ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том 32, № 9 РАДИОФИЗИКА 1989

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621 391 822

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРЕМЕННОГО УСРЕДНЕНИЯ В РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

В С. Троицкий, Ю И Троицкая, В. П. Сырейщиков

Обычно в радиометрических измерениях сигнал выделяется из шума с помощью RC-цепочки. При этом шум действует непрерывно, а сигнал, подаваемый на цепочку, в некоторое время имеет вид ступеньки напряжением V_0, отсчет которого производится по истечении времени установления, принимаемого обычно равным $4\tau_0$ ($\tau=RC$), что дает ошибку не более 2%. Возникает вопрос о возможности сокращения этого времени без увеличения ошибки за счет неполного установления сигнала при сохранении того же шума на выходе

Задача решается при следующих условиях измерения в момент подачи на цепочку сигнала V_0 во время уже действующих на входе собственных шумов начинает меняться сопротивление цепочки по заранее заданному закону в течение определенного времени t, после которого процесс изменения $\tau(t)$ цепочки останавливается и производится отсчет сигнала.

Найдем выходные напряжения шума и сигнала. Дифференциальное уравнение процесса имеет вид

$$\frac{dq}{dt} R(t) + \frac{1}{c} q = V_0 + V(t), \qquad R(t) = R_0 \quad \text{при } t<0 \tag{1}$$

Здесь q — заряд емкости, $V(t)$ — белый шум со спектральной плотностью мощности w_0. Учитывая, что напряжение на выходе цепочки равно $V_c=q/c$, получим из (1)

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{\tau(t)} = \frac{V_0}{\tau(t)} + \frac{V(t)}{\tau(t)}, \tag{2}$$

где $\tau(t)=CR(t)$. Общее решение этого уравнения известно

$$V_c = \exp\left(-\int \frac{dt}{\tau(t)}\right)\left[A + \int_0^t \frac{V_0 + V(t)}{\tau(t)} \exp\left(\int \frac{dt}{\tau(t)}\right) dt\right] \tag{3}$$

Здесь A определяется из начальных условий задачи.

Примем линейный закон изменения сопротивления $R(t)=R_0+dt$, начиная с $t\geqslant 0$, тогда $\tau(t)=\tau_0+at$ Учитывая, что $\int dt/\tau(t)=\ln(\tau_0+at)^{1/a}$, получим

$$V_c(t) = \frac{1}{(\tau_0 + at)^{1/a}} \{A + \int [V_0 + V(t)](\tau_0+at)^{1/a-1}\} \tag{4}$$

Ввиду линейности уравнения решение для шумового напряжения и сигнала можно вычислить раздельно Для сигнала имеем

$$V_{c_0} = \frac{1}{(\tau_0 + at)^{1/a}} [A_1 + V_0(\tau_0+at)^{1/a}] \tag{5}$$

При $t=0$ $V_c=0$, тогда $A_1=-V_0\tau^{1/a}$ и окончательно

$$V_{c_0}(t) = V_0\left[1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_0 + at}\right)^{1/a}\right] \tag{6}$$

В предельном случае $a\to 0$ получаем известное выражение $V_{c_0}=V_0[1-\exp(-t/\tau_0)]$. Выражение (4) при $V_0=0$ дает шумовое напряжение на выходе $V_c(t)$.

Найдем его функцию корреляции, умножив на $V_c(t')$ и усреднив по ансамблю

$$\langle V_c(t)V_c(t')\rangle = \frac{1}{(\tau_0+at)^{2/a}}\left[A_1^2 + \int\int \langle V(t)V(t')\rangle(\tau_0+at')^{1/a-1}(\tau_0+at)^{1/a-1}dtdt'\right],$$

но $\langle V(t)V(t')\rangle = S\delta(t'-t)$, где S — спектральная плотность шума на входе, равная $w_0/2$, в результате после первого интегрирования с учетом дельта-функции и следующего интегрирования по t' получим

$$\overline{V_c^2} = \frac{1}{(\tau_0+at)^{2/a}}\left[A_1^2 + \frac{w_0}{2}\,\frac{(\tau_0+at)^{2/a-1}}{2-a}\right]. \tag{7}$$

