трахтенгерц В. Ю., Фельдштейн А. Я. // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27. С. 315.
4. Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. Вып. 2. С. 371.
5. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. Т. 24. С. 242.
6. Greifinger C., Greifinger P. // Geophys. Res. 1973. V. 78. P. 4611.
7. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Материалы международного симпозиума (Судаль. 1986).—М., 1986. С. 140.
8. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Препринт НИРФИ № 230. Горький, 1987.
9. Поляков С. В. // Тезисы докл. Симпозиума КАПГ по солнечно-земной физике. —М.: Наука, 1976. Ч. 3. С. 72.
10. Поляков С. В., Рапопорт В. О. // Геомагнетизм и аэрономия. 1981. Т. 21. С. 816.
11. Priklug K // Studia geophys. geod. 1980. V. 21. P. 816.
12. Budden E. G. // Radio waves in the ionosphere.—London: Cambridge University Press. 1961. P. 542.
13. Сорокин В. М., Федорович Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 4. С. 495.
14. Руденко Г. В. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике солнца.—М.: Наука, 1984. Вып. 70. С. 157.

Сибирский институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн
СО АН СССР

Поступила в редакцию
16 июня 1988 г.

A NUMERICAL STUDY OF THE ALFVEN RESONATOR IN THE IONOSPHERE

G. V. Rudenko

For a plane-layered model of ionosphere, eigenfrequencies and damping decrements of the Alfvén resonator have been calculated for different inclination angles of the geomagnetic field. The height structure of the resonator's eigen-frequencies is investigated. It is shown that the nighttime conditions are the most favourable for the resonator existence.

УДК 551.501.85

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ ВЕТРА В ОБЛАКАХ ПО ДАННЫМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАДИОЛОКАТОРА

B. M. Мельников

Представлены результаты измерений поля ширины спектра сигнала от облаков при их зондировании некогерентным радиолокатором. Установлены особенности этого поля, позволяющие идентифицировать уширение спектра, вызванное турбулентностью, вертикальным градиентом ветра и движением гидрометеоров под действием силы тяжести. Обсуждаются возможности измерений разности скоростей ветра в двух импульсных объемах, основанные на принципе «внешней» когерентности.

Поле ветра в облаках и осадках может быть измерено с помощью радиофизического зондирования доплеровским радиолокатором (ДРЛ). Измеряемыми характеристиками этого поля обычно являются средняя скорость v гидрометеоров в направлении луча зондирования и ширина спектра скоростей σ_v рассеивателей, заполняющих импульсный радиолокационный объем [1, 2]. Эти две характеристики определяются путем измерения доплеровского сдвига частоты f и уширения спектра σ_f :

$$v = \lambda f / 2, \quad \sigma_v = \lambda \sigma_f / 2, \quad (1)$$

где λ — длина волны излучения. Уширение спектра возникает из-за относительного движения рассеивателей в пределах импульсного объема, обусловленного градиентом скорости ветра, турбулентностью, различием в скоростях частиц под действием силы тяжести. При исследовании метеообъектов необходима информация не только о мощности отражения зондируемого объема, но и о характеристиках движения частиц в нем. Средняя скорость рассеивателей измеряется только ДРЛ, тогда как ширина спектра скоростей может быть измерена и некогерентным радиолокатором. Последний имеет наибольшее распространение в практике дистанционного зондирования, поэтому разрабатываются методы определения характеристик движения частиц, использующие некогерентный радиолокатор. Эти методы можно разделить на две группы, в одной из которых измеряемой величиной является ширина спектра мощности рассеянного сигнала, а в другой — разность средних частот сигналов от двух импульсных объемов, разнесенных по лучу зондирования.

Ширина спектра мощности σ_f связана с шириной доплеровского спектра σ_v соотношением [3] $\sigma_f = 2\sigma_v$, которое может использоваться для измерения σ_v некогерентным радиолокатором. В силу независимости факторов, управляющих спектр отраженного сигнала, можно записать [1, 2]

$$\sigma_f^2 = \sigma_t^2 + \sigma_{c.v}^2 + \sigma_{w.l}^2 + \sigma_g^2, \quad (2)$$

где справа стоят, соответственно, вклады турбулентности, сдвига (градиента) ветра, эффекта «ширины луча» и гравитационного падения частиц. Главной целью данной работы является исследование возможностей разделения указанных факторов при анализе поля ширины спектра в радиолокационном сечении облака.

Разность скоростей ветра в двух импульсных объемах, разнесенных по лучу на некоторое расстояние, измеряется некогерентным радио-

лока́тором с использованием принципа «внешней» когерентности [4, 5]. Отраженный от одного объема сигнал задерживается с сохранением фазовых характеристик до прихода сигнала от другого объема; эти сигналы смешиваются, и поскольку они формируются одним и тем же зондирующими импульсом, то по разности частот этих сигналов можно судить о разности средних скоростей ветра в выбранных объемах. Измеряемой величиной метода является сигнал U [5]:

$$U(t) = \left| \sin \left[kT\Delta v + \frac{\Delta\varphi_1(t) + \Delta\varphi_2(t)}{2} \right] \right|, \quad (3)$$

где k — волновое число, T — период между посылками зондирующих импульсов, Δv — разность скоростей ветра в двух объемах, $\Delta\varphi_{1,2}$ — разности случайных фаз, обусловленные уширением спектров сигналов от каждого объема. Измерение U может служить оценкой Δv согласно (3) только в случае малости разностей случайных фаз $\Delta\varphi_{1,2}$. Чтобы оценить относительную величину слагаемых в квадратных скобках (3), нужна статистика повторяемости значений ширины спектра в облаках. Ниже приводится оценка вклада изменения случайных фаз при измерении Δv .

Измерения полей СКО спектра скоростей. Измерения ширины спектра мощности отраженного сигнала во многих элементах дальности по лучу зондирования с помощью фурье-анализа требует высокопроизводительной специализированной аппаратуры. При зондировании облаков и осадков необходимо измерять ширину спектра сигнала одновременно во многих десятках и даже сотнях элементов дальности, поэтому в этих целях используются более оперативные и простые способы измерения. Они основаны на том, что статистика отраженного от совокупности случайно расположенных в пространстве рассеивателей является гауссовой [6], поэтому статистику выходного радиолокационного сигнала можно определить, учитывая закон усиления огибающей в радиолокаторе. Для оценки ширины спектра сигнала исследованы способы измерения коэффициента корреляции сигнала, регистрации частоты пересечений сигналом своего среднего уровня, измерения среднего модуля разности последовательных во времени импульсов [2, 7, 8]. Этими способами измеряется среднеквадратичное отклонение (СКО) спектра отраженного сигнала [7, 8], которое и является оценкой его ширины.

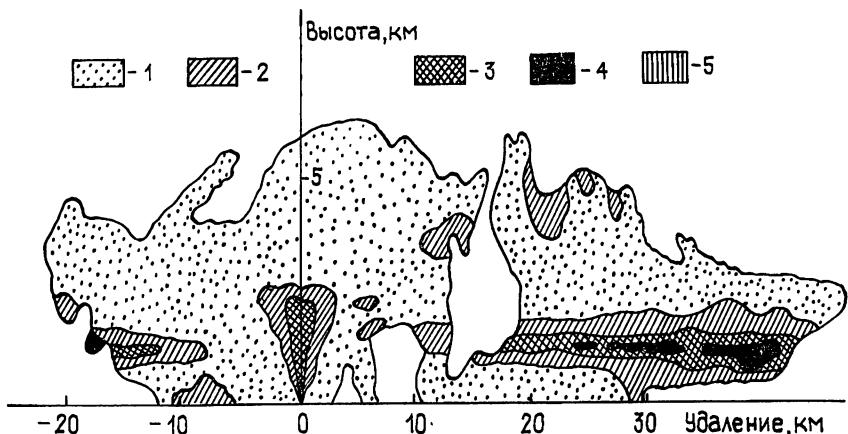


Рис. 1.

Автоматизированные измерения СКО спектра скоростей гидрометеоров проводились в районе г. Ленинграда на комплексе из некогерентного радиолокатора МРЛ-5, работающего на длине волны 3,2 см, специализированного устройства обработки сигналов и ЭВМ СМ-4. Эле-

мент пространственного разрешения по лучу зондирования составлял 0,25 км, число элементов разрешения на луче 512. Величина СКО спектра в элементе дальности оценивалась способом регистрации частоты пересечений сигналом своего среднего уровня. Образцы получаемых полей СКО спектра в сечении облака представлены на рис. 1 и 2 соответственно для 4 августа 1987 г. 19 ч. 20 мин. и 28 июля 1987 г. 22 ч. 31 мин. На этих рисунках цифрами 1, 2, 3 и 4 обозначены области со значениями СКО спектра скоростей до 1 м/с; 1—1,25 м/с; 1,25—1,50 м/с и выше 1,50 м/с соответственно, а цифрой 5 — области с отражаемостью более 25 дБ.

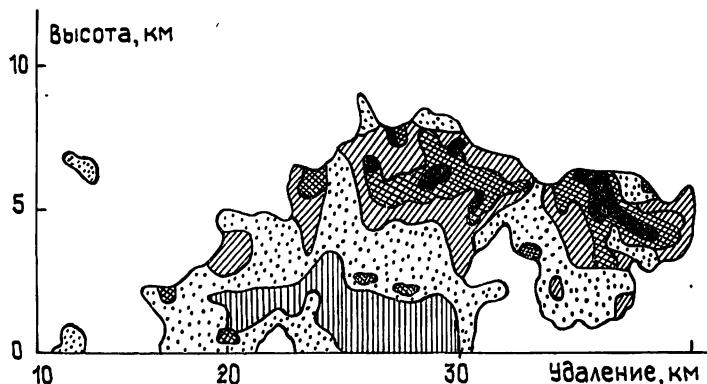


Рис. 2.

Перейдем к интерпретации характерных черт строения полей СКО спектра, полученных за два года регулярных наблюдений. Прежде всего оценим вклад эффекта «ширины луча» $\sigma_{ш.л}$ в правой части (2). Эффект обусловлен тем, что поперечный к лучу ветер имеет составляющие вдоль направления зондирования по мере удаления от оси диаграммы антенны [2]. Приняв форму диаграммы гауссовой [1, 2], получим следующее выражение: $\sigma_{ш.л} = v_p \theta (0,6 \ln 10)^{-1/2}$, где v_p — поперечная к лучу скорость ветра, θ — ширина диаграммы антенны по уровню — 3 дБ. Описываемые измерения проводились на радиолокаторе с шириной диаграммы 0,5°, поэтому для них $\sigma_{ш.л} = 7,4 \cdot 10^{-3} v_p$, т. е. только экстремально большие v_p могут обеспечить вклад $\sigma_{ш.л}$, сравнимый с измеряемыми значениями СКО спектра скоростей. Этим вкладом поэтому можно пренебречь. Последний вывод можно распространить на все meteorологические радиолокаторы, так как они имеют узкие диаграммы антенны с шириной 0,5—1,5°.

Вклад σ_f обусловлен различием вертикальных скоростей частиц, падающих под действием сил тяжести и сопротивления воздуха. Поэтому этот вклад будет проявляться при больших углах подъема антенны. Для угла α возвышения антенны можно записать $\sigma_f = \sigma_f^0 \sin \alpha$, где σ_f^0 — СКО спектра гравитационных скоростей при вертикальном зондировании. Поскольку гравитационная скорость гидрометеора зависит от его размера, то σ_f^0 определяется только распределением частиц по размерам. Поэтому в однородных осадках поле СКО спектра скоростей гравитационного падения частиц для вертикального сечения облака будет иметь изолинии в виде лучей, выходящих из точки установки радиолокатора. Такая структура поля СКО спектра хорошо видна на рис. 1 над радиолокатором (координаты 0, 0). Анализ большого числа вертикальных сечений облаков показывает, что вклад σ_f проявляется только при углах подъема антенны, больших 30°, и на расстояниях от радиолокатора до 8 км. Поэтому этот вклад следует учитывать только в непосредственной близости от радиолокатора при значительных углах возвышения антенны. На удалениях более 8 км соотношение (2) можно записать в виде

$$\sigma_f^2 = \sigma_t^2 + \sigma_{c.v.}^2, \quad (4)$$

т. е. в большинстве ситуаций величина СКО спектра определяется турбулентностью и сдвигом ветра.

Рассмотрим теперь возможность выделить преимущественность одного из вкладов в правой части (4) по характерным особенностям поля СКО спектра. Сдвиг ветра характеризует изменение среднего ветра на масштабах, превышающих размеры конвективного облака. Поэтому слой с вертикальным сдвигом ветра в поле СКО спектра для вертикального сечения облака будет иметь вид горизонтальной полосы. Такая полоса видна на рис. 1 на высоте около 1,5 км. Следует отметить, что изотерма 0°С лежит выше слоя сдвига ветра на 1 км, поэтому возможное увеличение турбулентности в области нулевой изотермы, связанное с таянием ледяных частиц и выделением теплоты кристаллизации [9], в данном случае не наблюдается. Пропадание полосы повышенных значений СКО спектра на близких расстояниях от радиолокатора связано с уменьшением импульсного объема и увеличением угла между лучом зондирования и скоростью ветра.

Структура полос в поле СКО спектра чаще проявляется в обложенных осадках, тогда как в конвективных облаках зоны повышенных значений СКО спектра имеют вид отдельных пятен, расположенных в верхних областях облаков. Такое поле представлено на рис. 2. Пятнистая структура поля СКО спектра не может образовываться движениями воздуха с масштабами, большими размеров облака, т. е. сдвигами ветра, поэтому согласно (4) заключаем, что в таких случаях турбулентность приводит к уширению спектра. Подтверждают этот вывод исследования турбулентности в облаках с помощью самолетов, показывающие, что в кучево-дождевых облаках зоны высокой турбулентности располагаются в их верхних областях [9].

Итак, по строению поля СКО спектра можно делать заключения о том, какие движения гидрометеоров формируют спектр в данном объеме метеообъекта: под действием турбулентности, сдвига ветра или силы тяжести. Важно, что такая информация о движениях гидрометеоров может быть получена на некогерентном радиолокаторе.

Представляет интерес также распределение повторяемости значений ширины спектра в облаках и осадках. Импульсный режим работы радиолокатора ограничивает верхний предел измеряемых величин СКО спектра [7]. При частоте повторения импульсов 500 Гц и длине волны излучения 3,2 см (МРЛ-5) величины σ_v более 1,5 м/с не могут быть различимы с достаточной точностью [7], и можно говорить лишь о том, что σ_v больше указанного порога. На рис. 3 представлена гистограмма повторяемости измеренных значений СКО спектра за период наблюдений 1986—1987 гг. Общее количество измерений в импульсных объемах в пределах метеообъектов за это время превысило 6,5 млн. Из рисунка следует, что менее 5% измерений σ_v превышают порог 1,5 м/с, т. е. с помощью МРЛ-5 можно достаточно точно измерять ширину спектра рассеянного облаками сигнала.

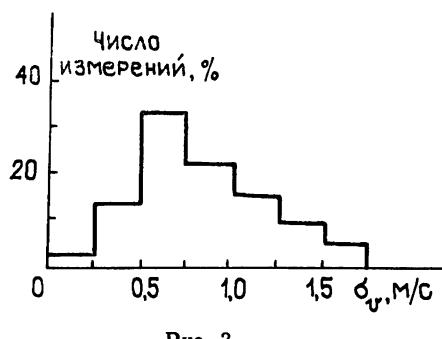


Рис. 3.

Влияние ширины спектра на измерения разности скоростей ветра. Оценим влияние уширения спектра на измерения разности скоростей ветра в двух радиолокационных объемах, разнесенных на некоторое расстояние по лучу зондирования. Выражение для выходного сигнала некогерентного радиолокатора в таких измерениях записывается в виде (3), откуда следует, что измеряемая величина сигнала U зависит не только от искомой разности скоростей Δv , но и от изменения случай-

ных фаз $\Delta\varphi_{1,2}$, обусловленных уширением спектра в каждом из импульсных объемов. Поскольку $\Delta\varphi_{1,2}$ зависят от времени, то и выходной сигнал U является функцией времени. Поэтому измеряться должна средняя величина $\langle U \rangle$, где угловые скобки обозначают временное усреднение.

Приняв эргодичность сигнала, усреднение по времени можно заменить усреднением по реализациям, т. е. по плотности вероятности распределения разностей фаз $\Delta\varphi_{1,2}$. Поскольку случайные фазы сигналов от двух различных импульсных объемов независимы, то их совместное распределение вероятностей запишется в виде произведения распределения вероятностей для каждой разности фаз $w(\Delta\varphi_i)$ ($i=1, 2$), поэтому

$$\langle U \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sin \left(kT\Delta v + \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2} \right) \right| w(\Delta\varphi_1) w(\Delta\varphi_2) d\Delta\varphi_1 d\Delta\varphi_2. \quad (5)$$

Отраженный метеообъектом сигнал имеет гауссово распределение [6], поэтому для $w(\Delta\varphi)$ справедливо выражение [3]

$$w(\Delta\varphi) = \frac{1 - R_0^2}{2\pi} \left[\frac{1}{1 - x^2} - \frac{x(\pi/2 + \arcsin x)}{(1 - x^2)^{3/2}} \right], \quad (6)$$

$$x = R_s(\tau) \sin \Delta\varphi + R_c \cos \Delta\varphi, \quad R_0^2 = R_s^2 + R_c^2,$$

где R_0^2 — коэффициент корреляции мощности отраженного от импульсного объема сигнала, τ — интервал времени, на котором рассматривается изменение фазы $\Delta\varphi$, в данном случае это время между посылками зондирующих импульсов.

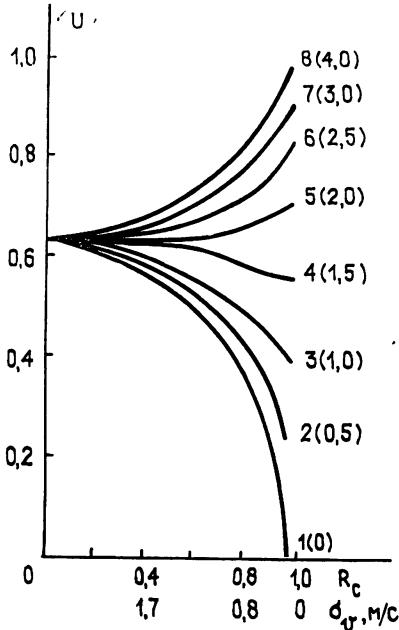


Рис. 4.

Форму спектра рассеянного метеообъектом сигнала с достаточной точностью можно считать гауссовой [1, 2], поэтому $R_s=0$, $R_c = \exp[-(1/2)(2\pi\sigma_f)^2]$. Подставляя последние выражения в (6), а затем в (5), численным интегрированием находим зависимость измеряемой величины $\langle U \rangle$ от Δv и σ_v , показанную графически на рис. 4, где цифры 1, ..., 8 соответствуют кривым для величины $\tau\Delta v/\lambda$, равной 0;

0,032; 0,063; 0,094; 0,125; 0,158; 0,188 и 0,250. Цифры в скобках представляют соответствующие значения Δv в м/с для радиолокатора с длиной волны 3,2 см и частотой повторения импульсов 500 Гц. Шкала R_c также нанесена для этого радиолокатора. В расчетах принято равенство величин СКО спектра в двух импульсных объемах, что вполне пригодно для оценки влияния уширения спектра на рассматриваемые измерения. Из рисунка следует, что при малых уширениях спектра измерения $\langle U \rangle$ могут служить оценкой разности скоростей Δv ; с ростом же ширины спектра значение измеряемой величины все слабее зависит от Δv и стремится к величине $2/\pi$ — среднему модулю синуса разности случайных фаз. Поэтому при широких спектрах разность скоростей ветра нельзя измерить этим методом.

Результаты расчетов показывают, что влияние уширения спектра на измерения не одинаково по интервалу изменения величины Δv . В среднем же можно сделать вывод, что для надежного измерения (погрешность 0,5 м/с при интервале разности скоростей от 0 до 4 м/с для МРЛ-5) ширина спектра скоростей не должна превышать 0,8 м/с. Обращаясь к рис. 3, заключаем, что этому условию удовлетворяет лишь половина числа σ_v , измеренных в облаках и осадках. Поэтому метод измерения разности скоростей ветра с использованием «внешней» коherентности без измерения ширины спектра может использоваться для качественной оценки Δv . При количественных измерениях Δv необходимо измерять также значения ширины спектра рассеянного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1974. — 194 с.
2. Атлас Д. Успехи радарной метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1967. — 325 с.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1974. Кн. I. — 431 с.
4. Иванов А. А., Смирнова Г. А. Радиометеорология. // Труды VI Всесоюзного совещания. — Л.: Гидрометеоиздат, 1984. С. 115.
5. Мельничук Ю. В., Черников А. А. // Труды ЦАО. 1973. Вып. 110. С. 3
6. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. 2. — 437 с.
7. Мельников В. М. Радиометеорология. // Труды VI Всесоюзного совещания. — Л.: Гидрометеоиздат, 1984. С. 115.
8. Мельников В. М. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 3. С. 553.
9. Шметер С. М. Термодинамика и физика конвективных облаков. — Л.: Гидрометеоиздат. 1987.

Главная геофизическая
обсерватория

Поступила в редакцию
7 июля 1988 г.

WIND CHARACTERISTICS IN CLOUDS DETERMINED BY INCOHERENT RADAR

V. M. Mel'nikov

Spectrum width fields of signal scattered by clouds are presented. The incoherent radar is used in the experiments. Field features have been found out which are caused by turbulence, wind shift and gravity movement of particles. Possibilities of measurements for determining wind speed difference are discussed in two radar pulse volumes based on the «outer» coherence principle

УДК 533.933

О МАГНИТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ В ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

А. И. Альбер, А. А. Жаров, Т. М. Заборонкова,
И. Г. Кондратьев, З. Н. Кротова

Исследована магнитная параметрическая неустойчивость столкновительной неоднородной плазмы, находящейся в поле сильной электромагнитной волны. Установлено, что пространственная неоднородность плазмы приводит к локализации области неустойчивости в окрестности плазменного резонанса. Показано, что характер пространственно-временной эволюции магнитного поля существенно зависит от амплитуды волны накачки. Приведены результаты численного расчета динамики гауссовых начальных возмущений магнитного поля различного масштаба, иллюстрирующие предложенную теоретическую модель.

1. Возбуждение квазистатического магнитного поля (КМП) в плазме, взаимодействующей с высокочастотным (ВЧ) электромагнитным излучением, обусловлено вихревыми нелинейными токами и может, в зависимости от условий, происходить двояким образом. Либо появление постоянно действующего источника КМП приводит к медленному нарастанию поля во времени [1], либо возникновение соответствующего тока благодаря затравочному КМП приводит, как показано в [2], к экспоненциально быстрому нарастанию во времени — апериодической параметрической неустойчивости. Эти последние работы относились к случаю пространственно однородной плазмы. Ниже рассматривается магнитная неустойчивость слабо неоднородной плазмы — $k_0 l = (\omega_0/c)l = (2\pi/\lambda_0)l \gg 1$ (ω_0 и λ_0 — частота и длина волны падающего ВЧ поля, l — характерный масштаб неоднородности плазмы). Пространственная неоднородность плазмы приводит к локализации области неустойчивости, связанной с неоднородностью амплитуды электрического поля волны накачки, в окрестности плазменного резонанса. Исследуется гидродинамическая диффузационная стадия соответствующей неустойчивости, что предполагает малость длины свободного пробега электронов $l_{\text{св}}$ по сравнению с длиной волны в плазме λ : $l_{\text{св}} \ll \lambda$.

2. Пусть на плоскослоистую плазму с линейным профилем концентрации $n_e = n_c(1 + z/l)$ ($n_c = m_e \omega_0^2 / 4\pi e^2$ — критическая концентрация) падает из вакуума ($z < -l$) по нормали к границе плоская монохроматическая ($\exp(i\omega t)$) ВЧ волна ($E_x^{(0)}, H_y^{(0)}$) амплитуды E_0 . Соответствующее уравнение, описывающее генерируемое в плазме КМП, имеет, как известно [1], вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{c}{\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{j}^{NL}, \quad (1)$$

где $\sigma = \omega_{pe}^2 / 4\pi v_{ei}$ — электрическая проводимость плазмы, ω_{pe} — электронная плазменная частота, v_{ei} — частота электрон-ионных соударений. Входящий в (1) нелинейный ток получен в [3] в десятимоментном приближении метода Греда [4] и дается выражением

$$\frac{\mathbf{j}_k^{NL}}{\sigma} = - \left(\frac{\nabla n_e}{e n_e} T_e - \frac{e}{4\pi m \omega_0^2} \nabla |E|^2 \right)_k - \frac{e}{5am_e \omega_0^2} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\partial}{\partial x_l} (E_k E_l^* + E_k^* E_l - \frac{2}{3} \delta_{kl} |\mathbf{E}|^2) - \\ & - \frac{e^2}{5a^2 m_e^2 \omega_0^2 v_{el} c} \frac{\partial}{\partial x_l} [(E_l [E^* B]_k + E_k [E^* B]_l) + \text{к. с.}] . \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{E} — ВЧ электрическое поле, T_e — температура электронов, $a = (6/5)(1+1/\sqrt{2}\delta)$, δ — кратность ионизации ионов, а индексы k и l пробегают значения 1, 2, 3, отвечающие координатам x , y , z . Для получения замкнутой системы уравнений необходимо (1) дополнить уравнением, описывающим ВЧ поле \mathbf{E} в плазме. Однако при достаточно малых значениях B , скажем, на начальных стадиях развития неустойчивости, поперечную составляющую этого поля E_x можно считать заданной (взятой из известного решения линейной задачи) и рассматривать неустойчивость в заданном поле волны накачки:

$$\mathbf{E}(z, t) = E(z) \exp(i\omega_0 t) \mathbf{x}^0 .$$

Нас будут интересовать возмущения КМП, ориентированные перпендикулярно ∇n_e и $\mathbf{E}^{(0)}$, т. е. $\mathbf{B} = B(z, t) \mathbf{y}^0$. Для медленно меняющейся во времени амплитуды возникающей при этом продольной составляющей ВЧ поля $E_z(z, t)$ будем, как нетрудно убедиться, иметь

$$2i\omega_0 \frac{\partial \mathcal{E}_p}{\partial t} + (\omega_{pe}^2 - \omega_0^2 + i\omega_0 v_{el}) \mathcal{E}_p - 3v_{Te}^2 \frac{\partial^2 \mathcal{E}_p}{\partial z^2} = - \frac{e\omega_{pe}^2}{i\omega_0 m_e c} \mathcal{E} b , \quad (3)$$

где $\mathcal{E}_p = eE_z/m_e\omega_0c$, $\mathcal{E} = eE(z)/m_e\omega_0c$, v_{Te} — тепловая скорость электронов. В условиях достаточно частых электрон-ионных соударений вынос энергии из области плазменного резонанса ленгмюровскими волнами несуществен, так что член с v_{Te}^2 в (3) можно не учитывать. Таким образом, в рамках принятых приближений соответствующая замкнутая система уравнений записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial \tau} &= D \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} ((1 - 10\alpha^2 |\mathcal{E}|^2)b - \alpha \mathcal{E}(\mathcal{E}_p + \mathcal{E}_p^*)) , \\ 2i \frac{\partial \mathcal{E}_p}{\partial \tau} + (iv - 2\Omega) \mathcal{E}_p &= i\mathcal{E}b , \end{aligned} \quad (4)$$

где использованы следующие обозначения: $\tau = \omega_0 t$, $\xi = k_0 z$, $\Omega = (\omega_0 - \omega_{pe})/\omega_0 \simeq -z/2l$, $v = v_{el}/\omega_0$, $D = \omega_{pe}/4\pi\sigma$, $b = |e|B(z, t)/m_e\omega_0$, $\alpha = 1/5av$. Причем поле волны накачки в линейном слое дается, как известно [5], выражением

$$\mathcal{E}(\xi) = 2\mathcal{E}_0 v(\xi(k_0 l)^{-1/3}) , \quad (5)$$

где $\mathcal{E}_0 = eE_0/m_e\omega_0c$, $v(\xi)$ — функция Эйри (в нормировке Фока), обеспечивающая спадание в закритическую область. Достаточно корректное решение этой системы уравнений в общем случае вряд ли можно получить, не прибегая к численным расчетам. Таким расчетам, однако, следует предпослать упрощенное аналитическое описание оценочного характера, позволяющее прояснить основные физические аспекты задачи.

3. Рассмотрим мелкомасштабные возмущения КМП, которым отвечают характерные волновые числа κ в пространственном спектре, удовлетворяющие условию

$$\kappa L \gtrsim \kappa (k_0 l)^{1/3} \gg 1 . \quad (6)$$

При этом входящие в (4) величины \mathcal{E} и Ω можно считать фиксированными и не зависящими от координаты. Предполагая далее, что КМП и продольное электрическое поле \mathcal{E}_p нарастают экспоненциально, т. е. пропорционально $\exp(\Gamma t)$, и применяя к системе (4) преобразование Фурье по координате, приходим к уравнению, определяющему зависимость Γ от x :

$$[\Gamma + D(1 - 10\alpha^2 \mathcal{E}_c^2)x^2][(2\Gamma + v)^2 + 4\Omega^2] = 2\alpha D \mathcal{E}_c^2 (2\Gamma + v)x^2, \quad (7)$$

где \mathcal{E}_c — электрическое поле волны накачки в области критической плотности плазмы. Как нетрудно получить, решения с $\Gamma > 0$ имеют место при

$$\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}^2 = \frac{1}{10\alpha^2} \frac{4\Omega^2 + v^2}{4\Omega^2 + (1+a)v^2}. \quad (8)$$

Пороговое значение поля \mathcal{E} минимально в точке плазменного резонанса $\Omega = 0$: $\tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2 = 1/10\alpha^2(1+a)$; оно отвечает так называемой резонансной неустойчивости, обусловленной резонансной раскачкой электростатических плазменных колебаний в условиях генерации поперечного КМП. При отстройке от резонанса пороговое значение возрастает и в пределе $\Omega^2 \gg (1+a)v^2/4$ становится равным $\tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2 = 1/10\alpha^2$; такая нерезонансная неустойчивость обусловлена нелинейной электронной вязкостью и является аналогом неустойчивости вейбелевского типа, рассмотренной применительно к плазме в [6]. Характерная ширина области пространственной локализации резонансной неустойчивости ($\tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2 < \mathcal{E}_c^2 < \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$), очевидно, порядка ширины самой области плазменного резонанса:

$$\Delta \Omega \sim v \{[(1+a)\mathcal{E}_c^2 - \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2]/(\tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2 - \mathcal{E}_c^2)\}^{1/2}. \quad (9)$$

Соответствующая область локализации нерезонансной неустойчивости ($\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$) имеет характерный размер порядка размера неоднородности поля волны накачки (в нашем конкретном случае — порядка ширины первого максимума функции Эйри). Соотношение (9) позволяет уточнить неравенство (6) применительно к резонансной неустойчивости.

Сама зависимость инкремента неустойчивости Γ от волнового числа x , согласно (7), выглядит так. Для резонансной неустойчивости при малых значениях x инкремент $\Gamma \sim x^2$, что соответствует неустойчивости типа отрицательной диффузии, далее, начиная с некоторого $x = \tilde{x} \sim 1$, инкремент выходит на постоянное значение

$$\Gamma_{np}^{(1)} \approx \frac{1}{2} \left\{ \frac{\alpha \mathcal{E}_c^2}{1 - 10\alpha^2 \mathcal{E}_c^2} + \left[\frac{\alpha^2 \mathcal{E}_c^4}{(1 - 10\alpha^2 \mathcal{E}_c^2)^2} - 4\Omega^2 \right]^{1/2} - v \right\}, \quad (10)$$

определенное полем волны накачки. Это своеобразное «торможение» неустойчивости связано с возбуждением плазменных колебаний. Для нерезонансной неустойчивости ($\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$) инкремент всюду пропорционален x^2 и нарастает вплоть до значения

$$\Gamma_{\max}^{(2)} \sim D(10\alpha^2 \mathcal{E}^2 - 1)(v_{ei}/v_{Te})^2(c/\omega_{pe})^2 \quad (11)$$

на границе применимости гидродинамического описания с $x_{gr} \sim \approx (v_{ei}/v_{Te})(c/\omega_{pe})$. При $x > x_{gr}$ необходимо пользоваться результатами кинетического рассмотрения, содержащимися в [7].

Итак, достаточно мелкомасштабные возмущения КМП в области магнитной неустойчивости неоднородной плазмы развиваются существенно по-разному в зависимости от значения амплитуды волны накачки.

При волне накачки, отвечающей неравенству $\tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2 < \mathcal{E}_c^2 < \mathcal{E}_{\max}^2$, реализуется обычная апериодическая неустойчивость, когда затравка любой формы нарастает экспоненциально с инкрементом $\Gamma_{\text{пп}}^{(1)}$, поскольку характерная ширина самой неустойчивой области, как нетрудно убедиться, значительно меньше величины $1/\kappa \sim 1$. При больших амплитудах волны накачки, отвечающих $\mathcal{E}_c^2 > \mathcal{E}_{\max}^2$, реализуется неустойчивость типа «отрицательной» диффузии. Ее отличительная особенность— зависимость закона нарастания $b(\tau)$ от асимптотического поведения пространственного спектра затравки $b_0(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\xi, \tau=0) \exp(-i\kappa\xi) d\xi$.

Действительно, для простейшей гауссовой затравки $b_0(\kappa) \sim \exp(-\beta\kappa^2)$ неустойчивость КМП носит взрывной характер:

$$b(\xi, \tau) \sim (\tau^* - \tau)^{-1/2} \exp\{-\xi^2/(\tau^* - \tau)\}, \quad (12)$$

где время «взрыва» $\tau^* = 4\beta/D_m$, $D_m = D(10\alpha^2\mathcal{E}_c^2 - 1)$. Однако добавление даже малого (в области $|\kappa| < \beta^{-1/2}$) члена с κ^4 $b_0(\kappa) \sim \sim \exp(-\beta\kappa^2 - \gamma\kappa^4)$ «снимает» взрывную особенность и приводит на временах $\tau \gg \tau^*$ к неустойчивости вида

$$b(\xi, \tau) \sim (D_m \tau)^{-1/2} \exp\left(\frac{D_m}{4\gamma} \tau^2\right) \exp\left(-\frac{\xi^2}{4D_m \tau}\right) \cos\left[\left(\frac{D_m \tau}{2\gamma}\right)^{1/2} \xi\right]. \quad (13)$$

Существенно, что независимо от закона нарастания КМП во времени его характерный пространственный масштаб $\Lambda_b(\tau)$ непрерывно уменьшается, что связано с более быстрым ростом спектральных компонент поля b , отвечающих большим κ . Это видно из уравнения для характерного масштаба затравки $\Lambda_b^2 \sim \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 b d\xi$, $d\Lambda_b/d\tau = -2D_m \Phi_0$, где $\Phi_0 =$

$= \int_{-\infty}^{\infty} b(\xi) d\xi = \text{const}$, откуда $\Lambda_b^2(\tau) = \Lambda_b^2(\tau=0) - 2D_m \Phi_0 \tau$. В результате начиная с некоторых значений τ , отвечающих $\Lambda_b \sim l_{\text{св}}$ (длины свободного пробега) или $\Lambda_b \sim v_{te} \tau^* \sim l_{\text{прол}}$ («пролетной» длины), мы выходим за рамки принятой диффузионной модели. Обобщение полученных результатов в первом случае, связанное, фактически, с учетом токов смещения, приводит к стабилизации Λ_b и последующему обычному экспоненциальному росту во времени ($\sim \exp(\Gamma\tau)$) с Γ , даваемым формулой (11). Второй случай выводит нас за рамки гидродинамического описания и требует отдельного рассмотрения.

Аналогичное обсуждение крупномасштабных возмущений КМП оказывается затруднительным. Однако даже не решая соответствующей задачи, можно утверждать, что при $\mathcal{E}_c^2 > \mathcal{E}_{\max}^2$ будут в конечном счете по-прежнему развиваться сравнительно мелкомасштабные возмущения в области с отрицательной диффузией.

4. Ниже приводятся результаты численного решения соответствующих уравнений. Прослеживалась эволюция начальных (затравочных) гауссовых возмущений разного масштаба в окрестности плазменного резонанса при различных значениях амплитуды волны накачки. Чтобы регуляризировать компьютерную постановку задачи в случае, когда $\mathcal{E}_c^2 > \mathcal{E}_{\max}^2$, феноменологически учитывалась слабая нелокальность связи тока с квазистатическим электрическим полем [5]. Наличие такой слабой «низкочастотной» пространственной дисперсии практически не

сказывалось на результатах для сравнительно небольших амплитуд волн накачки ($\mathcal{E}_c^2 < \mathcal{E}_{\max}^2$), а также в начальной стадии развития неустойчивости ($\tau < \tau^*$) для больших амплитуд, но позволяло снимать взрывной характер неустойчивости при $\tau \sim \tau^*$.

На рис. 1 (а, б, в) приведены кинограммы эволюции мелкомасштабных начальных возмущений в полях накачки, отвечающих

соответственно $\mathcal{E}_c^2 < \tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2$ (а), $\tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2 < \mathcal{E}_c^2 < \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$ (б) и $\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$ (в); параметры плазмы здесь и далее принимались следующими: $k_0 l = 20$, $v = 10^{-3}$. На рис. 2 изображен временной ход максимального значения КМП в двух последних случаях (кривые 1 и 2).

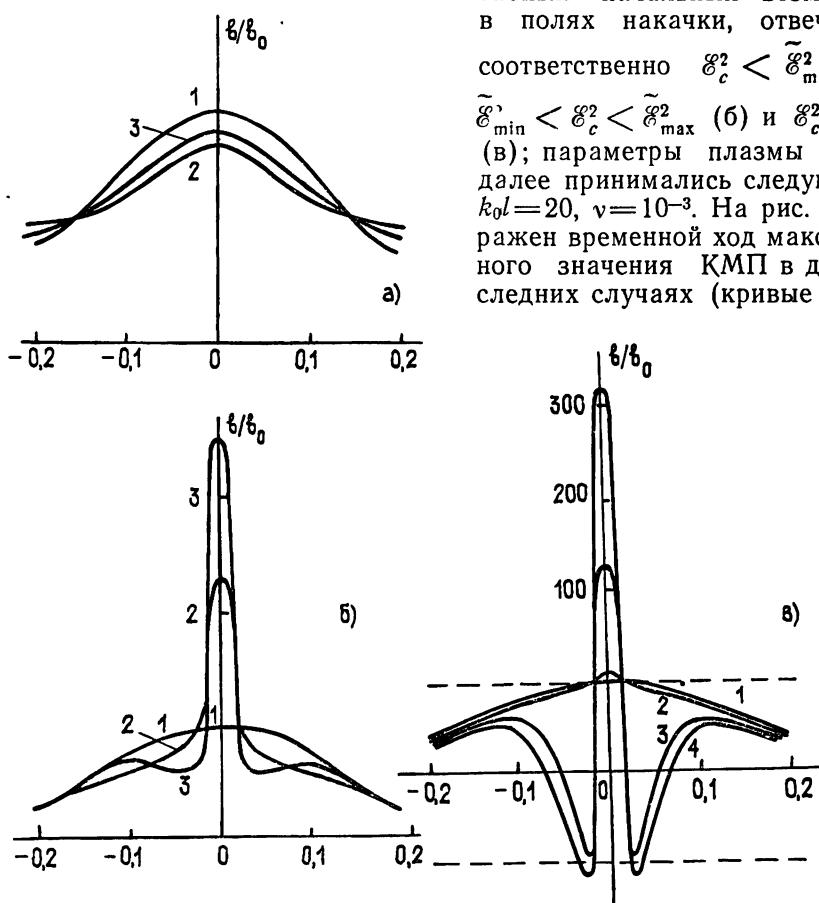
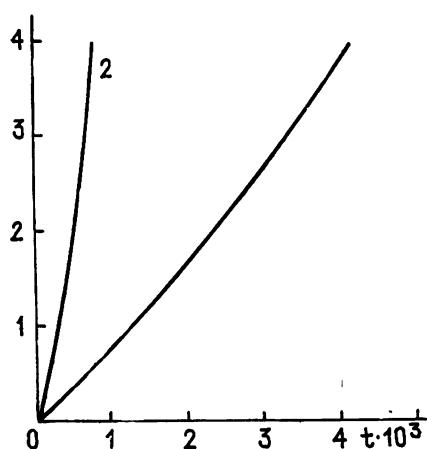


Рис. 1. а) $d=0,2$, $\varepsilon=8,75 \cdot 10^{-4}$, $t_1=0$, $t_2=6 \cdot 10^3$ с, $t_3=10^4$ с; б) $d=0,2$, $\varepsilon=2,6 \cdot 10^{-3}$, $t_1=0$, $t_2=10^3$ с, $t_3=1,5 \cdot 10^3$ с; в) $d=0,2$, $\varepsilon=5,3 \cdot 10^{-3}$, $t_1=0$, $t_2=10^2$ с, $t_3=5 \cdot 10^2$ с, $t_4=6,5 \cdot 10^2$ с.

Кривая 1 описывает обычный экспоненциальный процесс роста КМП,

тогда как в начале кривой 2 легко прослеживается взрывная стадия неустойчивости, сменяется экспоненциальным ростом, обусловленным включением указанной пространственной дисперсии. Рис. 3 (а, б) иллюстрирует пространственно-временную эволюцию широкомасштабных начальных возмущений в тех же двух случаях (рис. 1 б, в). Как и ожидалось, в условиях резонансной неустойчивости $\tilde{\mathcal{E}}_{\min}^2 < \mathcal{E}_c^2 < \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$ (рис. 3а)

Рис. 2. $d=0,2$, $\varepsilon_1=2,6 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_2=5,3 \cdot 10^{-3}$. из всего широкомасштабного распределения нарастает лишь магнитное поле в некоторой окрестности



плазменного резонанса, в условиях же $\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$ магнитное поле нарастает, что уже отмечалось, в области эффективной отрицательной

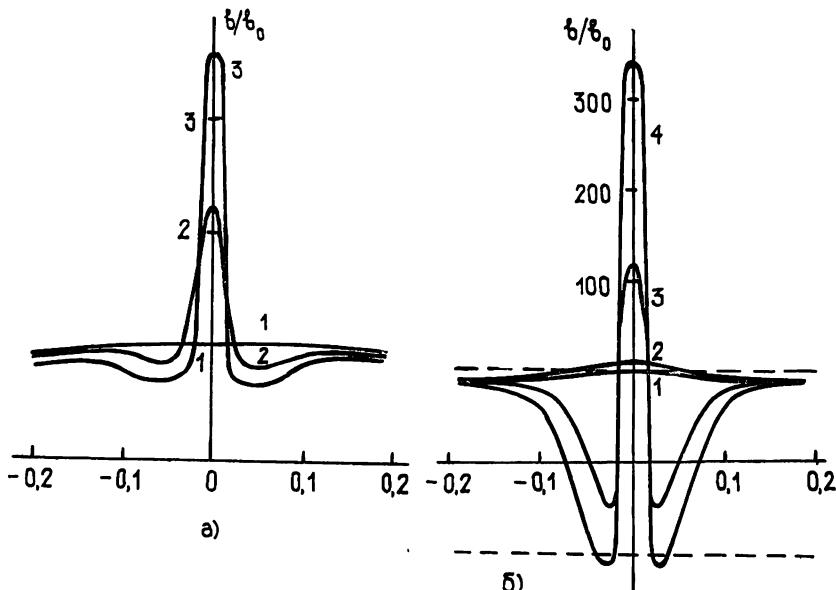


Рис. 3. а) $d=2$, $\epsilon=2,6 \cdot 10^{-3}$, $t_1=0$, $t_2=10^3$ с, $t_3=1,5 \cdot 10^3$ с; б) $d=2$, $\epsilon=5,3 \cdot 10^{-3}$, $t_1=0$, $t_2=10^2$ с, $t_3=5 \cdot 10^2$ с, $t_4=6,5 \cdot 10^2$ с.

диффузии. Наконец, последний рисунок — рис. 4 — содержит предварительные результаты, относящиеся к разлетающейся (движущейся)

плазме в случае $\mathcal{E}_c^2 > \tilde{\mathcal{E}}_{\max}^2$. Разлет плазмы, вопреки ожиданиям, не приводит к ограничению неустойчивости за счет выноса поля из области взаимодействия, а приводит только к довольно сложной деформации начального распределения.

Резюмируя, можно утверждать следующее. Самовозбуждение КМП происходит прежде всего в области плазменного резонанса и носит пороговый по амплитуде падающего ВЧ поля характер. Развиваются преимущественно мелкомасштабные возмущения, причем в случае достаточно сильных полей накачки характер неустойчивости существенно зависит от пространственной структуры начального (затравочного) распределения.

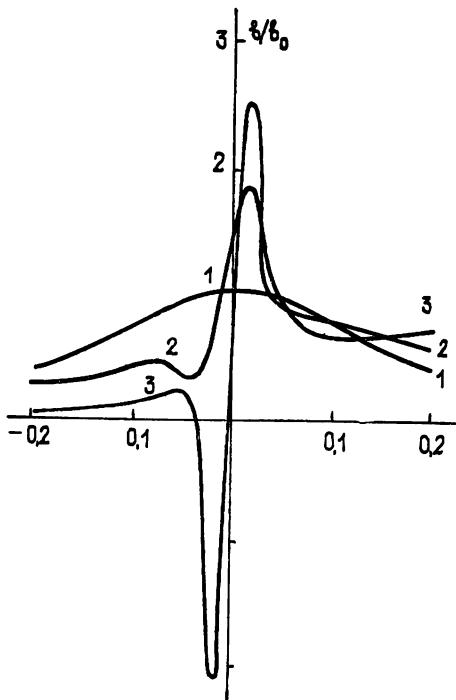


Рис. 4. $d=0,2$, $\epsilon=2,6 \cdot 10^{-3}$, $u_0=0,1$, $t_1=0$, $t_2=10^3$ с, $t_3=2 \cdot 10^3$ с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Ю. М., Быченков В. Ю. // Физика плазмы. 1981. Т. 7. № 1. С. 97.
2. Алиев Ю. М., Быченков В. Ю. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. № 5. С. 1586.

3. Абдулаев А. Ш., Алиев Ю. М., Быченков В. Ю., Фролов А. А. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. № 7. С. 474.
4. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. — М.: Наука, 1971. С. 160.
5. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
6. Каменец Ф. Ф., Кудашев В. Р. и др. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86 № 1 С. 110.
7. Zharov A. A., Zaboronkova T. M., Kondrat'ev I. G. Proc. Intern. Conf. of Plasma Theory, Kiev, 1987. Cont. Paper 1, P. 121.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
14 июля 1988 г.

ON MAGNETIC INSTABILITY OF INHOMOGENEOUS PLASMA IN THE FIELD OF AN INTENSIVE ELECTROMAGNETIC WAVE

*Ya I. Al'ber, A. A. Zharov, T. M. Zaboronkova, I. G. Kondrat'ev,
Z. N. Krotova*

The magnetic parametric instability of collisional inhomogeneous plasma in the field of a strong electromagnetic wave is investigated. It is established that the space inhomogeneity of plasma leads to localization of the instability region in the vicinity of the plasma resonance. It is shown that the space-time evolution of the magnetic field depends essentially on the pump wave amplitude. The results are presented of the computation of the dynamics of Gaussian initial perturbations of the magnetic field with different scales which illustrate the theoretical model suggested.

Аннотации депонированных статей

УДК 538.56,519 25

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ МНОГОМОДОВЫХ ГРАДИЕНТНЫХ ВОЛНОВОДАХ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

A. B. Валеев, С. Г. Кривошлыков

В рамках алгебраического подхода исследовано совместное влияние случайных микроизгибов оси и флуктуаций градиентного параметра (или ширины) волновода с параболическим профилем на статистические параметры частично-когерентного пучка излучения. Получены аналитические выражения для различных параметров пучка, связанных с корреляционными функциями второго и четвертого порядка, без использования явных выражений для корреляционных функций и вычисления соответствующих интегралов.

*Статья депонирована в ВИНИТИ,
регистр. № 6321-В89. Деп. от 18 октября 1989 г.*

УДК 621.396 67.095

ДИФРАКЦИЯ НА ПРОВОДЯЩЕЙ И ИМПЕДАНСНОЙ ПОЛОСАХ: РЕШЕНИЕ Д-МЕТОДОМ

A. F. Чаплин, Е. М. Яцшин

Показана возможность применения итерационного спектрального Д-метода, развитого для решения интегральных уравнений типа свертки на конечном промежутке, для задачи дифракции на проводящей импедансной полосах. Приведены численные результаты расчетов токов на полосах и диаграммы рассеяния для широкого диапазона значений угла падения плоской волны. Эффективность примененного Д-метода подтверждается результатами сравнения с методом сопряженных градиентов.

*Статья депонирована в ВИНИТИ,
регистр. № 6322-В89. Деп. от 18 октября 1989 г.*

УДК 533.922

УСКОРЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ МОДУЛИРОВАННЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ В ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

В. А. Балакирев, В. Е. Новиков, Ю. В. Ткач

Исследована динамика ускорения электронов периодической последовательностью плазменных резонансов в слойстой плазме. Для синхронизации фаз колебаний в отдельных резонансах предлагается возбуждать их модулированным электронным пучком. Найдены условия, при которых частица захватывается в режим неограниченного ускорения.

В неоднородной плазме в окрестности точки плазменного резонанса имеет место резонансное возрастание электрического поля [1]. Поскольку напряженность электрического поля в области плазменного резонанса может достигать больших значений, то это явление может быть использовано для ускорения заряженных частиц в плазме. В работах [2–5] исследован процесс ускорения заряженных частиц в окрестности изолированного плазменного резонанса. Вопросу ускорения частиц случайно расположенным в плазме резонансами посвящена работа [6]. Эффективность ускорения может быть существенно повышена, если использовать периодическую последовательность резонансов с фиксированными фазами полей. Такая последовательность может быть создана в плазме, плотность которой изменяется в пространстве по периодическому закону. Синхронизацию фаз колебаний в точках резонанса можно обеспечить, в частности, путем возбуждения резонансов модулированным по плотности электронным пучком. Подбором периода расположения резонансов и частоты модуляции пучка можно обеспечить режим непрерывного ускорения в наиболее интересной релятивистской области энергии частиц.

Изучению ускорения заряженных частиц периодической последовательностью плазменных резонансов, возбуждаемых модулированным электронным пучком, и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим безграничную холодную ($T_e = 0$) плазму, плотность которой меняется по периодическому закону $n_p = n_{p0}(1 + h_p \cos \kappa z)$, h_p — глубина, а κ — волновое число неоднородности плотности плазмы. Вдоль градиента неоднородности движется модулированный по плотности моноэнергетический электронный пучок

$$n_b = n_{b0}[1 + h_b \cos(k_m z - \omega_m t)],$$

ω_m — частота модуляции плотности пучка, $k_m = \omega_m/v_0$, v_0 — скорость частиц пучка, h_b — глубина модуляции.

В приближении заданного движения пучка (заданного тока) возбуждение электрического поля в неоднородной плазме описывается уравнением Пуассона

$$(\partial/\partial z)D_z = -2\pi e h_b n_{b0} \exp(i k_m z - i \omega_m t),$$

где $D_z = \epsilon(\omega) E_z$ — электрическая индукция, из которого легко находится возбуждаемое пучком электрическое поле

$$E_z = 2\pi i \frac{e h_b n_{b0}}{k_m \epsilon(\omega_m)} \exp(i k_m z - i \omega_m t), \quad (1)$$

$\epsilon(\omega_m)$ — диэлектрическая проницаемость плазмы,

$$\epsilon(\omega_m) = \epsilon_1 + i\epsilon_2, \quad \epsilon_1 = 1 - u_0 - h_p u_0 \cos \kappa z, \quad \epsilon_2 = v u_0,$$

$$u_0 = \omega_p^2/\omega_M^2, \quad v = v_{\text{eff}}/\omega_M, \quad \omega_p^2 = 4\pi e^2 n_{p0}/m,$$

v_{eff} — эффективная частота соударений, учитывающая диссипацию энергии поля в плазме. Из выражения (1) видно, что в точках плазменного резонанса $\epsilon_1=0$ имеет место существенное возрастание электрического поля, причем фаза поля является фиксированной и определяется модулированным пучком.

Рассмотрим наиболее интересный случай совпадения частоты модуляции с максимальной ленгмюровской частотой

$$1 - u_0 - h_p u_0 = 0, \quad (2)$$

когда в точках плазменного резонанса $z_n = 2\pi n/\kappa, n=0, 1, 2, \dots$, обращается в нуль не только вещественная часть диэлектрической проницаемости, но и ее производная $d\epsilon_1/dz$. В этом случае существенно возрастает эффективный размер области плазменного резонанса [2, 3].

В окрестности точек плазменного резонанса можно разложить диэлектрическую проницаемость плазмы, сохраняя первый неисчезающий член $\epsilon_1(z \approx z_n) \approx (1/2)\epsilon''(z_n)(z - z_n)^2$. В результате выражение для электрического поля (1) принимает вид

$$E_z = 4\pi i \frac{e h_b n_{b0}}{k_M u_0 h_p \kappa^2 L_*} \exp(i k_M z - i \omega_m t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_*}{(z - z_n)^2 + i L_*^2}, \quad (3)$$

где $L_* = (1/\kappa) \sqrt{v/h_p}$ — характерная ширина плазменного резонанса, которая в рассматриваемом случае пропорциональна квадратному корню из эффективной частоты соударений.

Перейдем теперь к рассмотрению динамики ускорения заряженных частиц электрическим полем (3). То обстоятельство, что электрическое поле локализовано в узких областях пространства, позволяет свести релятивистские уравнения движения

$$\frac{dp}{dt} = -e E_z, \quad \frac{dz}{dt} = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + m^2 c^2}}, \quad (4)$$

к дискретному отображению, анализировать которое значительно проще. В уравнениях движения (4) p — импульс, c — скорость света в вакууме. Поступая по аналогии с работой [7], введем функцию

$$W = (\gamma - 1) \operatorname{sign} p,$$

γ — релятивистский фактор. Величина $|W|$ является кинетической энергией частицы в единицах mc^2 . Для введенной функции имеем следующее уравнение:

$$\frac{dW}{dt} = -i \Delta W |v| e^{i\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_*}{(z - z_n)^2 + i L_*^2} + \text{к. с.}, \quad (5)$$

где

$$\Delta W = 2\pi \frac{n_{b0} h_b}{n_{p0} h_p} \frac{\omega_M v_0}{\kappa^2 c^2 L_*}$$

имеет смысл приращения энергии частицы при прохождении его отдельного резонанса. Соответственно уравнение для фазы $\theta = k_M z - \omega_m t$ имеет вид

$$d\theta/dt = k_M v - \omega_m. \quad (6)$$

Скорость частицы v связана с функцией \tilde{W} соотношением

$$v = c \sqrt{\frac{|W| (2 + |W|)}{(1 + |W|)^2}} \operatorname{sign} W.$$

Интегрируя уравнения (5), (6) на интервале $t_{n+1} - \delta, t_n - \delta$, где $2\pi/\kappa|v| \gg \delta \gg L_*/|v|$, t_n — время пролета частицей точки плазменного резонанса z_n , получим

$$\begin{aligned} W_{n+1} &= W_n - \Delta W \cos(\theta_n + \pi/4), \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + 2\pi [(k_M/\kappa) \operatorname{sign} W_{n+1} - (\omega_M/\kappa) |v_{n+1}|], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$W_n = W(t_n - \delta), \quad \theta_n = \theta(t_n - \delta).$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти к новым переменным [7]

$$y_n = \frac{1}{2\pi} \left(\theta_n + \frac{\pi}{4} \right), \quad u_n = \frac{2W_n}{\rho^2}, \quad \rho = 2\pi \frac{v_0}{c} \tilde{y}, \quad \tilde{y} = \frac{k_M}{\kappa}.$$

В этих переменных отображение (7) принимает вид

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n - Q \cos 2\pi y_n, \\ y_{n+1} &= y_n - \frac{1}{2\pi} \frac{1 + \rho^2/2|u_{n+1}|}{\sqrt{|u_{n+1}|(1 + (\rho^2/4)|u_{n+1}|)}} + \tilde{y} \operatorname{sign} u_{n+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $Q = 2\Delta W/\rho^2$. В предельном случае нерелятивистского движения частицы $\rho \rightarrow 0$ отображение получено и исследовано в работе [7], в которой рассмотрена задача о движении частицы в поле широкого волнового пакета.

Рассмотрим режим неограниченного ускорения заряженных частиц $u_n \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$. Из второго соотношения (8) видно, что при $u_n \rightarrow \infty$ сдвиг фазы не изменяется, $y_{n+1} = y_n - (\rho/2\pi) + \tilde{y}, n \rightarrow \infty$, и при

$$\tilde{y} - (\rho/2\pi) = l, \quad (9)$$

где l — целое число, фаза асимптотически стремится к постоянному значению, которое находится в пределах $(3/4) > y > (1/2)$. Равенство (9), переписанное в размерных переменных $\omega/(k_M - l\kappa) = c$, имеет простой физический смысл и означает, что поле (3) содержит фурье-гармонику с фазовой скоростью, совпадающей со скоростью света в вакууме. В поле такой волны частица может неограниченно набирать энергию. В приближении малого изменения энергии $\Delta W \ll 1$ и фазы $y \ll 1$ при прохождении отдельного резонанса в отображении (8) можно перейти к дифференциальному уравнению

$$\frac{du}{dn} = -Q \cos 2\pi y, \quad \frac{dy}{dn} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1 + (\rho^2/2)u}{\sqrt{a(1 + (\rho^2/4)u)}} + \frac{\rho}{2\pi} + \Delta \tilde{y}, \quad (10)$$

где $\Delta \tilde{y} \ll 1$ — фазовая расстройка, $u > 0$. Система уравнений (10) имеет интеграл

$$\rho(\sqrt{F^2 - 4/\rho^2} - F) - 2\pi \Delta \tilde{y} F = Q(\sin 2\pi y + C_0).$$

Здесь $F = u + 2/\rho^2$, C_0 — константа интегрирования, которая определяется из начальных условий

$$C_0 = \frac{\rho}{Q} \left(\sqrt{F_0^2 - \frac{4}{\rho^2}} - F_0 \right) - 2\pi \frac{\Delta \tilde{y} F_0}{Q} - \sin 2\pi y_0.$$

Из интеграла движения следует, что при отсутствии фазовой расстройки $\Delta\dot{y}=0$ энергия частицы неограниченно нарастает при начальных значениях энергий и фазы, удовлетворяющих условию $|C_0| < 1$. Это неравенство удобно переписать следующим образом:

$$u + \frac{2}{\rho^2} > \frac{1}{2Q\rho(1 - \sin 2\pi y_0)} \left[\frac{4}{\rho^2} + Q^2(1 - \sin 2\pi y_0)^2 \right].$$

Из этого неравенства видно, что значение начальной энергии, необходимое для захвата частицы в режим неограниченного ускорения, возрастает при $y_0 \rightarrow 1/4$. Этот результат понятен, поскольку при этом значении начальной фазы ускоряющее поле равно нулю.

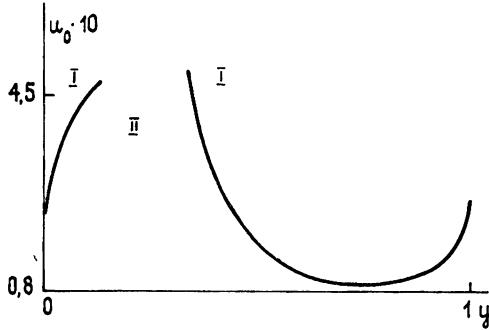


Рис. 1.

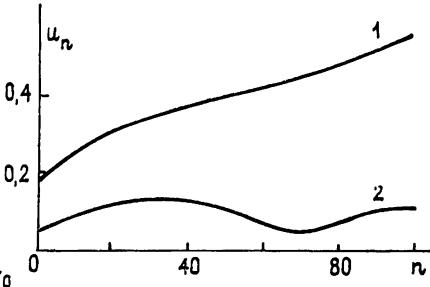


Рис. 2.

Рис. 2. Зависимость энергии от номера резонанса ($u_0=0,194$ ($\gamma_0=22$) — кривая 1, $u_0=0,066$ ($\gamma_0=8$) — кривая 2, $y_0=0,5$)

На рис. 1 изображена кривая, являющаяся границей области (12) при $\beta_0=0,7$, $\Delta W=0,4$. Параметры отображения (8) в этом случае $\rho=14,63$, $Q=3,8 \cdot 10^{-3}$. Частицы с начальными условиями, принадлежащими области I, расположенной выше кривой, попадают в режим неограниченного ускорения. Этот случай иллюстрируют рис. 2, 3 (кривые 1), из которых видно, что энергия частицы непрерывно возрастает практически по линейному закону, а фаза стремится к постоянному значению. Энергия частицы с $\gamma_0=22$ возросла до 59. В области II плоскости начальных условий эффективное ускорение отсутствует. Энергия частицы (рис. 2, кривая 2) совершает колебания, а фаза частицы (рис. 3, кривая 2) непрерывно возрастает.

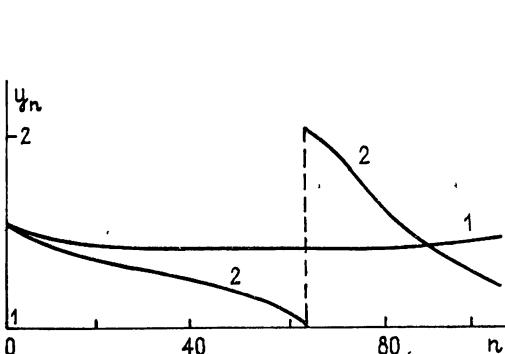


Рис. 3.

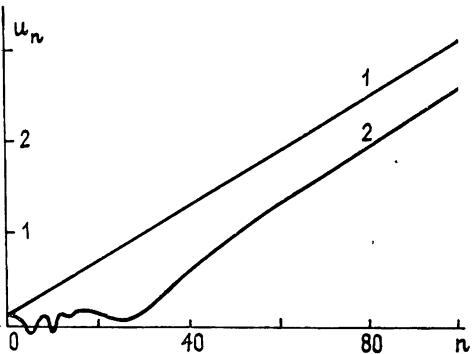


Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость фазы от номера ($u_0 = 0,194$ — кривая 1, $u_0 = 0,066$ — кривая 2, $y_0 = 0,5$).

Рис. 4. Зависимость энергии от номера резонанса ($y_0=0,8$ — кривая 1, $y_0=0,25$ — кривая 2, $u_0=0,037$ ($\gamma_0=5$)).

Условие захвата в режим неограниченного ускорения (12) справедливо при небольших приращениях энергии $\Delta W \ll 1$ и теряет силу при $\Delta W \geq 1$. Как показывает анализ отображения (8), с ростом ΔW и соответственно Q область начальных условий, при которых имеет место неограниченное ускорение, существенно возрастает. В частности, при $\Delta W = 4$ и $\beta_0 = 0,7$ ($Q = 0,037$, $\rho = 14,63$) эта область покрывает всю плоскость начальных условий за исключением точки $y_0 = 1/4$. При любых начальных условиях, кроме указанной точки, частица в конечном счете захватывается в режим неограниченного ускорения. От начальных условий зависит только продолжительность (число толчков) переходного процесса, предшествующего неограниченному ускорению. На рис. 4 представлены зависимости энергии частицы от числа резонансов для двух различных начальных значений фазы $y_0 = 0,8$ (кривая 1) и $y_0 = 0,251$ (кривая 2) при следующих значениях параметров отображения и начальной энергии частиц: $Q = 0,037$, $\rho = 14,63$, $\omega_0 = 0,037$. Видно, что в обоих случаях имеет место ускорение частицы. Однако в первом случае частица сразу захватывается в процесс ускорения. При этом энергия частиц при прохождении 100 резонансов возросла до $\omega_{100} = 3,08$ ($\gamma = 165$). Во втором случае энергия частицы на протяжении почти 25 резонансов совершает колебания, а затем захватывается в ускорение.

В заключение отметим, что в рассматриваемой системе возможно также стохастическое ускорение частиц, рассмотренное в работе [7], однако эффективность такого ускорения ниже.

ЛИТЕРАТУРА

- Гизбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1976. — 683 с.
- Булгаков С. В., Коврижных Л. М. // Физика плазмы. 1975. Т. 1. № 6. С. 1016—1018.
- DeeNeef P., DeGroot J. S. // Phys. Fluids. 1977. V. 20. № 7. P. 1074.
- Моисеев С. С., Мухин В. В., Новиков В. Е., Сагдеев Р. З. // ДАН СССР. 1985. Т. 285. № 2. С. 346.
- Балакирев В. А., Мухин В. В., Новиков В. Е. // ДАН УССР. 1987. Сер. А. № 11. С. 31.
- Буланов С. В., Сахаров А. С. // Физика плазмы. 1985. Т. 11. Вып. 3. С. 307.
- Берзин А. А., Заславский Г. М., Моисеев С. С., Черников А. А. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. Вып. 5. С. 592.

Поступила в редакцию
10 июля 1988 г.

ACCELERATION OF THE CHARGE PARTICLES BY MODULATED ELECTRON BEAM AT THE PERIODICALLY INHOMOGENEOUS PLASMA

V. A. Balakirev, V. E. Novikov, Yu. V. Tkach

The dynamics of the electron acceleration by the periodically sequences of plasma resonances at the flaky plasma is investigated. Synchronization of the phase of the oscillation at the separate resonance is realized by exitation of modulated electron beams. The conditions of the infinite particle acceleration are found.

УДК 621.373.54

ОСОБЕННОСТИ СЛОЖНОЙ ДИНАМИКИ НЕАВТОНОМНОГО НЕЛИНЕЙНОГО КОНТУРА

A. A. Кипчатов

По экспериментальным данным построена карта динамических режимов неавтономного нелинейного контура с $p-n$ -переходом на плоскости управляющих параметров: амплитуда внешнего воздействия — частота внешнего воздействия. Плоскость параметров разделяется на области колебаний, рожденные на базе n -тактных циклов и разграниченные линиями добавления периода. В этих областях колебания контура претерпевают переходы от периодических к хаотическим по сценарию Фейгенбаума, но на основе соответствующего данной области базового периода. На линиях добавления периода обнаружены пары точек сборок, вне которых наблюдаются переходы через перемежаемость от хаотических колебаний к периодическим или хаотическим с увеличенным на единицу базовым периодом, а между ними жесткий переход, сопровождающийся гистерезисом. Также обнаружено, что области гистерезисов в высокочастотной части переходят в «рукава», распространяющиеся далеко под «наблюдаемой» плоскостью параметров. Внутренняя структура «рукавов» согласуется со сценарием перехода к хаосу через последовательность удвоений периода. Кроме того, найдено, что к высокочастотным точкам сборок сходятся по две линии, соответствующие переходам хаос — хаос через перемежаемость. Внутри каждого участка пространства параметров, выделенного линиями кризисов, расположены обширные области хаоса, которые ограничены следующими линиями добавления периода со своими точками сборок, «рукавами» и т. д.

Нелинейный контур, возбуждаемый гармоническим воздействием, является простейшей радиотехнической системой, демонстрирующей сложное динамическое поведение, в том числе стохастические колебания. Схема нелинейного контура с $p-n$ -переходом, рассмотренная Линсэем [1], как пример динамической системы, поведение которой подчиняется сценарию возникновения хаоса через последовательность удвоений периода, стала уже классической. В разных работах были выявлены различные стороны сложной динамики и различные нелинейные эффекты (бифуркации удвоения периода и бифуркации слияния шумового периода, окна устойчивости [2, 3], перемежаемость [4, 5], добавления периода [6, 7], гистерезисы [7, 8], присущие нелинейному контуру с $p-n$ -переходом). Однако в предыдущих работах внимание уделялось тщательному изучению этих нелинейных эффектов, в основном, при изменении одного параметра — либо амплитуды, либо частоты воздействия. Двупараметрические исследования, представленные в [2, 8], коснулись лишь основных бифуркационных линий плоскости параметров — линий удвоений периода и рождения хаоса по сценарию Фейгенбаума. В настоящей работе сделана попытка подробно исследовать динамику нелинейного контура и найти области существования перечисленных явлений на плоскости управляющих параметров «амплитуда внешнего воздействия — частота внешнего воздействия», а также проследить за эволюцией этой плоскости при изменении параметра диссипации.

Результаты данной работы в основном получены на нелинейном контуре, выполненным по классической схеме [1]. В контуре использовалась индуктивность величиной 137 мГн, омическое сопротивление которой составляло 2 Ом, а паразитная емкость 18 пФ. В качестве $p-n$ -перехода был применен диффузационный диод Д237А. Собственная час-

тота Кбйтутра при малом (порядка 10^{-2} В) воздействии равнялась 160 кГц. Резистор контура перестраивался от нуля до 100 Ом. Для возбуждения контура использовался генератор с достаточно низким выходным сопротивлением, позволяющий снимать с него неискаженное синусоидальное напряжение величиной до 17 В в диапазоне 20—250 кГц при индуктивной и емкостной нагрузке, модуль полного сопротивления которой превышал 50 Ом. Суммарный уровень шумов генератора и диода имел достаточно низкую величину, что позволяло уверенно наблюдать колебания периода 16Т и довольно узкие окна устойчивости периода 12Т.

Получаемые типы колебательных режимов идентифицировались по проекциям фазовых портретов на плоскость напряжение на диод U_d — напряжение возбуждения U_0 и по временным реализациям. Основные результаты работы представлены на плоскости управляющих параметров (карте динамических режимов), где по оси OX откладывалась частота воздействия f_0 , а по оси OY — его амплитуда A_0 .

Для высокого уровня диссипации $R=100$ Ом картина поведения контура представлена на рис. 1. Вся карта режимов может быть разделена на три части. Первая часть карты соответствует режиму почти симметричного поведения, когда напряжение на диоде не достигает порога отпирания и выходное напряжение близко к синусоидальному (на фазовом портрете — эллипс). Эта область расположена внизу карты и ограничена штрихпунктирной линией. Вторая часть расположена на низкочастотном крае карты, и ей соответствует режим «звенящего контура», связанный с рождением гармоник на нелинейности вольт-амперной характеристики, с которыми резонирует контур в те моменты, когда диод заперт. На рис. 1 режим «звенящего контура» обозначен арабскими цифрами в соответствии с числом колебаний контура за период вынуждающей силы. Разрывы на линии, ограничивающей режим «звенящего контура», соответствуют неоднозначному поведению, которое специально не исследовалось. Третья, оставшаяся часть карты является предметом исследований настоящей работы, и именно здесь происходит рождение стохастичности после конечного ряда бифуркаций удвоения периода.

Временные реализации и фазовые портреты для всех видов колебаний напряжения на $p-n$ -переходе представлены на рис. 2. Фазовые портреты, изображенные в центральном столбце рисунка, соответствуют наблюдаемым в реальном масштабе осциллограммам. Петля фазового портрета (см., например, рис. 2а) обусловлена колебаниями напряжения на диоде в моменты времени, когда диод заперт. При этом пик напряжения U_d может достигать нескольких десятков вольт. Горизонтальная линия на фазовом портрете отражает открытое состояние диода, при этом напряжение на $p-n$ -переходе не превышает долей вольта. Однако колебания контура при открытом диоде (колебания на диффузионной емкости) существенным образом определяют общую динамику поведения системы. Для наглядного отображения процессов, происходящих в контуре, на рис. 2 в правом столбце изображены деформированные фазовые портреты, растянутые для малых напряжений U_d и сжатые для больших.

Рассмотрим поведение системы вдоль линии А—А (рис. 1), соответствующей увеличению амплитуды воздействия при фиксированной частоте генератора. При малых амплитудах фазовый портрет представляет собой искаженный эллипс (рис. 2а), горизонтальная часть которого характеризует колебания при открытом диоде, а вертикальная петля — при закрытом. Это наиболее простой режим нелинейного контура, и на рис. 1 он обозначен T_1 . Бифуркация удвоения периода, наблюдавшаяся при увеличении амплитуды, приводит к рождению двухтактного цикла (рис. 2б), который по мере роста амплитуды переходит к виду, изображенному на рис. 2в. При этом форма колебаний на диоде и наблюдаемый фазовый портрет качественно подобны колебаниям зоны T_1 (рис. 2а), но с удвоенным периодом. Однако на растя-

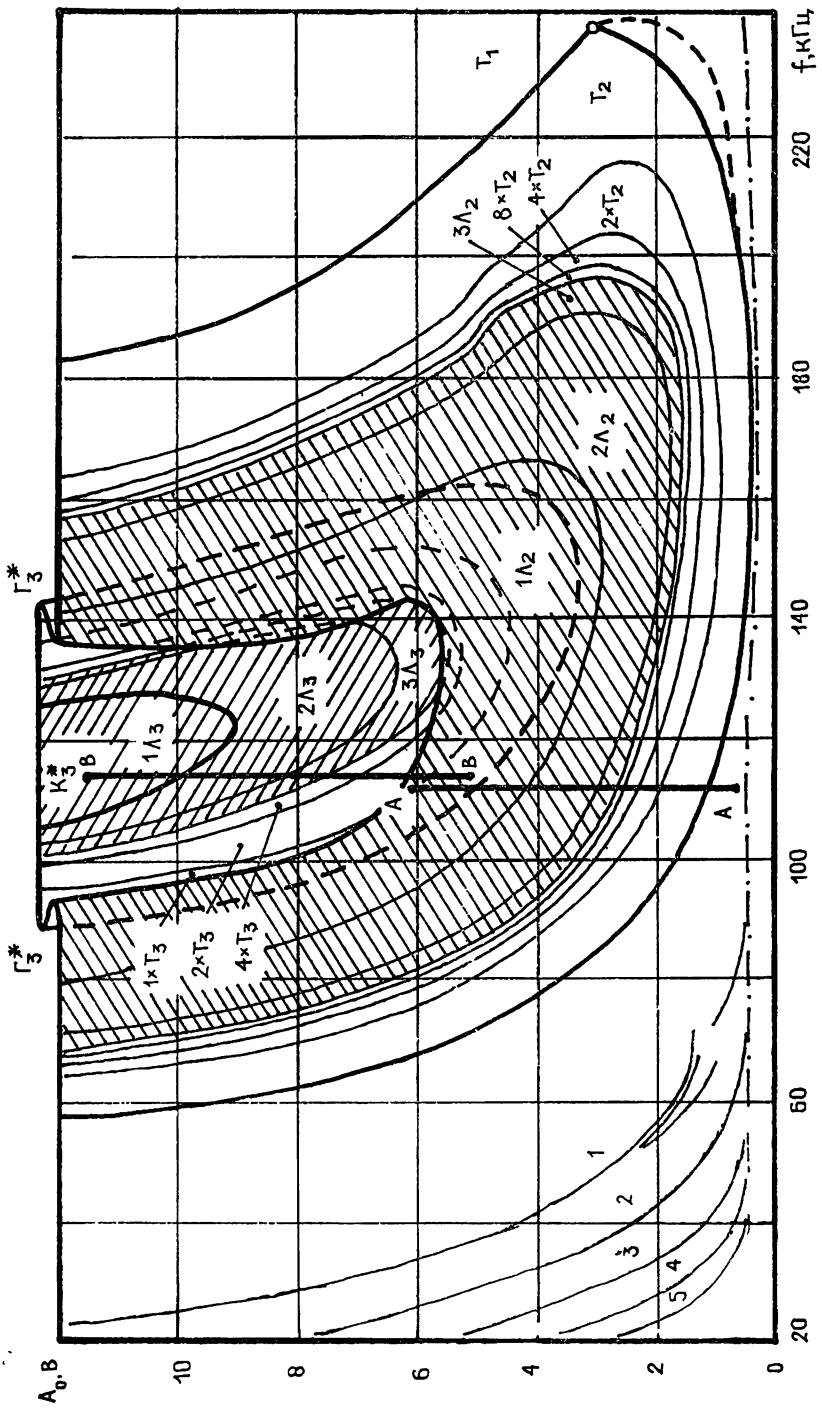


FIG. 1.

нутом фазовом портрете видны отличия: на горизонтальном участке имеется два витка фазовой траектории, т. е. диод остается в открытом состоянии на протяжении двух периодов вынуждающей силы. Колебания такого сорта в дальнейшем будут обозначаться T_2 . Поведение

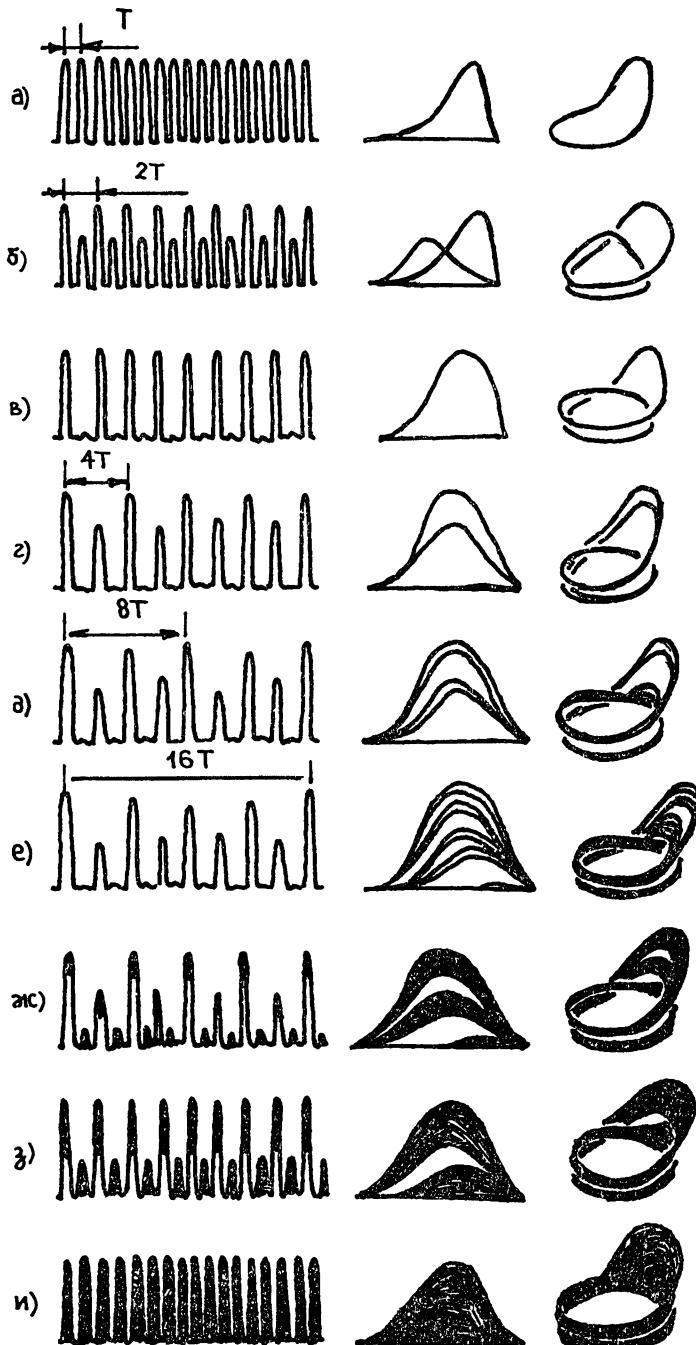


Рис. 2.

системы при росте амплитуды соответствует сценарию перехода к хаосу через последовательность удвоения периода. На базе двухтактного цикла T_2 рождается четырехтактный $2 \times T_2$ (рис. 2г), затем он теряет устойчивость и рождается восьмитактный $4 \times T_2$ (рис. 2д), далее — шестнадцатитактный $8 \times T_2$ (рис. 2е), фазовые траектории которого

постепенно «размываются» и рождается трехленточный хаос, обозначенный на рис. 2ж 3Л₂, переходящий при увеличении параметра в двухленточный 2Л₂ (рис. 2з) и одноленточный 1Л₂ (рис. 2и). При всех этих переходах в растянутом фазовом портрете уверенно просматривается наличие двух витков на горизонтальном участке, чему и соответствует индекс 2 в обозначении режимов. В зонах хаоса наблюдаются узкие окна устойчивости 12Т, 16Т, 10Т, 6Т, 5Т, не обозначенные на карте режимов. Зона хаотического поведения в центральной части области ограничена линией скачкообразного перехода Г₃ к периодическим или хаотическим (в зависимости от места пересечения) колебаниям. Этот переход является добавлением периода [2] и сопровождается сильным гистерезисом. Покинуть нижний лист карты режимов, на который перескочила система, можно через линию Г₃^{*}. Временные реализации и фазовые портреты колебательных режимов, соответствующие движению вдоль линии В—В (рис. 1), лежащей на нижнем листе, приведены на рис. 3. Поведение контура в этом случае повторяет поведение системы на участке Т₂—2Л₂, но оно развивается на базе трехтактного цикла Т₃, качественно подобного циклам Т₁ и Т₂ (см. рис. 3а). Качественно отличается лишь переход 2Л₃→1Л₃, обозначенный на карте режимов K₃^{*}, который, в отличие от мягкого перехода 2Л₂→1Л₂ за счет плавного слияния двух лент аттрактора в одну, происходит прерывистым образом (через перемежаемость). Это явление известно как внутренний кризис аттрактора [10].

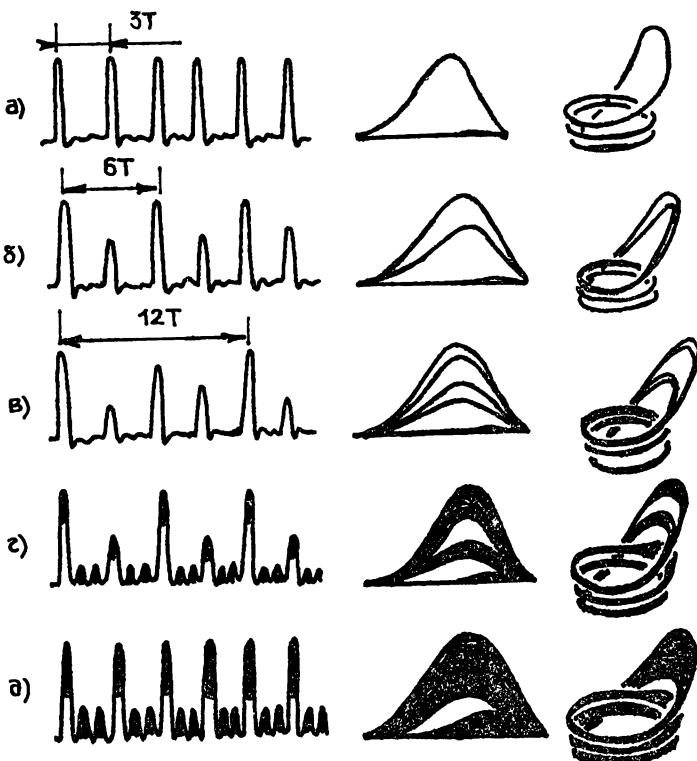


Рис. 3.

Уменьшение величины диссипации приводит к постепенному опусканию всех бифуркационных линий в область меньших амплитуд воздействия. При $R=85$ Ом на высокочастотном краю линии Г₃ появляется точка сборки А₃, к которой сходятся линии скачкообразного перехода Г₃ и линия внутреннего кризиса аттрактора K₃^{*}. Карта режимов, соответствующая появлению точки сборки, изображена на рис. 4. Описанные для $R=100$ Ом (рис. 3) бифуркационные линии нанесены

на рис. 4 не полностью. Точка сборки A_3 может быть обнаружена только при двухпараметрическом исследовании. Обход точки сборки по кругу приводит к цепочке внутренних кризисов и скачков, причем в зависимости от направления обхода скачки происходят в разных точках. От этой точки берут начало кроме бифуркационных линий Γ_3 и K_3 еще пара линий K_3 и Γ_3^{**} . Линия K_3 — линия перемежающегося перехода между атTRACTорами $1L_2$ и $1L_3$, рожденными на базе двух- и трехтактного циклов соответственно. По этой линии происходит «сшивка» нижнего и верхнего листов карты режимов. Линия Γ_3^{**} является границей скачкообразного выхода с нижнего листа на верхний, поведение на ней аналогично поведению на линии Γ_3^* . Между линиями Γ_3^{**} и Γ_3^* располагается «рукав», уходящий под «наблюдаемую» плоскость параметров. По мере продвижения в глубь «рукава» его границы Γ_3^{**} и Γ_3^* постепенно сближаются, но (при достижимых параметрах) не замыкаются. Внутри «рукава» при движении от линии Γ_3^* к линии Γ_3^{**} колебания напряжения на диоде контура претерпевают бифуркации удвоения периода с рождением хаотичности.

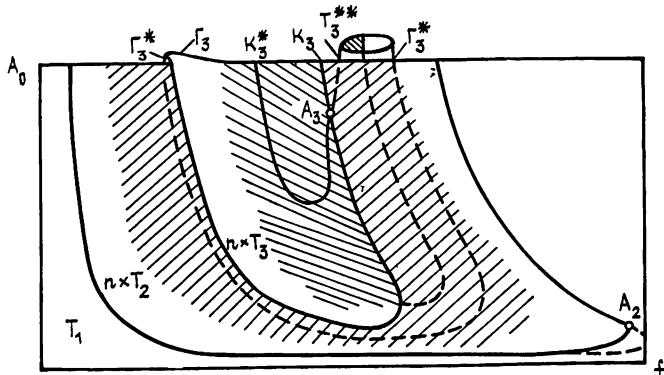


Рис. 4.

При дальнейшем уменьшении параметра диссипации точка сборки A_3 опускается вниз по карте режимов и появляется точка сборки B_3 (рис. 5) на низкочастотном краю линии гистерезиса Γ_3 , к которой сходятся линия Γ_3^* и линия O_3 перемежающегося перехода $1L_2 \rightarrow T_3$, подобная бифуркации рождения периода 3 для логистического отображения. При $R=24$ Ом на карту режимов сверху между линиями кризисов K_3 и K_3^* «вползает» линия скачкообразного перехода Γ_4 на следующий лист карты — лист колебаний контура на базе четырехтактного цикла T_4 . Картина поведения для этого листа качественно полобна картине поведения листа с базовым периодом колебаний T_3 . Подробная карта режимов для $R=16$ Ом изображена на рис. 5, в высокочастотной области которой приведена структура «рукава», берущего начало от точек сборок B_3 и A_3 и повторяющая бифуркации участка, расположенного между линиями O_3 и K_3^* на низкочастотном краю плоскости параметров.