При $t=0$ средний квадрат флуктуаций на выходе RC-цепочки будет определяться постоянной времени τ_0 и, как известно, будет равен $w_0/4\tau_0$. Учитывая это, находим

из (7) $A_1^2 = -\frac{a}{4-2a}\,\frac{w_0}{2}\,\tau_0^{(2/a-1)}$. Тогда окончательно

$$\overline{V_c^2} = \frac{w_0}{(4-2a)(\tau_0+at)}\left[1-\frac{a}{2}\left(\frac{\tau_0}{\tau_0+at}\right)^{2/a-1}\right]. \tag{8}$$

При $a=2$ после раскрытия неопределенности

$$\overline{V_c^2} = \frac{w_0}{4(\tau_0+2t)}\left[1+\ln\left(1+\frac{2t}{\tau_0}\right)\right]. \tag{8a}$$

Выражение (8) можно представить как $\overline{V_c^2} = w_0/4\tau_{экв}$, где $\tau_{экв}$ — время усреднения цепочкой с неизменными параметрами, эквивалентное времени усреднения напряжения в (8). Приравнивая, получаем из (8) и (8а)

$$\tau_{экв} = \frac{4-2a}{4}(\tau_0+at)\left[1-\frac{a}{2}\left(\frac{1}{1+at/\tau_0}\right)^{(2-a)/a}\right]^{-1}, \tag{9}$$

где $a \geqslant 0$. При $a=2$ после раскрытия неопределенности имеем

$$\tau_{экв} = (\tau_0+2t)[1+\ln(1+2t/\tau_0)]^{-1}. \tag{9a}$$

Рассмотрим предельные случаи. Пусть $a\to 0$, тогда $\overline{V_c^2} = w_0/4\tau_0$, что и должно быть.

При $a\to\infty$ также $\overline{V_c^2} = w_0/4\tau_0$, что физически соответствует отключению емкости c от цепочки и фиксации напряжения в начальный момент.

Если по формулам (9) построить зависимость $\tau_{экв}$ от величины a при времени измерения, например, $t=5$ с для различных значений τ_0 — начальной постоянной времени, то будет видно, что оптимальная скорость изменения постоянной времени равна $a \approx 1$ с/с. Найдем теперь выигрыш во времени наблюдения при переменном усреднении по сравнению с неизменным усреднением при условии одинаковой точности измерения. Ошибка измерения складывается из ошибки за счет неполного установления выхода сигнала и за счет собственных шумов системы (мы полагаем, что собственные шумы системы много больше принимаемого шумового сигнала, что обычно имеет место).

Относительная ошибка из-за неполного установления сигнала равна, согласно (6), $(V_0 - V_{c_0})/V_0 = \beta$,

где

$$\beta = \left(1+\frac{at}{\tau_0}\right)^{-1/a}. \tag{10}$$

Находим отсюда выражение для τ_0, равное $\tau_0 = at/(\beta^{-a}-1)$. Подставляя это в (9), находим соответствующее принятой ошибке значение эквивалентного времени усреднения $\tau_{экв}$ в зависимости от времени измерения t и величины a,

$$\tau_{экв} = \frac{(2-a)\,at}{(1-\beta a)(2-a\beta^{(2-a)})}. \tag{11}$$

Здесь, как уже говорилось, $\tau_{экв}$ является временем усреднения R-цепочки с неизменными параметрами, которая дает ту же ошибку из-за неустановления сигнала. Флуктуационная ошибка для переменной цепочки равна, согласно (8), (9), $\overline{V_c^2} = w_0/4\tau_{экв}$.

Чтобы получить такую же флуктуационную ошибку при неизменной цепочке, надо иметь ее постоянную времени $\tau = \tau_{экв}$ Однако для того, чтобы при этом ошибка из-за неустановления сигнала была той же, что и для переменной цепочки, т. е.