Описанная выше картина поведения была также получена для другого нелинейного контура, в котором в качестве $p-n$ -перехода использовался переход база — эмиттер транзистора П210Ш. На таком контуре были обнаружены режимы колебаний на основе предельных циклов вплоть до T_6 (рис. 6). Для данного нелинейного контура характерно наличие довольно узких областей гистерезисов и входов в «рукава». Области притяжения «рукавов» незначительны, и «проникнуть» глубоко в них для определения их положения относительно друг друга не удалось. На этом контуре был обнаружен довольно сложный режим мультиперемежаемости между четырьмя атTRACTорами

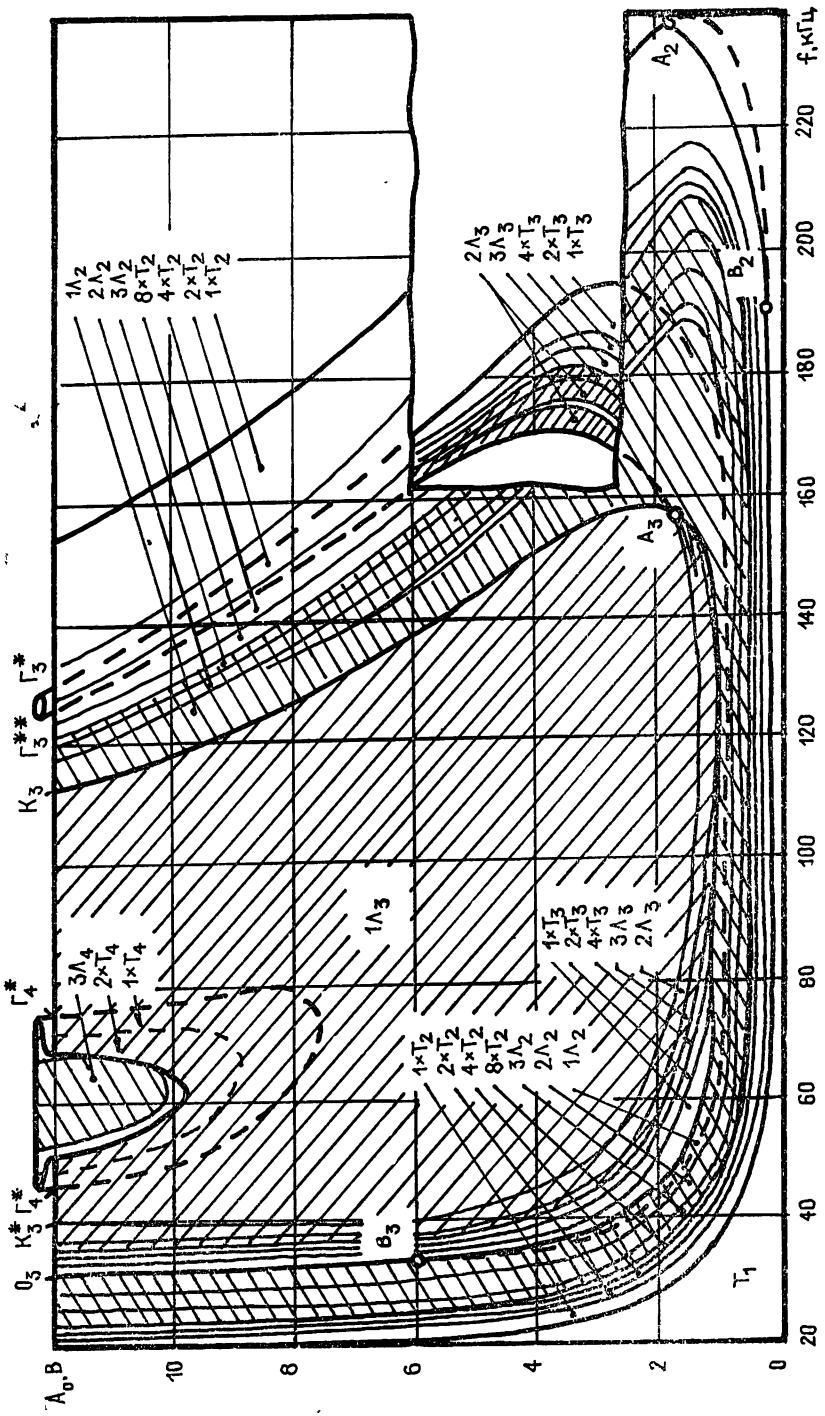


Рис. 5.

ми на линиях K_3 , K_4 , K_5 , начинающихся каждой от своей точки сборки A_3 , A_4 , A_5 и в области больших амплитуд подходящих близко друг к другу. Карта режимов, представленная на рис. 6, демонстрирует существенную сложность, неоднозначность поведения нелинейного контура в пространстве управляющих параметров, но вместе с тем позволяет выделить характерные области режимов колебаний, повторяющие друг друга в своем строении.

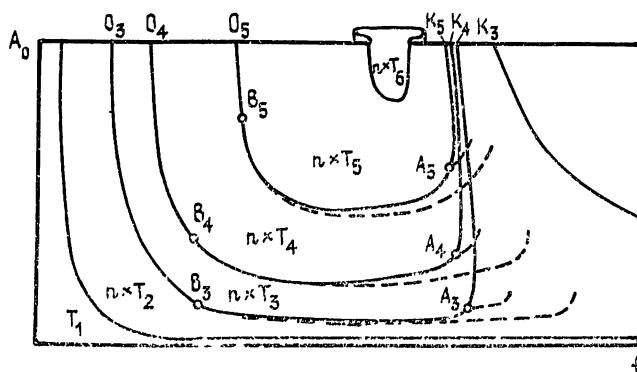


Рис. 6.

Полученная подробная картина поведения неавтономного нелинейного контура в пространстве управляющих параметров позволяет сделать вывод о том, что плоскость параметров может быть разделена на топологически инвариантные области колебаний, рожденные на базе n -тактных циклов ($n=2, 3, \dots$), в каждой из которых колебания претерпевают цепочку бифуркаций удвоения периода с рождением хаоса по сценарию Фейгенбаума.

Тщательное двухпараметрическое исследование позволило впервые обнаружить, что линии добавления периода не являются непрерывными и однозначными, а имеют сложный характер с точками сборок и отходящими от них «рукавами». Пересечение линий добавления периода приводит к различным, в зависимости от места пересечения, переходам от одного типа колебаний к другому. Между точками сборок этот переход связан с гистерезисом, т. е. с потерей устойчивости аттрактора и перескоком отображающей точки на сосуществующий с ним аттрактор, рожденный на базе другого n -тактного цикла. Линия K_3 , отходящая от высокочастотной точки сборки A_3 , соответствует столкновению областей притяжения этих аттракторов, и пересечение этой линии приводит к перемежающемуся переходу от одного типа колебаний к другому. Другой тип перемежаемости, соответствующий переходу порядок—хаос, наблюдается на линии O_3 , отходящей от низкочастотной точки сборки B_3 . В этом случае происходит столкновение устойчивого странного аттрактора с неустойчивым предельным циклом.

Наиболее замечательным результатом настоящего исследования глобального поведения нелинейного неавтономного контура с $p-p$ -переходом в пространстве управляющих параметров является обнаружение точек сборок, к которым сходятся линии кризисов всех типов. Знание структуры и характерных точек пространства управляющих параметров может оказать неоценимую услугу при исследовании систем, поведение которых аналогично поведению нелинейного контура, а использование точек сборок в качестве реперных точек может оказаться очень полезным при конструировании численных моделей, адекватных экспериментальным данным.

Дальнейшее уточнение поведения нелинейного неавтономного контура в пространстве параметров возможно при исследовании линии перехода $T_1 \rightarrow T_2$ (рис. 3), где наблюдаются гистерезис и скачки $T_1 \rightarrow T_1$, $T_2 \rightarrow T_2$, и линий перехода между режимами «звенящего» кон-

тура, на которых обнаруживается неоднозначность. По всей видимости, топологическая инвариантность линий добавления периода может быть распространена и на эти переходы. Но доказательство этого требует более тонкого экспериментального исследования для выявления вырожденных режимов или иных неэкспериментальных методов.

Автор выражает благодарность профессору Д. И. Трубецкову за поддержку и плодотворные обсуждения результатов исследований и студентам Е. Матвееву и Л. Красичкову за помощь в проведении измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lindsay P. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. № 11. P. 1349.
2. Van Buskirk R., Jeffries C. // Phys. Rev. A 1985. V. 31. № 5. P. 3332.
3. Testa L., Perez J., Jeffries C. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. № 11. P. 714.
4. Rollins R. W., Hunt E. R. // Phys. Rev. A. 1984. V. 29. № 6. P. 3327.
5. Hilborn R. C. // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. № 1. P. 378.
6. Lindsay P. // Phys. Lett. 1985. V. A108. № 9. P. 431.
7. Jeffries C., Perez J. // Phys. Rev. A. 1983. V. 27. № 1. P. 601.
8. Lauterborn W., Meyer-Lise W. // Phys. unseve Zeit. 1986. V. 17. № 6. P. 177.
9. Hunt E. R. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. № 14. P. 1054.
10. Greboqi E., Ott E., Yorke J. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1507.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию
19 июля 1988 г.

FEATURES OF THE COMPLICATED DYNAMICS OF THE DRIVE NONLINEAR OSCILLATOR

A. A. Kipchakov

From the experiments the map of dynamics regimes of the drive nonlinear $p-n$ -junction oscillator has plotted on the plane of control parameters: the external force amplitude—the external force frequency. The parameter plane is separated into regions of oscillations born on the base of period- n cycles ($n=2, 3, 4, \dots$) and restricted by period-adding lines. Oscillations in these regions suffer conversions from periodic to chaotic ones in accordance with Feigenbaum's scenario with the corresponding basic period of the given region. It has been found that at period-adding lines there are pairs of critical points (points of gathers) outside of which the intermittent transition from chaotic to periodic (or chaotic) oscillations with the basic period adding to the unit is taking place and inside of which the flip transition with the hysteresis is observed. It has been discovered also that hysteresis districts in the high frequency part of the map are turning into the «sleeves», which are spreading far away under the «displaying» plane of parameters. Inner structure of «sleeves» is conforming to Feigenbaum's scenario of the transition to the chaos through the sequence of period doubling bifurcations. Moreover, it has been found, that two crisis lines corresponding to the transition chaos-chaos through the intermittency are coming together in high-frequency points of gathers. Inside of each parameters plane region restricting by crisis lines there are vast regions of the chaotic behaviour which in turn are delimited by next period-adding lines with own points of gathers, own «sleeves», etc.

УДК 538.56:519.25

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНЫ В СЛОИСТОЙ СЛУЧАЙНО- И РЕГУЛЯРНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Б. М. Шевцов

На основе метода инвариантного погружения в диффузионном приближении проведено исследование статистических характеристик волны в слоистой случайно- и регулярно-неоднородной среде

В последнее время уделяется большое внимание статистическому обоснованию феноменологической теории переноса излучения. В случае одномерной задачи рассеяния волны в случайно-неоднородной среде в диффузионном приближении был развит статистический подход [1]. В работе [2] показано, что диффузионное приближение можно использовать и в задачах со случайно- и регулярно-неоднородными средами, если оба типа неоднородностей удовлетворяют определенным условиям. Представляет интерес для сред такого типа построить статистическую теорию переноса.

Будем рассматривать, следуя [1, 2], задачу о падении плоской монохроматической волны единичной амплитуды на слой $0 \leq x \leq L$ неоднородной среды, отклонение от единицы диэлектрической проницаемости которой представимо в виде $\epsilon(x) = \bar{\epsilon}(x) + \tilde{\epsilon}(x)$, где $\bar{\epsilon}(x)$ и $\tilde{\epsilon}(x)$ — регулярная и случайная компоненты соответственно. Вне слоя $\epsilon(x) = 0$. Волна $U(x)$ описывается уравнением Гельмгольца с условиями непрерывности поля и его нормальной производной на границах слоя $x=0, L$.

Методом инвариантного погружения для этой задачи может быть получена система уравнений [1]

$$\begin{aligned} \partial U(x; L) / \partial L &= ikU(x; L) + i(k/2)\epsilon(L)U_L U(x; L), \\ \partial U_L / \partial L &= 2ik[U_L - 1] + i(k/2)\epsilon(L)U_L^2, \\ U(x; L)|_{L=x} &= U_x, \quad U_L|_{L=0} = 1, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\kappa = k + i\gamma$, k — волновое число, γ — характеристика поглощения. Представим волновое поле в виде

$$\begin{aligned} U(x; L) &= a(x; L) \exp(-ikx) + b(x; L) \exp(ikx), \\ \partial U(x; L) / \partial x &= -ik[a(x; L) \exp(-ikx) - b(x; L) \exp(ikx)], \end{aligned} \tag{2}$$

где $a(x; L)$ и $b(x; L)$ — комплексные амплитуды встречных волн. Используя (1) и (2), найдем

$$\begin{aligned} \partial a(x; L) / \partial L &= [ik + i(k/2)\epsilon(L)U_L]a(x; L), \\ \partial b(x; L) / \partial L &= [ik + i(k/2)\epsilon(L)U_L]b(x; L), \\ a(x; x) &= \exp(ikx), \quad b(x; x) = R_x \exp(-ikx), \end{aligned} \tag{3}$$

где $R_L = U_L - 1$ есть коэффициент отражения волны от слоя среды, уравнение для которого следует из (1).

Введем интенсивности встречных волн $W_1(x; L) = |a(x; L)|^2$, $W_2(x; L) = |b(x; L)|^2$. Эти величины, согласно (3), будут описываться уравнением ($n=1, 2$)

$$\frac{\partial W_n(x; L)}{\partial L} = -2\gamma W_n(x; L) + i(k/2)\varepsilon(L)(R_L - R_L^*)W_n(x; L), \quad (4)$$

$$W_1(x; x) = 1, \quad W_2(x; x) = |R_x|^2 = W_x.$$

Величина W_L , согласно (1), удовлетворяет уравнению

$$\frac{dW_L}{dL} = -4\gamma W_L - i(k/2)\varepsilon(L)(R_L - R_L^*)(1 - W_L), \quad W_L|_{L=0} = 0. \quad (5)$$

Будем считать регулярные и случайные неоднородности малыми по амплитуде, а $\tilde{\varepsilon}(x)$ — гауссовым случайнм процессом с характеристиками $\langle \tilde{\varepsilon}(x) \rangle = 0$, $\langle \tilde{\varepsilon}(x)\tilde{\varepsilon}(x') \rangle = B(|x-x'|)$. Пространственные масштабы обоих типов неоднородностей меньше или порядка $\lambda = 2\pi/k$, лишь такими неоднородностями волна эффективно рассеивается назад.

При указанных выше условиях и с использованием метода усреднения по быстрым осцилляциям в [2] построено диффузионное приближение для описания рассеянного назад поля. Представляется возможным обобщить этот подход и на исследование поля в среде.

В [2] было показано, что в результате усреднения по быстрым осцилляциям в двух асимптотических областях распределения амплитуды и фазы независимы. В одной из них, когда преобладают регулярные неоднородности ($|\bar{\varepsilon}| \gg |\tilde{\varepsilon}|$), фаза сосредоточена вокруг среднего значения, которое определяется решением уравнений (1) при $\tilde{\varepsilon}(x) = 0$, а в другой, когда преобладают случайные неоднородности ($|\bar{\varepsilon}| \ll |\tilde{\varepsilon}|$), фаза становится равнораспределенной [1]. Возможно, статистическая независимость амплитуды и фазы имеет место и в промежуточной области $|\bar{\varepsilon}| \sim |\tilde{\varepsilon}|$, которая еще не изучена.

Используя (4) и (5), в диффузионном приближении с применением метода усреднения по быстрым осцилляциям можно написать уравнение Эйнштейна—Фоккера для совместной плотности вероятностей величин $W_1(x; L)$, $W_2(x; L)$:

$$\begin{aligned} P_L(W_1, W_2, W) &= \langle \delta(W_1(x; L) - W_1)\delta(W_2(x; L) - W_2)\delta(W_L - W) \rangle, \\ \frac{\partial P_L}{\partial L}(W_1, W_2, W) &= 2\gamma \left(\frac{\partial}{\partial W_1} W_1 + \frac{\partial}{\partial W_2} W_2 + 2 \frac{\partial}{\partial W} W \right) R_L + \\ &+ s_L \left[V \overline{W} \frac{\partial}{\partial W_1} W_1 + V \overline{W} \frac{\partial}{\partial W_2} W_2 - \frac{\partial}{\partial W} V \overline{W} (1 - W) \right] P_L + \\ &+ D \left[\frac{\partial}{\partial W_1} W_1 + \frac{\partial}{\partial W_2} W_2 - \frac{\partial}{\partial W} (1 - W) \right] P_L + \\ &+ D \left[\frac{\partial}{\partial W_1} W_1 + \frac{\partial}{\partial W_2} W_2 - \frac{\partial}{\partial W} (1 - W) \right]^2 P_L \end{aligned} \quad (6)$$

с начальным условием

$$P_x(W_1, W_2, W) = \delta(W_1 - 1)\delta(W_2 - 1)P_x(W),$$

где $P_L(W)$ — плотность вероятностей величины $W_L = |R_L|^2$, удовлетворяющая уравнению [2]

$$\frac{\partial P_L(W)}{\partial L} = 4\gamma \frac{\partial}{\partial W} WP_L(W) - s_L \frac{\partial}{\partial W} V \overline{W} (1 - W)P_L(W) -$$

(7)

$$-D \frac{\partial}{\partial W} (1-W) P_L(W) + D \frac{\partial}{\partial W} (1-W) \frac{\partial}{\partial W} (1-W) WP_L(W)$$

с начальным условием $P_L(W)|_{L=0} = \delta(W)$. Уравнение (7) получается интегрированием (6) по W_1 и W_2 . В (6) и (7) введены параметры

$$s_L = \overline{k\varepsilon(L) \sin(2kL + \phi_L^0)},$$

где черта сверху — знак усреднения по быстрым осцилляциям, а ϕ_L^0 — фаза коэффициента отражения $R_L = \rho_L \exp(i\phi_L)$ в отсутствие случайных неоднородностей, которая получается решением второго уравнения

(1) при $\tilde{\varepsilon}(L) = 0$,

$$D = (k^2/2) \int_0^\infty d\xi B(\xi) \cos 2k\xi.$$

Удобнее работать с производящей функцией для моментов интенсивностей встречных волн

$$\begin{aligned} Q_L(\mu, \lambda, W) &= \int_0^\infty dW_1 dW_2 W_1^{\mu-\lambda} W_2^\lambda P_L(W_1, W_2, W), \\ \partial Q_L(\mu, \lambda, W)/\partial L &= -2\gamma \left(\mu - 2 \frac{\partial}{\partial W} W \right) Q_L - \\ &- s_L \left[\mu \sqrt{W} + \frac{\partial}{\partial W} \sqrt{W} (1-W) \right] Q_L - \\ &- D \left[\mu + \frac{\partial}{\partial W} (1-W) \right] Q_L + D \left[\mu + \frac{\partial}{\partial W} (1-W) \right]^2 W Q_L, \\ Q_x(\mu, \lambda, W) &= W^\lambda P_x(W). \end{aligned} \quad (8)$$

С помощью (8) напишем уравнения для первых моментов интенсивностей встречных волн ($\mu=1$)

$$\begin{aligned} \partial \langle W_n(x; L) \rangle / \partial L &= -2\gamma \langle W_n(x; L) \rangle - S_L \langle \sqrt{W_L} W_n(x; L) \rangle - \\ &- D [\langle W_n(x; L) \rangle - \langle W_L W_n(x; L) \rangle] \end{aligned} \quad (9)$$

с начальными условиями $\langle W_1(x; x) \rangle = 1$, $\langle W_2(x; x) \rangle = \langle W_x \rangle$. Уравнения (9) играют роль уравнений переноса излучения.

При $s_L=s$ и достаточно больших x существует стационарное решение $P(W)$ уравнения (7) [2]

$$P(W) = \frac{C}{(1-W)^2} \left(\frac{1+\sqrt{W}}{1-\sqrt{W}} \right)^\alpha \exp \left(-\beta \frac{2W}{1-W} \right), \quad (10)$$

где нормировочная константа C определяется из условия $\int_0^1 dW P(W) = 1$, $\alpha = s/D$, $\beta = 2\gamma/D$. Максимум распределения (10) находится в точке $W_{\max} = (\sqrt{\tau^2+1}-1)/(\sqrt{\tau^2+1}+1)$, где $\tau = \alpha/\beta = s/2\gamma$. При $\tau \rightarrow \infty$ $P(W) = \delta(W-1)$, а при $\tau \rightarrow 0$ $P(W) = 2\beta(1-W)^{-2} \exp \left(-\beta \frac{2W}{1-W} \right)$ [1].

Рассмотрим случай, когда поглощение преобладает над регулярным рассеянием, т. е. $\tau \ll 1$.

При $\alpha \ll 1$ (случайное рассеяние интенсивнее регулярного) и $\beta \gg 1$ (поглощение преобладает над случайнм рассеянием) имеем $P(W) \simeq 2\beta e^{-2\beta W}$, а уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\partial Q_\xi}{\partial \xi} \simeq -\mu(1+\beta)Q_\xi, \quad \xi = D(L-x).$$

Его решение [1]

$$\langle W_1^{\mu-\lambda}(x; L) W_2^\lambda(x; L) \rangle \simeq \frac{\lambda!}{(2\beta)^\lambda} e^{-\mu(1+\beta)\xi}.$$

Таким образом, волна, распространяющаяся внутрь среды, детерминированная, а волна, рассеянная назад, имеет экспоненциальное (тепловое) распределение. Корреляция волн отсутствует.

При $\alpha \gg 1$ и $\beta \gg 1$, но $\alpha^2/\beta = \alpha \tau \ll 1$ получается $P(W) \simeq C e^{-2\beta(\rho^2-\tau\rho)}$, где $\rho = \sqrt{W}$, а уравнение (8) имеет вид тот же, что и в предыдущем случае.

Его решение

$$\langle W_1^{\mu-\lambda}(x; L) W_2^\lambda(x; L) \rangle \simeq \left(\frac{\tau}{2}\right)^{2\lambda} e^{-\mu(1+\beta)\xi}.$$

В этой ситуации, когда регулярное рассеяние преобладает над случайными ($\alpha \gg 1$), обе волны детерминированные, а поскольку $\tau \ll 1$, то интенсивности их малы.

При $\beta \ll 1$ (случайное рассеяние доминирует над поглощением, и над регулярным рассеянием, по-прежнему $\tau \ll 1$) $P(W) \simeq \delta(W-1)$ [1], и на расстояниях ξ ($2\gamma\xi \ll 1$) уравнение (8) можно записать в виде $\frac{\partial Q_\xi}{\partial \xi} = (\mu^2 - \mu)Q_\xi$, тогда [1]

$$\langle W_1^{\mu-\lambda}(x; L) \cdot W_2^\lambda(x; L) \rangle \simeq e^{(\mu^2 - \mu)\xi},$$

а при $2\gamma\xi \gtrsim 1$ надо в уравнении (8) учитывать член $4\gamma(\partial/\partial W)WQ_L$, экспоненциальный рост моментов тогда перейдет в затухание [1].

Рассмотрим другой предельный случай, когда регулярное рассеяние преобладает над поглощением, т. е. $\tau \gg 1$. При этом $P(W) \simeq \delta(W-1)$, уравнение (8) можно записать как $\frac{\partial Q_\xi}{\partial \xi} \simeq [\mu^2 - \mu(1+\alpha)]Q_\xi$ при $2\gamma\xi \ll 1$. Его решение

$$\langle W_1^{\mu-\lambda}(x; L) W_2^\lambda(x; L) \rangle \simeq e^{[\mu^2 - \mu(\alpha+1)]\xi}.$$

Получается, что при $\mu < \alpha + 1$ моменты экспоненциально затухают, а при $\mu > \alpha + 1$ растут (стохастический волновой резонанс). Если α — целое число, то существует момент с $\mu = \alpha + 1$, не зависящий от ξ .

Отметим, что на расстояниях $2\gamma\xi \gtrsim 1$ рост моментов с $\mu > \alpha + 1$ прекратится опять же из-за влияния в уравнении (8) члена $4\gamma(\partial/\partial W)WQ_L$, как в предыдущем случае.

Распределение интенсивностей волн W_1 и W_2 в рассматриваемом случае имеет логарифмически нормальный закон. С увеличением параметра α в среднем энергия хуже проникает в глубь среды, но возникают редкие и интенсивные выбросы, обусловленные случайными неоднородностями.

В заключение рассмотрим уравнение переноса излучения (9) в различных ситуациях, считая $s_L = s$.

Пусть преобладает поглощение над регулярным рассеянием ($\tau \ll 1$), тогда при $\alpha \ll 1$, $\beta \gg 1$ в уравнении (9) можно расщепить корреляции и подставить значения моментов $\langle \sqrt{W}_L \rangle$ и $\langle W_L \rangle$, которые легко определяются в этой ситуации с помощью (10). В результате имеем

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \langle W_n(x; L) \rangle \simeq -\left(\beta + 1 - \frac{1}{2\beta} + \frac{\sqrt{\pi}\alpha}{2\sqrt{2}\sqrt{\beta}}\right) \langle W_n(x; L) \rangle. \quad (11)$$

При $\alpha \gg 1$ и $\beta \gg 1$, но $\alpha^2/\beta = \alpha\tau \ll 1$ таким же образом получаем

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \langle W_n(x; L) \rangle \simeq - \left(\beta + 1 + \frac{\alpha\tau}{2} - \frac{\tau^2}{4} \right) \langle W_n(x; L) \rangle. \quad (12)$$

Если $\beta \leq 1$ (случайное рассеяние доминирует над или сравнимо с двумя другими процессами), то это — чисто статистический случай, корреляции волн не расщепляются [1].

И наконец, когда регулярное рассеяние преобладает над поглощением ($\tau \gg 1$), $P(W) \simeq \delta(W-1)$ и уравнение (9) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \langle W_n(x; L) \rangle \simeq -(\alpha + \beta) \langle W_n(x; L) \rangle. \quad (13)$$

Проведем сопоставление с линейной феноменологической теорией переноса излучения [1]. Интенсивности встречных волн в теории переноса $I_1(x)$ и $I_2(x)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d}{dx} I_1(x) = 2\sigma I_1 + \mu(I_1 - I_2), \quad \frac{d}{dx} I_2(x) = -2\sigma I_2 + \mu(I_1 - I_2), \quad (14)$$

где σ и μ — характеристики среды, феноменологические коэффициенты поглощения и рассеяния соответственно. Границные условия к уравнениям (14) в рассматриваемой задаче будут следующие: $I_1(L) = 1$, $I_2(0) = 0$. Решение в случае полупространства ($L \rightarrow \infty$) имеет вид

$$I_1(x) = \exp[-\lambda(L-x)], \quad I_2(x) = R \exp[-\lambda(L-x)], \\ \lambda = 2[\sigma(\sigma+\mu)]^{1/2}, \quad R = (2\sigma + \mu - \lambda)/2\mu. \quad (15)$$

Если преобладает поглощение ($2\sigma \gg \mu$), то $\lambda \approx 2\sigma(1 + \mu/2\sigma)$. Полагая в (15) $\sigma = \gamma$, $\mu = D$ и сопоставляя эти выражения с (11) и (12), видим, что с точностью до членов более высокого порядка малости феноменологическое решение совпадает со статистическими. Отсюда делаем вывод, что феноменологическая линейная теория переноса дает правильный результат, если поглощение доминирует как над регулярным ($\tau \ll 1$), так и над случайнym рассеянием ($\beta \gg 1$).

В статистическом случае ($\beta \leq 1$) результаты существенно различаются [1]. Это обусловлено стохастическим волновым резонансом. При регулярном рассеянии ($\tau \gg 1$) решения просто несопоставимы, поскольку в (13) и (15) не удается установить соответствия параметров, а поведение волн в зависимости от величины $L-x$ существенно разное. Это объясняется тем, что в феноменологической теории переноса не существует понятия среднего поля, там работают только со средними интенсивностями, полагая среднее поле равным нулю. При отсутствии регулярных неоднородностей ($\varepsilon(x) = 0$) это правомерно, а при их наличии, если регулярное рассеяние волны интенсивнее или сравнимо с поглощением, возможен только статистический подход.

ЛИТЕРАТУРА

- Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. — М.: Наука, 1986.
- Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 9. С. 2604.

Тихookeанский океанологический институт
ДВО АН СССР

Поступила в редакцию
28 июня 1988 г.

THE STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE WAVE IN THE RANDOM AND REGULAR INHOMOGENEOUS LAYER MEDIUM

B. M. Shevtsov

The statistical characteristics of the wave in the random and regular inhomogeneous layer medium are investigated by the invariant imbedding method in the diffusive approximation.

УДК 621.391 822 4

СПЕКТР ВИДА $1/f$ КАК СУПЕРПОЗИЦИЯ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА РЕЛАКСАЦИОННЫХ СПЕКТРОВ

В. Б. Орлов, А. В. Якимов

Шум со спектром типа $1/f$ синтезирован как суперпозиция конечного числа случайных процессов, обладающих релаксационными (лоренцевыми) спектрами, характерные частоты которых принимают произвольные значения из широкого диапазона. Структура такого спектра исследована численными методами. Показано, что случайность значений характерных частот в конкретном наборе приводит к значительной неравномерности результирующего спектра, вплоть до полного искажения его формы. Неравномерность спектра уменьшается при увеличении числа релаксационных слагаемых либо при упорядочении значений характерных частот. Исследована эволюция формы спектра при изменениях температуры в случае, когда отдельные компоненты подчиняются термоактивационному закону. Предложена физическая интерпретация полученных результатов в рамках модели двухуровневых систем.

1. Известно, что случайный процесс со спектром $1/f^\gamma$ (фликершум) может быть синтезирован как суперпозиция случайных процессов релаксационного типа [1, 2], обладающих широким набором характерных частот v , распределенных по определенному закону. В частности, для $\gamma=1$ необходимо иметь $W_v \propto 1/v$.

В [3] показана высокая эффективность аналогового моделирования спектра $1/f^\gamma$ конечным числом лоренцианов с регулярным расположением опорных частот v . В частности, при $\gamma=1$ максимальная неравномерность результирующего спектра $1/f$ не превышает 0,25 дБ при плотности опорных частот одна на декаду.

Уменьшение плотности опорных частот или нарушение регулярности в их расположении увеличивает неравномерность спектра либо полностью искажает его форму.

Задача выделения параметров лоренцевых спектров (характерных частот и интенсивностей) в результирующем спектре решалась, например, в [4] численными методами.

В настоящей работе исследовано влияние конечности числа релаксационных систем, формирующих низкочастотный спектр, на его форму. Задача решалась методами численного моделирования. Все полученные результаты носят весьма общий характер в силу универсальности рассматриваемой модели. Вместе с тем некоторые из выводов настоящей работы допускают ясную физическую интерпретацию, которая и приведена в заключительном разделе статьи.

К числу таких результатов относится температурная эволюция формы результирующего спектра при термоактивационном поведении отдельных лоренцевых компонент.

2. Рассмотрим структуру, содержащую конечное число релаксационных систем (РС). Физическая природа этих систем может быть различной [5].

С отдельной РС ассоциируется случайный процесс телеграфного типа и, соответственно, релаксационный (лоренцев) спектр:

$$S_k(f) = \frac{2D_k v_k}{\pi(v_k^2 + f^2)}, \quad f \geq 0, \quad (1)$$

где v_k — характерная (опорная) частота, D_k — дисперсия процесса.

Рассматривая ансамбль из N независимых РС с необходимым распределением характерных частот, получим

$$S(f) = \sum_{k=1}^N S_k(f) \propto 1/f^\gamma, \quad f_n < f < f_b. \quad (2)$$

При принятых ограничениях лоренцевы спектры, соответствующие отдельным слагаемым в (2), будут явно разрешены в результирующем спектре. Такая ситуация проиллюстрирована на рис. 1 в диапазоне десяти декад по частоте (двойной логарифмический масштаб, спектры для наглядности разделены путем вертикального смещения на 10 дБ). Использовались выборки из десяти случайных значений характерных частот с равномерным (на логарифмической шкале) распределением в диапазоне $10^{-6} \leq v_k \leq 10^4$ (Гц). Таким образом, плотность опорных частот на декаду равна единице. Для простоты принято, что дисперсии процессов переключения отдельных РС одинаковы: $D_k = D$, $k=1, 10$.

Сформированные спектры аппроксимировались в указанном диапазоне по методу наименьших квадратов зависимостью $G = 4Dc/f^\gamma$. Значения параметров аппроксимации c и γ для пяти спектров, изображенных на рис. 1, приведены в табл. 1. Там же указаны наибольшие отклонения Δ_{\max} аппроксимирующей функции G от спектра (2).

Очевидно, значения γ во всех случаях близки к единице, а максимальная неравномерность спектра превышает 5 дБ. Это существенно больше оценки $\Delta_{\max} \leq 0,25$ дБ, полученной в [3] для такой же плотности опорных частот, и связано с нерегулярностью их расположения на оси частот.

Таблица 1

Параметры аппроксимации спектров, изображенных на рис. 1, зависимостью $G = 4Dc/f^\gamma$ в диапазоне частот $10^{-6} \dots 10^4$ Гц

| № | γ | c , дБ | Δ_{\max} , дБ |
|---|----------|----------|----------------------|
| 1 | 0,961 | -61,241 | 5,102 |
| 2 | 1,009 | -61,191 | 9,473 |
| 3 | 0,949 | -61,170 | 4,822 |
| 4 | 1,019 | -60,957 | 3,821 |
| 5 | 0,907 | -61,440 | 3,451 |

Таблица 2

Результаты аппроксимации, усредненные по 100 спектрам вида (2), для различной плотности опорных частот

| h | $\langle \gamma \rangle$ | σ_γ | $\langle c \rangle$, дБ | σ_c , дБ | $\langle \Delta_{\max} \rangle$, дБ | $\sigma_{\Delta_{\max}}$, дБ |
|------|--------------------------|-----------------|--------------------------|-----------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| 0,5 | 1,032 | 0,246 | -61,407 | 1,052 | 7,671 | 2,445 |
| 1,0 | 1,011 | 0,084 | -61,020 | 0,358 | 5,142 | 1,851 |
| 1,5 | 1,002 | 0,070 | -60,846 | 0,290 | 3,812 | 1,813 |
| 2,0 | 1,016 | 0,048 | -60,698 | 0,210 | 3,004 | 1,322 |
| 3,0 | 1,002 | 0,038 | -60,507 | 0,169 | 2,503 | 1,127 |
| 5,0 | 1,001 | 0,029 | -60,275 | 0,129 | 1,711 | 0,809 |
| 10,0 | 1,000 | 0,020 | -60,028 | 0,089 | 1,229 | 0,516 |

Результаты аппроксимации, усредненные по 100 спектрам вида (2) (со случайными значениями v_k), приведены в табл. 2 для различной плотности h опорных частот на декаду. Там же указаны среднеквадра-

тические отклонения параметров аппроксимации от своих средних значений. На рис. 2 для сравнения приведены зависимости $\Delta_{\max}(h)$, рассчитанные для случаев равномерного (кривая 1) и рандомизированного (кривая 2) расположения опорных частот. Очевидно, неравномерность спектра, обусловленная случайным расположением опорных частот (кривая 2), сравнимо велика даже при достаточно высокой плотности опорных частот: $h=10$ на декаду.

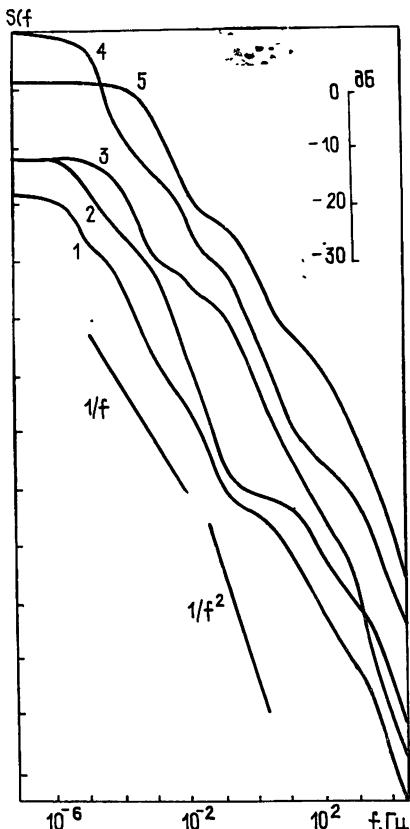


Рис. 1

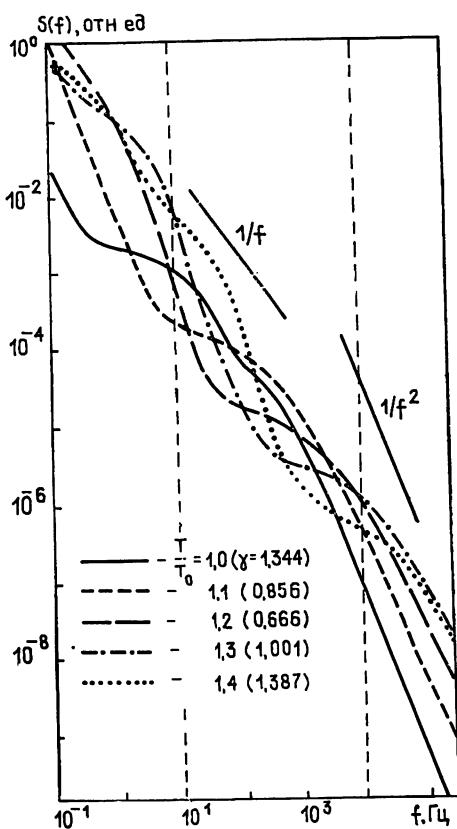


Рис. 3.

3. Предположим теперь, что отдельные компоненты в спектре (2) имеют термоактивационную природу:

$$v_k = v_0 \exp(-E_k/k_B T), \quad (3)$$

где E_k — энергия активации, k_B — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Требуемое распределение характерных частот получается, если распределение энергий активации слабо зависит от E в достаточно широком диапазоне $[E_1, E_2]$ [5].

Значения опорных частот при повышении температуры растут, согласно (3), по активационному закону. Релаксационный спектр (1), связанный с отдельной РС, становится шире и ниже (при сохранении дисперсии), а диапазон частот, где наблюдается фликкерный ход суммарного спектра, относительно сужается:

$$\ln(f_b/f_h) = (E_2 - E_1)/k_B T.$$

На рис. 3 проиллюстрирована возможная эволюция спектра (2) при повышении абсолютной температуры в 1,4 раза (например от комнатной до 120°C). Обычно наблюдение за спектром ведется в ограниченном диапазоне частот, например, как выделено на рис. 3, от $F_{\text{n}} = 10$ Гц и до $F_{\text{v}} = 10^4$ Гц. В этом случае могут быть зафиксированы существенные изменения среднего наклона спектра (в частности, как на рис. 3, сначала уменьшение γ от 1,34 до 0,67 и последующий рост до 1,39). Изменение спектральной плотности на отдельных частотах при этом достигает 12 дБ. Для другого набора опорных частот наблюдаемые изменения наклона и уровня спектра шумов при его температурной эволюции могут быть другими.

При высокой плотности опорных частот ($h \geq 5$ на декаду) изменение температуры слабо влияет на уровень спектра ($S(f) \propto T$, согласно [5]) при сохранении формы $1/f$. Основным эффектом является эволюция границ области фликерного хода спектра по активационному закону (3).

4. Принятое при формировании спектра (2) ограничение — равенство дисперсий отдельных слагаемых в (1) — не является принципиальным. В частности, величины D_k в (1) также могут принимать случайные значения, как независимые от v_k , так и коррелированные с ними. Когда корреляция отсутствует, случайность дисперсий не влияет на форму спектра (в среднем по ансамблю), но может привести к увеличению неравномерности спектра в конкретной реализации (при заданном наборе РС). В другом крайнем случае, $D_k = D(v_k)$, дисперсия зависит от величины характерной частоты, для получения спектра вида $1/v^\gamma$ необходимо, чтобы по закону $1/v^\gamma$ (при $f_n < v < f_v$) было распределено произведение $D_k v_k$ (см. также [6]).

Искажение спектра низкочастотных шумов в структурах со сравнительно большим числом РС может быть связано с неравномерностью распределения их энергий активации E . Например, возрастание доли систем со значениями энергий активации, близкими к середине интервала $[E_1, E_2]$, эквивалентно увеличению веса лоренцианов с опорными частотами, близкими к $v^* = v_0 \exp[-(E_1 + E_2)/2k_B T]$. Это может привести к смене наклона спектра при переходе через характерную частоту v^* от значений $\gamma < 1$ на более крутую зависимость с $\gamma > 1$ (см. подробнее [7]).

5. В физических моделях электрического шума данный подход впервые нашел применение в работе [8], объясняющей спектр $1/f$ в полупроводниках действием источников генерационно-рекомбинационных (ГР) шумов.

В последние годы математическая модель [1, 2] наполнилась новым физическим содержанием. В работах [5, 9, 10] высказана идея о связи фликерного шума в твердых телах с двухуровневыми системами (ДУС) (см. также [11]). Согласно этому подходу, в проводящих структурах существуют атомы (или дефекты), способные находиться в двух состояниях, разделенных энергетическим барьером. Переход между этими состояниями может сопровождаться скачкообразными изменениями электрофизических параметров атома (дефекта) — сечения рассеяния или зарядового состояния — и, таким образом, влиять на проводимость всего образца.

Физическая природа двухуровневых систем может быть различной [5, 9–11]: перескок основного атома из узла в междоузлие, переход точечного дефекта из одного междоузлия в другое и т. п.

С отдельной ДУС ассоциируется случайный процесс телеграфного типа, и, соответственно, релаксационный спектр ширины v_k . Механизмы переключения ДУС носят термоактивационный характер (диффузия, туннелирование) [10, 11], т. е. справедливо соотношение (3) для отдельных систем. Здесь параметры v_0 и E_k следует интерпретировать как среднюю частоту тепловых колебаний атома в решетке твердого тела и высоту потенциального барьера, разделяющего состояния ДУС.

Рассматривая ансамбль ДУС с необходимым распределением энергий активации E , приходим к описанной выше модели (1) и (3). В частности, при значении параметра $v_0 = 10^{12}$ Гц для получения фликерного спектра в диапазоне частот от $f_B = 10^4$ Гц до $f_H = 10^{-6}$ Гц необходимо иметь ДУС с энергиями от $E_1 = 0,42$ эВ до $E_2 = 1$ эВ при комнатной температуре.

Численные оценки подтверждают возможность экспериментального наблюдения токового шума, вызываемого спонтанными перемещениями дефектов в объеме твердых тел [9, 12, 13].

Реальная физическая ситуация в образцах малых (мезоскопических) размеров такова, что при небольшом числе ДУС в объеме их энергии активации (и соответствующие характерные частоты) распределены случайным образом; при этом отдельные релаксационные спектры явно разрешимы в эксперименте [14, 15].

Неравномерность спектра может быть также обусловлена вкладом генерационно-рекомбинационных шумов, особенно заметных в образцах с небольшой концентрацией носителей тока [16].

Для разделения лоренцевых спектров, связанных с переключением дефектов и с ГР-процессами, необходимо исследовать температурную зависимость в интенсивности отдельных компонент. Для ГР-процессов характерно наличие максимума, связанного с прохождением уровня Ферми через данный примесный уровень [16]; для ДУС указанная зависимость является монотонной. Именно этот последний случай рассмотрен нами выше.

Механизмы преобразования первичного источника шума во флуктуации проводимости образца (например модуляция подвижности носителей тока) также могут быть чувствительны к изменениям температуры (влиять на уровень спектра, но не на его форму) [17, 18], что должно приниматься во внимание при анализе экспериментальных данных.

Таким образом, искажения формы $1/f$ спектра низкочастотного шума, а также эффекты его сложной эволюции при изменении температуры образца находят объяснение в рамках модели двухуровневых систем и связаны со случайностью значений энергий активации в конкретном конечном наборе ДУС.

Неравномерность спектра (отклонения его формы от зависимости $1/f^n$) уменьшается с увеличением числа ДУС в образце, что эквивалентно «сглаживанию» распределения их энергий активации.

Авторы признательны М. Е. Герценштейну за конструктивные дискуссии по проблемам, затронутым в статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Du Pre F. K. // Phys. Rev. 1950. V. 78. P. 615.
2. Van der Ziel A. // Physica. 1950. V. 16. P. 359.
3. Saletti R. // Proc. IEEE. 1986. V. 74. P. 1595.
4. Copeland J. A. // Trans. IEEE. 1971. V. ED-18. P. 50.
5. Коган Ш. М. // УФН. 1985. Т. 145. С. 359.
6. Halford D. // Proc. IEEE. 1968. V. 56. P. 251.
7. Dutta P., Dimon P., Hogn P. M. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 646.
8. Mc Whorter A. L. In: Semiconductor Surface Physics / Ed. R. H. Kingston. — Philadelphia: Univ. Pennsylvania Press, 1957. P. 207.
9. Коган Ш. М., Нагаев К. Э. // ФТТ. 1982. Т. 24. С. 3381.
10. Kogan S. M., Nagaev K. E. // Solid-State Comm. 1984. V. 49. P. 387.
11. Black R. D., Restle P. J., Weissman M. B. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1476.
12. Feng S., Lee P. A., Stone A. D. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 1960, 2772(E); Ibid. 1987. V. 59. P. 1062.
13. Pelz J., Clarke J. // Phys. Rev. 1987. V. 36B. P. 4479; Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 1061.
14. Raiss K. S., Skopol W. J., Jackel L. D. et al. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 118.
15. Rogers C. T., Buhrman R. A. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1272.
16. Шоблицас З., Паленскис В. // Литовский физ. сб. 1985. Т. 25. С. 88.

17. Орлов В. Б., Якимов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 12. С. 1584; Physica. 1984. V. 125B. P. 314.
18. Орлов В. Б., Якимов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 10. С. 1255; Physica. 1989. V. 154B. P. 175.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
14 июля 1988 г.