равна β, нужно выполнить условие на время измерения с этой стационарной цепочкой $t_{ст}$ такое, чтобы удовлетворить соотношению $\beta = \exp(-t_{ст}/\tau_{экв})$. Отсюда время измерения $t_{ст} = -\tau_{экв} \ln \beta$ и выигрыш во времени будет равен $m = t_{ст}/t = -\tau_{экв} \ln \beta / t$. Для наглядности удобно представить $\beta = e^{-n}$, где n показывает, во сколько раз время измерения превосходит постоянную времени RC-цепочки. Обычно работают при $n = 4$—5. Таким образом, $m = \tau_{экв} n/t$. Подставляя сюда $\tau_{экв}$ из (11), получим окончательно выражение выигрыша во времени измерений

$$m(a,n) = n \frac{(2-a)a}{(1-\beta^a)(2-a\beta^{(2-a)})}, \tag{12}$$

где $\beta = e^{-n}$.

При $a=2$, раскрывая неопределенность, получим

$$m(2,n) = \frac{2n}{(2n+1)(1-e^{-2n})}. \tag{13}$$

Обычно $\beta < 0{,}05$, тогда в интервале $0 \leqslant a < 2$ знаменатель (12) мало отличается от 2, а числитель максимален при $a = 1$.

Таким образом, максимум выигрыша во времени имеет место при $a = 1$ и равен $m_{\max} = n/2$, что при обычных $n = 4$—5 дает уменьшение времени наблюдения более чем в два раза. Заметим, что при $a = 2$ согласно (13) выигрыш не получается ни при каких значениях n. Итак, в рассмотренной процедуре измерений оптимальная скорость изменения постоянной времени равна одной секунде в секунду.

Рассмотренный метод измерения слабого сигнала на фоне шумов проверен экспериментально и использован в медицинском радиотермометре НИРФИ для сокращения времени измерения вдвое по сравнению с неизменной RC-цепочкой, обеспечивающей ту же флуктуационную (пороговую) чувствительность.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 17 мая 1988 г.

УДК 537.87:621.371

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК ПЛАЗМЫ

В. Г. Спицын

Рассматривается распространение электромагнитной волны через осесимметричный поток турбулентной плазмы. Рассеяние волны происходит на сильных флуктуациях диэлектрической проницаемости плазмы, которые реализуются при частоте волны, близкой к критической [1]. Профиль средней скорости и концентрации турбулентностей описывается функцией

$$\varphi(\rho) = \varphi_0 \exp(-\mu_1\rho^2 - \mu_2(\rho - \rho_0)^2), \tag{1}$$

где φ_0 — значение средней скорости или концентрации турбулентностей на оси потока, μ_1, μ_2 — параметры, характеризующие степень неоднородности потока, ρ_0 — фиксированное значение координаты ρ, отсчитываемой от оси потока.

Теоретическое решение данной задачи с учетом поглощения и многократного рассеяния электромагнитной волны на турбулентностях потока провести затруднительно [2, 3]. В связи с этим в данной работе проводится построение статистической модели многократного рассеяния электромагнитной волны на плазменных турбулентностях [4–6]. Предполагается, что длина волны меньше размеров потока и рассеяние происходит некогерентным образом на статистически независимых турбулентностях.

Падающая на поток электромагнитная волна моделируется лучами, равномерно распределенными в плоскости волнового фронта и ориентированными вдоль направления распространения волны. Начальные координаты лучей выбираются на поверхности потока в соответствии с указанным законом. При определении длины свободного распространения луча в неоднородном потоке используется метод максимального сечения [7]. Тип взаимодействия волны с турбулентностью определяется в соответствии с вероятностями поглощения σ_p, рассеяния σ_r и фиктивного рассеяния σ_f, причем $\sigma_p + \sigma_r + \sigma_f = 1$. В случае выполнения условия рассеяния волны направление распространения луча изменяется в соответствии с задаваемой индикатрисой рассеяния турбулентности.

В процессе моделирования случайных траекторий лучей в потоке проводится вычисление и накопление в памяти ЭВМ доплеровского сдвига частоты, приобретен-