THE 1/f SPECTRUM AS A SUM OF A FEW LORENTZIAN SPECTRA

V. B. Orlov, A. V. Yakimov

The noise having the 1/f spectrum is synthesized as a sum of few random processes with Lorentzian spectra having characteristic frequencies chaotically distributed within a broad range. The spectrum structure is studied numerically. It is shown that a chaotic set of characteristic frequencies gives a strong nonuniformity of the resultant spectrum up to the complete distortion of its shape. The nonuniformity of the spectrum may be reduced by increasing the number of relaxation components or by ordering the characteristic frequencies. The change in the spectrum shape due to the temperature variation is examined, when individual relaxation components demonstrate a thermoactive behaviour. The physical interpretation of the results obtained is suggested in terms of the model of two-level systems.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Хокинг С. Краткая история времени: От Большого Взрыва до черных дыр: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (III кв.). — 12 л.

Книга известного английского физика-теоретика дает изложение новых идей (в т. ч. самого автора) в теории гравитации и космологии. Открывается книга изложением истории возникновения научных представлений о строении Вселенной, а завершается рассмотрением проблемы стрелы времени и создания объединенной теории. В приложении даны три кратких портрета — Галилея, Ньютона, Эйнштейна — с акцентом на их человеческие качества и свойства характера. Книга написана без формул. Ее можно рассматривать как серьезный научный труд и как конспект блестящих популярных лекций.

Для студентов, аспирантов и научных работников — физиков и философов.

Эрнст Р., Боденхаузен Г., Вокаун А. ЯМР в одном и двух измерениях: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (II кв.). — 42 л.

Книга известных ученых из Швейцарии дает исчерпывающее изложение теории, экспериментальных методов и различных приложений импульсной ЯМР-спектроскопии (основное внимание удалено двумерной ЯМР-спектроскопии). В ней сравниваются и оцениваются достоинства и недостатки различных экспериментальных методов; обсуждаемые положения иллюстрируются на многочисленных примерах, конкретных системах, задачах. Книгу можно рассматривать как энциклопедию современной импульсной ЯМР-спектроскопии.

Для физиков, химиков, биофизиков, научных работников других специальностей, которые применяют или намереваются применять ЯМР для решения различных задач. Для студентов и аспирантов книга может послужить хорошим учебным пособием.

Виттеман В. CO₂-лазеры: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990 (I кв.). — 21 л.

Книга нидерландского автора посвящена газоразрядным CO₂-лазерам, нашедшим широкое применение в науке и технике. В ней подробно рассматриваются основные вопросы физики CO₂-лазеров, работающих как в непрерывном, так и в импульсном режимах, а также вопросы молекулярной физики, газовой кинетики, процессы возбуждения и релаксации и т. д., связанные с функционированием CO₂-лазеров. В книге дано большое количество численных значений физических постоянных. Кроме того, приведены точные спектроскопические данные по изотропам CO₂.

Для научных работников, инженеров и специалистов, интересующихся физикой и применениями CO₂-лазеров, а также аспирантов и студентов.

УДК 551.521 3:535 36

**ДИФФУЗИОННОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ
В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЕ С СИЛЬНО
ВЫТЕНУТОЙ ИНДИКАТРИСОЙ РАССЕЯНИЯ ПРИ НАКЛОНОМ
ПАДЕНИИ ШИРОКОГО ПУЧКА НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТЬ**

B. C. Ремизович, Ш. А. Шехмаметьев

В приближении Фоккера—Планка по углам исследована проблема распространения широкого стационарного потока излучения при наклонном падении на поверхность дисперсной, сильно поглощающей среды. Получены простые аналитические выражения для интенсивности излучения (фурье-образа функции взаимной когерентности) и других характеристик потока излучения.

1. Исследование прохождения некогерентного излучения естественного и искусственного происхождения в случайно-неоднородных средах с крупномасштабными рассеивающими центрами ($a \gg \bar{\lambda}$ ($\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$), a —размер рассеивающих центров, $\bar{\lambda}$ —длина волны излучения) представляет большой теоретический и практический интерес [1—4]. В последние годы был достигнут значительный прогресс в аналитическом описании этого процесса в рамках диффузационного приближения по углу рассеяния [5—9], когда угол однократного рассеяния мал ($\gamma \sim \bar{\lambda}/a \ll 1$), так что $(1 - \langle \cos \gamma \rangle) \ll 1$, а индикатриса рассеяния $\chi(\gamma)$ достаточно быстро убывает с увеличением угла рассеяния: $\chi(\gamma \gg \bar{\lambda}/a) \sim \gamma^{-(4+\delta)}$, где $\delta > 0$. Вопрос о применимости диффузационного приближения исследовался в работах [10, 11]. Было показано [3, 4, 6—9], что в условиях сильного поглощения

$$\kappa \gg D, \text{ т. е. } l_a \ll l_{\text{тр}} \quad (1)$$

(κ и D —коэффициенты истинного поглощения и угловой диффузии; $l_a = \kappa^{-1}$ и $l_{\text{тр}} = (2D)^{-1}$ —длина поглощения и транспортная длина упругого рассеяния соответственно), совместное действие поглощения и многократного рассеяния приводит к наличию ярко выраженного максимума интенсивности излучения не только на малых глубинах, но и в глубинном режиме, когда $z \gg \sqrt{l_a l_{\text{тр}}}$. Это имеет место как при нормальном ($\theta_0 = 0$) [6—8], так и при наклонном падении под углом $\theta_0 > 0$ к внутренней нормали поверхности среды [3, 6, 9]. Дисперсия углового распределения излучения в глубинном режиме впервые была получена в [12] и определяется выражением [3, 4, 6—9]*

$$\langle \theta^2 \rangle_\infty = 2\sqrt{2D/\kappa} = 2\sqrt{l_a/l_{\text{тр}}} \ll 1. \quad (2)$$

Однако если при нормальном падении значение наиболее вероятного полярного угла интенсивности излучения равно нулю на любой глубине z , то при наклонном падении величина этого угла изменяется с глубиной: $\theta_{\text{н.в.}} = \Psi(z; \theta_0)$. Это изменение происходит от начального значения $\Psi(z=0; \theta_0) = \theta_0$ на поверхности среды до зенитного положения в глубинном режиме $\Psi(z \rightarrow \infty; \theta_0) = 0$ (так называемый поворот тела яркости):

$$0 \leq \Psi(z; \theta_0) \leq \theta_0. \quad (3)$$

* Все описанное выше может иметь место, если, конечно, $\langle \theta^2 \rangle_\infty \gg (\bar{\lambda}/a)^2$,

Физически поворот тела яркости (скажем, при распространении светового излучения в мутных средах) происходит по той причине, что фотоны из-за многократного рассеяния достигают глубины z , проходя в среде путь разной длины, из-за его флюктуации за счет многократного упругого рассеяния. Те из них, которые относительно быстро «развернулись» и стали двигаться почти вдоль оси Z , проходят путь относительно меньшей длины и поглощаются с меньшей вероятностью. Они-то и дают основной вклад в интенсивность прошедшего излучения на больших глубинах, что и приводит к уменьшению угла, под которым наблюдается максимум интенсивности.

Таким образом, при наклонном падении величина наиболее вероятного угла направления распространения излучения $\Psi(z; \theta_0)$ a priori не известна и подлежит определению в процессе решения задачи. Именно это обстоятельство делает задачу о вычислении интенсивности излучения при наклонном падении существенно более сложной, чем при нормальном падении. Кроме того, при наклонном падении широкого пучка на поверхность среды интенсивность излучения на глубине z зависит не только от полярного угла θ (как при нормальном падении), но и от азимутального угла ϕ : $I = I(z; \theta; \phi)$.

2. Пусть на плоскую поверхность полубесконечной рассеивающей среды падает под углом θ_0 стационарный мононаправленный широкий поток излучения с интенсивностью I_0 . Направление падающего излучения параллельно плоскости XOZ , так что азимутальный угол падения $\varphi_0 = 0$ (см. рис. 1). Процесс распространения излучения в среде описывается уравнением переноса Больцмана. В диффузационном приближении по углам рассеяния θ и ϕ это уравнение имеет вид [3, 4, 8, 16, 17]

$$\cos \theta \frac{\partial I(z; \theta, \phi)}{\partial z} + \kappa I = D \Delta_{\theta, \phi} I(z; \theta, \phi), \quad (4)$$

где $\Delta_{\theta, \phi}$ — угловая часть оператора Лапласа. Если исключить из рассмотрения случай скользящего падения, считая, что $\pi/2 - \theta_0 \gg \sqrt{\langle \theta^2 \rangle_\infty}$, то отражением излучения можно пренебречь и записать граничное условие к уравнению (4) в виде

$$I(z=0; \theta, \phi) = I_0 \delta(\cos \theta - \cos \theta_0) \delta(\phi). \quad (5)$$

Как видно из (3), при углах падения $\theta_0 \sim 1$ рассеяние на больших глубинах носит существенно не малоугловой характер относительно первоначального направления падения пучка. Однако при выполнении условия (1), угловое распределение интенсивности имеет узкий максимум, ширина которого $\sim \langle \theta^2 \rangle_\infty$ независимо от угла падения θ_0 . Это обстоятельство позволяет существенно упростить уравнение переноса (4), записав его в локальной системе координат, полярная ось которой Z' на глубине z направлена вдоль направления максимума интенсивности излучения на этой глубине. Другими словами, эта система координат получается поворотом исходной системы вокруг оси OY на угол $\Psi(z; \theta_0)$. В локальной системе координат угловое распределение излучения характеризуется углами α и β , связанными с θ, ϕ и углом поворота $\Psi(z; \theta_0)$ обычными соотношениями

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin \theta \cos \phi \cos \Psi(z; \theta_0) - \cos \theta \sin \Psi(z; \theta_0), \\ \sin \beta &= \sin \theta \sin \phi, \end{aligned} \quad (6)$$

α — угол между направлением распространения излучения и плоскостью, проходящей через ось OY и вектор Ω_m , который направлен вдоль максимума потока на глубине z ; β — угол относительно плоскости XOZ (рис. 1).

Другими словами, углы α и β определяют направление распространения излучения относительно двух взаимно ортогональных плоско-

стей, линия пересечения которых направлена вдоль Ω_m . В случае нормального падения ($\Psi=0$; $\theta \ll 1$) $\alpha \approx \theta \cos \phi = \theta_x$, $\beta = \theta \sin \phi = \theta_y$, где θ_x, θ_y — углы относительно плоскостей $Y0Z$ и $X0Z$ соответственно [8]. Из симметрии задачи относительно плоскости $X0Z$ следует, что максимуму углового распределения соответствует значение азимутального угла $\phi=0$, т. е. $\beta=0$. Но в азимутальной плоскости $\sin \alpha = \sin [\theta - \Psi(z; \theta_0)]$. Поэтому для наиболее вероятного полярного угла $\theta_{\text{нв}} = \Psi(z; \theta_0)$ получаем, что $\alpha=0$. Таким образом, в новых угловых переменных максимуму интенсивности соответствуют значения $\alpha_{\text{нв}}=0$, $\beta_{\text{нв}}=0$. Основной смысл перехода в локальную систему координат состоит в том, что в переменных α и β рассеяние будет носить малоугловой характер. Это позволяет, как обычно, считать, что α и β изменяются в бесконечных пределах ($-\infty < \alpha, \beta < \infty$), а интенсивность излучения $I(z; \alpha, \beta)$ быстро уменьшается с увеличением этих углов. (Впервые идея перехода в локальную систему координат для описания распространения света была предложена и реализована для нахождения моментов распределения в [9].)

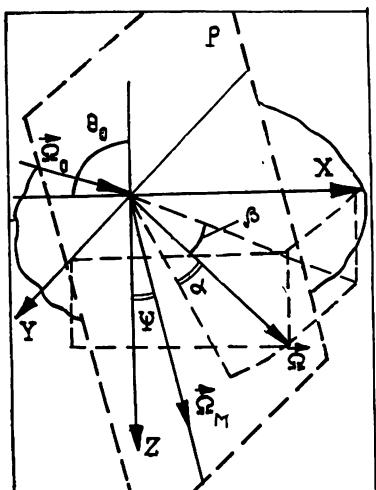


Рис. 1.

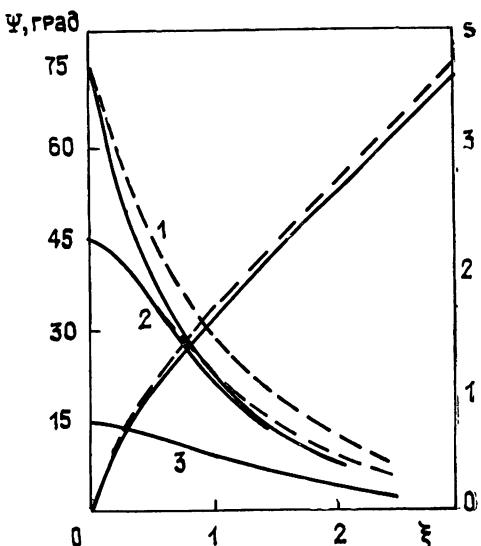


Рис. 2.

Рис. 1. Ω_0 — единичный вектор вдоль направления падающего потока, Ω — единичный вектор вдоль направления рассеянного потока, Ψ — полярный угол, под которым наблюдается максимум интенсивности на глубине z , P — плоскость, проходящая через ось Y , и вектор, направленный вдоль максимума интенсивности на глубине z , α — угол между вектором Ω и плоскостью P , β — угол между вектором Ω и плоскостью $X0Z$.

Рис. 2. Зависимость от приведенной глубины ξ угла поворота тела яркости Ψ и пути фотонов вдоль траектории максимума интенсивности s для различных углов падения: 1 — $\theta_0 = 75^\circ$; 2 — $\theta_0 = 45^\circ$, 3 — $\theta_0 = 15^\circ$.

Полагая в (6) $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \beta \approx \beta$, переходя в уравнении переноса (4), (5) от переменных z, θ, ϕ к новым переменным $z'=z$, α, β и выделяя (см. [7]) в интенсивности $I(z, \alpha, \beta)$ бугеровскую экспоненту, учитывающую поглощение излучения вдоль направления преимущественно распространения

$$I(z, \alpha, \beta) = \exp \left\{ -\kappa \int_0^z \frac{dz'}{\cos \Psi(z'; \theta_0)} \right\} \tilde{I}(z; \alpha, \beta), \quad (7)$$

для функции $\tilde{I}(z; \alpha, \beta)$ получаем следующее уравнение:

$$(1 - \alpha \operatorname{tg} \Psi) \cos \Psi(z) \frac{\partial \tilde{I}}{\partial z} + \kappa \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} + \alpha \operatorname{tg} \Psi(z) \right) \tilde{I} =$$

$$-(1-\alpha \operatorname{tg} \Psi) \cos \Psi(z) \frac{d\Psi(z)}{dz} \frac{\partial \tilde{I}}{\partial \alpha} = D \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) \tilde{I}(z; \alpha, \beta);$$

$$\tilde{I}(z=0; \alpha, \beta) = I_0 \delta(\alpha) \delta(\beta). \quad (9)$$

При получении (8) учтено, что $\cos \theta \approx \left(1 - \alpha \operatorname{tg} \Psi - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}\right) \cos \Psi(z)$, а производная по глубине $\partial/\partial z$ в уравнении (4) преобразуется по формуле

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} + \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \alpha} \cong \frac{\partial}{\partial z} - \frac{d\Psi}{dz} \frac{\partial}{\partial \alpha}.$$

(В левой части уравнения (3) работы [9] пропущен член, содержащий производную $d\Psi/dz$. Однако эта досадная опечатка не сказалась на последующих вычислениях.) Уравнение (8) с граничным условием (9) и будет предметом нашего дальнейшего исследования.

Как отмечалось выше, в окрестности максимума распределения излучения $|\alpha| \ll 1$. В то же время как при малых углах падения ($\theta_0 \ll 1$), так и в глубинном режиме ($\Psi \ll 1$) $\operatorname{tg} \Psi \ll 1$, следовательно, величина $\alpha \operatorname{tg} \Psi$ является фактически величиной второго порядка малости. Поэтому в дальнейшем мы еще более упростим уравнение (8), сохранив в его коэффициентах только первые неисчезающие слагаемые при разложении их в ряд по малым величинам α и β , т. е. положим

$$1 - \alpha \operatorname{tg} \Psi \simeq 1. \quad (10)$$

Обоснованность приближения (10) в первом слагаемом уравнения (8) физически связана с тем обстоятельством, что с самого начала предполагалось, что из-за наличия сильного поглощения ($\kappa \gg D$) отраженное излучение практически отсутствует. Поэтому коэффициент при производной $\partial I/\partial z$ должен всегда оставаться положительным ($\cos \theta > 0$).

В этом смысле приближение (10) в случае наклонного падения аналогично тому, что имело место при решении задачи о нормальном падении излучения на поверхность среды [6-8], где тоже полагалось $(1 - \theta^2/2) \partial \tilde{I}/\partial z \simeq \partial \tilde{I}/\partial z$.

Что касается третьего слагаемого в левой части уравнения (8), то сохранение в нем величины $\alpha \operatorname{tg} \Psi$ при углах падения $\theta_0 \sim 1$ и в небольшой промежуточной области глубин $z \sim \sqrt{l_a l_{tp}}$ (только при этом $\alpha \operatorname{tg} \Psi$ является величиной первого порядка малости) не меняет общего вида решения, а проявляется в основном лишь в асимметрии распределения по углам α и β , что подробно исследовано в заключительной части работы.

3. Приближение (10) радикально упрощает задачу и позволяет искать решение уравнения (8) в гауссовом виде, симметричном по угловым переменным α и β :

$$\tilde{I}(\xi; \alpha, \beta) = \frac{I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{sh} s(\xi)} \exp \left\{ -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{th} s(\xi)} \right\}. \quad (11)$$

Здесь $\xi = z \sqrt{2D\kappa} = z / \sqrt{l_a l_{tp}}$ — приведенная глубина, $\langle \theta^2 \rangle_\infty$ определяется формулой (2), а $s(\xi; \theta_0)$ — приведенный путь вдоль «траектории» распространения максимума излучения:

$$s(\xi; \theta_0) = \frac{1}{\sqrt{l_a l_{tp}}} \int_0^\xi \frac{dz'}{\cos \Psi(z'; \theta_0)} = \int_0^\xi \frac{d\xi'}{\cos \Psi(\xi'; \theta_0)}. \quad (12)$$

При нормальном падении $\Psi(\xi; 0) = 0$, и из (12) получаем, как и должно быть, что $s(\xi; \theta_0 = 0) = \xi$.

Из (11) непосредственно следует, что максимуму интенсивности излучения соответствуют значения $\alpha_n = 0$, $\beta_n = 0$. Поэтому для определения интенсивности по формулам (7), (11) необходимо рассчитать зависимости $\Psi(\xi; \theta_0)$ и $s(\xi; \theta_0)$ от приведенной глубины ξ .

Подставляя (11) в (8) с учетом условия (10) получим уравнение для угла Ψ как функции пути s : $d\Psi/ds = -\operatorname{tg} \Psi(s) \operatorname{th} s$. Решая это уравнение с дополнительным условием $\Psi(s=0; \theta_0) = \theta_0$, получим искомое уравнение, определяющее зависимость угла Ψ от глубины ξ и угла падения θ_0 как от параметра:

$$\sin \Psi(\xi; \theta_0) = \frac{\sin \theta_0}{\operatorname{ch} s(\xi; \theta_0)} = \frac{\sin \theta_0}{\operatorname{ch} \left\{ \int_0^\xi d\xi' / \cos \Psi(\xi'; \theta_0) \right\}}. \quad (13)$$

Из уравнения (13) сразу видно, что на поверхности среды ($\xi = 0$) $\Psi(\xi = 0; \theta_0) = \theta_0$. С увеличением глубины значение $\Psi(\xi)$ монотонно уменьшается ($\Psi(\xi; \theta_0) < \theta_0$), стремясь к своему пределу $\Psi = 0$ при $\xi \rightarrow \infty$. Нелинейное интегральное уравнение (13) простым преобразованием сводится к нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка:

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = -\operatorname{tg} \Psi \sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{tg} \Psi}{\operatorname{tg} \theta_0} \right)^2}, \quad \Psi(\xi = 0; \theta_0) = \theta_0. \quad (14)$$

Из (14) видно, что непосредственно у поверхности ($\xi \rightarrow 0$; $\Psi \rightarrow \theta_0$) значение производной $d\Psi/d\xi \rightarrow 0$. Поскольку уравнение (14) допускает разделение переменных, его решение не вызывает затруднений:

$$\begin{aligned} \xi &= \ln \left\{ \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\operatorname{tg} \Psi} + \sqrt{\left(\frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\operatorname{tg} \Psi} \right)^2 - 1} \right\} - \sin \theta_0 \ln \left\{ \frac{\cos \Psi}{\cos \theta_0} + \sqrt{\left(\frac{\cos \Psi}{\cos \theta_0} \right)^2 - 1} \right\} = \\ &= \operatorname{arsh} \left(\frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\operatorname{tg} \Psi} \right) - \sin \theta_0 \operatorname{arsh} \left(\frac{\cos \Psi}{\cos \theta_0} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Простое выражение (15) определяет в неявном виде зависимость угла Ψ от приведенной глубины $\xi = \sqrt{2D}\kappa$ и угла падения θ_0 . В области относительно малых и больших глубин из (15) можно получить зависимость $\Psi(\xi; \theta_0)$ в явном виде:

$$\Psi(\xi; \theta_0) \approx \begin{cases} \theta_0 - \frac{\sin \theta_0}{2 \cos^3 \theta_0} \xi^2 & (0 \leq \xi < 1) \\ 2 \operatorname{tg} \theta_0 \left(\frac{\cos \theta_0}{1 + \sin \theta_0} \right)^{\sin \theta_0} \exp(-\xi) & (\xi \gg 1) \end{cases}. \quad (16a)$$

$$2 \operatorname{tg} \theta_0 \left(\frac{\cos \theta_0}{1 + \sin \theta_0} \right)^{\sin \theta_0} \exp(-\xi) \quad (16b)$$

Таким образом, при $\xi \gg 1$ уменьшение величины Ψ происходит экспоненциальным образом: $\Psi \sim \exp(-\xi)$. Поэтому уже при $\xi \sim 4 \div 5$ положение максимума излучения отличается от зенитного менее чем на 1° . Интересно отметить, что при $\theta_0 = 45^\circ$ и $\theta_0 = 75^\circ$ величина предэкспоненциального множителя в (16б) равна 1,07 и 1,05 соответственно, т. е. практически не изменяется и для таких углов падения $\Psi(\xi \gg 1; \theta_0 \sim 1) \approx \sim e^{-\xi}$. Как показало исследование, асимптотическая формула (16б) отличается от значения $\Psi(\xi; \theta_0)$, рассчитанного по точной формуле (15) в пределах не более 10% уже в области глубин $\xi \geq 1.5$. Из (16а) видно, что на малых глубинах скорость изменения $d\Psi/d\xi = -\xi \sin \theta_0 / \cos^3 \theta_0$ возрастает с увеличением угла падения θ_0 , что впервые было отмечено в [9]. Графики зависимости $\Psi(\xi; \theta_0)$ для различных значений θ_0 пред-

ставлены на рис. 2. При малых углах падения $\theta_0 \ll 1$ из (15) следует известный результат Долина [6]:

$$\Psi(\xi; \theta_0 \ll 1) = \theta_0 / \operatorname{ch} \xi = \theta_0 / \operatorname{ch}(z\sqrt{2D\kappa}).$$

Чтобы получить зависимость s от ξ , подставим в (15) значение $\sin \Psi = \sin \theta_0 / \operatorname{ch} s$ (13). Тогда получим

$$\begin{aligned} \xi &= \ln \left\{ \frac{\operatorname{sh} s}{\cos \theta_0} + \sqrt{\left(\frac{\operatorname{sh} s}{\cos \theta_0} \right)^2 + 1} \right\} - \sin \theta_0 \ln \{ \lg \theta_0 \operatorname{th} s + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\lg \theta_0 \operatorname{th} s)^2 + 1} \} = \operatorname{arsh} \left(\frac{\operatorname{sh} s}{\cos \theta_0} \right) - \sin \theta_0 \operatorname{arsh} (\lg \theta_0 \operatorname{th} s). \end{aligned} \quad (17)$$

В области малых ($\xi \ll 1$) и больших глубин ($\xi \gg 1$) из (17) находим

$$s(\xi; \theta_0) \approx \begin{cases} \frac{\xi}{\cos \theta_0} \left\{ 1 - \frac{1}{6} \xi^2 \left(\frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\cos \theta_0} \right)^2 \right\} & (\xi \ll 1) \\ \xi + \ln \left\{ \cos \theta_0 \left(\frac{1 + \sin \theta_0}{\cos \theta_0} \right)^{\sin \theta_0} \right\} & (\xi \gg 1) \end{cases}. \quad (18)$$

Таким образом, на малых глубинах искривление «траектории» излучения мало. Оно распространяется почти по прямой под углом θ_0 к оси z (стандартное малоугловое приближение, когда не учитывается флуктуация длин путей из-за рассеяния). Наоборот, в глубинном режиме (с точностью до экспоненциально малых членов $\sim e^{-2\xi}$) путь линейно возрастает с глубиной, что отражает тот факт, что на таких глубинах излучение распространяется фактически вдоль оси z . Теперь, зная (в неявном виде) зависимость $s(\xi; \theta_0)$ (17), с учетом соотношений (11) и (12) из (7) получаем выражение для интенсивности излучения на глубине ξ :

$$I(\xi; \alpha, \beta) = \frac{I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{sh} s(\xi)} \exp \left\{ -\frac{1}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \left[2s + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\operatorname{th} s(\xi)} \right] \right\}. \quad (19)$$

Интересно отметить, что $\alpha^2 + \beta^2 = \zeta_{\text{рас}}^2$, где $\zeta_{\text{рас}}$ — угол между направлением распространения излучения Ω и направлением Ω_m , соответствующему максимуму интенсивности на глубине z : $\Omega_m = (\sin \Psi; 0; \cos \Psi)$ (это нетрудно показать из формул (6)). При нормальном падении ($\theta_0 = 0$) $\alpha^2 + \beta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2 = \theta^2$, $s(\xi) = \xi$ и выражение (19) переходит в известный результат [6–8].

Используя выражение (19), можно рассчитать полный поток излучения на глубине ξ :

$$I(\xi; \theta_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \cos \theta I(\xi; \theta; \varphi; \theta_0). \quad (20)$$

Переходя здесь от интегрирования по углам θ и φ к интегрированию по α и β и учитывая, что с точностью до членов четвертого порядка малости $\sin \theta d\theta d\varphi = \cos \alpha \cos \beta [\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta]^{-1/2} d\alpha d\beta \approx d\alpha d\beta$, а также полагая в (20) $\cos \theta \approx \cos \theta_{\text{вн}} = \cos \Psi(\xi)$, получим

$$E(\xi; \theta_0) \simeq I_0 \frac{\sqrt{\operatorname{ch}^2 s - \sin^2 \theta_0}}{\operatorname{ch}^2 s(\xi)} \exp \left\{ -\frac{2s(\xi)}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \right\}. \quad (21)$$

4. Простое выражение (19) определяет интенсивность на глубине ξ излучения, распространяющегося в направлении (α, β) . Чтобы получить выражение для интенсивности в обычных угловых переменных θ и φ , необходимо воспользоваться формулами (6). В результате получим

$$I(\xi; \theta; \varphi | \theta_0) = \frac{I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{sh} s} \exp \left\{ -\frac{1}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \left[2s + \right. \right.$$

$$+ \frac{\sin^2 \theta + \sin \Psi [\sin \Psi (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) - \cos \Psi \cos \varphi \sin 2\theta]}{\operatorname{th} s(\xi)} \Bigg] \Bigg\}. \quad (22)$$

Заметим, что

$$-2s/\langle \theta^2 \rangle_\infty = -\kappa \int_0^z \frac{dz'}{\cos \Psi(z')}. \quad (23)$$

Выражение (22) позволяет рассчитать интенсивность излучения в диффузионном приближении по углам рассеяния для произвольных значений θ и φ . При $\xi \gg 1$, когда $\Psi \rightarrow 0$, из (22) получаем

$$I(\xi \gg 1; \theta; \varphi) \simeq \frac{2I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty} \exp \left\{ -s \left(1 + \frac{2}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \right) \right\} \exp \left\{ -\frac{\sin^2 \theta}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \right\}. \quad (23)$$

Таким образом, как и должно быть, в глубинном режиме интенсивность излучения перестает зависеть от азимутального угла φ и происходит факторизация спектра [1]: выражение для $I(\xi; \theta)$ распадается на произведение двух функций, одна из которых зависит от глубины ξ , а другая от полярного угла θ .

Из-за малости величины $\langle \theta^2 \rangle_\infty = 2\sqrt{2D/\kappa} \ll 1$ интенсивность излучения в глубинном режиме сосредоточена в малой области углов $\theta_{\text{эфф}}^2 \leq \langle \theta^2 \rangle_\infty$, что соответствует исходному предположению о малости дисперсии углового распределения.

Общее выражение (22) весьма сложно зависит от углов θ и φ , которые, вообще говоря, не малы. В связи с этим представляет интерес отдельно рассмотреть зависимость интенсивности излучения от полярного угла θ в плоскости падения XOZ и ее зависимость от азимутального угла φ , когда наблюдение производится под углом $\theta = \theta_{\text{нв}} = \Psi(\xi)$.

а) В плоскости падения XOZ можно регистрировать как излучение, проекция волнового вектора которого на ось z положительна (что соответствует азимутальному углу $\varphi = 0$), так и излучение, проекция волнового вектора которого на ось z отрицательна. Этому случаю соответствует азимутальный угол $\varphi = \pi$. Угол β в обоих случаях равен нулю, а для α можно предложить следующую формулу: $\alpha = \sin [\theta - \Psi(\xi)]$, с учетом правила знаков: углу $\varphi = 0$ соответствуют $\theta \geq 0$, а углу $\varphi = \pi$ соответствуют $\theta < 0$ (см. (6)).

В этом случае из (22) находим

$$I(\xi; \theta; \theta_0) = \frac{I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{sh} s} \exp \left\{ -\frac{1}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \left[2s + \frac{\sin^2(\theta - \Psi(\xi))}{\operatorname{th} s} \right] \right\}. \quad (24)$$

Из (24) следует, что, как и должно быть, $\theta_{\text{нв}} = \Psi(\xi) \geq 0$. На рис. 3 представлены угловые спектры излучения в плоскости XOZ на разных глубинах. Угол падения $\theta_0 = 45^\circ$, $\langle \theta^2 \rangle_\infty = 0,2$. Кривая 1 соответствует $\xi = 0,3$; 2 — $\xi = 1,0$; 3 — $\xi = 3,0$.

б) При наблюдении под фиксированным углом $\theta = \Psi(\xi; \theta_0)$ выражение для интенсивности излучения как функция азимутального угла φ имеет вид

$$I(\xi; \theta = \Psi(\xi); \varphi; \theta_0) = \frac{I_0}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty \operatorname{sh} s(\xi)} \exp \left\{ -\frac{1}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \left[2s + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4 \sin^2 \Psi \sin^2(\varphi/2) (1 - \sin^2 \Psi \sin^2(\varphi/2))}{\operatorname{th} s(\xi)} \right] \right\}. \quad (25)$$

При нормальном падении ($\theta_0 = 0$) $\Psi = 0$, начальный азимутальный угол

не определен и выражение (25) для интенсивности вообще не зависит от угла ϕ .

Если угол падения θ_0 близок к нормальному $0 < \theta_0^2 \ll \langle \theta^2 \rangle_\infty$, то хотя на границе при $\xi=0, \phi=0$, но уже на малых глубинах $\xi \geq \theta_0^2 / \langle \theta^2 \rangle_\infty$ происходит изотропизация излучения по азимутальному углу ϕ .

Если угол падения $\theta_0^2 \geq \langle \theta^2 \rangle_\infty$, то изотропизация по азимуту наступает только на достаточно больших глубинах, когда $\Psi \rightarrow 0$. В области глубин таких, что $\Psi(\xi) \sim 1$, угол $\phi \ll 1$.

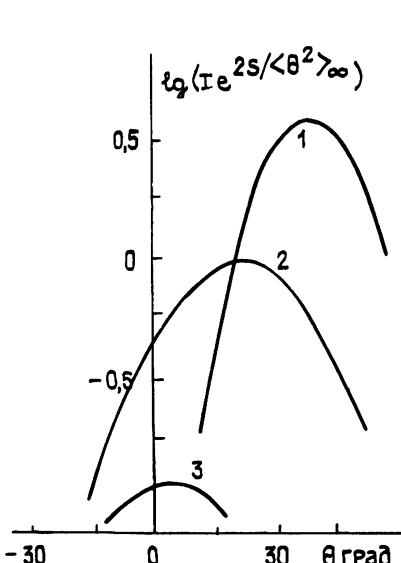


Рис. 3.

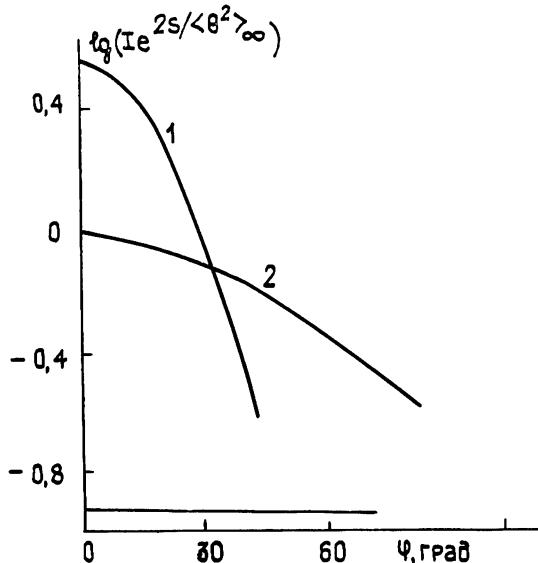


Рис. 4.

Рис. 3. Вид угловых спектров интенсивности на различных глубинах в плоскости $\phi=0$.
Рис. 4. Азимутальная зависимость интенсивности на различных глубинах при наблюдении под полярным углом Ψ , что соответствует максимуму интенсивности в плоскости $\phi=0$.

На рис. 4 представлены графики углового распределения по азимутальному углу ϕ на разных глубинах. Угол падения $\theta_0=45^\circ$, $\langle \theta^2 \rangle_\infty = 0,2$. Кривая 1 соответствует $\xi=0,3$; 2 — $\xi=1,0$; 3 — $\xi=3,0$.

5. Наличие простого выражения для интенсивности излучения позволяет получать различные средние характеристики потока излучения, например, среднего косинуса полярного угла на глубине ξ :

$$\begin{aligned} \langle \cos \theta \rangle_\xi &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\beta \cos^2 \theta I(\alpha, \beta; \xi) \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\beta \cos \theta I(\xi; \alpha, \beta) \right)^{-1} \simeq \\ &\simeq \cos \Psi(\xi; \theta_0) \left[1 - \frac{\langle \theta^2 \rangle_\infty}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 \Psi) \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \Psi}{\sin^2 \theta_0}} \right]. \end{aligned}$$

График зависимости $\langle \cos \theta \rangle_\xi$ от приведенной глубины ξ представлен на рис. 5. Кривая 1 соответствует $\theta_0=0$; 2 — $\theta_0=30^\circ$; 3 — $\theta_0=45^\circ$; 4 — $\theta_0=60^\circ$ ($\langle \theta^2 \rangle_\infty = 0,2$). Прежде всего отметим, что вне зависимости от угла падения θ_0 при $\xi \gg 1$ $\langle \cos \theta \rangle_\xi \cong 1 - 0,5 \langle \theta^2 \rangle_\infty$. При этом если угол падения $\theta_0^2 \leq 0,5 \langle \theta^2 \rangle_\infty$, то $\langle \cos \theta \rangle_\xi$ монотонно убывает: если $\theta_0 \geq 45^\circ$ — монотонно возрастает, а если $45^\circ > \theta_0 > \sqrt{0,5 \langle \theta^2 \rangle_\infty}$, средний косинус имеет минимум, положение которого с ростом угла падения смещается в область малых глубин. Интересно отметить, что характер поведения $\langle \cos \theta \rangle_\xi$ с глубиной качественно хорошо совпадает с резуль-

татами измерений среднего косинуса полярного угла при распространении света в морской воде [3].

6. В заключение сравним полученные аналитические результаты с расчетами других авторов.

Если в левой части уравнения (8) сохранить член $\alpha \operatorname{tg} \Psi(\xi)$ в коэффициенте при $d\Psi/dz$, а в коэффициенте при производной по глубине dI/dz по-прежнему им пренебречь (как это сделано в работе [9]), то интенсивность излучения тоже можно искать в гауссовом виде по угловым переменным α и β , но с различными дисперсиями [9]:

$$I(\xi; \alpha; \beta) = \frac{P(s)}{\pi \langle \theta^2 \rangle_\infty A(s) B(s)} \exp \left\{ -\frac{1}{\langle \theta^2 \rangle_\infty} \left[2s + \frac{\alpha^2}{A(s)} + \frac{\beta^2}{B(s)} \right] \right\}. \quad (26)$$

Система уравнений для функций $P(s)$, $A(s)$, $B(s)$ и наиболее вероятного угла $\Psi(s)$ в наших обозначениях будет теперь иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dA}{ds} + [1+2 \operatorname{tg}^2 \Psi] A^2 &= 1, & A(s=0) &= 0, \\ \frac{dB}{ds} + B^2 &= 1, & B(s=0) &= 0, \\ \frac{d\Psi}{ds} + A(s) \operatorname{tg} \Psi &= 0, & \Psi(s=0) &= \theta_0, \\ \frac{2}{P} \frac{dP}{ds} &= -[(1+2 \operatorname{tg}^2 \Psi) A(s) + B(s)], & P(s=0) &= I_0. \end{aligned} \quad (27)$$

Все полученные выше результаты следуют из (27), если положить $1+2 \operatorname{tg}^2 \Psi \approx 1$. Если не делать этого приближения, то систему уравнений (27) удается решить только в квадратурах [9]. Полученное таким образом решение является несколько более точным в промежуточной области глубин $\xi \sim 1$, но значительно более сложным. Так, например, из системы уравнений (27) получается следующее выражение, описывающее зависимость угла Ψ , соответствующего максимуму интенсивности от глубины:

$$\xi = \frac{1}{2} \int_{\sin^2 \theta_0}^1 \frac{dx}{x} \frac{(1-x \sin^2 \theta_0)^{3/2}}{\sqrt{(1-x)(1+x \sin^4 \theta_0) + 2x \sin^2 \theta_0 \ln x}}.$$

Однако, как это видно из рис. 2, на котором сплошными кривыми показаны зависимости $\Psi(\xi)$, для разных углов падения рассчитанные по формуле (15), а прерывистыми—поворот тела яркости согласно данным работы [9], для углов падения $\theta_0 \leqslant 45^\circ$ отличие не превышает 20% в области $\xi \sim 1 \div 2$ и быстро уменьшается с ростом глубины. Отличие в величине $s(\xi)$, приведенной на том же рисунке для $\theta_0 = 75^\circ$, еще меньше.

Что касается дисперсий распределения по угловым переменным α и β , то они теперь оказываются различными. Если, как и прежде, $B(s) = \operatorname{th} s$, то для нахождения $A(s)$ воспользуемся теорией возмущений, полагая $A(s) = B(s) + \Delta(s)$, где $\Delta(s) \ll B(s)$. Для поправки $\Delta(s)$ получим уравнение

$$\frac{d\Delta}{ds} + 2\Delta \operatorname{th} s + 2 \left(\frac{d\Psi}{ds} \right)^2 = 0, \quad \Delta(s=0) = 0. \quad (28)$$

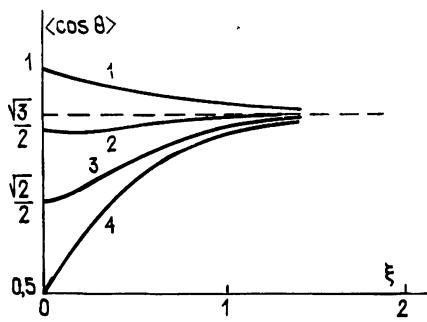


Рис. 5.

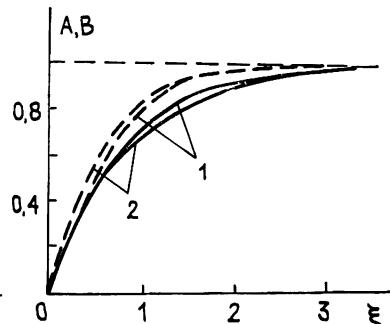


Рис. 6.

Рис. 5. Средний косинус полярного угла излучения как функция глубины при $\langle \theta^2 \rangle_\infty = 0,2$ для различных углов падения:
1— $\theta_0=0$, 2— $\theta_0=30^\circ$; 3— $\theta_0=45^\circ$; 4— $\theta_0=60^\circ$.

Рис. 6. Дисперсия углового распределения $A(\xi)$ — сплошные кривые и $B(\xi)$ — пунктирные кривые как функции приведенной глубины ξ для различных углов падения:
1— $\theta_0=30^\circ$, 2— $\theta_0=45^\circ$.

Для нахождения $d\Psi/ds$ воспользуемся прежним соотношением $\sin \Psi = \sin \theta_0 / \operatorname{ch} s$. После этого уравнение (28) легко решается, и для $A(s)$ получаем следующее выражение:

$$A(s) \simeq \operatorname{th} s - \frac{2 \sin^2 \theta_0}{\operatorname{ch}^2 s} \left[s - \frac{\operatorname{arctg} (\operatorname{tg} \theta_0 \operatorname{th} s)}{\operatorname{tg} \theta_0} \right]. \quad (29)$$

Проанализируем полученный результат. Прежде всего видим, что $A(s) < B(s)$, т. е. разброс по углу α всегда меньше, чем по углу β . При малых углах падения $\theta_0 \ll 1$ из (29) получаем

$$A(s) \simeq \operatorname{th} s - \frac{2 \theta_0^2}{\operatorname{ch}^2 s} (s - \operatorname{th} s), \quad (30)$$

что в точности совпадает с результатом работы [9]. Отличие дисперсий $A(s)$ и $B(s)$ незначительно, как в области малых, так и больших глубин:

$$\Delta(s) \simeq \begin{cases} -(2/3) \operatorname{tg}^2 \theta_0 s^3, & s \ll 1 \\ -8 \sin^2 \theta_0 e^{-2s} (s - \theta_0 / \operatorname{tg} \theta_0), & s \gg 1 \end{cases}.$$

Графики зависимости $A(s)$ и $B(s)$ для углов падения $\theta_0 = 30^\circ$ (1) и $\theta_0 = 45^\circ$ (2) приведены на рис. 6. Видно, что наиболее сильно значения $A(s)$ и $B(s)$ отличаются в области глубин $\xi / \cos \theta_0 \sim 1$, причем и в этой области глубин отличие не превышает 20—30% даже для углов падения $\theta_0 \sim 1$.

Еще раз отметим, что в данной работе решена задача о наклонном падении излучения для таких углов падения θ_0 , что $\pi/2 - \theta_0 \gg \sqrt{\langle \theta^2 \rangle_\infty}$, когда отраженным излучением можно пренебречь. В случае скользящих углов падения $\pi/2 - \theta_0 \ll 1$ отражение становится существенным. Спектр отраженного излучения от полубесконечной среды рассчитан в [13—15], а от консервативного рассеивателя конечной толщины в [5, 15].

Авторы выражают признательность Д. Б. Рогозкину за полезные обсуждения, способствовавшие более глубокому пониманию рассмотренных вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

- Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. — М.: Наука, 1972.
- Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. — М.: Мир, 1981.

3. Оптика океана. Т. 1. Физическая оптика океана. — М.: Наука, 1983.
4. Зеге Э. П., Иванов А. П., Кацев И. Л. Перенос изображения в рассеивающей среде. — Минск: Наука и техника, 1985.
5. Кузовлев А. И., Ремизович В. С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1984. Т. 20. № 10. С. 929.
6. Долин Л. С. // ДАН СССР. 1981. Т. 260. № 6. С. 1344.
7. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1982. Т. 18. № 6. С. 623.
8. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 8. С. 891.
9. Зеге Э. П., Полонский И. Н., Чайковская Л. И. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 5. С. 486.
10. Рогозкин Д. Б. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1987. Т. 23. № 4. С. 366.
11. Ремизович В. С. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 2(8). С. 506.
12. Долин Л. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9. № 1. С. 61.
13. Ремизович В. С., Рязанов М. И., Тилинин И. С. // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1981. Т. 17. № 8. С. 880.
14. Ремизович В. С., Рязанов М. И., Тилинин И. С. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. Вып. 2. С. 448.
15. Кузовлев А. И., Ремизович В. С. Препринт МИФИ. 038—86. М., 1986.
16. Калашников Н. П., Ремизович В. С., Рязанов М. И. Столкновения быстрых заряженных частиц в твердых телах. — М.: Атомиздат, 1980
17. Ремизович В. С., Рогозкин Д. Б., Рязанов М. И. Флуктуации пробегов заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 1988.

Московский инженерно-физический
институт

Поступила в редакцию
25 июля 1988 г.

DIFFUSIVE PROPAGATION OF RADIATION IN ABSORBING MEDIUM IN THE CASE OF SLANT INCIDENCE OF A WIDE BEAM

V. S. Remizovich, Sh. A. Shekhmamet'ev

The problem of propagation of a wide stationary beam of radiation is considered under the Fokker—Plank approximation. A simple analytical expression for the intensity and other characteristics of radiation have been derived. The solution is analysed in detail and compared with previously obtained results.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Боум А. Квантовая механика: Пер с англ. — М.: Мир, 1990. (I кв.).—43 л.

В книге автора из США удачно сочетается строгость изложения математических основ квантовой механики с подробным и глубоким обсуждением и физических аспектов теории, включая вопросы теории, измерений и обсуждение ключевых экспериментов. Во многих случаях дается сравнение результатов квантово-механических расчетов с экспериментальными данными. В книге также подробно изложен ряд вопросов, которым в прежних руководствах не уделялось должного внимания (квантовое описание физики резонансов, распад метастабильных объектов и т. д.). Может служить учебным пособием.

Для студентов и аспирантов, изучающих квантовую механику, преподавателей, а также научных работников, нуждающихся в современном, сбалансированном и полезном руководстве по квантовой механике.

Кейн Г. Современная физика элементарных частиц: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. (III кв.).—23 л.

В книге американского физика излагается современная теория сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий. Книга отличается удачным подбором материала, логической последовательностью его изложения, ориентированностью на будущие эксперименты по физике высоких энергий, наличием интересных и оригинальных задач, рекомендаций по более глубокому изучению материала, а также замечаний исторического, педагогического или технического характера. Может служить учебным пособием.

Для студентов и аспирантов, а также специалистов, работающих в области физики элементарных частиц и квантовой теории поля.

УДК 538.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СИНТЕЗА

Г. А. Ерохин

Рассмотрена задача синтеза замкнутой поверхности с импедансными граничными условиями, облучаемой сосредоточенным источником. Рассеянное поле представляется в виде, соответствующем системе фиктивных источников—изображений. Показано, что при произвольном задании фиктивных источников решения задачи может не существовать, поэтому в общем случае необходимо введение дополнительного рассеянного поля. Структура этого поля может быть выбрана так, что обеспечивается равномерное приближение к заданному полю

Известно, что введение изображений позволяет просто и наглядно учесть влияние граничной поверхности на излучение источников. Метод изображений заключается в отыскании параметров фиктивных источников, удовлетворяющих граничным условиям на поверхности тела заданной геометрии [1]. Используя понятие изображений, можно рассмотреть обратную задачу, заключающуюся в определении граничной поверхности при заданной структуре фиктивных источников.

Решение подобной задачи может быть сведено к нахождению граничных условий при заданных требованиях к форме поверхности S или определению формы S при заданном характере граничных условий. В обоих случаях граничные условия должны удовлетворять требованиям, предъявляемым теоремой единственности. Ниже рассматривается метод нахождения формы поверхности S в случае, когда поверхность характеризуется реактивным поверхностным импедансом. Отметим, что подобная задача для бесконечной реактивной поверхности была исследована в [2]. В настоящей работе получено решение для замкнутой области, возбуждаемой сосредоточенным источником.

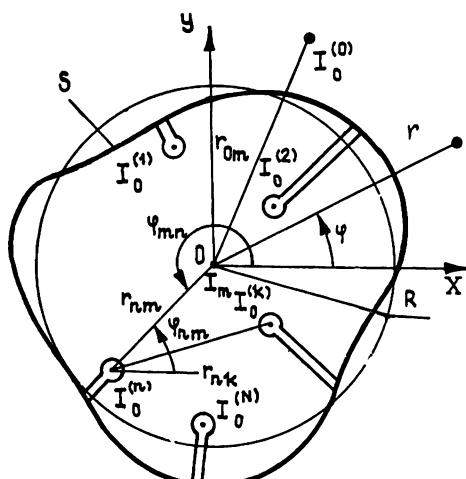


Рис. 1.

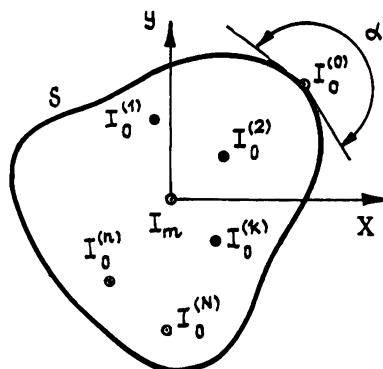


Рис. 2.

Ограничимся для простоты рассмотрением двумерной задачи, однородной вдоль оси z . Источники типа «монополи» (как реальный, так

и фиктивные) будем рассматривать в виде нитей тока, протяженных вдоль оси z . Пусть фиктивные источники размещены в пределах области радиусом R (рис. 1). Реальный источник находится вне этой области. Ток в реальном источнике обозначим $i_0^{(0)}$, токи фиктивных источников $i_0^{(n)}$ ($n=1, 2, \dots, N$). Считаем, что координаты расположения фиктивных источников и токи таковы, что полное поле системы (с учетом реального источника) соответствует заданному полю $u_{\text{зад}}$ (или заданной диаграмме направленности). При решении этой части задачи могут быть использованы известные соотношения теории синтеза антенных решеток.

Полное поле системы источников можно представить в виде

$$u_{\text{зад}} = q \sum_{n=0}^N i_0^{(n)} H_0^{(2)}(kr_n), \quad (1)$$

где $H_0^{(2)}(kr)$ — функция Ханкеля второго рода, $k=2\pi/\lambda$, $r_n = \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}$; x_n, y_n — координаты источников, q — коэффициент пропорциональности, определяемый структурой возбуждаемых волн, $i_0^{(n)} = I_0^{(n)} \exp(i\psi_n)$. Для электрических токов (волны типа TM относительно оси z) под u следует понимать составляющую поля E_z , для магнитных токов (волны типа TE) — H_z .

Задача состоит в том, чтобы отыскать замкнутую поверхность S , непрозрачную для поля и охватывающую все фиктивные источники $i_0^{(n)}$, которая совместно с реальным источником воспроизводит поле (1). Естественно, что поле (1), как и в задачах анализа, связанных с методом изображений, имеет физический смысл только вне S . Внутри S поле отсутствует, однако выражение (1) при этом имеет смысл аналитического продолжения поля внутрь рассеивающего тела.

При известной структуре поля (1) расчет формы поверхности S можно провести, используя соотношения работы [2], путем исследования линий среднего значения вектора Пойнтинга, т. е. вектора $\text{Re}\Pi$. Если обозначить нормаль к S через n_0 , то форму S следует выбрать так, чтобы в каждой точке $\text{Re}\Pi$ был направлен по касательной к S , т. е. из условия $\text{Re}\Pi \cdot n_0 = 0$. Расчет требуемого закона распределения поверхностного импеданса X сводится к отысканию касательных к S компонент электрического и магнитного полей и нахождению их отношения.

Рассмотрим дополнительные требования, предъявляемые к структуре фиктивных источников. Учитывая реактивный характер поверхности S , поле фиктивных источников должно удовлетворять условию энергетического баланса

$$\oint_S \text{Re}\Pi ds = 0, \quad (2)$$

где

$$\text{Re}\Pi = \frac{1}{8q} \text{Im} \{ \vec{u} \vec{\text{grad}} u \}, \quad q = \begin{cases} -\omega\epsilon/4 & \text{для TE-волн} \\ -\omega\mu/4 & \text{для TM-волн} \end{cases}.$$

Интеграл в (2) вычисляется на единицу длины вдоль оси z . Поскольку выражение для поля (1) имеет смысл и внутри S , можно, деформируя путь интегрирования так, как изображено на рис. 1, выделить излучение фиктивных источников. При этом формула (2) может быть преобразована к виду

$$\sum_{n=1}^N \sum_{k=0}^N P_{nk} = 0, \quad (3)$$

где P_{nn} — собственная мощность источников, P_{nk} — мощность взаимодействия источников ($n \neq k$).

Если реальный источник расположён непосредственно на поверхности S (для магнитного тока это соответствует наиболее распространенному на практике щелевому излучателю), соотношение (2) следует изменить, учитывая, что мощность, развивающаяся реальным источником, поступает в окружающее пространство только в пределах угла α (рис. 2). Остальная часть мощности реального источника поступает внутрь поверхности и поглощается фиктивными источниками. Соответственно этому соотношение (3) следует заменить следующим выражением:

$$P'_0 = - \sum_{n=1}^N \sum_{k=0}^N P_{nk}, \quad (4)$$

где P'_0 — мощность, излучаемая реальным источником (с учетом влияния фиктивных источников) в пределах угла $(2\pi - \alpha)$. Величина P'_0 связана с полной мощностью излучения реального источника соотношением

$$P'_0 = \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) \sum_{n=0}^N P_{0n}.$$

Угол α определяется конфигурацией поверхности S вблизи реального источника, и, поскольку форма S подлежит определению, величина этого угла должна задаваться заранее, исходя из конструктивных соображений, связанных с размещением реального источника. Разумеется, что все энергетические процессы внутри S , как и сами источники в этой области, являются фиктивными.

Таким образом, первое дополнительное требование к структуре фиктивных источников заключается в выполнении условий баланса (3) или (4).

Второе дополнительное требование связано с тем, что поставленная задача имеет решение только в том случае, если существуют замкнутые линии вектора $\text{Re } \Pi$, охватывающие все фиктивные источники и определяющие форму поверхности S . Отметим, что условия (3) или (4) являются необходимыми, но недостаточными для замкнутости линий $\text{Re } \Pi$ [3].

Очевидно, что для произвольно заданных фиктивных источников указанные требования могут не выполняться. Однако задача может быть решена и в этом случае, если несколько изменить структуру полного поля, т. е. представить его в виде

$$u = u_{\text{зад}} + u_{\text{доп}}. \quad (5)$$

Определение дополнительного поля $u_{\text{доп}}$, обеспечивающего выполнение для поля (5) условий энергетического баланса (3) или (4) и условия замкнутости при минимальном искажении требуемой структуры поля в дальней зоне, и составляет одну из основных трудностей при решении поставленной задачи.

Используя концепцию фиктивных источников, можно считать, что поле $u_{\text{доп}}$ также создается некоторым фиктивным источником, который в дальнейшем будем называть дополнительным.

Очевидно, что для соответствующего изменения энергетических соотношений поле $u_{\text{доп}}$ должно быть достаточно интенсивным в области $r \leq r_{\max}$, где r_{\max} определяется максимальным расстоянием между дополнительным и остальными источниками. В то же время для выполнения условия малого искажения требуемой структуры поля в дальней зоне необходимо, чтобы величина $|u_{\text{доп}}|$ с ростом r падала быстрее, чем $|u_{\text{зад}}|$, т. е. поле дополнительного источника должно обладать большей степенью реактивности по сравнению с $u_{\text{зад}}$. Такими свойствами обладают источники типа «мультиполи», поле которых тем сильнее сконцентрировано вблизи источника, чем выше порядок «мультиполя» [3].

Рассмотрим дополнительный фиктивный источник в виде «Мульти поля» порядка $m > 0$, помещенного в начало координат. Поле этого источника запишем в виде

$$u_{\text{доп}} = q \dot{I}_m H_m^{(2)}(kr) e^{im\varphi}, \quad (6)$$

где $\dot{I}_m = I_m \exp(i\psi_m)$. Заметим, что источником, формирующим поле (6), может служить трубка тока (с амплитудой I_m), направленная вдоль оси z .

При наличии (6) погрешность формирования поля (1) в дальней зоне будет определяться величиной I_m , причем Δ — максимальное уклонение результирующего поля от (1) — не превышает qI_m . Предположим, что требуемая величина погрешности Δ , а стало быть и величина I_m , известна. Покажем, что при этом всегда можно так выбрать порядок m и начальную фазу ψ_m , чтобы обеспечить решение задачи. Для этого перейдем к рассмотрению энергетических соотношений.

Если реальный источник расположен вне S , то при наличии дополнительного поля следует вместо (3) использовать соотношение, учитывающее взаимодействие дополнительного и остальных источников и собственную мощность дополнительного источника

$$\sum_{n=1}^N \sum_{k=0}^N P_{nk} + \sum_{n=1}^N P_{nm} + P_m = 0, \quad (7)$$

где $P_m = P_{mm} + \sum_{n=0}^N P_{mn}$, P_{mm} — собственная мощность дополнительного источника, P_{nm} и P_{mn} — мощности взаимодействия дополнительного и остальных источников.

Соответствующие выражения для мощностей можно получить методом, аналогичным методу наведенных эдс. Для собственных мощностей формулы принимают вид

$$P_{nn} = -\frac{q}{2} (J_0^{(n)})^2, \quad P_{mm} = -\frac{q}{2} J_m^2. \quad (8)$$

Расчет взаимных мощностей требует использования формул сложения для цилиндрических функций [4]. Рассмотрим, например, мощность взаимодействия n -го фиктивного источника с дополнительным источником

$$P_{nm} = \oint_{S_n} \operatorname{Re} \Pi dS_n,$$

где S_n — замкнутая поверхность, окружающая n -й источник. Считая, что ток $J_0^{(n)}$ течет по трубке радиусом a , и стягивая S_n к поверхности трубы, получим

$$P_{nm} = \frac{a}{2} \operatorname{Re} \int_0^{2\pi} j^{(n)} u d\varphi_n,$$

где $j^{(n)} = \dot{I}_0^{(n)} / 2\pi a$ — плотность тока n -го источника,

$$u = q \dot{I}_0^{(n)} H_0^{(2)}(kr_n) + q \dot{I}_m H_m^{(2)}(kr_m) e^{im\varphi}.$$

Используя формулы сложения, последнее соотношение можно записать в системе координат n -го источника (при $r_n < r_{nm}$) :

$$u = q \dot{I}_0^{(n)} H_0^{(2)}(kr_n) + q \dot{I}_m \sum_{j=-\infty}^{\infty} H_{m-j}^{(2)}(kr_{nm}) J_j(kr_n) \times \\ \times \exp[i(m-j)\varphi_{mn}] \exp(ij\varphi_n)$$

Здесь (r_n, φ_n) — цилиндрические координаты, связанные с n -м источником. Учитывая свойство ортогональности азимутальных гармоник, во втором слагаемом достаточно оставить член с $j=0$. Окончательно получим

$$P_{nm} = -\frac{q}{2} I_0^{(n)} I_m \{ \cos(\psi_m - \psi_n + m\varphi_{mn}) J_m(kr_{nm}) + \\ + \sin(\psi_m - \psi_n + m\varphi_{mn}) N_m(kr_{nm}) \}. \quad (9)$$

Аналогично выводятся формулы для мощностей P_{nk} и P_{mn} , которые имеют вид

$$P_{nk} = -\frac{q}{2} I_0^{(n)} I_0^{(k)} \{ \cos(\psi_k - \psi_n) J_0(kr_{nk}) + \\ + \sin(\psi_k - \psi_n) N_0(kr_{nk}) \}; \quad (10)$$

$$P_{mn} = -\frac{q}{2} I_m I_0^{(n)} \{ \cos(\psi_n - \psi_m - m\varphi_{nm}) J_m(kr_{nm}) + \\ + \sin(\psi_n - \psi_m - m\varphi_{nm}) N_m(kr_{nm}) \} (-1)^m. \quad (11)$$

Смысл обозначений φ_{nm} , r_{nm} , φ_{mn} , r_{nk} ясен из рис. 1. Подставляя (8)–(11) в (7), получим уравнение, связывающее параметры дополнительного поля I_m , ψ_m и m , в виде

$$I_m^2 + pI_m + t = 0, \quad (12)$$

где

$$p = I_0^{(0)} [\cos(\psi_m - \psi_0 + m\varphi_{0m}) J_m(kr_{0m}) - \sin(\psi_m - \psi_0 + m\varphi_{0m}) \times \\ \times N_m(kr_{0m})] + 2 \sum_{n=1}^N I_0^{(n)} \cos(\psi_m - \psi_n + m\varphi_{mn}) J_m(kr_{nm}); \quad (13)$$

$$t = \sum_{n=1}^N \sum_{k=0}^N I_0^{(n)} I_0^{(k)} \cos(\psi_k - \psi_n) J_0(kr_{nk}) + \\ + \sum_{n=1}^N I_0^{(0)} I_0^{(n)} \sin(\psi_0 - \psi_n) N_0(kr_{n0}). \quad (14)$$

Заметим, что от параметров дополнительного поля зависит только коэффициент p . При заданной величине погрешности Δ этот коэффициент, как следует из (12), должен быть равен

$$p = -(t/I_m + I_m). \quad (15)$$

Естественно, нас интересует случай малых значений $I_m = \Delta/q$, при которых величина $|p|$ будет достаточно большой. Анализ выражения (13) показывает, что для реализации этого необходимо выполнение следующих условий:

$$\psi_m = \psi_0 - m\varphi_{0m} + (2s + 1)\frac{\pi}{2}, \quad s = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}; \quad (16)$$

$$m > kr_{0m}. \quad (17)$$

Для нахождения конкретного значения индекса m подставим (13) в (15) и учтем условие (16). При этом получим, что функция $N_m(kr_{0m})$,

входящая в (13), должна быть равна

$$N_m(kr_{0m}) = \frac{1}{J_0^{(0)} \sin(2s+1)\pi/2} \left[\left(\frac{t}{I_m} + I_m \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^N I_0^{(n)} \cos(\psi_m - \psi_n + m\varphi_{mn}) J_m(kr_{mn}) \right]. \quad (18)$$

Учитывая специфику поведения функции $N_m(kr)$ при $m > kr$, всегда можно (при данном r_{0m}) найти значение m , при котором достигается требуемое значение $N_m(kr_{0m})$ и, следовательно, заданная погрешность Δ .

Заметим, что второе дополнительное требование, предъявляемое к структуре поля $u_{\text{доп}}$ — обеспечение замкнутых линий $\text{Re } \Pi$, охватывающих все фиктивные источники для поля (6), также выполняется. Действительно, из (6) следует, что азимутальная зависимость поля $u_{\text{доп}}$ соответствует бегущей волне. Этого условия, как показано в [3], достаточно для существования решения в виде замкнутых линий $\text{Re } \Pi$, причем при выполнении (17) эти линии лежат в области $r \approx R$.

Таким образом, соответствующим выбором индекса m и фазы ψ_m можно обеспечить любую, как угодно высокую точность реализации поля заданной структуры. Следует, однако, помнить, что увеличение точности сопровождается возрастанием индекса m и, следовательно, ростом реактивной энергии, запасенной вблизи S , поэтому решения, соответствующие чрезмерно малым погрешностям (т. е. малым I_m), должны быть исключены как «сверхнаправленные» (сверхреактивные). Допустимая степень реактивности оценивается в конечном счете по величине и скорости изменения импеданса на синтезируемой поверхности.

Рассмотрим другие факторы, влияющие на степень реактивности. При увеличении r_{0m} , т. е. при удалении реального источника от поверхности S , как следует из (18), увеличивается (при прочих равных условиях) требуемое значение m , что приводит к возрастанию запаса реактивной энергии. Подобное же явление возникает при увеличении числа фиктивных источников и величины токов $I_0^{(n)}$. При определенной фазировке этих токов величина $|t|$ может стать достаточно большой. В этом случае, как следует из (15), величина $|p|$ также возрастает, что приводит к увеличению индекса m .

Таким образом, можно сформулировать следующую последовательность расчета параметров полного поля. По заданным требованиям к диаграмме направленности определяются амплитуды и фазы токов $I_0^{(n)}$, $n = 0, 1, 2, \dots, N$. Далее рассчитывается коэффициент t по формуле (14); по заданной погрешности Δ определяется амплитуда $I_m = \Delta/q$, вычисляется фаза ψ_m с использованием (16); по формуле (18) находится с учетом (17) требуемое значение функции $N_m(kr_{0m})$ и по нему определяется индекс m . После этого определяются форма поверхности S и распределение поверхностного импеданса X с использованием соотношений работы [2].

Выше рассматривался случай расположения реального источника вне S . Для источника, расположенного непосредственно на поверхности S , уравнение баланса принимает вид

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) \left(\sum_{n=0}^N P_{0n} + P_{0m} \right) = \sum_{n=1}^N \sum_{k=0}^N P_{nk} + \sum_{n=1}^N P_{nm} + P_m. \quad (19)$$

Анализ этого уравнения показывает, что требования к параметрам дополнительного поля, в основном, аналогичны предыдущему случаю.

Рассмотрим вопросы практического использования результатов рассматриваемого метода. Известно, что расположение излучателей

вблизи металлических поверхностей вызывает изменение электрических параметров, в частности, диаграмм направленности. Такая ситуация имеет место при установке антенн на металлических опорах, башнях, вблизи частей корпуса самолета, корабля и т. п.

Если излучатель обладает изотропной диаграммой направленности, то влияние опоры приводит, в основном, к затенению излучения в заднем полупространстве. Преодолеть это влияние в обычных схемах удается лишь путем увеличения числа излучателей и, соответственно, усложнения системы питания. Эту же задачу можно решить описанным методом за счет изменения граничных условий на поверхности опоры без увеличения числа излучателей.

Изменение граничных условий на поверхности опоры можно, кроме того, использовать для повышения направленности излучения или создания диаграммы направленности специальной формы при использовании только одного излучателя. В обычных схемах это может быть достигнуто также лишь путем увеличения числа излучателей.

Прежде чем рассмотреть конкретные примеры решения задачи, приведем качественные картины линий вектора $\mathbf{Re}\Pi$ для случаев, когда $I_0^{(0)}$ располагается вне синтезируемой поверхности (рис. 3) и непосредственно на ней (рис. 4). В первом случае область расположения фиктивных источников окружена семейством замкнутых линий, причем каждая из них, в принципе, может быть выбрана в качестве решения, определяющего форму поверхности. Во втором случае существует только одна замкнутая линия вектора $\mathbf{Re}\Pi$, проходящая через реальный источник $I_0^{(0)}$. Картина линий $\mathbf{Re}\Pi$ внутри S зависит от конкретных параметров фиктивных источников.

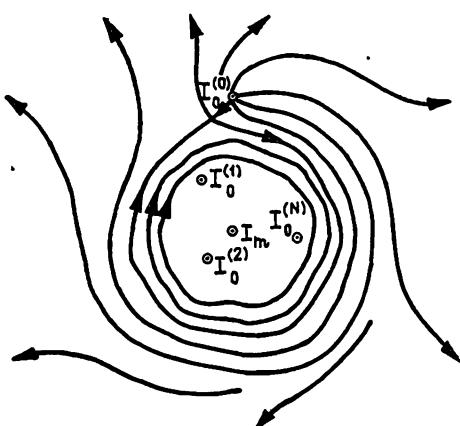


Рис. 3.

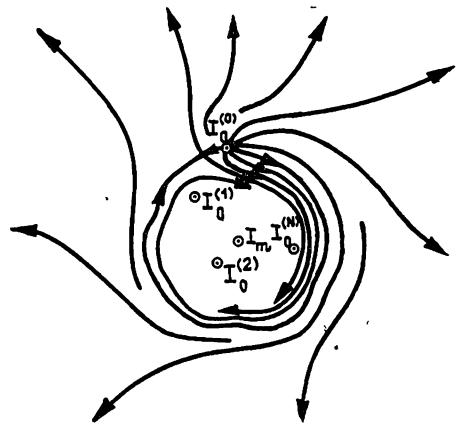


Рис. 4.

Рассмотрим пример повышения направленности излучения за счет граничных условий на поверхности опоры. Пусть радиус опоры составляет $R=0,75\lambda$. Представим изображение реального источника, расположенного на поверхности опоры, в виде системы фиктивных источников, образующих совместно с реальным источником линейную решетку, расположенную вдоль оси y . Закон возбуждения элементов этой решетки выберем в виде $I_0^{(n)}=I_0 e^{i(n-1)\Delta\psi}$, где $\Delta\psi=kd$, d — шаг решетки. Соответственно максимум излучения будет направлен вдоль оси решетки. Положим $d=0,25\lambda$, тогда внутри опоры оказывается возможным разместить пять фиктивных источников ($N=5$). При этом ширина диаграммы направленности по уровню половинной мощности составит $2\Phi_{0,5}=90^\circ$, что в два раза уже, чем в случае круглой металлической опоры такого же сечения. Определим параметры дополнительного поля. При $m=10$, $\alpha=\pi$ и $I_0=1$ получим, что $I_m=0,44$. Следовательно, погрешность Δ , вносимая дополнительным полем в нормированную диаграмму, составляет

рамму направленности, формируемую решеткой, составит 0,073. При $m=12$ и прочих равных условиях погрешность Δ уменьшается до 0,004.

Изложенный метод может быть использован для синтеза поверхности S в частном случае, когда $I_0^{(n)} = 0$ ($n=1, 2, \dots, N$), т. е. фиктивные источники отсутствуют. Тогда рассеянному полю соответствует только компонента $i_{\text{дол}}$. Соответствующим выбором параметров дополнительного поля можно обеспечить столь малую его амплитуду, что рассеянное поле (в дальней зоне) практически отсутствует. Это означает отсутствие влияния поверхности на излучение реального источника. Подобная задача, как отмечалось, представляет интерес при формировании ненаправленного излучения антенной, расположенной на опоре, в плоскости, перпендикулярной оси.

Найдем соотношения, необходимые для расчета последнего случая, при условии, что реальный источник расположен на поверхности S . Используя (19) и (8)–(11), получим уравнение вида (12), коэффициенты которого определяются по формулам

$$p = I_0^{(0)} \left\{ \left(2 - \frac{\alpha}{2\pi} \right) \cos(\psi_m - \psi_0 + m\varphi_{m0}) J_m(kr_{0m}) - \right. \\ \left. - \frac{\alpha}{2\pi} \sin(\psi_m - \psi_0 + m\varphi_{m0}) N_m(kr_{0m}) \right\}, \quad t = \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi} \right) (I_0^{(0)})^2.$$

Анализ этих коэффициентов показывает, что условия, при которых I_m достигает заданного, сколь угодно малого значения, соответствует соотношениям (16)–(18).

На рис. 5 приведены расчетные кривые* профиля поверхности и распределения поверхностного импеданса для последней задачи (случай ТЕ-волн). Расчет проводился при значениях $R=1,5\lambda$, $m=16$, $\alpha=\pi$. Отклонение диаграммы направленности от круговой составляет при этом 0,032.

В заключение остановимся на вопросе реализации импедансных поверхностей. При решении задачи синтеза закон распределения поверхностного импеданса определяется по структуре поля, задаваемого при расчете. Следовательно, в дальнейшем задача состоит в реализации этого импеданса, т. е. импеданса, «наблюдаемого» со стороны поля, окружающего синтезирующую поверхность. Величина импеданса в каждой точке должна определяться исключительно свойствами среды внутри синтезируемой поверхности. Подобные граничные условия относятся к классу «сторонних» [5]. Сторонний поверхностный импеданс может быть реализован (при определенных ограничениях) с помощью ребристой структуры (для волн типа ТЕ) или слоя диэлектрика на металле [5].

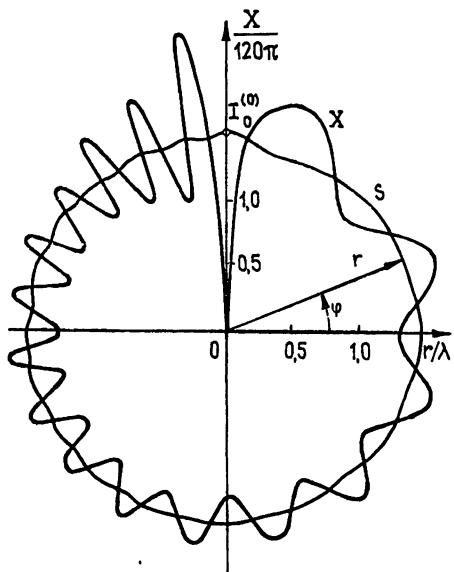


Рис. 5.

Таким образом, поскольку поверхностный импеданс связан с геометрическими характеристиками поверхности (глубиной канавок гофра

* Расчеты выполнены на ЭВМ Рыблиной А. А.

или толщиной слоя), в результате решения задачи могут быть определены все геометрические размеры системы. Кроме того, поскольку поле известно во всех точках синтезируемой поверхности, можно рассчитать параметры, связанные со структурой ближнего поля, например величину омических потерь.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Купрадзе В. Д. // УМН. 1967. Т. 22. № 2. С. 59.
- 2 Терешин О. Н. // Радиотехника и электроника. 1963. Т. 8. № 4. С. 715.
- 3 Ерохин Г. А., Кочержевский В. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1019.
- 4 Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. — Минск: Наука и техника, 1968.
- 5 Миллер М. А., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4. № 5. С. 795.

Московский электротехнический институт
связи

Поступила в редакцию
28 июня 1988 г.

APPLICATION OF THE IMAGE METHOD IN ELECTRODYNAMIC SYNTHESIS PROBLEMS

G. A. Erokhin

The synthesis problem of a closed surface with impedance boundary conditions radiated by a concentrated image-sources, is considered. The scattered field is represented in the form, corresponding to a system of imaginary sources. It is shown, that in the case of arbitrary representation of the imaginary sources the solution may not exist, therefore, in general it is necessary to add a supplementary scattered field. The structure of this field can be chosen to approximate the given field.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Физика полупроводниковых лазеров: Пер. с японск. Под ред. Х. Такумы. — М.: Мир, 1990 (I кв.). — 17 л.

Книга видных японских специалистов посвящена вопросам физики, технологии, а также применения полупроводниковых лазеров. Основное внимание удалено теоретическому и экспериментальному исследованию флуктуационных процессов, методам их подавления, улучшению динамических характеристик, исследованию квантоворазмерных структур, влиянию внешней оптической обратной связи, оптической бистабильности и т. д.

Для инженеров и научных работников, занимающихся разработкой и применением полупроводниковых лазеров, а также аспирантов и студентов.

Бем Ф., Фогель П. Физика массивных нейтрино: Пер. с англ.—М.: Мир, 1990 (IV кв.). — 14 л.

В книге авторов из США излагаются сведения по физике нейтрино, полученные на основе исследований в области ядерной физики, физики элементарных частиц, астрофизики и космологии. В ней рассмотрены формализм нейтрино Майораны и Дирака, теоретические модели нейтрино, нейтринные взаимодействия, эксперименты по поиску массы у нейтрино из спектра бета-распада трития и по смешиванию нейтрино, роль нейтрино в космологии.

Для научных работников, аспирантов и студентов, специализирующихся в области физики и астрофизики.

УДК 517.9

О ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ПЛАНАРНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С МНОГОСЛОЙНЫМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

A. A. Быков

Исследуется возможность применения многослойного диэлектрического трансформатора для управления формой диаграммы направленности излучения с конца планарного диэлектрического волновода и улучшения согласования волновода с открытым пространством. Приводятся результаты расчета излучения волновода, возбуждаемого основной симметричной TE-модой.

Многослойные диэлектрические покрытия широко применяются для получения заданного коэффициента отражения плоской электромагнитной волны от поверхности металла или диэлектрика [1]. Так как поля в плоскослоистых средах описываются системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка [2], численное решение которых не представляет трудностей, имеются эффективные численные методы синтеза заданной частотной характеристики коэффициента отражения [3]. В данной работе исследуется возможность расчета излучения планарного диэлектрического волновода, на конце которого помещен согласующий трансформатор в виде набора диэлектрических призм, образующих двумерный аналог слоистого покрытия. Трансформатор применяется как для улучшения согласования, так и для управления формой диаграммы направленности. Используются диэлектрические призмы с разной диэлектрической проницаемостью и разной шириной в поперечном направлении. Каждая призма имеет конечные размеры в плоскости магнитного поля H , поэтому задача для уравнений Максвелла решается в двумерной области, для чего используется прямой проекционный метод.

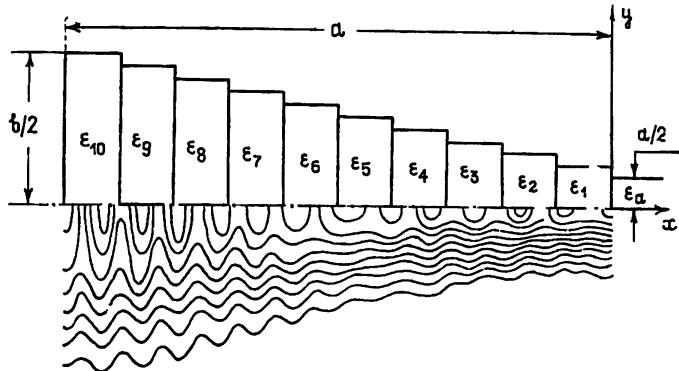


Рис. 1.

Пусть полубесконечный планарный волновод занимает область $-\infty < z < \infty$, $x \geq 0$, $-d/2 < y < d/2$ (рис. 1), где диэлектрическая проницаемость $\epsilon = \epsilon_a$ (ϵ_a — вещественная константа). Рассматривается двумерная задача — диэлектрическая проницаемость $\epsilon(x, y)$, и все ком-

поненты полей не зависят от координаты z . Справа волновод возбуждается основной симметричной модой ТЕ-типа, в которой

$$E_z^{(0)}(x, y, t) = V_1(y) \exp(-i\beta_1 x - i\omega t), \quad E_x^{(0)} = E_y^{(0)} = 0, \quad H_z^{(0)} = 0,$$

$$H_x^{(0)} = (i\omega\mu_0\epsilon)^{-1} \frac{\partial E_z^{(0)}}{\partial y}, \quad H_y^{(0)} = -(i\omega\mu_0\epsilon)^{-1} \frac{\partial E_z^{(0)}}{\partial x},$$

$V_1(y)$ и β_1 — собственная функция и наибольшее вещественное собственное значение задачи Штурма—Лиувилля [4]:

$$\frac{d^2 V}{dy^2} - \beta^2 V + k^2 \epsilon_c(y) V = 0, \quad -\infty < y < \infty, \quad V(-y) = V(y),$$

$$|V(y)| < \text{const} \cdot \exp(-v|y|), \quad v > 0, \quad k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0,$$

$$\epsilon_c(y) = \begin{cases} \epsilon_a, & |y| \leq d/2, \\ 1, & |y| > d/2, \end{cases}$$

зависимость от времени вида $\exp(-i\omega t)$ далее опускается.

Слева от плоскости $x=0$ находится согласующий трансформатор, занимающий область $-a < x < 0, |y| < b/2$. Он состоит из N диэлектрических призм, поперечное сечение каждой из которых в плоскости xy имеет форму прямоугольника. Вдоль оси z призмы, как и диэлектрический волновод, имеют достаточно большую протяженность, так что можно пренебречь эффектами на краях и считать их неограниченными, рассматривая двумерную задачу в плоскости xy . Толщина всех призм вдоль оси x одинакова и равна a/N , ширина (вдоль оси y) зависит от x по линейному закону, каждая призма изготовлена из однородного диэлектрика, причем диэлектрические проницаемости образуют арифметическую прогрессию. Для крайней слева призмы диэлектрическая проницаемость равна ϵ_b (ϵ_b — вещественная константа):

$$\epsilon(x, y) = \epsilon_b, \quad \text{если } x_n < x \leq x_{n-1} \text{ и } |y| \leq d_n/2, \quad 1 \leq n \leq N,$$

$$\epsilon(x, y) = 1, \quad \text{если } x_n < x \leq x_{n-1} \text{ и } |y| > d_n/2 \text{ или если } x < -a,$$

$$d_n = (d(N-n) + b(n-1))/(N-1),$$

$$x_n = -na/N, \quad \epsilon_n = \epsilon_a + n(\epsilon_b - \epsilon_a)/N.$$

Выбор такой конфигурации переходного элемента обусловлен следующими соображениями. Положив $b > d$, получим расширяющийся диэлектрический рупор, использование которого приводит к сужению диаграммы направленности. Для улучшения согласования диэлектрического волновода с открытым пространством полагаем $1 < \epsilon_b < \epsilon_a$, что приводит к плавному переходу от диэлектрической проницаемости волновода ϵ_a к единичному значению ϵ .

Математическая постановка задачи включает в себя уравнения Максвелла с соответствующими условиями сопряжения на поверхности разрыва функции $\epsilon(x, y)$ и условия излучения [4]. При выбранной конфигурации волновода и трансформатора поле $E(x, y)$ имеет только одну ненулевую компоненту E_z , а поле $H(x, y)$ — компоненты H_x и H_y , которые выражаются через E_z из уравнений Максвелла. Для $E_z(x, y)$ получим уравнение второго порядка:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k^2 \epsilon(x, y) E_z = 0.$$

Условия излучения, необходимые для выделения единственного решения, выбираем в такой форме, чтобы обеспечить возбуждение основной моды и отсутствие других типов волн, приходящих из бесконечно

удаленных областей пространства. Для численного решения применяем неполный метод Галеркина [5], относящийся к классу прямых проекционных методов. Особенности алгоритма описаны в работе [6].

Таблица 1

| ϵ_a | ϵ_1 | ϵ_2 | ϵ_3 | ϵ_4 | ϵ_5 | ϵ_6 | ϵ_7 | ϵ_8 | ϵ_9 | ϵ_{10} |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|
| 4,0 | 3,86 | 3,72 | 3,57 | 3,43 | 3,28 | 3,14 | 2,99 | 2,84 | 2,70 | 2,55 |

Приведем некоторые численные результаты, являющиеся типичными. Пусть диэлектрическая проницаемость планарного волновода $\epsilon_a=4$, диэлектрическая проницаемость крайнего левого слоя трансформатора $\epsilon_b=2,55$, число слоев $N=10$, диэлектрические проницаемости слоев приведены в табл. 1. Соотношение частоты ω и толщины волновода d таково, что $kd=1,12\pi$. При выбранном значении ϵ_a в волноводе имеются две направляемые моды: основная симметричная, для которой $\beta_1/k=1,87$, и антисимметрическая ($\beta_2/k=1,32$). Поскольку трансформатор не нарушает симметрии относительно плоскости $y=0$, антисимметричная мода не возбуждается.

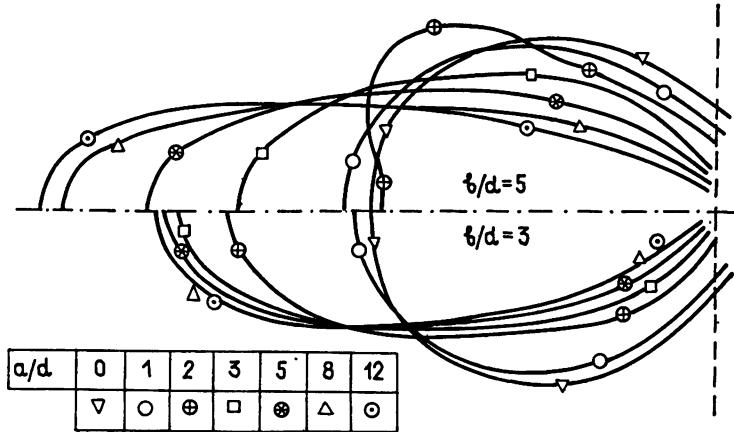


Рис. 2.

Поле в дальней зоне (при $r/d \gg 1$, где $r=(x^2+y^2)^{1/2}$) можно охарактеризовать диаграммой направленности $F(\phi)$: $E_z(x, y)=F(\phi) \times \lambda \exp(ikr)/\sqrt{r} + G(r, \phi)$, причем $\sqrt{r} G(r, \phi) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, где $\cos \phi = -x/r$, $\sin \phi = y/r$, $2\pi - \alpha > \phi > \alpha$, α — некоторая малая константа ($\alpha > 0$), введенная для того, чтобы не описывать с помощью диаграммы направленности поле в непосредственной близости от волновода, которое определяется структурой возбуждающей моды и отраженных волн. На рис. 2 показаны амплитудные диаграммы направленности $f(\phi) = |F(\phi)|$ для нескольких значений a/d и b/d . В верхней половине рисунка $b/d=5$, а в нижней половине $b/d=3$, величина a/d принимает значения 0; 1; 2; 3; 5; 8; 12. Диаграмма направленности изображена в полярных координатах и нормирована так, чтобы полная площадь внутри кривой $r=f(\phi)$ была пропорциональна полной излученной мощности. Приводится половина графика функции $f(\phi)$ для углов $\alpha < \phi < \pi$ и $\pi < \phi < 2\pi - \alpha$, соответственно, в верхней и нижней половинах рис. 2. Этот рисунок иллюстрирует эффект сужения диаграммы за счет трансформатора в виде расширяющегося горна.

Представляет интерес также величина той части мощности возбуждающей волны, которая отражается обратно в волновод. При указанных значениях параметров эта величина составляет от 1% до 4% мощности возбуждающей моды в зависимости от a/d и b/d , исключая случай $a/d=0$, который соответствует излучению со среза планарного волновода без переходного элемента. Если положить $\epsilon_b=\epsilon_a$, т. е. сделать диэлектрическую проницаемость постоянной внутри трансформатора, то коэффициент отражения по мощности будет лежать в пределах от 9% до 14%. Таким образом, многослойное покрытие снижает отраженную мощность в три—девять раз. Основной вклад в отраженную волну вносит граница $x = -a$, где имеется резкий скачок диэлектрической проницаемости. Внутри трансформатора наблюдается характерная картина интерференции падающей и отраженной волн. На рис. 1 показаны линии равного уровня функции $|E_z(x, y)|$ в области трансформатора для значений геометрических параметров $a/d=8$, $b/d=5$. Если для сравнения провести расчет той же геометрической конфигурации, положив $\epsilon_b=\epsilon_a$, т. е. сделав диэлектрическую проницаемость постоянной во всей области трансформатора и равной диэлектрической проницаемости подводящего волновода, то амплитуда стоячих волн значительно возрастет.

Таким образом, для управления формой диаграммы направленности диэлектрического волновода можно использовать многослойный трансформатор, который можно рассчитывать численными методами с использованием ЭВМ.

Применение неполного метода Галеркина позволяет рассчитывать сочленение двух и нескольких диэлектрических волноводов, потери на изломах и на плавных неоднородностях сложной геометрической формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кард П. Г. Анализ и синтез многослойных интерференционных фильтров. — Таллин: Валгус, 1971.
2. Фелсен И., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978. Т. 1.
3. Свешников А. Г., Тихонравов А. В., Яншин С. А. // ЖВММФ. 1983 Т. 23. № 4. С. 929.
4. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. — М.: Мир, 1980.
5. Свешников А. Г. // ДАН СССР. 1977. Т. 236. № 5. С. 1076.
6. Ильинский А. С., Быков А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. № 7. С. 821.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
19 мая 1988 г.

THE DIRECTIVITY PATTERN OF RADIATION OF SEMIINFINITE PLANAR DIELECTRIC WAVEGUIDE WITH MULTILAYERED TRANSFORMATOR

A. A. Bykov

The application of multilayered dielectric transformator can control the form of directivity pattern from the end of planar dielectric waveguide. The results are presented of computation of waveguide radiation exited by the basic symmetric TE-mode.

УДК 621.396.677

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ТОНКИХ ЭКРАНАХ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ ГЕОМЕТРИЕЙ

В. В. Марцафей, И. Г. Швайко, Г. Ф. Цалимов

Предлагается численное решение задачи дифракции методом коллокации применительно к анализу антенн с меняющейся геометрией. Полученная при этом СЛАУ после специальной обработки позволяет эффективно находить характеристики антенн при изменении их геометрии. На основе описанного подхода проводится исследование антennы типа открытого конца волновода конечной длины с тремя типами фланцев различных размеров.

1. В дифракционной теории синтеза антенн чаще всего встречается подход, когда поверхность антенны и граничные условия на ней задаются, а оптимизируются амплитуды сторонних источников, возбуждающих эту антенну. Реже встречается подход, связанный с подбором граничных условий, и уж совсем редко оптимизация сводится к целенаправленному изменению формы поверхности антенны. В случае двухэтапного дифракционного синтеза оптимизации формы поверхности препятствует большой расход машинного времени, так как на каждом шаге приходится заново решать краевую задачу. Аналогичная ситуация возникает и при анализе антенн с изменяющейся геометрией.

Ниже мы рассмотрим прием численного решения задачи дифракции на незамкнутом тонком экране, когда оперативно с малым расходом машинного времени можно решать задачу дифракции на меняющем свою форму экране.

2. Рассмотрим дифракцию электромагнитной волны на тонком незамкнутом экране \tilde{L} . Для простоты будем полагать задачу двумерной. Известно, что поставленная задача дифракции сводится к интегральным уравнениям Фредгольма I либо II рода [1, 2], которые для дальнейшего выпишем в общем виде:

$$\int_{\tilde{L}} j(p) K_1(p, q) dp = F_1(q); \quad (1)$$

$$j(q) + \lambda \int_{\tilde{L}} j(p) K_2(p, q) dp = F_2(q). \quad (2)$$

Численное решение уравнений (1), (2) целесообразно проводить на основе метода коллокации с кусочно-постоянной интерполяцией решения [2–4]. При этом уравнения (1), (2) сводятся к хорошо обусловленным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ j_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$a_{mn} = \begin{cases} \int_{\tilde{L}_n} K_1(p, q_m) dp - \text{для уравнений (1)} \\ \int_{\tilde{L}_n} K_2(p, q_m) dp - \text{для уравнения (2)} \end{cases},$$

\tilde{L}_n — интервал интерполяции, $\tilde{L}_n \subset \tilde{L}$, $\bigcup_{n=1}^N \tilde{L}_n = \tilde{L}$, $\tilde{L}_n \cap \tilde{L}_m = \emptyset$, $\forall m \neq n$,

$$b_m = \begin{cases} F_1(q_m) & \text{для уравнения (1)} \\ F_2(q_m) & \text{для уравнения (2)} \end{cases},$$

N — число интервалов интерполяции, $j_m = j(q_m)$, $q_m \in \tilde{L}_m$.

Если из этой исходной матрицы $N \times N$ вычеркнуть n -ю строку и n -й столбец, то полученная новая матрица будет соответствовать экрану с отверстием, положение которого определяется n -м элементом. Последующие вычеркивания строк и столбцов эквивалентны либо образованию в исходном экране новых отверстий, либо расширению прежних. Вычеркивание же крайних строк и столбцов соответствует укорочению экрана.

Препарированная таким образом СЛАУ (3) решает задачу дифракции на экране $\tilde{L} - \tilde{L}'_n$, полученном из исходного экрана путем удаления части экрана $\tilde{L}'_n \subset \tilde{L}$.

Наиболее существенным в этом методе является тот факт, что дополнительное время, необходимое для решения препарированной вычеркиванием СЛАУ, оказывается малой частью времени, затрачиваемого на решение исходной СЛАУ, поскольку существующие алгоритмы решения СЛАУ позволяют одновременно с решением исходной системы получать решения систем, образованных из исходной последовательным вычеркиванием строк и столбцов.

Приведем краткий перечень задач, в решении которых целесообразно, на наш взгляд, использовать предлагаемую процедуру:

а) оценка влияния величины и места зазоров между сегментами зеркальных антенн на внешние характеристики этих антенн;

б) проектирование многощелевых антенн, размещенных на произвольных поверхностях;

в) проектирование многощелевых экранов, используемых для улучшения электромагнитной обстановки [6];

г) определение излучения электромагнитных волн из апертуры с различными фланцами.

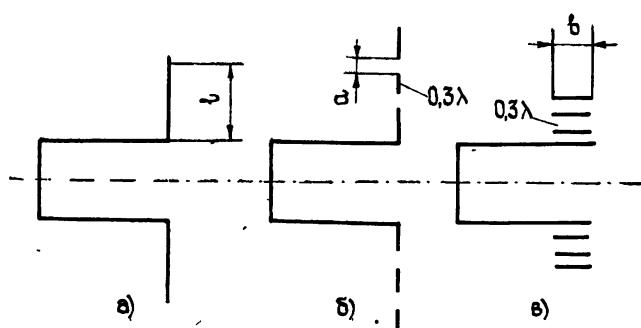


Рис. 1.

3. В качестве примера рассмотрим решение задачи об излучении электромагнитных волн E - или H -поляризации из открытого конца плоского волновода конечной длины с различными фланцами.

В качестве фланцев использовались конструкции трех типов (см. рис. 1): обычный плоский фланец переменной длины (рис. 1а), «перфорированный» фланец (см. рис. 1б), фланец в виде пакета лент (см. рис. 1в). Волновод возбуждался нитевидным током.

Проблема была сведена к решению уравнений [4, 5]:

$$E_{\tau}^0(\tau) = \frac{\omega\mu}{4} \int_{\alpha}^{\beta} j(t) H_0^{(2)}(kL) h_{\tau} dt \quad (4)$$

для E -поляризации и

$$\frac{1}{4\pi\omega h_{\tau}} \lim_{q \rightarrow q_0} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\alpha}^{\beta} j(t) \frac{\partial}{\partial t} H_0^{(2)}(kL) dt \right] -$$

$$(5)$$

$$-\frac{\omega\mu}{4h_{\tau}} \int_{\alpha}^{\beta} j(t) F(\tau, t) H_0^{(2)}(kL) dt = -E_{\tau}^0(\tau)$$

для H -поляризации.

В уравнениях (4), (5) приняты обозначения: E_{τ}^0 — касательная составляющая первичного электрического поля, $j(t)$ — искомая плотность тока, $L = \sqrt{[x(\tau) - \xi(\tau)]^2 + [y(\tau) - \eta(\tau)]^2}$ — расстояние между точками наблюдения, интегрирования, лежащими на экране, (x, y) , (ξ, η) — декартовы координаты точек наблюдения и интегрирования соответственно, $h_{\tau} = \sqrt{[x'_{\tau}(\tau)]^2 + [y'_{\tau}(\tau)]^2}$, k — волновое число, $H_0^{(2)}$ — функция Ханкеля, $F(\tau, t) = x'_{\tau}(\tau) \xi'_t(t) + y'_{\tau}(\tau) \eta'_t(t)$.

Уравнения (4), (5) методом саморегуляризации [4, 5] были сведены к хорошо обусловленным СЛАУ. Отметим, однако, что обычно при переходе от исходного интегрального уравнения (случай E -поляризации) к СЛАУ рекомендуется учитывать поведение тока в окрестности ребра путем представления решения в форме

$$j(t) = i(t) / \sqrt{(\tau - \alpha)(\beta - \tau)}. \quad (6)$$

В [7] отмечалось, что построение решения без выделения корневой особенности в явной форме приводит к удовлетворительным результатам. Для получения цифровых оценок обратимся к решению своеобразной эталонной задачи.

Рассмотрим решение задачи о дифракции нормально падающей плоской волны на идеально проводящей ленте тремя методами:

а) методом разделения переменных в эллиптической системе координат [8];

б) при решении интегрального уравнения с представлением решения в форме (6) и плотностью разбиения контура 20 разбиений на длину волны;

в) путем решения интегрального уравнения без выделения корневой особенности и при том же числе разбиений контура.

На рис. 2а представлены диаграммы рассеяния ленты шириной $ka = \sqrt{80}$ (для метода интегрального уравнения взято $ka = \sqrt{81}$); на рис. 2б представлены диаграммы рассеяния ленты шириной $ka = \sqrt{28}$. При решении методом интегрального уравнения брали $ka = \sqrt{27}$, и решение без выделения корневой особенности было получено путем редуктирования исходной СЛАУ, построенной для $ka = \sqrt{81}$.

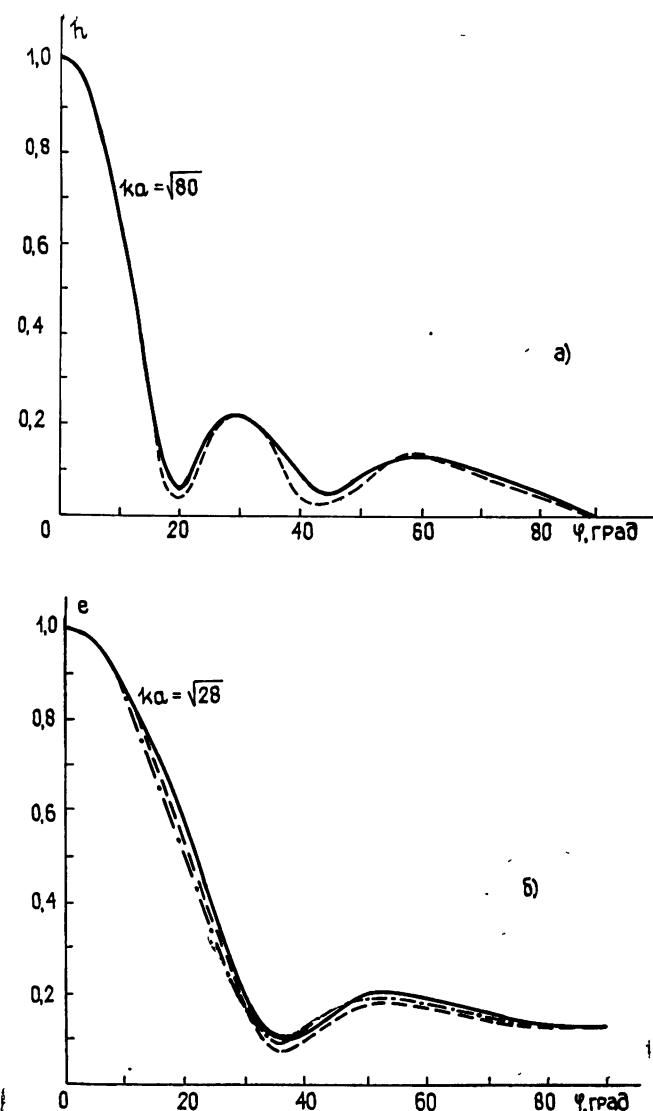


Рис. 2. Диаграммы рассеяния полосы при облучении плоской волной, полученные различными методами:
 а) сплошная кривая — методом разделения переменных; штриховая — путем интегрального уравнения; б) сплошная кривая — методом разделения переменных; штрихпунктирная — путем решения интегрального уравнения с выделением особенностей на краях; штриховая — путем решения интегрального уравнения без выделения особенностей на краях.

Как следует из графиков, даже в экстремальных точках точность можно считать удовлетворительной.

Результаты исследования дифракции на волноводах приведены на рис. 3—5. Как видно из рисунков, влияние фланцев на ширину главного лепестка, на коэффициент направленного действия в главном ($\text{КНД}(0)$) и в обратном ($\text{КНД}(\pi)$) направлении значительно более сильное в случае H -поляризации. Для реальных (трехмерных) антенн это соответствует характеристикам в E -плоскости. В случае E -поляризации фланцы оказывают заметное влияние только на излучение в заднее полупространство, а $\text{КНД}(0)$ и главный лепесток изменяются слабо.

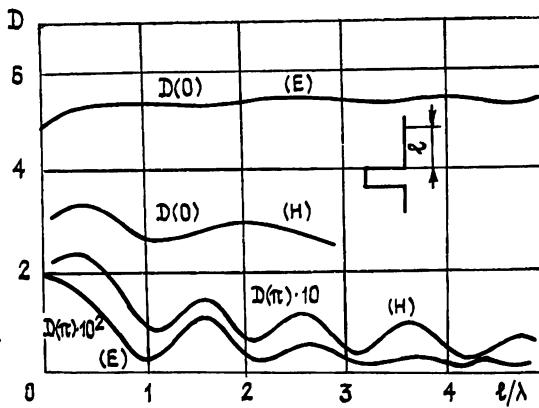


Рис. 3.

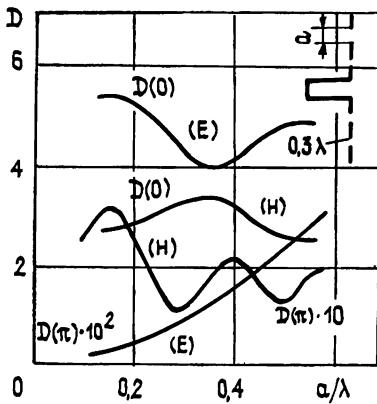


Рис. 4.

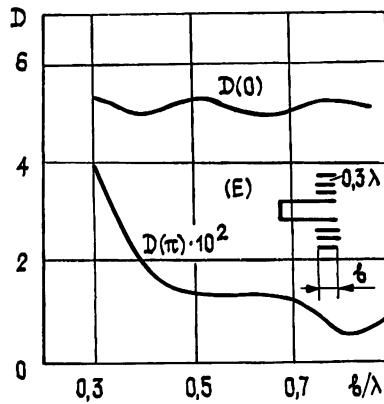


Рис. 5.

Зависимость КНД (π) от размеров всех видов исследуемых фланцев носит резонансный характер. При размерах фланцев, не превышающих длину волны, реально достижимо уменьшение КНД (π) на 10 дБ.

4. Приведенные выше примеры, по нашему мнению, свидетельствуют о целесообразности использования описанного «экономного» метода решения дифракционных задач для семейства тонких экранов близких форм.

ЛИТЕРАТУРА

- Хёнл Х., Мауз А., Вестфаль К. Теория дифракции. — М.: Мир, 1964. С. 428.
- Васильев Е. Н. // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1977. С. 94.
- Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. — Киев: Наукова думка, 1986. С. 543.
- Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Численный анализ дифракции радиоволн. — М.: Радио и связь, 1982. С. 184.
- Давыдов А. Г., Захаров Е. В., Пименов Ю. В. // ДАН СССР. 1981. Вып. 2. С. 338.
- Ямпольский В. Г., Фролов О. П. Антенны и ЭМС. — М.: Радио и связь, 1983. С. 272.
- Захаров Ю. В., Пименов Ю. В. Препринт ИРЭ АН СССР № 23 (395). М., 1984.
- Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962. С. 243.

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ НА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ И МЕТОД АДАПТИВНОЙ КОЛЛОКАЦИИ

А. И. Клеев

Проведен анализ сходимости метода коллокации при расчете дифракции плоской волны на идеально проводящей периодической поверхности. Предложен адаптивный (зависящий от формы поверхности) выбор узлов коллокации, обеспечивающий сходимость приближенного решения к точному. Метод адаптивной коллокации сопоставлен с другими методами, использующими представление рассеянного поля в виде линейной комбинации уходящих плоских волн. Приведены результаты численных экспериментов по изучению сходимости и вычислительной устойчивости метода.

Широкое распространение в физике и технике периодических дифракционных структур обусловливает потребность в разработке простых и эффективных методов расчета их дифракционных характеристик. Наиболее физически адекватным и требующим минимальной аналитической подготовки является метод, основанный на разложении рассеянного поля по уходящим плоским волнам (метагармоническим функциям). Такое разложение, а также способ вычисления коэффициентов были предложены Рэлеем в классической работе [¹]. Позднее был предложен метод Баранцева — МММ [^{2, 3}], причем, как показано в работе [⁴], метод Рэлея и метод Баранцева — МММ в случае нормального падения плоской волны на симметричную структуру приводят к одинаковым системам линейных уравнений для коэффициентов разложения. Отметим, что в методе Рэлея используется так называемое «гибкое» разложение [⁵]; хотя матричные элементы систем определяются только параметрами дифракционной структуры и длиной волны, т. е. не зависят от порядка усечения, сами коэффициенты не являются окончательно определенными и зависят от взятого числа членов. Применение этого метода для расчета глубоких структур связано с непреодолимыми вычислительными трудностями; как показано в работах [^{6, 7}], при достаточно большом отношении глубины к периоду система метагармонических функций не является минимальной, вычислительный процесс неустойчив и приводит к ошибочным результатам. Кроме того, в методе Рэлея матричные элементы определяются квадратурами, что за исключением некоторых частных случаев приводит к существенным вычислительным затратам.

Гораздо более просто коэффициенты рассеянного поля вычисляются по методу коллокации. Предъявляя минимальные требования к вычислительным средствам, этот метод может быть широко использован для построения пакетов прикладных программ. Коэффициенты разложения в этом случае также не являются окончательно определенными, но, в отличие от метода Рэлея, матричные коэффициенты зависят от общего числа членов в представлении поля. Однако, как и метод Рэлея, такой подход реализуется сравнительно просто лишь для структур, глубина которых мала по сравнению с периодом. Для глубоких структур алгоритм расходится, чтобы достичь сходимости, в работе [⁸] предложено существенно (в несколько раз) увеличить количество точек коллокации по сравнению с числом метагармонических функций и минимизировать среднеквадратичную невязку граничного условия. В этом методе число точек коллокации играет роль параметра регуляризации; экспериментально показано, что, выбирая его соответствующим образом, можно

обеспечить сходимость к точному решению. При этом, однако, существенно возрастает время расчета и может ухудшиться вычислительная устойчивость.

Другой, более экономный подход основан не на размножении точек коллокаций, а на более рациональном их размещении. Как будет показано ниже, оптимальный выбор точек коллокации диктуется особыми точками рассеянного поля, положение которых определяет применимость гипотезы Рэлея. В работах [9, 10] аналогия между коллокационным подходом и полиномиальной интерполяцией позволила прийти к методу адаптивной коллокации, обеспечивающей сходимость в задачах о дифракции на цилиндрических телах. В настоящей работе аналогичный подход применен к задаче о дифракции плоской волны на периодической поверхности.

1. СХОДИМОСТЬ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ

Рассмотрим задачу о дифракции плоской волны на поверхности, контур C поперечного сечения которой в плоскости $z=\text{const}$ задается уравнением $y=h(x)$, где $h(x)$ — гладкая, однозначная функция (рис. 1). Решение будем аппроксимировать суммой метагармонических функций:

$$E_z = E_z^{(0)} + \sum_{n=-M+1}^{M-1} R_n^{(M)} u_n(x, y), \quad (1)$$

$$u_n(x, y) = \exp[i(\omega_n x + v_n y)],$$

$$\omega_0 = k \sin \varphi, \quad \omega_n = \omega_0 + 2\pi n/l, \quad v_n = \sqrt{k^2 - \omega_n^2}.$$

l — период поверхности, $k=2\pi/\lambda$, λ — длина волны в вакууме, зависимость от времени полагается в виде $\exp(-ict)$, где c — скорость света,

$$E_z^{(0)} = \exp[ik(x \sin \varphi - y \cos \varphi)]. \quad (2)$$

Границное условие $E_z=0$ при $y=h(x)$, поставленное в дискретных точках $(x_j, y_j=h(x_j))$, приводит к системе линейных уравнений для коэффициентов $R_n^{(M)}$:

$$\sum_{n=-M+1}^{M-1} R_n^{(M)} u_n(x_j, y_j) = -E_z^{(0)}(x_j, y_j). \quad (3)$$

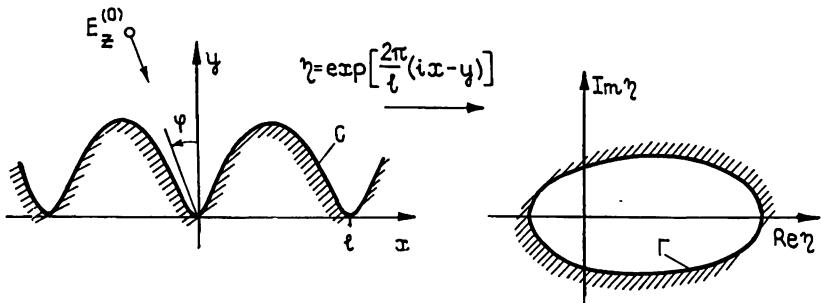


Рис. 1.

Поле, вычисленное по формуле (1) с коэффициентами $R_n^{(M)}$, полученными из (3), удовлетворяет, очевидно, волновому уравнению и граничному условию Дирихле в точках коллокации (в отличие от точного решения, обращающегося в нуль на всем контуре C). Из полноты системы функций $\{u_n\}$ [7, 11] следует, что в (1) для любого положительного ε существует такое число M и такие коэффициенты $R_n^{(M)}$, что приближенное решение отличается от точного меньше, чем на ε . Остается «только» найти M и $R_n^{(M)}$. Покажем (не претендую на математическую строгость), что выбирая в (3) точки коллокации определенным обра-

зом, мы получим последовательность решений вида (1), сходящуюся к точному при $M \rightarrow \infty$.

Сходящийся алгоритм коллокации в задаче о дифракции плоской волны на проводящем цилиндре был построен в работе [10]. Для периодической поверхности надо ввести комплексную переменную

$$\eta = \exp[2\pi/l(ix-y)] , \quad (4)$$

тогда контур C перейдет в контур Γ , определяемый выражением $\eta = \exp[2\pi/l(ix-h(x))]$ (см. рис. 1). Можно показать, что при $|n| \gg 1$ $u_n(x, y) \approx \eta^n$, когда $n \geq 0$; при $n < 0$ $u_n(x, y) \approx (\eta^*)^{1/n}$. Поскольку поведение суммы (1) при $M \rightarrow \infty$ определяется теми ее членами, у которых $|n| \gg 1$, естественно предположить, что сходимость этой суммы к точному решению обусловлена сходимостью интерполяции поля обобщенными полиномами:

$$Q_M(\eta) = \sum_{n=0}^{M-1} (A_n \eta^n - A_{-n} (\eta^*)^n) . \quad (5)$$

Входящие в (5) степени η и η^* представим в виде

$$Q_M(\eta) = \sum_{n=0}^{M-1} [B_n \Phi_n(\eta) + B_{-n} \Phi_n^*(\eta)] , \quad (6)$$

где $\Phi_n(\eta)$ — полиномы Фабера в области, ограниченной контуром Γ [12], после чего заменим полиномы $\Phi_n(\eta)$ их асимптотическими выражениями при $n \gg 1$; тогда

$$Q_M(\eta) \approx \sum_{n=0}^{M-1} (B_n \tau^n + B_{-n} (\tau^*)^n) , \quad (7)$$

где $\tau = \Psi(\eta)$, Ψ — функция, конформно отображающая внешность контура Γ на внешность единичной окружности $|\tau| = 1$. Мы видим, что сходимость обобщенного интерполяционного полинома $Q_M(\eta)$ определяется сходимостью тригонометрической интерполяции на отрезке $[-\pi, \pi]$. Такой процесс, как известно, сходится при равноотстоящих узлах, тогда интерполяция полиномами (6) при обратном отображении $\eta = \Psi^{-1}(\tau)$ обеспечит сходимость во всех промежуточных точках. Таким образом, интерполяция функциями $u_n(x, y)$ будет сходящейся, если узлы коллокации (x_j, y_j) расположить так, что точки $\tau_j = \Psi(\eta(x_j, y_j))$ равномерно (при $M \rightarrow \infty$) распределены на окружности $|\tau| = 1$.

Адаптивное распределение узлов получается при обратном отображении точек, равномерно распределенных на единичной окружности в плоскости τ ; чтобы найти точки коллокации, используем (см. [10]) асимптотические свойства полиномов $P_N(\eta)$, ортогональных на Γ (полиномы Сегё [13]). При $N \gg 1$

$$P_N(\eta) \approx \overline{\Psi'(\eta)} [\Psi(\eta)]^N . \quad (8)$$

Как следует из (8), в точках $\eta_j^{(N)}$, которые являются образами точек

$$\tau_j^{(N)} = \exp[i(\pi(2\rho-1)/2N)], \quad \rho = \pm 1, \dots, \pm N , \quad (9)$$

при обратном отображении $\eta = \Psi^{-1}(\tau)$ действительная часть $P_N(\eta)$ при $N \gg 1$ обращается в нуль. Аналогичным образом можно установить, что образы нулей мнимой части $P_N(\eta)$ при $N \gg 1$ равномерно распределены на окружности $|\tau| = 1$, поэтому нули $\operatorname{Re} P_N(\eta)$ и $\operatorname{Im} P_N(\eta)$ могут быть взяты в качестве адаптивных узлов коллокации. Полиномы Сегё можно построить численно с помощью процедуры Грамма—Шмидта.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Применим метод адаптивной коллокации к задаче о дифракции нормально падающей плоской волны на периодической поверхности

$$h(x) = (l/2\pi)\ln(\exp(2a)\sin^2(2\pi x/l) + \cos^2(2\pi x/l)). \quad (10)$$

Параметр a определяет относительную глубину структуры. Контура Г в этом случае является эллипсом, и конформное отображение, необходимое для нахождения узлов коллокации, записывается в явном виде. Точки коллокации определяются по формуле

$$x_j = \frac{l}{\pi} \arccos(p_j / \sqrt{\exp(2a) + (1 - \exp(2a))p_j^2}), \quad (11)$$

где p_j — нули полиномов Лежандра.

В этом примере соответствующая система линейных уравнений для $R_n^{(M)}$ строилась с учетом симметрии задачи — это позволило уменьшить число базисных функций. Расчеты показали, что при $\varphi \neq 0$ (наклонное падение) сходимость ухудшается и необходимо учесть больше членов в разложении. Для решения линейных систем использовался пакет программ, данный в [14]. Все вычисления проводились на ЭВМ НР-1000.

При расчетах основное внимание уделялось исследованию сходимости метода и, в частности, проверке выполнения граничных условий. На рис. 2а показано полученное методом адаптивной коллокации распределение $|E_z|$ на поверхности $y=h(x)$ для четырех и восьми базисных функций при $a=1,25$ и $l/\lambda=1,2$. Видно, что при использовании адаптивных узлов невязка с ростом M уменьшается и, следовательно, решение сходится к точному. На рис. 2б приведено распределение $|E_z|$ при равномерном по координате x расположении точек коллокации для тех же значений M . Для $a=1,25$ такой выбор точек коллокации не дает сходимости, уже при небольших M возникают большие выбросы между узлами интерполяции, не связанные с погрешностью вычислений (при столь малых M она не оказывается).

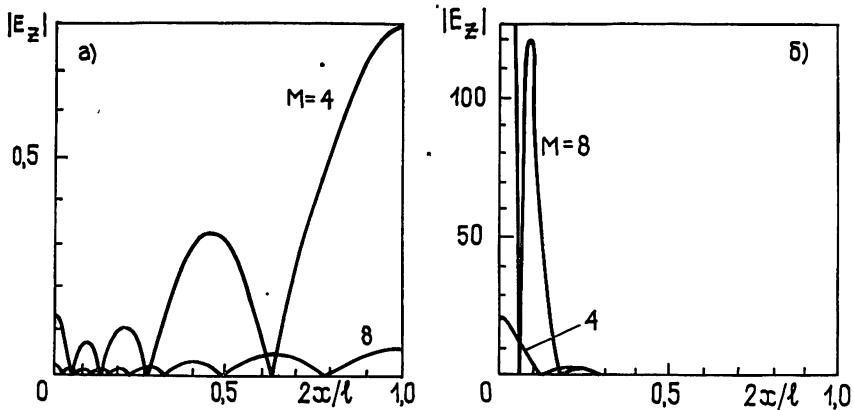


Рис. 2.

Аналогичные расчеты проведены для синусоидальной поверхности $h(x) = al/2\pi(1 - \cos(2\pi x/l))$. Адаптивные точки коллокации находились в этом случае численно. Для этого была построена последовательность полиномов Сегё для контура Г. В качестве узлов коллокации брались точки контура Г, в которых равна нулю действительная часть этих полиномов. Ортогонализация проводилась так же, как и в работе [10]. Зависимость невязки от M подобна кривым на рис. 2.

Рис. 3 иллюстрирует сходимость касательного к поверхности $y=h(x)$ магнитного поля. По оси ординат отложена величина $|\delta H_\tau^{(M)}|$, определяемая по формуле

$$\delta H_\tau^{(M)} = H_\tau(M) - H_\tau(M_0), \quad (12)$$

где M — число функций, используемых для аппроксимации в (1). Кри-
234

вые построены для $a=1,25$, $l/\lambda=1,2$, $M_0=16$. На рис. 3 представлены результаты, полученные методом адаптивной коллокации. В этом случае величина $|\delta H_{\tau}^{(M)}|$ равномерно убывает при увеличении M . Равномерно распределенные точки коллокации приводят к возрастанию погрешности при увеличении M (рис. 3б).

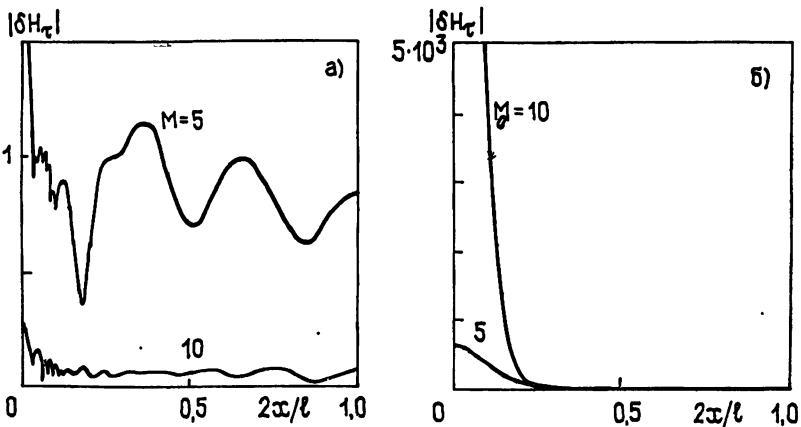


Рис. 3.

Для контроля точности решения часто используется [4] энергетический дефект

$$\Delta = \frac{\lambda}{l} \sum_{|n| < l/\lambda} v_n |R_n^{(M)}|^2 - 1. \quad (13)$$

На рис. 4 показана зависимость $|\Delta|$ от относительной глубины структуры при $M=5$ (кривые 2 и 4) и $M=10$ (кривые 1 и 3), $l/\lambda=1,2$. Для расчета зависимостей 1 и 2 использованы равномерно распределенные точки, кривые 3 и 4 получены методом адаптивной коллокации. Отметим, что энергетический дефект может быть достаточно малым, в то время как поле вблизи поверхности сильно отличается от правильного.

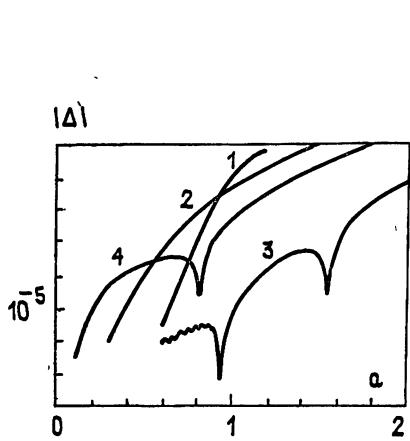


Рис. 4.

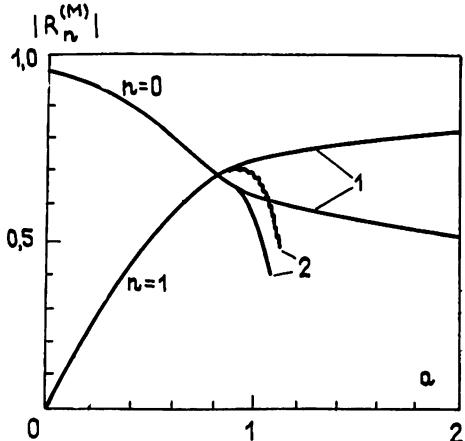


Рис. 5.

Метод адаптивной коллокации позволяет эффективно вычислять важные физические характеристики задачи — амплитуды дифракционных волн $R_n^{(M)}$. На рис. 5 приведены зависимости $|R_n^{(M)}|$ от относительной глубины структуры a . Расчеты проведены при $l/\lambda=1,2$, $M=12$. Кривые 1 получены методом адаптивной коллокации, кривые 2 — коллокацией в равномерно распределенных точках. Как видно из рисунка, равномерное распределение точек пригодно лишь для достаточно малых a ; при $a \geq 0,8$ расхождение между кривыми 1 и 2 значительно и возрастает с увеличением M .

С ростом числа членов в разложении (1) начинают сказываться вычислительные погрешности. Можно значительно повысить устойчивость вычислительного процесса, если использовать асимптотически ортогональный базис. Функции этого базиса получаются из полиномов Сегё, построенных для контура Γ , в которых степени η заменены метагармоническими функциями соответствующего порядка. При переходе от метагармонических функций (плоских волн) к их асимптотике при $n \rightarrow \infty$ базис становится ортогональным на поверхности $y = h(x)$.

Использование для представления поля асимптотически ортогональных комбинаций плоских волн вместо разложения (1) приводит также к значительно лучшей обусловленности системы линейных уравнений для коэффициентов разложения по этим комбинациям. На рис. 6 показана зависимость числа обусловленности cond (вычисленного согласно [14]) системы линейных уравнений для различных способов представления поля и расположения точек коллокации от величины a . Кривая 1 показывает зависимость числа обусловленности при равномерном по оси x распределении узлов. Кривая 2 построена для адаптивных точек коллокации, разложение поля проводилось по плоским волнам. Зависимость 3 иллюстрирует результаты, полученные при использовании разложения по асимптотически ортогональным комбинациям плоских волн и адаптивных точек коллокации. Видно, что в этом случае число обусловленности слабее всего возрастает при увеличении a . Необходимо отметить, что возрастание числа обусловленности является общим свойством методик, опирающихся на разложение (1). Хотя использование метода адаптивной коллокации и позволяет существенно улучшить численную устойчивость, однако именно рост числа обусловленности определяет, в конечном счете, пределы применимости этой методики.

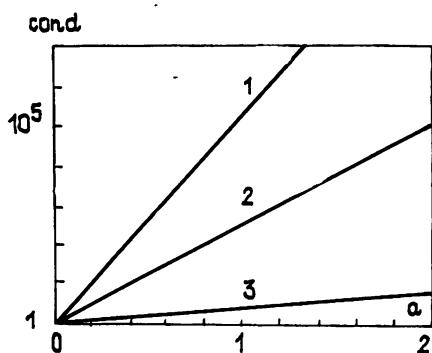


Рис. 6.

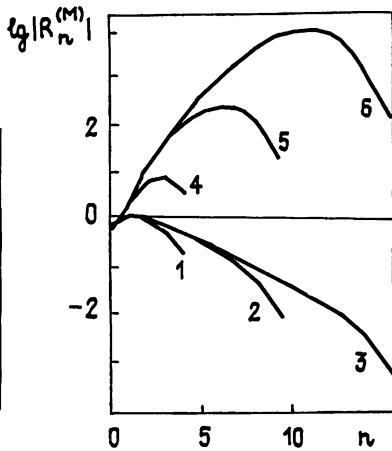


Рис. 7.

Как уже говорилось выше, для представления поля используется разложение с неокончательно определенными коэффициентами. Расчеты показали, что асимптотическое поведение коэффициентов гибкого разложения для рассеяния на поверхности, для которой справедлива гипотеза Рэлея, существенно отличается от поведения коэффициентов в противоположном случае (когда ряд Рэлея расходится). На рис. 7 показаны зависимости $\lg|R_n^{(M)}|$ от n , построенные для двух значений параметра a и различного числа базисных функций в разложении поля. Кривые 1—3 построены при $a=0,625$, 4—6 при $a=1,25$. Зависимости 1, 4 получены для $M=5$, 2 и 5 — для $M=10$ и 3, 6 — для $M=16$. Значение l/λ во всех случаях было равно 1,2. Для обоих значений параметра a , при фиксированном n , коэффициенты $R_n^{(M)}$ стремятся, при возрастании M , к определенным значениям $R_n^{(\infty)}$, совпадающим с коэффициентами ряда Рэлея (ср. [7]). В том случае, когда гипотеза Рэлея справедлива

($a=0,625$), абсолютная величина коэффициентов убывает с ростом n ; поле в дальней и ближней зоне определяется значениями нескольких первых коэффициентов. При $a=1,25$, когда ряд Рэлея расходится, $|R_n^{(M)}|$ возрастают с ростом n . Это может, вообще говоря, приводить к возрастанию вычислительной неустойчивости при расчете полей вблизи поверхности.

Использование разложения рассеянного поля по метагармоническим функциям имеет большие вычислительные преимущества: коэффициенты разложения $R_n^{(M)}$ позволяют вычислить поле в любой точке пространства над структурой. С помощью метода аддитивной коллокации можно эффективно вычислять эти коэффициенты. Полученное таким методом приближенное решение может быть, в принципе, сделано сколь угодно близким к точному. Реально достижимая точность ограничивается лишь используемыми вычислительными средствами; с увеличением относительной глубины периодической структуры, для сохранения той же точности, метод аддитивной коллокации требует работать с числами большей разрядности.

По сравнению с другими способами расчета метод аддитивной коллокации дает значительную экономию машинного времени. Распределение аддитивных узлов не зависит от частоты, поэтому расчеты частотных зависимостей занимают сравнимо мало времени.

Метод аддитивной коллокации тесно связан с методами, применяемыми в задачах интерполяции функций комплексного переменного, поэтому многие идеи теории интерполяции могут быть применены к рассматриваемому кругу вопросов. Отметим также, что связь точек коллокации с нулями ортогональных полиномов может быть использована и при решении трехмерных задач.

Автор признателен Л. А. Вайнштейну за плодотворное обсуждение, С. П. Капице за интерес к работе и дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

- Stratt J. W. // Scientific papers. — Cambridge: University press, 1912. V. 5. P 388
- Баранцев Р. Г. // Вестник Ленинградского ун-та. Сер. мат., мех., астр. № 1. С. 66.
- Masel R. I., Meril R. P., Miller W. H. // Phys. Rev. B. 1975. V. 12. № 12. P. 5545.
- Вайнштейн Л. А., Суков А. И. // Радиотехника и электроника. 1984. Т 29. № 8. С. 1472.
- Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. — М.: Гостехиздат, 1961.
- Апельцин В. Ф., Кюркчан А. Г. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 2. С. 193.
- Maystre P. Progress in optics. — Amsterdam: N.—Holland Ph. Publ., 1984. V. 21.
- Ikuno H, Yasuiga K. // IEEE Trans. 1973. V. AP-21. № 5. P. 657.
- Клеев А. И., Маненков А. Б. // Тезисы докл. IX Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. — Тбилиси, 1985. Т. I. С. 493
- Клеев А. И., Маненков А. Б. // Изв. вузов Радиофизика 1986 Т. 29. № 5. С. 557.
- Векуа И. Н. // ДАН СССР. 1953 Т. 90. № 5. С. 715.
- Смирнов В. И., Лебедев Н. А Конструктивная теория функций комплексного переменного. М.—Л: Наука, 1964
- Сегё Г. Ортогональные многочлены. — М.: Гостехиздат, 1962.
- Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений — М.: Мир, 1969.

Институт физических проблем
АН СССР

Поступила в редакцию
21 июля 1988 г.

THE DIFFRACTION BY THE PERIODIC SURFACE AND THE ADAPTIVE COLLOCATION METHOD

A. I. Kleev

The convergence analysis of collocation technique is examined for the problem of plane wave diffraction by a perfectly conducting periodic surface. The adaptive choice of collocation points which provides convergence of solution is proposed. The adaptive collocation method is compared to other methods which use the scattered field expansion in terms of outgoing plane waves. The results of numerical studies of convergence and stability are presented.

УДК 621.373

РАЗРУШЕНИЕ СИНХРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ НЕРЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АКТИВНОЙ И ПАССИВНОЙ МОД

A. B. Белогорцев, D. M. Ваврик, O. A. Третьяков

Проведен теоретический анализ динамических режимов в синхронизируемом генераторе с нерезонансным взаимодействием двух мод, одна из которых является пассивной (в линейном приближении). Исследованы механизмы разрушения синхронных колебаний, показана возможность их хаотизации. Установлено, что возникновение хаоса связано с образованием замкнутой цепочки гетероклинических траекторий, соединяющих седловые предельный цикл и особую точку.

Исследование устойчивости синхронных колебаний большого числа электронных и квантовых генераторов сводится к решению классической задачи теории нелинейных колебаний о синхронизации связанных осцилляторов. При типичных предположениях относительно параметров объемных и открытых резонаторов, а также активного вещества, такая задача обычно сводится к анализу взаимодействия небольшого числа мод (см., например, [1, 2]). Ее решение в основном проводилось для случая, когда для каждой из мод выполнены условия самовозбуждения, причем наиболее изученными являются регулярные режимы колебаний. Исследования, проведенные в последнее время, показали, что для адекватного отражения динамики синхронизируемых генераторов необходимо учитывать возможность возникновения стохастических колебаний [3, 4]. В частности, обнаружилось [5], что к возникновению хаоса может приводить влияние пассивных (затухающих в линейном приближении) мод. Ранее такие задачи решались применительно к многочленовым системам с резонансным взаимодействием [6–8].

Целью данной работы является исследование основных механизмов и закономерностей возникновения хаоса в синхронизируемом двухмодовом генераторе при нерезонансном взаимодействии активной и пассивной мод.

1. Математическая модель. Рассмотрим совокупность двух мод, собственные частоты которых не близки к сильному рациональному отношению и их резонансным взаимодействием можно пренебречь. В этом случае основное влияние на динамику системы оказывает нерезонансная связь мод. В присутствии внешнего гармонического колебания, частота которого близка к собственной частоте одной из мод, динамика колебаний в предположении кубической нелинейности описывается следующей системой укороченных уравнений (см., например, [2]):

$$da/d\tau = (\alpha_a - \gamma_a a^2 - \mu_a p^2) a + R \sin \varphi; \quad (1a)$$

$$d\varphi/d\tau = -\Delta + \beta a^2 + \kappa p^2 + (R/a) \cos \varphi; \quad (1b)$$

$$dp/d\tau = (\alpha_p - \gamma_p p^2 - \mu_p a^2) p. \quad (1c)$$

Здесь a , p — амплитуды активной и пассивной мод; φ — фаза активной моды; τ — безразмерное «медленное» время; α_a , α_p — линейные инкременты мод: для активной моды $\alpha_a > 0$, для пассивной $\alpha_p < 0$; γ_a , γ_p — параметры диссипативной нелинейности; β — параметр неизохронности колебаний активной моды. Нерезонансное взаимодействие мод харак-

теризуется параметрами μ_a , μ_p (диссипативная связь) и κ (реактивная связь). Нормированные амплитуда и частотная расстройка внешнего гармонического синхронизирующего колебания обозначены через R и Δ соответственно.

Система (1) характеризуется довольно большим числом независимых параметров. Мы рассмотрим основные закономерности в ее поведении в зависимости от двух из них: частотной расстройки Δ и параметра связи μ_p , зафиксировав остальные следующим образом: $\alpha_a = \gamma_a = 1$; $\alpha_p = -1$; $\gamma_p = 0.1$; $\beta = 3$; $R = 0.3$, что соответствует синхронизации генератора относительно слабым сигналом. При этом далее мы рассмотрим случай $\mu_p < \mu_p^0 = \gamma_a \alpha_p / \alpha_a < 0$, когда, как показывает анализ, связь мод уже в автономном режиме ($R = 0$) существенна: единственным устойчивым режимом является двухмодовый с амплитудами $a = \bar{A}_2 \equiv [(\alpha_a \gamma_p - \alpha_p \mu_a) / \Gamma]^{1/2}$ и $p = \bar{P}_2 \equiv [(\alpha_p \gamma_a - \alpha_a \mu_p) / \Gamma]^{1/2}$, где $\Gamma \equiv \gamma_a \gamma_p - \mu_a \mu_p$, а расстройка частоты активной моды составляет $\Delta_2 = \beta A_2^2 + \kappa P_2^2$. Для реализации этого случая параметр связи μ_p должен быть отрицательным, а также превышать по модулю критическое значение $|\mu_p^0|$.

2. Синхронные режимы. При $R \neq 0$ все синхронные режимы системы (1) разделяются на два класса: одномодовые, в которых значения динамических переменных равны

$$a = A_1 > 0, \quad p = P_1 = 0, \quad \varphi = \Phi_1 = \arctg \frac{\alpha_a - \gamma_a A_1^2}{-\Delta + \beta A_1^2}, \quad (2a)$$

и двухмодовые, для которых

$$a = A_2 > 0, \quad p = P_2 = \sqrt{\frac{\alpha_p - \mu_p A_2^2}{\gamma_p}} > 0, \quad \varphi = \Phi_2 = \arctg \frac{\alpha_a - \gamma_a A_2^2 - \mu_a P_2^2}{-\Delta + \beta A_2^2 + \kappa P_2^2}. \quad (2b)$$

Из этих соотношений следует, что положение особых точек в фазовом пространстве однозначно определяется значением амплитуды A_m ($m = 1, 2$) активной моды в данном состоянии равновесия. Эта амплитуда в общем случае удовлетворяет соотношению

$$[(\alpha_m - \gamma_m A_m^2)^2 + (-\Delta_m + \beta_m A_m^2)^2] A_m^2 = R^2, \quad (3)$$

которое совпадает с уравнением резонансной кривой осциллятора с кубической нелинейностью. Параметры этого уравнения выражаются через исходные параметры системы следующим образом:

$$\alpha_1 = \alpha_a, \quad \gamma_1 = \gamma_a, \quad \Delta_1 = \Delta, \quad \beta_1 = \beta \quad (4a)$$

— для одномодовых состояний и

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_a - \mu_a \alpha_p / \gamma_p, & \gamma_2 &= \gamma_a - \mu_a \mu_p / \gamma_p, \\ \Delta_2 &= \Delta - \kappa \alpha_p / \gamma_p, & \beta_2 &= \beta - \kappa \mu_p / \gamma_p \end{aligned} \quad (4b)$$

— для двухмодовых синхронных режимов.

На рис. 1а приведены резонансные кривые для характерного значения $\mu_p = -3.2 < \mu_p^0 = -1$. Их устойчивые участки обозначены сплошными линиями, неустойчивые — пунктирными. Области существования парных особых точек, отвечающих ветвям $A_2(\Delta)$ и $A'_1(\Delta)$, на плоскости параметров (Δ, μ_p) показаны на рис. 1б, где они ограничены пунктирующими линиями. Участки, в которых одна из этих точек устойчива, заштрихованы. Состояние равновесия, соответствующее ветви $A'_1(\Delta)$, для выбранных значений параметров является неустойчивым. Отметим, что для большинства кривых, изображенных на рис. 1б, несложно по-

лучить аналитические выражения, которые здесь не приводятся из-за недостатка места.

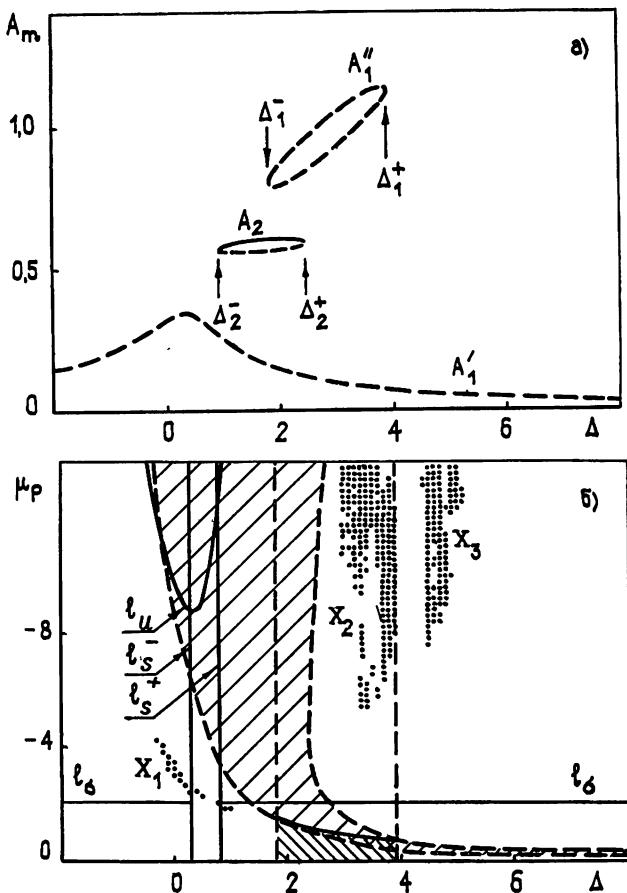


Рис. 1.

3. Условия и механизмы возникновения хаоса. При выборе параметров μ_p , Δ вне заштрихованных областей на рис. 1б в системе реализуется асинхронный режим возбуждения. Для выяснения характера возникающих при этом колебаний был проведен расчет старшего ляпуновского показателя λ в дискретном множестве точек плоскости параметров (Δ, μ_p) . Те из них, в которых наблюдались хаотические колебания ($\lambda > 0$), отмечены на рис. 1б точками.

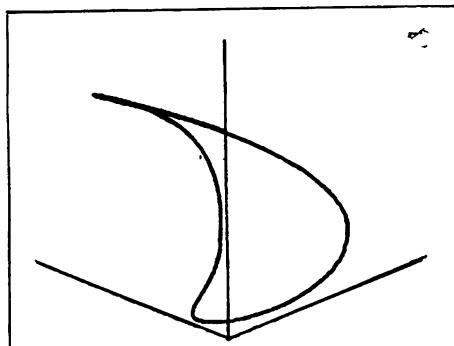
Результаты проведенных расчетов позволяют выделить три области стохастических колебаний, обозначенные на рис. 1б через X_i , $i = 1, 2, 3$. Все они существуют для значений параметра μ_p , меньших критического, и локализуются вблизи границ двухмодовых синхронных режимов. Это позволяет записать, используя выражение для этих границ, приближенные эмпирические соотношения, устанавливающие условия существования хаоса в системе (1):

$$\mu_p < \mu_p^0, \quad |\Delta - \bar{\Delta}_2| \geqslant (R/\bar{A}_2(\Delta)) \sqrt{1 + (\bar{\Delta}_2/\alpha_2)^2}.$$

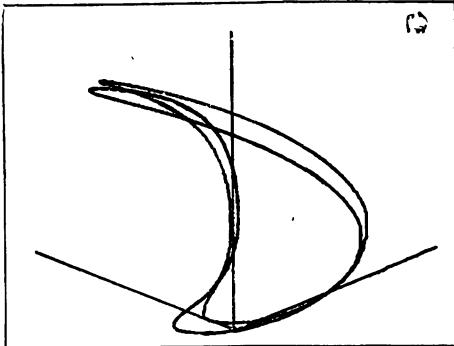
Рассмотрим вначале закономерности возникновения хаотических колебаний в области X_1 . Ей соответствуют сравнительно небольшие абсолютные значения параметра μ_p , характерные для реальных автоколебательных систем. Зафиксируем значение $\mu_p = -3,2$, для которого построены резонансные кривые на рис. 1а, и проследим за эволюцией динамики системы при изменении параметра Δ . В интервале $\bar{\Delta}_2^- < \Delta < \bar{\Delta}_2^+$ в фазовом пространстве имеется единственная устойчивая особая точка,

соответствующая устойчивым синхронным двухмодовым колебаниям. Когда параметр Δ , уменьшаясь, проходит значение Δ_2^- , реализуется бифуркация слияния устойчивого узла и седла, отвечающих кривой $A_2(\Delta)$, в результате чего происходит рождение устойчивого предельного цикла. Его изображение приведено на рис. 2а для $\Delta=0,15$ в координатах p , $u=a \cos \varphi$, $v=a \sin \varphi$; длина изображенного отрезка каждой оси равна 1,5. При приближении к области X_1 реализуется последовательность бифуркаций удвоения предельного цикла (на рис. 2б изображен двухтактный цикл, $\Delta=0,075$), завершающаяся рождением хаотического аттрактора (см. рис. 2в, $\Delta=0,01191$). После прохождения области X_1 хаотический аттрактор вырождается в устойчивый предельный цикл, который после обратной последовательности бифуркаций удвоения принимает вид, изображенный на рис. 2г ($\Delta=-0,13$). Таким образом, переход к хаосу в рассматриваемом случае осуществляется через типичную для диссипативных динамических систем серию бифуркаций удвоения циклов.

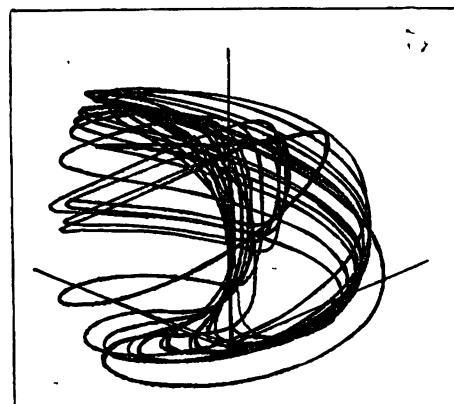
а)



б)



в)



г)

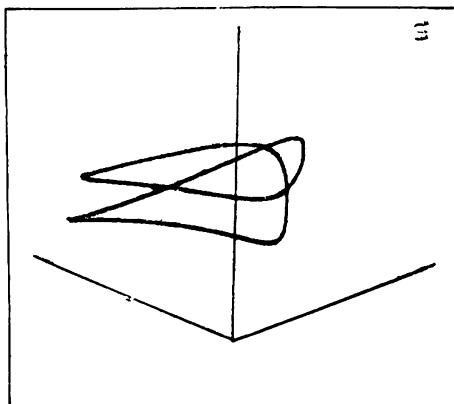


Рис. 2.

Описанные бифуркационные явления, предшествующие возникновению хаоса, составляют «внешнюю» сторону исследуемых процессов, непосредственно доступную наблюдению как в численных, так и в натурных экспериментах. Для выяснения «внутренних» причин хаотизации колебаний проанализируем подробнее свойства одномодовых синхронных и асинхронных режимов. Непосредственно из уравнений (1) следует, что плоскость $p=0$ является «особой» плоскостью фазового пространства: если в какой-либо момент времени фазовая траектория находится на этой плоскости, то она будет оставаться на ней и для всех остальных моментов времени. Для таких траекторий система (1) вырождается в двумерную систему из уравнений (1а), (1б), совпадающую с уравнениями возбуждения неизохронного квазилинейного осциллятора Ван дер Поля. Отсюда следует, что при $\Delta < \Delta_2^-$ и $\Delta > \Delta_1^+$ (см. рис. 1а)

На плоскости $p=0$ существует предельный цикл C , окружающий особую точку O , соответствующую ветви A'_1 резонансной кривой.

Из уравнения (1в) следует, что участок плоскости $p=0$, для которого $a^2 < |\alpha_p|/|\mu_p|$, является устойчивым по отношению к возмущениям, действующим по нормали к данной плоскости. Поскольку при малых значениях R предельный цикл C близок к окружности $a = (\alpha_a/\gamma_a)^{1/2}$, то при $\mu_p \leq \mu_p^0$ он является седловым: траектории, лежащие на плоскости $p=0$, при $\tau \rightarrow \infty$ притягиваются к циклу, а близкие к нему траектории с $p > 0$ отталкиваются. Относительно типа точки O анализ показывает следующее. Она является седло-фокусом на всей плоскости параметров (Δ, μ_p) , за исключением, во-первых, области, ограниченной линией l_u (см. рис. 1б), при пересечении которой данная особая точка выходит из круга $a \leq (|\alpha_p|/|\mu_p|)^{1/2}$ и становится абсолютно неустойчивой, и, во-вторых, полосы, заключенной между линиями l_s^\pm , в которой точка O является седло-узлом. Одномерное интегральное многообразие S^+ , выходящее из точки O по нормали к плоскости $p=0$, устойчиво (за исключением области, ограниченной линией l_u), двумерное интегральное многообразие S^- , совпадающее с плоскостью $p=0$, — неустойчиво. Последнее означает, что любая фазовая траектория, лежащая в какой-либо момент времени на плоскости $p=0$ в области, охватываемой циклом C , является двоякоасимптотической: при $\tau \rightarrow +\infty$ она стремится к циклу C , при $\tau \rightarrow -\infty$ — к точке O .

Проведенные нами исследования показали, что возникновение хаотического аттрактора в системе (1) связано с образованием замкнутой цепочки гетероклинических фазовых траекторий, соединяющих точку O и цикл C , т. е. когда в дополнение к совокупности траекторий, соединяющих O и C , описанной выше, возникает траектория, не лежащая в плоскости $p=0$ и идущая при возрастании τ от цикла C к точке O .

Поясним сказанное. На рис. 3 качественно отражен характер поведения интегрального многообразия S^+ точки O , выясненный на основе проведенных численных исследований. Расчет самого многообразия S^+

осуществлялся путем численного интегрирования системы уравнений (1) в обратном направлении изменения времени с начальными условиями на конце вектора малой длины, выходящего из особой точки O по нормали к плоскости $p=0$. На осах координат рис. 3 отложены значения проекции рассчитанной таким образом фазовой траектории на ось p и расстояние d ее проекции на плоскость $p=0$ от точки O ,

на конец вектора малой длины, выходящего из особой точки O по нормали к плоскости $p=0$.

нормированное на расстояние от точки O до цикла C . Расчеты показывают, что в зависимости от параметров возможно два качественно отличающихся типа поведения многообразия S^+ : в первом случае (кривая 1 на рис. 3) оно при $\tau \rightarrow -\infty$ уходит в область бесконечных значений d , во втором (кривая 2) возвращается в окрестность особой точки. Промежуточный (негрубый) случай соответствует образованию двоякоасимптотической траектории, соединяющей цикл C с точкой O и являющейся пересечением двумерного неустойчивого интегрального многообразия цикла C с одномерным устойчивым интегральным многообразием S^+ точки O (пунктирная кривая на рис. 3).

Связь между образованием этой гетероклинической кривой и возникновением хаоса иллюстрирует результаты расчетов, представленные на рис. 4. На рис. 4а приведена зависимость старшего ляпуновского показателя λ от Δ при прохождении области X_1 по линии $\mu_p = -3,2$ (рис. 1б). На рис. 4 б для тех же параметров системы приведена зависимость расстояния r между интегральным многообразием S^+ и пло-

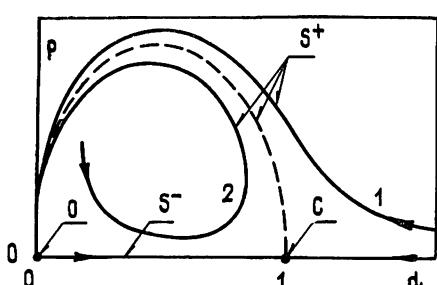


Рис. 3.

скостью $p=0$ при $d=3$ для тех случаев, когда реализуется первый тип поведения S^+ (рис. 3). Видно, что в области хаотической динамики системы в зависимости $\rho(\Delta)$ существует ряд узких интервалов, в которых $p \rightarrow 0$. Детальные расчеты показывают, что эти интервалы в свою очередь являются объединениями ряда подинтервалов с различным типом поведения S^+ , на границах между которыми образуется гетероклиническая траектория $C \rightarrow O$. Представление о ее форме дает рис. 5, где приведено рассчитанное численно интегральное многообразие S^+ второго типа поведения в точках $\Delta = 0,01190$ (рис. 5а) и $\Delta = -0,0158028$ (рис. 5б), близких к бифуркационным. Отметим, что разбиение оси Δ на интервалы с качественно различным поведением S^+ , по-видимому, обладает масштабной инвариантностью, а бифуркация образования гетероклинической траектории $C \rightarrow O$ осуществляется на счетном множестве значений Δ , границы которого обозначены на рис. 4б через Δ_l , Δ_r .

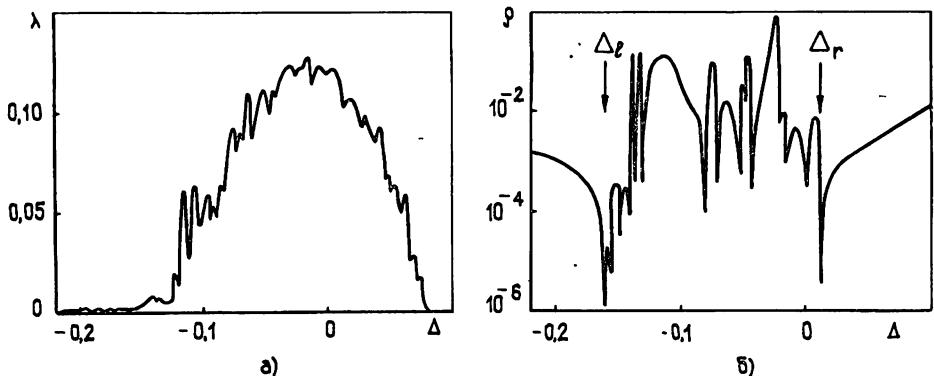


Рис. 4.

Важно отметить, что тип особой точки O , имеющий существенное значение в теоретических исследованиях [3], не играет какой-либо заметной роли в формировании сложного поведения системы (1). Действительно, из рис. 1б следует, что хаос в области X_1 возникает при наличии в фазовом пространстве особой точки как типа седло-узел (между линиями l_s^- , l_s^+), так и типа седло-фокус (вне полосы, ограниченной линиями l_s^- , l_s^+). Несущественным для хаотизации колебаний в этом случае оказывается также знак седловой величины седло-фокуса σ (она обращается в нуль на линии l_σ на рис. 1б), в то время как в качественных исследованиях случаи $\sigma > 0$ и $\sigma < 0$ четко разграничены [3, 9].

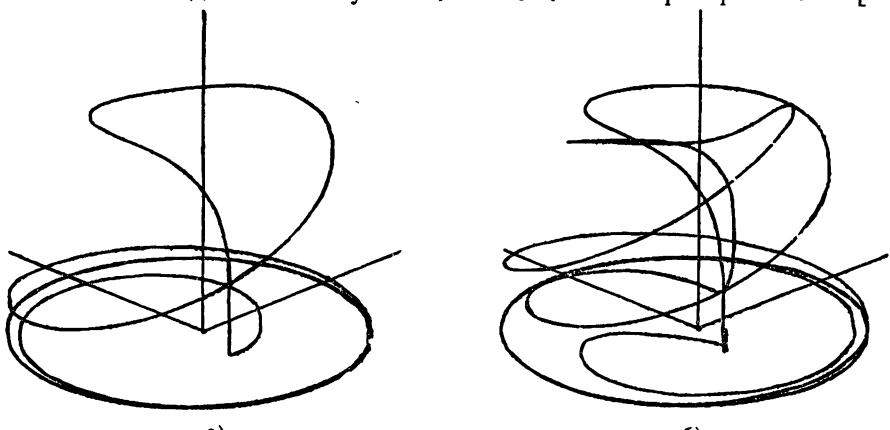


Рис. 5.

Аналогичные свойства имеет также ряд других динамических систем с хаотическим поведением (см., например, [4]). Выяснение причин такого расхождения требует проведения дальнейших исследований, как численных, так и качественных.

Остановимся вкратце на особенностях возникновения хаоса в областях X_2 и X_3 (см. рис. 1б). Анализ показывает, что в области X_3 основные свойства системы аналогичны тем, которые имеют место в области X_1 и хаотическое поведение в ней также связано с образованием цепочки гетероклинических траекторий, связывающих цикл C и точку O . Поэтому свойства системы в областях X_1 и X_3 в определенном смысле эквивалентны.

Иначе обстоит дело в области X_2 . Здесь в фазовом пространстве существуют три особые точки, отвечающие неустойчивым одномодовым режимам, а цикл C отсутствует. Это означает, что в области X_2 возникновение хаоса связано с бифуркационными явлениями, отличающимися от рассмотренных выше. Их изучение требует проведения специальных исследований, которые будут представлены в отдельной работе.

Основные результаты данной работы следующие.

1) Показано, что нерезонансное взаимодействие мод может приводить к разрушению синхронных колебаний с образованием хаотического аттрактора. Определены приближенные аналитические условия стохастизации.

2) Выяснено, что переход к хаосу в исследованной системе осуществляется через типичную для диссипативных динамических систем серию бифуркаций удвоения циклов.

3) Установлена связь между возникновением хаоса и образованием негрубой цепочки двоякоасимптотических траекторий, соединяющих седловые предельный цикл и особую точку.

Авторы признательны В. С. Анищенко и А. С. Дмитриеву за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ораевский А. Н. Молекулярные генераторы. — М.: Наука, 1964.
2. Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 11. С. 1689.
3. Неймарк Ю. И., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. — М.: Наука, 1987.
4. Анищенко В. С. Стохастические колебания в радиофизических системах. — Саратов: Гос. ун-т, 1985; 1986. Ч. 1, 2.
5. Белогорцев А. Б., Вавриш Д. М., Третьяков О. А. // ДАН УССР. Сер. А. 1987. № 11. С. 36.
6. Рабинович М. И., Фабрикант А. Л. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 2. С. 617.
7. Вышкинд С. Я. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 10. С. 1451.
8. Белогорцев А. Б., Вавриш Д. М., Третьяков О. А. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 4. С. 1316.
9. Шильников Л. П. // ДАН СССР. 1965. Т. 160. № 3. С. 558.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
24 мая 1988 г.

THE DESTRUCTION OF SYNCHRONOUS OSCILLATIONS WITH A NONRESONANCE INTERACTION OF ACTIVE AND PASSIVE MODES

A. B. Belogortsev, D. M. Vavriiv, O. A. Tret'yakov

We study the dynamic regimes in a synchronizable oscillator with a two nonresonance interacting modes, among which a passive one is in the linear approach. We investigate mechanisms of destruction of synchronous oscillations and indicate the possibility of chaotic behaviour. We find out that the cause of chaos is a formation of locking of heteroclinic trajectories which connect a saddle limit cycle and a saddle equilibrium point.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 539.143.43

ЭФФЕКТИВНОЕ ПОЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РАДИОЧАСТОТНЫХ ПОЛЕЙ В ЯМР

Г. Б. Фурман

Метод ядерного магнитного резонанса высокого разрешения в твердых телах получил широкое применение и интенсивно развивается в последнее время [1-4]. Теоретическое описание экспериментов по высокому разрешению основано на введении эффективного поля [3, 5], при расчете которого учитывается величина спина ядер, подвергающихся периодическому радиочастотному воздействию [3, 5, 6].

В настоящей работе рассмотрен метод расчета эффективного поля, основанный на соотношениях коммутации компонент оператора спина, в силу чего являющийся достаточно общим.

Действие периодической многоимпульсной последовательности на систему ядер за время одного периода t_c описывается оператором эволюции (без учета внутренних взаимодействий) [3, 5]

$$U(t_c) = \exp [-i\omega_e(nS)t_c], \quad (1)$$

где ω_e и $n(n_1, n_2, n_3)$ — величина и направление эффективного поля ($nn = 1$), S — оператор спина (или оператор эффективного спина [3]). Будем считать оператор эволюции U , величину ω_e и направление n эффективного поля функциями скалярного параметра λ : $U(t_c, \lambda)$, $\omega_e(\lambda)$, $n(\lambda)$, причем $U(t_c) = U(t_c, 1)$. Дифференцируем выражение (1) по λ и действуем справа оператором $U^+(t_c, \lambda)$, в результате получим

$$\begin{aligned} \frac{dU(t_c, \lambda)}{d\lambda} U^+(t_c, \lambda) = -i \int_0^1 d\alpha \exp \left[-i\alpha\omega_e(nS)t_c \right] \frac{d}{d\lambda} \times \\ \times \{\omega_e t_c (nS)\} \exp [i\alpha\omega_e(nS)t_c]. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя соотношения

$$[(aS), (bS)]_- = i([a \times b]S); \quad (3)$$

$$[(aS), (bS)]_+ = (1/2)(ab) \quad (4)$$

(здесь a и b — классические векторы), уравнение (2) преобразуется к виду

$$\frac{d\theta}{d\lambda} (nS) + \sin \theta \left(\frac{dn}{d\lambda} S \right) + (1 - \cos \theta) \left(\left[n \times \frac{dn}{d\lambda} \right] S \right) = i \frac{dU(t_c, \lambda)}{d\lambda} U^+(t_c, \lambda), \quad (5)$$

где $\theta = \omega_e t_c$, $[A, B]_- = AB - BA$, $[A, B]_+ = AB + BA$. Правую часть уравнения (5) можно представить в следующей форме:

$$\frac{dU(t_c, \lambda)}{d\lambda} U^+(t_c, \lambda) = (a(\lambda) S). \quad (6)$$

Учитывая (6) и $(nn) = 1$, выражение (5) приведем к системе уравнений, разрешенных относительно производной:

$$d\theta/d\lambda = (an); \quad (7)$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{1}{2} [a \times n] + \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} [n \times [a \times n]]. \quad (8)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (7), (8) определяет величину и направление эффективного поля многоимпульсной радиочастотной последовательности при $\lambda = 1$: $\omega_e = \omega_e(1)$, $n = n(1)$. В случае непрерывного радиочастотного поля аналогичная система была получена в работе [7]

В качестве примера рассмотрим действие многоимпульсной последовательности MW-4 [1]. Оператор эволюции за время t_c имеет вид:

$$U(t_c, \lambda) = \exp\left[-i\frac{\lambda\Delta}{2} S_z(t_c - t_w)\right] \exp[-i\lambda(\omega_1 S_x + \Delta S_z) t_w] \exp\left[-i\frac{\lambda\Delta}{2} S_z(t_c - t_w)\right], \quad (9)$$

где Δ — расстройка между резонансной частотой и частотой заполнения радиочастотных импульсов, t_w — длительность радиочастотных импульсов, $\omega_1 = \gamma H_1$, H_1 — амплитуда импульсов, γ — гиромагнитное отношение. В этом случае вектор a имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} a_1(\lambda) &= \frac{\Delta\omega_1(t_c - t_w)}{2\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \left[\frac{\Delta}{2\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \cos \frac{\lambda\Delta}{2} (t_c - t_w) (\cos \lambda \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} - 1) - \right. \\ &\quad \left. - \sin \frac{\lambda\Delta}{2} (t_c - t_w) \sin \lambda \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} \right] - \omega_1 t_w; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} a_2(\lambda) &= \frac{\Delta\omega_1(t_c - t_w)}{2\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \left[\frac{\Delta}{2\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \sin \frac{\lambda\Delta}{2} (t_c - t_w) (\cos \lambda \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} - 1) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \frac{\lambda\Delta}{2} (t_c - t_w) \sin \lambda \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} \right] - \omega_1 t_w; \end{aligned} \quad (11)$$

$$a_3(\lambda) = -\frac{1}{2} \Delta(t_c - t_w) \left(1 + \frac{\Delta^2}{\omega_1^2 + \Delta^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \Delta^2} \cos \lambda \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} \right) - \Delta t_w. \quad (12)$$

Решение уравнения (8) с учетом (10) — (12) имеет вид ($\lambda = 1$)

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) &= \pm \left[\cos\left(\frac{t_w}{2} \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}\right) \cos \frac{\Delta}{2} (t_c - t_w) + \frac{\Delta}{\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \sin\left(\frac{t_w}{2}\right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2} \right] \sin \frac{\Delta}{2} (t_c - t_w), \end{aligned} \quad (13)$$

$$n_1 = \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \sin\left(\frac{t_w}{2} \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}\right) \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{-1}, \quad n_2 = 0,$$

$$\begin{aligned} n_3 &= \left[\cos\left(\frac{t_w}{2} \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}\right) \sin \frac{\Delta}{2} (t_c - t_w) - \frac{\Delta}{\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}} \sin\left(\frac{t_w}{2} \sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}\right) \cos \frac{\Delta}{2} \times \right. \\ &\quad \left. \times (t_c - t_w) \right] \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Выражения (13) описывают величину и направление эффективного поля с учетом временной длительности радиочастотных импульсов. В случае, когда длительностью можно пренебречь, выражения (13) переходят в полученные ранее результаты [3—6]. Аналогично может быть рассчитано эффективное поле и для других многоимпульсных последовательностей.

В заключение следует отметить, что соотношения коммутации (3), (4) соответствуют использованию алгебры Ли $SU(2)$ [8] и решения уравнений (7), (8) находятся в соответствии с решениями, полученными при использовании формулы Кэмпбелла—Бейкера—Хаусдорфа [9]. Описанный метод допускает обобщение на системы взаимодействующих спинов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Уо Дж. Новые методы ЯМР в твердых телах. — М.: Мир, 1978. — 180 с.
2. Хеберлен У., Меринг М. ЯМР высокого разрешения в твердых телах. — М.: Мир, 1980. — 504 с.
3. Иванов Ю. Н., Провоторов Б. Н., Фельдман Э. Б. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 5 (11). С. 1847.
4. Буишивили Л. Л., Менабде М. Г. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 6. С. 2435.
5. Провоторов Б. Н., Фельдман Э. Б. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. № 6. С. 2206.
6. Айнбinder Н. Е., Фурман Г. Б. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 3. С. 988.
7. Magisq M. M. // J. Chem. Phys. 1987. V. 86. № 10. P. 5647.
8. Триах D. R. / Phys. Rev. D. 1985. V. 31. № 8. P. 1988.
9. Рихтмайер Р. Принципы современной математической физики. — М.: Мир, 1984. Т. 2. 381 с.

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗМЕНЕНИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ ДИСКРЕТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ФОТООТСЧЕТОВ

B. Ю. Волков

Флуктуации интенсивности оптического излучения возникают при его распространении в случайно-неоднородных средах, а также при отражении от различных объектов [1, 4]. Для описания флуктуаций используются различные одномерные распределения интенсивности (экспоненциальное, логарифмически нормальное и др.) [5]. Фильтрация изменений интенсивности позволяет решать задачи адаптации оптической системы в процессе ее работы.

Пусть фотоприемник последовательно регистрирует дискретные выборки фотоотсчетов $\{n_k\}$, $k=1, 2, \dots$, получаемые на одинаковых временных интервалах, не превышающих время корреляции интенсивности излучения. Величины n_k являются целыми числами и имеют условно пуссоновские распределения [4]

$$P(n_k|x_k) = x_k^n \exp(-x_k)/n_k!, \quad (1)$$

где x_k — параметр, связанный с изменяющейся интенсивностью оптического сигнала. Рассмотрим задачу рекуррентной фильтрации последовательности $\{x_k\}$ по наблюдениям $\{n_k\}$, $k=1, 2, \dots$. Поскольку большинство используемых на практике распределений интенсивности хорошо аппроксимируются гамма-распределением, будем считать, что величины x_k образуют нестационарную марковскую последовательность с одномерным гамма-распределением, начальная и переходная плотности которой имеют вид [5]

$$\begin{aligned} \pi_1(x_1) &= d_1^{\nu+1} x_1^\nu \exp(-d_1 x_1)/\Gamma(\nu+1), \\ \pi_k(x_k|x_{k-1}) &= \frac{d_k}{1-r} \left(\frac{d_k x_k}{r d_{k-1} x_{k-1}} \right)^{\nu/2} \exp\left(-\frac{d_k x_k}{1-r}\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{r d_{k-1} x_{k-1}}{1-r}\right) I_\nu\left(\frac{2\sqrt{d_{k-1} x_{k-1} d_k x_k r}}{1-r}\right), \quad k>1, \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_\nu(\cdot)$ — модифицированная функция Бесселя. Параметры $d_k > 0$, $0 < r < 1$ и $\nu > 0$ полагаются известными. Можно показать, что одномерные плотности $\pi_k(x_k)$ являются также гамма-распределениями с параметрами d_k и ν , а величина r — коэффициент корреляции между соседними значениями интенсивности.

Задача рекуррентной фильтрации марковской последовательности обычно решается в гауссовом приближении для апостериорной плотности вероятности (АПВ) [5]. В данном случае, исходя из вида функции правдоподобия (1), предлагается аппроксимация АПВ гамма-распределением. Семейство гамма-распределений образует сопряженный класс для пуссоновских распределений [6], что обеспечивает сохранение вида АПВ при рекуррентном байесовском оценивании постоянных параметров. В случае фильтрации изменяющихся величин воспроизводящее свойство не сохраняется, однако указанная аппроксимация для АПВ представляется физически более обоснованной, чем гауссова.

Рассмотрим рекуррентное уравнение для АПВ $w_k(x_k) = P(x_k|\{n_k\})$ на k -м шаге, которое является исходным для получения оптимального алгоритма фильтрации [5]:

$$w_k(x_k) = C_k P(n_k|x_k) \int_0^\infty \pi_k(x_k|x_{k-1}) w_{k-1}(x_{k-1}) dx_{k-1}, \quad (3)$$

где C_k — нормировочный множитель. Начальная плотность $w_1(x_1) = C_1 P(n_1|x_1) \pi_1(x_1)$ в силу (1) и (2) является гамма-распределением. Предположим, что АПВ на $(k-1)$ -м шаге аппроксимируется гамма-распределением с параметрами c_{k-1} и b_{k-1} :

$$w_{k-1}(x_{k-1}) = c_{k-1}^{b_{k-1}+1} x_{k-1}^{b_{k-1}} \exp(-c_{k-1} x_{k-1})/\Gamma(b_{k-1}+1).$$

С учетом (1) экстраполированная плотность для x_k , входящая в (3), представляется в виде

$$\begin{aligned} \tilde{w}_k(x_k) &= \int_0^\infty \pi_k(x_k|x_{k-1}) w_{k-1}(x_{k-1}) dx_{k-1} = \\ &= C'_k x_k^\nu \exp\left(-\frac{d_k x_k}{1-r}\right) {}_1F_1\left(b_{k-1}+1, \nu+1; \frac{A_k x_k}{B_{k-1}}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $A_k = d_{k-1} d_k r / (1-r)^2$, $B_{k-1} = r d_{k-1} / (1-r) + c_{k-1}$, а ${}_1F_1(\cdot)$ — конфлюэнтная гипергеометрическая функция.

Плотность (4) представляет бесконечный ряд гамма-плотностей, однако ее можно аппроксимировать одним гамма-распределением с параметрами c'_k и b'_k , которые определяются, например, методом моментов.

При $r=1$ переходная плотность $\pi_k(x_k|x_{k-1})$ является δ -функцией и $w_k(x_k)$ имеет вид одного гамма-распределения с параметрами $c'_k = c_{k-1}d_k/d_{k-1}$ и $b'_k = b_{k-1}$. Это следует из выражения (4), если воспользоваться формулой Куммера ${}_1F_1(\alpha, \gamma; x) = \exp(x) {}_1F_1(\gamma-\alpha, \gamma; -x)$ и асимптотическим представлением функции ${}_1F_1(\cdot)$ при больших отрицательных значениях аргумента [7]

$${}_1F_1(\gamma-\alpha, \gamma; -x) \cong \Gamma(\gamma) x^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha).$$

Воспользовавшись выражением для характеристической функции конфлюэнтной гипергеометрической плотности, приведенным в работе [8]

$$\Theta_k(ju) = (1-juq_k)^{b_{k-1}-v} / (1-jup_k)^{b_{k-1}+1}, \quad b_{k-1} > v$$

где

$$p_k = [rd_{k-1} + c_{k-1}(1-r)]/d_k c_{k-1}, \quad q_k = (1-r)/d_k,$$

можно записать ее математическое ожидание и дисперсию:

$$\begin{aligned} \mu_k &= b_{k-1}(p_k - q_k) + p_k + vq_k = \\ &= (b_{k-1} + 1)rd_{k-1}/c_{k-1}d_k + (v + 1)(1-r)/d_k, \\ \sigma_k^2 &= b_{k-1}(p_k^2 - q_k^2) + p_k^2 + vq_k^2 = (b_{k-1} + 1)r^2 d_{k-1}^2/d_k^2 c_{k-1}^2 + \\ &+ 2rd_{k-1}(1-r)(b_{k-1} + 1)/d_k^2 c_{k-1} + (v + 1)(1-r)^2/d_k^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Этого достаточно для определения параметров c'_k и b'_k аппроксимирующей плотности:

$$c'_k = \mu_k/\sigma_k^2, \quad b'_k = \mu_k^2/\sigma_k^2 - 1, \quad k \geq 1. \quad (6)$$

Согласно (3) теперь $w_k(x_k)$ является гамма-распределением с параметрами c_k и b_k , где

$$c_k = c'_k + 1, \quad b_k = b'_k + n_k, \quad k \geq 1. \quad (7)$$

Формулы (5)–(7) представляют рекуррентный алгоритм вычисления параметров аппроксимации АПВ на k -м шаге. При этом для $k=1$ $b'_1=v$, $c'_1=d_1$.

Алгоритм рекуррентной байесовской фильтрации для последовательности $\{x_k\}$ строится исходя из используемого критерия оптимальности. Для минимизации среднеквадратической ошибки необходимо вычислять математическое ожидание АПВ, что приводит к алгоритму нелинейной фильтрации.

$$\hat{x}_k = (b_k + 1)/c_k, \quad k \geq 1. \quad (8)$$

Апостериорная дисперсия этой оценки равна $(b_k + 1)/c_k^2$.

Фильтрация по максимуму апостериорной плотности осуществляется в соответствии с алгоритмом $x_k^* = b_k/c_k$, $k \geq 1$. Можно получить алгоритмы и для других критериев.

Заметим, что при $r=1$ и $d_k=d_{k-1}=d$ из (5)–(7) получаем $c_k=c_{k-1}+1$, $b_k=b_{k-1}+n_k$ и это соответствует рекуррентному оцениванию постоянной интенсивности оптического сигнала [9].

Приведенные алгоритмы нелинейной фильтрации случайных изменений интенсивности оптического сигнала являются квазиоптимальными ввиду используемой аппроксимации АПВ, однако они учитывают имеющиеся априорные сведения о характере флуктуаций интенсивности оптического сигнала и отличаются достаточной простотой.

ЛИТЕРАТУРА

- Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. — Новосибирск: Наука, 1981. — 246 с.
- Орлов В. М., Самохвалов И. В., Креков Г. М. и др. Сигналы и помехи в лазерной локации / Под ред. В. Е. Зуева. — М.: Радио и связь, 1985. — 264 с.
- Милютин Е. Р., Яременко Ю. И. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 11. С. 2273.
- Гальядри Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. — М.: Связь, 1978. — 424 с.
- Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975. — 704 с.
- Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. — М.: Мир, 1974. — 491 с.

7. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979 — 832 с.
 8. Mc Nolty F., Hansen E // IEEE Trans. AES. 1974. V. 10. № 2. Р. 281.

Ленинградский электротехнический институт
связи

Поступила в редакцию
9 сентября 1988 г.

УДК 538.574.6

ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ АНИЗОТРОПНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, С. И. Ханкина

Известно, что отражение сферической волны от плоской поверхности может сопровождаться распространением так называемой боковой волны, возникающей, если угол падения сигнала на границу раздела сред больше угла полного внутреннего отражения [1, 2]. Боковая волна содержит обширную информацию о параметрах как сред, так и поверхности раздела, поскольку путь ее распространения проходит не только через среду, в которой расположены источник и приемник, но и частично под поверхностью раздела. Скорость распространения такой волны больше скорости обычного отраженного сигнала. До сих пор боковые волны исследовались в изотропных средах. В данной работе рассмотрены особенности боковых волн в твердотельной анизотропной среде.

Выбираем систему координат таким образом, что в области $y > 0$ находится однородный диэлектрик (среда 1), а при $y < 0$ — односный диэлектрический кристалл (среда 2), оптическая ось которого лежит в плоскости раздела сред и направлена вдоль оси z . Источник сферических волн и приемник расположены в среде 1.

Поле сферической волны, следя [1], представим в виде суперпозиции плоских волн. Из теории отражения и преломления плоских волн известно, что в общем случае поле электромагнитной волны может быть представлено в виде суммы плоских волн двух поляризаций. В рассматриваемой геометрии эти поляризации удобно выбрать таким образом, что в одной из них компонента $E_y^{(1)} = 0$, а в другой — $H_y^{(1)} = 0$, остальные составляющие электрического и магнитного полей отличны от нуля. Не уменьшая общности рассмотрения, предположим, что падающая волна имеет поляризацию, при которой $E_y = 0$, а отраженная волна является суперпозицией обеих поляризаций. В среде 2 возможно распространение обычновенной ($\operatorname{div} E^{(2)} = 0$) и необыкновенной ($\operatorname{div} D^{(2)} = 0$) волн, причем, как это следует из уравнений Максвелла, в обычновенной волне компонента поля $E_z^{(2)} = 0$, а в необыкновенной — $H_z^{(2)} = 0$.

В этом случае E_x -компоненты поля в средах 1 и 2 имеют вид

$$E_x^{(1)} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \{i[k_x x + k_z z - k_y (y - y_0)]\} \frac{dk_x dk_z}{k_y} + \quad (1)$$

$$+ \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V \exp \{i[k_x x + k_z z + k_y (y + y_0)]\} \frac{dk_x dk_z}{k_y}, \quad y > 0;$$

$$E_x^{(2)} = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0 \exp \{i[k_x x + k_z z - k_{y0} (y - y_0)]\} \frac{dk_x dk_z}{k_{y0}} + \quad (2)$$

$$+ \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_n \exp \{i[k_x x + k_z z - k_{yn} (y - y_0)]\} \frac{dk_x dk_z}{k_{yn}}, \quad y < 0,$$

где y_0 — расстояние излучателя от границы раздела, $k_y = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - k_x^2 - k_z^2}$, $k_{y0} = -\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_\perp - k_x^2 - k_z^2}$, $k_{yn} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_\parallel - k_x^2 - \frac{\epsilon_\perp}{\epsilon} k_z^2}$ — нормальные составляющие волновых векторов в среде 1 и в кристалле; $\epsilon, \epsilon_\parallel, \epsilon_\perp$ — компоненты диэлектрической про-

ницаемости, соответственно, в однородной и анизотропной средах (ϵ_{\parallel} — вдоль оптической оси, ϵ_{\perp} — перпендикулярно оси).

Амплитуда падающей волны равна единице, V — коэффициент отражения плоской волны от границы раздела, A_0 и A_n — амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн в кристалле. Выбор знаков в экспонентах при волновых числах k_x , k_{yo} , k_{yn} учитывает направление распространения соответствующей волны (падающая распространяется к границе, отраженная — от нее, обыкновенная и необыкновенная волны — в глубь кристалла). Если k_{yo} и k_{yn} оказываются мнимыми, то знак в (2) определяется из условия затухания волны при $q \rightarrow -\infty$.

Зависимость всех переменных величин от времени задана в виде $e^{-i\omega t}$.

Воспользовавшись граничными условиями — непрерывностью тангенциальных компонент электрического и магнитного полей — выразим коэффициенты V , A_0 , A_n через амплитуду падающей волны. Поскольку нас интересует отраженная волна, то приведем выражение только для коэффициента отражения

$$V = \frac{k_y - k_{yo}}{k_y + k_{yo}} \left[\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon} k_x \frac{k_y^2 + k_{yo}^2}{k_y - k_{yo}} + k_{yo}(k_x^2 + k_{yo}^2) + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon} \left(k_y k_{yo} + k_x^2 \frac{k_y + k_{yo}}{k_y - k_{yo}} \right) \right] \times \\ \times \left[\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon} k_x^2 (k_y - k_{yo}) + k_{yo}(k_x^2 + k_{yo}^2) + \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon} (k_y k_{yo} + k_x^2) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Для дальнейших вычислений существенно, что знаменатель коэффициента отражения (3) не обращается в нуль ни при каких значениях k_x и k_z . Обращение в нуль означает, что в системе могут возникать собственные возбуждения: поверхностные [5] или вытекающие [4] волны. Для их существования знаки k_y , k_{yo} и k_{yn} должны отличаться от выбранных выше.

В формулах (1) перейдем к сферическим координатам $k_x = k \sin \theta \cos \varphi$, $k_y = k \cos \theta$, $k_z = k \sin \theta \sin \varphi$, $k = (\omega/c)\sqrt{\epsilon}$, $x = r \cos \varphi'$, $z = r \sin \varphi'$ (r и φ — радиальная и азимутальная координаты точки приема в плоскости $y=0$). Тогда

$$E_{x \text{ отр}}^{(1)} = \frac{ik}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \exp[ikr \sin \theta \cos(\varphi - \varphi') + ik(y + y_0) \cos \theta] \times \\ \times \sin \theta V(\theta, \varphi) d\varphi d\theta. \quad (4)$$

Полагая $kr \gg 1$, интегрирование по φ проводим методом стационарной фазы. При интегрировании по переменной θ необходимо учитывать точки ветвления в коэффициенте отражения

$$\sin^2 \delta_0 = n^2, \quad \sin^2 \delta_n = \frac{m^2}{\cos^2 \varphi' + (m^2/n^2) \sin^2 \varphi'}, \quad n^2 = \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon}, \quad m^2 = \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon},$$

δ_o , δ_n — углы полного внутреннего отражения обыкновенной и необыкновенной волн. Анизотропия среды приводит к тому, что величина угла δ_n является функцией азимутального угла точки наблюдения.

Обозначим угол отражения сигнала через θ' . Тогда $r = R \sin \theta'$, $y + y_0 = R \cos \theta'$ и

$$E_{x \text{ отр}}^{(1)} = \sqrt{\frac{ik}{2\pi r}} \int_{-\pi/2+io}^{\pi/2-io} \exp[ikr \cos(\theta - \theta')] V(\theta, \varphi') \sqrt{\sin \theta} d\theta. \quad (5)$$

Результат интегрирования в (5) зависит от взаимного расположения углов δ_n и θ' [4]. Если $\theta' < \delta_o$, δ_n , то интегрирование в (5) проводится методом стационарной фазы и

$$E_{x \text{ отр}}^{(1)} = V(\theta', \varphi') \frac{e^{ikR}}{R}. \quad (6)$$

При $\theta' > \delta_o$, δ_n наряду с сигналом (6) возникают обыкновенная и необыкновенная боковые волны:

$$E_{x \text{ отр}}^{(1)} = V(\theta', \varphi') \frac{e^{ikR}}{R} + E_{x \text{ бок}}^{(1)} + E_{x \text{ н.бок}}^{(1)}. \quad (7)$$

В положительных одноосных кристаллах ($m^2 > n^2$) возможно распространение только обыкновенной боковой волны ($\delta_o < \theta' < \delta_n$), в отрицательных кристаллах ($m^2 < n^2$) — только необыкновенной волны ($\delta_o > \theta' > \delta_n$). Ниже приведены выражения для обоих типов боковых волн:

$$E_{x \text{ бок}}^{(1)} = \frac{2i}{nk\sqrt{r}} \left[\frac{\cos \delta_o}{R \sin(\theta' - \delta_o)} \right]^{3/2} (m^2 - n^2)^{1/2} (\cos \delta_o |\cos \varphi'| +$$

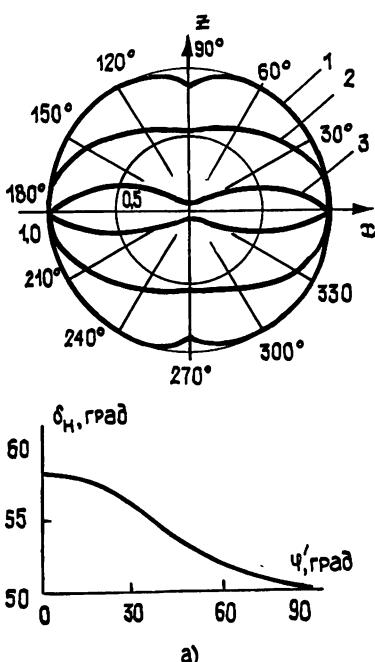
$$+ \sqrt{m^2 - n^2} (\cos \delta_0 + |\cos \varphi'| \sqrt{m^2 - n^2})^{-2} \exp [ikR \cos(\theta' - \delta_0)];$$

$$E_{x\text{ н. бок}}^{(1)} = -\frac{2im^3}{k\sqrt{r}} \left[\frac{\cos \delta_n}{R \sin(\theta' - \delta_n)} \right]^{3/2} \left[n^2 \cos \delta_n + \left(\frac{n^2 - m^2}{1 + (m^2/n^2) \tan^2 \varphi'} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \times$$
(9)

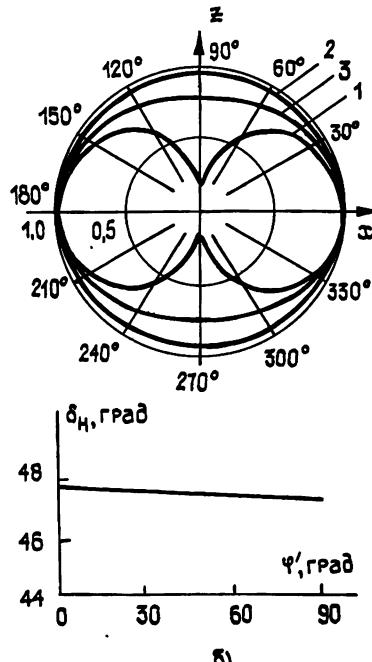
$$\times \left[\cos \delta_n + \left(\frac{n^2 - m^2}{1 + (m^2/n^2) \tan^2 \varphi'} \right)^{1/2} \right]^{-1} \left[m^2 \cos \delta_n + (1 - m^2) \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{n^2 - m^2}{1 + (m^2/n^2) \tan^2 \varphi'} \right)^{1/2} \right]^{-2} \exp [ikR \cos(\theta' - \delta_n)].$$

Отметим, что при переходе к изотропному диэлектрику ($m^2 \rightarrow n^2$) $E_{x\text{ о. бок}}^{(1)} \rightarrow 0$. Формула (9) для необыкновенной боковой волны переходит в соотношение (30.12) работы [1]. Таким образом, в анизотропном кристалле могут распространяться две боковые волны, амплитуды которых существенно зависят от азимутального угла точки наблюдения. Вид функций $E_{x\text{ о. бок}}^{(1)}(\varphi')$ и $E_{x\text{ н. бок}}^{(1)}(\varphi')$ определяется соотношениями между параметрами m^2 и n^2 . Это свойство можно успешно использовать в практических целях для получения информации о диэлектрических свойствах исследуемых материалов.



а)



б)

Рис. 1. Диаграммы зависимостей модуля амплитуды обыкновенной (1) и необыкновенной (2 — при $\theta' \rightarrow \pi/2$, 3 — при $\theta' = \delta_n$) боковых волн от азимутального угла в положительном кристалле:

а) для системы GaAs-TiO₂, $n^2 = 0,59$, $m^2 = 0,73$; б) для системы AgCl-SiO₂, $n^2 = 0,54$, $m^2 = 0,55$.

На рис. 1 и 2 приведены результаты расчетов амплитуд боковых волн оптического диапазона от угла φ' нормированных на их максимальное значение*. Вид диаграммы необыкновенной волны определяется множителем $[\cos \delta_n(\varphi')]/\sin(\theta' - \delta_n(\varphi'))]^{3/2}$, в то время как для обыкновенной волны аналогичный множитель от φ' не зависит, поэтому на рисунках приведены диаграммы для необыкновенной волны при двух значениях угла θ' (кривая 2 соответствует $\theta' \rightarrow \pi/2$, кривая 3 — $\theta' \geq \delta_n$). Для промежуточных значений угла θ' кривые располагаются между приведенными. Ориентация диаграммы относительно осей x и z определяется зависимостью $\delta_n(\varphi')$. Для положительных кристаллов δ_n с ростом φ' , как видно из рис. 1, монотонно убывает, т. е. множитель $\left[\frac{\cos \delta_n}{\sin(\theta' - \delta_n)} \right]^{3/2}$ имеет максимальное значение при $\varphi' = 0, \pi$, а диаграмма вытянута вдоль оси, перпендикулярной оптической. В отрицательных кристаллах (рис. 2) максимумы $\delta_n(\varphi')$ расположены при $\varphi' = \pi/2, 3\pi/2$, и диаграмма для необыкновенной волны вытянута вдоль оси, перпендикулярной оптической.

* Все данные о параметрах материалов взяты из [5, 6].

новенной боковой волны вытянута вдоль оптической оси. Таким образом, если θ' близко к δ_n , то измерение необыкновенной боковой волны однозначно определяет кристаллографические оси исследуемого образца. Заметим, что все наши рассуждения верны при выполнении условия [1]

$$\theta' - \delta_n \gg (kR)^{-1/2}.$$

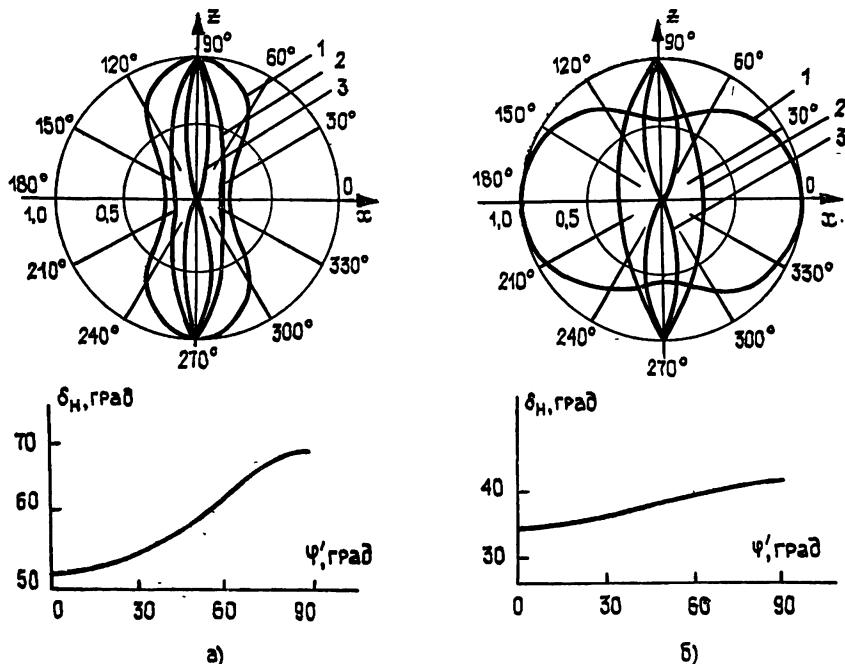


Рис. 2. Диаграммы зависимостей модуля амплитуды обыкновенной (1) и необыкновенной (2 — при $\theta' \rightarrow \pi/2$, 3 — при $\theta' \rightarrow \delta_n$) боковых волн от азимутального угла в отрицательном кристалле:

а) для системы CsBr—NaNO₃; $n^2=0,87$, $m^2=0,62$; б) для системы KRS-6—NaNO₃ (TlBr, TlCl) $n^2=0,46$, $m^2=0,39$.

Диаграммы рис. 1б построены для кристалла, у которого $m^2 \geq n^2$. В этом случае δ_n слабо зависит от угла φ' , а соответствующая диаграмма мало отличается от окружности, т. е. ситуация близка к изотропному случаю

Информация о кристаллографических осях может быть также получена с помощью диаграмм для обыкновенной боковой волны. В положительных кристаллах она перпендикулярна оптической оси, а в отрицательных определяется соотношением между m^2 и n^2 . Если $[(1-m^2)(n^2-m^2)]^{1/2}(1-n^2)^{1/2} > 1$, то диаграмма вытянута вдоль оси z (рис. 2а), в противоположном случае — вдоль оси x (рис. 2б). Интересно от-

метить, что при $m^2 \rightarrow n^2$ зависимость $\frac{E_{x\text{,0,бок}}^{(1)}(\varphi')}{E_{x\text{,н,бок}}^{(1)}(\varphi')_{\max}}$ пропорциональна $|\cos \varphi'|$ (рис. 2б). Поэтому и при слабой анизотропии измерение обыкновенной волны позволяет определить оси кристалла.

ЛИТЕРАТУРА

- Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. — 344 с.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6 Гидродинамика. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
- Бразис Р. С. // Лит. физ. сб. 1981. Т. 21 № 4. С. 73.
- Дьяконов М. И. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 4. С. 119
- Воронкова Е. М., Гречушкин Б. Н., Дистлер Г. И., Петров И. П. Оптические материалы для инфракрасной техники. — М.: Наука, 1965. — 336 с.
- Ярик А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. — М.: Мир, 1987. — 616 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
29 августа 1988 г.

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ КОМПАКТНОГО ПОЛИГОНА
ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕНН
КОЛЛИМАТОРНЫМ МЕТОДОМ**

Э. М. Инспекторов, Г. И. Русецкая

При анализе работы компактных полигонов используют приближенные методы [1-3]. При этом такие факторы, как дифракция на кромках зеркала коллиматора, взаимное влияние зеркала коллиматора и исследуемой антенны, учитываются приближенно. Для более строгого анализа нами применен метод интегральных уравнений

Рассмотрим двумерную задачу и случай E -поляризации. Компактный полигон включает в себя зеркало 1 в виде части параболического цилиндра размера L_1 с закругленными кромками (рис. 1). Облучатель 3 — синфазная линейка нитей электрического тока с фазовым центром в точке F_1 (фокус). В центре рабочей зоны (точка C) излучение такого облучателя минимально. Исследуемая антенна — параболический цилиндр 2 размера L_2 с закругленными кромками и фокусным расстоянием f_2 — вращается вокруг точки C . Оба зеркала полагаем идеально проводящими.

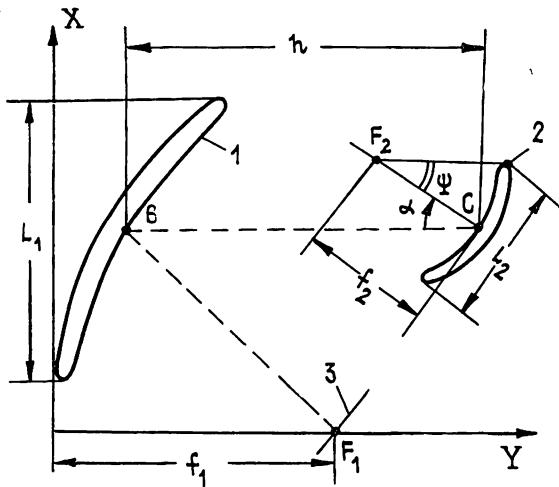


Рис. 1.

Ток на поверхности зеркал 1 и 2 при заданных сторонних источниках (облучатель) определяется из решения интегрального уравнения Фредгольма II рода:

$$I_z^0(u_2) + 2 \oint_{l_T} I_z^0(u'_2) \frac{\partial G}{\partial u_1} dl = -2 \sum_{m=1}^M \frac{\partial G_m}{\partial u_1}. \quad (1)$$

Компонента E_z полного поля в точке наблюдения определяется соотношением

$$E_z = - \oint_{l_T} I_z^0(u'_2) i \omega \mu G dl - i \omega \mu \sum_{m=1}^M G_m, \quad (2)$$

где I_z^0 — ток, найденный из решения уравнения (1), первое слагаемое в правой части (2) — поле, отраженное от зеркала, а второе — первичное поле облучателя. В (1) и (2) $G = (1/4i) H_0^{(2)}(kR)$ — двумерная функция Грина для свободного пространства, M — число нитей тока, координаты u_1 и u_2 отсчитываются по нормали и касательной к контуру l_T (суммарный контур обоих зеркал). Аналогичный подход с использованием того же самого алгоритма применен в [4]. Под диаграммой направленности (ДН) исследуемой антенны понимаем зависимость от угла α поля, создаваемого в фокусе F_2 токами, наведенными на зеркале 2. Такой подход достаточно точен при следующих условиях:

1) функция, описывающая ДН облучателя зеркала 2, постоянна в пределах угла раскрытия зеркала 2ϕ и равна нулю вне этого интервала;

2) облучатель полностью согласован с фидерной линией и окружающим пространством;

3) можно пренебречь дифракцией на облучателе и затенением им части раскрытия.

При расчете ДН в свободном пространстве в поле плоской волны зеркало 1 отсутствует, а источник поля располагается в области $y < 0$ на достаточно большом расстоянии от антенны.

Исследовано два варианта. Для первого: $L_1 = 24,5\lambda$, $f_1 = 16,4\lambda$, $h = 27,0\lambda$, радиус

закругления кромки зеркала $1 - 0,05\lambda$. Для второго $L_1 = 38,2\lambda$, $f_1 = 24,5\lambda$, $h = 42,5\lambda$, радиус закругления кромки зеркала $1 - 0,25\lambda$. В качестве облучателя 3 использована линейка из двух нитей тока, отстоящих на $\lambda/2$. Спад амплитуды поля на кромках зеркала 1 не превышает 6,6 dB для первого и 6,3 dB для второго вариантов. Ослабление поля в точке C относительно поля в точке B не менее 46 dB. Для исследуемой антенны $L_2 = 10\lambda$, $f_2 = 6,25\lambda$, радиус закругления кромки зеркала 2 — $0,1\lambda$.

В отсутствие исследуемой антенны распределение тока на зеркале 1 за исключением участков в $2-3\lambda$ вблизи кромок хорошо совпадает с приближением физической оптики ($2H_{tg}^{par}$). Отклонения не превышают 0,25% по амплитуде и 0,0053 рад по фазе. Поле в рабочей зоне рассчитывалось в плоскости, параллельной оси x . Амплитуда поля осциллирует вокруг постоянного значения. Наибольшие отклонения от плоской волны наблюдаются для первого варианта. Они не превышают 8% по амплитуде и 0,067 рад по фазе. Все отклонения оценивались в области $\pm 5\lambda$ от центра рабочей зоны (C). На рис. 2 приведено распределение фазы поля для первого варианта в функции расстояния от точки C (кривая 1).

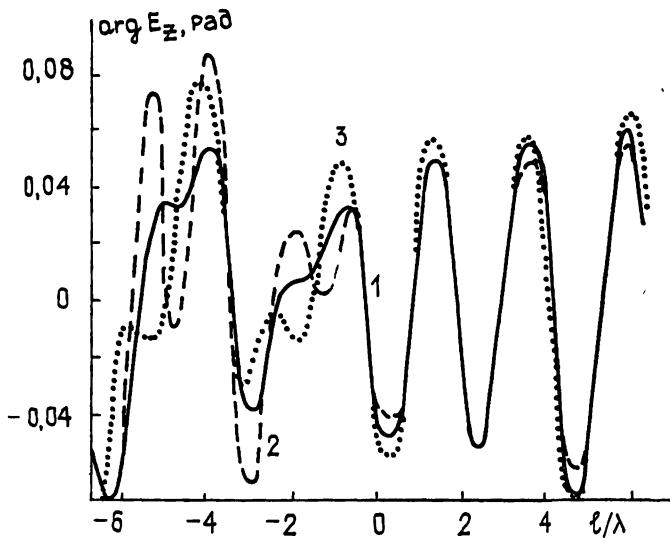


Рис. 2.

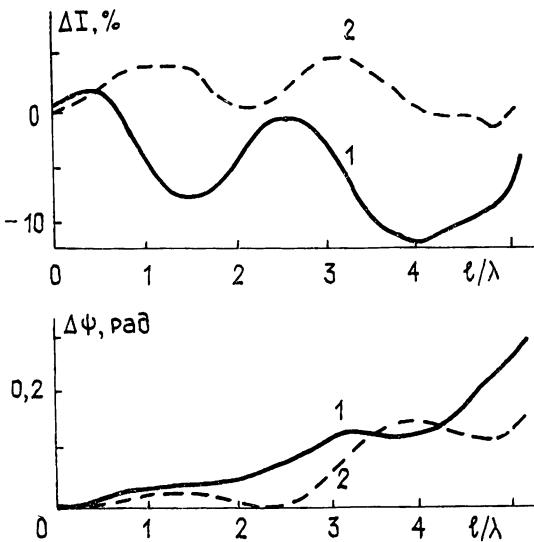


Рис. 3.

При наличии исследуемой антенны распределение тока на зеркале 1 искажается из-за наличия переотражений. Величина отклонений зависит от взаимной ориентации зеркал и пропорциональна отношению проекции размера L_2 на ось x к L_1 . При $\alpha = 0$,

хотя это отношение максимально, в реальной антенне поле, отраженное от зеркала 2, практически поглощается облучателем и взаимное влияние мало, это следует учитывать. С ростом α отклонения в распределении тока уменьшаются, особенно на нижней половине зеркала 1. Отклонения максимальны для первого варианта и достигают при $\alpha=33,5^\circ$ 10,4% по амплитуде и 0,1 рад по фазе. Отклонения вызывают изменение поля, падающего на исследуемую антенну, которое, впрочем, невелико. Так, изменение амплитуды не превышает 3,8%. Распределение фазы при $\alpha=33,5^\circ$ и 70° приведено на рис. 2 (кривые 2 и 3). Можно ожидать, что взаимное влияние зеркал не приведет к значительным ошибкам при определении ДН.

Распределение тока на зеркале 2 в компактном полигоне отличается от распределения в свободном пространстве, для второго варианта эти отклонения меньше, чем для первого. На рис. 3 представлены отклонения амплитуды ΔI и фазы $\Delta\phi$ для верхней половины зеркала 2 при $\alpha=33,5^\circ$. Расстояние l отсчитывается от центра зеркала. Кривые 1 и 2 соответствуют первому и второму вариантам.

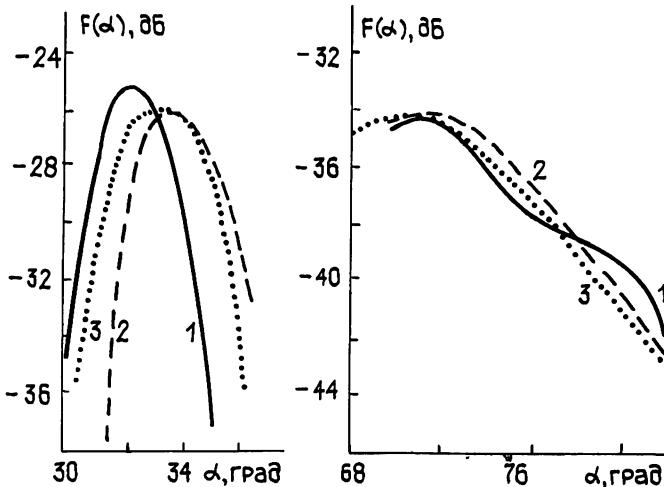


Рис. 4.

Рассчитаны ДН исследуемой антенны в свободном пространстве и в компактном полигоне. На рис. 4 приведены ДН в секторах углов $\alpha=30-36^\circ$ и $68-82^\circ$. Кривые 1–3 соответствуют первому и второму вариантам и свободному пространству. В секторе $30-36^\circ$ наблюдается большее искажение ДН, поскольку здесь главный лепесток исследуемой антенны направлен на кромку зеркала 1, а также сильнее сказываются переотражения между зеркалами. Для первого варианта уровень максимума лепестка изменяется на 1 дБ, а его положение — на $1,5^\circ$, для второго варианта соответственно 0,4 дБ и $0,5^\circ$. В секторе $68-82^\circ$ для первого варианта отклонения не превышают 1 дБ, для второго варианта ДН практически совпадают. Это косвенным образом подтверждает правильность расчета. Наименьшие ошибки в ДН имеем для второго варианта компактного полигона, где вследствие большего размера L_1 и радиуса закругления зеркала 1 и отклонения поля от плоской волны и взаимное влияние меньше, чем для первого варианта.

ЛИТЕРАТУРА

- Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Турчин В. И. и др. Методы измерений характеристик антенн СВЧ. — М.: Радио и связь, 1985. — 368 с
- Курочкин А. П. // В сб.: Антенны. — М.: Радио и связь, 1982. Вып. 30. С. 46.
- Каплун И. В., Колесов Ю. А. // Радиотехника. 1981. Т. 36. № 10. С. 29.
- Инспекторов Э. М. // Изв. вузов. Радиофизика, 1988. Т. 31. № 3. С. 378.

Гомельский государственный
университет

Поступила в редакцию
23 сентября 1988 г.

УДК 621.373

ЭКСПРЕССНЫЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПОЛЯРИЗАТОРА

Г. Б. Малышин, Д. П. Степанов

Для определения состояния поляризации излучения в общем случае требуется определить степень поляризации излучения, эллиптичность ϵ , азимут наибольшей оси

эллипса поляризации θ и направление обхода эллипса [1]. Однако в ряде практических задач, когда свет полностью поляризован, а направление обхода не играет существенной роли, достаточно определить параметры ε (или степень линейной поляризации P) и θ . В настоящее время одной из таких задач является исследование поляризационных свойств одномодовых (или маломодовых) волоконных световодов (ОВС) и оптических элементов на их основе.

Существует ряд методов измерения параметров P и θ с помощью вращающегося поляризатора [2–9, 17], вращающейся фазовой пластинки [10, 11], а также использующих электрооптический эффект [12, 13, 18], эффект Фараадея [14, 15] или интерференцию исследуемого пучка света с опорным, сдвинутым по частоте с помощью эффекта Доплера [16, 19]. Большинство из этих методов характеризуется высокой точностью измерения, однако либо неоперативны [2, 3, 5, 18], либо, являясь оперативными, требуют создания оптико-механической системы с высокой точностью изготовления [2, 6–11], а также довольно сложной электронной схемы обработки сигнала [4, 6–15] или многоэлементного интерферометра [16, 19]. Метод, описанный в [17], является простым и оперативным, но не позволяет измерять азимут поляризации θ .

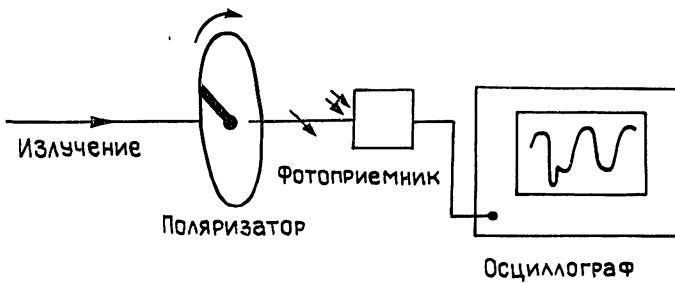


Рис. 1. Схема измерения состояния поляризации излучения.

В данной работе предложен и реализован метод, позволяющий оперативно определять параметры P (или ε) и θ полностью поляризованного света. Направление обхода не определяется. Исследуемое излучение проходит через анализатор — вращающийся поляризатор, на котором имеется узкий радиальный сектор из непрозрачного материала (см. рис. 1). Особенностью данного метода, в отличие от [2–9, 17], является периодическое прерывание непрозрачным сектором светового луча, пересекающего поляризатор вне центра его вращения. На рис. 2а приводится характерный вид осциллограммы интенсивности эллиптически поляризованного света, прошедшего анализатор, а также соответствующий эллипс поляризации. Как видно из рис. 2а, интенсивность излучения гармонически промодулирована с удвоенной частотой вращения поляризатора. «Метка» на осциллограмме соответствует прерыванию светового луча непрозрачным сектором и, с одной стороны, регистрирует нулевой уровень интенсивности, что позволяет отсчитывать величину сигнала соответствующего большой (a) и малой (b) оси эллипса поляризации, с другой стороны, поскольку этот сектор жестко связан с поляризатором, измерение величин c и d дает возможность определения азимута θ , который отсчитывается от линии, соединяющей точку пересечения лучом поляризатора с центром его вращения. Если непрозрачный сектор ориентирован вдоль оси наибольшего пропускания поляризатора, а точка его пресечения световым лучом находится справа по горизонтали от центра вращения, которое происходит по часовой стрелке, то θ отсчитывается, как принято в литературе, от горизонтальной оси X против часовой стрелки (см. рис. 2а). При этом все направления рассматриваются с точки зрения наблюдателя, смотрящего на источник света.

Параметры ε , P и θ определяются из следующих соотношений [1]:

$$\varepsilon = b/a; \quad (1)$$

$$P = (a-b)/(a+b); \quad (2)$$

$$\theta = 360^\circ \cdot c/d. \quad (3)$$

При изменении состояния поляризации исследуемого излучения вид осциллограммы меняется: при изменении эллиптичности меняется глубина модуляции сигнала на осциллограмме от 100% при линейной поляризации (см. рис. 2б) до отсутствия модуляции при круговой поляризации излучения (см. рис. 2в). При изменении азимута большой оси эллипса θ «метка» начинает смещаться относительно максимумов и минимумов осциллограммы.

Зная параметры поляризации излучения ε и θ , можно определить параметры соответствующего нормированного вектора Стокса [1]:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\omega \cos 2\theta \\ \cos 2\omega \sin 2\theta \\ \sin 2\omega \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где угол ω определяется из соотношения*

$$\operatorname{tg}|\omega| = \varepsilon = b/a. \quad (5)$$

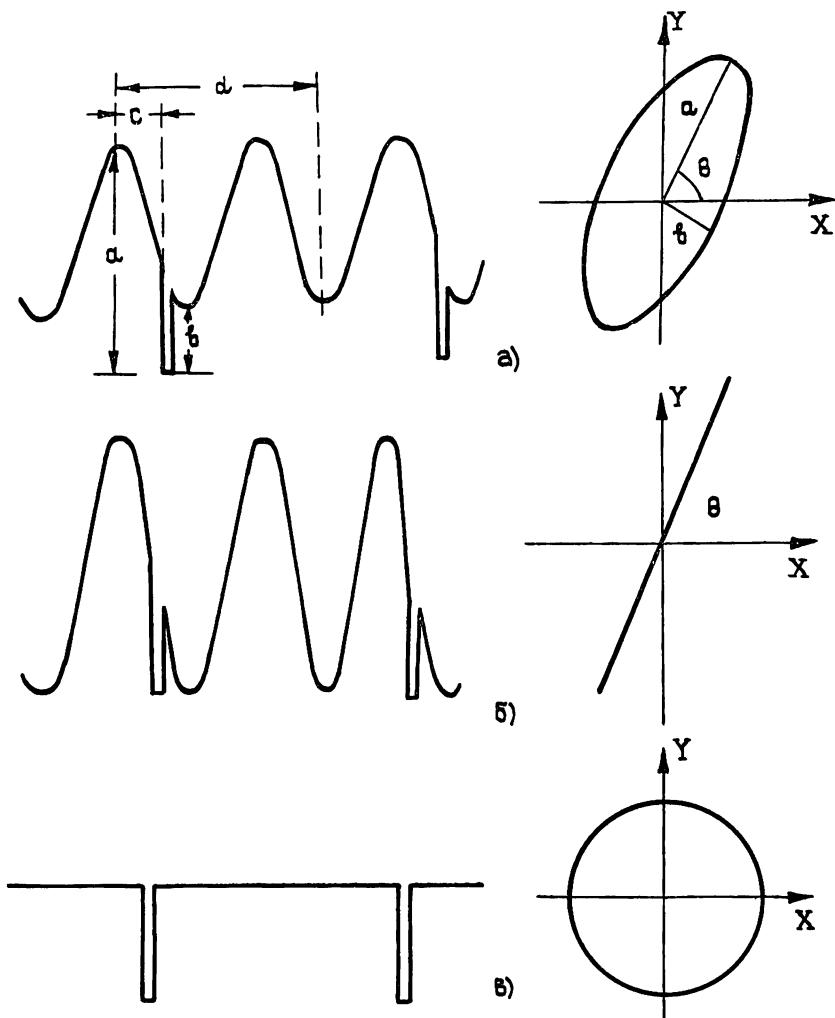


Рис. 2. Осциллограммы интенсивности излучения, прошедшего вращающийся поляризатор с непрозрачным сектором, и соответствующие формы поляризации исследуемого излучения:

а) эллиптическая поляризация, б) линейная поляризация, в) круговая поляризация.

Описанный метод проверялся и в дальнейшем использовался при исследовании состояния поляризации излучения на выходе ОВС различных типов как со слабым, так и сильным двулучепреломлением ($\lambda=0,63$ мкм). Исследуемое излучение после прохода анализатора — вращающегося поляризатора падало на фотоприемник, сигнал с которого поступал на вход осциллографа (см. рис. 1). В наших измерениях анализатором служила дихроичная пленка, вырезанная в виде диска с прикрепленным к ней сектором из светонепроницаемой бумаги шириной 1 мм, надетая на ось миниатюрного электродвигателя. (Диаметр диска должен несколько превышать диаметр электродвигателя.). Излучение с выхода ОВС фокусировалось таким образом, что в районе анализатора ширина светового пятна была минимальна, практически 0,1—0,2 мм. В случае, если состояние поляризации исследуемого излучения не изменялось за время измерений, точность определения P и θ при диаметре дихроичного диска 3—5 см и фототоке 10—20 мА составляла $\Delta P = 1\text{--}2\%$, $\Delta\theta = 2\text{--}3^\circ$.

Отметим, что увеличение интенсивности излучения на выходе ОВС, а следовательно, и фототока, в основном повлияет на рост точности измерения параметра P , а увеличение диаметра диска — на рост точности измерения θ . Поскольку из-за незначительных неровностей и коробления вращающегося диска из дихроичной пленки световой луч испытывает небольшие смещения, фотоприемник должен иметь достаточно большую рабочую поверхность с равномерной чувствительностью или необходи-

* На сфере Пуанкаре угол 2θ характеризует «долготу», а 2ω — «широту» [1].

мо использовать фокусирующую линзу. Очевидно, что поляризационная анизотропия чувствительности фотоприемника должна быть минимальна. Такого рода требованиям вполне удовлетворяет фотодиод ФД-24 К. Для повышения точности измерений предпочтителен осциллограф с большим размером экрана. По изменению параметров P и θ при различных (температурных, механических и т. п.) воздействиях на ОВС можно судить о его способности поддерживать линейную поляризацию излучения с заданным азимутом. Если излучение предназначено для дальнейшей оптической обработки, то важно постоянно контролировать значения P и θ .

Метод позволяет также визуально, в реальном масштабе времени, наблюдать изменения состояния поляризации излучения по изменению глубины модуляции и смещению «метки» на экране осциллографа.

Таким образом, предполагаемый метод позволяет проводить экспресс-анализ состояния поляризации излучения существенно проще в технической реализации, чем методы [2-19], и в то же время обладает вполне приемлемой в ряде случаев точностью измерения.

В заключение авторы выражают благодарность Ю. И. Зайцеву за стимулирующие обсуждения и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шерклифф У. Поляризованный свет. — М.: Мир, 1965.
2. Kent C. V., Lawson J. // J. Opt. Soc. Amer. 1937. V. 27. № 3. P. 117.
3. Conn G. K. T., Eaton G. K. // J. Opt. Soc. Amer. 1954. V. 44. № 6. P. 484.
4. Zimm B. H. // Rev. Sci. Instr. 1958. V. 29. № 5. P. 360.
5. Budde W. // Appl. Opt. 1962. V. 1. № 3. P. 201.
6. Mitchell D. L., Wallis R. L. // Phys. Rev. 1963. V. 131. № 5. P. 1965.
7. Mort J., Lüty F., Brown F. C. // Phys. Rev. 1965. V. 137. № 2A. P. A566.
8. Griffith R. C. // Appl. Opt. 1967. V. 6. № 4. P. 772.
9. Suits J. C. // Rev. Sci. Instr. 1971. V. 42. № 1. P. 19.
10. Sekera Z., Nagaraia R. C., Dibble D. // Rev. Sci. Instr. 1963. V. 34. № 7. P. 764.
11. Вайннер Ю. Г., Хангильдин Х. В. // Опт. и спектр., 1976. Т. 41. Вып. 21. С. 315.
12. Takasaki H. // J. Opt. Soc. Amer. 1961. V. 51. № 4. Pt. I-II. P. 462; 1961. V. 51. № 10. Pt. III-IV. P. 1146; 1962. V. 52. № 6. Pt. V. P. 718.
13. Takasaki H., Okazaki N., Kida K. // Appl. Opt. 1964. V. 3. № 7. P. 833.
14. Кизель В. А., Пермогоров В. И. // Опт. и спектр. 1961. Т. 10. Вып. 1. С. 541.
15. Williamson S. J., Weingart J. M. // J. Opt. Soc. Amer. 1964. V. 54. № 3. P. 337.
16. Дмитриев А. Л. // Опт. и спектр. 1972. Т. 32. Вып. 1. С. 191.
17. Попов А. И., Проценко Е. Д. // ПТЭ. 1968. № 3. С. 168.
18. Ross J. N. // Appl. Opt. 1982. V. 21. № 19. P. 3489.
19. Galvanini R., Caponi R., Cisternino F., Coppa G. // J. Lightwave Techn. 1987. V. LT-5. № 9. P. 1176.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
26 сентября 1988 г.

УДК 537.525

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЛУБИНЫ ПРОНИКНОВЕНИЯ ПЛАЗМЫ В КАТОДНУЮ ПОЛОСТЬ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ПОЛЫМ КАТОДОМ

И. В. Острицкий, В. М. Ткаченко

Как известно, характер распределения тока и параметров плазмы по длине полого катода является сложной функцией конфигурации электродной системы, размеров катода, величины разрядного тока, рода и давления газа [1-4]. Все предыдущие исследования продольного распределения тока и глубины проникновения плазмы h проводились на разрядных трубках с секционированными полыми катодами. Вследствие технической трудности изготовления электрических выводов от большого количества секций в этих экспериментах отношение длины катода L к его диаметру D не превышало десяти. Поэтому измерение величины h было возможным только при достаточно малых разрядных токах или в ограниченном интервале давлений газа p . В настоящей работе за счет использования катода с большей величиной L/D исследованы продольные распределения свечения плазмы при неполном заполнении катодной полости разрядом и получены зависимости $h(p)$ в относительно большом диапазоне токов разряда.

Исследования проведены в стеклянной разрядной трубке, в которой практически без зазора размещался полый катод — трубка из нержавеющей стали длиной 210 мм и внутренним диаметром 7 мм ($L/D=30$). В боковой стенке катода через каждые

5 мм длины просверлены отверстия диаметром 1мм, позволяющие визуально определять глубину проникновения плазмы в катодную полость, а по яркости свечения в отверстиях качественно оценивать распределение тока по длине катода. Трубка подпаявалась к вакуумной системе с безмасляной откачкой и наполнялась гелием или аргоном высокой чистоты. Чтобы исключить влияние на результаты измерений запыления отверстий в процессе разряда, трубка предварительно тренировалась повышенным током и многократной промывкой рабочим газом. Затем без нарушения герметичности катод проворачивался относительно корпуса трубы так, чтобы отверстия оказывались против незапыленных участков трубы. Кроме того, измерения начинились с высоких давлений газа, а яркость свечения регистрировалась фотоумножителем, плавно перемещающимся по оптической скамье параллельно катоду, с записью фототока на самопищущем потенциометре.

Исследование при фиксированных значениях разрядного тока зависимости напряжения горения от давления газа p показало, что для катода данных размеров область оптимальных давлений [5] расположена в гелии при давлениях от $p_h=1-1,5$ Тор до $p_v=8-10$ Тор, а в аргоне — от $p_h=0,4-0,5$ Тор до $p_v=1,5-2$ Тор. Критическое давление, при котором тлеющий разряд в полости гаснет, оказалось равным: в гелии $p_{kp}=0,4-0,5$ Тор, в аргоне $p_{kp}=0,1-0,2$ Тор.

Характер продольного распределения яркости свечения плазмы в полости катода при разряде в различных газах оказывается неодинаковым. Для примера на рис. 1 приведено три продольных распределения яркости свечения разряда в гелии (1—3), полученные при токе разряда $I=30$ мА и $p=0,5$ Тор, 1 Тор и 5 Тор и одно распределение для аргона (4) при $I=10$ мА, $p=1$ Тор (анод разряда расположен слева). Видно, что при данных условиях разряда катодная полость не полностью заполнена плазмой, причем при разряде в гелии существует резкая граница плазмы, что позволяет четко фиксировать значение глубины проникновения плазмы в полость катода. При уменьшении давления газа максимум яркости свечения плазмы перемещается в глубь катода, что обусловлено, по-видимому, ростом потерь быстрых электронов через выходную апертуру катодной полости [6]. При разряде в аргоне яркость свечения плазмы после максимума спадает медленнее, чем в гелии, а глубина проникновения плазмы в катодную полость значительно больше. Резкая граница плазмы при разряде в аргоне наблюдается только вблизи p_{kp} . Сравнение приведенных продольных распределений яркости свечения плазмы с распределениями тока в секционированном полом катоде, приведенными в [4], показывает, что форма распределений и характер ее изменения при изменении давления газа качественно совпадают.

Глубина проникновения плазмы в полость катода h при наличии резкой границы плазмы (кривые 1—3 рис. 1) определялась нами по координате последнего светящегося отверстия. При плавном убывании яркости свечения в глубине полости величина h определялась по координате отверстия, в котором яркость свечения уменьшалась до уровня 0,01 от максимальной яркости.

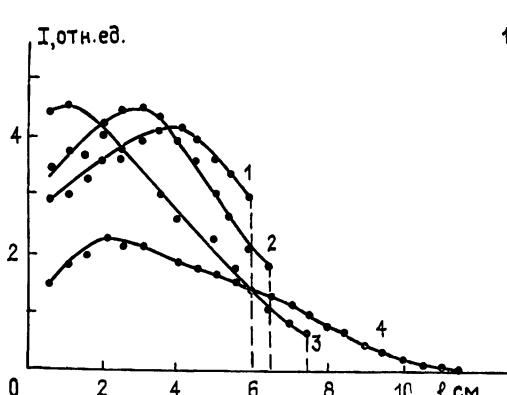


Рис. 1.

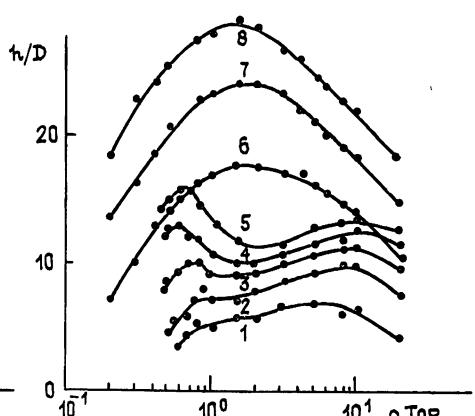


Рис. 2.

На рис. 2 приведены зависимости величины отношения h к диаметру катода D от давления газа для разряда в гелии (кривые 1—5) и аргоне (6—8) при фиксированных значениях разрядных токов 10 мА (кривые 1 и 6), 20 мА (2 и 7), 30 мА (3 и 8), 40 мА (4), 50 мА (5). Видно, что зависимости $h(p)$ немонотонны, причем при разряде в гелии на кривых наблюдается два максимума. Правый максимум примерно соответствует верхней границе области оптимальных давлений p_v , что согласуется с работой [4], а левый проявляется только при больших токах и располагается при давлениях $p_{kp} < p < p_h$. С дальнейшим уменьшением давления h резко уменьшается и разряд гаснет.

Как уже отмечалось ранее, для аргона глубина проникновения плазмы значительно больше, чем для гелия. Максимум кривых $h(p)$ располагается вблизи значения p_v для аргона, и сравнительно небольшой ток при этом позволяет полностью заполнить плазмой полый катод с величиной $L/D=30$.

Следует отметить, что разряд в гелии в области оптимальных давлений характеризуется довольно слабыми изменениями глубины проникновения от давления газа. В аргоне же зависимость $h(p)$ значительно сильнее. Заслуживает внимания также тот факт, что зависимость глубины проникновения от разрядного тока в целом нелинейна. Приближается она к линейной только вблизи r_{kp} .

Уменьшение продольного размера плазмы при снижении давления газа, наблюдаемоеся в области оптимальных давлений, может быть объяснено возрастанием пространственного заряда быстрых электронов, колеблющихся в поперечном сечении катодной полости и смещающихся под действием продольного поля, существующего в полости, в сторону анода. В результате этого диффузионное движение положительных ионов в глубь полости, за счет которого происходит распространение разряда по длине катода, тормозится. В гелии при давлениях газа менее 2 Тор и больших разрядных токах диффузия ионов в глубь полости, по-видимому, начинает преобладать и пространство, занимаемое плазмой, вновь возрастает. Наличие при низких давлениях газа резкой границы плазмы в полости и снижение глубины проникновения плазмы вблизи критического давления свидетельствуют, на наш взгляд, о появлении потерь быстрых электронов, прошедших через поперечное сечение катодной полости без столкновений, в результате попадания их на противолежащие участки катода

ЛИТЕРАТУРА

1. Москалев Б. И. Разряд с полым катодом. — М : Энергия, 1969 — 184 с.
2. Кучеренко Е. Т., Зыкова Е. В., Макосевская Л. Н. // УФЖ. 1972. Т. 17. С. 2063.
3. Зыкова Е. В., Кучеренко Е. Т. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. С. 438.
4. Кириченко В. И., Ткаченко В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18 № 8. С. 1206.
5. Кириченко В. И., Ткаченко В. М., Тютюнник В. Б. // ЖТФ. 1976. Т. 46. С. 1857.
6. Метель А. С. // ЖТФ. 1984. Т. 54. С. 241.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
16 августа 1988 г.